정답만 모아

스피드 체크

1. 제곱근과 실수

01 제곱근의 뜻과 성질

P. 7~9

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ④, ⑤ 2 ⑤ 3 −25 4 ③ 5 $\sqrt{7}$ cm

핵심 유형 문제

6 ⑤ 7 ④ 8 ④ 9 15 10 ②, ③
11 ③ 12 ⑤ 13 −3 14 ② 15 ④
16 $\sqrt{42}$ cm 17 $\sqrt{70}$ cm 18 ③

P. 10~16

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ⑤ 2 $\frac{7}{2}$ 3 $2a-8$ 4 11 5 $\sqrt{0.25}$
6 25

핵심 유형 문제

7 ④ 8 $-\sqrt{5^2}$ 9 8 10 ⑤ 11 ⑤
12 19 13 ⑤ 14 ⑤ 15 $4a+2b$
16 ③ 17 ④, ⑤ 18 ① 19 b 20 ③
21 ④ 22 ⑤ 23 ② 24 ④ 25 ③
26 ⑤ 27 21 28 100 29 21 30 ②
31 ② 32 10 33 ③ 34 ⑤ 35 ③
36 6 37 ②, ④ 38 ⑤ 39 ④ 40 ⑤
41 45 42 ② 43 ① 44 2 45 26

02 무리수와 실수

P. 17~18

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ④ 2 ㄴ, ㄷ 3 ③, ④ 4 ③ 5 8

핵심 유형 문제

6 ⑤ 7 ③ 8 ⑤ 9 ④, ⑤ 10 ②
11 ③

P. 19~25

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 P: $2-\sqrt{5}$, Q: $2+\sqrt{13}$, R: $9-\sqrt{8}$ 2 ④
3 ㄴ, ㄷ 4 ④ 5 a, b, c 6 ② 7 1040
8 $4-\sqrt{10}$ 9 ①

핵심 유형 문제

10 A: $1-\sqrt{2}$, B: $1+\sqrt{2}$, C: $5-\sqrt{2}$, D: $4+\sqrt{2}$
11 ③ 12 ②, ⑤ 13 $-3+\sqrt{13}$ 14 14
15 $3+4\pi$ 16 ② 17 ㄱ, ㄴ, ㄷ 18 ④
19 ⑤ 20 ③ 21 ② 22 ① 23 $c<a<b$
24 $3+\sqrt{6}$ 25 ③ 26 점 B, 점 A, 점 C 27 ③
28 36 29 ② 30 ④ 31 ② 32 4
33 ③ 34 4.351 35 5.683 36 ③ 37 $\sqrt{7}$
38 ②

실력 UP 문제 P. 26

1-1 $\sqrt{35}$ cm 1-2 $\frac{15}{4}$
2-1 21 2-2 48
3-1 202 3-2 90

실전 테스트 P. 27~29

1 ④ 2 5 3 $\sqrt{6}$ cm 4 ⑤ 5 ③
6 ② 7 ② 8 $a-b$ 9 55 10 176 m^2
11 30 12 9 13 ④ 14 ㄱ, ㄴ, ㄹ
15 ④ 16 ① 17 7 18 $\sqrt{3}-7$ 19 ②
20 ⑤

2. 근호를 포함한 식의 계산

01 근호를 포함한 식의 곱셈과 나눗셈

P. 33~36

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ④ **2** 60 **3** 12 **4** ② **5** $\frac{1}{5}ab$

핵심 유형 문제

6 ⑤ **7** $-20\sqrt{6}$ **8** ② **9** 4 **10** ④
11 16 **12** $\sqrt{3}$ **13** ⑤ **14** 6 **15** 21
16 ① **17** ④ **18** ③ **19** 2 **20** ㄴ, ㄹ
21 18.2504 **22** 857 **23** ④ **24** ②
25 ④ **26** ④

P. 37~39

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ㄴ, ㅂ **2** ① **3** ③ **4** $4\sqrt{10}$ cm

핵심 유형 문제

5 ③ **6** 2 **7** $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ **8** ④, ⑤ **9** $-\frac{1}{15}$
10 $\sqrt{5}$ **11** ④ **12** ④ **13** $3\sqrt{3}$ cm^2
14 $16\sqrt{3}\pi$ cm **15** $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ cm
16 $150\sqrt{10}\pi$ cm^3 **17** $3\sqrt{5}\pi$ cm^3

02 근호를 포함한 식의 덧셈과 뺄셈

P. 40~45

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ④ **2** ① **3** $7\sqrt{3}-8\sqrt{5}$
4 $(3+3\sqrt{3})$ cm^2 **5** ②

핵심 유형 문제

6 ⑤ **7** ⑤ **8** ③ **9** ④ **10** $2+8\sqrt{6}$
11 2 **12** ④ **13** $6-2\sqrt{2}$ **14** ⑤
15 $2+2\sqrt{3}$ **16** -8 **17** ④ **18** $-\frac{11\sqrt{6}}{6}$
19 $\frac{5\sqrt{2}+2}{8}$ **20** ② **21** -3 **22** $\sqrt{6}-\sqrt{3}$
23 ① **24** ① **25** 3, -24
26 $(24+6\sqrt{35})$ cm^2 **27** $2\sqrt{2}$ cm **28** ③
29 ② **30** ② **31** $\frac{2\sqrt{15}}{3}$ **32** ① **33** $6\sqrt{5}$
34 $-1+2\sqrt{2}$ **35** ④ **36** ③
37 $3+\sqrt{12}$, $5+\sqrt{3}$, $\sqrt{48}$

실력 UP 문제 P. 46

1-1 $54\sqrt{2}$ cm^3 **1-2** $\sqrt{41}$ cm
2-1 ① **2-2** 6
3-1 $6\sqrt{3}+10\sqrt{5}$ **3-2** 4

실전 테스트 P. 47~49

1 ④ **2** ② **3** $\frac{9}{2}$ **4** ③ **5** ⑤
6 ⑤ **7** ④ **8** $-3\sqrt{2}$ **9** $6\sqrt{2}$ cm, $14\sqrt{2}$ cm
10 ① **11** ④ **12** $2\sqrt{2}-3$ **13** 1
14 $-\frac{2}{3}$ **15** $12\sqrt{3}$ cm **16** $(80+30\sqrt{2})$ cm
17 ④ **18** ④ **19** ① **20** ⑤

3. 다항식의 곱셈

01 곱셈 공식

P. 53~58

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ① **2** ③ **3** ① **4** (1) 2, 10 (2) 1, 2, 13
5 36 **6** ④

핵심 유형 문제

7 (1) $12a^2-2ab-2b^2$ (2) $3x^2-8xy+4y^2$
(3) $10x^2-xy-8x-2y^2+4y$
8 ④ **9** $a=3,\ b=2$ **10** ③ **11** $\frac{3}{4}$
12 ⑤ **13** ② **14** ② **15** ② **16** ⑤
17 248 **18** 3 **19** ⑤ **20** 2 **21** ③
22 6 **23** ④ **24** $\frac{4}{5}$ **25** $15x^2+17x-4$
26 ④ **27** ① **28** ③ **29** 39 **30** -2
31 $23x^2+30x-4$ **32** $x^2+3x-10$ **33** ④
34 a^2-b^2 **35** $24x^2-20x+4$ **36** ④
37 $-a^2+3ab-2b^2$ **38** x^2
39 $2A,\ 2(x-2y),\ x^2-4xy+4y^2+2x-4y+1$
40 $9xy-6yz-3zx$
41 (1) $a^2+4ab+4b^2+a+2b-12$ (2) $4x^2-y^2-2y-1$

02 곱셈 공식의 활용

P. 59~64

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ④ **2** 550 **3** $-30-5\sqrt{2}$ **4** ②
5 $10+5\sqrt{3}$ **6** ① **7** ⑤ **8** 8
9 ④ **10** 9

핵심 유형 문제

11 ⑤ **12** 175 **13** 9 **14** ② **15** ①
16 ② **17** ③ **18** $6-4\sqrt{2}$ **19** 3
20 2 **21** $20+2\sqrt{10}$ **22** ④ **23** ④
24 -3 **25** 5 **26** $-19-6\sqrt{10}$
27 $4\sqrt{2}-2\sqrt{3}$ **28** ④ **29** 36 **30** ①
31 9 **32** 65 **33** 10 **34** ③ **35** 119
36 ⑤ **37** 4 **38** ② **39** 4 **40** ③

실력 UP 문제 P. 65

1-1 $A=6,\ B=12,\ C=-3$ **1-2** 0
2-1 $-a^2+3ab-2b^2$ **2-2** $-2x^2+7xy-6y^2$
3-1 $x^4+8x^3-x^2-68x+60$ **3-2** 95

실전 테스트 P. 66~67

1 5 **2** 4 **3** ③, ⑤ **4** ① **5** 8
6 ④ **7** $12+4\sqrt{2}-2\sqrt{5}$ **8** $\frac{2+\sqrt{7}}{3}$ **9** $-1+\sqrt{11}$
10 34 **11** 47 **12** ① **13** 지호
14 (1) 33개 (2) $33x^2+33xy-66y^2$

4. 인수분해

01 인수분해 공식

P. 71~72

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ③ **2** ㄱ, ㄷ, ㅁ, ㅂ **3** ⑤ **4** $2x+y$

핵심 유형 문제

5 ③ **6** ③ **7** ① **8** ⑤ **9** ④
10 ㄱ, ㄹ

P. 73~80

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ③ 2 ④ 3 ① 4 13 5 ②
6 ① 7 -10, $x-2$ 8 $4x+3$ 9 ①

핵심 유형 문제

10 ④ 11 ④ 12 16 13 ② 14 1
15 4 16 ② 17 ④ 18 ③ 19 $-2a+1$
20 ①, ⑤ 21 $14x$ 22 ④ 23 ② 24 ㄴ, ㄷ
25 -2 26 ③ 27 ③ 28 ⑤ 29 ②, ⑤
30 12 31 $5x+1$ 32 $a=5$, $b=3$ 33 10
34 $(x-2)(2x-3)$ 35 ①, ④ 36 ②
37 ㄴ, ㅁ, ㅂ 38 6 39 7 40 ③
41 -16 42 $(x+5)(2x-3)$ 43 1
44 $(x-2)(x+4)$ 45 ⑤ 46 ②
47 $(6a-5)$ m 48 ⑤ 49 5 50 $2x+1$

02 인수분해 공식의 응용

P. 81~87

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ㄷ, ㄹ 2 ② 3 ⑤ 4 $\sqrt{7}$
5 $a=4$, $b=-6$ 6 $a-1$ 7 $2x$ 8 $x+y+1$
9 $x+5$

핵심 유형 문제

10 ③ 11 ① 12 1083 13 4916 14 ①
15 $\frac{6}{11}$ 16 ①, ④ 17 $2-4\sqrt{2}$ 18 ③
19 ① 20 $-4\sqrt{5}$ 21 40 22 162 23 ②
24 $a=4$, $b=-1$ 25 21 26 ③ 27 ⑤
28 $(x^2+3x-5)(x^2+3x+7)$ 29 ④ 30 ①, ⑤
31 ② 32 -80 33 ③ 34 ⑤ 35 2
36 $5-10\sqrt{5}$ 37 10 38 ⑤ 39 ②
40 ① 41 ⑤ 42 $x+3$ 43 500π cm^3

실력 UP 문제 P. 88

1-1 6 1-2 19
2-1 5, 41 2-2 64
3-1 $4a\pi$ cm^2 3-2 3 cm

실전 테스트 P. 89~91

1 ③ 2 ㄹ, ㅂ 3 ① 4 $3x-4$ 5 ③
6 ② 7 ④ 8 ② 9 ④
10 $(x-1)(x+6)$ 11 $x+5$ 12 ④ 13 ②
14 ① 15 -2 16 $-40\sqrt{6}$ 17 ④
18 ⑤ 19 -210

5. 이차방정식

01 이차방정식과 그 해

P. 95~97

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ④ 2 ④ 3 ④ 4 1
5 (1) 8 (2) -2

핵심 유형 문제

6 ④ 7 ① 8 ③ 9 $x=-3$ 또는 $x=2$
10 ② 11 ⑤ 12 $x=1$ 또는 $x=4$ 13 -5
14 ④ 15 -17 16 ⑤ 17 5 18 29
19 ④

02 이차방정식의 풀이

P. 98~101

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ③ 2 8 3 $\frac{14}{3}$ 4 ④
5 $a=5$, $x=-5$ 6 $x=3$

핵심 유형 문제

7 ⑤ 8 ①, ⑤
9 (1) $x=-1$ 또는 $x=10$ (2) $x=-2$ 또는 $x=\frac{1}{3}$
10 ⑤ 11 $x=-4$ 또는 $x=-1$ 12 -3
13 ⑤ 14 $x=4$ 15 ③ 16 ② 17 4
18 ③ 19 ① 20 -1 21 $\frac{14}{9}$ 22 35
23 ④ 24 ② 25 ③ 26 -13 27 $x=5$

P. 102~106

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ③ **2** ① **3** 22
4 $A=\frac{9}{10}$, $B=\frac{9}{10}$, $C=21$, $D=-9$ **5** 7
6 ④ **7** $a=3$, $b=33$ **8** ⑤ **9** ④

핵심 유형 문제

10 ④ **11** 11 **12** ④ **13** 3 **14** -9
15 $x=2\pm\frac{\sqrt{14}}{2}$ **16** ⑤
17 (가) $x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$
(나) $x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$
(다) $x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=-\frac{c}{a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2$
(라) $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$
(마) $\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
18 ① **19** 5 **20** ④ **21** ④ **22** ③
23 (1) $x=3\pm\sqrt{13}$ (2) $x=-2$ 또는 $x=7$ **24** -2
25 7 **26** ③ **27** -10 **28** ③ **29** ①

03 이차방정식의 활용

P. 107~110

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ② **2** ② **3** ⑤ **4** ④
5 $x=-5$ 또는 $x=8$

핵심 유형 문제

6 ④ **7** -2 **8** -12 **9** $2x^2-3x-5=0$
10 ⑤ **11** ④ **12** ② **13** ④ **14** 13
15 $x=-3$ 또는 $x=2$ **16** $x=1$ 또는 $x=3$
17 6 **18** ㄱ, ㄴ **19** 2 **20** ③ **21** 10
22 ⑤ **23** ①

P. 111~116

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 5 **2** ④ **3** 11살 **4** ① **5** 8
6 25 cm²

핵심 유형 문제

7 ③ **8** 12명 **9** (1) (n^2+2n)개 (2) 9단계
10 8, 11 **11** ④ **12** 67 **13** 5, 6 **14** 32
15 ⑤ **16** 25명 **17** ③ **18** 5월 8일
19 ② **20** 1초 후 **21** ④ **22** 달, 10.5초
23 7 cm **24** 5 cm **25** 12 m **26** $(-10+5\sqrt{6})$ cm
27 $(5-\sqrt{7})$ cm **28** $(-5+5\sqrt{5})$ cm **29** 6 m
30 ⑤ **31** 10초 후 **32** 6 cm **33** $-1+\sqrt{5}$
34 ③ **35** ④ **36** 12 cm **37** ②

실력 UP 문제 P. 117

1-1 2, 3 **1-2** 7
2-1 $\frac{3}{2}$ **2-2** $\left(\frac{5}{4}, -\frac{15}{2}\right)$
3-1 $(1+\sqrt{5})$ cm **3-2** $\frac{-3+3\sqrt{5}}{2}$ cm

실전 테스트 P. 118~121

1 ㄱ, ㄷ **2** ④ **3** 2 **4** ③ **5** ④
6 $x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=2$ **7** $a=-2$, $b=5$ **8** ④, ⑤
9 ② **10** $x=2$ **11** ③ **12** ⑤ **13** ①
14 $x=-1\pm\sqrt{6}$ **15** ⑤ **16** ①
17 $-3x^2+9x+30=0$ **18** $x=-5$ 또는 $x=-1$
19 $k>\frac{4}{3}$ **20** 14 **21** ⑤ **22** 8월 8일 **23** 30
24 ④ **25** 10 m **26** 4 **27** 250보

6. 이차함수와 그 그래프

01 이차함수의 뜻 ~
02 이차함수 $y=ax^2$의 그래프

P. 125~130

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ④ **2** ②, ⑤ **3** ① **4** 1 **5** ④
6 ③ **7** ③ **8** 4 **9** $y=-\frac{5}{4}x^2$

핵심 유형 문제

10 ③ **11** ㄷ, ㅂ **12** ① **13** ⑤ **14** ④
15 ②, ③ **16** 6 **17** $\frac{3}{2}$ **18** 6 **19** ②
20 ① **21** $-2<a<0$ **22** ③, ④ **23** ④
24 9 **25** ⑤ **26** ①, ③ **27** ③ **28** 1
29 9 **30** ② **31** ③ **32** 16 **33** 4
34 18 **35** $\frac{3}{4}$

03 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프

P. 131~133

쏙쏙 다시 개념 익히기

1

(1) $y=-\frac{1}{2}x^2+7$	(2) $y=\frac{4}{5}(x-2)^2$	(3) $y=-4\left(x+\frac{1}{3}\right)^2$
$x=0$	$x=2$	$x=-\frac{1}{3}$
$(0, 7)$	$(2, 0)$	$\left(-\frac{1}{3}, 0\right)$
위로 볼록	아래로 볼록	위로 볼록

(1)~(3)을 그래프의 폭이 넓은 것부터 차례로 나열하면 (1), (2), (3)이다.

2 ④ **3** -5 **4** ㄷ, ㄹ **5** 12

핵심 유형 문제

6 ① **7** ④ **8** ④ **9** ⑤ **10** -2
11 -1 **12** -1 **13** ③ **14** ② **15** ②, ⑤
16 ⑤ **17** 5 **18** -2 **19** 5

P. 134~139

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 16 **2** ② **3** 6 **4** ④ **5** ②
6 ② **7** ①

핵심 유형 문제

8 ④ **9** -10 **10** ④ **11** ④ **12** ①
13 ① **14** ②, ⑤ **15** ③ **16** 6 **17** 5
18 ⑤ **19** $\frac{1}{2}$ **20** $x=1$, $(1, -2)$ **21** ①
22 36 **23** ③ **24** ④ **25** ⑤ **26** ⑤
27 ② **28** 6 **29** $-\frac{1}{4}$ **30** 16

실력 UP 문제

P. 140

1-1 $\frac{3}{4}$ **1-2** $\frac{3}{4}$
2-1 $\frac{5}{4}$ **2-2** $-\frac{2}{3}$
3-1 $-\frac{5}{4}<a<0$ **3-2** ⑤

실전 테스트

P. 141~143

1 ③ **2** ③ **3** ㄷ **4** ① **5** 6
6 ④ **7** $(0, -5)$ **8** 14 **9** ②
10 7 **11** ①, ⑤ **12** ⑤ **13** ③ **14** ㄱ, ㄷ
15 $(4, 7)$ **16** ④ **17** 15 m

7. 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

01 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

P. 147~154

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 -9 **2** $-\frac{1}{4}$ **3** ① **4** ② **5** ④
6 ⑤ **7** 64

핵심 유형 문제

8 ⑤ **9** ④ **10** 6 **11** ③ **12** -2
13 ⑤ **14** ㄱ, ㄹ **15** ⑤ **16** -12 **17** -1
18 ① **19** ② **20** $a\geq\frac{5}{9}$ **21** 4 **22** ⑤
23 ② **24** ③ **25** ③ **26** ③ **27** ④, ⑤
28 ㄱ, ㅁ **29** 0 **30** ③ **31** 1 **32** 27
33 ② **34** ③ **35** ② **36** ① **37** ②
38 ③
39 (1) A(3, 16) (2) B(-1, 0), C(7, 0) (3) 64
40 16 **41** 4 **42** 3 **43** ②

02 이차함수의 식 구하기

P. 155~157

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 (1) $y=-\frac{8}{9}x^2-\frac{16}{9}x+\frac{28}{9}$ (2) $y=\frac{3}{2}x^2-6x+5$
(3) $y=3x^2-8x+2$ (4) $y=-\frac{1}{3}x^2-3x-6$
2 (1) $y=x^2+6x+6$ (2) $y=\frac{1}{2}x^2-4x+10$
(3) $y=-\frac{1}{2}x^2+x$ (4) $y=-\frac{3}{4}x^2-3x+9$
3 3

핵심 유형 문제

4 ② **5** ① **6** ⑤ **7** 6 **8** 4
9 -1 **10** 10 **11** (1, 7) **12** ④ **13** ⑤
14 ⑤ **15** (2, -1)

03 이차함수의 최댓값과 최솟값

P. 158~161

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ⑤ **2** ⑤ **3** ② **4** ① **5** 9
6 46.7 m

핵심 유형 문제

7 ④ **8** ④ **9** $\frac{25}{4}$ **10** ② **11** 9
12 10 **13** $a\leq-1$ **14** -5, 5
15 ③ **16** ③ **17** $\frac{4}{3}$ **18** 32 cm^2
19 196 cm^2 **20** ② **21** 8 **22** ③
23 14 cm **24** 4초 후, 100 m **25** 6초 **26** 550원

실력 UP 문제 P. 162

1-1 (1, 5) **1-2** (7, 7)
2-1 36 **2-2** 9
3-1 $\frac{7}{4}$, $k=-\frac{1}{2}$ **3-2** $\frac{1}{2}$

실전 테스트 P. 163~165

1 ④ **2** 1 **3** ② **4** (2, -9)
5 ② **6** ①, ④ **7** 2 **8** ㄱ, ㄴ, ㅁ
9 $\frac{3}{2}$ **10** ② **11** -10 **12** 1 **13** 최댓값 3
14 ④ **15** 50 m^2 **16** $\frac{45}{4}$ m **17** $a+b$ **18** 16 m

01 제곱근의 뜻과 성질

P. 7~9

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ④, ⑤ **2** ⑤ **3** -25 **4** ③ **5** $\sqrt{7}$ cm

핵심 유형 문제

6 ⑤ **7** ④ **8** ④ **9** 15 **10** ②, ③
11 ③ **12** ⑤ **13** -3 **14** ② **15** ④
16 $\sqrt{42}$ cm **17** $\sqrt{70}$ cm **18** ③

1 ② $(-1)^2=1$이므로 -1은 1의 제곱근이다.
④ $(-4)^2=16$의 제곱근은 4, -4이다.
⑤ 양수의 제곱근은 항상 2개이고, 그 두 수의 절댓값은 서로 같다.
따라서 옳지 않은 것은 ④, ⑤이다.

2 ① 9의 제곱근 ⇨ 제곱하여 9가 되는 수(②)
⇨ $x^2=9$를 만족시키는 x의 값(③)
⇨ ±3
④ $\sqrt{81}=9$의 제곱근은 ±3이다.
⑤ $\sqrt{9}=3$
따라서 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다.

3 $(-10)^2=100$의 양의 제곱근은 $\sqrt{100}=10$이므로 $a=10$
$\frac{25}{4}$의 음의 제곱근은 $-\sqrt{\frac{25}{4}}=-\frac{5}{2}$이므로 $b=-\frac{5}{2}$
$\therefore ab=10\times\left(-\frac{5}{2}\right)=-25$

4 ① $0.001=\frac{1}{1000}=\frac{1}{10^3}$은 제곱인 수가 아니다.
② $0.0\dot{4}=\frac{4}{90}=\frac{2}{45}$는 제곱인 수가 아니다.
③ $\pm\sqrt{\frac{25}{144}}=\pm\frac{5}{12}$
따라서 제곱근을 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 것은 ③이다.

5 피타고라스 정리에 의해 $3^2+\overline{BC}^2=4^2$이므로
$\overline{BC}^2=4^2-3^2=7$
이때 $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=\sqrt{7}$(cm)

6 x가 5의 제곱근이므로 $x^2=5$ 또는 $x=\pm\sqrt{5}$
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

7 ① 0의 제곱근은 0이다.
② 64의 제곱근은 ±8이다.
③ 0.01의 제곱근은 ±0.1이다.
④ 음수의 제곱근은 없다.
⑤ $\frac{1}{15}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{\frac{1}{15}}$이다.
따라서 제곱근이 없는 것은 ④이다.

8 a는 13의 제곱근이므로 $a^2=13$
b는 45의 제곱근이므로 $b^2=45$
$\therefore a^2+b^2=13+45=58$

9 $A=(\pm4)^2=16$, $B=(\pm1)^2=1$
$\therefore A-B=16-1=15$

10 ① 0의 제곱근은 0의 1개이다.
③ $\sqrt{49}=7$의 양의 제곱근은 $\sqrt{7}$이다.
④ 제곱근 25는 $\sqrt{25}=5$이다.
⑤ -4는 음수이므로 제곱근이 없다.
따라서 옳은 것은 ②, ③이다.

11 ㄴ. $\sqrt{16}=4$의 제곱근은 ±2이므로 두 제곱근의 합은
$2+(-2)=0$
ㄷ. -5는 음수이므로 제곱근이 없다.
ㄹ. 0.09의 제곱근은 ±0.3이다.
따라서 옳지 않은 것은 ㄷ, ㄹ이다.

12 ① 6의 제곱근 ⇨ $\pm\sqrt{6}$
② 0.04의 제곱근 ⇨ ±0.2
③ $(-3)^2=9$의 제곱근 ⇨ ±3
④ $\sqrt{25}=5$의 제곱근 ⇨ $\pm\sqrt{5}$
⑤ $\sqrt{\frac{16}{81}}=\frac{4}{9}$의 제곱근 ⇨ $\pm\frac{2}{3}$
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

13 $\sqrt{256}=16$의 양의 제곱근은 $\sqrt{16}=4$이므로 $m=4$
$5.\dot{4}=\frac{54-5}{9}=\frac{49}{9}$의 음의 제곱근은 $-\sqrt{\frac{49}{9}}=-\frac{7}{3}$이므로
$n=-\frac{7}{3}$
$\therefore m+3n=4+3\times\left(-\frac{7}{3}\right)=-3$

14 81의 제곱근은 ±9이고,
$a>b$이므로 $a=9$, $b=-9$
$\therefore \sqrt{a-3b}=\sqrt{9-3\times(-9)}=\sqrt{36}=6$
따라서 6의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$이다.

15 $\sqrt{\frac{49}{36}}=\frac{7}{6}$, $\sqrt{0.\dot{4}}=\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$
따라서 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없는 수는
$\sqrt{12}$, $\sqrt{0.1}$, $\sqrt{\frac{9}{250}}$, $\sqrt{200}$의 4개이다.

16 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면
$x^2=42$
이때 $x>0$이므로 $x=\sqrt{42}$
따라서 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{42}$ cm이다.

17 1단계 삼각형의 넓이는
$\frac{1}{2}\times 20\times 7=70(\text{cm}^2)$
2단계 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면
$x^2=70$
이때 $x>0$이므로 $x=\sqrt{70}$
따라서 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{70}$ cm이다.

채점 기준		
1단계	삼각형의 넓이 구하기	… 40 %
2단계	정사각형의 한 변의 길이 구하기	… 60 %

18 (두 땅의 넓이의 합)$=2^2+3^2=13(\text{m}^2)$
새로 만든 땅의 한 변의 길이를 x m라고 하면
$x^2=13$
이때 $x>0$이므로 $x=\sqrt{13}$
따라서 새로 만든 땅의 한 변의 길이는 $\sqrt{13}$ m이다.

P. 10~16

쑥쑥 다지 개념 익히기

1 ⑤ **2** $\frac{7}{2}$ **3** $2a-8$ **4** 11 **5** $\sqrt{0.25}$
6 25

핵심 유형 문제

7 ④ **8** $-\sqrt{5^2}$ **9** 8 **10** ⑤ **11** ⑤
12 19 **13** ⑤ **14** ⑤ **15** $4a+2b$
16 ③ **17** ④, ⑤ **18** ① **19** b **20** ③
21 ④ **22** ⑤ **23** ② **24** ④ **25** ③
26 ⑤ **27** 21 **28** 100 **29** 21 **30** ②
31 ② **32** 10 **33** ③ **34** ⑤ **35** ③
36 6 **37** ②, ④ **38** ⑤ **39** ④ **40** ⑤
41 45 **42** ② **43** ① **44** 2 **45** 26

1 ①, ②, ③, ④ 2 ⑤ -2
따라서 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다.

2 $(-\sqrt{8})^2-\sqrt{(-6)^2}+\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2}\times\sqrt{(-3)^2}$
$=8-6+\frac{1}{2}\times 3=\frac{7}{2}$

3 $2<a<6$일 때, $2-a<0$, $6-a>0$이므로
$\sqrt{(2-a)^2}-\sqrt{(6-a)^2}=-(2-a)-(6-a)$
$=-2+a-6+a$
$=2a-8$

4 $\sqrt{20x}=\sqrt{2^2\times 5\times x}$가 자연수가 되려면 $x=5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수 x의 값은 5이다.
$\sqrt{75+y}$가 자연수가 되려면 $75+y$는 75보다 큰 $(\text{자연수})^2$ 꼴인 수이어야 하므로
$75+y=81, 100, 121, \cdots$
$\therefore y=6, 25, 46, \cdots$
따라서 가장 작은 자연수 y의 값은 6이다.
$\therefore x+y=5+6=11$

5 (음수)<(양수)이고 $-0.2=-\frac{1}{5}=-\sqrt{\frac{1}{25}}$, $0.7=\sqrt{0.49}$이므로 주어진 수를 크기가 작은 것부터 차례로 나열하면
$-\sqrt{\frac{1}{7}}$, -0.2, $\sqrt{0.2}$, $\sqrt{0.25}$, 0.7
따라서 네 번째에 오는 수는 $\sqrt{0.25}$이다.

6 $2<\sqrt{3x}<9$에서 $\sqrt{4}<\sqrt{3x}<\sqrt{81}$이므로
$4<3x<81$ $\therefore \frac{4}{3}\left(=1\frac{1}{3}\right)<x<27$
따라서 자연수 x는 2, 3, 4, …, 26의 25개이다.
다른 풀이 자연수 x의 개수 구하기
$\frac{4}{3}\left(=1\frac{1}{3}\right)<x<27$이고 x는 자연수이므로 $2\le x\le 26$
따라서 구하는 자연수 x의 개수는
$26-2+1=25$(개)

7 ④ $\sqrt{\left(-\frac{5}{16}\right)^2}=\frac{5}{16}$

8 $\sqrt{3^2}=3$, $-\sqrt{5^2}=-5$, $-(\sqrt{7})^2=-7$,
$-(-\sqrt{10})^2=-10$, $\sqrt{(-13)^2}=13$이므로
주어진 수를 크기가 작은 것부터 차례로 나열하면
$-(-\sqrt{10})^2$, $-(\sqrt{7})^2$, $-\sqrt{5^2}$, $\sqrt{3^2}$, $\sqrt{(-13)^2}$
따라서 세 번째에 오는 수는 $-\sqrt{5^2}$이다.

9 1단계 $(-\sqrt{9})^2=9$의 양의 제곱근은 3이므로 $a=3$
2단계 $\sqrt{(-25)^2}=25$의 음의 제곱근은 -5이므로 $b=-5$
3단계 $\therefore a-b=3-(-5)=8$

채점 기준		
1단계	a의 값 구하기	… 40 %
2단계	b의 값 구하기	… 40 %
3단계	$a-b$의 값 구하기	… 20 %

10 ① $-(\sqrt{3})^2+\sqrt{(-4)^2}=-3+4=1$

② $(-\sqrt{5})^2-(-\sqrt{2^2})=5-(-2)=7$

③ $\sqrt{16}\times\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2}=4\times\frac{1}{2}=2$

④ $\sqrt{(-9)^2}\div\sqrt{\frac{9}{4}}=9\div\frac{3}{2}=9\times\frac{2}{3}=6$

⑤ $-(-\sqrt{10})^2\times\sqrt{0.36}=-10\times0.6=-6$

따라서 계산 결과가 옳지 않은 것은 ⑤이다.

11 $\sqrt{(-2)^4}\times\sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2}\div\left(-\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2=\sqrt{16}\times\frac{3}{2}\div\frac{3}{4}$

$=4\times\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}=8$

12 $A=\sqrt{144}+\sqrt{(-5)^2}-\sqrt{(-3)^4}$

$=12+5-9=8$

$B=\sqrt{16}+(-\sqrt{11})^2-(\sqrt{7})^2\times\sqrt{\left(-\frac{4}{7}\right)^2}$

$=4+11-7\times\frac{4}{7}=11$

$\therefore A+B=8+11=19$

13 ① $-a<0$이므로

$\sqrt{(-a)^2}=-(-a)=a$

② $3a>0$이므로

$\sqrt{(3a)^2}=3a$

③ $-5a<0$이므로

$\sqrt{(-5a)^2}=-(-5a)=5a$

④ $3a>0$이므로

$-\sqrt{9a^2}=-\sqrt{(3a)^2}=-3a$

⑤ $-4a<0$이므로

$-\sqrt{(-4a)^2}=-\{-(-4a)\}=-4a$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

14 $a<0$일 때, $-a>0$, $5a<0$, $2a<0$이므로

$\sqrt{(-a)^2}-\sqrt{(5a)^2}+\sqrt{4a^2}=\sqrt{(-a)^2}-\sqrt{(5a)^2}+\sqrt{(2a)^2}$

$=-a-(-5a)+(-2a)$

$=-a+5a-2a$

$=2a$

15 $ab<0$에서 a, b는 서로 다른 부호이고

$a-b>0$에서 $a>b$이므로 $a>0$, $b<0$이다.

이때 $4a>0$, $-3b>0$이므로

$\sqrt{16a^2}-\sqrt{(-3b)^2}+\sqrt{b^2}=\sqrt{(4a)^2}-\sqrt{(-3b)^2}+\sqrt{b^2}$

$=4a-(-3b)+(-b)$

$=4a+3b-b$

$=4a+2b$

16 $\sqrt{a^2}=a$에서 $a>0$

$\sqrt{(-b)^2}=-b$에서 $-b>0$이므로 $b<0$

이때 $-a<0$, $3b<0$이므로

$(-\sqrt{a})^2-\sqrt{(-a)^2}+\sqrt{9b^2}=(-\sqrt{a})^2-\sqrt{(-a)^2}+\sqrt{(3b)^2}$

$=a-\{-(-a)\}+(-3b)$

$=a-a-3b$

$=-3b$

17 ① $a<0$이므로 $\sqrt{a^2}=-a$

② $-a>0$이므로

$-\sqrt{(-a)^2}=-(-a)=a$

③ $a+3<0$이므로

$\sqrt{(a+3)^2}=-(a+3)=-a-3$

④ $a+4>0$이므로

$-\sqrt{(a+4)^2}=-(a+4)=-a-4$

⑤ $a-1<0$이므로

$\sqrt{(a-1)^2}=-(a-1)=-a+1=1-a$

따라서 옳은 것은 ④, ⑤이다.

18 $1<a<2$일 때, $a-1>0$이고

$2-a>0$에서 $4-2a=2(2-a)>0$이므로

$\sqrt{(4-2a)^2}-\sqrt{(a-1)^2}=4-2a-(a-1)$

$=4-2a-a+1$

$=-3a+5$

19 1단계 $ab<0$에서 a, b는 서로 다른 부호이고

$a<b$이므로 $a<0$, $b>0$이다.

2단계 이때 $-2a>0$, $b-a>0$이므로

3단계 $\sqrt{a^2}-\sqrt{(-2a)^2}+\sqrt{(b-a)^2}$

$=-a-(-2a)+(b-a)$

$=-a+2a+b-a=b$

채점 기준		
1단계	a, b의 부호 각각 구하기	… 20 %
2단계	$-2a$, $b-a$의 부호 각각 구하기	… 20 %
3단계	주어진 식을 간단히 하기	… 60 %

20 $a>b>c>0$일 때, $a-b>0$, $b-a<0$, $c-a<0$이므로

$\sqrt{(a-b)^2}-\sqrt{(b-a)^2}-\sqrt{(c-a)^2}$

$=a-b-\{-(b-a)\}-\{-(c-a)\}$

$=a-b+b-a+c-a=c-a$

21 $0<a<1$일 때, $-a<0$이고

$\frac{1}{a}>1$에서 $a<1<\frac{1}{a}$이므로 $a-\frac{1}{a}<0$, $1-\frac{1}{a}<0$

$\therefore\sqrt{(-a)^2}-\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2}+\sqrt{\left(1-\frac{1}{a}\right)^2}$

$=-(-a)-\left\{-\left(a-\frac{1}{a}\right)\right\}+\left\{-\left(1-\frac{1}{a}\right)\right\}$

$=a+a-\frac{1}{a}-1+\frac{1}{a}$

$=2a-1$

22 그래프가 오른쪽 아래로 향하므로 $a<0$
y절편이 양수이므로 $b>0$
이때 $3a<0$, $-5b<0$, $b-a>0$이므로
$\sqrt{(3a)^2}-\sqrt{(-5b)^2}+\sqrt{(b-a)^2}$
$=-3a-\{-(-5b)\}+b-a$
$=-3a-5b+b-a$
$=-4a-4b$

23 $\sqrt{28x}=\sqrt{2^2\times7\times x}$가 자연수가 되려면 $x=7\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
따라서 두 자리의 자연수 x는 $7\times2^2=28$, $7\times3^2=63$의 2개이다.

24 $\sqrt{48a}=\sqrt{2^4\times3\times a}$가 자연수가 되려면 $a=3\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
이때 $30\le a\le100$이므로 자연수 a의 값은
$3\times4^2=48$, $3\times5^2=75$
따라서 모든 자연수 a의 값의 합은 $48+75=123$

25 $\sqrt{\frac{72}{5}x}=\sqrt{\frac{2^3\times3^2\times x}{5}}$가 자연수가 되려면
$x=2\times5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수 x의 값은 $2\times5=10$

26 직사각형의 넓이가 $60n$이므로 정사각형의 넓이도 $60n$이다.
이때 정사각형의 한 변의 길이 $\sqrt{60n}=\sqrt{2^2\times3\times5\times n}$이 자연수가 되려면 $n=3\times5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 하고, 정사각형의 넓이가 가장 작아야 하므로 자연수 n의 값은
$3\times5=15$
따라서 넓이가 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이는
$\sqrt{(2\times3\times5)^2}=2\times3\times5=30$

27 $\sqrt{\frac{84}{a}}=\sqrt{\frac{2^2\times3\times7}{a}}$이 자연수가 되려면 a는 84의 약수이면서 $a=3\times7\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수 a의 값은 $3\times7=21$

28 $\sqrt{\frac{90}{x}}=\sqrt{\frac{2\times3^2\times5}{x}}$가 자연수가 되려면 x는 90의 약수이면서 $x=2\times5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
따라서 모든 자연수 x의 값은
$2\times5=10$, $2\times5\times3^2=90$
이므로 그 합은 $10+90=100$

29 1단계 $\sqrt{\frac{540}{x}}=\sqrt{\frac{2^2\times3^3\times5}{x}}$가 자연수가 되려면 x는 540의 약수이면서 $x=3\times5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수 x의 값은 $3\times5=15$

2단계 $\sqrt{150y}=\sqrt{2\times3\times5^2\times y}$가 자연수가 되려면
$y=2\times3\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수 y의 값은 $2\times3=6$

3단계 $\therefore x+y=15+6=21$

채점 기준		
1단계	가장 작은 자연수 x의 값 구하기	… 40 %
2단계	가장 작은 자연수 y의 값 구하기	… 40 %
3단계	$x+y$의 값 구하기	… 20 %

30 $\sqrt{40+x}$가 자연수가 되려면 $40+x$는 40보다 큰 $(\text{자연수})^2$ 꼴인 수이어야 하므로
$40+x=49$, 64, 81, …
$\therefore x=9$, 24, 41, …
따라서 가장 작은 자연수 x의 값은 9이다.

31 $\sqrt{27+x}$가 자연수가 되려면 $27+x$는 27보다 큰 $(\text{자연수})^2$ 꼴인 수이어야 하므로
$27+x=36$, 49, 64, 81, …
$\therefore x=9$, 22, 37, 54, …
따라서 자연수 x의 값이 아닌 것은 ②이다.

32 1단계 $\sqrt{20+a}$가 자연수가 되려면 $20+a$는 20보다 큰 $(\text{자연수})^2$ 꼴인 수이어야 하므로
$20+a=25$, 36, 49, …
$\therefore a=5$, 16, 29, …

2단계 이때 $a+b$의 값이 가장 작으려면 a의 값이 가장 작아야 한다.
따라서 가장 작은 자연수 a의 값은 5이고,
그때의 자연수 b의 값은 $b=\sqrt{20+5}=\sqrt{25}=5$

3단계 따라서 $a+b$의 값 중 가장 작은 값은
$a+b=5+5=10$

채점 기준		
1단계	가능한 a의 값 구하기	… 40 %
2단계	$a+b$의 값이 가장 작아지는 a, b의 값 각각 구하기	… 40 %
3단계	$a+b$의 값 중 가장 작은 값 구하기	… 20 %

33 $\sqrt{17-x}$가 자연수가 되려면 $17-x$는 17보다 작은 $(\text{자연수})^2$ 꼴인 수이어야 하므로
$17-x=1$, 4, 9, 16
$\therefore x=16$, 13, 8, 1
따라서 자연수 x의 값이 아닌 것은 ③이다.

34 $\sqrt{29-a}$가 정수가 되려면 $29-a$는 0이거나 29보다 작은 $(\text{자연수})^2$ 꼴인 수이어야 하므로
$29-a=0$, 1, 4, 9, 16, 25
$\therefore a=29$, 28, 25, 20, 13, 4
따라서 자연수 a는 6개이다.

35 $\sqrt{64-3n}$이 자연수가 되려면 $64-3n$은 64보다 작은 (자연수)^2 꼴인 수이어야 하므로
$64-3n=1, 4, 9, 16, 25, 36, 49$
$3n=63, 60, 55, 48, 39, 28, 15$
$\therefore n=21, 20, \frac{55}{3}, 16, 13, \frac{28}{3}, 5$
이때 n이 자연수이므로 $n=5, 13, 16, 20, 21$
따라서 $M=21$, $m=5$이므로
$M+m=21+5=26$

36 $\sqrt{\frac{61-x}{2}}$가 정수가 되려면 $\frac{61-x}{2}$는 0이거나 $\frac{61}{2}(=30.5)$보다 작은 (자연수)^2 꼴인 수이어야 하므로
$\frac{61-x}{2}=0, 1, 4, 9, 16, 25$
$61-x=0, 2, 8, 18, 32, 50$
$\therefore x=61, 59, 53, 43, 29, 11$
따라서 자연수 x는 6개이다.

37 ① $2<3$이므로 $\sqrt{2}<\sqrt{3}$ $\therefore \frac{\sqrt{2}}{6}<\frac{\sqrt{3}}{6}$
② $8>7$이므로 $\sqrt{8}>\sqrt{7}$ $\therefore -\sqrt{8}<-\sqrt{7}$
③ $4=\sqrt{16}$이고 $16>12$이므로 $4>\sqrt{12}$
④ $0.5=\sqrt{0.25}$이고 $0.5>0.25$이므로 $\sqrt{0.5}>0.5$
⑤ $\frac{1}{3}=\sqrt{\frac{1}{9}}$이고 $\frac{1}{9}>\frac{1}{10}$이므로 $\frac{1}{3}>\sqrt{\frac{1}{10}}$
$\therefore -\frac{1}{3}<-\sqrt{\frac{1}{10}}$
따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다.

38 (음수)$<0<$(양수)이고 $-2=-\sqrt{4}$, $4=\sqrt{16}$이므로
주어진 수를 크기가 작은 것부터 차례로 나열하면
$-\sqrt{6}, -2, 0, \sqrt{15}, 4$
따라서 $a=-\sqrt{6}$, $b=4$이므로
$a^2+b^2=(-\sqrt{6})^2+4^2=22$

39 ① $0<a<1$ ② $0<a^2<a<1$
③ $a<\sqrt{a}<1$ ④ $\frac{1}{a}>1$
⑤ $\sqrt{\frac{1}{a}}>1$
이때 $\frac{1}{a}=\sqrt{\frac{1}{a^2}}$이고 $\frac{1}{a^2}>\frac{1}{a}$이므로 $\frac{1}{a}>\sqrt{\frac{1}{a}}$
따라서 그 값이 가장 큰 것은 ④이다.

다른 풀이
$a=\frac{1}{4}$이라고 하면
① $a=\frac{1}{4}$ ② $a^2=\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{1}{16}$
③ $\sqrt{a}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{a}=4$
⑤ $\sqrt{\frac{1}{a}}=\sqrt{4}=2$
따라서 그 값이 가장 큰 것은 ④이다.

40 $-5<-\sqrt{2x-1}<-4$에서 $4<\sqrt{2x-1}<5$이므로
$\sqrt{16}<\sqrt{2x-1}<\sqrt{25}$, $16<2x-1<25$
$17<2x<26$ $\therefore \frac{17}{2}(=8.5)<x<13$
이때 x는 자연수이므로 $x=9, 10, 11, 12$
따라서 자연수 x의 값이 아닌 것은 ⑤이다.

41 $4<\sqrt{x+4}\le 6$에서 $\sqrt{16}<\sqrt{x+4}\le\sqrt{36}$이므로
$16<x+4\le 36$ $\therefore 12<x\le 32$
따라서 $M=32$, $m=13$이므로
$M+m=32+13=45$

42 $\sqrt{6}<x<\sqrt{31}$에서 $\sqrt{6}<\sqrt{x^2}<\sqrt{31}$이므로 $6<x^2<31$
이때 x는 자연수이므로 $x^2=9, 16, 25$
따라서 모든 자연수 x의 값은 3, 4, 5이므로 그 합은
$3+4+5=12$

43 $36<40<49$에서 $\sqrt{36}<\sqrt{40}<\sqrt{49}$이므로 $6<\sqrt{40}<7$
따라서 $\sqrt{40}$ 이하의 자연수 중 가장 큰 수는 6이므로
$M(40)=6$
$49<60<64$에서 $\sqrt{49}<\sqrt{60}<\sqrt{64}$이므로 $7<\sqrt{60}<8$
따라서 $\sqrt{60}$ 이하의 자연수 중 가장 큰 수는 7이므로
$M(60)=7$
$\therefore M(40)+M(60)=6+7=13$

44 1단계 $196<224<225$에서 $\sqrt{196}<\sqrt{224}<\sqrt{225}$이므로
$14<\sqrt{224}<15$
따라서 $\sqrt{224}$ 이하의 자연수는 1, 2, …, 14의 14개이므로
$f(224)=14$
2단계 $144<168<169$에서 $\sqrt{144}<\sqrt{168}<\sqrt{169}$이므로
$12<\sqrt{168}<13$
따라서 $\sqrt{168}$ 이하의 자연수는 1, 2, …, 12의 12개이므로
$f(168)=12$
3단계 $\therefore f(224)-f(168)=14-12=2$

채점 기준		
1단계	$f(224)$의 값 구하기	… 40 %
2단계	$f(168)$의 값 구하기	… 40 %
3단계	$f(224)-f(168)$의 값 구하기	… 20 %

45 $f(1)=f(2)=f(3)=1$,
$f(4)=f(5)=f(6)=f(7)=f(8)=2$,
$f(9)=f(10)=\cdots=f(15)=3$,
$f(16)=f(17)=\cdots=f(24)=4$,
$f(25)=f(26)=5$이므로
$f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(26)$
$=1\times 3+2\times 5+3\times 7+4\times 9+5\times 2=80$
따라서 자연수 x의 값은 26이다.

02 무리수와 실수

P. 17~18

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ④ **2** ㄴ, ㄷ **3** ③, ④ **4** ③ **5** 8

핵심 유형 문제

6 ⑤ **7** ③ **8** ⑤ **9** ④, ⑤ **10** ② **11** ③

1 순환소수가 아닌 무한소수는 무리수이다.
① $\sqrt{49}-1=7-1=6$ ⇨ 유리수
② $1.\dot{3}$ ⇨ 유리수
③ $\sqrt{0.81}=0.9$ ⇨ 유리수
⑤ $\frac{24}{4}=6$ ⇨ 유리수
따라서 무리수는 ④이다.

2 ㄱ. $\sqrt{16}=4$ ⇨ 유리수
ㄴ. $2\pi\times4=8\pi$ ⇨ 무리수
ㄷ. $\sqrt{5^2+2^2}=\sqrt{29}$ ⇨ 무리수
따라서 무리수인 것은 ㄴ, ㄷ이다.

3 ① 제곱근 5는 $\sqrt{5}$이다.
② $3=\sqrt{9}$이고 $5<9$이므로 $\sqrt{5}<3$ $\therefore -\sqrt{5}>-3$
④ $-\sqrt{5}$는 무리수이므로 순환소수가 아닌 무한소수로 나타내어진다.
⑤ $-\sqrt{5}$는 유리수가 아니므로 $\frac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$ 꼴로 나타낼 수 없다.
따라서 옳은 것은 ③, ④이다.

4 ㄱ. 무한소수 중 순환소수는 유리수이다.
ㄴ. 근호 안의 수가 어떤 유리수의 제곱이면 유리수이다.
따라서 옳은 것은 ㄷ, ㄹ이다.

5 $-\sqrt{0.09}(=-0.3)$, 3.14, $\frac{16}{4}(=4)$, $0.\dot{7}\dot{0}$ ⇨ 유리수
따라서 무리수는 $\sqrt{\frac{1}{2}}$, $-\sqrt{8}$의 2개이므로 $x=2$
실수는 $-\sqrt{0.09}$, $\sqrt{\frac{1}{2}}$, 3.14, $-\sqrt{8}$, $\frac{16}{4}$, $0.\dot{7}\dot{0}$의 6개이므로 $y=6$
$\therefore x+y=2+6=8$

6 ④ $\sqrt{49}=7$ ⇨ 유리수
⑤ 0.232232223… ⇨ 순환소수가 아닌 무한소수(무리수)
따라서 무리수인 것은 ⑤이다.

7 소수로 나타내었을 때 순환소수가 아닌 무한소수가 되는 것은 무리수이다.
$\sqrt{9}-\sqrt{4}=3-2=1$, $\sqrt{(-5)^2}=5$,
$\sqrt{0.\dot{4}}=\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$, $-\sqrt{100}=-10$ ⇨ 유리수
따라서 무리수는 $\sqrt{0.9}$, π, $-\frac{\sqrt{3}}{3}$, $\sqrt{2}+1$의 4개이다.

8 $\sqrt{a}$가 유리수이려면 a가 어떤 유리수의 제곱이어야 한다.
20 이하의 자연수 중에서 어떤 유리수의 제곱인 수는 $1(=1^2)$, $4(=2^2)$, $9(=3^2)$, $16(=4^2)$의 4개이다.
따라서 $\sqrt{a}$가 무리수가 되도록 하는 20 이하의 자연수 a는 $20-4=16$(개)

9 ① 0은 유리수이다.
유리수이면서 무리수인 수는 없다.
② 무리수는 순환소수가 아닌 무한소수로 나타내어진다.
③ 근호를 사용하여 나타낸 수가 모두 무리수인 것은 아니다.
$\sqrt{4}$는 근호를 사용하여 나타낸 수이지만 $\sqrt{4}=2$이므로 유리수이다.
④ 무한소수 중 순환소수는 유리수이다.
⑤ 넓이가 9인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{9}=3$이므로 무리수가 아니다.
따라서 옳은 것은 ④, ⑤이다.

10 □에 해당하는 수는 무리수이다.
① $\sqrt{\frac{9}{64}}=\frac{3}{8}$ ⇨ 유리수
② $\sqrt{0.02}$ ⇨ 무리수
③ $5-\sqrt{4}=5-2=3$ ⇨ 유리수
④ $\sqrt{0.16}=0.4$ ⇨ 유리수
⑤ $-\frac{2}{\sqrt{25}}=-\frac{2}{5}$ ⇨ 유리수
따라서 □에 해당하는 수는 ②이다.

11 유리수와 무리수를 통틀어 실수라 하고, 유리수이면서 무리수인 수는 없으므로 $a-b$의 값은 무리수의 개수와 같다.
$1.333\cdots=1.\dot{3}$, $\frac{3}{4}$, $-\sqrt{36}=-6$, $\sqrt{\frac{16}{81}}=\frac{4}{9}$, 0 ⇨ 유리수
따라서 무리수는 $-\sqrt{4.9}$, $\sqrt{0.001}$, $\sqrt{15}$의 3개이므로 $a-b=3$

다른 풀이
실수는 $1.333\cdots$, $\frac{3}{4}$, $-\sqrt{36}$, $-\sqrt{4.9}$, $\sqrt{0.001}$, $\sqrt{\frac{16}{81}}$, 0, $\sqrt{15}$의 8개이므로 $a=8$
유리수는 $1.333\cdots(=1.\dot{3})$, $\frac{3}{4}$, $-\sqrt{36}(=-6)$, $\sqrt{\frac{16}{81}}\left(=\frac{4}{9}\right)$, 0의 5개이므로 $b=5$
$\therefore a-b=8-5=3$

P. 19~25

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 P: $2-\sqrt{5}$, Q: $2+\sqrt{13}$, R: $9-\sqrt{8}$ **2** ④
3 ㄴ, ㄷ **4** ④ **5** a, b, c **6** ② **7** 1040
8 $4-\sqrt{10}$ **9** ①

핵심 유형 문제

10 A: $1-\sqrt{2}$, B: $1+\sqrt{2}$, C: $5-\sqrt{2}$, D: $4+\sqrt{2}$
11 ③ **12** ②, ⑤ **13** $-3+\sqrt{13}$ **14** 14
15 $3+4\pi$ **16** ② **17** ㄱ, ㄴ, ㄷ **18** ④
19 ⑤ **20** ③ **21** ② **22** ① **23** $c<a<b$
24 $3+\sqrt{6}$ **25** ③ **26** 점 B, 점 A, 점 C **27** ③
28 36 **29** ② **30** ④ **31** ② **32** 4
33 ③ **34** 4.351 **35** 5.683 **36** ③ **37** $\sqrt{7}$
38 ②

1 $\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$이므로
점 P에 대응하는 수는 $2-\sqrt{5}$
$\overline{AQ}=\overline{AD}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$이므로
점 Q에 대응하는 수는 $2+\sqrt{13}$
$\overline{FR}=\overline{FG}=\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}$이므로
점 R에 대응하는 수는 $9-\sqrt{8}$

2 ① $\overline{BC}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$
② $\square ABCD=(\sqrt{2})^2=2$
③ $\overline{EF}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$이므로
$\square DEFG=(\sqrt{10})^2=10$
④ $\overline{CP}=\overline{CB}=\sqrt{2}$이므로 $P(-3-\sqrt{2})$
⑤ $\overline{EQ}=\overline{EF}=\sqrt{10}$이므로 $Q(1+\sqrt{10})$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

3 ㄱ. $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
ㄹ. 수직선은 무리수에 대응하는 점만으로 완전히 메울 수 없다. 유리수와 무리수, 즉 실수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

4 ① $(\sqrt{2}+3)-4=\sqrt{2}-1>0$ $\therefore \sqrt{2}+3>4$
② $(5-\sqrt{3})-3=2-\sqrt{3}=\sqrt{4}-\sqrt{3}>0$ $\therefore 5-\sqrt{3}>3$
③ $\sqrt{6}<\sqrt{7}$이므로 양변에 2를 더하면
$\sqrt{6}+2<\sqrt{7}+2$
④ $3>\sqrt{5}$이므로 양변에서 $\sqrt{2}$를 빼면
$3-\sqrt{2}>\sqrt{5}-\sqrt{2}$, 즉 $3-\sqrt{2}>-\sqrt{2}+\sqrt{5}$
⑤ $4>\sqrt{8}$이므로 양변에 $\sqrt{3}$을 더하면
$4+\sqrt{3}>\sqrt{8}+\sqrt{3}$, 즉 $4+\sqrt{3}>\sqrt{3}+\sqrt{8}$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

5 $a-b=(\sqrt{13}+2)-(\sqrt{13}+\sqrt{5})=2-\sqrt{5}=\sqrt{4}-\sqrt{5}<0$
$\therefore a<b$
$b-c=(\sqrt{13}+\sqrt{5})-(4+\sqrt{5})=\sqrt{13}-4=\sqrt{13}-\sqrt{16}<0$
$\therefore b<c$
$\therefore a<b<c$
즉, 크기가 작은 것부터 차례로 나열하면 a, b, c이다.

6 $\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$이므로 $2<\sqrt{7}<3$ $\therefore -2<\sqrt{7}-4<-1$
따라서 $\sqrt{7}-4$에 대응하는 점은 점 B이다.

7 $\sqrt{71.4}=8.450$이므로 $x=8.450$
$\sqrt{74.1}=8.608$이므로 $y=74.1$
$\therefore 1000x-100y=1000\times 8.450-100\times 74.1$
$=8450-7410=1040$

8 $3<\sqrt{10}<4$이므로 $1<\sqrt{10}-2<2$
따라서 $\sqrt{10}-2$의 정수 부분은 1,
소수 부분은 $(\sqrt{10}-2)-1=\sqrt{10}-3$
즉, $a=1$, $b=\sqrt{10}-3$이므로
$a-b=1-(\sqrt{10}-3)=4-\sqrt{10}$

9 $2<\sqrt{6}<3$이므로 $-3<-\sqrt{6}<-2$
$\therefore -5<-2-\sqrt{6}<-4$
또 $1<\sqrt{3}<2$이므로 $3<2+\sqrt{3}<4$
따라서 $-2-\sqrt{6}$과 $2+\sqrt{3}$ 사이에 있는 모든 정수는
-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3이므로 그 합은 -4이다.

10 왼쪽 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로
두 점 A, B에 대응하는 수는 각각 $1-\sqrt{2}$, $1+\sqrt{2}$
오른쪽 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로
두 점 C, D에 대응하는 수는 각각 $5-\sqrt{2}$, $4+\sqrt{2}$

11 점 A~E에 대응하는 수는 각각 다음과 같다.
A: $-\sqrt{2}$, B: $-2+\sqrt{2}$, C: $-1+\sqrt{2}$, D: $2-\sqrt{2}$, E: $\sqrt{2}$
따라서 $-1+\sqrt{2}$에 대응하는 점은 C이다.

12 ① $\overline{AC}=\overline{BD}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$
② $\overline{CP}=\overline{CA}=\sqrt{2}$이므로 $P(-1-\sqrt{2})$
③, ④ $\overline{BQ}=\overline{BD}=\sqrt{2}$이므로 $Q(-2+\sqrt{2})$
⑤ $\overline{PB}=\overline{PC}-\overline{BC}=\sqrt{2}-1$
따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

13 $\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$이므로
점 A에 대응하는 수는 $-3+\sqrt{13}$

14 1단계 $\overline{AQ}=\overline{AC}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$이고
점 Q에 대응하는 수가 $4+\sqrt{10}$이므로
점 A에 대응하는 수는 4
2단계 $\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$이므로
점 P에 대응하는 수는 $4-\sqrt{10}$

3단계 따라서 $a=4$, $b=10$이므로
$a+b=4+10=14$

채점 기준		
1단계	점 A에 대응하는 수 구하기	… 40 %
2단계	점 P에 대응하는 수 구하기	… 40 %
3단계	$a+b$의 값 구하기	… 20 %

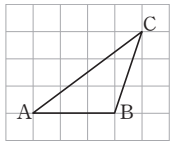
15 $\overline{AP}$의 길이는 원의 둘레의 길이와 같으므로
$\overline{AP}=2\pi\times\frac{4}{2}=4\pi$
따라서 점 P에 대응하는 수는 $3+4\pi$

16 ② 수직선은 유리수와 무리수, 즉 실수에 대응하는 점들로 완전히 메울 수 있다.

17 ㄱ. $1<\sqrt{2}<2<\sqrt{7}<3$이므로 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{7}$ 사이에 있는 정수는 2의 1개뿐이다.
ㄹ. 모든 무리수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

18 선우: 1과 $\sqrt{2}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
따라서 바르게 말한 학생은 지연, 창민이다.

19 오른쪽 그림과 같이 한 눈금의 길이가 1인 모눈종이 위에 △ABC를 그리면
$\overline{AB}=\boxed{3}$, $\overline{BC}=\sqrt{1^2+3^2}=\boxed{\sqrt{10}}$,
$\overline{CA}=\sqrt{4^2+3^2}=\boxed{5}$



이때 삼각형의 두 변의 길이의 합은 나머지 한 변의 길이보다 크므로 $\overline{AB}+\overline{BC}\ \boxed{>}\ \overline{CA}$
즉, $3+\sqrt{10}\ \boxed{>}\ 5$

20 ① $(\sqrt{7}-1)-2=\sqrt{7}-3=\sqrt{7}-\sqrt{9}<0$
$\therefore\ \sqrt{7}-1\ \boxed{<}\ 2$
② $\sqrt{2}<\sqrt{3}$이므로 양변에 $\sqrt{5}$를 더하면
$\sqrt{5}+\sqrt{2}\ \boxed{<}\ \sqrt{5}+\sqrt{3}$
③ $4>3$이므로 양변에서 $\sqrt{8}$을 빼면
$4-\sqrt{8}\ \boxed{>}\ 3-\sqrt{8}$
④ $(\sqrt{10}-3)-1=\sqrt{10}-4=\sqrt{10}-\sqrt{16}<0$
$\therefore\ \sqrt{10}-3\ \boxed{<}\ 1$
⑤ $\sqrt{\frac{1}{3}}>\sqrt{\frac{1}{4}}$에서 $-\sqrt{\frac{1}{3}}<-\sqrt{\frac{1}{4}}$이므로
양변에서 5를 빼면 $-\sqrt{\frac{1}{3}}-5\ \boxed{<}\ -\sqrt{\frac{1}{4}}-5$
따라서 부등호의 방향이 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.

21 ㄱ. $(\sqrt{3}+4)-6=\sqrt{3}-2=\sqrt{3}-\sqrt{4}<0$
$\therefore\ \sqrt{3}+4<6$
ㄴ. $\sqrt{2}<\sqrt{5}$이므로 양변에 2를 더하면
$2+\sqrt{2}<2+\sqrt{5}$
ㄷ. $3>\sqrt{8}$에서 $-3<-\sqrt{8}$이므로 양변에 $\sqrt{10}$을 더하면
$\sqrt{10}-3<\sqrt{10}-\sqrt{8}$
ㄹ. $\sqrt{\frac{1}{7}}<\sqrt{\frac{1}{6}}$에서 $-\sqrt{\frac{1}{7}}>-\sqrt{\frac{1}{6}}$이므로
양변에 3을 더하면 $3-\sqrt{\frac{1}{7}}>3-\sqrt{\frac{1}{6}}$
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

22 $a-b=(3-\sqrt{2})-2=1-\sqrt{2}<0$
$\therefore\ a<b$
$b-c=2-\sqrt{10}=\sqrt{4}-\sqrt{10}<0$
$\therefore\ b<c$
$\therefore\ a<b<c$

23 1단계 $a=\sqrt{5}+2$, $b=\sqrt{5}+\sqrt{7}$에서
$2<\sqrt{7}$이므로 양변에 $\sqrt{5}$를 더하면 $\sqrt{5}+2<\sqrt{5}+\sqrt{7}$
$\therefore\ a<b$
2단계 $a-c=(\sqrt{5}+2)-3$
$=\sqrt{5}-1=\sqrt{5}-\sqrt{1}>0$
$\therefore\ a>c$
3단계 $\therefore\ c<a<b$

채점 기준		
1단계	a, b의 대소 비교하기	… 40 %
2단계	a, c의 대소 비교하기	… 40 %
3단계	a, b, c의 대소 비교하기	… 20 %

24 $-1-\sqrt{6}$은 음수이고 $\sqrt{3}+\sqrt{6}$, $3+\sqrt{6}$, 7은 양수이다.
$\sqrt{3}+\sqrt{6}$, $3+\sqrt{6}$에서
$\sqrt{3}<3$이므로 양변에 $\sqrt{6}$을 더하면 $\sqrt{3}+\sqrt{6}<3+\sqrt{6}$
또 $(3+\sqrt{6})-7=\sqrt{6}-4=\sqrt{6}-\sqrt{16}<0$이므로
$3+\sqrt{6}<7$
따라서 크기가 큰 것부터 차례로 나열하면
7, $3+\sqrt{6}$, $\sqrt{3}+\sqrt{6}$, $-1-\sqrt{6}$
이므로 두 번째에 오는 수는 $3+\sqrt{6}$이다.

25 $\sqrt{49}<\sqrt{50}<\sqrt{64}$이므로 $7<\sqrt{50}<8$
따라서 $\sqrt{50}$에 대응하는 점이 있는 구간은 ③이다.

26 $\sqrt{4}<\sqrt{8}<\sqrt{9}$이므로 $2<\sqrt{8}<3$ ⇨ 점 B
$\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$이므로 $1<\sqrt{3}<2$
$-2<-\sqrt{3}<-1$
$\therefore\ -1<1-\sqrt{3}<0$ ⇨ 점 A
$\sqrt{4}<\sqrt{6}<\sqrt{9}$이므로 $2<\sqrt{6}<3$
$\therefore\ 3<\sqrt{6}+1<4$ ⇨ 점 C
따라서 $\sqrt{8}$, $1-\sqrt{3}$, $\sqrt{6}+1$에 대응하는 점은 차례로 점 B, 점 A, 점 C이다.

27 ① $\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$이므로 $1<\sqrt{3}<2$
$\therefore -4<-5+\sqrt{3}<-3$ ⇨ 점 A
② $\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$이므로 $1<\sqrt{3}<2$
$\therefore -2<-\sqrt{3}<-1$ ⇨ 점 B
③ $\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4}$이므로 $1<\sqrt{2}<2$
$\therefore 0<-1+\sqrt{2}<1$
④ $\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$이므로 $3<\sqrt{10}<4$
$\therefore 2<-1+\sqrt{10}<3$ ⇨ 점 D
⑤ $\sqrt{4}<\sqrt{6}<\sqrt{9}$이므로 $2<\sqrt{6}<3$
$\therefore 4<2+\sqrt{6}<5$ ⇨ 점 E
따라서 주어진 수에 대응하는 점이 바르게 짝 지어지지 않은 것은 ③이다.

28 $\sqrt{41}+\sqrt{144}=\sqrt{41}+12$
이때 $\sqrt{36}<\sqrt{41}<\sqrt{49}$, 즉 $6<\sqrt{41}<7$이므로
$18<\sqrt{41}+12<19$
따라서 수직선에서 $\sqrt{41}+\sqrt{144}$에 대응하는 점은 두 정수 18, 19에 각각 대응하는 두 점 사이에 있으므로
$n=18$ $\therefore 2n=2\times18=36$

29 $3=\sqrt{9}$, $4=\sqrt{16}$이므로 3과 4 사이에 있는 수는
$\sqrt{15}$, $\sqrt{9.8}$, $\sqrt{\frac{41}{3}}$의 3개이다.

30 $\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$이므로 $2<\sqrt{5}<3$이고
$\sqrt{16}<\sqrt{18}<\sqrt{25}$이므로 $4<\sqrt{18}<5$이다.
① $\pi=3.14\cdots$이므로 $\sqrt{5}<\pi<\sqrt{18}$
② $\sqrt{5}+0.1<3.1$이므로 $\sqrt{5}<\sqrt{5}+0.1<\sqrt{18}$
③ $\sqrt{5}<\sqrt{10}<\sqrt{18}$
④ $2<\sqrt{5}<3$이므로
$-1<\sqrt{5}-3<0$, $-\frac{1}{2}<\frac{\sqrt{5}-3}{2}<0$
$\therefore \frac{\sqrt{5}-3}{2}<\sqrt{5}$
⑤ $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{18}}{2}$은 $\sqrt{5}$와 $\sqrt{18}$의 평균이므로
$\sqrt{5}<\frac{\sqrt{5}+\sqrt{18}}{2}<\sqrt{18}$
따라서 $\sqrt{5}$와 $\sqrt{18}$ 사이에 있는 수가 아닌 것은 ④이다.

31 $\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$이므로 $1<\sqrt{3}<2$이고
$\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$이므로 $3<\sqrt{10}<4$이다.
① $\sqrt{3}+0.5<2.5$이므로 $\sqrt{3}<\sqrt{3}+0.5<\sqrt{10}$
② $-4<-\sqrt{10}<-3$이므로 $0<4-\sqrt{10}<1$
$\therefore 4-\sqrt{10}<\sqrt{3}$
③ $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{10}}{2}$은 $\sqrt{3}$과 $\sqrt{10}$의 평균이므로
$\sqrt{3}<\frac{\sqrt{3}+\sqrt{10}}{2}<\sqrt{10}$
④ $\sqrt{3}$과 $\sqrt{10}$ 사이에 있는 정수는 2, 3의 2개이다.
따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

32 1단계 $\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$이므로 $2<\sqrt{7}<3$
$-3<-\sqrt{7}<-2$ $\therefore -1<2-\sqrt{7}<0$
2단계 $\sqrt{4}<\sqrt{6}<\sqrt{9}$이므로 $2<\sqrt{6}<3$
$\therefore 3<1+\sqrt{6}<4$
3단계 따라서 $2-\sqrt{7}$과 $1+\sqrt{6}$ 사이에 있는 정수는 0, 1, 2, 3의 4개이다.

채점 기준		
1단계	$2-\sqrt{7}$의 값의 범위 구하기	… 40 %
2단계	$1+\sqrt{6}$의 값의 범위 구하기	… 40 %
3단계	두 수 $2-\sqrt{7}$과 $1+\sqrt{6}$ 사이에 있는 정수의 개수 구하기	… 20 %

33 $1<\sqrt{3}<2$이므로 $a+1<a+\sqrt{3}<a+2$
즉, $a+\sqrt{3}$보다 큰 정수 중 가장 작은 수는 $a+2$이다.
이때 주어진 부등식을 만족시키는 정수 n이 4개이므로
$n=a+2$, $a+3$, $a+4$, $a+5$
또 $-2<-\sqrt{3}<-1$이므로 $b-2<b-\sqrt{3}<b-1$
즉, $b-\sqrt{3}$보다 작은 정수 중 가장 큰 수는 $b-2$이다.
따라서 $a+5=b-2$이어야 하므로
$b-a=5+2=7$

34 $\sqrt{4.65}=2.156$이므로 $a=2.156$
$\sqrt{4.82}=2.195$이므로 $b=2.195$
$\therefore a+b=2.156+2.195=4.351$

35 $\sqrt{31.2}=5.586$이므로 $a=31.2$
$\sqrt{33.4}=5.779$이므로 $b=33.4$
$\therefore \sqrt{\frac{a+b}{2}}=\sqrt{\frac{31.2+33.4}{2}}=\sqrt{32.3}=5.683$

36 $1<\sqrt{3}<2$이므로
$\sqrt{3}$의 정수 부분은 1, 소수 부분은 $\sqrt{3}-1$
즉, $a=1$, $b=\sqrt{3}-1$이므로
$2a+b=2\times1+(\sqrt{3}-1)=1+\sqrt{3}$

37 1단계 $2<\sqrt{7}<3$이므로 $-3<-\sqrt{7}<-2$
$\therefore 2<5-\sqrt{7}<3$
따라서 $5-\sqrt{7}$의 정수 부분은 2이므로
$a=2$
2단계 $7<5+\sqrt{7}<8$이므로
$5+\sqrt{7}$의 정수 부분은 7,
소수 부분은 $(5+\sqrt{7})-7=\sqrt{7}-2$
즉, $b=\sqrt{7}-2$
3단계 $\therefore a+b=2+(\sqrt{7}-2)=\sqrt{7}$

채점 기준		
1단계	a의 값 구하기	… 40 %
2단계	b의 값 구하기	… 40 %
3단계	$a+b$의 값 구하기	… 20 %

38 $2<\sqrt{5}<3$이므로
$\sqrt{5}$의 정수 부분은 2, 소수 부분은 $\sqrt{5}-2$
즉, $a=\sqrt{5}-2$ $\therefore \sqrt{5}=a+2$ … ㉠
$-3<-\sqrt{5}<-2$이므로 $2<5-\sqrt{5}<3$
따라서 $5-\sqrt{5}$의 정수 부분은 2이므로 소수 부분은
$(5-\sqrt{5})-2=3-\sqrt{5}$
$=3-(a+2)$ ($\because$ ㉠)
$=1-a$

실력 UP 문제 P. 26

1-1 $\sqrt{35}$ cm **1-2** $\frac{15}{4}$
2-1 21 **2-2** 48
3-1 202 **3-2** 90

1-1 조건 (가)에서 색종이 A의 한 변의 길이는 $\sqrt{9}=3$(cm)
조건 (나)에서 색종이 B의 한 변의 길이는 $3\times\frac{5}{3}=5$(cm)이므로 넓이는 $5^2=25$(cm^2)
따라서 조건 (다)에서 색종이 C의 넓이는 $25\times\frac{7}{5}=35$(cm^2)
이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{35}$ cm이다.

1-2 조건 (가)에서 색종이 A의 한 변의 길이는 $\sqrt{4}=2$(cm)
조건 (나)에서 색종이 B의 한 변의 길이는 $2\times\frac{3}{2}=3$(cm)이므로 넓이는 $3^2=9$(cm^2)
따라서 조건 (다)에서 색종이 C의 넓이는 $9\times\frac{5}{3}=15$(cm^2)
이므로 색종이 A의 넓이의 $15\times\frac{1}{4}=\frac{15}{4}$(배)이다.
$\therefore x=\frac{15}{4}$

2-1 $\sqrt{71-a}-\sqrt{b+13}$을 계산한 결과가 가장 큰 자연수가 되려면 $\sqrt{71-a}$는 가장 큰 자연수, $\sqrt{b+13}$은 가장 작은 자연수이어야 한다.
$\sqrt{71-a}$가 가장 큰 자연수가 되려면 $71-a$는 71보다 작은 (자연수)^2 꼴의 수 중에서 가장 큰 수이어야 하므로
$71-a=64$ $\therefore a=7$
$\sqrt{b+13}$이 가장 작은 자연수가 되려면 $b+13$은 13보다 큰 (자연수)^2 꼴의 수 중에서 가장 작은 수이어야 하므로
$b+13=16$ $\therefore b=3$
$\therefore ab=7\times3=21$

2-2 $\sqrt{81+a}-\sqrt{225-b}$를 계산한 결과가 가장 작은 정수가 되려면 $\sqrt{81+a}$는 가장 작은 정수, $\sqrt{225-b}$는 가장 큰 정수이어야 한다.
$\sqrt{81+a}$가 가장 작은 정수가 되려면 $81+a$는 81보다 큰 (자연수)^2 꼴의 수 중에서 가장 작은 수이어야 하므로
$81+a=100$ $\therefore a=19$
$\sqrt{225-b}$가 가장 큰 정수가 되려면 $225-b$는 225보다 작은 (자연수)^2 꼴의 수 중에서 가장 큰 수이어야 하므로
$225-b=196$ $\therefore b=29$
$\therefore a+b=19+29=48$
주의 a, b가 자연수이므로 $81+a=81$, $225-b=225$일 수 없다.
따라서 $81+a=100$, $225-b=196$이어야 한다.

3-1 무리수에 대응하는 점은
1과 2($=\sqrt{4}$) 사이에 $4-1-1=2$(개) ⇨ (2×1)개
2($=\sqrt{4}$)와 3($=\sqrt{9}$) 사이에 $9-4-1=4$(개) ⇨ (2×2)개
3($=\sqrt{9}$)과 4($=\sqrt{16}$) 사이에 $16-9-1=6$(개) ⇨ (2×3)개
⋮
이므로 n과 $n+1$ 사이에는 $2n$개이다.
따라서 101과 102 사이에 있는 자연수의 양의 제곱근 중 무리수에 대응하는 점의 개수는
$2\times101=202$(개)
다른 풀이
$101=\sqrt{101^2}=\sqrt{10201}$, $102=\sqrt{102^2}=\sqrt{10404}$
이므로 구하는 점의 개수는
$10404-10201-1=202$(개)

3-2 순환소수가 아닌 무한소수는 무리수이므로 무리수에 대응하는 점은
1과 2($=\sqrt{4}$) 사이에 $4-1-1=2$(개) ⇨ (2×1)개
2($=\sqrt{4}$)와 3($=\sqrt{9}$) 사이에 $9-4-1=4$(개) ⇨ (2×2)개
3($=\sqrt{9}$)과 4($=\sqrt{16}$) 사이에 $16-9-1=6$(개) ⇨ (2×3)개
⋮
이므로 n과 $n+1$ 사이에는 $2n$개이다.
이때 100번째 점에 대응하는 수는 $\sqrt{100}=10$이므로 9와 10 사이에 있는 자연수의 양의 제곱근 중 무리수에 대응하는 점의 개수는 $2\times9=18$(개)
따라서 구하는 점의 개수는
$2(1+2+3+\cdots+9)=2\times45=90$(개)

실전 테스트 P. 27~29

1 ④ **2** 5 **3** $\sqrt{6}$ cm **4** ⑤ **5** ③
6 ② **7** ② **8** $a-b$ **9** 55 **10** 176 m^2
11 30 **12** 9 **13** ④ **14** ㄱ, ㄴ, ㄹ
15 ④ **16** ① **17** 7 **18** $\sqrt{3}-7$ **19** ②
20 ⑤

1 x가 양수 a의 제곱근이므로 $x^2=a$ 또는 $x=\pm\sqrt{a}$이다.

2 $\sqrt{81}=9$의 양의 제곱근은 3이므로 $a=3$
$(-\sqrt{4})^2=4$의 음의 제곱근은 -2이므로 $b=-2$
$\therefore a-b=3-(-2)=5$

3 처음 정사각형의 넓이는 $48\,\text{cm}^2$이고, 정사각형을 한 번 접으면 그 넓이는 전 단계 정사각형의 넓이의 $\frac{1}{2}$이 되므로
[1단계]~[3단계]에서 생기는 정사각형의 넓이는 각각 다음과 같다.
[1단계] $48\times\frac{1}{2}=24(\text{cm}^2)$, [2단계] $24\times\frac{1}{2}=12(\text{cm}^2)$
[3단계] $12\times\frac{1}{2}=6(\text{cm}^2)$
따라서 [3단계]에서 생기는 정사각형의 한 변의 길이를 $x\,\text{cm}$라고 하면 $x^2=6$
이때 $x>0$이므로 $x=\sqrt{6}$
따라서 [3단계]에서 생기는 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{6}\,\text{cm}$이다.

4 ① -1은 음수이므로 제곱근이 없다.
② 제곱근 4는 $\sqrt{4}=2$이다.
③ $\sqrt{25}=5$의 제곱근은 $\pm\sqrt{5}$이고, 제곱근 5는 $\sqrt{5}$이다.
④ $(-6)^2=36$의 제곱근은 ±6이다.
⑤ $\sqrt{(-7)^2}=7$의 제곱근은 $\pm\sqrt{7}$이다.
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

5 $\underbrace{\sqrt{1+3}}_{2\text{개}}=\sqrt{4}=\sqrt{2^2}=2$
$\underbrace{\sqrt{1+3+5}}_{3\text{개}}=\sqrt{9}=\sqrt{3^2}=3$
$\underbrace{\sqrt{1+3+5+7}}_{4\text{개}}=\sqrt{16}=\sqrt{4^2}=4$
⋮
$\therefore \underbrace{\sqrt{1+3+5+7+\cdots+17+19}}_{10\text{개}}=\sqrt{10^2}=10$

다른 풀이
$\sqrt{1+3+5+7+\cdots+17+19}$
$=\sqrt{(1+19)+(3+17)+\cdots+(9+11)}$
$=\sqrt{20\times5}=\sqrt{100}=10$

6 $-\sqrt{225}\div\sqrt{(-3)^2}+\sqrt{\frac{1}{16}}\times(-\sqrt{8})^2$
$=-15\div3+\frac{1}{4}\times8=-3$

7 ㄱ. $x<-1$이면 $x+1<0$, $x-1<0$이므로
$A=-(x+1)-\{-(x-1)\}$
$=-x-1+x-1=-2$
ㄴ. $-1<x<1$이면 $x+1>0$, $x-1<0$이므로
$A=x+1-\{-(x-1)\}$
$=x+1+x-1=2x$
ㄷ. $x>1$이면 $x+1>0$, $x-1>0$이므로
$A=x+1-(x-1)$
$=x+1-x+1=2$
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

8 $ab<0$에서 a, b는 서로 다른 부호이고
$a-b>0$에서 $a>b$이므로 $a>0$, $b<0$이다.
이때 $-2a<0$, $2b-a<0$, $3b<0$이므로
$\sqrt{(-2a)^2}-\sqrt{(2b-a)^2}+\sqrt{9b^2}$
$=\sqrt{(-2a)^2}-\sqrt{(2b-a)^2}+\sqrt{(3b)^2}$
$=-(-2a)-\{-(2b-a)\}+(-3b)$
$=2a+2b-a-3b=a-b$

9 $a+b=48k$(k는 상수)라고 하면 $\sqrt{a+b}=\sqrt{48k}$
$\sqrt{48k}=\sqrt{2^4\times3\times k}$가 자연수가 되려면
$k=3\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
즉, $a+b=48k=144\times(\text{자연수})^2$이고, a, b는 두 자리의 자연수이므로 $a+b=144$이어야 한다.
따라서 이를 만족시키는 두 자리의 자연수 a, b의 순서쌍 (a, b)는 $(45, 99)$, $(46, 98)$, $(47, 97)$, …, $(99, 45)$의 55개이다.

10 정사각형 A의 한 변의 길이는 $\sqrt{20x}\,\text{m}$
이때 $\sqrt{20x}=\sqrt{2^2\times5\times x}$가 자연수가 되려면
$x=5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 하므로
$x=5, 20, 45, 80, 125, \ldots$ … ㉠
정사각형 B의 한 변의 길이는 $\sqrt{109-x}\,\text{m}$
이때 $\sqrt{109-x}$가 자연수가 되려면 $109-x$는 109보다 작은 $(\text{자연수})^2$ 꼴인 수이어야 하므로
$109-x=1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100$
$\therefore x=108, 105, 100, 93, 84, 73, 60, 45, 28, 9$ … ㉡
㉠, ㉡을 모두 만족시키는 x의 값은 45이므로
정사각형 A의 한 변의 길이는
$\sqrt{20x}=\sqrt{20\times45}=\sqrt{900}=30(\text{m})$
정사각형 B의 한 변의 길이는
$\sqrt{109-x}=\sqrt{109-45}=\sqrt{64}=8(\text{m})$
$\therefore$ (직사각형 C의 넓이)$=8\times(30-8)=176(\text{m}^2)$

11 1단계 주어진 수 중 음수는 $-\sqrt{5}$, -3, $-\sqrt{11}$이고
$5<9<11$이므로 $\sqrt{5}<3<\sqrt{11}$
$-\sqrt{11}<-3<-\sqrt{5}$ $\therefore a=-\sqrt{11}$
2단계 양수는 $\sqrt{19}$, $\sqrt{(-4)^2}$, $\sqrt{\frac{7}{2}}$이고
$\frac{7}{2}<16<19$이므로 $\sqrt{\frac{7}{2}}<\sqrt{(-4)^2}<\sqrt{19}$
$\therefore b=\sqrt{19}$

3단계 $\therefore a^2+b^2=(-\sqrt{11})^2+(\sqrt{19})^2$
$=11+19=30$

채점 기준		
1단계	a의 값 구하기	… 40 %
2단계	b의 값 구하기	… 40 %
3단계	a^2+b^2의 값 구하기	… 20 %

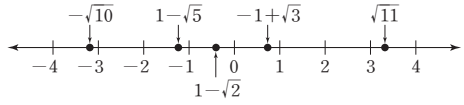
12 $5<\sqrt{3x}\le 6$에서 $\sqrt{25}<\sqrt{3x}\le\sqrt{36}$이므로
$25<3x\le 36$ $\therefore \frac{25}{3}\left(=8\frac{1}{3}\right)<x\le 12$
$\therefore x=9, 10, 11, 12$ … ㉠
$\sqrt{45}\le x<\sqrt{90}$에서 $\sqrt{45}\le\sqrt{x^2}<\sqrt{90}$이므로
$45\le x^2<90$
이때 x는 자연수이므로 $x^2=49, 64, 81$
$\therefore x=7, 8, 9$ … ㉡
따라서 ㉠, ㉡에 의해 두 부등식을 동시에 만족시키는 자연수 x의 값은 9이다.

13 □에 해당하는 수는 무리수이다.
① 0.1 ⇨ 유리수, $\sqrt{2}$ ⇨ 무리수
② $-\sqrt{16}=-4$ ⇨ 유리수, π ⇨ 무리수
③ $\sqrt{1.\dot{7}}=\sqrt{\frac{16}{9}}=\frac{4}{3}$, $\sqrt{(-5)^2}=5$ ⇨ 유리수
⑤ $\sqrt{\frac{1}{36}}=\frac{1}{6}$ ⇨ 유리수, 2π ⇨ 무리수
따라서 무리수로만 짝 지어진 것은 ④이다.

14 ㄱ. $\overline{EF}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$
ㄴ. $\overline{AP}=\overline{AD}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$이므로
점 P에 대응하는 수는 $1-\sqrt{10}$
ㄷ. $\overline{EQ}=\overline{EF}=\sqrt{2}$이므로
점 Q에 대응하는 수는 $5+\sqrt{2}$
ㄹ. $1-\sqrt{10}$과 $5+\sqrt{2}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.

15 ① $(\sqrt{3}+1)-2=\sqrt{3}-1>0$
$\therefore \sqrt{3}+1>2$
② $(\sqrt{13}+2)-6=\sqrt{13}-4=\sqrt{13}-\sqrt{16}<0$
$\therefore \sqrt{13}+2<6$
③ $\sqrt{\frac{1}{5}}>\sqrt{\frac{1}{6}}$이므로 $-\sqrt{\frac{1}{5}}<-\sqrt{\frac{1}{6}}$
양변에 7을 더하면
$7-\sqrt{\frac{1}{5}}<7-\sqrt{\frac{1}{6}}$
④ $4>\sqrt{15}$이므로 양변에 $\sqrt{3}$을 더하면
$\sqrt{3}+4>\sqrt{3}+\sqrt{15}$
⑤ $\sqrt{10}<\sqrt{11}$이므로 양변에 $\sqrt{6}$을 더하면
$\sqrt{6}+\sqrt{10}<\sqrt{6}+\sqrt{11}$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

16 (i) $\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$이므로 $2<\sqrt{5}<3$
$-3<-\sqrt{5}<-2$ $\therefore -2<1-\sqrt{5}<-1$
(ii) $\sqrt{9}<\sqrt{11}<\sqrt{16}$이므로 $3<\sqrt{11}<4$
(iii) $\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4}$이므로 $1<\sqrt{2}<2$
$-2<-\sqrt{2}<-1$ $\therefore -1<1-\sqrt{2}<0$
(iv) $\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$이므로 $3<\sqrt{10}<4$
$\therefore -4<-\sqrt{10}<-3$
(v) $\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$이므로 $1<\sqrt{3}<2$
$\therefore 0<-1+\sqrt{3}<1$
(i)~(v)에 의해 주어진 수를 수직선 위의 점에 각각 대응시키면 다음 그림과 같다.

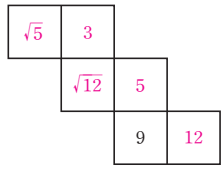


따라서 왼쪽에서 두 번째에 위치하는 수는 $1-\sqrt{5}$이다.

17 $2<\sqrt{5}<3$이므로 $-3<-\sqrt{5}<-2$
$\therefore -6<-3-\sqrt{5}<-5$
$1<\sqrt{3}<2$이므로 $-2<-\sqrt{3}<-1$
$\therefore 1<3-\sqrt{3}<2$
따라서 $-3-\sqrt{5}$와 $3-\sqrt{3}$ 사이에 있는 정수는 -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1의 7개이다.

18 $1<\sqrt{3}<2$에서 $6<5+\sqrt{3}<7$이므로
$5+\sqrt{3}$의 정수 부분은 6,
소수 부분은 $(5+\sqrt{3})-6=\sqrt{3}-1$
즉, $a=6$, $b=\sqrt{3}-1$이므로
$b-a=(\sqrt{3}-1)-6=\sqrt{3}-7$

19 $9<$ ㉤이므로 ㉤에 적힌 수는 12이고,
㉤과 마주 보는 면이 ㉢이므로 ㉢에 적힌 수는 $\sqrt{12}$이다.
참고 정육면체의 전개도에서 각 면에 적힌 수는 오른쪽 그림과 같다.



20 $5\le\sqrt{x^2+y^2}<6$이므로 $25\le x^2+y^2<36$
x, y가 자연수이므로 부등식을 만족시키는 x, y의 값을 순서쌍 (x, y)로 나타내면
$(1, 5)$, $(2, 5)$, $(3, 4)$, $(3, 5)$, $(4, 3)$, $(4, 4)$,
$(5, 1)$, $(5, 2)$, $(5, 3)$
이때 $x+y$의 값은 6, 7, 8이므로 가장 큰 값은 8이다.

01 근호를 포함한 식의 곱셈과 나눗셈

P. 33~36

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ④ **2** 60 **3** 12 **4** ② **5** $\frac{1}{5}ab$

핵심 유형 문제

6 ⑤ **7** $-20\sqrt{6}$ **8** ② **9** 4 **10** ④
11 16 **12** $\sqrt{3}$ **13** ⑤ **14** 6 **15** 21
16 ① **17** ④ **18** ③ **19** 2 **20** ㄴ, ㄹ
21 18.2504 **22** 857 **23** ④ **24** ②
25 ④ **26** ④

1 ① $\sqrt{2}\sqrt{14}=\sqrt{28}=\sqrt{2^2\times7}=2\sqrt{7}$
② $-\sqrt{8}\times\sqrt{3}=-\sqrt{24}=-\sqrt{2^2\times2\times3}=-2\sqrt{6}$
③ $2\sqrt{10}\div\sqrt{5}=\frac{2\sqrt{10}}{\sqrt{5}}=2\sqrt{2}$
⑤ $\sqrt{0.48}=\sqrt{\frac{48}{100}}=\sqrt{\frac{12}{25}}=\sqrt{\frac{2^2\times3}{5^2}}=\frac{\sqrt{2^2\times3}}{\sqrt{5^2}}=\frac{2\sqrt{3}}{5}$
따라서 옳은 것은 ④이다.

2 $\sqrt{126}=\sqrt{3^2\times14}=3\sqrt{14}$이므로 $a=3$
$3\sqrt{7}=\sqrt{3^2\times7}=\sqrt{63}$이므로 $b=63$
$\therefore b-a=63-3=60$

3 $\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{4}\times\sqrt{5}\times\sqrt{6}\times\sqrt{7}=\sqrt{2\times3\times2^2\times5\times(2\times3)\times7}$
$=\sqrt{2^2\times2^2\times3^2\times5\times7}$
$=(2\times2\times3)\times\sqrt{5\times7}=12\sqrt{35}$
$\therefore a=12$

4 ① $\sqrt{57200}=\sqrt{5.72\times10000}=100\sqrt{5.72}$
$=100\times2.392=239.2$
② $\sqrt{5720}=\sqrt{57.2\times100}=10\sqrt{57.2}$
$=10\times7.563=75.63$
③ $\sqrt{0.572}=\sqrt{\frac{57.2}{100}}=\frac{\sqrt{57.2}}{10}=\frac{7.563}{10}=0.7563$
④ $\sqrt{0.00572}=\sqrt{\frac{57.2}{10000}}=\frac{\sqrt{57.2}}{100}=\frac{7.563}{100}=0.07563$
⑤ $\sqrt{0.000572}=\sqrt{\frac{5.72}{10000}}=\frac{\sqrt{5.72}}{100}=\frac{2.392}{100}=0.02392$
따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

5 $\sqrt{0.84}=\sqrt{\frac{84}{100}}=\sqrt{\frac{2^2\times3\times7}{10^2}}$
$=\frac{2\sqrt{3\times7}}{10}=\frac{1}{5}\sqrt{3\times7}=\frac{1}{5}ab$

6 ② $(-\sqrt{3})\times(-\sqrt{12})=\sqrt{3\times12}=\sqrt{36}=6$
⑤ $5\sqrt{3}\times2\sqrt{7}=(5\times2)\sqrt{3\times7}=10\sqrt{21}$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

7 $5\sqrt{2}\times4\sqrt{5}\times\left(-\sqrt{\frac{3}{5}}\right)=-20\sqrt{2\times5\times\frac{3}{5}}=-20\sqrt{6}$

8 $2\sqrt{3}\times3\sqrt{2}\times\sqrt{a}=6\sqrt{3\times2\times a}=6\sqrt{6a}$이므로
$6a=42$ $\therefore a=7$

9 $\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{a}\times\sqrt{12}\times\sqrt{2a}=\sqrt{2\times3\times a\times12\times2a}$
$=\sqrt{(12a)^2}=12a$ ($\because a>0$)
이므로 $12a=48$ $\therefore a=4$

10 ④ $(-\sqrt{45})\div\sqrt{5}=-\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}}=-\sqrt{\frac{45}{5}}$
$=-\sqrt{9}=-3$

11 $\frac{\sqrt{70}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{70}{5}}=\sqrt{14}$이므로 $a=14$
$\frac{\sqrt{35}}{\sqrt{20}}\div\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{8}}=\frac{\sqrt{35}}{\sqrt{20}}\times\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{7}}=\sqrt{\frac{35}{20}\times\frac{8}{7}}=\sqrt{2}$이므로 $b=2$
$\therefore a+b=14+2=16$

12 $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{2}}\div\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{6}}\div\sqrt{\frac{18}{24}}=\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{2}}\div\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{6}}\div\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{24}}$
$=\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{20}}\times\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{18}}$
$=\sqrt{\frac{15}{2}\times\frac{6}{20}\times\frac{24}{18}}=\sqrt{3}$

13 $3x\div\frac{1}{x}=3\sqrt{3}\div\frac{1}{\sqrt{3}}=3\sqrt{3}\times\sqrt{3}=9$
따라서 $3x$는 $\frac{1}{x}$의 9배이다.

14 $6\sqrt{3}=\sqrt{6^2\times3}=\sqrt{108}$이므로 $a=108$
$\sqrt{135}=\sqrt{3^2\times15}=3\sqrt{15}$이므로 $b=3$
$\therefore\sqrt{\frac{a}{b}}=\sqrt{\frac{108}{3}}=\sqrt{36}=\sqrt{6^2}=6$

15 1단계 $\sqrt{20+3a}=7\sqrt{2}$에서
$\sqrt{20+3a}=\sqrt{7^2\times2}=\sqrt{98}$이므로
$20+3a=98$, $3a=78$
$\therefore a=26$
2단계 $3\sqrt{30-2b}=6\sqrt{5}$에서
$\sqrt{30-2b}=2\sqrt{5}=\sqrt{2^2\times5}=\sqrt{20}$이므로
$30-2b=20$, $2b=10$
$\therefore b=5$
3단계 $\therefore a-b=26-5=21$

채점 기준		
1단계	a의 값 구하기	… 40 %
2단계	b의 값 구하기	… 40 %
3단계	$a-b$의 값 구하기	… 20 %

16 $\sqrt{\frac{h}{4.9}}$에 $h=245$를 대입하면

$\sqrt{\frac{245}{4.9}}=\sqrt{\frac{2450}{49}}=\sqrt{50}=\sqrt{5^2\times 2}=5\sqrt{2}$

따라서 먹이가 지면에 닿을 때까지 걸리는 시간은 $5\sqrt{2}$초이다.

17 ㄱ. $\sqrt{\frac{7}{25}}=\sqrt{\frac{7}{5^2}}=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5^2}}=\frac{\sqrt{7}}{5}$

ㄴ. $\sqrt{\frac{3}{100}}=\sqrt{\frac{3}{10^2}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10^2}}=\frac{\sqrt{3}}{10}$

ㄷ. $\sqrt{\frac{28}{18}}=\sqrt{\frac{14}{9}}=\sqrt{\frac{14}{3^2}}=\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{3^2}}=\frac{\sqrt{14}}{3}$

ㄹ. $\sqrt{0.24}=\sqrt{\frac{24}{100}}=\sqrt{\frac{6}{25}}=\sqrt{\frac{6}{5^2}}=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5^2}}=\frac{\sqrt{6}}{5}$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.

18 $\sqrt{0.005}=\sqrt{\frac{50}{10000}}=\frac{\sqrt{50}}{100}=\frac{5\sqrt{2}}{100}=\frac{\sqrt{2}}{20}$

$\therefore k=\frac{1}{20}$

19 $\frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{18}}=\sqrt{\frac{3}{18}}=\sqrt{\frac{1}{6}}$이므로 $a=\frac{1}{6}$

$\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{20}}=\sqrt{\frac{2}{20}}=\sqrt{\frac{1}{10}}$이므로 $b=\frac{1}{10}$

$\therefore 6a+10b=6\times\frac{1}{6}+10\times\frac{1}{10}=2$

20 ㄱ. $\sqrt{0.034}=\sqrt{\frac{3.4}{100}}=\frac{\sqrt{3.4}}{10}=\frac{1.844}{10}=0.1844$

ㄴ. $\sqrt{0.34}=\sqrt{\frac{34}{100}}=\frac{\sqrt{34}}{10}$

ㄷ. $\sqrt{340}=\sqrt{3.4\times 100}=10\sqrt{3.4}$
$=10\times 1.844=18.44$

ㄹ. $\sqrt{3400}=\sqrt{34\times 100}=10\sqrt{34}$

따라서 $\sqrt{3.4}$의 값을 이용하여 그 값을 구할 수 없는 것은 ㄴ, ㄹ이다.

21 $\sqrt{0.314}=\sqrt{\frac{31.4}{100}}=\frac{\sqrt{31.4}}{10}=\frac{5.604}{10}=0.5604$

$\sqrt{313}=\sqrt{3.13\times 100}=10\sqrt{3.13}$
$=10\times 1.769=17.69$

$\therefore \sqrt{0.314}+\sqrt{313}=0.5604+17.69=18.2504$

22 $\sqrt{a}=29.27=2.927\times 10$
$=\sqrt{8.57}\times 10$
$=\sqrt{8.57\times 100}=\sqrt{857}$

$\therefore a=857$

23 $\sqrt{580}=\sqrt{1.45\times 400}=20\sqrt{1.45}$
$=20\times 1.204=24.08$

24 $\sqrt{108}=\sqrt{2^2\times 3^3}=\sqrt{2^2}\times\sqrt{3^3}$
$=(\sqrt{2})^2\times(\sqrt{3})^3=a^2b^3$

25 $\sqrt{80}=\sqrt{4^2\times 5}=4\sqrt{5}=4y$

$\sqrt{0.6}=\sqrt{\frac{6}{10}}=\sqrt{\frac{3}{5}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\frac{x}{y}$

$\therefore \sqrt{80}-\sqrt{0.6}=4y-\frac{x}{y}$

26 ① $\sqrt{2400}=\sqrt{24\times 100}=10\sqrt{24}=10b$

② $\sqrt{3840}=\sqrt{1600\times 2.4}=40\sqrt{2.4}=40a$

③ $\sqrt{0.024}=\sqrt{\frac{2.4}{100}}=\frac{\sqrt{2.4}}{10}=\frac{1}{10}a$

④ $\sqrt{0.096}=\sqrt{\frac{9.6}{100}}=\sqrt{\frac{4\times 2.4}{100}}=\frac{2}{10}\sqrt{2.4}=\frac{1}{5}a$

⑤ $\sqrt{0.0024}=\sqrt{\frac{24}{10000}}=\frac{\sqrt{24}}{100}=\frac{1}{100}b$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

P. 37~39

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ㄴ, ㅂ **2** ① **3** ③ **4** $4\sqrt{10}$ cm

핵심 유형 문제

5 ③ **6** 2 **7** $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ **8** ④, ⑤ **9** $-\frac{1}{15}$

10 $\sqrt{5}$ **11** ④ **12** ④ **13** $3\sqrt{3}$ cm^2

14 $16\sqrt{3}\pi$ cm **15** $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ cm

16 $150\sqrt{10}\pi$ cm^3 **17** $3\sqrt{5}\pi$ cm^3

1 ㄱ. $\frac{3}{\sqrt{7}}=\frac{3\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{3\sqrt{7}}{7}$

ㄴ. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{10}}{2}$

ㄷ. $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{15}}{10}$

ㄹ. $\frac{4}{5\sqrt{2}}=\frac{4\times\sqrt{2}}{5\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{2}}{10}=\frac{2\sqrt{2}}{5}$

ㅁ. $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{10}}{5}$

ㅂ. $\frac{4}{\sqrt{3}\sqrt{8}}=\frac{4}{\sqrt{3}\times 2\sqrt{2}}=\frac{2}{\sqrt{6}}=\frac{2\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{2\sqrt{6}}{6}=\frac{\sqrt{6}}{3}$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㅂ이다.

2 $\frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{48}}=\frac{3\sqrt{6}}{4\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$이므로 $a=\frac{3}{4}$

$\frac{3}{\sqrt{54}}=\frac{3}{3\sqrt{6}}=\frac{1}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$이므로 $b=\frac{1}{6}$

$\frac{\sqrt{8}}{3\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{10}}{15}$이므로 $c=\frac{2}{15}$

$\therefore abc=\frac{3}{4}\times\frac{1}{6}\times\frac{2}{15}=\frac{1}{60}$

3 $\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\div\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{15}}=\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\times\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{15}}$

$=6\sqrt{\frac{3}{2}\times\frac{5}{6}\times\frac{2}{15}}$

$=\frac{6}{\sqrt{6}}=\sqrt{6}$

4 원뿔의 높이를 h cm라고 하면

$\frac{1}{3}\times\pi\times(3\sqrt{6})^2\times h=72\sqrt{10}\pi$

$18h=72\sqrt{10}$ $\therefore h=\frac{72\sqrt{10}}{18}=4\sqrt{10}$

따라서 원뿔의 높이는 $4\sqrt{10}$ cm이다.

5 $\frac{3\sqrt{a}}{4\sqrt{6}}=\frac{3\sqrt{a}\times\sqrt{6}}{4\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{3\sqrt{6a}}{24}=\frac{\sqrt{6a}}{8}$이므로

$\frac{\sqrt{6a}}{8}=\frac{\sqrt{10}}{8}$, $6a=10$ $\therefore a=\frac{5}{3}$

6 1단계 $\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{5}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{15}}{3}$이므로 $a=\frac{2}{3}$

2단계 $\frac{6}{\sqrt{75}}=\frac{6}{5\sqrt{3}}=\frac{6\times\sqrt{3}}{5\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{3}}{15}=\frac{2\sqrt{3}}{5}$이므로 $b=3$

3단계 $\therefore ab=\frac{2}{3}\times3=2$

채점 기준		
1단계	a의 값 구하기	… 40 %
2단계	b의 값 구하기	… 40 %
3단계	ab의 값 구하기	… 20 %

7 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$, $\frac{2}{3}=\frac{\sqrt{4}}{3}$

$\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{12}}{3}$, $\sqrt{3}=\frac{3\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{27}}{3}$

$\therefore \frac{\sqrt{2}}{3}<\frac{2}{3}<\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}<\frac{2}{\sqrt{3}}<\sqrt{3}$

따라서 크기가 작은 것부터 차례로 나열할 때, 세 번째에 오는 수는 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$이다.

8 ① $\frac{5}{\sqrt{2}}\times\frac{4\sqrt{3}}{7}=\frac{20\sqrt{3}}{7\sqrt{2}}=\frac{20\sqrt{6}}{14}=\frac{10\sqrt{6}}{7}$

② $4\sqrt{12}\div(-2\sqrt{3})=8\sqrt{3}\times\left(-\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)=-4$

③ $5\sqrt{2}\times\sqrt{27}\div\sqrt{3}=5\sqrt{2}\times3\sqrt{3}\times\frac{1}{\sqrt{3}}=15\sqrt{2}$

④ $3\sqrt{12}\div\sqrt{6}\times\sqrt{2}=6\sqrt{3}\times\frac{1}{\sqrt{6}}\times\sqrt{2}=6$

⑤ $3\sqrt{2}\div\sqrt{\frac{5}{8}}\times\sqrt{40}=3\sqrt{2}\div\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{8}}\times\sqrt{40}$

$=3\sqrt{2}\times\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\times2\sqrt{10}=24\sqrt{2}$

따라서 옳지 않은 것은 ④, ⑤이다.

9 $\frac{4}{3\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{200}}{8}\div(-\sqrt{50})=\frac{4}{3\sqrt{5}}\times\frac{10\sqrt{2}}{8}\times\left(-\frac{1}{5\sqrt{2}}\right)$

$=-\frac{1}{3\sqrt{5}}=-\frac{\sqrt{5}}{15}$

$\therefore a=-\frac{1}{15}$

10

$\sqrt{6}$		$\sqrt{30}$
$\frac{\sqrt{5}}{5}$		㉠
A	$\sqrt{3}$	B

위의 사각형에서 $\sqrt{6}\times\frac{\sqrt{5}}{5}\times A=2\sqrt{15}$이므로

$A=2\sqrt{15}\div\sqrt{6}\div\frac{\sqrt{5}}{5}$

$=2\sqrt{15}\times\frac{1}{\sqrt{6}}\times\frac{5}{\sqrt{5}}$

$=\frac{10}{\sqrt{2}}=5\sqrt{2}$

또 $5\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times B=2\sqrt{15}$이므로

$B=2\sqrt{15}\div5\sqrt{2}\div\sqrt{3}$

$=2\sqrt{15}\times\frac{1}{5\sqrt{2}}\times\frac{1}{\sqrt{3}}$

$=\frac{2\sqrt{5}}{5\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{10}}{10}=\frac{\sqrt{10}}{5}$

따라서 $\sqrt{30}\times㉠\times\frac{\sqrt{10}}{5}=2\sqrt{15}$이므로

$㉠=2\sqrt{15}\div\frac{\sqrt{10}}{5}\div\sqrt{30}$

$=2\sqrt{15}\times\frac{5}{\sqrt{10}}\times\frac{1}{\sqrt{30}}$

$=\frac{10}{\sqrt{20}}=\frac{10}{2\sqrt{5}}=\frac{5}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$

11 정사각형 ABCD의 한 변의 길이를 x cm라고 하면 피타고라스 정리에 의해

$x^2+x^2=6^2$, $x^2=18$

$\therefore x=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ ($\because x>0$)

$\therefore$ (□ABCD의 둘레의 길이)$=4\times3\sqrt{2}=12\sqrt{2}$(cm)

12 (직사각형의 넓이)$=4\sqrt{3}\times2\sqrt{27}$
$=4\sqrt{3}\times6\sqrt{3}=72(\text{cm}^2)$
정사각형의 한 변의 길이를 a cm라고 하면 넓이가 $72\,\text{cm}^2$이므로
$a^2=72$ $\therefore a=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$ ($\because a>0$)
따라서 정사각형의 한 변의 길이는 $6\sqrt{2}$ cm이다.

13 △ABC에서 $\overline{BD}=\overline{CD}$이므로
$\angle ADB=\angle ADC=90^\circ$
직각삼각형 ABD에서 $\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=2(\text{cm})$이므로
$\overline{AD}=\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}(\text{cm})$
$\overline{AC}$와 $\overline{DE}$의 교점을 점 H라고 하면
$\angle AHD=180^\circ-(\angle DAH+\angle ADH)$
$=180^\circ-(30^\circ+60^\circ)=90^\circ$
직각삼각형 ADH에서 $\overline{DH}=\frac{1}{2}\overline{DE}=\sqrt{3}(\text{cm})$이므로
$\overline{AH}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-(\sqrt{3})^2}=\sqrt{9}=3(\text{cm})$
$\therefore$ △ADE$=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times3=3\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

다른 풀이
정삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=4$ cm이므로
$\overline{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4=2\sqrt{3}(\text{cm})$
즉, △ADE는 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$ cm인 정삼각형이므로
△ADE$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(2\sqrt{3})^2=3\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

14 주어진 두 원의 넓이의 합과 넓이가 같은 원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면
$\pi r^2=\pi\times(4\sqrt{5})^2+\pi\times(4\sqrt{7})^2$
$\pi r^2=192\pi$, $r^2=192$
$\therefore r=\sqrt{192}=8\sqrt{3}$ ($\because r>0$)
$\therefore$ (원의 둘레의 길이)$=2\pi\times8\sqrt{3}=16\sqrt{3}\pi(\text{cm})$

15 직육면체의 높이를 h cm라고 하면 직육면체의 부피는
$4\sqrt{3}\times2\sqrt{5}\times h=28\sqrt{30}$
$8\sqrt{15}h=28\sqrt{30}$
$\therefore h=\frac{28\sqrt{30}}{8\sqrt{15}}=\frac{7\sqrt{2}}{2}$
따라서 직육면체의 높이는 $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ cm이다.

16 밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면
$2\pi r=10\sqrt{2}\pi$ $\therefore r=\frac{10\sqrt{2}}{2}=5\sqrt{2}$
$\therefore$ (원기둥의 부피)$=\pi\times(5\sqrt{2})^2\times3\sqrt{10}$
$=150\sqrt{10}\pi(\text{cm}^3)$

17 1단계 밑면의 반지름의 길이를 r cm라고 하면
$r=\sqrt{(4\sqrt{3})^2-(3\sqrt{5})^2}=\sqrt{3}$
2단계 $\therefore$ (원뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times(\sqrt{3})^2\times3\sqrt{5}$
$=3\sqrt{5}\pi(\text{cm}^3)$

채점 기준		
1단계	원뿔의 밑면의 반지름의 길이 구하기	… 40 %
2단계	원뿔의 부피 구하기	… 60 %

02 근호를 포함한 식의 덧셈과 뺄셈

P. 40~45

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ④ **2** ① **3** $7\sqrt{3}-8\sqrt{5}$
4 $(3+3\sqrt{3})\,\text{cm}^2$ **5** ②

핵심 유형 문제

6 ⑤ **7** ⑤ **8** ③ **9** ④ **10** $2+8\sqrt{6}$
11 2 **12** ④ **13** $6-2\sqrt{2}$ **14** ⑤
15 $2+2\sqrt{3}$ **16** -8 **17** ④ **18** $-\frac{11\sqrt{6}}{6}$
19 $\frac{5\sqrt{2}+2}{8}$ **20** ② **21** -3 **22** $\sqrt{6}-\sqrt{3}$
23 ① **24** ① **25** 3, -24
26 $(24+6\sqrt{35})\,\text{cm}^2$ **27** $2\sqrt{2}$ cm **28** ③
29 ② **30** ② **31** $\frac{2\sqrt{15}}{3}$ **32** ① **33** $6\sqrt{5}$
34 $-1+2\sqrt{2}$ **35** ④ **36** ③
37 $3+\sqrt{12}$, $5+\sqrt{3}$, $\sqrt{48}$

1 $2\sqrt{6}-\frac{35}{\sqrt{5}}-\sqrt{54}+\sqrt{80}=2\sqrt{6}-7\sqrt{5}-3\sqrt{6}+4\sqrt{5}$
$=-3\sqrt{5}-\sqrt{6}$
따라서 $a=-3$, $b=-1$이므로
$ab=-3\times(-1)=3$

2 $A\div\sqrt{3}+\sqrt{2}B=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{27}}{\sqrt{3}}+\sqrt{2}(\sqrt{8}-3)$
$=\sqrt{2}+3+(4-3\sqrt{2})$
$=7-2\sqrt{2}$

3 $(9-5\sqrt{15})\div\sqrt{3}-\sqrt{15}\left(\sqrt{3}-\frac{4}{\sqrt{5}}\right)$
$=\frac{9-5\sqrt{15}}{\sqrt{3}}-\sqrt{45}+4\sqrt{3}$
$=3\sqrt{3}-5\sqrt{5}-3\sqrt{5}+4\sqrt{3}$
$=7\sqrt{3}-8\sqrt{5}$

4 (사다리꼴의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(\sqrt{6}+\sqrt{18})\times\sqrt{6}$

$=\frac{1}{2}\times(\sqrt{6}+3\sqrt{2})\times\sqrt{6}$

$=\frac{1}{2}\times(6+3\sqrt{12})$

$=\frac{1}{2}\times(6+6\sqrt{3})$

$=3+3\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

5 $\sqrt{2}(a+4\sqrt{2})-\sqrt{3}(\sqrt{3}a+\sqrt{6})=a\sqrt{2}+8-3a-3\sqrt{2}$

$=8-3a+(a-3)\sqrt{2}$

이 식이 유리수가 되려면 무리수 부분이 0이어야 하므로

$a-3=0 \quad \therefore a=3$

6 ① $\sqrt{5}+\sqrt{2}\neq\sqrt{7}$

② $5\sqrt{3}-2\sqrt{3}=(5-2)\sqrt{3}=3\sqrt{3}\neq3$

③ $4\sqrt{3}+2\sqrt{2}\neq6\sqrt{5}$

④ $\sqrt{10}-1\neq3$

⑤ $3\sqrt{6}-5\sqrt{6}=(3-5)\sqrt{6}=-2\sqrt{6}$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

7 $A=5\sqrt{3}+2\sqrt{3}-\sqrt{3}=(5+2-1)\sqrt{3}=6\sqrt{3}$

$B=2\sqrt{7}-4\sqrt{7}+5\sqrt{7}=(2-4+5)\sqrt{7}=3\sqrt{7}$

$\therefore AB=6\sqrt{3}\times3\sqrt{7}=18\sqrt{21}$

8 $\frac{1}{x}-x=\frac{1}{\sqrt{5}}-\sqrt{5}=\frac{\sqrt{5}}{5}-\sqrt{5}=-\frac{4\sqrt{5}}{5}$

9 $2=\sqrt{4}$이고 $\sqrt{4}>\sqrt{3}$이므로 $2-\sqrt{3}>0$

$3=\sqrt{9}$, $2\sqrt{3}=\sqrt{12}$이고 $\sqrt{9}<\sqrt{12}$이므로 $3-2\sqrt{3}<0$

$\therefore \sqrt{(2-\sqrt{3})^2}+\sqrt{(3-2\sqrt{3})^2}=2-\sqrt{3}+\{-(3-2\sqrt{3})\}$

$=2-\sqrt{3}-3+2\sqrt{3}$

$=-1+\sqrt{3}$

10

$-3+\sqrt{24}$	C	$1+\sqrt{96}$
A	$\sqrt{6}$	
$-1-2\sqrt{6}$	B	

위의 그림에서 대각선에 있는 세 수의 합은

$(1+\sqrt{96})+\sqrt{6}+(-1-2\sqrt{6})$

$=1+4\sqrt{6}+\sqrt{6}-1-2\sqrt{6}$

$=3\sqrt{6}$

$(-3+\sqrt{24})+A+(-1-2\sqrt{6})=3\sqrt{6}$이므로

$A=3\sqrt{6}-(-3+\sqrt{24})-(-1-2\sqrt{6})$

$=3\sqrt{6}+3-2\sqrt{6}+1+2\sqrt{6}$

$=4+3\sqrt{6}$

$(-3+\sqrt{24})+C+(1+\sqrt{96})=3\sqrt{6}$이므로

$C=3\sqrt{6}-(-3+\sqrt{24})-(1+\sqrt{96})$

$=3\sqrt{6}+3-2\sqrt{6}-1-4\sqrt{6}$

$=2-3\sqrt{6}$

$(2-3\sqrt{6})+\sqrt{6}+B=3\sqrt{6}$이므로

$B=3\sqrt{6}-(2-3\sqrt{6})-\sqrt{6}$

$=3\sqrt{6}-2+3\sqrt{6}-\sqrt{6}$

$=-2+5\sqrt{6}$

$\therefore A+B=(4+3\sqrt{6})+(-2+5\sqrt{6})=2+8\sqrt{6}$

11 $7\sqrt{5}+\sqrt{72}-\sqrt{45}-\sqrt{32}=7\sqrt{5}+6\sqrt{2}-3\sqrt{5}-4\sqrt{2}$

$=2\sqrt{2}+4\sqrt{5}$

따라서 $a=2$, $b=4$이므로

$3a-b=3\times2-4=2$

12 $a\sqrt{\frac{6b}{a}}+b\sqrt{\frac{24a}{b}}=\sqrt{a^2\times\frac{6b}{a}}+\sqrt{b^2\times\frac{24a}{b}}$

$=\sqrt{6ab}+\sqrt{24ab}$

$=\sqrt{6\times2}+\sqrt{24\times2}$

$=2\sqrt{3}+4\sqrt{3}=6\sqrt{3}$

13 $(2\sqrt{27}+3\sqrt{6})\div\sqrt{3}-5\sqrt{2}=\frac{6\sqrt{3}+3\sqrt{6}}{\sqrt{3}}-5\sqrt{2}$

$=6+3\sqrt{2}-5\sqrt{2}$

$=6-2\sqrt{2}$

14 $\sqrt{32}-2\sqrt{24}-\sqrt{2}(1+2\sqrt{3})=4\sqrt{2}-4\sqrt{6}-\sqrt{2}-2\sqrt{6}$

$=3\sqrt{2}-6\sqrt{6}$

따라서 $a=3$, $b=-6$이므로

$a-b=3-(-6)=9$

15 1단계 $A=\sqrt{8}\left(\sqrt{6}-\frac{3}{\sqrt{2}}\right)$

$=2\sqrt{2}\left(\sqrt{6}-\frac{3}{\sqrt{2}}\right)$

$=2\sqrt{12}-6=4\sqrt{3}-6$

2단계 $B=\frac{2}{\sqrt{3}}(\sqrt{48}-3)$

$=\frac{2}{\sqrt{3}}(4\sqrt{3}-3)$

$=8-2\sqrt{3}$

3단계 $\therefore A+B=(4\sqrt{3}-6)+(8-2\sqrt{3})=2+2\sqrt{3}$

채점 기준		
1단계	A의 값 구하기	… 40 %
2단계	B의 값 구하기	… 40 %
3단계	$A+B$의 값 구하기	… 20 %

16 $\sqrt{3}A-\sqrt{5}B=\sqrt{3}(\sqrt{5}-\sqrt{3})-\sqrt{5}(\sqrt{5}+\sqrt{3})$

$=\sqrt{15}-3-5-\sqrt{15}=-8$

17 $\frac{12+3\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=\frac{(12+3\sqrt{6})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$=\frac{12\sqrt{3}+9\sqrt{2}}{3}=4\sqrt{3}+3\sqrt{2}$

따라서 $a=4$, $b=3$이므로

$a-b=4-3=1$

18 $\frac{\sqrt{12}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{27}+\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$

$=\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}-\frac{3\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$=\frac{(2\sqrt{3}-\sqrt{2})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}-\frac{(3\sqrt{3}+2\sqrt{2})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$=\frac{6-\sqrt{6}}{3}-\frac{3\sqrt{6}+4}{2}$

$=2-\frac{\sqrt{6}}{3}-\frac{3\sqrt{6}}{2}-2$

$=-\frac{2\sqrt{6}}{6}-\frac{9\sqrt{6}}{6}=-\frac{11\sqrt{6}}{6}$

다른 풀이

$\frac{\sqrt{12}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{27}+\sqrt{8}}{\sqrt{2}}=2-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}-\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}-2$

$=-\frac{\sqrt{6}}{3}-\frac{3\sqrt{6}}{2}$

$=\frac{-2\sqrt{6}-9\sqrt{6}}{6}$

$=-\frac{11\sqrt{6}}{6}$

19 $5<\sqrt{32}<6$이므로 $\sqrt{32}$의 정수 부분은 5,

소수 부분은 $\sqrt{32}-5=4\sqrt{2}-5$이다.

따라서 $a=5$, $b=4\sqrt{2}-5$이므로

$\frac{a+\sqrt{2}}{b+5}=\frac{5+\sqrt{2}}{(4\sqrt{2}-5)+5}=\frac{5+\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}$

$=\frac{(5+\sqrt{2})\times\sqrt{2}}{4\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}+2}{8}$

20 $\frac{3}{4\sqrt{3}}-2\sqrt{6}\div\frac{8\sqrt{2}}{3}+\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{3\sqrt{3}}{12}-2\sqrt{6}\times\frac{3}{8\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}}{4}$

$=\frac{\sqrt{3}}{4}-\frac{3\sqrt{3}}{4}+\frac{\sqrt{3}}{4}$

$=-\frac{\sqrt{3}}{4}$

21 $4\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)-2\sqrt{3}\left(\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{6}}\right)=4\sqrt{6}-4\sqrt{2}-2\sqrt{6}-\frac{2}{\sqrt{2}}$

$=4\sqrt{6}-4\sqrt{2}-2\sqrt{6}-\sqrt{2}$

$=-5\sqrt{2}+2\sqrt{6}$

따라서 $a=-5$, $b=2$이므로

$a+b=-5+2=-3$

22 1단계 $A=\sqrt{18}+2=3\sqrt{2}+2$

2단계 $B=\sqrt{3}A-2\sqrt{6}=\sqrt{3}(3\sqrt{2}+2)-2\sqrt{6}$

$=3\sqrt{6}+2\sqrt{3}-2\sqrt{6}$

$=\sqrt{6}+2\sqrt{3}$

3단계 $\therefore C=2\sqrt{6}-\frac{B}{\sqrt{2}}=2\sqrt{6}-\frac{\sqrt{6}+2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

$=2\sqrt{6}-\sqrt{3}-\sqrt{6}$

$=\sqrt{6}-\sqrt{3}$

채점 기준		
1단계	A의 값 구하기	… 20 %
2단계	B의 값 구하기	… 40 %
3단계	C의 값 구하기	… 40 %

23 $\sqrt{8}-a\sqrt{2}+\sqrt{16}-\sqrt{32}=2\sqrt{2}-a\sqrt{2}+4-4\sqrt{2}$

$=4+(-a-2)\sqrt{2}$

이 식이 유리수가 되려면 무리수 부분이 0이어야 하므로

$-a-2=0$ $\therefore a=-2$

24 $\frac{3-\sqrt{48}}{\sqrt{3}}+a\sqrt{3}(\sqrt{12}-2)=\frac{3-4\sqrt{3}}{\sqrt{3}}+a\sqrt{3}(2\sqrt{3}-2)$

$=\sqrt{3}-4+6a-2a\sqrt{3}$

$=6a-4+(1-2a)\sqrt{3}$

이 식이 유리수가 되려면 무리수 부분이 0이어야 하므로

$1-2a=0$ $\therefore a=\frac{1}{2}$

25 $\sqrt{6}(3-2\sqrt{6})-a(\sqrt{6}+4)=3\sqrt{6}-12-a\sqrt{6}-4a$

$=-12-4a+(3-a)\sqrt{6}$

이 식이 유리수가 되려면 무리수 부분이 0이어야 하므로

$3-a=0$ $\therefore a=3$

이때 주어진 식의 값은

$-12-4\times3=-24$

26 (밑넓이)$=(\sqrt{5}+\sqrt{7})\times\sqrt{7}=\sqrt{35}+7(\text{cm}^2)$

(옆넓이)$=2\{(\sqrt{5}+\sqrt{7})+\sqrt{7}\}\times\sqrt{5}$

$=2\sqrt{5}(\sqrt{5}+2\sqrt{7})$

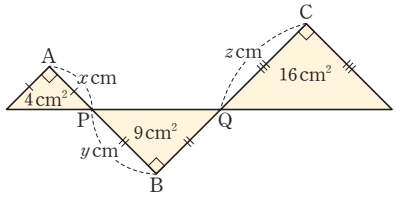
$=10+4\sqrt{35}(\text{cm}^2)$

$\therefore$ (겉넓이)$=2(\sqrt{35}+7)+10+4\sqrt{35}$

$=2\sqrt{35}+14+10+4\sqrt{35}$

$=24+6\sqrt{35}(\text{cm}^2)$

27



위의 그림과 같이 $\overline{AP}=x\,\text{cm}$, $\overline{BP}=y\,\text{cm}$, $\overline{CQ}=z\,\text{cm}$라고 하면

$\frac{1}{2}x^2=4$에서 $x^2=8$ $\therefore x=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

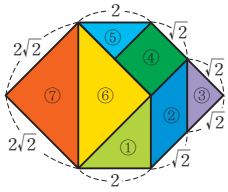
$\frac{1}{2}y^2=9$에서 $y^2=18$ $\therefore y=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

$\frac{1}{2}z^2=16$에서 $z^2=32$ $\therefore z=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$

$\therefore \overline{BC}-\overline{AB}=(3\sqrt{2}+4\sqrt{2})-(2\sqrt{2}+3\sqrt{2})$

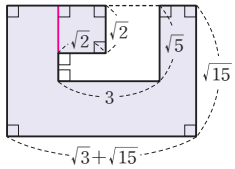
$=2\sqrt{2}(\text{cm})$

28 각 조각의 변의 길이는 오른쪽 그림과 같으므로



(둘레의 길이)
$=2\sqrt{2}+2\sqrt{2}+2+\sqrt{2}+\sqrt{2}$
$\quad+\sqrt{2}+\sqrt{2}+2$
$=4+8\sqrt{2}$

29 오른쪽 그림과 같이 보조선을 그어 도형의 넓이를 구하면



$(\sqrt{3}+\sqrt{15})\times\sqrt{15}-3\times\sqrt{5}$
$\quad+\sqrt{2}\times\sqrt{2}$
$=3\sqrt{5}+15-3\sqrt{5}+2=17$
따라서 주어진 도형과 넓이가 같은 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{17}$이다.

30 $\triangle ABC\backsim\triangle PQR$이고, 닮음비는 $\sqrt{10}:2\sqrt{5}=\sqrt{2}:2$이므로
$(\sqrt{2}+\sqrt{5}):x=\sqrt{2}:2,\ \sqrt{2}x=2(\sqrt{2}+\sqrt{5})$
$\therefore x=\dfrac{2\sqrt{2}+2\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\dfrac{4+2\sqrt{10}}{2}=2+\sqrt{10}$

31 전체 넓이가 240이므로 가장 큰 정사각형의 한 변의 길이는
$\sqrt{240}=4\sqrt{15}$
두 직사각형 A와 E는 넓이가 같으므로
A의 가로의 길이는 $4\sqrt{15}\times\dfrac{1}{2}=2\sqrt{15}$
이때 A의 넓이가 40이므로 A의 세로의 길이는
$40\div2\sqrt{15}=\dfrac{40}{2\sqrt{15}}=\dfrac{20}{\sqrt{15}}=\dfrac{20\sqrt{15}}{15}=\dfrac{4\sqrt{15}}{3}$
정사각형 C의 넓이가 60이므로
C의 한 변의 길이는 $\sqrt{60}=2\sqrt{15}$
따라서 직사각형 B의 세로의 길이는
$4\sqrt{15}-\left(\dfrac{4\sqrt{15}}{3}+2\sqrt{15}\right)=4\sqrt{15}-\dfrac{10\sqrt{15}}{3}=\dfrac{2\sqrt{15}}{3}$

32 $\overline{PA}=\overline{PQ}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로 $a=-2-\sqrt{2}$
$\overline{RB}=\overline{RS}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로 $b=1+\sqrt{2}$
$\therefore a-b=(-2-\sqrt{2})-(1+\sqrt{2})$
$\quad=-2-\sqrt{2}-1-\sqrt{2}=-3-2\sqrt{2}$

33 $\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$이므로 $a=1-\sqrt{5}$
$\overline{AQ}=\overline{AC}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$이므로 $b=1+\sqrt{5}$
$\therefore \sqrt{5}a+5b=\sqrt{5}(1-\sqrt{5})+5(1+\sqrt{5})$
$\quad=\sqrt{5}-5+5+5\sqrt{5}=6\sqrt{5}$

34 $\overline{BP}=\overline{BD}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로
점 P에 대응하는 수는 $-1-\sqrt{2}$
$\overline{AQ}=\overline{AC}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로
점 Q에 대응하는 수는 $-2+\sqrt{2}$
$\therefore \overline{PQ}=(-2+\sqrt{2})-(-1-\sqrt{2})$
$\quad=-2+\sqrt{2}+1+\sqrt{2}=-1+2\sqrt{2}$

35 ① $2\sqrt{3}-(\sqrt{2}+\sqrt{3})=2\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{3}$
$\quad=\sqrt{3}-\sqrt{2}>0$
$\therefore 2\sqrt{3}>\sqrt{2}+\sqrt{3}$
② $4\sqrt{2}-(1+2\sqrt{2})=4\sqrt{2}-1-2\sqrt{2}$
$\quad=2\sqrt{2}-1=\sqrt{8}-1>0$
$\therefore 4\sqrt{2}>1+2\sqrt{2}$
③ $3\sqrt{2}-(5-\sqrt{2})=3\sqrt{2}-5+\sqrt{2}$
$\quad=4\sqrt{2}-5=\sqrt{32}-\sqrt{25}>0$
$\therefore 3\sqrt{2}>5-\sqrt{2}$
④ $(2\sqrt{3}-1)-(3\sqrt{2}-1)=2\sqrt{3}-1-3\sqrt{2}+1$
$\quad=2\sqrt{3}-3\sqrt{2}=\sqrt{12}-\sqrt{18}<0$
$\therefore 2\sqrt{3}-1<3\sqrt{2}-1$
⑤ $(4\sqrt{6}-2\sqrt{5})-(\sqrt{5}+2\sqrt{6})=4\sqrt{6}-2\sqrt{5}-\sqrt{5}-2\sqrt{6}$
$\quad=2\sqrt{6}-3\sqrt{5}=\sqrt{24}-\sqrt{45}<0$
$\therefore 4\sqrt{6}-2\sqrt{5}<\sqrt{5}+2\sqrt{6}$
따라서 옳은 것은 ④이다.

36 $a-b=(3\sqrt{2}-2)-1=3\sqrt{2}-3=\sqrt{18}-\sqrt{9}>0$
$\therefore a>b$
$a-c=(3\sqrt{2}-2)-(2\sqrt{5}-2)=3\sqrt{2}-2-2\sqrt{5}+2$
$\quad=3\sqrt{2}-2\sqrt{5}=\sqrt{18}-\sqrt{20}<0$
$\therefore a<c$
$\therefore b<a<c$

37 1단계 $(5+\sqrt{3})-(3+\sqrt{12})=5+\sqrt{3}-3-2\sqrt{3}$
$\quad=2-\sqrt{3}=\sqrt{4}-\sqrt{3}>0$
$\therefore 5+\sqrt{3}>3+\sqrt{12}$
2단계 $(5+\sqrt{3})-\sqrt{48}=5+\sqrt{3}-4\sqrt{3}$
$\quad=5-3\sqrt{3}=\sqrt{25}-\sqrt{27}<0$
$\therefore 5+\sqrt{3}<\sqrt{48}$
3단계 $\therefore 3+\sqrt{12}<5+\sqrt{3}<\sqrt{48}$
즉, 크기가 작은 것부터 차례로 나열하면
$3+\sqrt{12},\ 5+\sqrt{3},\ \sqrt{48}$

채점 기준		
1단계	$5+\sqrt{3}$과 $3+\sqrt{12}$의 대소 비교하기	… 40 %
2단계	$5+\sqrt{3}$과 $\sqrt{48}$의 대소 비교하기	… 40 %
3단계	주어진 세 수를 크기가 작은 것부터 차례로 나열하기	… 20 %

실력 UP 문제 P. 46

1-1 $54\sqrt{2}\,\text{cm}^3$ **1-2** $\sqrt{41}\,\text{cm}$
2-1 ① **2-2** 6
3-1 $6\sqrt{3}+10\sqrt{5}$ **3-2** 4

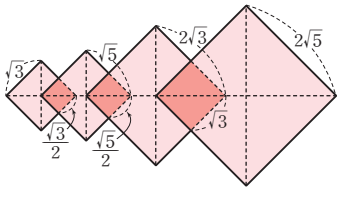
1-1 △EFG에서 $\overline{EG}=\sqrt{9^2+3^2}=\sqrt{90}=3\sqrt{10}$(cm)
△AEG는 $\angle AEG=90°$인 직각삼각형이므로
$\overline{AE}=\sqrt{(7\sqrt{2})^2-(3\sqrt{10})^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$(cm)
∴ (직육면체의 부피)$=9\times3\times2\sqrt{2}=54\sqrt{2}$(cm^3)

1-2 △EFG에서 $\overline{EG}=\sqrt{(2\sqrt{6})^2+(\sqrt{5})^2}=\sqrt{29}$(cm)
직육면체의 높이를 h cm라고 하면 부피가 $12\sqrt{10}$ cm^{3}이므로
$2\sqrt{6}\times\sqrt{5}\times h=12\sqrt{10}$
$2\sqrt{30}h=12\sqrt{10}$ ∴ $h=\frac{12\sqrt{10}}{2\sqrt{30}}=\frac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$(cm)
따라서 △AEG에서
$\overline{AG}=\sqrt{(\sqrt{29})^2+(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{41}$(cm)

2-1 $\sqrt{80}=4\sqrt{5}$이므로 $\sqrt{a}+\sqrt{b}=4\sqrt{5}$
이때 a, b는 자연수이므로 $\sqrt{a}=m\sqrt{5}$, $\sqrt{b}=n\sqrt{5}$(m, n은 자연수) 꼴이어야 한다.
즉, $m\sqrt{5}+n\sqrt{5}=4\sqrt{5}$에서 $m+n=4$
$m=1$, $n=3$일 때, $\sqrt{a}=\sqrt{5}$, $\sqrt{b}=3\sqrt{5}=\sqrt{45}$
$m=2$, $n=2$일 때, $\sqrt{a}=2\sqrt{5}=\sqrt{20}$, $\sqrt{b}=2\sqrt{5}=\sqrt{20}$
$m=3$, $n=1$일 때, $\sqrt{a}=3\sqrt{5}=\sqrt{45}$, $\sqrt{b}=\sqrt{5}$
따라서 순서쌍 (a, b)는 (5, 45), (20, 20), (45, 5)의 3개이다.

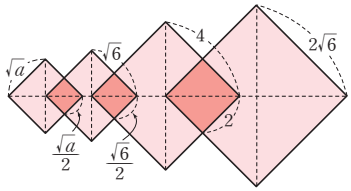
2-2 $\sqrt{98}=7\sqrt{2}$이므로 $\sqrt{a}+\sqrt{b}=7\sqrt{2}$
이때 a, b는 자연수이므로 $\sqrt{a}=m\sqrt{2}$, $\sqrt{b}=n\sqrt{2}$(m, n은 자연수) 꼴이어야 한다.
즉, $m\sqrt{2}+n\sqrt{2}=7\sqrt{2}$에서 $m+n=7$
$m=1$, $n=6$일 때, $\sqrt{a}=\sqrt{2}$, $\sqrt{b}=6\sqrt{2}=\sqrt{72}$
$m=2$, $n=5$일 때, $\sqrt{a}=2\sqrt{2}=\sqrt{8}$, $\sqrt{b}=5\sqrt{2}=\sqrt{50}$
$m=3$, $n=4$일 때, $\sqrt{a}=3\sqrt{2}=\sqrt{18}$, $\sqrt{b}=4\sqrt{2}=\sqrt{32}$
$m=4$, $n=3$일 때, $\sqrt{a}=4\sqrt{2}=\sqrt{32}$, $\sqrt{b}=3\sqrt{2}=\sqrt{18}$
$m=5$, $n=2$일 때, $\sqrt{a}=5\sqrt{2}=\sqrt{50}$, $\sqrt{b}=2\sqrt{2}=\sqrt{8}$
$m=6$, $n=1$일 때, $\sqrt{a}=6\sqrt{2}=\sqrt{72}$, $\sqrt{b}=\sqrt{2}$
따라서 순서쌍 (a, b)는 (2, 72), (8, 50), (18, 32), (32, 18), (50, 8), (72, 2)의 6개이다.

3-1



위의 그림과 같이 넓이가 각각 3, 5, 12, 20인 정사각형의 한 변의 길이는 차례로
$\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{12}(=2\sqrt{3})$, $\sqrt{20}(=2\sqrt{5})$
이때 겹치는 부분인 정사각형의 한 변의 길이는 차례로
$\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\frac{\sqrt{5}}{2}$, $\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$
∴ (둘레의 길이)
=(처음 네 정사각형의 둘레의 길이)
−(겹치는 부분인 세 정사각형의 둘레의 길이)
$=4\times(\sqrt{3}+\sqrt{5}+2\sqrt{3}+2\sqrt{5})-4\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}+\sqrt{3}\right)$
$=4\times(3\sqrt{3}+3\sqrt{5})-4\times\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$
$=12\sqrt{3}+12\sqrt{5}-6\sqrt{3}-2\sqrt{5}$
$=6\sqrt{3}+10\sqrt{5}$

3-2



위의 그림과 같이 넓이가 각각 a, 6, 16, 24인 정사각형의 한 변의 길이는 차례로
$\sqrt{a}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{16}(=4)$, $\sqrt{24}(=2\sqrt{6})$
이때 겹치는 부분인 정사각형의 한 변의 길이는 차례로
$\frac{\sqrt{a}}{2}$, $\frac{\sqrt{6}}{2}$, $\frac{4}{2}=2$
∴ (둘레의 길이)
=(처음 네 정사각형의 둘레의 길이)
−(겹치는 부분인 세 정사각형의 둘레의 길이)
$=4\times(\sqrt{a}+\sqrt{6}+4+2\sqrt{6})-4\times\left(\frac{\sqrt{a}}{2}+\frac{\sqrt{6}}{2}+2\right)$
$=4\times(\sqrt{a}+3\sqrt{6}+4)-(2\sqrt{a}+2\sqrt{6}+8)$
$=4\sqrt{a}+12\sqrt{6}+16-2\sqrt{a}-2\sqrt{6}-8$
$=2\sqrt{a}+10\sqrt{6}+8$
따라서 $2\sqrt{a}+10\sqrt{6}+8=12+10\sqrt{6}$이므로
$2\sqrt{a}+8=12$, $2\sqrt{a}=4$
$\sqrt{a}=2$ ∴ $a=2^2=4$

실전 테스트

P. 47~49

1 ④ **2** ② **3** $\frac{9}{2}$ **4** ③ **5** ⑤
6 ⑤ **7** ④ **8** $-3\sqrt{2}$ **9** $6\sqrt{2}$ cm, $14\sqrt{2}$ cm
10 ① **11** ④ **12** $2\sqrt{2}-3$ **13** 1
14 $-\frac{2}{3}$ **15** $12\sqrt{3}$ cm **16** $(80+30\sqrt{2})$ cm
17 ④ **18** ④ **19** ① **20** ⑤

1 ④ $\sqrt{5}\div\sqrt{\frac{1}{2}}=\sqrt{5}\div\frac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{5}\times\sqrt{2}=\sqrt{10}$

2 $\sqrt{2}\times\sqrt{5}\times\sqrt{a}\times\sqrt{5a}\times\sqrt{50}=\sqrt{2\times5\times a\times5a\times50}$
$=\sqrt{(50a)^2}=50a\ (\because a>0)$
이므로 $50a=250$ $\therefore a=5$

3 $\sqrt{2.43}=\sqrt{\frac{243}{100}}=\frac{9\sqrt{3}}{10}$
즉, $\sqrt{2.43}$은 $\sqrt{3}$의 $\frac{9}{10}$배이므로 $A=\frac{9}{10}$
$\sqrt{0.08}=\sqrt{\frac{8}{100}}=\frac{2\sqrt{2}}{10}=\frac{\sqrt{2}}{5}$
즉, $\sqrt{0.08}$은 $\sqrt{2}$의 $\frac{1}{5}$배이므로 $B=\frac{1}{5}$
$\therefore A\div B=\frac{9}{10}\div\frac{1}{5}=\frac{9}{10}\times5=\frac{9}{2}$

4 ① $\sqrt{0.03}=\sqrt{\frac{3}{100}}=\frac{\sqrt{3}}{10}=\frac{1.732}{10}=0.1732$
② $\sqrt{0.27}=\sqrt{\frac{27}{100}}=\frac{3\sqrt{3}}{10}=\frac{3\times1.732}{10}=0.5196$
③ $\sqrt{0.3}=\sqrt{\frac{30}{100}}=\frac{\sqrt{30}}{10}$
④ $\sqrt{12}=2\sqrt{3}=2\times1.732=3.464$
⑤ $\sqrt{300}=10\sqrt{3}=10\times1.732=17.32$
따라서 $\sqrt{3}$의 값을 이용하여 그 값을 구할 수 없는 것은 ③이다.

5 $\sqrt{22000}=\sqrt{55\times400}=20\sqrt{55}$
$=20\times7.416=148.32$

6 $\sqrt{140}=\sqrt{2^2\times5\times7}=2\sqrt{5}\sqrt{7}=2ab$

7 $\frac{5}{\sqrt{18}}=\frac{5}{3\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{6}$이므로 $a=\frac{5}{6}$
$\frac{1}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{6}$이므로 $b=\frac{1}{6}$
$\therefore a-b=\frac{5}{6}-\frac{1}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

8 $8\sqrt{3}\times\left(-\frac{3}{\sqrt{2}}\right)\div2\sqrt{12}=8\sqrt{3}\times\left(-\frac{3}{\sqrt{2}}\right)\times\frac{1}{2\sqrt{12}}$
$=8\sqrt{3}\times\left(-\frac{3}{\sqrt{2}}\right)\times\frac{1}{4\sqrt{3}}$
$=-\frac{6}{\sqrt{2}}=-3\sqrt{2}$

9 1단계 사다리꼴의 윗변, 아랫변의 길이를 각각 $3a$ cm, $7a$ cm $(a>0)$라고 하자.
2단계 사다리꼴의 높이가 $\sqrt{200}$ cm이고, 넓이가 200 cm^{2}이므로
$\frac{1}{2}\times(3a+7a)\times\sqrt{200}=200$, $5a=\sqrt{200}$
$\therefore a=\frac{\sqrt{200}}{5}=\frac{10\sqrt{2}}{5}=2\sqrt{2}$
3단계 따라서 사다리꼴의
윗변의 길이는 $3\times2\sqrt{2}=6\sqrt{2}$(cm),
아랫변의 길이는 $7\times2\sqrt{2}=14\sqrt{2}$(cm)이다.

채점 기준		
1단계	사다리꼴의 윗변, 아랫변의 길이를 문자로 나타내기	… 20 %
2단계	문자의 값 구하기	… 50 %
3단계	사다리꼴의 윗변과 아랫변의 길이 각각 구하기	… 30 %

10 $8\sqrt{3}-\sqrt{24}-\sqrt{12}+\frac{\sqrt{54}}{3}=8\sqrt{3}-2\sqrt{6}-2\sqrt{3}+\frac{3\sqrt{6}}{3}$
$=8\sqrt{3}-2\sqrt{6}-2\sqrt{3}+\sqrt{6}$
$=6\sqrt{3}-\sqrt{6}$

11 $\sqrt{\frac{b}{a}}-\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}-\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\frac{b-a}{\sqrt{ab}}$
$=\frac{35}{\sqrt{7}}=\frac{35\sqrt{7}}{7}=5\sqrt{7}$

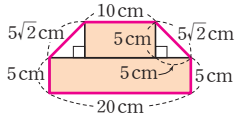
12 $7<\sqrt{50}<8$이므로 $\sqrt{50}$의 정수 부분은 7이다.
$\therefore f(50)=\sqrt{50}-7=5\sqrt{2}-7$
$4<\sqrt{18}<5$이므로 $\sqrt{18}$의 정수 부분은 4이다.
$\therefore f(18)=\sqrt{18}-4=3\sqrt{2}-4$
$\therefore f(50)-f(18)=(5\sqrt{2}-7)-(3\sqrt{2}-4)$
$=5\sqrt{2}-7-3\sqrt{2}+4$
$=2\sqrt{2}-3$

13 $\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}-\sqrt{2}(3-2\sqrt{3})=\frac{(2-\sqrt{3})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}-3\sqrt{2}+2\sqrt{6}$
$=\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}-3\sqrt{2}+2\sqrt{6}$
$=\sqrt{2}-\frac{\sqrt{6}}{2}-3\sqrt{2}+2\sqrt{6}$
$=-2\sqrt{2}+\frac{3\sqrt{6}}{2}$
따라서 $a=-2$, $b=\frac{3}{2}$이므로
$a+2b=-2+2\times\frac{3}{2}=1$

14 $\sqrt{12}\left(\frac{1}{\sqrt{6}}+\sqrt{3}\right)-\frac{a}{\sqrt{2}}(\sqrt{8}-3)=\sqrt{2}+\sqrt{36}-\sqrt{4a}+\frac{3a}{\sqrt{2}}$
$=\sqrt{2}+6-2a+\frac{3a\sqrt{2}}{2}$
$=(6-2a)+\left(1+\frac{3a}{2}\right)\sqrt{2}$
이 식이 유리수가 되려면 무리수 부분이 0이어야 하므로
$1+\frac{3a}{2}=0$, $\frac{3a}{2}=-1$ $\therefore a=-\frac{2}{3}$

15 $\overline{AB}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$(cm), $\overline{AD}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$(cm)
$\therefore$ (□ABCD의 둘레의 길이)$=2\times(2\sqrt{3}+4\sqrt{3})$
$=2\times6\sqrt{3}=12\sqrt{3}$(cm)

16 끈이 지나는 상자의 한가운데를 수직으로 자른 단면은 오른쪽 그림과 같다.



이때 이 도형의 둘레의 길이는
$10+5\sqrt{2}+5+20+5+5\sqrt{2}=40+10\sqrt{2}$(cm)
따라서 필요한 끈의 전체 길이는
$2\times(40+10\sqrt{2})+10\sqrt{2}=80+20\sqrt{2}+10\sqrt{2}$
$=80+30\sqrt{2}$(cm)

17 $\overline{AQ}=\overline{AC}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ (③), $\overline{BP}=\overline{BD}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로
① $P(4-\sqrt{2})$
② $Q(3+\sqrt{2})$
④ $\overline{PA}=\overline{PB}-\overline{AB}=\sqrt{2}-1$
⑤ $\overline{PQ}=(3+\sqrt{2})-(4-\sqrt{2})=-1+2\sqrt{2}$
따라서 옳은 것은 ④이다.

18 ① $(\sqrt{5}+\sqrt{10})-(3+\sqrt{5})=\sqrt{5}+\sqrt{10}-3-\sqrt{5}$
$=\sqrt{10}-3=\sqrt{10}-\sqrt{9}>0$
$\therefore \sqrt{5}+\sqrt{10}>3+\sqrt{5}$
② $(2\sqrt{3}+1)-(\sqrt{3}+3)=2\sqrt{3}+1-\sqrt{3}-3$
$=\sqrt{3}-2=\sqrt{3}-\sqrt{4}<0$
$\therefore 2\sqrt{3}+1<\sqrt{3}+3$
③ $(5-\sqrt{3})-(2+\sqrt{3})=5-\sqrt{3}-2-\sqrt{3}$
$=3-2\sqrt{3}=\sqrt{9}-\sqrt{12}<0$
$\therefore 5-\sqrt{3}<2+\sqrt{3}$
④ $(\sqrt{7}+2)-(2\sqrt{7}-1)=\sqrt{7}+2-2\sqrt{7}+1$
$=3-\sqrt{7}=\sqrt{9}-\sqrt{7}>0$
$\therefore \sqrt{7}+2>2\sqrt{7}-1$
⑤ $(\sqrt{2}+1)-(2\sqrt{2}-1)=\sqrt{2}+1-2\sqrt{2}+1$
$=2-\sqrt{2}=\sqrt{4}-\sqrt{2}>0$
$\therefore \sqrt{2}+1>2\sqrt{2}-1$
따라서 옳은 것은 ④이다.

19 새로운 정사각형의 넓이는
$(20\sqrt{3})^2+(30\sqrt{3})^2=1200+2700=3900(\text{cm}^2)$
새로운 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면
$x^2=3900$
$\therefore x=\sqrt{3900}=10\sqrt{39}$ ($\because x>0$)
따라서 새로 만들어진 정사각형의 한 변의 길이는
$10\sqrt{39}$ cm이다.

20 $\sqrt{27}=\sqrt{x}-\sqrt{3}$이므로 $3\sqrt{3}=\sqrt{x}-\sqrt{3}$
$\sqrt{x}=3\sqrt{3}+\sqrt{3}=4\sqrt{3}=\sqrt{48}$
$\therefore x=48$

01 곱셈 공식

P. 53~58

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ① **2** ③ **3** ① **4** (1) 2, 10 (2) 1, 2, 13
5 36 **6** ④

핵심 유형 문제

7 (1) $12a^2-2ab-2b^2$ (2) $3x^2-8xy+4y^2$
(3) $10x^2-xy-8x-2y^2+4y$

8 ④ **9** $a=3$, $b=2$ **10** ③ **11** $\frac{3}{4}$
12 ⑤ **13** ② **14** ② **15** ② **16** ⑤
17 248 **18** 3 **19** ⑤ **20** 2 **21** ③
22 6 **23** ④ **24** $\frac{4}{5}$ **25** $15x^2+17x-4$
26 ④ **27** ① **28** ③ **29** 39 **30** -2
31 $23x^2+30x-4$ **32** $x^2+3x-10$ **33** ④
34 a^2-b^2 **35** $24x^2-20x+4$ **36** ④
37 $-a^2+3ab-2b^2$ **38** x^2
39 $2A$, $2(x-2y)$, $x^2-4xy+4y^2+2x-4y+1$
40 $9xy-6yz-3zx$
41 (1) $a^2+4ab+4b^2+a+2b-12$ (2) $4x^2-y^2-2y-1$

1 $(ax-y)(2x-6y-1)$에서
xy항이 나오는 부분만 전개하면
$ax\times(-6y)+(-y)\times2x=(-6a-2)xy$이므로
$-6a-2=16$, $-6a=18$ $\therefore a=-3$

2 $(a-2b)^2=a^2-4ab+4b^2$
① $(a+2b)^2=a^2+4ab+4b^2$
② $(-a-2b)^2=(-a)^2-2\times(-a)\times2b+(2b)^2$
$=a^2+4ab+4b^2$
③ $(-a+2b)^2=(-a)^2+2\times(-a)\times2b+(2b)^2$
$=a^2-4ab+4b^2$
④ $-(a-2b)^2=-(a^2-4ab+4b^2)$
$=-a^2+4ab-4b^2$
⑤ $-(-a+2b)^2=-(a^2-4ab+4b^2)$
$=-a^2+4ab-4b^2$
따라서 $(a-2b)^2$과 전개식이 같은 것은 ③이다.

다른 풀이
② $(-a-2b)^2=\{-(a+2b)\}^2=(a+2b)^2$
$=a^2+4ab+4b^2$
③ $(-a+2b)^2=\{-(a-2b)\}^2=(a-2b)^2$
$=a^2-4ab+4b^2$

3 $\left(\frac{1}{4}a+\frac{5}{3}b\right)\left(\frac{1}{4}a-\frac{5}{3}b\right)=\left(\frac{1}{4}a\right)^2-\left(\frac{5}{3}b\right)^2$
$=\frac{1}{16}a^2-\frac{25}{9}b^2$
$=\frac{1}{16}\times32-\frac{25}{9}\times9$
$=2-25=-23$

4 (1) $(x-\boxed{A})(x-8)=x^2-(A+8)x+8A$
$=x^2-\boxed{B}x+16$
이므로 $A+8=B$, $8A=16$
$\therefore A=2$, $B=2+8=10$
(2) $(5x+\boxed{A})(\boxed{B}x-3)=5Bx^2+(-15+AB)x-3A$
$=10x^2-\boxed{C}x-3$
이므로 $5B=10$, $-15+AB=-C$, $3A=3$
$\therefore A=1$, $B=2$, $C=-(-15+1\times2)=13$

5 $(4x-y)(5x+6y)-(x-4y)(2x+3y)$
$=20x^2+19xy-6y^2-(2x^2-5xy-12y^2)$
$=20x^2+19xy-6y^2-2x^2+5xy+12y^2$
$=18x^2+24xy+6y^2$
따라서 $A=18$, $B=24$, $C=6$이므로
$A+B-C=18+24-6=36$

6 (색칠한 직사각형의 넓이)$=(3a+2b)(4a-b)$
$=12a^2+5ab-2b^2$

7 (1) $(3a+b)(4a-2b)=12a^2-6ab+4ab-2b^2$
$=12a^2-2ab-2b^2$
(2) $(x-2y)(3x-2y)=3x^2-2xy-6xy+4y^2$
$=3x^2-8xy+4y^2$
(3) $(2x-y)(5x+2y-4)$
$=10x^2+4xy-8x-5xy-2y^2+4y$
$=10x^2-xy-8x-2y^2+4y$

8 $(x+3y-5)(3x-2y+1)$에서
x^2항이 나오는 부분만 전개하면
$x\times3x=3x^2$
xy항이 나오는 부분만 전개하면
$x\times(-2y)+3y\times3x=7xy$
따라서 x^2의 계수는 3, xy의 계수는 7이므로 x^2의 계수와 xy의 계수의 합은 $3+7=10$

9 $(ax+4y-2)(x-y+b)$에서
xy항이 나오는 부분만 전개하면
$ax\times(-y)+4y\times x=(-a+4)xy$이므로
$-a+4=1$ $\therefore a=3$

x의 계수가 나오는 부분만 전개하면
$ax\times b-2\times x=(ab-2)x$이므로
$ab-2=4$, $ab=6$
$a=3$을 대입하면 $3b=6$ $\therefore b=2$

10 ③ $(2x-3)^2=(2x)^2-2\times2x\times3+3^2$
$=4x^2-12x+9$

11 1단계 $(x-a)^2=x^2-2ax+a^2=x^2-bx+\frac{1}{16}$이므로
$-2a=-b$, $a^2=\frac{1}{16}$
2단계 이때 $a>0$이므로 $a=\frac{1}{4}$
$b=2a=2\times\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$
3단계 $\therefore a+b=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$

채점 기준		
1단계	a, b의 관계식 구하기	… 40 %
2단계	a, b의 값 각각 구하기	… 40 %
3단계	$a+b$의 값 구하기	… 20 %

12 $(3x+A)^2=9x^2+6Ax+A^2=9x^2+Bx+16$이므로
$6A=B$, $A^2=16$
$\therefore A=4$, $B=6\times4=24$
또는 $A=-4$, $B=6\times(-4)=-24$

13 ② $(-3+x)(-3-x)=(-3)^2-x^2$
$=9-x^2$
③ $(-4a+6)(4a+6)=(6-4a)(6+4a)$
$=6^2-(4a)^2$
$=36-16a^2$
④ $(-a-b)(a-b)=(-b-a)(-b+a)$
$=(-b)^2-a^2$
$=b^2-a^2$
⑤ $\left(a+\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{4}-a\right)=\left(\frac{1}{4}+a\right)\left(\frac{1}{4}-a\right)$
$=\left(\frac{1}{4}\right)^2-a^2$
$=\frac{1}{16}-a^2$
따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

14 $(ax+2y)(2y-ax)=(2y+ax)(2y-ax)$
$=(2y)^2-(ax)^2=4y^2-a^2x^2$
$=-a^2x^2+4y^2=-\frac{1}{25}x^2+4y^2$
이므로 $a^2=\frac{1}{25}$
이때 $a>0$이므로 $a=\frac{1}{5}$

15 ① $(x+y)(x-y)=x^2-y^2$
② $(x+y)(-x-y)=-(x+y)(x+y)$
$=-(x^2+2xy+y^2)$
$=-x^2-2xy-y^2$
③ $(-x+y)(-x-y)=(-x)^2-y^2$
$=x^2-y^2$
④ $-(x+y)(-x+y)=(x+y)(x-y)$
$=x^2-y^2$
⑤ $-(x-y)(-x-y)=(x-y)(x+y)$
$=x^2-y^2$
따라서 전개식이 나머지 넷과 다른 하나는 ②이다.

16 $(a-3)(a+3)(a^2+9)=(a^2-9)(a^2+9)$
$=a^4-81$

17 1단계 $(x-2)(x+2)(x^2+4)(x^4+16)$
$=(x^2-4)(x^2+4)(x^4+16)$
$=(x^4-16)(x^4+16)$
$=x^8-256$
2단계 따라서 $a=8$, $b=256$이므로
3단계 $b-a=256-8=248$

채점 기준		
1단계	주어진 식을 전개하기	… 60 %
2단계	a, b의 값 각각 구하기	… 20 %
3단계	$b-a$의 값 구하기	… 20 %

18 $\left(x-\frac{1}{2}y\right)\left(x+\frac{1}{5}y\right)=x^2+\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{5}\right)xy-\frac{1}{10}y^2$
$=x^2-\frac{3}{10}xy-\frac{1}{10}y^2$
따라서 $a=-\frac{3}{10}$, $b=-\frac{1}{10}$이므로
$\frac{a}{b}=a\div b=-\frac{3}{10}\div\left(-\frac{1}{10}\right)$
$=-\frac{3}{10}\times(-10)=3$

19 ① $(x+6)(x-2)=x^2+\boxed{4}x-12$
② $(x-8)(x+4)=x^2-\boxed{4}x-32$
③ $(x+1)(x+4)=x^2+5x+\boxed{4}$
④ $(x+y)(x-5y)=x^2-\boxed{4}xy-5y^2$
⑤ $(x-y)(x-4y)=x^2-\boxed{5}xy+4y^2$
따라서 □ 안에 알맞은 수가 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다.

20 $(x-6)(x+a)=x^2+(-6+a)x-6a$
이때 x의 계수가 상수항의 $\frac{1}{3}$배이므로
$-6+a=-6a\times\frac{1}{3}$, $-6+a=-2a$
$3a=6$ $\therefore a=2$

21 $(x+A)(x+B)=x^2+(A+B)x+AB$
$=x^2+Cx-12$
이므로 $A+B=C$, $AB=-12$
이때 $AB=-12$를 만족시키는 정수 A, B의 순서쌍 (A, B)와 그때의 $A+B$의 값을 각각 구하면 다음과 같다.

(A, B)	$A+B$
$(1, -12), (-12, 1)$	-11
$(2, -6), (-6, 2)$	-4
$(3, -4), (-4, 3)$	-1
$(4, -3), (-3, 4)$	1
$(6, -2), (-2, 6)$	4
$(12, -1), (-1, 12)$	11

따라서 C의 값이 될 수 있는 것은
-11, -4, -1, 1, 4, 11

22 $\left(3x+\frac{3}{5}y\right)\left(2x-\frac{1}{3}y\right)=6x^2+\left(-1+\frac{6}{5}\right)xy-\frac{1}{5}y^2$
$=6x^2+\frac{1}{5}xy-\frac{1}{5}y^2$
따라서 $a=6$, $b=\frac{1}{5}$, $c=-\frac{1}{5}$이므로
$a+b+c=6+\frac{1}{5}+\left(-\frac{1}{5}\right)=6$

23 $(2x+a)(bx-5)=2bx^2+(-10+ab)x-5a$
$=-14x^2+cx+15$
이므로 $2b=-14$, $-10+ab=c$, $-5a=15$
$\therefore a=-3$, $b=-7$, $c=-10+(-3)\times(-7)=11$
$\therefore a-b+c=-3-(-7)+11=15$

24 $(6x+1)(4x-a)=24x^2+(-6a+4)x-a$
이때 x의 계수와 상수항이 같으므로
$-6a+4=-a$, $-5a=-4$ $\therefore a=\frac{4}{5}$

25 $(3x+a)(x-5)=3x^2+(-15+a)x-5a$
$=3x^2-11x-20$
이므로 $-15+a=-11$, $-5a=-20$ $\therefore a=4$
따라서 바르게 계산한 식은
$(3x+4)(5x-1)=15x^2+17x-4$

26 ① $(-x+y)^2=x^2-2xy+y^2$
② $(2x-5y)^2=4x^2-20xy+25y^2$
③ $\left(-x+\frac{1}{3}\right)\left(-x-\frac{1}{3}\right)=x^2-\frac{1}{9}$
⑤ $(2x+1)(3x-1)=6x^2+x-1$
따라서 옳은 것은 ④이다.

27 ① $(x-2)^2=x^2-\boxed{4}x+4$
② $(-a+3b)^2=a^2-6ab+\boxed{9}b^2$
③ $(x-8)(x+3)=x^2-\boxed{5}x-24$
④ $(2x-3)(4x+1)=8x^2-\boxed{10}x-3$
⑤ $(2a+b)(3a-5b)=\boxed{6}a^2-7ab-5b^2$
따라서 □ 안에 알맞은 수가 가장 작은 것은 ①이다.

28 $(3x+2y)(3x-2y)-(x-2y)^2$
$=9x^2-4y^2-(x^2-4xy+4y^2)$
$=9x^2-4y^2-x^2+4xy-4y^2$
$=8x^2+4xy-8y^2$

29 $(3x+5)(x+4)-2(x-1)(x+5)$
$=3x^2+17x+20-2(x^2+4x-5)$
$=3x^2+17x+20-2x^2-8x+10$
$=x^2+9x+30$
따라서 x의 계수는 9, 상수항은 30이므로 x의 계수와 상수항의 합은 $9+30=39$

30 1단계 $2(x+a)^2+(3x-1)(4-x)$
$=2(x^2+2ax+a^2)+(-3x^2+13x-4)$
$=2x^2+4ax+2a^2-3x^2+13x-4$
$=-x^2+(4a+13)x+2a^2-4$
2단계 이때 x의 계수가 17이므로
$4a+13=17$, $4a=4$ $\therefore a=1$
3단계 따라서 상수항은
$2a^2-4=2\times1^2-4=-2$

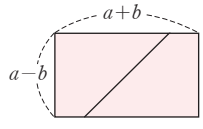
채점 기준		
1단계	주어진 식 계산하기	… 40 %
2단계	a의 값 구하기	… 30 %
3단계	상수항 구하기	… 30 %

31 전개도를 접어서 만든 정육면체에서 마주 보는 면에 적힌 식은 각각 $4x-1$과 $4x+1$, $x+6$과 $x+7$, $3x-5$와 $2x+9$이므로
$A+B+C$
$=(4x-1)(4x+1)+(x+6)(x+7)+(3x-5)(2x+9)$
$=16x^2-1+x^2+13x+42+6x^2+17x-45$
$=23x^2+30x-4$

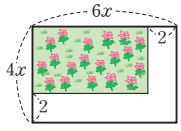
32 (직사각형의 넓이)$=(x+5)(x-2)$
$=x^2+3x-10$

33 (직사각형의 넓이)$=(a-b)(a+b)$
$=a^2-b^2$
이므로 처음 정사각형의 넓이 a^2에서 b^2만큼 줄어든다.

34 오른쪽 그림에서
(직사각형의 넓이)$=(a+b)(a-b)$
$=a^2-b^2$



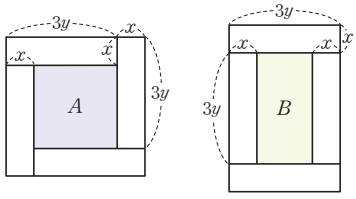
35 길을 제외한 정원의 넓이는 오른쪽 그림의 정원의 넓이와 같으므로
$(6x-2)(4x-2)=24x^2-20x+4$



36 (밑넓이)$=(4x+1)(3x+2)$
$=12x^2+11x+2$
(옆넓이)$=2(4x+1)(3x-2)+2(3x+2)(3x-2)$
$=2(12x^2-5x-2)+2(9x^2-4)$
$=24x^2-10x-4+18x^2-8$
$=42x^2-10x-12$
$\therefore$ (겉넓이)$=2(12x^2+11x+2)+(42x^2-10x-12)$
$=24x^2+22x+4+42x^2-10x-12$
$=66x^2+12x-8$

37 색칠한 직사각형의 가로의 길이는 $a-b$이므로
작은 정사각형의 한 변의 길이는 $a-b$
따라서 색칠한 직사각형의 세로의 길이는
$b-(a-b)=b-a+b=-a+2b$이므로
(색칠한 직사각형의 넓이)$=(a-b)(-a+2b)$
$=-a^2+3ab-2b^2$

38



넓이가 A인 직사각형의 가로의 길이는 $3y-x$, 세로의 길이는 $3y-x$이므로
$A=(3y-x)^2=9y^2-6xy+x^2$
넓이가 B인 직사각형의 가로의 길이는 $3y-2x$, 세로의 길이는 $3y$이므로
$B=(3y-2x)\times 3y=9y^2-6xy$
$\therefore A-B=(9y^2-6xy+x^2)-(9y^2-6xy)$
$=9y^2-6xy+x^2-9y^2+6xy=x^2$

다른 풀이
$A=(x+3y)^2-4\times x\times 3y$
$=x^2+6xy+9y^2-12xy$
$=x^2-6xy+9y^2$
$B=3y(2x+3y)-4\times x\times 3y$
$=6xy+9y^2-12xy$
$=9y^2-6xy$
$\therefore A-B=(x^2-6xy+9y^2)-(9y^2-6xy)$
$=x^2-6xy+9y^2-9y^2+6xy=x^2$

39 $x-2y=A$로 놓으면
$(x-2y+1)^2=(A+1)^2=A^2+\boxed{2A}+1$
$=(x-2y)^2+\boxed{2(x-2y)}+1$
$=\boxed{x^2-4xy+4y^2+2x-4y+1}$

40 $3y-z=A$로 놓으면
$(4x+3y-z)(-x+3y-z)$
$=(4x+A)(-x+A)$
$=-4x^2+3Ax+A^2$
$=-4x^2+3(3y-z)x+(3y-z)^2$
$=-4x^2+9y^2+z^2+\boxed{9xy-6yz-3zx}$

41 (1) $a+2b=A$로 놓으면
$(a+2b-3)(a+2b+4)$
$=(A-3)(A+4)$
$=A^2+A-12$
$=(a+2b)^2+(a+2b)-12$
$=a^2+4ab+4b^2+a+2b-12$
(2) $y+1=A$로 놓으면
$(-2x+y+1)(-2x-y-1)$
$=(-2x+y+1)\{-2x-(y+1)\}$
$=(-2x+A)(-2x-A)$
$=4x^2-A^2$
$=4x^2-(y+1)^2$
$=4x^2-(y^2+2y+1)$
$=4x^2-y^2-2y-1$

02 곱셈 공식의 활용

P. 59~64

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ④ **2** 550 **3** $-30-5\sqrt{2}$ **4** ②
5 $10+5\sqrt{3}$ **6** ① **7** ⑤ **8** 8
9 ④ **10** 9

핵심 유형 문제

11 ⑤ **12** 175 **13** 9 **14** ② **15** ①
16 ② **17** ③ **18** $6-4\sqrt{2}$ **19** 3
20 2 **21** $20+2\sqrt{10}$ **22** ④ **23** ④
24 -3 **25** 5 **26** $-19-6\sqrt{10}$
27 $4\sqrt{2}-2\sqrt{3}$ **28** ④ **29** 36 **30** ①
31 9 **32** 65 **33** 10 **34** ③ **35** 119
36 ⑤ **37** 4 **38** ② **39** 4 **40** ③

1 $1003^2=(1000+3)^2$
$=1000^2+2\times 1000\times 3+3^2=1000^2+a+3^2$
이므로 $a=2\times 1000\times 3=6000$

$5.7\times6.3=(6-0.3)(6+0.3)$
$=6^2-0.3^2=b^2-0.3^c$
이므로 $b=6$, $c=2$
$\therefore a+b+c=6000+6+2=6008$

2 $\dfrac{547\times553+9}{550}=\dfrac{(550-3)(550+3)+9}{550}$
$=\dfrac{550^2-3^2+9}{550}$
$=\dfrac{550^2}{550}=550$

3 $(\sqrt{2}+3)(2\sqrt{2}-5)-(3\sqrt{2}+1)^2$
$=\{4+(-5+6)\sqrt{2}-15\}-(18+6\sqrt{2}+1)$
$=(-11+\sqrt{2})-(19+6\sqrt{2})$
$=-11+\sqrt{2}-19-6\sqrt{2}$
$=-30-5\sqrt{2}$

4 $\dfrac{2}{4-\sqrt{11}}-\dfrac{4}{4+\sqrt{11}}$
$=\dfrac{2(4+\sqrt{11})}{(4-\sqrt{11})(4+\sqrt{11})}-\dfrac{4(4-\sqrt{11})}{(4+\sqrt{11})(4-\sqrt{11})}$
$=\dfrac{8+2\sqrt{11}}{5}-\dfrac{16-4\sqrt{11}}{5}$
$=\dfrac{-8+6\sqrt{11}}{5}=-\dfrac{8}{5}+\dfrac{6}{5}\sqrt{11}$
따라서 $a=-\dfrac{8}{5}$, $b=\dfrac{6}{5}$이므로
$a+b=-\dfrac{8}{5}+\dfrac{6}{5}=-\dfrac{2}{5}$

5 $1<\sqrt{3}<2$에서 $-2<-\sqrt{3}<-1$이므로
$5<7-\sqrt{3}<6$
따라서 $7-\sqrt{3}$의 정수 부분은 5,
소수 부분은 $(7-\sqrt{3})-5=2-\sqrt{3}$이다.
즉, $a=5$, $b=2-\sqrt{3}$이므로
$\dfrac{a}{b}=\dfrac{5}{2-\sqrt{3}}=\dfrac{5(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=10+5\sqrt{3}$

6 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$
$=3^2-2\times(-2)=13$
$\therefore \dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y}=\dfrac{x^2+y^2}{xy}=-\dfrac{13}{2}$

7 $x=\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}=\dfrac{1-\sqrt{2}}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})}=-(1-\sqrt{2})=-1+\sqrt{2}$
$y=\dfrac{1}{1-\sqrt{2}}=\dfrac{1+\sqrt{2}}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})}=-(1+\sqrt{2})=-1-\sqrt{2}$
$\therefore x^2+xy+y^2$
$=(x+y)^2-xy$
$=\{(-1+\sqrt{2})+(-1-\sqrt{2})\}^2-(-1+\sqrt{2})(-1-\sqrt{2})$
$=(-2)^2-(-1)=5$

8 $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+4$
$=2^2+4=8$

9 $x=2+\sqrt{3}$에서 $x-2=\sqrt{3}$
양변을 제곱하면 $(x-2)^2=(\sqrt{3})^2$
$x^2-4x+4=3$, $x^2-4x=-1$
$\therefore x^2-4x+11=-1+11=10$
다른 풀이
$x=2+\sqrt{3}$을 $x^2-4x+11$에 대입하면
$x^2-4x+11=(2+\sqrt{3})^2-4(2+\sqrt{3})+11$
$=4+4\sqrt{3}+3-8-4\sqrt{3}+11=10$

10 $x\neq0$이므로 $x^2-2x-1=0$의 양변을 x로 나누면
$x-2-\dfrac{1}{x}=0$ $\therefore x-\dfrac{1}{x}=2$
$\therefore x^2+3+\dfrac{1}{x^2}=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+2+3$
$=2^2+5=9$

11 ① $104^2=(100+4)^2$이므로
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2(b>0)$
을 이용하는 것이 가장 편리하다.
② $96^2=(100-4)^2$이므로
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2(b>0)$
을 이용하는 것이 가장 편리하다.
③ $19.7\times20.3=(20-0.3)(20+0.3)$이므로
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
을 이용하는 것이 가장 편리하다.
④ $102\times103=(100+2)(100+3)$이므로
$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$
를 이용하는 것이 가장 편리하다.
⑤ $98\times102=(100-2)(100+2)$이므로
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
을 이용하는 것이 가장 편리하다.
따라서 적절하지 않은 것은 ⑤이다.

12 $89\times87-88\times86$
$=(90-1)(90-3)-(90-2)(90-4)$
$=90^2-4\times90+3-(90^2-6\times90+8)$
$=2\times90-5$
$=180-5=175$

13 1단계 $\dfrac{4083^2-4077\times4089}{4073^2-4071\times4075}$
$=\dfrac{4083^2-(4083-6)(4083+6)}{4073^2-(4073-2)(4073+2)}$
2단계 $=\dfrac{4083^2-(4083^2-6^2)}{4073^2-(4073^2-2^2)}$
$=\dfrac{6^2}{2^2}=\dfrac{36}{4}=9$

채점 기준		
1단계	주어진 식 변형하기	… 50 %
2단계	주어진 식 계산하기	… 50 %

14 $500=A$로 놓으면

$498^2+1996=(A-2)^2+4A-4$

$=A^2-4A+4+4A-4$

$=A^2=500^2$

$=250000=25\times10^4$

따라서 $a=25$, $b=4$이므로

$a-b=25-4=21$

15 $2-1=1$이므로 주어진 식에 $(2-1)$을 곱해도 계산 결과가 같다. 즉,

$(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$

$=(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$

$=(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$

$=(2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$

$=(2^8-1)(2^8+1)(2^{16}+1)$

$=(2^{16}-1)(2^{16}+1)$

$=2^{32}-1$

16 ① $(2\sqrt{3}+3)^2=12+12\sqrt{3}+9=21+12\sqrt{3}$

② $(5\sqrt{3}+\sqrt{2})(4\sqrt{3}-\sqrt{2})=60+(-5+4)\sqrt{6}-2$

$=58-\sqrt{6}$

③ $(\sqrt{7}+3)(\sqrt{7}-3)=7-9=-2$

④ $(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-7)=5+(2-7)\sqrt{5}-14$

$=-9-5\sqrt{5}$

⑤ $(\sqrt{8}-\sqrt{12})^2=8-2\sqrt{96}+12$

$=8-8\sqrt{6}+12=20-8\sqrt{6}$

따라서 옳은 것은 ②이다.

17 $(a-3\sqrt{3})(3-2\sqrt{3})=3a+(-2a-9)\sqrt{3}+18$

$=(3a+18)-(2a+9)\sqrt{3}$

$=15-b\sqrt{3}$

이므로 $3a+18=15$, $2a+9=b$

$\therefore a=-1$, $b=2\times(-1)+9=7$

$\therefore a+b=-1+7=6$

18 $1<\sqrt{2}<2$에서 $-2<-\sqrt{2}<-1$이므로

$3<5-\sqrt{2}<4$

따라서 $5-\sqrt{2}$의 정수 부분은 3,

소수 부분은 $(5-\sqrt{2})-3=2-\sqrt{2}$

즉, $a=2-\sqrt{2}$이므로

$a^2=(2-\sqrt{2})^2=6-4\sqrt{2}$

19 1단계 $(2+2\sqrt{3})(a-3\sqrt{3})=2a+(-6+2a)\sqrt{3}-18$

$=(2a-18)+(-6+2a)\sqrt{3}$

2단계 이 식이 유리수가 되려면 무리수 부분이 0이어야 하므로

$-6+2a=0$, $2a=6$ $\therefore a=3$

채점 기준		
1단계	주어진 식을 간단히 하기	… 50 %
2단계	a의 값 구하기	… 50 %

20 $(2-\sqrt{5})^{10}(2+\sqrt{5})^{11}=\{(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})\}^{10}(2+\sqrt{5})$

$=\{2^2-(\sqrt{5})^2\}^{10}(2+\sqrt{5})$

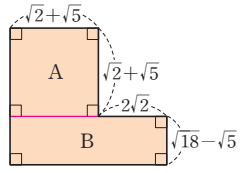
$=(-1)^{10}(2+\sqrt{5})$

$=2+\sqrt{5}$

따라서 $a=2$, $b=1$이므로

$ab=2\times1=2$

21 오른쪽 그림과 같이 보조선을 그으면



(정사각형 A의 넓이)

$=(\sqrt{2}+\sqrt{5})^2$

$=2+2\sqrt{10}+5$

$=7+2\sqrt{10}$

(직사각형 B의 넓이)

$=(\sqrt{2}+\sqrt{5}+2\sqrt{2})(\sqrt{18}-\sqrt{5})$

$=(3\sqrt{2}+\sqrt{5})(3\sqrt{2}-\sqrt{5})$

$=18-5=13$

$\therefore$ (넓이)$=(7+2\sqrt{10})+13=20+2\sqrt{10}$

22 ① $\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{3\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

② $\frac{1}{\sqrt{5}-2}=\frac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}=\sqrt{5}+2$

③ $\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})}=\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}$

④ $\frac{2}{2-\sqrt{2}}=\frac{2(2+\sqrt{2})}{(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})}=\frac{2(2+\sqrt{2})}{2}=2+\sqrt{2}$

⑤ $\frac{5}{\sqrt{7}+2\sqrt{3}}=\frac{5(\sqrt{7}-2\sqrt{3})}{(\sqrt{7}+2\sqrt{3})(\sqrt{7}-2\sqrt{3})}=\frac{5(\sqrt{7}-2\sqrt{3})}{-5}$

$=-(\sqrt{7}-2\sqrt{3})=-\sqrt{7}+2\sqrt{3}$

따라서 옳은 것은 ④이다.

23 $y=\frac{1}{x}=\frac{1}{8+3\sqrt{7}}=\frac{8-3\sqrt{7}}{(8+3\sqrt{7})(8-3\sqrt{7})}=8-3\sqrt{7}$

$\therefore x+y=(8+3\sqrt{7})+(8-3\sqrt{7})=16$

24 $\frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}=\frac{(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})^2}{(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})}$

$=\frac{30+12\sqrt{6}}{-6}=-5-2\sqrt{6}$

따라서 $a=-5$, $b=-2$이므로

$a-b=-5-(-2)=-3$

25 $\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}+\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$

$=\dfrac{(\sqrt{7}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})}+\dfrac{(\sqrt{7}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{7}-\sqrt{3})(\sqrt{7}+\sqrt{3})}$

$=\dfrac{10-2\sqrt{21}}{4}+\dfrac{10+2\sqrt{21}}{4}$

$=\dfrac{20}{4}=5$

26 $\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$이므로

점 P에 대응하는 수는 $-3+\sqrt{10}$ $\therefore a=-3+\sqrt{10}$

$\overline{AQ}=\overline{AD}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$이므로

점 Q에 대응하는 수는 $-3-\sqrt{10}$ $\therefore b=-3-\sqrt{10}$

$\therefore \dfrac{b}{a}=\dfrac{-3-\sqrt{10}}{-3+\sqrt{10}}=\dfrac{(-3-\sqrt{10})^2}{(-3+\sqrt{10})(-3-\sqrt{10})}$

$=-(9+6\sqrt{10}+10)=-19-6\sqrt{10}$

27 사다리꼴의 높이를 h라고 하면

$\dfrac{1}{2}\times(\sqrt{3}+2\sqrt{2})\times h=5$

$\therefore h=5\times\dfrac{2}{\sqrt{3}+2\sqrt{2}}=\dfrac{10\times(\sqrt{3}-2\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+2\sqrt{2})(\sqrt{3}-2\sqrt{2})}$

$=\dfrac{10\times(\sqrt{3}-2\sqrt{2})}{-5}=-2(\sqrt{3}-2\sqrt{2})$

$=4\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

즉, 사다리꼴의 높이는 $4\sqrt{2}-2\sqrt{3}$이다.

28 $\dfrac{1}{F(1)}+\dfrac{1}{F(2)}+\dfrac{1}{F(3)}+\cdots+\dfrac{1}{F(24)}$

$=\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{24}+\sqrt{25}}$

$=\dfrac{1-\sqrt{2}}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})}+\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})}$

$+\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{4}}{(\sqrt{3}+\sqrt{4})(\sqrt{3}-\sqrt{4})}+\cdots+\dfrac{\sqrt{24}-\sqrt{25}}{(\sqrt{24}+\sqrt{25})(\sqrt{24}-\sqrt{25})}$

$=-(1-\sqrt{2})-(\sqrt{2}-\sqrt{3})-(\sqrt{3}-\sqrt{4})-\cdots-(\sqrt{24}-\sqrt{25})$

$=(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{4}-\sqrt{3})+\cdots+(\sqrt{25}-\sqrt{24})$

$=-1+\sqrt{25}$

$=-1+5=4$

29 $(x+y)^2=(x-y)^2+4xy$

$=(-2\sqrt{6})^2+4\times3=36$

30 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$에서

$10=4^2-2ab$, $2ab=6$ $\therefore ab=3$

$\therefore \dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=\dfrac{b+a}{ab}=\dfrac{4}{3}$

31 1단계 $(x+2)(y+2)=4$에서

$xy+2(x+y)+4=4$

이때 $xy=-2$이므로

$-2+2(x+y)=0$, $2(x+y)=2$

$\therefore x+y=1$

2단계 $\therefore (x-y)^2=(x+y)^2-4xy$

$=1^2-4\times(-2)=9$

채점 기준		
1단계	$x+y$의 값 구하기	… 50 %
2단계	$(x-y)^2$의 값 구하기	… 50 %

32 $x=\dfrac{1}{4+\sqrt{15}}=\dfrac{4-\sqrt{15}}{(4+\sqrt{15})(4-\sqrt{15})}=4-\sqrt{15}$

$y=\dfrac{1}{4-\sqrt{15}}=\dfrac{4+\sqrt{15}}{(4-\sqrt{15})(4+\sqrt{15})}=4+\sqrt{15}$

$\therefore x^2+3xy+y^2$

$=(x+y)^2+xy$

$=\{(4-\sqrt{15})+(4+\sqrt{15})\}^2+(4-\sqrt{15})(4+\sqrt{15})$

$=8^2+1=65$

33 두 정사각형의 둘레의 길이의 합이 40이므로

$4x+4y=40$ $\therefore x+y=10$

두 정사각형의 넓이의 합이 80이므로

$x^2+y^2=80$

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$에서

$80=10^2-2xy$, $2xy=20$

$\therefore xy=10$

34 $a^2+\dfrac{1}{a^2}=\left(a+\dfrac{1}{a}\right)^2-2$

$=(2\sqrt{7})^2-2=26$

35 $x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+2$

$=3^2+2=11$

$\therefore x^4+\dfrac{1}{x^4}=\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}\right)^2-2$

$=11^2-2=119$

36 $x\neq0$이므로 $x^2=5x+1$의 양변을 x로 나누면

$x=5+\dfrac{1}{x}$ $\therefore x-\dfrac{1}{x}=5$

$\therefore x^2-10+\dfrac{1}{x^2}=x^2+\dfrac{1}{x^2}-10$

$=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+2-10$

$=5^2-8=17$

37 $x\neq0$이므로 $x^2-2x-1=0$의 양변을 x로 나누면

$x-2-\dfrac{1}{x}=0$ $\therefore x-\dfrac{1}{x}=2$

$x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+2=2^2+2=6$

$\therefore\ 2x^2-4x+\frac{4}{x}+\frac{2}{x^2}=2\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)-4\left(x-\frac{1}{x}\right)$
$=2\times6-4\times2=4$

38 $x=\frac{2}{\sqrt{3}+1}=\frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}=\sqrt{3}-1$에서
$x+1=\sqrt{3}$
양변을 제곱하면 $(x+1)^2=(\sqrt{3})^2$
$x^2+2x+1=3,\ x^2+2x=2$
$\therefore\ x^2+2x-5=2-5=-3$

39 1단계 $x=5+2\sqrt{6}$에서 $x-5=2\sqrt{6}$
양변을 제곱하면 $(x-5)^2=(2\sqrt{6})^2$
$x^2-10x+25=24$
$\therefore\ x^2-10x=-1$
2단계 $\therefore\ \sqrt{x^2-10x+17}=\sqrt{-1+17}$
$=\sqrt{16}=4$

채점 기준		
1단계	x^2-10x의 값 구하기	… 70 %
2단계	$\sqrt{x^2-10x+17}$의 값 구하기	… 30 %

40 $2<\sqrt{5}<3$에서 $-3<-\sqrt{5}<-2$이므로
$1<4-\sqrt{5}<2$
따라서 $4-\sqrt{5}$의 정수 부분은 1,
소수 부분은 $(4-\sqrt{5})-1=3-\sqrt{5}$이다.
즉, $a=3-\sqrt{5}$에서 $a-3=-\sqrt{5}$
양변을 제곱하면 $(a-3)^2=(-\sqrt{5})^2$
$a^2-6a+9=5,\ a^2-6a=-4$
$\therefore\ a^2-6a+5=-4+5=1$

실력 UP 문제 P. 65

1-1 $A=6,\ B=12,\ C=-3$ **1-2** 0
2-1 $-a^2+3ab-2b^2$ **2-2** $-2x^2+7xy-6y^2$
3-1 $x^4+8x^3-x^2-68x+60$ **3-2** 95

1-1 민준이가 전개한 식은
$(x+A)(x+2)=x^2+(A+2)x+2A$
$=x^2+8x+B$
이므로 $A+2=8,\ 2A=B$
$\therefore\ A=6,\ B=2\times6=12$
송이가 전개한 식은
$(x-2)(Cx+1)=Cx^2+(1-2C)x-2$
$=Cx^2+7x-2$
이므로 $1-2C=7,\ -2C=6$ $\therefore\ C=-3$

1-2 영서가 전개한 식은
$(5x+1)(5x+A)=25x^2+(5A+5)x+A$
$=25x^2-5x+B$
이므로 $5A+5=-5,\ A=B$
$\therefore\ A=-2,\ B=-2$
진아가 전개한 식은
$(Cx-4)(2x-4)=2Cx^2+(-4C-8)x+16$
$=2Cx^2-24x+16$
이므로 $-4C-8=-24,\ -4C=-16$
$\therefore\ C=4$
$\therefore\ A+B+C=(-2)+(-2)+4=0$

2-1 $\overline{BF}=\overline{AB}=b$이므로
$\overline{FC}=\overline{BC}-\overline{BF}=\overline{AD}-\overline{BF}=a-b$
$\overline{DG}=\overline{HG}=\overline{FC}=a-b$이므로
$\overline{GC}=\overline{DC}-\overline{DG}=\overline{AB}-\overline{DG}$
$=b-(a-b)$
$=b-a+b$
$=-a+2b$
$\therefore\ \square HFCG=\overline{FC}\times\overline{GC}$
$=(a-b)(-a+2b)$
$=-a^2+3ab-2b^2$

2-2 $\overline{BF}=\overline{AB}=y$이므로
$\overline{FC}=\overline{BC}-\overline{BF}=\overline{AD}-\overline{BF}=x-y$
$\overline{DG}=\overline{HG}=\overline{FC}=x-y$이므로
$\overline{GC}=\overline{DC}-\overline{DG}=\overline{AB}-\overline{DG}$
$=y-(x-y)$
$=y-x+y$
$=-x+2y$
$\overline{JG}=\overline{GC}=-x+2y$이므로
$\overline{HJ}=\overline{HG}-\overline{JG}=\overline{FC}-\overline{JG}$
$=x-y-(-x+2y)$
$=x-y+x-2y$
$=2x-3y$
$\therefore\ \square HFIJ=\overline{HJ}\times\overline{JI}=\overline{HJ}\times\overline{GC}$
$=(2x-3y)(-x+2y)$
$=-2x^2+7xy-6y^2$

3-1 $(x-1)(x-2)(x+5)(x+6)$
$=\{(x-1)(x+5)\}\{(x-2)(x+6)\}$
$=(x^2+4x-5)(x^2+4x-12)$
$=(A-5)(A-12)$ ← $x^2+4x=A$로 놓기
$=A^2-17A+60$
$=(x^2+4x)^2-17(x^2+4x)+60$ ← $A=x^2+4x$를 대입하기
$=x^4+8x^3+16x^2-17x^2-68x+60$
$=x^4+8x^3-x^2-68x+60$
참고 네 개의 일차식의 곱은 공통부분을 만들기 위해 두 일차식의 상수항의 합이 같아지도록 둘씩 짝 지어 전개한다.

3-2 $(x+1)(x+4)(x-3)(x-6)$
$=\{(x+1)(x-3)\}\{(x+4)(x-6)\}$
$=(x^2-2x-3)(x^2-2x-24)$ ← $x^2-2x=A$로 놓기
$=(A-3)(A-24)$
$=A^2-27A+72$
$=(x^2-2x)^2-27(x^2-2x)+72$ ← $A=x^2-2x$를 대입하기
$=x^4-4x^3+4x^2-27x^2+54x+72$
$=x^4-4x^3-23x^2+54x+72$
따라서 $a=-23$, $b=72$이므로
$b-a=72-(-23)=95$

실전 테스트 P. 66~67

1 5 **2** 4 **3** ③, ⑤ **4** ① **5** 8
6 ④ **7** $12+4\sqrt{2}-2\sqrt{5}$ **8** $\frac{2+\sqrt{7}}{3}$ **9** $-1+\sqrt{11}$
10 34 **11** 47 **12** ① **13** 지호
14 (1) 33개 (2) $33x^2+33xy-66y^2$

1 $(ax-4y)(2x+5y+3)$에서
xy항이 나오는 부분만 전개하면
$ax\times5y-4y\times2x=(5a-8)xy$이므로
$5a-8=17$, $5a=25$ $\therefore a=5$

2 $(5x+2y)(Ax-y)=5Ax^2+(-5+2A)xy-2y^2$
$=15x^2+Bxy-2y^2$
이므로 $5A=15$, $-5+2A=B$
$\therefore A=3$, $B=-5+2\times3=1$
$\therefore A+B=3+1=4$

3 ① $(-x-3y)^2=x^2+6xy+9y^2$
② $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=x^2-x+\frac{1}{4}$
④ $(x+5)(x-8)=x^2-3x-40$
따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

4 (색칠한 직사각형의 넓이)$=(a+b)(a-2b)$
$=a^2-ab-2b^2$

5 $\frac{1}{2}(3-1)=1$이므로 주어진 식에 $\frac{1}{2}(3-1)$을 곱해도 계산 결과가 같다. 즉,
$(3+1)(3^2+1)(3^4+1)$
$=\frac{1}{2}(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)$
$=\frac{1}{2}(3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)$
$=\frac{1}{2}(3^4-1)(3^4+1)$
$=\frac{1}{2}(3^8-1)$
$\therefore a=8$

6 $(a\sqrt{7}+3)(2\sqrt{7}-1)=14a+(-a+6)\sqrt{7}-3$
$=(14a-3)+(-a+6)\sqrt{7}$
이 식이 유리수이려면 무리수 부분이 0이어야 하므로
$-a+6=0$ $\therefore a=6$
따라서 $a=6$일 때, 주어진 식의 값은
$14a-3=14\times6-3=81$

7 $\overline{AP}=\overline{AD}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$이므로
점 P에 대응하는 수는 $1-\sqrt{5}$ $\therefore a=1-\sqrt{5}$
$\overline{AQ}=\overline{AE}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로
점 Q에 대응하는 수는 $1+\sqrt{2}$ $\therefore b=1+\sqrt{2}$
$\therefore a^2+2b^2=(1-\sqrt{5})^2+2(1+\sqrt{2})^2$
$=(1-2\sqrt{5}+5)+2(1+2\sqrt{2}+2)$
$=6-2\sqrt{5}+6+4\sqrt{2}$
$=12+4\sqrt{2}-2\sqrt{5}$

8 $\frac{9}{4+\sqrt{7}}=\frac{9(4-\sqrt{7})}{(4+\sqrt{7})(4-\sqrt{7})}$
$=\frac{9(4-\sqrt{7})}{9}=4-\sqrt{7}$
이때 $2<\sqrt{7}<3$에서 $-3<-\sqrt{7}<-2$이므로
$1<4-\sqrt{7}<2$
따라서 $4-\sqrt{7}$의 정수 부분은 1,
소수 부분은 $(4-\sqrt{7})-1=3-\sqrt{7}$이다.
즉, $a=1$, $b=3-\sqrt{7}$이므로
$\frac{1}{a-b}=\frac{1}{1-(3-\sqrt{7})}=\frac{1}{-2+\sqrt{7}}$
$=\frac{-2-\sqrt{7}}{(-2+\sqrt{7})(-2-\sqrt{7})}$
$=\frac{-2-\sqrt{7}}{-3}=\frac{2+\sqrt{7}}{3}$

9 $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(10)$
$=\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{11}+\sqrt{10}}$
$=\frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$
$+\frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{(\sqrt{4}+\sqrt{3})(\sqrt{4}-\sqrt{3})}+\cdots+\frac{\sqrt{11}-\sqrt{10}}{(\sqrt{11}+\sqrt{10})(\sqrt{11}-\sqrt{10})}$
$=(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{4}-\sqrt{3})+\cdots+(\sqrt{11}-\sqrt{10})$
$=-1+\sqrt{11}$

10 1단계 $x=\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}=\frac{(\sqrt{2}+1)^2}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}$
$=2+2\sqrt{2}+1=3+2\sqrt{2}$

$$y=\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}=\frac{(\sqrt{2}-1)^2}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}$$
$$=2-2\sqrt{2}+1=3-2\sqrt{2}$$

2단계 $\therefore \frac{x}{y}+\frac{y}{x}$
$$=\frac{x^2+y^2}{xy}$$
$$=\frac{(3+2\sqrt{2})^2+(3-2\sqrt{2})^2}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}$$
$$=\frac{9+12\sqrt{2}+8+9-12\sqrt{2}+8}{3^2-(2\sqrt{2})^2}=34$$

다른 풀이

2단계 $\therefore \frac{x}{y}+\frac{y}{x}$
$$=\frac{x^2+y^2}{xy}=\frac{(x+y)^2-2xy}{xy}$$
$$=\frac{\{(3+2\sqrt{2})+(3-2\sqrt{2})\}^2-2(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}$$
$$=6^2-2=34$$

채점 기준		
1단계	x, y의 분모를 각각 유리화하기	… 40 %
2단계	$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}$의 값 구하기	… 60 %

11 $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=(\sqrt{5})^2-2=3$

$x^4+\frac{1}{x^4}=\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2-2=3^2-2=7$

$\therefore x^8+\frac{1}{x^8}=\left(x^4+\frac{1}{x^4}\right)^2-2=7^2-2=47$

12 $x=\frac{1}{2\sqrt{6}-5}=\frac{2\sqrt{6}+5}{(2\sqrt{6}-5)(2\sqrt{6}+5)}=-2\sqrt{6}-5$에서

$x+5=-2\sqrt{6}$

양변을 제곱하면 $(x+5)^2=(-2\sqrt{6})^2$

$x^2+10x+25=24$, $x^2+10x=-1$

$\therefore x^2+10x-3=-1-3=-4$

13 $(x-2)^2=x^2-4x+4$

$(-x+2)^2=x^2-4x+4$이므로 ➡ 방향으로 이동

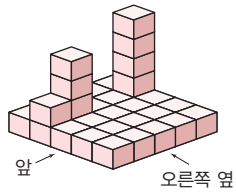
$-(x+2)^2=-x^2-4x-4$이므로 ⬇ 방향으로 이동

$(-x-2)^2=x^2+4x+4$이므로 ⬇ 방향으로 이동

$(2-x)^2=x^2-4x+4$이므로 ➡ 방향으로 이동

따라서 다영이가 출구에서 만나는 친구는 지호이다.

14 앞, 오른쪽 옆, 위에서 본 것을 합하여 입체도형을 그리면 오른쪽 그림과 같다.



(1) 1층, 2층, 3층, 4층, 5층에 놓인 상자는 각각 25개, 3개, 2개, 2개, 1개이므로
입체도형 전체를 이루는 상자는
$25+3+2+2+1=33$(개)

(2) (상자 한 개의 부피)$=(x+2y)\times(x-y)\times1$
$=x^2+xy-2y^2$
$\therefore$ (입체도형의 부피)$=33\times$(상자 한 개의 부피)
$=33(x^2+xy-2y^2)$
$=33x^2+33xy-66y^2$

01 인수분해 공식

P. 71~72

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ③ **2** ㄱ, ㄷ, ㅁ, ㅂ **3** ⑤ **4** $2x+y$

핵심 유형 문제

5 ③ **6** ③ **7** ① **8** ⑤ **9** ④
10 ㄱ, ㄹ

1 ③ x^3y와 $2xy^2$의 공통인 인수는 xy이다.

2 $2x(3x+1)(3x-1)=\underline{2(3x+1)}\times\underline{x(3x-1)}$
ㄷ ㅁ
$=\underline{2}\times x\times\underline{(9x^2-1)}$
ㄱ ㅂ
따라서 $2x(3x+1)(3x-1)$의 인수인 것은 ㄱ, ㄷ, ㅁ, ㅂ이다.

3 $5x^2y-10xy^2=5xy(x-2y)$이므로 $a=5$이다.

4 $6x^2+3xy=3x(\underline{2x+y})$
$(2x+y)(2x-y)-(2x+y)=(\underline{2x+y})(2x-y-1)$
따라서 두 다항식의 일차 이상의 공통인 인수는 $2x+y$이다.

6 $x(x+2)(x-2)=\underline{x}\times\underline{(x+2)(x-2)}$
ㄱ ㅁ
$=\underline{(x-2)}\times\underline{(x^2+2x)}$
ㄴ ㅂ
따라서 $x(x+2)(x-2)$의 인수가 아닌 것은 ㄷ, ㄹ이다.

7 ① $2-(x-5)=2-x+5=-x+7$

8 ① $2xy+y^2=y(2x+y)$
② $4a^2-2a=2a(2a-1)$
③ $m^2-3m=m(m-3)$
④ $-3x^2+6x=-3x(x-2)$
따라서 인수분해한 것이 옳은 것은 ⑤이다.

9 $x^3-x^2y=\underset{②}{\underline{x^2}}\underset{③}{\underline{(x-y)}}=\underset{①}{\underline{x}}\times\underset{⑤}{\underline{x(x-y)}}$
따라서 x^3-x^2y의 인수가 아닌 것은 ④ $x(x+y)$이다.

10 ㄱ. $abc-2abc^2=\underline{abc}(1-2c)$
ㄴ. $a^2bx-a^2y=a^2(bx-y)$
ㄷ. $a^2b^2+ac=a(ab^2+c)$
ㄹ. $abx^2-abx+abc=\underline{ab}(x^2-x+c)$
따라서 ab를 인수로 갖는 것은 ㄱ, ㄹ이다.

P. 73~80

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ③ **2** ④ **3** ① **4** 13 **5** ②
6 ① **7** -10, $x-2$ **8** $4x+3$ **9** ①

핵심 유형 문제

10 ④ **11** ④ **12** 16 **13** ② **14** 1
15 4 **16** ② **17** ④ **18** ③ **19** $-2a+1$
20 ①, ⑤ **21** $14x$ **22** ④ **23** ② **24** ㄴ, ㄷ
25 -2 **26** ③ **27** ③ **28** ⑤ **29** ②, ⑤
30 12 **31** $5x+1$ **32** $a=5$, $b=3$ **33** 10
34 $(x-2)(2x-3)$ **35** ①, ④ **36** ②
37 ㄴ, ㅁ, ㅂ **38** 6 **39** 7 **40** ③
41 -16 **42** $(x+5)(2x-3)$ **43** 1
44 $(x-2)(x+4)$ **45** ⑤ **46** ②
47 $(6a-5)$ m **48** ⑤ **49** 5 **50** $2x+1$

1 ① $x^2-16x+64=(x-8)^2$
② $9y^2+6y+1=(3y+1)^2$
④ $3x^2+30x+75=3(x^2+10x+25)=3(x+5)^2$
⑤ $49x^2-28xy+4y^2=(7x-2y)^2$
따라서 완전제곱식으로 인수분해할 수 없는 것은 ③이다.

2 $16x^2-56xy+Ay^2=(4x)^2-2\times4x\times7y+Ay^2$이므로
$A=7^2=49$

3 $64x^2-81=(8x+9)(8x-9)$
따라서 $a=8$, $b=8$, $c=-9$이므로
$a+b+c=8+8+(-9)=7$

4 $x^2+5x-36=(x+9)(x-4)$
이때 $a>b$이므로 $a=9$, $b=-4$
$\therefore a-b=9-(-4)=13$

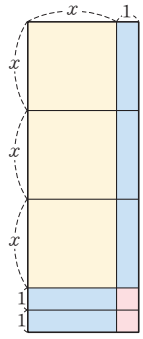
5 $3x^2+ax-4=(3x+b)(cx+2)$
$=3cx^2+(6+bc)x+2b$
이므로 $3=3c$, $a=6+bc$, $-4=2b$
따라서 $b=-2$, $c=1$, $a=6+(-2)\times1=4$이므로
$abc=4\times(-2)\times1=-8$

6 $x^2-x-12=(x+3)(\underline{x-4})$
$2x^2-5x-12=(\underline{x-4})(2x+3)$
따라서 두 다항식의 공통인 인수는 ① $x-4$이다.

7 x^2+3x+a의 다른 한 인수를 $x+m$(m은 상수)으로 놓으면
$x^2+3x+a=(x+5)(x+m)$
$=x^2+(5+m)x+5m$

이므로 $3=5+m$, $a=5m$
$\therefore m=-2$, $a=5\times(-2)=-10$
따라서 다른 한 인수는 $x-2$이다.

8 새로 만든 직사각형의 넓이는 주어진 10개의 직사각형의 넓이의 합과 같으므로
$3x^2+5x+2=(x+1)(3x+2)$
따라서 새로 만든 직사각형의 이웃하는 두 변의 길이는 각각 $x+1$, $3x+2$이므로 가로의 길이와 세로의 길이의 합은
$(x+1)+(3x+2)=4x+3$



9 정훈이는 상수항을 바르게 보았으므로
$2(x-1)(3x+5)=2(3x^2+2x-5)=6x^2+4x-10$
에서 처음 이차식의 상수항은 -10이다.
세린이는 x의 계수를 바르게 보았으므로
$(2x+1)(3x+2)=6x^2+7x+2$
에서 처음 이차식의 x의 계수는 7이다.
따라서 처음 이차식은 $6x^2+7x-10$이므로 이 식을 바르게 인수분해하면
$6x^2+7x-10=(x+2)(6x-5)$

10 ③ $4x^2-8xy+4y^2=4(x^2-2xy+y^2)=4(x-y)^2$
④ $16a^2+24ab+9b^2=(4a+3b)^2$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

11 $25x^2-30x+9=(5x-3)^2$
따라서 $25x^2-30x+9$의 인수인 것은 ④ $5x-3$이다.

12 1단계 $ax^2+12x+b=(2x+c)^2$
$=4x^2+4cx+c^2$
2단계 $a=4$, $12=4c$, $b=c^2$이므로
$a=4$, $c=3$, $b=3^2=9$
3단계 $\therefore a+b+c=4+9+3=16$

채점 기준		
1단계	우변의 식 정리하기	… 30 %
2단계	a, b, c의 값 각각 구하기	… 50 %
3단계	$a+b+c$의 값 구하기	… 20 %

13 ① $x^2-16x+\square=x^2-2\times x\times 8+\square$이므로
$\square=8^2=64$ ⇨ 절댓값은 64
② $x^2+20x+\square=x^2+2\times x\times 10+\square$이므로
$\square=10^2=100$ ⇨ 절댓값은 100
③ $4x^2+\square x+25=(2x)^2+\square x+(\pm 5)^2$이므로
$\square=2\times 2\times(\pm 5)=\pm 20$ ⇨ 절댓값은 20
④ $x^2+\square x+196=x^2+\square x+(\pm 14)^2$이므로
$\square=2\times 1\times(\pm 14)=\pm 28$ ⇨ 절댓값은 28
⑤ $36x^2+\square x+1=(6x)^2+\square x+(\pm 1)^2$이므로
$\square=2\times 6\times(\pm 1)=\pm 12$ ⇨ 절댓값은 12
따라서 절댓값이 가장 큰 것은 ②이다.

14 $9x^2+12x+A=(3x)^2+2\times 3x\times 2+A$이므로
$A=2^2=4$
$x^2+Bx+\frac{9}{4}=x^2+Bx+\left(\pm\frac{3}{2}\right)^2$이므로
$B=2\times 1\times\left(\pm\frac{3}{2}\right)=\pm 3$
이때 $B>0$이므로 $B=3$
$\therefore A-B=4-3=1$

15 $(2x-1)(2x+3)+k=4x^2+4x-3+k$
$=(2x)^2+2\times 2x\times 1-3+k$
이 식이 완전제곱식이 되려면
$-3+k=1^2$ $\therefore k=4$

16 $9x^2+(m-1)xy+25y^2=(3x)^2+(m-1)xy+(\pm 5y)^2$
이므로 $m-1=2\times 3\times(\pm 5)=\pm 30$
$\therefore m=31$ 또는 $m=-29$
따라서 모든 상수 m의 값의 합은
$31+(-29)=2$

17 $a<0$, $b>0$일 때, $a-b<0$이므로
$\sqrt{a^2}-\sqrt{a^2-2ab+b^2}=\sqrt{a^2}-\sqrt{(a-b)^2}$
$=-a-\{-(a-b)\}$
$=-a+a-b=-b$

18 $0<x<1$일 때, $0<x<1<\frac{1}{x}$이므로
$-2x<0$, $x-\frac{1}{x}<0$, $x+\frac{1}{x}>0$이고,
$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4=x^2+\frac{1}{x^2}-2=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2$,
$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+4=x^2+\frac{1}{x^2}+2=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2$이므로
$\sqrt{(-2x)^2}+\sqrt{\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4}-\sqrt{\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+4}$
$=\sqrt{(-2x)^2}+\sqrt{\left(x-\frac{1}{x}\right)^2}-\sqrt{\left(x+\frac{1}{x}\right)^2}$
$=-(-2x)+\left\{-\left(x-\frac{1}{x}\right)\right\}-\left(x+\frac{1}{x}\right)$
$=2x-x+\frac{1}{x}-x-\frac{1}{x}=0$

19 $\sqrt{x}=a-1$의 양변을 제곱하면
$x=(a-1)^2=a^2-2a+1$이므로
$\sqrt{x-4a+8}-\sqrt{x+6a+3}$
$=\sqrt{a^2-2a+1-4a+8}-\sqrt{a^2-2a+1+6a+3}$
$=\sqrt{a^2-6a+9}-\sqrt{a^2+4a+4}$
$=\sqrt{(a-3)^2}-\sqrt{(a+2)^2}$

이때 $1<a<3$에서 $a-3<0$, $a+2>0$이므로

(주어진 식)$=\sqrt{(a-3)^2}-\sqrt{(a+2)^2}$

$=-(a-3)-(a+2)$

$=-a+3-a-2$

$=-2a+1$

20 ② $100x^2-9=(10x+3)(10x-3)$

③ $-4x^2+y^2=y^2-4x^2=(y+2x)(y-2x)$

④ $a^2-\frac{1}{9}b^2=\left(a+\frac{1}{3}b\right)\left(a-\frac{1}{3}b\right)$

따라서 인수분해한 것이 옳은 것은 ①, ⑤이다.

21 $49x^2-16=(7x+4)(7x-4)$

따라서 두 일차식은 $7x+4$, $7x-4$이므로

$(7x+4)+(7x-4)=14x$

22 $x^8-1=(x^4+1)(x^4-1)$

$=(x^4+1)(x^2+1)(x^2-1)$

$=\underset{⑤}{(x^4+1)}\underset{③}{(x^2+1)}\underset{②}{(x+1)}\underset{①}{(x-1)}$

따라서 x^8-1의 인수가 아닌 것은 ④이다.

23 $x^2+4xy-12y^2=(x-2y)(x+6y)$

24 ㄱ. $x^2+x-6=(x-2)(x+3)$

ㄴ. $x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$

ㄷ. $x^2-5x-14=(x+2)(x-7)$

ㄹ. $x^2-7x+10=(x-2)(x-5)$

따라서 $x+2$를 인수로 갖는 다항식은 ㄴ, ㄷ이다.

25 1단계 $x^2+Ax-6=(x+B)(x+3)$

$=x^2+(B+3)x+3B$

2단계 $A=B+3$, $-6=3B$이므로

$B=-2$, $A=-2+3=1$

3단계 $\therefore AB=1\times(-2)=-2$

채점 기준		
1단계	우변의 식 정리하기	… 30 %
2단계	A, B의 값 각각 구하기	… 50 %
3단계	AB의 값 구하기	… 20 %

26 $(x+4)(x-6)-8x=x^2-2x-24-8x$

$=x^2-10x-24$

$=(x+2)(x-12)$

27 $x^2+kx+6=(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$에서

$k=a+b$, $ab=6$

이때 $ab=6$을 만족시키는 정수 a, b의 순서쌍 (a, b)는

$(-6, -1)$, $(-3, -2)$, $(-2, -3)$, $(-1, -6)$,

$(1, 6)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(6, 1)$

따라서 $k(=a+b)$의 값이 될 수 있는 수는 -7, -5, 5, 7이다.

28 ⑤ $4x^2+3xy-y^2=(x+y)(4x-y)$

29 $6x^2-5x-6=\underset{②}{(2x-3)}\underset{⑤}{(3x+2)}$

따라서 $6x^2-5x-6$의 인수는 ②, ⑤이다.

30 $12x^2-17xy-5y^2=(3x-5y)(4x+y)$이므로

$a=3$, $b=-5$, $c=4$

$\therefore a-b+c=3-(-5)+4=12$

31 1단계 $6x^2+7x-20=(2x+5)(3x-4)$

2단계 즉, 두 일차식은 $2x+5$, $3x-4$이다.

3단계 따라서 두 일차식의 합은

$(2x+5)+(3x-4)=5x+1$

채점 기준		
1단계	주어진 식을 인수분해하기	… 60 %
2단계	두 일차식 구하기	… 20 %
3단계	두 일차식의 합 구하기	… 20 %

32 $8x^2+(3a-1)x-15=(2x+5)(4x-b)$

$=8x^2+(-2b+20)x-5b$

이므로 $3a-1=-2b+20$, $-15=-5b$

$\therefore b=3$

$3a=-2b+21$에서 $3a=-2\times3+21=15$

$\therefore a=5$

33 곱해서 3이 되는 두 자연수는 1과 3이고,

곱해서 -2가 되는 두 정수는 1과 -2, -1과 2이므로

정수 k의 값을 모두 구하면

(i) $1\times3\to3$, $1\times(-2)\to-2$, 합 1

(ii) $1\times3\to3$, $-2\times1\to-6$, 합 -5

(iii) $1\times3\to3$, $-1\times2\to-3$, 합 -1

(iv) $1\times3\to3$, $2\times(-1)\to6$, 합 5

(i)~(iv)에 의해 가능한 정수 k의 값 중 가장 큰 수는 5이고,

가장 작은 수는 -5이므로 그 차는 $5-(-5)=10$

34 주어진 그래프가 두 점 $(0, -6)$, $(3, 0)$을 지나므로

(기울기)$=\frac{0-(-6)}{3-0}=2$

즉, 기울기가 2이고 y절편이 -6이므로 직선의 방정식은

$y=2x-6$

따라서 $a=2$, $b=-6$이므로

$ax^2-7x-b=2x^2-7x+6=(x-2)(2x-3)$

35 ② $x^2y-2xy^2=xy(x-2y)$

③ $\frac{x^2}{4}-y^2=\left(\frac{x}{2}+y\right)\left(\frac{x}{2}-y\right)$

⑤ $a(x+y)-4(x+y)=(x+y)(a-4)$

따라서 인수분해한 것이 옳은 것은 ①, ④이다.

36 ① $3x^2-75=3(x^2-25)=3(x+5)(x-\boxed{5})$
② $4a^2-49=(2a+\boxed{7})(2a-7)$
③ $8x^2-2x-3=(2x+1)(4x-\boxed{3})$
④ $3x^2-18x+27=3(x^2-6x+9)=\boxed{3}(x-3)^2$
⑤ $4ab^2-4ab+a=a(4b^2-4b+1)=a(2b-\boxed{1})^2$
따라서 □ 안에 알맞은 수가 가장 큰 것은 ②이다.

37 ㄱ. $x^2-x=x(x-1)$
ㄴ. $x^4-1=(x^2+1)(x^2-1)=(x^2+1)(x+1)(x-1)$
ㄷ. $x^2-2x+1=(x-1)^2$
ㄹ. $x^2+4x-5=(x-1)(x+5)$
ㅁ. $2x^2+7x+5=(x+1)(2x+5)$
ㅂ. $3x^2+2x-1=(x+1)(3x-1)$
따라서 $x+1$을 인수로 갖는 것은 ㄴ, ㅁ, ㅂ이다.

38 $4x^2-100y^2=4(x^2-25y^2)=4(x+5y)(x-5y)$
$x^2-xy-20y^2=(x+4y)(x-5y)$
따라서 두 다항식의 공통인 인수가 $x-5y$이므로
$a=1$, $b=-5$
$\therefore a-b=1-(-5)=6$

39 $2x^2+ax+6$의 다른 한 인수를 $x+m$(m은 상수)으로 놓으면
$2x^2+ax+6=(2x+3)(x+m)$
$=2x^2+(2m+3)x+3m$
이므로 $a=2m+3$, $6=3m$
$\therefore m=2$, $a=2\times2+3=7$

40 x^2-9x+a의 다른 한 인수를 $x+m$(m은 상수)으로 놓으면
$x^2-9x+a=(x-4)(x+m)$
$=x^2+(-4+m)x-4m$
이므로 $-9=-4+m$, $a=-4m$
$\therefore m=-5$, $a=-4\times(-5)=20$
$3x^2+bx-8$의 다른 한 인수를 $3x+n$(n은 상수)으로 놓으면
$3x^2+bx-8=(x-4)(3x+n)$
$=3x^2+(n-12)x-4n$
이므로 $b=n-12$, $-8=-4n$
$\therefore n=2$, $b=2-12=-10$
$\therefore a+b=20+(-10)=10$

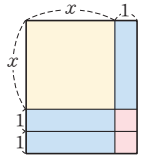
41 $x^2+2x-35=(x-5)(x+7)$
$2x^2-7x-15=(x-5)(2x+3)$
위의 두 다항식의 공통인 인수는 $x-5$이므로
$3x^2+ax+5$도 $x-5$를 인수로 갖는다.
$3x^2+ax+5$의 다른 한 인수를 $3x+m$(m은 상수)으로 놓으면
$3x^2+ax+5=(x-5)(3x+m)$
$=3x^2+(m-15)x-5m$
이므로 $a=m-15$, $5=-5m$
$\therefore m=-1$, $a=-1-15=-16$

42 연주는 x의 계수를 바르게 보았으므로
$(x+4)(2x-1)=2x^2+7x-4$
에서 처음 이차식의 x의 계수는 7이다.
해준이는 상수항을 바르게 보았으므로
$(x-3)(2x+5)=2x^2-x-15$
에서 처음 이차식의 상수항은 -15이다.
따라서 처음 이차식은 $2x^2+7x-15$이므로 이 식을 바르게 인수분해하면
$2x^2+7x-15=(x+5)(2x-3)$

43 민서는 상수항을 바르게 보았으므로
$(x-1)(x-12)=x^2-13x+12$
에서 처음 이차식의 상수항은 12이다.
나현이는 x의 계수를 바르게 보았으므로
$(x+2)(x-9)=x^2-7x-18$
에서 처음 이차식의 x의 계수는 -7이다.
따라서 처음 이차식은 $x^2-7x+12$이므로 이 식을 바르게 인수분해하면
$x^2-7x+12=(x-3)(x-4)$
이때 $a>b$이므로 $a=-3$, $b=-4$
$\therefore a-b=-3-(-4)=1$

44 진아는 x의 계수와 상수항을 바르게 보았으므로
$2(x-1)(3x+4)=6x^2+2x-8$
에서 처음 이차식의 x의 계수는 2, 상수항은 -8이다.
준희는 x^2의 계수와 x의 계수를 바르게 보았으므로
$(x+1)^2=x^2+2x+1$
에서 처음 이차식의 x^2의 계수는 1, x의 계수는 2이다.
따라서 처음 이차식은 x^2+2x-8이므로 이 식을 바르게 인수분해하면
$x^2+2x-8=(x-2)(x+4)$

45 새로 만든 직사각형의 넓이는 주어진 6개의 대수막대의 넓이의 합과 같으므로
$x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$
따라서 새로 만든 직사각형의 이웃하는 두 변의 길이는 각각 $x+1$, $x+2$이므로 새로 만든 직사각형의 둘레의 길이는
$2\times\{(x+1)+(x+2)\}=2(2x+3)=4x+6$



46 직사각형의 넓이가 $6x^2+11x+4$이므로
$6x^2+11x+4=(2x+1)(3x+4)$
이때 직사각형의 가로의 길이가 $3x+4$이므로 세로의 길이는 $2x+1$이다.

47 (확장한 거실의 넓이)$=(12a^2+4a-21)+(4a+6)$
$=12a^2+8a-15$
$=(2a+3)(6a-5)(\text{m}^2)$

이때 확장한 거실의 가로의 길이가 $(2a+3)$ m이므로 세로의 길이는 $(6a-5)$ m이다.

48 (색칠한 부분의 넓이)$=\pi\left(\frac{17a}{2}\right)^2-\pi\left(\frac{5b}{2}\right)^2$

$=\pi\left\{\left(\frac{17a}{2}\right)^2-\left(\frac{5b}{2}\right)^2\right\}$

$=\pi\left(\frac{17a}{2}+\frac{5b}{2}\right)\left(\frac{17a}{2}-\frac{5b}{2}\right)$

$=\frac{1}{4}\pi(17a+5b)(17a-5b)$

49 두 정사각형의 둘레의 길이의 합이 80이므로

$4x+4y=80$, $4(x+y)=80$ $\therefore x+y=20$

두 정사각형의 넓이의 차가 100이므로

$x^2-y^2=100$ ($\because x>y$)

$(x+y)(x-y)=100$, $20(x-y)=100$ $\therefore x-y=5$

따라서 두 정사각형의 한 변의 길이의 차는 5이다.

50 (도형 A의 넓이)

$=(3x)^2-\frac{1}{2}\times\{(2x+1)+3\}\times x-3\times1$

$=9x^2-(x+2)x-3$

$=8x^2-2x-3$

$=(4x-3)(2x+1)$

이때 두 도형 A, B의 넓이가 서로 같고 도형 B의 가로의 길이가 $4x-3$이므로 도형 B의 세로의 길이는 $2x+1$이다.

02 인수분해 공식의 응용

P. 81~87

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ㄷ, ㄹ **2** ② **3** ⑤ **4** $\sqrt{7}$

5 $a=4$, $b=-6$ **6** $a-1$ **7** $2x$ **8** $x+y+1$

9 $x+5$

핵심 유형 문제

10 ③ **11** ① **12** 1083 **13** 4916 **14** ①

15 $\frac{6}{11}$ **16** ①, ④ **17** $2-4\sqrt{2}$ **18** ③

19 ① **20** $-4\sqrt{5}$ **21** 40 **22** 162 **23** ②

24 $a=4$, $b=-1$ **25** 21 **26** ③ **27** ⑤

28 $(x^2+3x-5)(x^2+3x+7)$ **29** ④ **30** ①, ⑤

31 ② **32** -80 **33** ③ **34** ⑤ **35** 2

36 $5-10\sqrt{5}$ **37** 10 **38** ⑤ **39** ②

40 ① **41** ⑤ **42** $x+3$ **43** 500π cm^3

1 ㄷ. $12.5^2-12.5+0.5^2=12.5^2-2\times12.5\times0.5+0.5^2$

$=(12.5-0.5)^2$

$=12^2=144$

ㄹ. $39^2-9=(39+3)(39-3)=1512$

따라서 옳지 않은 것은 ㄷ, ㄹ이다.

2 $\frac{3051\times3052+3051}{3052^2-1}=\frac{3051\times(3052+1)}{(3052+1)(3052-1)}$

$=\frac{3051\times3053}{3053\times3051}=1$

3 $x=\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}=\frac{(2-\sqrt{3})^2}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=7-4\sqrt{3}$

$y=\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}=\frac{(2+\sqrt{3})^2}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=7+4\sqrt{3}$

$\therefore x^2+2xy+y^2=(x+y)^2$

$=(7-4\sqrt{3}+7+4\sqrt{3})^2$

$=14^2=196$

4 $\frac{x^2-3x-10}{x+2}=\frac{(x+2)(x-5)}{x+2}$

$=x-5$

$=\sqrt{7}+5-5=\sqrt{7}$

5 $x-2=A$로 놓으면

$(x-2)^2-2(2-x)-24=(x-2)^2+2(x-2)-24$

$=A^2+2A-24$

$=(A-4)(A+6)$

$=(x-2-4)(x-2+6)$

$=(x-6)(x+4)$

이때 $a>b$이므로 $a=4$, $b=-6$

6 $ab+a-b-1=a(b+1)-(b+1)=(a-1)(b+1)$

$a^3-a^2b-a+b=a^2(a-b)-(a-b)$

$=(a^2-1)(a-b)$

$=(a+1)(a-1)(a-b)$

따라서 두 다항식의 일차 이상의 공통인 인수는 $a-1$이다.

7 $x^2-y^2+14y-49=x^2-(y^2-14y+49)$

$=x^2-(y-7)^2$

$=(x+y-7)\{x-(y-7)\}$

$=(x+y-7)(x-y+7)$

따라서 두 일차식은 $x+y-7$, $x-y+7$이므로

$(x+y-7)+(x-y+7)=2x$

8 $x^2-y^2+5x+3y+4=x^2+5x-(y^2-3y-4)$

$=x^2+5x-(y+1)(y-4)$

$=\{x+(y+1)\}\{x-(y-4)\}$

$=(x+y+1)(x-y+4)$

$\therefore A=x+y+1$

9 (도형 A의 넓이)$=(3x+7)^2-4(x+1)^2$
$=(3x+7)^2-2^2(x+1)^2$
$=(3x+7+2x+2)(3x+7-2x-2)$
$=(5x+9)(x+5)$
이때 두 도형 A, B의 넓이가 서로 같고, 도형 B의 가로의 길이가 $5x+9$이므로 도형 B의 세로의 길이는 $x+5$이다.

10 $163^2-162^2=(163+162)(163-162)$ ← $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ 이용
$=325$
따라서 주어진 식을 계산할 때, 이용하면 가장 편리한 인수분해 공식은 ③이다.

11 $196\times2.08-98\times3.16=2\times98\times2.08-98\times3.16$
$=98(2\times2.08-3.16)$
$=98(4.16-3.16)=98$

12 $1080\times1086+9=1080\times(1080+6)+9$
$=1080^2+6\times1080+9$
$=(1080+3)^2=1083^2$
따라서 구하는 자연수는 1083이다.

13 $A=72.5^2-5\times72.5+2.5^2$
$=72.5^2-2\times72.5\times2.5+2.5^2$
$=(72.5-2.5)^2$
$=70^2=4900$
$B=\sqrt{34^2-30^2}$
$=\sqrt{(34+30)(34-30)}$
$=\sqrt{64\times4}=\sqrt{256}=16$
$\therefore A+B=4900+16=4916$

14 $1^2-2^2+3^2-4^2+5^2-6^2+7^2-8^2+9^2-10^2$
$=(1^2-2^2)+(3^2-4^2)+(5^2-6^2)+(7^2-8^2)+(9^2-10^2)$
$=(1+2)(1-2)+(3+4)(3-4)+(5+6)(5-6)$
$+(7+8)(7-8)+(9+10)(9-10)$
$=-3-7-11-15-19$
$=-55$

15 1단계 $\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\times\cdots\times\left(1-\frac{1}{10^2}\right)\left(1-\frac{1}{11^2}\right)$
$=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)\times\cdots\times\left(1-\frac{1}{10}\right)\left(1+\frac{1}{10}\right)\left(1-\frac{1}{11}\right)\left(1+\frac{1}{11}\right)$
2단계 $=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{4}\times\cdots\times\frac{9}{10}\times\frac{11}{10}\times\frac{10}{11}\times\frac{12}{11}$
$=\frac{1}{2}\times\frac{12}{11}=\frac{6}{11}$

채점 기준		
1단계	주어진 식을 인수분해하기	… 60 %
2단계	계산하기	… 40 %

16 $2^{16}-1=(2^8+1)(2^8-1)$
$=(2^8+1)(2^4+1)(2^4-1)$
$=(2^8+1)(2^4+1)(2^2+1)(2^2-1)$
$=(2^8+1)(2^4+1)(2^2+1)(2+1)(2-1)$
$=257\times17\times5\times3\times1$
④ $95=5\times19$는 $2^{16}-1$의 약수가 아니다.
따라서 $2^{16}-1$의 약수가 아닌 것은 ①, ④이다.

17 $x=\frac{1}{\sqrt{2}-1}=\frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=\sqrt{2}+1$
$\therefore x^2-6x+5=(x-1)(x-5)$
$=(\sqrt{2}+1-1)(\sqrt{2}+1-5)$
$=\sqrt{2}(\sqrt{2}-4)=2-4\sqrt{2}$

18 $x^2-y^2=(x+y)(x-y)$
$=(\sqrt{7}-2+\sqrt{7}+2)\{(\sqrt{7}-2)-(\sqrt{7}+2)\}$
$=2\sqrt{7}\times(-4)=-8\sqrt{7}$

19 $\frac{4x-12y}{x^2-6xy+9y^2}=\frac{4(x-3y)}{(x-3y)^2}=\frac{4}{x-3y}$
$=\frac{4}{(1+2\sqrt{2})-3(-1+2\sqrt{2})}$
$=\frac{1}{1-\sqrt{2}}=\frac{1+\sqrt{2}}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})}$
$=-1-\sqrt{2}$

20 1단계 $\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$이므로
점 P에 대응하는 수는 $-1+\sqrt{5}$
$\therefore a=-1+\sqrt{5}$
$\overline{AQ}=\overline{AB}=\sqrt{5}$이므로
점 Q에 대응하는 수는 $-1-\sqrt{5}$
$\therefore b=-1-\sqrt{5}$
2단계 $\therefore a^2-b^2$
$=(a+b)(a-b)$
$=\{(-1+\sqrt{5})+(-1-\sqrt{5})\}$
$\times\{(-1+\sqrt{5})-(-1-\sqrt{5})\}$
$=-2\times2\sqrt{5}=-4\sqrt{5}$

채점 기준		
1단계	a, b의 값 각각 구하기	… 50 %
2단계	a^2-b^2의 값 계산하기	… 50 %

21 $x^2-y^2=(x+y)(x-y)=\sqrt{10}(x+y)=20$이므로
$x+y=\frac{20}{\sqrt{10}}=2\sqrt{10}$
$\therefore x^2+2xy+y^2=(x+y)^2=(2\sqrt{10})^2=40$

22 $(2a+1)(b+1)=2ab+2a+b+1$
$=4+2a+b+1=14$
이므로 $2a+b=9$
$\therefore 4a^3b+4a^2b^2+ab^3=ab(4a^2+4ab+b^2)$
$=ab(2a+b)^2$
$=2\times9^2=162$

23 $x-y=A$로 놓으면
$(x-y)(x-y+2)-15=A(A+2)-15$
$=A^2+2A-15$
$=(A-3)(A+5)$
$=(x-y-3)(x-y+5)$
따라서 주어진 식의 인수인 것은 ②이다.

24 $3x-2=A$, $x+1=B$로 놓으면
$(3x-2)^2-(x+1)^2$
$=A^2-B^2$
$=(A+B)(A-B)$
$=(3x-2+x+1)\{(3x-2)-(x+1)\}$
$=(4x-1)(2x-3)$
$\therefore a=4$, $b=-1$

25 $x+1=A$, $x-3=B$로 놓으면
$(x+1)^2-9(x+1)(x-3)+20(x-3)^2$
$=A^2-9AB+20B^2$
$=(A-4B)(A-5B)$
$=\{(x+1)-4(x-3)\}\{(x+1)-5(x-3)\}$
$=(-3x+13)(-4x+16)$
$=4(x-4)(3x-13)$
따라서 $a=4$, $b=-4$, $c=-13$이므로
$a-b-c=4-(-4)-(-13)=21$

26 $2<\sqrt{5}<3$이므로 $\sqrt{5}$의 소수 부분 $x=\sqrt{5}-2$
$x-3=A$로 놓으면
$(x-3)^2+10(x-3)+25=A^2+10A+25$
$=(A+5)^2$
$=(x-3+5)^2=(x+2)^2$
$=(\sqrt{5}-2+2)^2$
$=(\sqrt{5})^2=5$

27 $(x-5)(x-3)(x+1)(x+3)+36$
$=\{(x-5)(x+3)\}\{(x-3)(x+1)\}+36$
$=(x^2-2x-15)(x^2-2x-3)+36$
$=(A-15)(A-3)+36$ ← $x^2-2x=A$로 놓기
$=A^2-18A+81$
$=(A-9)^2$
$=(x^2-2x-9)^2$ ← $A=x^2-2x$를 대입하기
따라서 $a=-2$, $b=-9$이므로
$ab=(-2)\times(-9)=18$

28 $x(x+1)(x+2)(x+3)-35$
$=\{x(x+3)\}\{(x+1)(x+2)\}-35$
$=(x^2+3x)(x^2+3x+2)-35$
$=A(A+2)-35$ ← $x^2+3x=A$로 놓기
$=A^2+2A-35$
$=(A-5)(A+7)$
$=(x^2+3x-5)(x^2+3x+7)$ ← $A=x^2+3x$를 대입하기

29 $(x+1)(x+2)(x+5)(x+6)-12$
$=\{(x+1)(x+6)\}\{(x+2)(x+5)\}-12$
$=(x^2+7x+6)(x^2+7x+10)-12$
$=(A+6)(A+10)-12$ ← $x^2+7x=A$로 놓기
$=A^2+16A+48$
$=(A+12)(A+4)$
$=(x^2+7x+12)(x^2+7x+4)$ ← $A=x^2+7x$를 대입하기
$=(x+3)(x+4)(x^2+7x+4)$

30 $x^2y-4+x^2-4y=x^2y+x^2-4y-4$
$=x^2(y+1)-4(y+1)$
$=(x^2-4)(y+1)$
$=(x+2)(x-2)(y+1)$
따라서 주어진 식의 인수가 아닌 것은 ①, ⑤이다.
다른 풀이
$x^2y-4+x^2-4y=x^2y-4y+x^2-4$
$=y(x^2-4)+(x^2-4)$
$=(x^2-4)(y+1)$
$=(x+2)(x-2)(y+1)$
따라서 주어진 식의 인수가 아닌 것은 ①, ⑤이다.

31 $x^3-3x^2-25x+75=x^2(x-3)-25(x-3)$
$=(x-3)(x^2-25)$
$=(x-3)(x+5)(x-5)$
따라서 세 일차식은 $x-3$, $x+5$, $x-5$이므로
$(x-3)+(x+5)+(x-5)=3x-3$

32 $\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$이므로
점 P에 대응하는 수는 $-1-\sqrt{10}$
$\therefore a=-1-\sqrt{10}$
$\overline{AQ}=\overline{AC}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$이므로
점 Q에 대응하는 수는 $-1+\sqrt{10}$
$\therefore b=-1+\sqrt{10}$
$\therefore a^3-a^2b-ab^2+b^3$
$=a^2(a-b)-b^2(a-b)$
$=(a-b)(a^2-b^2)$
$=(a-b)(a+b)(a-b)$
$=(a-b)^2(a+b)$
$=\{(-1-\sqrt{10})-(-1+\sqrt{10})\}^2$
$\times\{(-1-\sqrt{10})+(-1+\sqrt{10})\}$
$=(-2\sqrt{10})^2\times(-2)=-80$

33 $x^2-y^2-5x-5y=(x^2-y^2)-5(x+y)$
$=(x+y)(x-y)-5(x+y)$
$=(x+y)(x-y-5)$
$=4\times(11-5)=24$

34 $4x^2-y^2-6y-9=4x^2-(y^2+6y+9)$
$=(2x)^2-(y+3)^2$
$=(2x+y+3)(2x-y-3)$
따라서 주어진 식의 인수인 것은 ⑤이다.

35 $25x^2-10xy-4+y^2=(25x^2-10xy+y^2)-4$
$=(5x-y)^2-2^2$
$=(5x-y+2)(5x-y-2)$
따라서 $a=5$, $b=-1$, $c=-2$이므로
$a+b+c=5+(-1)+(-2)=2$

36 1단계 $x=\dfrac{1}{\sqrt{5}+2}=\dfrac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}=\sqrt{5}-2$
$y=\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}=\dfrac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}=\sqrt{5}+2$
2단계 $\therefore x^2-2x+1-y^2$
$=(x-1)^2-y^2$
$=(x+y-1)(x-y-1)$
3단계 $=\{(\sqrt{5}-2)+(\sqrt{5}+2)-1\}$
$\times\{(\sqrt{5}-2)-(\sqrt{5}+2)-1\}$
$=(2\sqrt{5}-1)\times(-5)$
$=5-10\sqrt{5}$

채점 기준		
1단계	x, y의 분모를 각각 유리화하기	… 30 %
2단계	주어진 식을 인수분해하기	… 40 %
3단계	주어진 식의 값 구하기	… 30 %

37 $a^2-b^2-4a+4=(a^2-4a+4)-b^2$
$=(a-2)^2-b^2$
$=(a+b-2)(a-b-2)$
$=(-2-2)\times(a-b-2)$
즉, $-4(a-b-2)=-32$이므로 $a-b-2=8$
$\therefore a-b=10$

38 $x^2+xy-5x-3y+6=(x-3)y+x^2-5x+6$
$=(x-3)y+(x-2)(x-3)$
$=(x-3)(x+y-2)$

39 $3y^2+3xy-x+2y-1=(3y-1)x+3y^2+2y-1$
$=(3y-1)x+(y+1)(3y-1)$
$=(3y-1)(x+y+1)$
따라서 두 일차식은 $3y-1$, $x+y+1$이므로
$(3y-1)+(x+y+1)=x+4y$

40 $x^2+xy-6y^2+3x-y+2$
$=x^2+(y+3)x-(6y^2+y-2)$
$=x^2+(y+3)x-(2y-1)(3y+2)$
$=(x-2y+1)(x+3y+2)$
따라서 $a=-2$, $b=3$, $c=2$이므로
$a+b-c=-2+3-2=-1$

41 (남은 종이의 넓이)$=59^2-41^2$
$=(59+41)(59-41)$
$=100\times18=1800$

42 $x^3+x^2y-9x-9y=x^2(x+y)-9(x+y)$
$=(x+y)(x^2-9)$
$=(x+y)(x+3)(x-3)$
이때 직육면체의 가로의 길이가 $x+y$, 세로의 길이가 $x-3$이므로 높이는 $x+3$이다.

43 (화장지의 부피)$=\pi\times7.5^2\times10-\pi\times2.5^2\times10$
$=10\pi(7.5^2-2.5^2)$
$=10\pi(7.5+2.5)(7.5-2.5)$
$=10\pi\times10\times5=500\pi(\text{cm}^3)$

실력 UP 문제 P. 88

1-1 6 **1-2** 19
2-1 5, 41 **2-2** 64
3-1 $4a\pi\ \text{cm}^2$ **3-2** 3 cm

1-1 $n^2+2n-35=(n-5)(n+7)$
자연수 n에 대하여 이 식이 소수가 되려면 $n-5$, $n+7$의 값 중 하나는 1이어야 한다.
이때 $n-5<n+7$이므로 $n-5=1$ $\therefore n=6$

1-2 $n^2+2n-80=(n-8)(n+10)$
자연수 n에 대하여 이 식이 소수가 되려면 $n-8$, $n+10$의 값 중 하나는 1이어야 한다.
이때 $n-8<n+10$이므로 $n-8=1$ $\therefore n=9$
따라서 구하는 소수는
$n^2+2n-80=(n-8)(n+10)$
$=(9-8)(9+10)=19$

2-1 $3^8-1=(3^4+1)(3^4-1)$
$=(3^4+1)(3^2+1)(3^2-1)$
$=(3^4+1)(3^2+1)(3+1)(3-1)$
$=82\times10\times4\times2$
$=2^5\times5\times41$
따라서 3^8-1은 두 소수 5, 41로 나누어떨어진다.

2-2 $2^{20}-1=(2^{10}+1)(2^{10}-1)$
$=(2^{10}+1)(2^5+1)(2^5-1)$
$=1025\times33\times31$
$=5^2\times41\times3\times11\times31$
$=5^2\times3\times11\times31\times41$
따라서 $2^{20}-1$은 30보다 크고 40보다 작은 두 자연수 31과 33으로 나누어떨어진다.
$\therefore 31+33=64$

3-1 $\overline{BD}$를 지름으로 하는 원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면
$2\pi r=a\pi$에서 $r=\frac{a}{2}$ $\therefore \overline{BD}=2r=a$(cm)
$\overline{AD}=\overline{CD}=4$ cm이므로
$\overline{AB}$, $\overline{BC}$를 지름으로 하는 원의 반지름의 길이는 각각 $\frac{a+4}{2}$ cm, $\frac{a-4}{2}$ cm이다.
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)
$=\left(\frac{a+4}{2}\right)^2\pi-\left(\frac{a-4}{2}\right)^2\pi$
$=\left(\frac{a+4}{2}+\frac{a-4}{2}\right)\left(\frac{a+4}{2}-\frac{a-4}{2}\right)\pi$
$=4a\pi$(cm^2)

3-2 $\overline{AD}$를 지름으로 하는 원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면
$2\pi r=12\pi$에서 $r=6$ $\therefore \overline{AD}=12$ cm
$\overline{CD}=\overline{BD}=a$ cm라고 하면
$\overline{AB}$, $\overline{AC}$를 지름으로 하는 원의 반지름의 길이는 각각 $\frac{12+a}{2}$ cm, $\frac{12-a}{2}$ cm이고 색칠한 부분의 넓이가 36π cm^{2}이므로
$\left(\frac{12+a}{2}\right)^2\pi-\left(\frac{12-a}{2}\right)^2\pi=36\pi$
$\left(\frac{12+a}{2}+\frac{12-a}{2}\right)\left(\frac{12+a}{2}-\frac{12-a}{2}\right)=36$
$12a=36$ $\therefore a=3$
따라서 $\overline{CD}$의 길이는 3 cm이다.

실전 테스트 P. 89~91

1 ③ **2** ㄹ, ㅂ **3** ① **4** $3x-4$ **5** ③
6 ② **7** ④ **8** ② **9** ④
10 $(x-1)(x+6)$ **11** $x+5$ **12** ④ **13** ②
14 ① **15** -2 **16** $-40\sqrt{6}$ **17** ④
18 ⑤ **19** -210

1 $2x^2y-3x^2y^2=x^2y(2-3y)$
따라서 주어진 식의 인수가 아닌 것은 ③이다.

2 ㄱ. $x^2-8x+16=(x-4)^2$
ㄴ. $4x^2-12x+9=(2x-3)^2$
ㄷ. $2x^2+4xy+2y^2=2(x^2+2xy+y^2)=2(x+y)^2$
ㄹ. $a^2+5a+\frac{25}{4}=\left(a+\frac{5}{2}\right)^2$
따라서 완전제곱식으로 인수분해되지 않는 것은 ㄹ, ㅂ이다.

3 $x^2+ax+36=x^2+ax+(\pm6)^2$이므로
$a=2\times1\times(\pm6)=\pm12$
이때 $a>0$이므로 $a=12$
$4x^2+\frac{4}{3}xy+by^2=(2x)^2+2\times2x\times\frac{1}{3}y+by^2$이므로
$b=\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$
$\therefore 3ab=3\times12\times\frac{1}{9}=4$

4 $\frac{1}{2}<x<3$일 때, $2x-1>0$, $x-3<0$이므로
$\sqrt{4x^2-4x+1}-\sqrt{(x+3)^2-12x}$
$=\sqrt{(2x-1)^2}-\sqrt{x^2+6x+9-12x}$
$=\sqrt{(2x-1)^2}-\sqrt{x^2-6x+9}$
$=\sqrt{(2x-1)^2}-\sqrt{(x-3)^2}$
$=2x-1-\{-(x-3)\}$
$=2x-1+x-3$
$=3x-4$

5 $ax^2-16y^2=(bx+4y)(7x+cy)$
$=7bx^2+(bc+28)xy+4cy^2$
이므로 $a=7b$, $0=bc+28$, $-16=4c$
$\therefore c=-4$
$0=-4b+28$에서 $b=7$, $a=7\times7=49$
$\therefore a+b+c=49+7+(-4)=52$

6 $(x-3)(x+5)-9=x^2+2x-15-9$
$=x^2+2x-24$
$=(x+6)(x-4)$
따라서 $a=6$, $b=4$이므로
$x^2+ax+2b=x^2+6x+8=(x+2)(x+4)$

7 $3x^2+(a+12)xy+8y^2=(3x+by)(cx+4y)$
$=3cx^2+(12+bc)xy+4by^2$
이므로 $3=3c$, $a+12=12+bc$, $8=4b$
$\therefore c=1$, $b=2$, $a=2\times1=2$
$\therefore a+b+c=2+2+1=5$

8 ② $-9x^2+y^2=y^2-9x^2$
$=(y+3x)(y-3x)$
$=(3x+y)(-3x+y)$

9 x^2+ax-8의 다른 한 인수를 $x+m$(m은 상수)으로 놓으면
$x^2+ax-8=(x-2)(x+m)$
$=x^2+(-2+m)x-2m$
이므로 $a=-2+m$, $-8=-2m$
$\therefore m=4$, $a=-2+4=2$
$2x^2-3x+b$의 다른 한 인수를 $2x+n$(n은 상수)으로 놓으면
$2x^2-3x+b=(x-2)(2x+n)$
$=2x^2+(n-4)x-2n$
이므로 $-3=n-4$, $b=-2n$
$\therefore n=1$, $b=-2\times1=-2$
$\therefore a-b=2-(-2)=4$

10 1단계 혜리는 상수항을 바르게 보았으므로
$(x-2)(x+3)=x^2+x-6$
에서 처음 이차식의 상수항은 -6이다.
2단계 상우는 x의 계수를 바르게 보았으므로
$(x+1)(x+4)=x^2+5x+4$
에서 처음 이차식의 x의 계수는 5이다.
3단계 따라서 처음 이차식은 x^2+5x-6이므로 이 식을 바르게 인수분해하면
$x^2+5x-6=(x-1)(x+6)$

채점 기준		
1단계	처음 이차식의 상수항 구하기	… 30 %
2단계	처음 이차식의 x의 계수 구하기	… 30 %
3단계	처음 이차식을 바르게 인수분해하기	… 40 %

11 ㈎의 넓이는 $x^2+10x+21=(x+3)(x+7)$
이때 ㈎의 세로의 길이가 $x+7$이므로 가로의 길이는 $x+3$이다.
$\therefore$ (㈎의 둘레의 길이)$=2\times\{(x+3)+(x+7)\}$
$=2(2x+10)=4x+20$
따라서 ㈏의 한 변의 길이는
$(4x+20)\div4=x+5$

12 $\sqrt{9\times11^2-9\times22+9}=\sqrt{9(11^2-2\times11\times1+1^2)}$
$=\sqrt{9(11-1)^2}$
$=\sqrt{9\times10^2}=\sqrt{900}=30$

13 $x^2-y^2+2=(x+y)(x-y)+2$
$=2(x+y)+2=12$
$2(x+y)=10$ $\therefore x+y=5$

14 $2x-3y=A$로 놓으면
$(2x-3y)(2x-3y+5)-24=A(A+5)-24$
$=A^2+5A-24$
$=(A-3)(A+8)$
$=(2x-3y-3)(2x-3y+8)$

15 1단계 $4x^2-4xy+y^2-9=(4x^2-4xy+y^2)-9$
$=(2x-y)^2-3^2$
$=(2x-y+3)(2x-y-3)$
2단계 이때 $b>d$이므로
$a=-1$, $b=3$, $c=-1$, $d=-3$
3단계 $\therefore a+b+c+d=-1+3+(-1)+(-3)$
$=-2$

채점 기준		
1단계	주어진 식의 좌변을 인수분해하기	… 60 %
2단계	a, b, c, d의 값 각각 구하기	… 20 %
3단계	$a+b+c+d$의 값 구하기	… 20 %

16 $x^3y-xy^3-2x^2+2y^2$
$=xy(x^2-y^2)-2(x^2-y^2)$
$=(x^2-y^2)(xy-2)$
$=(x+y)(x-y)(xy-2)$
$=\{(5+2\sqrt{6})+(5-2\sqrt{6})\}\{(5+2\sqrt{6})-(5-2\sqrt{6})\}$
$\times\{(5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6})-2\}$
$=10\times4\sqrt{6}\times(1-2)$
$=-40\sqrt{6}$

17 (색칠한 부분의 넓이)$=\pi\times15.5^2\times\frac{120}{360}-\pi\times6.5^2\times\frac{120}{360}$
$=\frac{\pi}{3}(15.5^2-6.5^2)$
$=\frac{\pi}{3}(15.5+6.5)(15.5-6.5)$
$=\frac{\pi}{3}\times22\times9$
$=66\pi(\text{cm}^2)$

18 서로 다른 주사위 두 개를 동시에 던질 때 일어날 수 있는 모든 경우의 수는
$6\times6=36$
x^2+px+q가 x의 계수가 1이고 상수항이 정수인 두 일차식의 곱, 즉 $(x+a)(x+b)$(a, b는 정수)로 인수분해되려면
$p=a+b$, $q=ab$ $(1\le p\le6,\ 1\le q\le6)$
이어야 하므로 이를 만족시키는 p, q의 순서쌍 (p, q)는
(2, 1), (3, 2), (4, 3), (4, 4), (5, 4), (5, 6), (6, 5)의 7가지이다.
따라서 구하는 확률은 $\frac{7}{36}$이다.

19 로봇은 1단계에서 $+1^2$, 2단계에서 -2^2, 3단계에서 $+3^2$, 4단계에서 -4^2, …씩 수직선 위를 움직이므로 20단계에서 로봇의 위치에 대응하는 수는
$1^2-2^2+3^2-4^2+\cdots+19^2-20^2$
$=(1+2)(1-2)+(3+4)(3-4)$
$+\cdots+(19+20)(19-20)$
$=-(1+2+3+4+\cdots+19+20)$
$=-210$

01 이차방정식과 그 해

P. 95~97

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ④ **2** ④ **3** ④ **4** 1
5 (1) 8 (2) −2

핵심 유형 문제

6 ④ **7** ① **8** ③ **9** $x=-3$ 또는 $x=2$
10 ② **11** ⑤ **12** $x=1$ 또는 $x=4$ **13** −5
14 ④ **15** −17 **16** ⑤ **17** 5 **18** 29
19 ④

1 ① x^2+x+1 ⇨ 등식이 아니므로 이차방정식이 아니다.
② $x^2+\frac{1}{2}x+4=x^2$에서 $\frac{1}{2}x+4=0$ ⇨ 일차방정식
③ $x+1=0$ ⇨ 일차방정식
④ $(x-1)(x-2)=0$에서 $x^2-3x+2=0$ ⇨ 이차방정식
⑤ $x^3-2x=0$ ⇨ 이차방정식이 아니다.
따라서 이차방정식인 것은 ④이다.

2 $2x^2+x-1=a(x-3)^2$에서
$2x^2+x-1=ax^2-6ax+9a$
$\therefore (2-a)x^2+(1+6a)x-1-9a=0$
이때 x^2의 계수가 0이 아니어야 하므로
$2-a\neq0$ $\therefore a\neq2$

3 ① $(-1)^2-2\times(-1)+1\neq0$
② $(-7)^2-3\times(-7)-28\neq0$
③ $2\times(-5)^2-10\times(-5)\neq0$
④ $2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2-5\times\frac{1}{2}+2=0$
⑤ $3\times(-2)^2+7\times(-2)-2\neq0$
따라서 [ ] 안의 수가 주어진 이차방정식의 해인 것은 ④이다.

4 $x^2+ax-2=0$에 $x=2$를 대입하면
$2^2+a\times2-2=0$, $2a+2=0$ $\therefore a=-1$
$2x^2-3x+b=0$에 $x=2$를 대입하면
$2\times2^2-3\times2+b=0$, $b+2=0$ $\therefore b=-2$
$\therefore a-b=-1-(-2)=1$

5 $x^2+2x-4=0$에 $x=a$를 대입하면 $a^2+2a-4=0$
(1) $a^2+2a-4=0$에서 $a^2+2a=4$
$\therefore a^2+2a+4=4+4=8$
(2) $a\neq0$이므로 $a^2+2a-4=0$의 양변을 a로 나누면
$a+2-\frac{4}{a}=0$ $\therefore a-\frac{4}{a}=-2$

6 ㄱ. $2x^2+5=0$ ⇨ 이차방정식
ㄴ. $x^2=x-2$에서 $x^2-x+2=0$ ⇨ 이차방정식
ㄷ. $x(x-1)=x^2$에서 $x^2-x=x^2$
$\therefore -x=0$ ⇨ 일차방정식
ㄹ. $x^3+2x^2+1=x^3-x$에서 $2x^2+x+1=0$
⇨ 이차방정식
ㅁ. $x^2(x+1)=-x^2$에서 $x^3+x^2=-x^2$
$\therefore x^3+2x^2=0$ ⇨ 이차방정식이 아니다.
ㅂ. $(1+x)(1-x)=x^2$에서 $1-x^2=x^2$
$\therefore -2x^2+1=0$ ⇨ 이차방정식
따라서 이차방정식이 아닌 것은 ㄷ, ㅁ이다.

7 $(2x-1)(3x+2)=x(5x-6)$에서
$6x^2+x-2=5x^2-6x$ $\therefore x^2+7x-2=0$
따라서 $a=7$, $b=-2$이므로
$a+b=7+(-2)=5$

8 $(ax-1)(x+4)=3x^2$에서
$ax^2+(4a-1)x-4=3x^2$
$(a-3)x^2+(4a-1)x-4=0$
이때 x^2의 계수가 0이 아니어야 하므로
$a-3\neq0$ $\therefore a\neq3$

9 $x=-3$일 때, $(-3)^2+(-3)-6=0$
$x=-2$일 때, $(-2)^2+(-2)-6\neq0$
$x=-1$일 때, $(-1)^2+(-1)-6\neq0$
$x=0$일 때, $0^2+0-6\neq0$
$x=1$일 때, $1^2+1-6\neq0$
$x=2$일 때, $2^2+2-6=0$
따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=-3$ 또는 $x=2$이다.

10 ① 이차방정식이 아니다.
② $x^2-2x-3=0$에 $x=3$을 대입하면
$3^2-2\times3-3=0$
③ 이차방정식이 아니다.
④ $x^2-2x-10=0$에 $x=3$을 대입하면
$3^2-2\times3-10\neq0$
⑤ $x^2-2x-6=x+12$에서 $x^2-3x-18=0$
$x=3$을 대입하면 $3^2-3\times3-18\neq0$
따라서 주어진 조건을 만족시키는 방정식은 ②이다.

11 ① $4\times(4+3)\neq4$
② $4^2+6\times4\neq4-4$
③ $4^2+2\times4-8\neq0$
④ $(2\times4+1)(4\times4-1)\neq0$
⑤ $(4-2)^2=4$
따라서 $x=4$를 해로 갖는 이차방정식은 ⑤이다.

12 $3x-3\le x+5$에서 $2x\le 8$ $\therefore x\le 4$
$x=1$일 때, $1^2-5\times 1+4=0$
$x=2$일 때, $2^2-5\times 2+4\neq 0$
$x=3$일 때, $3^2-5\times 3+4\neq 0$
$x=4$일 때, $4^2-5\times 4+4=0$
따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=1$ 또는 $x=4$이다.

13 $3x^2+ax-2=0$에 $x=2$를 대입하면
$3\times 2^2+a\times 2-2=0$
$2a+10=0$ $\therefore a=-5$

14 $ax^2-(a-3)x+a-17=0$에 $x=-3$을 대입하면
$a\times(-3)^2-(a-3)\times(-3)+a-17=0$
$13a-26=0$ $\therefore a=2$

15 1단계 $x^2-x+a=0$에 $x=-2$를 대입하면
$(-2)^2-(-2)+a=0$
$6+a=0$ $\therefore a=-6$
2단계 $5x^2+bx-a=0$에 $a=-6$, $x=1$을 대입하면
$5\times 1^2+b\times 1-(-6)=0$
$b+11=0$ $\therefore b=-11$
3단계 $\therefore a+b=-6+(-11)=-17$

채점 기준		
1단계	a의 값 구하기	… 40 %
2단계	b의 값 구하기	… 40 %
3단계	$a+b$의 값 구하기	… 20 %

16 ① $x^2-3x+6=0$에 $x=a$를 대입하면
$a^2-3a+6=0$ $\therefore a^2-3a=-6$
② $a^2-3a=-6$의 양변에 $6a$를 더하면 $a^2+3a=6a-6$
③ $a^2-3a+6=0$의 양변에 2를 곱하면 $2a^2-6a+12=0$
④ $a^2-3a+6=0$의 양변에 a를 곱하면 $a^3-3a^2+6a=0$
⑤ $a^2-3a+6=0$에서 $a\neq 0$이므로 양변을 a로 나누면
$a-3+\frac{6}{a}=0$ $\therefore a+\frac{6}{a}=3$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

17 $x^2+x-3=0$에 $x=a$를 대입하면
$a^2+a-3=0$ $\therefore a^2+a=3$
$2x^2-3x-6=0$에 $x=b$를 대입하면
$2b^2-3b-6=0$ $\therefore 2b^2-3b=6$
$\therefore 2a^2+2a-2b^2+3b+5=2(a^2+a)-(2b^2-3b)+5$
$=2\times 3-6+5=5$

18 $x^2+5x-1=0$에 $x=a$를 대입하면 $a^2+5a-1=0$
$a\neq 0$이므로 양변을 a로 나누면
$a+5-\frac{1}{a}=0$ $\therefore a-\frac{1}{a}=-5$
$\therefore \left(a+\frac{1}{a}\right)^2=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+4=(-5)^2+4=29$

19 $x^2-4x+1=0$에 $x=a$를 대입하면
$a^2-4a+1=0$
$a\neq 0$이므로 양변을 a로 나누면
$a-4+\frac{1}{a}=0$ $\therefore a+\frac{1}{a}=4$
$\therefore a^2+a+\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}=\left(a+\frac{1}{a}\right)+\left(a^2+\frac{1}{a^2}\right)$
$=\left(a+\frac{1}{a}\right)+\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2$
$=4+4^2-2=18$

02 이차방정식의 풀이

P. 98~101

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ③ **2** 8 **3** $\frac{14}{3}$ **4** ④
5 $a=5$, $x=-5$ **6** $x=3$

핵심 유형 문제

7 ⑤ **8** ①, ⑤
9 (1) $x=-1$ 또는 $x=10$ (2) $x=-2$ 또는 $x=\frac{1}{3}$
10 ⑤ **11** $x=-4$ 또는 $x=-1$ **12** -3
13 ⑤ **14** $x=4$ **15** ③ **16** ② **17** 4
18 ③ **19** ① **20** -1 **21** $\frac{14}{9}$ **22** 35
23 ④ **24** ② **25** ③ **26** -13 **27** $x=5$

1 주어진 이차방정식의 해를 각각 구하면 다음과 같다.
① $x=0$ 또는 $x=\frac{2}{3}$
② $x=0$ 또는 $x=-\frac{2}{3}$
③ $x=-2$ 또는 $x=-\frac{2}{3}$
④ $x=-2$ 또는 $x=\frac{2}{3}$
⑤ $x=2$ 또는 $x=-\frac{2}{3}$
따라서 해가 $x=-2$ 또는 $x=-\frac{2}{3}$인 것은 ③이다.

2 $2x^2-11x+15=0$에서 $(2x-5)(x-3)=0$
$\therefore x=\frac{5}{2}$ 또는 $x=3$
이때 $a>b$이므로 $a=3$, $b=\frac{5}{2}$
$\therefore a+2b=3+2\times\frac{5}{2}=8$

3 $3x^2+ax-a=0$에 $x=-2$를 대입하면
$3\times(-2)^2+a\times(-2)-a=0$
$12-3a=0$ $\therefore a=4$
즉, $3x^2+4x-4=0$이므로 $(x+2)(3x-2)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{2}{3}$
따라서 $b=\frac{2}{3}$이므로 $a+b=4+\frac{2}{3}=\frac{14}{3}$

4 ㄱ. $x^2-4=0$에서 $(x+2)(x-2)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=2$
ㄴ. $x(x-2)=-1$에서 $x^2-2x+1=0$
$(x-1)^2=0$ $\therefore x=1$
ㄷ. $2(5x-1)^2=8$에서 $25x^2-10x+1=4$
$25x^2-10x-3=0$, $(5x+1)(5x-3)=0$
$\therefore x=-\frac{1}{5}$ 또는 $x=\frac{3}{5}$
ㄹ. $x^2=-12(x+3)$에서 $x^2+12x+36=0$
$(x+6)^2=0$ $\therefore x=-6$
ㅁ. $2x^2+2x=(x-3)^2$에서 $2x^2+2x=x^2-6x+9$
$x^2+8x-9=0$, $(x+9)(x-1)=0$
$\therefore x=-9$ 또는 $x=1$
ㅂ. $3x^2-12x=-12$에서 $x^2-4x+4=0$
$(x-2)^2=0$ $\therefore x=2$
따라서 중근을 갖는 것은 ㄴ, ㄹ, ㅂ이다.

5 $x^2+2ax+4a+5=0$이 중근을 가지므로
$4a+5=\left(\frac{2a}{2}\right)^2$, $a^2-4a-5=0$
$(a+1)(a-5)=0$ $\therefore a=-1$ 또는 $a=5$
이때 $a>0$이므로 $a=5$
따라서 $x^2+10x+25=0$이므로 $(x+5)^2=0$
$\therefore x=-5$

6 $x^2+3x-18=0$에서 $(x+6)(x-3)=0$
$\therefore x=-6$ 또는 $x=3$
$2x^2-9x+9=0$에서 $(2x-3)(x-3)=0$
$\therefore x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=3$
따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=3$이다.

7 $(x+5)(x+1)=0$에서 $x+5=0$ 또는 $x+1=0$
$\therefore x=-5$ 또는 $x=-1$

8 ① $x=0$ 또는 $x=3$ ⇨ $0+3=3$
② $x=-2$ 또는 $x=-1$ ⇨ $-2+(-1)=-3$
③ $x=-4$ 또는 $x=1$ ⇨ $-4+1=-3$
④ $x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=2$ ⇨ $\frac{1}{3}+2=\frac{7}{3}$
⑤ $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{5}{2}$ ⇨ $\frac{1}{2}+\frac{5}{2}=3$
따라서 두 근의 합이 3인 것은 ①, ⑤이다.

9 (1) $x^2-9x-10=0$에서 $(x+1)(x-10)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=10$
(2) $3x^2+5x-2=0$에서 $(x+2)(3x-1)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

10 $6x^2-11x-30=0$에서 $(2x+3)(3x-10)=0$
$\therefore x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=\frac{10}{3}$
따라서 두 근 사이에 있는 정수는 -1, 0, 1, 2, 3의 5개이다.

11 $x^2=3x+10$에서 $x^2-3x-10=0$
$(x+2)(x-5)=0$ $\therefore x=-2$ 또는 $x=5$
이때 $a>b$이므로 $a=5$, $b=-2$
따라서 $x^2+5x+4=0$이므로 $(x+4)(x+1)=0$
$\therefore x=-4$ 또는 $x=-1$

12 1단계 $(k-2)x^2+(k^2+k)x+20-4k=0$에 $x=-2$를 대입하면
$(k-2)\times(-2)^2+(k^2+k)\times(-2)+20-4k=0$
$-2k^2-2k+12=0$
2단계 $k^2+k-6=0$, $(k+3)(k-2)=0$
$\therefore k=-3$ 또는 $k=2$
3단계 이때 $k=2$이면 이차방정식이 되지 않으므로
$k=-3$

채점 기준		
1단계	이차방정식 세우기	… 30 %
2단계	이차방정식 풀기	… 30 %
3단계	k의 값 구하기	… 40 %

13 $y=ax+1$에 $x=a-2$, $y=-a^2+5a+5$를 대입하면
$-a^2+5a+5=a(a-2)+1$
$2a^2-7a-4=0$, $(2a+1)(a-4)=0$
$\therefore a=-\frac{1}{2}$ 또는 $a=4$
이때 일차함수 $y=ax+1$의 그래프가 제4사분면을 지나지 않으므로 $a>0$이어야 한다.
$\therefore a=4$

14 1단계 $x^2-10x+a=0$에 $x=6$을 대입하면
$6^2-10\times6+a=0$
$-24+a=0$ $\therefore a=24$
2단계 즉, $x^2-10x+24=0$이므로
$(x-4)(x-6)=0$ $\therefore x=4$ 또는 $x=6$
3단계 따라서 다른 한 근은 $x=4$이다.

채점 기준		
1단계	a의 값 구하기	… 40 %
2단계	이차방정식 풀기	… 40 %
3단계	다른 한 근 구하기	… 20 %

15 $3x^2-8x+2a=0$에 $x=3$을 대입하면
$3\times3^2-8\times3+2a=0$
$3+2a=0$ $\therefore a=-\frac{3}{2}$
즉, $3x^2-8x-3=0$이므로 $(3x+1)(x-3)=0$
$\therefore x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=3$
따라서 $b=-\frac{1}{3}$이므로 $ab=-\frac{3}{2}\times\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{2}$

16 $x^2+x-42=0$에서 $(x+7)(x-6)=0$
$\therefore x=-7$ 또는 $x=6$
두 근 중 큰 근이 $x=6$이므로
$x^2-ax-12=0$에 $x=6$을 대입하면
$6^2-a\times6-12=0$
$-6a+24=0$ $\therefore a=4$
즉, $x^2-4x-12=0$이므로 $(x+2)(x-6)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=6$
따라서 다른 한 근은 $x=-2$이다.

17 $x^2+ax-6=0$에 $x=-3$을 대입하면
$(-3)^2+a\times(-3)-6=0$
$3-3a=0$ $\therefore a=1$
즉, $x^2+x-6=0$이므로 $(x+3)(x-2)=0$
$\therefore x=-3$ 또는 $x=2$
따라서 다른 한 근은 $x=2$이므로
$3x^2-8x+b=0$에 $x=2$를 대입하면
$3\times2^2-8\times2+b=0$
$-4+b=0$ $\therefore b=4$
$\therefore ab=1\times4=4$

18 $(a-2)x^2+a^2x+4=0$에 $x=-1$을 대입하면
$(a-2)\times(-1)^2+a^2\times(-1)+4=0$
$a^2-a-2=0$, $(a+1)(a-2)=0$
$\therefore a=-1$ 또는 $a=2$
이때 $a=2$이면 이차방정식이 되지 않으므로 $a=-1$
즉, $-3x^2+x+4=0$이므로 $3x^2-x-4=0$
$(x+1)(3x-4)=0$ $\therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{4}{3}$
따라서 다른 한 근은 $x=\frac{4}{3}$이다.

19 ① $x^2=1$에서 $x^2-1=0$
$(x+1)(x-1)=0$ $\therefore x=-1$ 또는 $x=1$
② $x^2=14x-49$에서 $x^2-14x+49=0$
$(x-7)^2=0$ $\therefore x=7$
③ $9x^2-12x+4=0$에서
$(3x-2)^2=0$ $\therefore x=\frac{2}{3}$
④ $-8x+16=-x^2$에서 $x^2-8x+16=0$
$(x-4)^2=0$ $\therefore x=4$
⑤ $x^2-16x=-64$에서 $x^2-16x+64=0$
$(x-8)^2=0$ $\therefore x=8$
따라서 중근을 갖지 않는 것은 ①이다.

20 $x^2-x+\frac{1}{4}=0$에서 $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=0$ $\therefore x=\frac{1}{2}$
$4x^2+12x+9=0$에서 $(2x+3)^2=0$ $\therefore x=-\frac{3}{2}$
따라서 $a=\frac{1}{2}$, $b=-\frac{3}{2}$이므로
$a+b=\frac{1}{2}+\left(-\frac{3}{2}\right)=-1$

21 $x^2+\frac{4}{3}x+2-a=0$이 중근을 가지므로
$2-a=\left(\frac{4}{3}\times\frac{1}{2}\right)^2=\frac{4}{9}$ $\therefore a=\frac{14}{9}$

22 $2x^2-20x+a=0$, 즉 $x^2-10x+\frac{a}{2}=0$이 중근을 가지므로
$\frac{a}{2}=\left(-\frac{10}{2}\right)^2=25$ $\therefore a=50$
따라서 $x^2-10x+25=0$이므로 $(x-5)^2=0$ $\therefore x=5$
즉, $b=5$
$\therefore a-3b=50-3\times5=35$

23 $4x^2-mx+16=0$, 즉 $x^2-\frac{m}{4}x+4=0$이 중근을 가지므로
$4=\left(-\frac{m}{4}\times\frac{1}{2}\right)^2$, $m^2=256$ $\therefore m=\pm16$
(i) $m=16$일 때,
$4x^2-16x+16=0$, $x^2-4x+4=0$
$(x-2)^2=0$ $\therefore x=2$
(ii) $m=-16$일 때,
$4x^2+16x+16=0$, $x^2+4x+4=0$
$(x+2)^2=0$ $\therefore x=-2$
(i), (ii)에 의해 양수인 중근을 갖도록 하는 m의 값은 16이다.

24 모든 경우의 수는 $6\times6=36$
$x^2+ax+b=0$이 중근을 가지려면
$b=\left(\frac{a}{2}\right)^2=\frac{a^2}{4}$ $\therefore a^2=4b$
따라서 $a^2=4b$를 만족시키는 a, b의 순서쌍 (a, b)는
$(2, 1)$, $(4, 4)$의 2가지이므로 구하는 확률은
$\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

25 $2x^2-15x+a=0$에 $x=4$를 대입하면
$2\times4^2-15\times4+a=0$
$-28+a=0$ $\therefore a=28$
$x^2-bx-24=0$에 $x=4$를 대입하면
$4^2-b\times4-24=0$
$-8-4b=0$ $\therefore b=-2$
$\therefore a+b=28+(-2)=26$

26 $x^2-3x-4=0$에서 $(x+1)(x-4)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=4$
$2x^2-3x-20=0$에서 $(2x+5)(x-4)=0$
$\therefore x=-\frac{5}{2}$ 또는 $x=4$
따라서 공통인 근이 $x=4$이므로 $3x^2+ax+4=0$에 대입하면
$3\times4^2+a\times4+4=0$
$52+4a=0$ $\therefore a=-13$

27 1단계 $x^2+6x+k=0$이 중근을 가지므로
$k=\left(\frac{6}{2}\right)^2=9$
2단계 $x^2+(1-k)x+15=0$에서 $x^2-8x+15=0$
$(x-3)(x-5)=0$ $\therefore x=3$ 또는 $x=5$
$2x^2-(2k-9)x-5=0$에서 $2x^2-9x-5=0$
$(2x+1)(x-5)=0$ $\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=5$
3단계 따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=5$이다.

채점 기준		
1단계	k의 값 구하기	… 30 %
2단계	두 이차방정식 풀기	… 60 %
3단계	공통인 근 구하기	… 10 %

P. 102~106

쑥쑥 다지 개념 익히기

1 ③ **2** ① **3** 22
4 $A=\frac{9}{10}$, $B=\frac{9}{10}$, $C=21$, $D=-9$ **5** 7
6 ④ **7** $a=3$, $b=33$ **8** ⑤ **9** ④

핵심 유형 문제

10 ④ **11** 11 **12** ④ **13** 3 **14** -9
15 $x=2\pm\frac{\sqrt{14}}{2}$ **16** ⑤
17 (가) $x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$ (나) $x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$
(다) $x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=-\frac{c}{a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2$
(라) $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$ (마) $\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
18 ① **19** 5 **20** ④ **21** ④ **22** ③
23 (1) $x=3\pm\sqrt{13}$ (2) $x=-2$ 또는 $x=7$ **24** -2
25 7 **26** ③ **27** -10 **28** ③ **29** ①

1 $6(x+a)^2=18$에서 $(x+a)^2=3$
$x+a=\pm\sqrt{3}$ $\therefore x=-a\pm\sqrt{3}$
따라서 $-a\pm\sqrt{3}=2\pm\sqrt{b}$이므로 $-a=2$, $3=b$
즉, $a=-2$, $b=3$이므로 $a+b=-2+3=1$

2 $2(x-3)^2=k-4$에서 $(x-3)^2=\frac{k-4}{2}$
이 이차방정식이 서로 다른 두 근을 가지려면
$\frac{k-4}{2}>0$ $\therefore k>4$
따라서 정수 k의 값이 될 수 없는 것은 ① 4이다.

3 $x^2+x-5=0$에서 $x^2+x=5$
$x^2+x+\frac{1}{4}=5+\frac{1}{4}$ $\therefore \left(x+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{21}{4}$
따라서 $p=\frac{1}{2}$, $q=\frac{21}{4}$이므로
$2p+4q=2\times\frac{1}{2}+4\times\frac{21}{4}=1+21=22$

4 $5x^2+9x+3=0$에서
$x^2+\frac{9}{5}x+\frac{3}{5}=0$, $x^2+\frac{9}{5}x=-\frac{3}{5}$
$x^2+\frac{9}{5}x+\left(\frac{9}{10}\right)^2=-\frac{3}{5}+\left(\frac{9}{10}\right)^2$
$\left(x+\frac{9}{10}\right)^2=-\frac{60}{100}+\frac{81}{100}=\frac{21}{100}$
$x+\frac{9}{10}=\pm\frac{\sqrt{21}}{10}$
$\therefore x=\frac{-9\pm\sqrt{21}}{10}$
따라서 $A=\frac{9}{10}$, $B=\frac{9}{10}$, $C=21$, $D=-9$이다.

5 $x^2-6x+a=0$에서 $x^2-6x=-a$
$x^2-6x+9=-a+9$, $(x-3)^2=-a+9$
$x-3=\pm\sqrt{-a+9}$ $\therefore x=3\pm\sqrt{-a+9}$
따라서 $-a+9=2$이므로 $a=7$

6 $x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-9\times(-1)}}{9}$
$=\frac{3\pm\sqrt{18}}{9}=\frac{1\pm\sqrt{2}}{3}$
이때 $p>q$이므로 $p=\frac{1+\sqrt{2}}{3}$, $q=\frac{1-\sqrt{2}}{3}$
$\therefore p-q=\frac{1+\sqrt{2}}{3}-\frac{1-\sqrt{2}}{3}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

7 $x=\frac{-(-a)\pm\sqrt{(-a)^2-4\times2\times(-3)}}{2\times2}=\frac{a\pm\sqrt{a^2+24}}{4}$
따라서 $\frac{a\pm\sqrt{a^2+24}}{4}=\frac{3\pm\sqrt{b}}{4}$이므로
$a=3$, $b=a^2+24=3^2+24=33$

8 $\frac{1}{5}x^2-0.4x-\frac{1}{3}=0$의 양변에 15를 곱하면
$3x^2-6x-5=0$

$\therefore x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-3\times(-5)}}{3}$

$=\dfrac{3\pm\sqrt{24}}{3}=\dfrac{3\pm2\sqrt{6}}{3}$

따라서 $A=3$, $B=6$이므로 $AB=3\times6=18$

9 $x-2=A$로 놓으면 $A^2-2A-24=0$

$(A+4)(A-6)=0$ $\therefore A=-4$ 또는 $A=6$

즉, $x-2=-4$ 또는 $x-2=6$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=8$

10 $3x^2-24=0$에서 $3x^2=24$

$x^2=8$ $\therefore x=\pm\sqrt{8}=\pm2\sqrt{2}$

11 $(x-A)^2=B$에서

$x-A=\pm\sqrt{B}$ $\therefore x=A\pm\sqrt{B}$

따라서 $A=-2$, $B=13$이므로

$A+B=-2+13=11$

12 ㄱ. $a=-3$일 때, $(2x-3)^2=8$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

ㄴ. $a=5$일 때, $(2x-3)^2=0$이므로 중근을 갖는다.

ㄷ. $a=1$일 때, $(2x-3)^2=4$, $2x-3=\pm2$

$2x=1$ 또는 $2x=5$

$\therefore x=\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=\dfrac{5}{2}$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

13 $(x+5)^2=3k$에서 $x+5=\pm\sqrt{3k}$ $\therefore x=-5\pm\sqrt{3k}$

이때 해가 모두 정수가 되려면 $\sqrt{3k}$가 정수이어야 한다.

즉, $3k$는 0이거나 (자연수)^2 꼴인 수이어야 하므로

$3k=0, 1, 4, 9, \cdots$ $\therefore k=0, \dfrac{1}{3}, \dfrac{4}{3}, 3, \cdots$

따라서 가장 작은 자연수 k의 값은 3이다.

14 $(x-1)(x-3)=6$에서 $x^2-4x+3=6$, $x^2-4x=3$

$x^2-4x+4=3+4$ $\therefore (x-2)^2=7$

따라서 $a=-2$, $b=7$이므로

$a-b=-2-7=-9$

15 1단계 $2x^2-8x+1=0$에서

$x^2-4x+\dfrac{1}{2}=0$, $x^2-4x=-\dfrac{1}{2}$

$x^2-4x+4=-\dfrac{1}{2}+4$, $(x-2)^2=\dfrac{7}{2}$

2단계 $x-2=\pm\sqrt{\dfrac{7}{2}}=\pm\dfrac{\sqrt{14}}{2}$

$\therefore x=2\pm\dfrac{\sqrt{14}}{2}$

채점 기준		
1단계	이차방정식을 완전제곱식 꼴로 나타내기	… 50 %
2단계	이차방정식 풀기	… 50 %

16 $3x^2-10x+a=0$에서

$3x^2-10x=-a$, $x^2-\dfrac{10}{3}x=-\dfrac{a}{3}$

$x^2-\dfrac{10}{3}x+\dfrac{25}{9}=-\dfrac{a}{3}+\dfrac{25}{9}$, $\left(x-\dfrac{5}{3}\right)^2=\dfrac{25-3a}{9}$

$x-\dfrac{5}{3}=\pm\dfrac{\sqrt{25-3a}}{3}$ $\therefore x=\dfrac{5\pm\sqrt{25-3a}}{3}$

따라서 $\dfrac{5\pm\sqrt{25-3a}}{3}=\dfrac{b\pm\sqrt{13}}{3}$이므로

$5=b$, $25-3a=13$ $\therefore a=4$, $b=5$

$\therefore a+b=4+5=9$

18 $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times1}}{2\times1}=\dfrac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$

따라서 $A=-3$, $B=5$이므로

$A-B=-3-5=-8$

19 $x=-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-1\times2}=3\pm\sqrt{7}$

이때 $2<\sqrt{7}<3$이므로 $5<3+\sqrt{7}<6$

$-3<-\sqrt{7}<-2$이므로 $0<3-\sqrt{7}<1$

따라서 두 근 사이에 있는 정수는 1, 2, 3, 4, 5의 5개이다.

20 $x=\dfrac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\times a\times(-3)}}{2a}=\dfrac{7\pm\sqrt{49+12a}}{2a}$

따라서 $\dfrac{7\pm\sqrt{49+12a}}{2a}=\dfrac{7\pm\sqrt{b}}{4}$이므로

$2a=4$, $49+12a=b$ $\therefore a=2$, $b=49+12\times2=73$

$\therefore a+b=2+73=75$

21 $x^2+2x-k=0$이 중근을 가지므로

$-k=\left(\dfrac{2}{2}\right)^2=1$ $\therefore k=-1$

$(1-k)x^2-4x+1=0$에서 $2x^2-4x+1=0$

$\therefore x=\dfrac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-2\times1}}{2}=\dfrac{2\pm\sqrt{2}}{2}$

22 $y=ax-5$에 $x=2a+3$, $y=a-2$를 대입하면

$a-2=a(2a+3)-5$, $2a^2+2a-3=0$

$\therefore a=\dfrac{-1\pm\sqrt{1^2-2\times(-3)}}{2}=\dfrac{-1\pm\sqrt{7}}{2}$

따라서 모든 상수 a의 값의 합은

$\dfrac{-1+\sqrt{7}}{2}+\dfrac{-1-\sqrt{7}}{2}=-1$

23 (1) $(x-2)^2=2(x+4)$에서

$x^2-4x+4=2x+8$, $x^2-6x-4=0$

$\therefore x=3\pm\sqrt{13}$

(2) $(x-3)(2x+1)-x^2=11$에서

$2x^2-5x-3-x^2=11$, $x^2-5x-14=0$

$(x+2)(x-7)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=7$

24 $x^2+0.3x-0.1=0$의 양변에 10을 곱하면
$10x^2+3x-1=0$, $(2x+1)(5x-1)=0$
$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{5}$
이때 $\alpha<\beta$이므로 $\alpha=-\frac{1}{2}$, $\beta=\frac{1}{5}$
$\therefore 2\alpha-5\beta=2\times\left(-\frac{1}{2}\right)-5\times\frac{1}{5}=-2$

25 $\frac{x(x-3)}{4}=\frac{x^2-4}{6}$의 양변에 12를 곱하면
$3x(x-3)=2(x^2-4)$
$3x^2-9x=2x^2-8$, $x^2-9x+8=0$
$(x-1)(x-8)=0$ $\therefore x=1$ 또는 $x=8$
따라서 두 근의 차는
$8-1=7$

26 $\frac{1}{2}x^2-2x+\frac{1}{3}=0$의 양변에 6을 곱하면
$3x^2-12x+2=0$ $\therefore x=\frac{6\pm\sqrt{30}}{3}$
이때 $5<\sqrt{30}<6$이므로 $\frac{11}{3}<\frac{6+\sqrt{30}}{3}<4$
$-6<-\sqrt{30}<-5$이므로 $0<\frac{6-\sqrt{30}}{3}<\frac{1}{3}$
따라서 두 근 사이에 있는 정수는 1, 2, 3의 3개이다.

27 1단계 $2x-\frac{x^2-1}{3}=0.5(x-1)$의 양변에 6을 곱하면
$12x-2(x^2-1)=3(x-1)$
$12x-2x^2+2=3x-3$, $2x^2-9x-5=0$
$(2x+1)(x-5)=0$
$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=5$
2단계 이때 정수인 근은 $x=5$
3단계 따라서 $x^2-3x+k=0$에 $x=5$를 대입하면
$5^2-3\times5+k=0$
$10+k=0$ $\therefore k=-10$

채점 기준		
1단계	이차방정식 풀기	… 60 %
2단계	정수인 근 구하기	… 10 %
3단계	k의 값 구하기	… 30 %

28 $2x+1=A$로 놓으면 $0.5A^2-\frac{2}{5}A=0.1$
양변에 10을 곱하면 $5A^2-4A=1$
$5A^2-4A-1=0$, $(5A+1)(A-1)=0$
$\therefore A=-\frac{1}{5}$ 또는 $A=1$
즉, $2x+1=-\frac{1}{5}$ 또는 $2x+1=1$
$\therefore x=-\frac{3}{5}$ 또는 $x=0$
따라서 음수인 해는 $x=-\frac{3}{5}$이다.

29 $2x-y=A$로 놓으면 $A(A+4)=5$
$A^2+4A-5=0$, $(A+5)(A-1)=0$
$\therefore A=-5$ 또는 $A=1$
즉, $2x-y=-5$ 또는 $2x-y=1$
이때 $2x<y$에서 $2x-y<0$이므로
$2x-y=-5$

03 이차방정식의 활용

P. 107~110

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ② **2** ② **3** ⑤ **4** ④
5 $x=-5$ 또는 $x=8$

핵심 유형 문제

6 ④ **7** -2 **8** -12 **9** $2x^2-3x-5=0$
10 ⑤ **11** ④ **12** ② **13** ④ **14** 13
15 $x=-3$ 또는 $x=2$ **16** $x=1$ 또는 $x=3$
17 6 **18** ㄱ, ㄴ **19** 2 **20** ③ **21** 10
22 ⑤ **23** ①

1 두 근이 -4, 2이고 x^2의 계수가 2인 이차방정식은
$2(x+4)(x-2)=0$, $2(x^2+2x-8)=0$
$\therefore 2x^2+4x-16=0$
따라서 $a=4$, $b=-16$이므로
$a+b=4+(-16)=-12$

2 두 근이 -1, 5이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은
$(x+1)(x-5)=0$ $\therefore x^2-4x-5=0$
$\therefore a=-4$, $b=5$
따라서 이차방정식 $x^2+5x+4=0$에서
$(x+4)(x+1)=0$
$\therefore x=-4$ 또는 $x=-1$

3 ① $x^2=4$에서 $x^2-4=0$이므로
$0^2-4\times1\times(-4)=16>0$ ⇨ 서로 다른 두 근
② $(-5)^2-4\times1\times(-3)=37>0$ ⇨ 서로 다른 두 근
③ $x(x-6)=9$에서 $x^2-6x-9=0$이므로
$(-3)^2-1\times(-9)=18>0$ ⇨ 서로 다른 두 근
④ $(-6)^2-1\times0=36>0$ ⇨ 서로 다른 두 근
⑤ $4^2-1\times17=-1<0$ ⇨ 근이 없다.
따라서 근의 개수가 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다.

4 $2x^2-4x+3k-1=0$이 서로 다른 두 근을 가지므로
$(-2)^2-2\times(3k-1)>0$, $6-6k>0$
$-6k>-6$ $\therefore k<1$

5 미래는 -2, 5를 해로 얻었으므로 미래가 푼 이차방정식은
$(x+2)(x-5)=0$ $\therefore x^2-3x-10=0$
이때 미래는 일차항의 계수를 바르게 보았으므로 처음 이차방정식의 x의 계수는 -3이다.
$\therefore a=-3$
준호는 -8, 5를 해로 얻었으므로 준호가 푼 이차방정식은
$(x+8)(x-5)=0$ $\therefore x^2+3x-40=0$
이때 준호는 상수항을 바르게 보았으므로 처음 이차방정식의 상수항은 -40이다.
$\therefore b=-40$
따라서 처음 이차방정식은 $x^2-3x-40=0$이므로
$(x+5)(x-8)=0$
$\therefore x=-5$ 또는 $x=8$

6 두 근이 $-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$이고 x^2의 계수가 6인 이차방정식은
$6\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)=0$, $6\left(x^2+\frac{1}{6}x-\frac{1}{6}\right)=0$
$\therefore 6x^2+x-1=0$

7 1단계 두 근이 $\frac{1}{5}$, $-\frac{1}{2}$이고 x^2의 계수가 10인 이차방정식은
$10\left(x-\frac{1}{5}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)=0$, $10\left(x^2+\frac{3}{10}x-\frac{1}{10}\right)=0$
$\therefore 10x^2+3x-1=0$
2단계 따라서 $-a=3$, $-b=-1$이므로
$a=-3$, $b=1$
3단계 $\therefore a+b=-3+1=-2$

채점 기준		
1단계	이차방정식 구하기	… 60 %
2단계	a, b의 값 각각 구하기	… 20 %
3단계	$a+b$의 값 구하기	… 20 %

8 중근이 1이고 x^2의 계수가 4인 이차방정식은
$4(x-1)^2=0$ $\therefore 4x^2-8x+4=0$
따라서 $p=-8$, $q=4$이므로
$p-q=-8-4=-12$

9 $2x^2+x-6=0$에서 $(x+2)(2x-3)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{3}{2}$
따라서 $-2+1=-1$, $\frac{3}{2}+1=\frac{5}{2}$를 두 근으로 하고 x^2의 계수가 2인 이차방정식은
$2(x+1)\left(x-\frac{5}{2}\right)=0$, $2\left(x^2-\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}\right)=0$
$\therefore 2x^2-3x-5=0$

10 두 근이 -2, 3이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은
$(x+2)(x-3)=0$, $x^2-x-6=0$
$\therefore a=-1$, $b=6$
따라서 이차방정식 $6x^2-x-5=0$에서
$(6x+5)(x-1)=0$ $\therefore x=-\frac{5}{6}$ 또는 $x=1$
따라서 두 근의 차는 $1-\left(-\frac{5}{6}\right)=\frac{11}{6}$

11 $9x^2-6x+k=0$, 즉 $x^2-\frac{2}{3}x+\frac{k}{9}=0$이 중근을 가지므로
$\frac{k}{9}=\left(-\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$ $\therefore k=1$
따라서 1, $1+2=3$을 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은
$(x-1)(x-3)=0$ $\therefore x^2-4x+3=0$

12 두 근을 α, $\alpha+5$라고 하면 x^2의 계수가 1이므로
$(x-\alpha)\{x-(\alpha+5)\}=0$
$\therefore x^2-(2\alpha+5)x+\alpha(\alpha+5)=0$
이때 $2\alpha+5=3$이므로 $\alpha=-1$
$\therefore m=\alpha(\alpha+5)=-1\times(-1+5)=-4$

13 두 근을 k, $3k$ $(k>0)$라고 하면
$3k-k=4$ $\therefore k=2$
따라서 주어진 이차방정식의 두 근은 2, 6이므로
$\frac{1}{2}(x-2)(x-6)=0$, $\frac{1}{2}(x^2-8x+12)=0$
$\therefore \frac{1}{2}x^2-4x+6=0$
따라서 $a=-4$, $b=6$이므로
$a+b=-4+6=2$

14 두 근을 k, $4k$ $(k\neq0)$라고 하면
$(x-k)(x-4k)=0$ $\therefore x^2-5kx+4k^2=0$
이때 $4k^2=4a$이므로 $k^2=a$
또 $5k=a+6$이므로 $a=k^2$을 대입하면
$5k=k^2+6$, $k^2-5k+6=0$
$(k-2)(k-3)=0$ $\therefore k=2$ 또는 $k=3$
따라서 $a=2^2=4$ 또는 $a=3^2=9$이므로
모든 상수 a의 값의 합은 $4+9=13$

15 은수는 -1, 6을 해로 얻었으므로 은수가 푼 이차방정식은
$(x+1)(x-6)=0$ $\therefore x^2-5x-6=0$
이때 은수는 상수항을 바르게 보았으므로 처음 이차방정식의 상수항은 -6이다.
선희는 -4, 3을 해로 얻었으므로 선희가 푼 이차방정식은
$(x+4)(x-3)=0$ $\therefore x^2+x-12=0$
이때 선희는 x의 계수를 바르게 보았으므로 처음 이차방정식의 x의 계수는 1이다.
따라서 처음 이차방정식은 $x^2+x-6=0$이므로
$(x+3)(x-2)=0$ $\therefore x=-3$ 또는 $x=2$

16 1단계 $x^2+Ax+B=0$의 x의 계수와 상수항을 서로 바꾸면
$x^2+Bx+A=0$
이 이차방정식의 해가 $x=-4$ 또는 $x=1$이므로
$(x+4)(x-1)=0$, $x^2+3x-4=0$
$\therefore B=3$, $A=-4$
2단계 따라서 처음 이차방정식은 $x^2-4x+3=0$
3단계 $(x-1)(x-3)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=3$

채점 기준		
1단계	A, B의 값 각각 구하기	… 50 %
2단계	처음 이차방정식 구하기	… 20 %
3단계	처음 이차방정식의 해 구하기	… 30 %

17 지우는 -1, 2를 해로 얻었으므로 지우가 푼 이차방정식은
$(x+1)(x-2)=0$ $\therefore x^2-x-2=0$
이때 지우는 상수항을 바르게 보았으므로 처음 이차방정식의 상수항은 -2이다.
$\therefore b=-2$
예나는 $-2\pm\sqrt{3}$을 해로 얻었으므로 예나가 푼 이차방정식은
$\{x-(-2+\sqrt{3})\}\{x-(-2-\sqrt{3})\}=0$
$\therefore x^2+4x+1=0$
이때 예나는 x의 계수를 바르게 보았으므로 처음 이차방정식의 x의 계수는 4이다.
$\therefore a=4$
$\therefore a-b=4-(-2)=6$

18 ㄱ. $0^2-4\times9\times(-2)=72>0$ ⇨ 서로 다른 두 근
ㄴ. $3^2-4\times2\times(-1)=17>0$ ⇨ 서로 다른 두 근
ㄷ. $(-5)^2-1\times25=0$ ⇨ 중근
ㄹ. $(-5)^2-4\times1\times8=-7<0$ ⇨ 근이 없다.
따라서 서로 다른 두 근을 갖는 것은 ㄱ, ㄴ이다.

19 $3x^2+5x=1$에서 $3x^2+5x-1=0$이므로
$5^2-4\times3\times(-1)=37>0$
따라서 서로 다른 두 근을 가지므로 $a=2$
$2x^2-x=3(x-7)$에서 $2x^2-4x+21=0$이므로
$(-2)^2-2\times21=-38<0$
따라서 근이 없으므로 $b=0$
$\therefore a+b=2+0=2$

20 ㄱ. $2x^2-8x+8=0$에서 $x^2-4x+4=0$이므로
$(-2)^2-1\times4=0$ ⇨ 중근
ㄴ. $2x^2-8x+4=0$에서 $x^2-4x+2=0$이므로
$(-2)^2-1\times2=2>0$ ⇨ 서로 다른 두 근
ㄷ. $2x^2-8x+m=0$에서 $m<0$이면
$(-4)^2-2\times m=16-2m>0$ ⇨ 서로 다른 두 근
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

21 $x^2+8x+2k-4=0$이 해를 가지려면
$4^2-1\times(2k-4)\geq0$
$20-2k\geq0$, $-2k\geq-20$
$\therefore k\leq10$
따라서 가장 큰 정수 k의 값은 10이다.

22 $x^2+(2k-1)x+k^2+3=0$의 해가 없으므로
$(2k-1)^2-4\times1\times(k^2+3)<0$
$4k^2-4k+1-4k^2-12<0$
$-4k-11<0$, $-4k<11$
$\therefore k>-\frac{11}{4}$
따라서 k의 값이 될 수 있는 것은 ⑤ $-\frac{5}{2}$이다.

23 $9x^2+12x+2k-5=0$이 중근을 가지므로
$6^2-9\times(2k-5)=0$, $18k=81$ $\therefore k=\frac{9}{2}$
따라서 $9x^2+12x+4=0$이므로
$(3x+2)^2=0$ $\therefore x=-\frac{2}{3}$
즉, $p=-\frac{2}{3}$이므로
$kp=\frac{9}{2}\times\left(-\frac{2}{3}\right)=-3$
다른 풀이
$9x^2+12x+2k-5=0$에서 $x^2+\frac{4}{3}x+\frac{2k-5}{9}=0$
이 이차방정식이 중근을 가지므로
$\frac{2k-5}{9}=\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}$, $2k-5=4$ $\therefore k=\frac{9}{2}$

P. 111~116

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 5 **2** ④ **3** 11살 **4** ① **5** 8
6 25 cm²

핵심 유형 문제

7 ③ **8** 12명 **9** (1) (n^2+2n)개 (2) 9단계
10 8, 11 **11** ④ **12** 67 **13** 5, 6 **14** 32
15 ⑤ **16** 25명 **17** ③ **18** 5월 8일
19 ② **20** 1초 후 **21** ④ **22** 달, 10.5초
23 7 cm **24** 5 cm **25** 12 m **26** $(-10+5\sqrt{6})$ cm
27 $(5-\sqrt{7})$ cm **28** $(-5+5\sqrt{5})$ cm **29** 6 m
30 ⑤ **31** 10초 후 **32** 6 cm **33** $-1+\sqrt{5}$
34 ③ **35** ④ **36** 12 cm **37** ②

1 어떤 자연수를 x라고 하면
$x^2=3x+10$, $x^2-3x-10=0$
$(x+2)(x-5)=0$ $\therefore x=-2$ 또는 $x=5$
이때 x는 자연수이므로 $x=5$
따라서 어떤 자연수는 5이다.

2 연속하는 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$이라고 하면
$(x+1)^2=(x-1)^2+x^2-12$, $x^2-4x-12=0$
$(x+2)(x-6)=0$ $\therefore x=-2$ 또는 $x=6$
이때 x는 자연수이므로 $x=6$
따라서 연속하는 세 자연수는 5, 6, 7이므로 그 합은
$5+6+7=18$

3 누나의 나이를 x살이라고 하면 동생의 나이는 $(x-3)$살이므로
$x^2=2(x-3)^2-7$, $x^2-12x+11=0$
$(x-1)(x-11)=0$ $\therefore x=1$ 또는 $x=11$
이때 $x>3$이므로 $x=11$
따라서 누나의 나이는 11살이다.

4 $25t-5t^2=20$에서 $5t^2-25t+20=0$
$t^2-5t+4=0$, $(t-1)(t-4)=0$ $\therefore t=1$ 또는 $t=4$
따라서 물체의 높이가 20 m가 되는 것은 쏘아 올린 지 1초 후 또는 4초 후이다.

5 피타고라스 정리에 의해
$a^2+(a-4)^2=\left(\frac{\sqrt{5}}{2}a\right)^2$, $2a^2-8a+16=\frac{5}{4}a^2$
$\frac{3}{4}a^2-8a+16=0$, $3a^2-32a+64=0$
$(3a-8)(a-8)=0$ $\therefore a=\frac{8}{3}$ 또는 $a=8$
이때 $a>0$, $a-4>0$, 즉 $a>4$이므로 $a=8$

6 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $(8-x)$ cm이므로
$(8-x)^2+x^2=34$, $2x^2-16x+30=0$
$x^2-8x+15=0$, $(x-3)(x-5)=0$
$\therefore x=3$ 또는 $x=5$
이때 $4<x<8$이므로 $x=5$
따라서 큰 정사각형의 넓이는 $5\times5=25(\text{cm}^2)$

7 $\frac{n(n-3)}{2}=27$에서 $n^2-3n-54=0$
$(n+6)(n-9)=0$ $\therefore n=-6$ 또는 $n=9$
이때 n은 자연수이므로 $n=9$
따라서 구하는 다각형은 구각형이다.

8 국제회의에 참석한 대표가 n명이라고 하면
$\frac{n(n-1)}{2}=66$, $n^2-n-132=0$
$(n+11)(n-12)=0$ $\therefore n=-11$ 또는 $n=12$
이때 n은 자연수이므로 $n=12$
따라서 국제회의에 참석한 대표는 모두 12명이다.

9 (1) 각 단계에서 사용된 바둑돌은
1단계: (1×3)개, 2단계: (2×4)개, 3단계: (3×5)개, 4단계: (4×6)개, …
이므로 n단계에서 사용한 바둑돌은 $n(n+2)$개, 즉 (n^2+2n)개이다.
(2) $n^2+2n=99$에서 $n^2+2n-99=0$
$(n+11)(n-9)=0$ $\therefore n=-11$ 또는 $n=9$
이때 n은 자연수이므로 $n=9$
따라서 99개의 바둑돌로 만든 직사각형 모양은 9단계이다.

10 두 자연수 중 작은 수를 x라고 하면 큰 수는 $x+3$이므로
$x^2+(x+3)^2=185$, $2x^2+6x-176=0$
$x^2+3x-88=0$, $(x+11)(x-8)=0$
$\therefore x=-11$ 또는 $x=8$
이때 x는 자연수이므로 $x=8$
따라서 두 자연수는 8, 11이다.

11 어떤 자연수를 x라고 하면 어떤 자연수보다 4만큼 더 작은 수는 $x-4$이므로
$x(x-4)=32$, $x^2-4x-32=0$
$(x+4)(x-8)=0$ $\therefore x=-4$ 또는 $x=8$
이때 x는 자연수이므로 $x=8$
따라서 처음에 구하려고 했던 두 수의 곱은
$8\times(8+4)=96$

12 1단계 십의 자리의 숫자를 x라고 하면 일의 자리의 숫자는 $13-x$이므로
$x(13-x)=\{10x+(13-x)\}-25$
2단계 $-x^2+13x=9x-12$, $x^2-4x-12=0$
$(x+2)(x-6)=0$ $\therefore x=-2$ 또는 $x=6$
3단계 이때 x는 자연수이므로 $x=6$
따라서 십의 자리의 숫자는 6, 일의 자리의 숫자는 $13-6=7$이므로 구하는 자연수는 67이다.

채점 기준		
1단계	이차방정식 세우기	… 30 %
2단계	이차방정식 풀기	… 40 %
3단계	두 자리의 자연수 구하기	… 30 %

13 연속하는 두 자연수를 x, $x+1$이라고 하면
$x^2+(x+1)^2=61$, $2x^2+2x-60=0$
$x^2+x-30=0$, $(x+6)(x-5)=0$
$\therefore x=-6$ 또는 $x=5$
이때 x는 자연수이므로 $x=5$
따라서 연속하는 두 자연수는 5, 6이다.

14 연속하는 두 홀수를 x, $x+2$라고 하면
$x(x+2)=255$, $x^2+2x-255=0$
$(x+17)(x-15)=0$ $\therefore x=-17$ 또는 $x=15$
이때 x는 자연수이므로 $x=15$
따라서 연속하는 두 홀수는 15, 17이므로 그 합은
$15+17=32$
다른 풀이
연속하는 두 홀수를 $2x-1$, $2x+1$이라고 하면
$(2x-1)(2x+1)=255$, $4x^2=256$
$x^2=64$ $\therefore x=\pm 8$
이때 x는 자연수이므로 $x=8$
따라서 연속하는 두 홀수는 15, 17이므로 그 합은
$15+17=32$

15 연속하는 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$ $(x>1)$이라고 하면
$(x+1)^2=(x-1)^2+x^2-32$
$x^2+2x+1=2x^2-2x-31$, $x^2-4x-32=0$
$(x+4)(x-8)=0$ $\therefore x=-4$ 또는 $x=8$
이때 $x>1$이므로 $x=8$
따라서 세 자연수는 7, 8, 9이므로 가장 큰 수는 9이다.

16 학생이 x명이라고 하면 한 학생이 받는 젤리는 $(x-15)$개이므로
$x(x-15)=250$, $x^2-15x-250=0$
$(x+10)(x-25)=0$ $\therefore x=-10$ 또는 $x=25$
이때 x는 자연수이므로 $x=25$
따라서 학생은 모두 25명이다.

17 펼쳐진 두 면의 쪽수를 각각 x, $x+1$이라고 하면
$x(x+1)=342$, $x^2+x-342=0$
$(x+19)(x-18)=0$ $\therefore x=-19$ 또는 $x=18$
이때 x는 자연수이므로 $x=18$
따라서 두 면의 쪽수는 각각 18, 19이므로 그 합은
$18+19=37$

18 민재의 생일을 5월 x일이라고 하면 은교의 생일은 5월 $(x+7)$일이므로
$x(x+7)=120$, $x^2+7x-120=0$
$(x+15)(x-8)=0$ $\therefore x=-15$ 또는 $x=8$
이때 x는 자연수이므로 $x=8$
따라서 민재의 생일은 5월 8일이다.

19 빵 1개의 가격을 $4x$원 올렸을 때 빵 1개의 가격은 $(1000+4x)$원이고, 하루 판매량은 $(400-x)$개이므로
$1000\times 400=(1000+4x)(400-x)$
$400000=400000+600x-4x^2$
$4x^2-600x=0$, $x(x-150)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=150$
이때 $x>0$이므로 $x=150$
따라서 인상 후의 빵 1개의 가격은
$1000+4\times 150=1600$(원)

20 $30t-5t^2+20=45$에서 $5t^2-30t+25=0$
$t^2-6t+5=0$, $(t-1)(t-5)=0$
$\therefore t=1$ 또는 $t=5$
따라서 공의 지면으로부터의 높이가 처음으로 45 m가 되는 것은 쏘아 올린 지 1초 후이다.

21 지면에 떨어지는 것은 높이가 0 m일 때이므로
$35t-5t^2=0$에서 $t^2-7t=0$
$t(t-7)=0$ $\therefore t=0$ 또는 $t=7$
이때 $t>0$이므로 $t=7$
따라서 공이 지면에 떨어질 때까지 걸리는 시간은 7초이다.

22 지구: $-5x^2+10x=0$에서 $x^2-2x=0$
$x(x-2)=0$ $\therefore x=0$ 또는 $x=2$
이때 $x>0$이므로 $x=2$
달: $-0.8x^2+10x=0$에서 $8x^2-100x=0$
$2x^2-25x=0$, $x(2x-25)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=12.5$
이때 $x>0$이므로 $x=12.5$
따라서 던진 공이 지면에 떨어질 때까지 지구에서는 2초가 걸리고, 달에서는 12.5초가 걸리므로 걸리는 시간이 더 긴 곳은 달이고, 걸리는 시간 차는
$12.5-2=10.5$(초)

23 세로의 길이를 x cm라고 하면 가로의 길이는 $(x+3)$ cm이므로
$x(x+3)=70$, $x^2+3x-70=0$
$(x+10)(x-7)=0$ $\therefore x=-10$ 또는 $x=7$
이때 $x>0$이므로 $x=7$
따라서 직사각형의 세로의 길이는 7 cm이다.

24 사다리꼴의 높이를 x cm라고 하면 아랫변의 길이도 x cm이므로
$\frac{1}{2}\times(3+x)\times x=20$, $x^2+3x-40=0$
$(x+8)(x-5)=0$ $\therefore x=-8$ 또는 $x=5$
이때 $x>0$이므로 $x=5$
따라서 사다리꼴의 높이는 5 cm이다.

25 작은 정사각형의 한 변의 길이를 x m라고 하면 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(x+6)$ m이므로
$x^2+(x+6)^2=468$, $2x^2+12x-432=0$
$x^2+6x-216=0$, $(x+18)(x-12)=0$
$\therefore x=-18$ 또는 $x=12$
이때 $x>0$이므로 $x=12$
따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 12 m이다.

26 작은 정삼각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면
큰 정삼각형의 한 변의 길이는
$\frac{15-3x}{3}=5-x$(cm)
큰 정삼각형과 작은 정삼각형은 서로 닮은 도형이고
닮음비는 $(5-x):x$, 넓이의 비는 $3:2$이므로
$(5-x)^2:x^2=3:2$
$3x^2=2(5-x)^2$, $x^2+20x-50=0$
$\therefore x=-10\pm\sqrt{150}=-10\pm5\sqrt{6}$
이때 $0<x<5$이므로 $x=-10+5\sqrt{6}$
따라서 작은 정삼각형의 한 변의 길이는 $(-10+5\sqrt{6})$ cm이다.

다른 풀이
두 정삼각형의 한 변의 길이의 비가 $\sqrt{3}:\sqrt{2}$이므로
$(5-x):x=\sqrt{3}:\sqrt{2}$, $\sqrt{3}x=\sqrt{2}(5-x)$
$(\sqrt{2}+\sqrt{3})x=5\sqrt{2}$
$\therefore x=\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{2}(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})}=-10+5\sqrt{6}$

27 $\overline{AH}=x$ cm라고 하면 $\overline{DH}=(10-x)$ cm, $\overline{DG}=x$ cm이므로 직각삼각형 DHG에서 피타고라스 정리에 의해
$(10-x)^2+x^2=8^2$, $2x^2-20x+36=0$
$x^2-10x+18=0$ $\therefore x=5\pm\sqrt{7}$
이때 $x>0$, $x<10-x$, 즉 $x<5$이므로 $x=5-\sqrt{7}$
따라서 $\overline{AH}$의 길이는 $(5-\sqrt{7})$ cm이다.

28 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle B=\angle C=72^\circ$
$\therefore \angle A=180^\circ-(72^\circ+72^\circ)=36^\circ$
이때 $\angle ABD=\angle CBD=\frac{1}{2}\times72^\circ=36^\circ$이므로
$\overline{AD}=\overline{BD}$ … ㉠
$\triangle ABD$에서 $\angle BDC=36^\circ+36^\circ=72^\circ$이므로
$\overline{BC}=\overline{BD}$ … ㉡
$\overline{BC}=x$ cm라고 하면 ㉠, ㉡에서
$\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{BC}=x$ cm, $\overline{CD}=(10-x)$ cm
$\triangle ABC\sim\triangle BCD$ (AA 닮음)이므로
$\overline{AB}:\overline{BC}=\overline{BC}:\overline{CD}$에서 $10:x=x:(10-x)$
$x^2=10(10-x)$, $x^2+10x-100=0$
$\therefore x=-5\pm\sqrt{125}=-5\pm5\sqrt{5}$
이때 $0<x<10$이므로 $x=-5+5\sqrt{5}$
따라서 $\overline{BC}$의 길이는 $(-5+5\sqrt{5})$ cm이다.

29 1단계 처음 정사각형 모양의 밭의 한 변의 길이를 x m라고 하면 직사각형 모양의 밭의 넓이는
$(x+3)(x-1)=45$
2단계 $x^2+2x-48=0$, $(x+8)(x-6)=0$
$\therefore x=-8$ 또는 $x=6$
3단계 이때 $x>1$이므로 $x=6$
따라서 처음 정사각형 모양의 밭의 한 변의 길이는 6 m이다.

채점 기준		
1단계	이차방정식 세우기	… 30 %
2단계	이차방정식 풀기	… 40 %
3단계	처음 정사각형 모양의 밭의 한 변의 길이 구하기	… 30 %

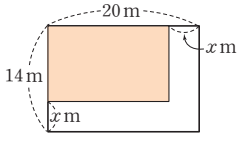
30 늘인 반지름의 길이를 x cm라고 하면
$\pi\times(6+x)^2=4\times(\pi\times6^2)$, $x^2+12x-108=0$
$(x+18)(x-6)=0$
$\therefore x=-18$ 또는 $x=6$
이때 $x>0$이므로 $x=6$
따라서 반지름의 길이를 6 cm만큼 늘였다.

31 출발한 지 t초 후에 $\triangle PCQ$의 넓이가 300 cm^{2}가 된다고 하면
$\overline{CP}=\overline{BC}-\overline{BP}=40-2t$(cm), $\overline{CQ}=3t$ cm이므로
$\frac{1}{2}\times(40-2t)\times3t=300$
$3t^2-60t+300=0$, $t^2-20t+100=0$
$(t-10)^2=0$ $\therefore t=10$
따라서 $\triangle PCQ$의 넓이가 300 cm^{2}가 되는 것은 출발한 지 10초 후이다.

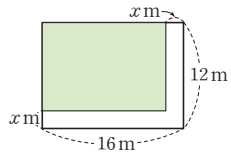
32 $\overline{AC}=x$ cm라고 하면 $\overline{CB}=(20-x)$ cm이므로
$\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{20}{2}\right)^2-\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{x}{2}\right)^2-\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{20-x}{2}\right)^2=21\pi$
$\frac{x^2}{8}+\frac{(20-x)^2}{8}-29=0$, $x^2+(20-x)^2-232=0$
$2x^2-40x+168=0$, $x^2-20x+84=0$
$(x-6)(x-14)=0$
$\therefore x=6$ 또는 $x=14$
이때 $x>0$, $x<20-x$, 즉 $x<10$이므로 $x=6$
따라서 $\overline{AC}$의 길이는 6 cm이다.

33 $\overline{BC}=x$라고 하면 □AEFD가 정사각형이므로
$\overline{DF}=\overline{EF}=\overline{BC}=x$
$\therefore \overline{CF}=\overline{CD}-\overline{DF}=2-x$
□ABCD∽□BCFE이므로
$\overline{AB}:\overline{BC}=\overline{BC}:\overline{CF}$에서
$2:x=x:(2-x)$
$x^2=2(2-x)$, $x^2+2x-4=0$
$\therefore x=-1\pm\sqrt{5}$
이때 $0<x<2$이므로 $x=-1+\sqrt{5}$
따라서 $\overline{BC}$의 길이는 $-1+\sqrt{5}$이다.

34 길을 제외한 땅의 넓이는 오른쪽 그림의 색칠한 부분의 넓이와 같으므로
$(20-x)(14-x)=160$
$x^2-34x+120=0$
$(x-4)(x-30)=0$ $\therefore x=4$ 또는 $x=30$
이때 $0<x<14$이므로 $x=4$



35 길의 폭을 x m라고 하면 꽃밭의 넓이는 오른쪽 그림의 색칠한 부분의 넓이와 같으므로



$(16-x)(12-x)=140$
$x^2-28x+52=0$
$(x-2)(x-26)=0$
$\therefore x=2$ 또는 $x=26$
이때 $x<12$이므로 $x=2$
따라서 길의 폭은 2 m이다.

36 처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이를 x cm라고 하면
$(x-4)^2\times 2=128$, $(x-4)^2=64$
$x-4=\pm 8$ $\therefore x=-4$ 또는 $x=12$
이때 $x>4$이므로 $x=12$
따라서 처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이는 12 cm이다.

37 색칠한 부분은 세로의 길이가 x cm, 가로의 길이가 $(48-2x)$ cm인 직사각형이므로
$x(48-2x)=280$, $2x^2-48x+280=0$
$x^2-24x+140=0$, $(x-10)(x-14)=0$
$\therefore x=10$ 또는 $x=14$
따라서 x의 값이 될 수 있는 것은 ② 10이다.

실력 UP 문제 P. 117

1-1 2, 3 **1-2** 7
2-1 $\frac{3}{2}$ **2-2** $\left(\frac{5}{4}, -\frac{15}{2}\right)$
3-1 $(1+\sqrt{5})$ cm **3-2** $\frac{-3+3\sqrt{5}}{2}$ cm

1-1 $2x^2-3x+a-2=0$에서 $x=\frac{3\pm\sqrt{25-8a}}{4}$
이때 a가 자연수이므로 x가 유리수가 되려면 $\sqrt{25-8a}$가 정수이어야 한다.
즉, $25-8a$가 0이거나 25보다 작은 (자연수)^2 꼴이어야 하므로
$25-8a=0$, 1, 4, 9, 16
$\therefore a=\frac{25}{8}$, 3, $\frac{21}{8}$, 2, $\frac{9}{8}$
따라서 자연수 a는 2, 3이다.

1-2 $x^2-4x-k=0$에서 $x=2\pm\sqrt{4+k}$
이때 k가 자연수이므로 x가 정수가 되려면 $\sqrt{4+k}$가 정수이어야 한다.
즉, $4+k$가 4보다 큰 (자연수)^2 꼴인 수이어야 하므로
$4+k=9$, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, …
$\therefore k=5$, 12, 21, 32, 45, 60, 77, 96, …
따라서 두 자리의 자연수 k는 12, 21, 32, 45, 60, 77, 96의 7개이다.

2-1 점 P의 x좌표를 a라고 하면
$\overline{OC}=\overline{DP}=a$
이때 $\triangle BDP\backsim\triangle PCA$(AA 닮음)이고,
$\triangle BDP:\triangle PCA=1:4$이므로
$\overline{DP}:\overline{CA}=1:2$ $\therefore \overline{CA}=2\overline{DP}=2a$
$\therefore \overline{OA}=\overline{OC}+\overline{CA}=a+2a=3a$
즉, A$(3a, 0)$이므로 $y=-\frac{2}{3}x+3$에 $x=3a$, $y=0$을 대입하면
$0=-2a+3$ $\therefore a=\frac{3}{2}$
따라서 점 P의 x좌표는 $\frac{3}{2}$이다.

2-2 점 P의 x좌표를 a라고 하면
$\overline{OC}=\overline{DP}=a$
이때 $\triangle ACP\backsim\triangle PDB$(AA 닮음)이고,
$\triangle ACP=9\triangle PDB$이므로
$\triangle ACP:\triangle PDB=9:1$에서
$\overline{AC}:\overline{PD}=3:1$ $\therefore \overline{AC}=3\overline{PD}=3a$
$\therefore \overline{OA}=\overline{OC}+\overline{AC}=a+3a=4a$
즉, A$(4a, 0)$이므로 $y=2x-10$에 $x=4a$, $y=0$을 대입하면
$0=8a-10$ $\therefore a=\frac{5}{4}$
따라서 점 P의 x좌표가 $\frac{5}{4}$이므로 $y=2x-10$에 $x=\frac{5}{4}$를 대입하면
$y=2\times\frac{5}{4}-10=-\frac{15}{2}$
따라서 점 P의 좌표는 $\left(\frac{5}{4}, -\frac{15}{2}\right)$이다.

3-1 정오각형의 한 내각의 크기는 108°이므로 $\angle ABC=108^\circ$
$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{CB}$이므로
$\angle BAC=\angle BCA=\frac{1}{2}(180^\circ-108^\circ)=36^\circ$
이때 $\triangle ABC\backsim\triangle APB$에서 $\angle ABP=\angle ACB=36^\circ$이므로
$\angle PBC=108^\circ-36^\circ=72^\circ$
또 $\angle BPC=36^\circ+36^\circ=72^\circ$이므로
$\triangle BCP$는 $\overline{BC}=\overline{PC}$인 이등변삼각형이다.
$\therefore \overline{PC}=\overline{BC}=\overline{AB}=2$ cm
$\overline{AC}=x$ cm라고 하면 $\overline{AC}:\overline{AB}=\overline{AB}:\overline{AP}$이므로
$x:2=2:(x-2)$, $x(x-2)=4$
$x^2-2x-4=0$ $\therefore x=1\pm\sqrt{5}$
이때 $x>0$이므로 $x=1+\sqrt{5}$
$\therefore \overline{AC}=(1+\sqrt{5})$ cm

3-2 정오각형의 한 내각의 크기는 $108°$이므로 $\angle CDE=108°$
$\triangle CDE$에서 $\overline{DE}=\overline{DC}$이므로
$\angle DEC=\angle DCE=\frac{1}{2}(180°-108°)=36°$
이때 $\triangle PCD\backsim\triangle DCE$에서 $\angle PDC=\angle DEC=36°$이므로
$\angle EDP=108°-36°=72°$
또 $\angle EPD=36°+36°=72°$이므로
$\triangle EPD$는 $\overline{EP}=\overline{ED}$인 이등변삼각형이다.
$\overline{ED}=x$ cm라고 하면
$\overline{PC}=\overline{EC}-\overline{EP}=3-x$(cm)
$\overline{PC}:\overline{DC}=\overline{CD}:\overline{CE}$이므로
$(3-x):x=x:3,\ 3(3-x)=x^2$
$x^2+3x-9=0 \quad \therefore x=\frac{-3\pm\sqrt{45}}{2}=\frac{-3\pm3\sqrt{5}}{2}$
이때 $x>0$이므로 $x=\frac{-3+3\sqrt{5}}{2}$
따라서 정오각형의 한 변의 길이는 $\frac{-3+3\sqrt{5}}{2}$ cm이다.

실전 테스트 P. 118~121

1 ㄱ, ㄷ **2** ④ **3** 2 **4** ③ **5** ④
6 $x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=2$ **7** $a=-2,\ b=5$ **8** ④, ⑤
9 ② **10** $x=2$ **11** ③ **12** ⑤ **13** ①
14 $x=-1\pm\sqrt{6}$ **15** ⑤ **16** ①
17 $-3x^2+9x+30=0$ **18** $x=-5$ 또는 $x=-1$
19 $k>\frac{4}{3}$ **20** 14 **21** ⑤ **22** 8월 8일
23 30 **24** ④ **25** 10 m **26** 4 **27** 250보

1 ㄱ. $x^2=4$에서 $x^2-4=0$ ⇨ 이차방정식
ㄴ. $x(x^2-1)=x^3+5x$에서 $x^3-x=x^3+5x$
$\therefore -6x=0$ ⇨ 일차방정식
ㄷ. $2x(x-2)=(x+1)^2$에서 $2x^2-4x=x^2+2x+1$
$\therefore x^2-6x-1=0$ ⇨ 이차방정식
따라서 이차방정식인 것은 ㄱ, ㄷ이다.

2 $a^2x^2+ax+3=4x^2-2x$에서
$(a^2-4)x^2+(a+2)x+3=0$
이때 x^2의 계수가 0이 아니어야 하므로
$a^2-4\neq0,\ a^2\neq4$
$\therefore a\neq-2$이고 $a\neq2$

3 $(a+1)x^2+3(a-1)x-6=0$에 $x=-2$를 대입하면
$(a+1)\times(-2)^2+3(a-1)\times(-2)-6=0$
$-2a+4=0 \quad \therefore a=2$

4 $x^2+x-1=0$에 $x=a$를 대입하면
$a^2+a-1=0 \quad \therefore a^2+a=1$
$\therefore a^5+a^4-a^3+a^2+a+5$
$=a^3(a^2+a-1)+(a^2+a)+5$
$=a^3\times0+1+5=6$

5 $(2x+3)\left(\frac{1}{2}x-3\right)=0$에서
$2x+3=0$ 또는 $\frac{1}{2}x-3=0$
$\therefore x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=6$

6 $(x-3)(x-4)=-x^2+6$에서
$x^2-7x+12=-x^2+6$
$2x^2-7x+6=0$
$(2x-3)(x-2)=0$
$\therefore x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=2$

7 1단계 $x^2+ax-3=0$에 $x=3$을 대입하면
$3^2+a\times3-3=0$
$6+3a=0$
$\therefore a=-2$
2단계 따라서 $x^2-2x-3=0$이므로
$(x+1)(x-3)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$
이때 다른 한 근은 $x=-1$
3단계 $3x^2+8x+b=0$에 $x=-1$을 대입하면
$3\times(-1)^2+8\times(-1)+b=0$
$-5+b=0$
$\therefore b=5$

채점 기준		
1단계	a의 값 구하기	… 30 %
2단계	다른 한 근 구하기	… 40 %
3단계	b의 값 구하기	… 30 %

8 ① $x(x-8)=0$에서 $x=0$ 또는 $x=8$
② $5x^2-45=0$에서 $x^2-9=0$
$(x+3)(x-3)=0$
$\therefore x=-3$ 또는 $x=3$
③ $3(x-3)^2=12$에서 $(x-3)^2=4$
$x-3=\pm2 \quad \therefore x=1$ 또는 $x=5$
④ $4x^2-12x+9=0$에서 $(2x-3)^2=0$
$\therefore x=\frac{3}{2}$
⑤ $3-x^2=6(x+2)$에서 $x^2+6x+9=0$
$(x+3)^2=0 \quad \therefore x=-3$
따라서 중근을 갖는 것은 ④, ⑤이다.

9 $x^2-(k+5)x+1=0$이 중근을 가지려면
$1=\left(-\frac{k+5}{2}\right)^2$, $k^2+10k+21=0$
$(k+7)(k+3)=0$
$\therefore k=-7$ 또는 $k=-3$
이때 k의 값 중 큰 값은 -3이므로
$-2x^2+ax+a^2=0$에 $x=-3$을 대입하면
$-2\times(-3)^2+a\times(-3)+a^2=0$
$a^2-3a-18=0$, $(a+3)(a-6)=0$
$\therefore a=-3$ 또는 $a=6$
이때 $a>0$이므로 $a=6$

10 1단계 $x^2+4x-12=0$에서 $(x+6)(x-2)=0$
$\therefore x=-6$ 또는 $x=2$
2단계 $5x^2-7x=6$에서 $5x^2-7x-6=0$
$(5x+3)(x-2)=0$
$\therefore x=-\frac{3}{5}$ 또는 $x=2$
3단계 따라서 두 이차방정식을 동시에 만족시키는 해는 $x=2$

채점 기준		
1단계	$x^2+4x-12=0$의 해 구하기	… 40 %
2단계	$5x^2-7x=6$의 해 구하기	… 40 %
3단계	두 이차방정식을 동시에 만족시키는 해 구하기	… 20 %

11 $2(x-1)^2=14$에서 $(x-1)^2=7$
$x-1=\pm\sqrt{7}$ $\therefore x=1\pm\sqrt{7}$
따라서 $a=1$, $b=7$이므로
$b-a=7-1=6$

12 ㄱ. $k>0$일 때, 서로 다른 두 근을 갖는다.
ㄴ. $k=2$일 때, 서로 다른 두 근을 갖는다.
ㄷ. $k=25$일 때, $(x-4)^2=25$
$x-4=\pm5$ $\therefore x=9$ 또는 $x=-1$
즉, 두 근은 모두 유리수이다.
따라서 옳은 것은 ㄷ, ㄹ이다.

13 $3x^2-2=x^2+8x-7$에서
$2x^2-8x=-5$, $x^2-4x=-\frac{5}{2}$
$x^2-4x+4=-\frac{5}{2}+4$ $\therefore (x-2)^2=\frac{3}{2}$
따라서 $a=-2$, $b=\frac{3}{2}$이므로
$ab=-2\times\frac{3}{2}=-3$

14 $(x-1)(x+2)=-2x+8$에서
$x^2+x-2=-2x+8$
$x^2+3x-10=0$, $(x+5)(x-2)=0$
$\therefore x=-5$ 또는 $x=2$
이때 $a>b$이므로 $a=2$, $b=-5$
따라서 $x^2+2x-5=0$이므로
$x=-1\pm\sqrt{6}$

15 $\frac{1}{3}x^2-0.5x+\frac{1}{12}=0$의 양변에 12를 곱하면
$4x^2-6x+1=0$ $\therefore x=\frac{3\pm\sqrt{5}}{4}$

16 $0.5(x+1)(x+3)=\frac{2x(x+2)}{3}$의 양변에 6을 곱하면
$3(x+1)(x+3)=4x(x+2)$
$3x^2+12x+9=4x^2+8x$, $x^2-4x-9=0$
$\therefore x=2\pm\sqrt{13}$
두 근 중 큰 근은 $2+\sqrt{13}$이므로 $a=2+\sqrt{13}$
이때 $3<\sqrt{13}<4$이므로 $5<2+\sqrt{13}<6$
따라서 $5<a<6$이므로 구하는 정수 n의 값은 5이다.

17 두 근이 -2, 5이고 x^2의 계수가 -3인 이차방정식은
$-3(x+2)(x-5)=0$, $-3(x^2-3x-10)=0$
$\therefore -3x^2+9x+30=0$

18 $x^2+kx+(k-1)=0$의 x의 계수와 상수항을 서로 바꾸면
$x^2+(k-1)x+k=0$
$x=-2$를 대입하면
$(-2)^2+(k-1)\times(-2)+k=0$
$-k+6=0$ $\therefore k=6$
따라서 처음 이차방정식은 $x^2+6x+5=0$이므로
$(x+5)(x+1)=0$
$\therefore x=-5$ 또는 $x=-1$

19 $3x^2+4x+k=0$이 해를 갖지 않으려면
$2^2-3k<0$이어야 하므로
$-3k<-4$ $\therefore k>\frac{4}{3}$

20 $\frac{n(n+1)}{2}=105$에서 $n^2+n-210=0$
$(n+15)(n-14)=0$
$\therefore n=-15$ 또는 $n=14$
이때 n은 자연수이므로 $n=14$
따라서 1부터 14까지의 자연수를 더해야 한다.

21 가로, 세로, 대각선에 있는 세 수의 합이 모두 같으므로
$x^2+(4x+1)+(4x-3)=4x+(4x+1)+(3x+7)$
$x^2+8x-2=11x+8$, $x^2-3x-10=0$
$(x+2)(x-5)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=5$
이때 x는 자연수이므로 $x=5$

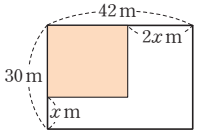
22 1단계 여행 날짜를 $(x-1)$일, x일, $(x+1)$일이라고 하면
$(x-1)^2+x^2+(x+1)^2=245$
2단계 $3x^2=243$, $x^2=81$
$\therefore x=\pm 9$
3단계 이때 x는 자연수이므로 $x=9$
따라서 여행이 시작되는 날짜는 8월 8일이다.

채점 기준		
1단계	이차방정식 세우기	… 30 %
2단계	이차방정식 풀기	… 40 %
3단계	여행이 시작되는 날짜 구하기	… 30 %

23 (판매 금액)$=\underset{\text{정가}}{5000\left(1+\frac{x}{100}\right)}\left(1-\frac{x}{100}\right)$
$=5000\left(1-\frac{x^2}{10000}\right)$
$=5000-\frac{x^2}{2}$(원)
이때 450원의 손해를 보았으므로
(판매 금액)$-$(원가)$=-450$(원)
$\left(5000-\frac{x^2}{2}\right)-5000=-450$
$x^2=900$ $\therefore x=\pm 30$
이때 $x>0$이므로 $x=30$

24 타일의 짧은 변의 길이를 x cm라고 하면 긴 변의 길이는
$\frac{4x-2}{2}=2x-1$(cm)
넓이가 280 cm^{2}인 직사각형의 가로의 길이는 $4x$ cm, 세로의 길이는 $2x-1+x=3x-1$(cm)이므로
$4x(3x-1)=280$, $3x^2-x-70=0$
$(3x+14)(x-5)=0$ $\therefore x=-\frac{14}{3}$ 또는 $x=5$
이때 $x>0$이므로 $x=5$
따라서 타일 한 개의 넓이는
$5(2\times 5-1)=45$(cm^2)

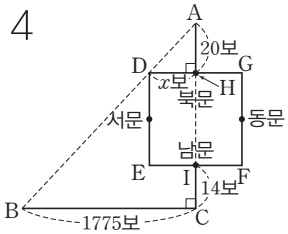
25 길의 폭을 x m라고 하면 길을 제외한 땅의 넓이는 오른쪽 그림의 색칠한 부분의 넓이와 같으므로



$(42-2x)(30-x)=440$
$2x^2-102x+820=0$, $x^2-51x+410=0$
$(x-10)(x-41)=0$ $\therefore x=10$ 또는 $x=41$
이때 $0<x<21$이므로 $x=10$
따라서 길의 폭은 10 m이다.

26 x를 장치 B에 입력하면 출력되는 수는 $x+2$
$x+2$를 장치 A에 입력하면 출력되는 수는 $(x+2)^2$
즉, $(x+2)^2=36$이므로
$x+2=\pm 6$ $\therefore x=-8$ 또는 $x=4$
이때 x는 자연수이므로 $x=4$

27 4



위의 그림과 같이 성벽을 정사각형 DEFG, 북문을 H, 북문에서 북쪽으로 20보 거리에 있는 나무를 A, 남문을 I, 남문에서 남쪽으로 14보 거리에 있는 곳을 C, C에서 직각으로 꺾어 서쪽으로 1775보 거리에 있는 곳을 B라고 하자.
$\overline{DH}=x$보라고 하면
$\overline{AC}=2x+34$(보)
이때 $\triangle ADH\backsim\triangle ABC$ (AA 닮음)이므로
$\overline{AH}:\overline{AC}=\overline{DH}:\overline{BC}$에서
$20:(2x+34)=x:1775$
$x(2x+34)=35500$, $x^2+17x-17750=0$
$(x+142)(x-125)=0$
$\therefore x=-142$ 또는 $x=125$
이때 $x>0$이므로 $x=125$
따라서 성벽의 한 변의 길이는
$2\times 125=250$(보)

01 이차함수의 뜻 ~
02 이차함수 $y=ax^2$의 그래프

P. 125~130

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ④ **2** ②, ⑤ **3** ① **4** 1 **5** ④
6 ③ **7** ③ **8** 4 **9** $y=-\frac{5}{4}x^2$

핵심 유형 문제

10 ③ **11** ㄷ, ㅂ **12** ① **13** ⑤ **14** ④
15 ②, ③ **16** 6 **17** $\frac{3}{2}$ **18** 6 **19** ②
20 ① **21** $-2<a<0$ **22** ③, ④ **23** ④
24 9 **25** ⑤ **26** ①, ③ **27** ③ **28** 1
29 9 **30** ② **31** ③ **32** 16 **33** 4
34 18 **35** $\frac{3}{4}$

1 ㄱ. $y=\frac{2}{x^2}$ ⇨ 이차함수가 아니다.
ㄴ. $y=-(3x-1)^2+x^2=-8x^2+6x-1$ ⇨ 이차함수
ㄷ. $y=x^2(x-1)=x^3-x^2$ ⇨ 이차함수가 아니다.
ㄹ. $y=(x-1)(x+2)=x^2+x-2$ ⇨ 이차함수
따라서 이차함수인 것은 ㄴ, ㄹ이다.

2 ① $y=x(20-x)=-x^2+20x$ ⇨ 이차함수
② $y=(3x)^3=27x^3$ ⇨ 이차함수가 아니다.
③ $y=\frac{1}{2}\times\{5+(x+1)\}\times 2x=x^2+6x$ ⇨ 이차함수
④ $y=\frac{1}{3}\times\pi\times x^2\times 12=4\pi x^2$ ⇨ 이차함수
⑤ $y=180\times(x-2)=180x-360$ ⇨ 일차함수
따라서 y가 x에 대한 이차함수가 아닌 것은 ②, ⑤이다.

3 $y=3x^2+ax(x-1)+8$
$=(3+a)x^2-ax+8$
이때 x^2의 계수가 0이 아니어야 하므로
$3+a\neq 0$ $\therefore a\neq -3$

4 $f(3)=-2\times 3^2+3\times 3-1=-10$
$f\left(-\frac{1}{2}\right)=-2\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2+3\times\left(-\frac{1}{2}\right)-1=-3$
$\therefore \frac{1}{2}f(3)-2f\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}\times(-10)-2\times(-3)$
$=-5+6=1$

5 $f(-1)=4\times(-1)^2-a\times(-1)+1=6$에서
$4+a+1=6$ $\therefore a=1$
따라서 $f(x)=4x^2-x+1$이므로
$f(2)=4\times 2^2-2+1=15$
$f(0)=4\times 0^2-0+1=1$
$\therefore f(2)-f(0)=15-1=14$

6 ① 꼭짓점의 좌표는 (0, 0)이다.
② $a>0$일 때, 아래로 볼록한 포물선이다.
④ a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.
⑤ $a<0$일 때, 제3, 4사분면을 지난다.
따라서 옳은 것은 ③이다.

7 그래프가 아래로 볼록한 이차함수는 x^2의 계수가 양수이므로
$y=\frac{1}{4}x^2$, $y=x^2$, $y=\frac{7}{3}x^2$이다.
이때 x^2의 계수의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓어지므로 $\left|\frac{1}{4}\right|<|1|<\left|\frac{7}{3}\right|$에서 폭이 가장 넓은 것은
③ $y=\frac{1}{4}x^2$이다.

8 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(-5, -10)$을 지나므로
$-10=a\times(-5)^2$ $\therefore a=-\frac{2}{5}$
즉, $y=-\frac{2}{5}x^2$의 그래프가 점 $\left(\frac{1}{2}, b\right)$를 지나므로
$b=\left(-\frac{2}{5}\right)\times\left(\frac{1}{2}\right)^2=-\frac{1}{10}$
$\therefore \frac{a}{b}=\left(-\frac{2}{5}\right)\div\left(-\frac{1}{10}\right)$
$=\left(-\frac{2}{5}\right)\times(-10)=4$

9 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2(a\neq 0)$으로 놓자.
이때 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(2, -5)$를 지나므로
$-5=a\times 2^2$ $\therefore a=-\frac{5}{4}$
따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-\frac{5}{4}x^2$이다.

10 ① $y=3x+1$ ⇨ 일차함수
② $(x+2)^2=x+3$에서 $x^2+4x+4=x+3$
$\therefore x^2+3x+1=0$ ⇨ 이차방정식
③ $y=5+x^2$ ⇨ 이차함수
④ $y=x^2-x(x+1)=-x$ ⇨ 일차함수
⑤ $y=\frac{5}{x^2}$ ⇨ 이차함수가 아니다.
따라서 y가 x에 대한 이차함수인 것은 ③이다.

11 ㄱ. $y=3x(x+1)=3x^2+3x$ ⇨ 이차함수
ㄴ. $y=2x^2-5x+1$ ⇨ 이차함수
ㄷ. $y=x(x-4)-x^2=-4x$ ⇨ 일차함수
ㄹ. $y=(x-2)(x+7)=x^2+5x-14$ ⇨ 이차함수
ㅁ. $y=\frac{x^2-1}{2}=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}$ ⇨ 이차함수
ㅂ. $x^2+3x=0$ ⇨ 이차방정식
따라서 y가 x에 대한 이차함수가 아닌 것은 ㄷ, ㅂ이다.

12 ㄱ. $y=\pi\times\left(\frac{1}{2}x\right)^2=\frac{1}{4}\pi x^2$ ⇨ 이차함수
ㄴ. $y=\frac{1}{2}\times\{(x+1)+(x+3)\}\times6=6x+12$ ⇨ 일차함수
ㄷ. $y=\pi\times x^2\times12=12\pi x^2$ ⇨ 이차함수
ㄹ. $y=24-x$ ⇨ 일차함수
ㅁ. $y=\frac{5}{x}$ ⇨ 이차함수가 아니다.
따라서 y가 x에 대한 이차함수인 것은 ㄱ, ㄷ이다.

13 $y=5-4x^2+ax(x+2)$
$=5-4x^2+ax^2+2ax$
$=(a-4)x^2+2ax+5$
이때 x^2의 계수가 0이 아니어야 하므로
$a-4\neq0$ $\therefore a\neq4$

14 $y=2ax(x+1)-(x+3)(2x-1)$
$=2ax^2+2ax-2x^2-5x+3$
$=(2a-2)x^2+(2a-5)x+3$
이때 x^2의 계수가 0이 아니어야 하므로
$2a-2\neq0$ $\therefore a\neq1$
따라서 상수 a의 값이 될 수 없는 것은 ④이다.

15 $y=k^2x^2+k(x-4)^2$
$=k^2x^2+k(x^2-8x+16)$
$=k^2x^2+kx^2-8kx+16k$
$=(k^2+k)x^2-8kx+16k$
이때 x^2의 계수가 0이 아니어야 하므로
$k^2+k\neq0$, $k(k+1)\neq0$ $\therefore k\neq-1$, $k\neq0$
따라서 상수 k의 값이 될 수 없는 것은 -1, 0이다.

16 $f(2)=-2^2-5\times2+7=-7$
$f(-2)=-(-2)^2-5\times(-2)+7=13$
$\therefore f(2)+f(-2)=-7+13=6$

17 $f(4)=a\times4^2-4\times4+5=-3$에서
$16a=8$ $\therefore a=\frac{1}{2}$
따라서 $f(x)=\frac{1}{2}x^2-4x+5$이므로
$f(1)=\frac{1}{2}\times1^2-4\times1+5=\frac{3}{2}$

18 1단계 $f(-6)=-\frac{1}{3}\times(-6)^2+a\times(-6)+b=3$에서
$-12-6a+b=3$
$\therefore -6a+b=15$ … ㉠
$f(3)=-\frac{1}{3}\times3^2+a\times3+b=-6$에서
$-3+3a+b=-6$
$\therefore 3a+b=-3$ … ㉡
2단계 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-2$, $b=3$
3단계 따라서 $f(x)=-\frac{1}{3}x^2-2x+3$이므로
$f(-3)=-\frac{1}{3}\times(-3)^2-2\times(-3)+3=6$

채점 기준		
1단계	a, b에 대한 연립방정식 세우기	… 40 %
2단계	a, b의 값 각각 구하기	… 30 %
3단계	$f(-3)$의 값 구하기	… 30 %

19 $f(a)=2a^2-3a-1=1$에서
$2a^2-3a-2=0$, $(2a+1)(a-2)=0$
$\therefore a=-\frac{1}{2}$ 또는 $a=2$
이때 a는 정수이므로 $a=2$

20 그래프가 위로 볼록한 이차함수는 x^2의 계수가 음수이므로
① $y=-5x^2$이다.

21 $y=ax^2$의 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$ … ㉠
$y=ax^2$의 그래프의 폭이 $y=-2x^2$의 그래프의 폭보다 넓으므로
$|a|<|-2|$, $|a|<2$
$\therefore -2<a<2$ … ㉡
㉠, ㉡에 의해 $-2<a<0$

22 색칠한 부분을 지나는 그래프를 나타내는 이차함수의 식을 $y=ax^2(a\neq0)$이라고 하면
$-\frac{1}{2}<a<0$ 또는 $0<a<1$
따라서 구하는 이차함수는 ③ $y=-\frac{1}{3}x^2$, ④ $y=\frac{3}{4}x^2$이다.

23 $y=ax^2$, $y=bx^2$의 그래프가 아래로 볼록하므로
$a>0$, $b>0$
$y=ax^2$의 그래프의 폭이 $y=bx^2$의 그래프의 폭보다 좁으므로
$|a|>|b|$ $\therefore a>b>0$ … ㉠
$y=cx^2$, $y=dx^2$의 그래프가 위로 볼록하므로
$c<0$, $d<0$
$y=cx^2$의 그래프의 폭이 $y=dx^2$의 그래프의 폭보다 좁으므로
$|c|>|d|$ $\therefore c<d<0$ … ㉡
㉠, ㉡에 의해 $c<d<b<a$

24 1단계 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프와 x축에 대칭인 그래프를 나타내는 이차함수의 식은

$y=\frac{1}{2}x^2$ $\therefore a=\frac{1}{2}$

2단계 $y=7x^2$의 그래프와 x축에 대칭인 그래프를 나타내는 이차함수의 식은

$y=-7x^2$ $\therefore b=-7$

3단계 $\therefore 4a-b=4\times\frac{1}{2}-(-7)=9$

채점 기준		
1단계	a의 값 구하기	… 40 %
2단계	b의 값 구하기	… 40 %
3단계	$4a-b$의 값 구하기	… 20 %

25 ⑤ $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

26 ② x^2의 계수가 음수이면 그래프가 위로 볼록하므로 ㄹ, ㅁ, ㅂ이다.

③, ④ x^2의 계수의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아지므로 폭이 가장 좁은 것은 ㄷ, 폭이 가장 넓은 것은 ㅂ이다.

⑤ x축에 서로 대칭인 것은 ㄱ과 ㄹ, ㄴ과 ㅁ이다.

따라서 옳은 것은 ①, ③이다.

27 $y=\frac{1}{3}x^2$의 그래프가 점 $(6, k)$를 지나므로

$k=\frac{1}{3}\times6^2=12$

28 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(4, 8)$을 지나므로

$8=a\times4^2$ $\therefore a=\frac{1}{2}$

즉, $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프가 점 $(-2, b)$를 지나므로

$b=\frac{1}{2}\times(-2)^2=2$

$\therefore ab=\frac{1}{2}\times2=1$

29 1단계 $y=5x^2$의 그래프가 점 $(-1, a)$를 지나므로

$a=5\times(-1)^2=5$

2단계 즉, $y=bx^2$의 그래프가 점 $(5, 100)$을 지나므로

$100=b\times5^2$ $\therefore b=4$

3단계 $\therefore a+b=5+4=9$

채점 기준		
1단계	a의 값 구하기	… 40 %
2단계	b의 값 구하기	… 40 %
3단계	$a+b$의 값 구하기	… 20 %

30 $y=-3x^2$의 그래프와 x축에 대칭인 그래프를 나타내는 이차함수의 식은 $y=3x^2$

이 그래프가 점 $(a, -3a)$를 지나므로

$-3a=3a^2$

$a^2+a=0$, $a(a+1)=0$

$\therefore a=0$ 또는 $a=-1$

이때 $a\neq0$이므로 $a=-1$

31 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2(a\neq0)$으로 놓자.

이 그래프가 점 $(3, -6)$을 지나므로

$-6=a\times3^2$ $\therefore a=-\frac{2}{3}$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-\frac{2}{3}x^2$이다.

32 1단계 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2(a\neq0)$으로 놓자.

2단계 이 그래프가 점 $(-1, 4)$를 지나므로

$4=a\times(-1)^2$ $\therefore a=4$

3단계 즉, $y=4x^2$의 그래프가 점 $(2, m)$을 지나므로

$m=4\times2^2=16$

채점 기준		
1단계	이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓기	… 20 %
2단계	a의 값 구하기	… 40 %
3단계	m의 값 구하기	… 40 %

33 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이므로 주어진 그래프를 나타내는 이차함수의 식을 $y=ax^2(a\neq0)$으로 놓자.

이 그래프가 점 $(-6, -9)$를 지나므로

$-9=a\times(-6)^2$ $\therefore a=-\frac{1}{4}$

이때 $y=-\frac{1}{4}x^2$의 그래프와 x축에 대칭인 그래프를 나타내는 이차함수의 식은 $y=\frac{1}{4}x^2$

따라서 $y=\frac{1}{4}x^2$의 그래프가 점 $(4, k)$를 지나므로

$k=\frac{1}{4}\times4^2=4$

34 점 A$(-2, -1)$은 $y=ax^2$의 그래프 위의 점이므로

$-1=a\times(-2)^2$ $\therefore a=-\frac{1}{4}$

$y=-\frac{1}{4}x^2$의 그래프는 y축에 대칭이고 $\overline{BC}=8$이므로 점 C의 x좌표는 4이다.

이때 점 C의 y좌표는

$y=-\frac{1}{4}\times4^2=-4$

따라서 □ABCD는 $\overline{AD}=4$, $\overline{BC}=8$이고 높이가 $-1-(-4)=3$인 사다리꼴이므로

□ABCD$=\frac{1}{2}\times(4+8)\times3=18$

35 점 D의 y좌표가 12이므로 $y=3x^2$에 $y=12$를 대입하면
$12=3x^2$, $x^2=4$ $\therefore x=\pm 2$
이때 $x>0$이므로 $x=2$
$\therefore$ D$(2, 12)$
$\overline{DE}=\overline{CD}=2$이므로 $\overline{CE}=4$
$\therefore$ E$(4, 12)$
따라서 $y=ax^2$의 그래프가 점 E$(4, 12)$를 지나므로
$12=a\times 4^2$ $\therefore a=\frac{3}{4}$

03 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프

P. 131~133

쏙쏙 다지 개념 익히기

1 풀이 참조 **2** ④ **3** -5 **4** ㄷ, ㄹ
5 12

핵심 유형 문제

6 ① **7** ④ **8** ④ **9** ⑤ **10** -2
11 -1 **12** -1 **13** ③ **14** ② **15** ②, ⑤
16 ⑤ **17** 5 **18** -2 **19** 5

1

(1) $y=-\frac{1}{2}x^2+7$	(2) $y=\frac{4}{5}(x-2)^2$	(3) $y=-4\left(x+\frac{1}{3}\right)^2$
$x=0$	$x=2$	$x=-\frac{1}{3}$
$(0, 7)$	$(2, 0)$	$\left(-\frac{1}{3}, 0\right)$
위로 볼록	아래로 볼록	위로 볼록

(1)~(3)을 그래프의 폭이 넓은 것부터 차례로 나열하면 (1), (2), (3)이다.

2 ① $y=x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 것이다.
② 축의 방정식은 $x=0$이다.
③ 꼭짓점의 좌표는 $(0, 5)$이다.
⑤ $y=x^2+5$에 $x=-2$, $y=1$을 대입하면 $1\neq(-2)^2+5$
이므로 점 $(-2, 1)$을 지나지 않는다.
따라서 옳은 것은 ④이다.

3 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은
$y=\frac{2}{3}x^2+a$
이 그래프가 점 $(6, 19)$를 지나므로
$19=\frac{2}{3}\times 6^2+a$, $19=24+a$ $\therefore a=-5$

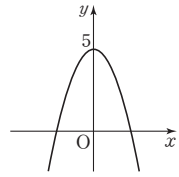
4 ㄷ. 꼭짓점의 좌표는 $(-4, 0)$이다.
ㄹ. $x<-4$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.
따라서 옳지 않은 것은 ㄷ, ㄹ이다.

5 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은
$y=-5(x-6)^2$
이 그래프가 점 $(k, -20)$을 지나므로
$-20=-5(k-6)^2$, $(k-6)^2=4$
$k-6=\pm 2$ $\therefore k=4$ 또는 $k=8$
따라서 모든 k의 값의 합은 $4+8=12$

7 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은
$y=-2x^2+7$
따라서 축의 방정식은 $x=0$, 꼭짓점의 좌표는 $(0, 7)$이다.

8 $y=2x^2+1$의 그래프는 아래로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표가 $(0, 1)$이므로 그래프로 알맞은 것은 ④이다.

9 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은
$y=-x^2+5$
⑤ $y=-x^2+5$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 모든 사분면을 지난다.



10 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은
$y=3x^2-2$
이 그래프가 점 $(a, 10)$을 지나므로
$10=3a^2-2$, $a^2=4$ $\therefore a=\pm 2$
이때 $a<0$이므로 $a=-2$

11 1단계 $y=ax^2+q$의 그래프가 두 점 $(1, -3)$, $(-2, 3)$을 지나므로
$-3=a\times 1^2+q$ $\therefore a+q=-3$ … ㉠
$3=a\times(-2)^2+q$ $\therefore 4a+q=3$ … ㉡
2단계 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $q=-5$
3단계 $\therefore 2a+q=2\times 2+(-5)=-1$

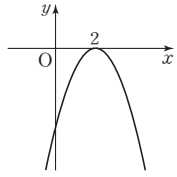
채점 기준		
1단계	a, q에 대한 연립방정식 세우기	… 40 %
2단계	a, q의 값 각각 구하기	… 40 %
3단계	$2a+q$의 값 구하기	… 20 %

12 꼭짓점의 좌표가 $(0, 2)$이므로 $q=2$
즉, $y=ax^2+2$의 그래프가 점 $(2, 0)$을 지나므로
$0=a\times 2^2+2$ $\therefore a=-\frac{1}{2}$
$\therefore aq=-\frac{1}{2}\times 2=-1$

13 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은
$y=-2(x+3)^2$
이고, 꼭짓점의 좌표는 $(-3, 0)$이다.

14 $y=2(x+1)^2$의 그래프는 아래로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$이므로 그래프로 알맞은 것은 ②이다.

15 ① 축의 방정식은 $x=2$이다.
③ $y=-4x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.
④ $y=-4(x-2)^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제3, 4사분면을 지난다.



⑤ x^2의 계수의 절댓값이 4로 같으므로 $y=4x^2$의 그래프와 폭이 같다.
따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다.

16 그래프가 아래로 볼록하고, 축의 방정식이 $x=5$이므로 x의 값이 증가할 때, y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는 $x>5$이다.

17 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은
$y=5(x+2)^2$
이 그래프가 점 $(-3, k)$를 지나므로
$k=5\times(-3+2)^2=5$

18 1단계 꼭짓점의 좌표가 $(3, 0)$이므로 $p=3$
2단계 즉, $y=a(x-3)^2$의 그래프가 점 $(0, -6)$을 지나므로
$-6=a\times(0-3)^2 \quad \therefore a=-\frac{2}{3}$
3단계 $\therefore ap=\left(-\frac{2}{3}\right)\times3=-2$

채점 기준		
1단계	p의 값 구하기	… 40 %
2단계	a의 값 구하기	… 40 %
3단계	ap의 값 구하기	… 20 %

19 $y=-\frac{1}{2}x^2+8$, $y=a(x-p)^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 각각 $(0, 8)$, $(p, 0)$이다.
$y=-\frac{1}{2}x^2+8$의 그래프가 점 $(p, 0)$을 지나므로
$0=-\frac{1}{2}p^2+8$, $p^2=16 \quad \therefore p=\pm4$
이때 $p<0$이므로 $p=-4$
$y=a(x+4)^2$의 그래프가 점 $(0, 8)$을 지나므로
$8=a\times(0+4)^2 \quad \therefore a=\frac{1}{2}$
$\therefore 2a-p=2\times\frac{1}{2}-(-4)=5$

P. 134~139

쏙쏙 다시 개념 익히기

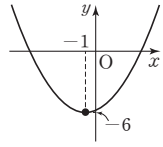
1 16 **2** ② **3** 6 **4** ④ **5** ②
6 ② **7** ①

핵심 유형 문제

8 ④ **9** −10 **10** ④ **11** ④ **12** ①
13 ① **14** ②, ⑤ **15** ③ **16** 6 **17** 5
18 ⑤ **19** $\frac{1}{2}$ **20** $x=1$, $(1, -2)$ **21** ①
22 36 **23** ③ **24** ④ **25** ⑤ **26** ⑤
27 ② **28** 6 **29** $-\frac{1}{4}$ **30** 16

1 $y=-3x^2$의 그래프와 x축에 대칭인 그래프를 나타내는 이차함수의 식은 $y=3x^2$
즉, $y=3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은
$y=3(x-p)^2+q$
이 식이 $y=a(x-2)^2+11$과 일치하므로
$a=3$, $p=2$, $q=11$
$\therefore a+p+q=3+2+11=16$

2 ㄴ. $y=\frac{1}{5}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 −1만큼, y축의 방향으로 −6만큼 평행이동한 것과 같다.
ㄷ. $x=0$을 대입하면
$y=\frac{1}{5}\times(0+1)^2-6=-\frac{29}{5}$
즉, y축과 점 $\left(0, -\frac{29}{5}\right)$에서 만난다.
ㄹ. $y=\frac{1}{5}(x+1)^2-6$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 모든 사분면을 지난다.



따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

3 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은
$y=-2(x-3)^2+4$
이 그래프가 점 $(a, -14)$를 지나므로
$-14=-2(a-3)^2+4$
$(a-3)^2=9$, $a-3=\pm3 \quad \therefore a=0$ 또는 $a=6$
이때 $a>0$이므로 $a=6$

4 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은
$y=\frac{3}{4}\{x-(-2)+4\}^2-1-5 \quad \therefore y=\frac{3}{4}(x+6)^2-6$
이 식에 $x=0$을 대입하면
$y=\frac{3}{4}\times(0+6)^2-6=21$
즉, y축과 만나는 점의 y좌표는 21이다.

5 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$
꼭짓점 (p, q)가 제1사분면 위에 있으므로 $p>0$, $q>0$

6 $a>0$이므로 그래프는 아래로 볼록한 포물선이다.
$-p<0$, $q<0$이므로 꼭짓점 $(-p, q)$는 제3사분면 위에 있다.
따라서 $y=a(x+p)^2+q$의 그래프로 알맞은 것은 ②이다.

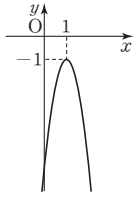
7 $y=-(x-2p)^2+p^2-1$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는
$(2p, p^2-1)$
이 점이 직선 $y=-x+2$ 위에 있으므로
$p^2-1=-2p+2$
$p^2+2p-3=0$, $(p+3)(p-1)=0$
$\therefore p=-3$ 또는 $p=1$
이때 $p>0$이므로 $p=1$

9 $y=-\frac{1}{12}(x+2)^2-8$의 그래프는 $y=-\frac{1}{12}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 -8만큼 평행이동한 것이다.
따라서 $m=-2$, $n=-8$이므로
$m+n=-2+(-8)=-10$

10 ④ $y=-3x^2$과 x^2의 계수가 같으므로 $y=-3x^2$의 그래프를 평행이동하여 완전히 포갤 수 있다.

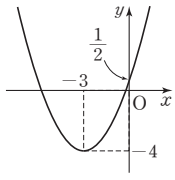
11 $y=(x-3)^2+4$의 그래프는 아래로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표가 $(3, 4)$이므로 그래프로 알맞은 것은 ④이다.

12 $y=-5(x-1)^2-1$의 그래프는 위로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표가 $(1, -1)$이므로 오른쪽 그림과 같이 제3, 4사분면을 지난다.
즉, 그래프가 지나지 않는 사분면은 제1, 2사분면이다.



13 그래프가 위로 볼록하고, 축의 방정식이 $x=-1$이므로 x의 값이 증가할 때, y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는 $x<-1$이다.

14 ② 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -4)$이다.
⑤ $y=\frac{1}{2}(x+3)^2-4$에 $x=0$을 대입하면
$y=\frac{1}{2}\times(0+3)^2-4=\frac{1}{2}$이므로 점 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$을 지난다.
따라서 $y=\frac{1}{2}(x+3)^2-4$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제4사분면을 지나지 않는다.



15 조건 (가)에서 그래프가 아래로 볼록하므로 x^2의 계수는 양수이어야 한다. ⇨ ①, ②, ③
조건 (나)에서 $y=-2(x-1)^2$의 그래프와 폭이 같아야 하므로 x^2의 계수의 절댓값이 2이어야 한다. ⇨ ②, ③
이때 ②, ③의 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 그 위치를 구하면 다음과 같다.
② $(1, -1)$: 제4사분면
③ $(-1, -1)$: 제3사분면
따라서 조건을 만족시키는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은 ③ $y=2(x+1)^2-1$이다.

16 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은
$y=2(x-1)^2-2$
이 그래프가 점 $(3, a)$를 지나므로
$a=2\times(3-1)^2-2=6$

17 1단계 $y=-(x+a)^2+b$의 그래프의 축의 방정식은 $x=-a$이므로
$-a=4$ $\therefore a=-4$
2단계 $y=-(x-4)^2+b$의 그래프가 점 $(3, 8)$을 지나므로
$8=-(3-4)^2+b$ $\therefore b=9$
3단계 $\therefore a+b=-4+9=5$

채점 기준		
1단계	a의 값 구하기	… 40 %
2단계	b의 값 구하기	… 40 %
3단계	$a+b$의 값 구하기	… 20 %

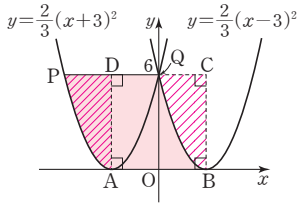
18 축의 방정식이 $x=-3$이므로 $k=-3$
따라서 $y=\frac{2}{3}(x+3)^2+9$에 $x=0$을 대입하면
$y=\frac{2}{3}\times(0+3)^2+9=15$
즉, y축과 만나는 점의 y좌표는 15이다.

19 $y=-\frac{4}{3}(x+p)^2+2p^2-1$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는
$(-p, 2p^2-1)$
이 점이 직선 $y=5x+2$ 위에 있으므로
$2p^2-1=5\times(-p)+2$
$2p^2+5p-3=0$, $(p+3)(2p-1)=0$
$\therefore p=-3$ 또는 $p=\frac{1}{2}$
이때 $p>0$이므로 $p=\frac{1}{2}$

20 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은
$y=-\frac{1}{2}(x-2+1)^2+3-5$
$\therefore y=-\frac{1}{2}(x-1)^2-2$
따라서 축의 방정식은 $x=1$, 꼭짓점의 좌표는 $(1, -2)$이다.

21 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은
$y=-3(x-a-2)^2+5+b$
이 식이 $y=-3(x-1)^2+1$과 일치하므로
$-a-2=-1,\ 5+b=1$ $\therefore a=-1,\ b=-4$
$\therefore a+b=-1+(-4)=-5$

22 $y=\frac{2}{3}(x-3)^2$의 그래프는 $y=\frac{2}{3}(x+3)^2$의 그래프를 x축의 방향으로 6만큼 평행이동한 것과 같다.
따라서 다음 그림에서 빗금 친 두 부분의 넓이가 서로 같으므로 색칠한 부분의 넓이는 직사각형 ABCD의 넓이와 같다.

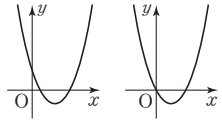


두 점 A, B는 각각 $y=\frac{2}{3}(x+3)^2$, $y=\frac{2}{3}(x-3)^2$의 꼭짓점이므로
$A(-3,\ 0),\ B(3,\ 0)$ $\therefore \overline{AB}=6$
$y=\frac{2}{3}(x-3)^2$에 $x=0$을 대입하면
$y=\frac{2}{3}\times(0-3)^2=6$이므로 $Q(0,\ 6)$
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\square ABCD=6\times6=36$

23 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$
꼭짓점 $(-p,\ q)$가 제4사분면 위에 있으므로
$-p>0,\ q<0$ $\therefore p<0,\ q<0$

24 ① 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$
②, ③ 꼭짓점 $(p,\ q)$가 제3사분면 위에 있으므로
$p<0,\ q<0$ $\therefore pq>0$
④ $a>0,\ q^2>0$이므로 $a+q^2>0$
⑤ $a>0,\ p+q<0$이므로 $a(p+q)<0$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

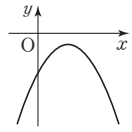
25 그래프가 제1, 2, 4사분면만을 지나려면 다음 그림과 같아야 한다.



ㄱ. 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$
ㄴ. 꼭짓점 $(p,\ q)$가 제4사분면 위에 있으므로
$p>0,\ q<0$ $\therefore apq<0$
ㄷ. $y=a(x-p)^2+q$에 $x=0$을 대입하면 $y=ap^2+q$
이때 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표가 0보다 크거나 같아야 하므로 $ap^2+q\geq0$
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

26 주어진 일차함수의 그래프에서 $a>0,\ b<0$
즉, $y=bx^2-a$의 그래프는 $b<0$이므로 위로 볼록한 포물선이고, $-a<0$이므로 꼭짓점 $(0,\ -a)$는 y축 위에 있으면서 x축보다 아래쪽에 있다.
따라서 그래프로 알맞은 것은 ⑤이다.

27 $y=a(x+p)^2+q$의 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$
꼭짓점 $(-p,\ q)$가 제1사분면 위에 있으므로
$-p>0,\ q>0$ $\therefore p<0,\ q>0$
따라서 $y=p(x-q)^2-a$의 그래프는 $p<0$이므로 위로 볼록한 포물선이고, $q>0$, $-a<0$이므로 꼭짓점 $(q,\ -a)$는 제4사분면 위에 있다.
즉, $y=p(x-q)^2-a$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제3, 4사분면을 지난다.



28 1단계 $y=(x+1)^2-4$에 $y=0$을 대입하면
$0=(x+1)^2-4,\ (x+1)^2=4$
$x+1=\pm2$ $\therefore x=-3$ 또는 $x=1$
즉, $A(-3,\ 0),\ B(1,\ 0)$이므로 $\overline{AB}=4$
2단계 $y=(x+1)^2-4$에 $x=0$을 대입하면
$y=(0+1)^2-4=-3$
즉, $C(0,\ -3)$이므로 $\overline{OC}=3$
3단계 $\therefore \triangle ACB=\frac{1}{2}\times4\times3=6$

채점 기준		
1단계	$\overline{AB}$의 길이 구하기	… 40 %
2단계	$\overline{OC}$의 길이 구하기	… 40 %
3단계	$\triangle ACB$의 넓이 구하기	… 20 %

29 $y=ax^2+9$의 그래프는 y축에 대칭이므로
$B(-k,\ 0),\ C(k,\ 0)\ (k>0)$으로 놓으면 $\overline{BC}=2k$
이때 $A(0,\ 9)$이므로
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times2k\times9=54$ $\therefore k=6$
즉, 이차함수 $y=ax^2+9$의 그래프가 점 $C(6,\ 0)$을 지나므로
$0=a\times6^2+9,\ 36a=-9$ $\therefore a=-\frac{1}{4}$

30 $y=-2x^2+12$의 그래프는 y축에 대칭이므로 점 B의 좌표를 $(k,\ -2k^2+12)\ (k>0)$라고 하면
$A(-k,\ -2k^2+12),\ C(-k,\ 0),\ D(k,\ 0)$
$\square ACDB$가 정사각형이므로 $\overline{CD}=\overline{BD}$에서
$2k=-2k^2+12,\ k^2+k-6=0$
$(k+3)(k-2)=0$ $\therefore k=-3$ 또는 $k=2$
이때 $k>0$이므로 $k=2$
$\therefore \square ACDB=\overline{CD}^2=(2k)^2$
$=(2\times2)^2=16$

실력 UP 문제 P. 140

1-1 $\frac{3}{4}$ **1-2** $\frac{3}{4}$

2-1 $\frac{5}{4}$ **2-2** $-\frac{2}{3}$

3-1 $-\frac{5}{4}<a<0$ **3-2** ⑤

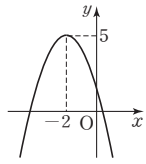
1-1 $y=3x^2$에 $x=2$를 대입하면
$y=3\times2^2=12$이므로 A(2, 12)
$y=ax^2$에 $x=2$를 대입하면
$y=a\times2^2=4a$이므로 B(2, $4a$)
점 C는 직선 $x=2$와 x축의 교점이므로 C(2, 0)
이때 $\overline{AB}=12-4a$, $\overline{BC}=4a$이고
$\overline{AB}:\overline{BC}=3:1$이므로
$(12-4a):4a=3:1$
$12a=12-4a$, $16a=12$
$\therefore a=\frac{3}{4}$

1-2 $y=ax^2$에 $x=5$를 대입하면
$y=a\times5^2=25a$이므로 A(5, $25a$)
$y=\frac{1}{4}x^2$에 $x=5$를 대입하면
$y=\frac{1}{4}\times5^2=\frac{25}{4}$이므로 $B\left(5, \frac{25}{4}\right)$
점 C는 직선 $x=5$와 x축의 교점이므로 C(5, 0)
이때 $\overline{AB}=25\left(a-\frac{1}{4}\right)$, $\overline{BC}=\frac{25}{4}$이고 $\overline{AB}=2\overline{BC}$이므로
$25\left(a-\frac{1}{4}\right)=2\times\frac{25}{4}$
$a-\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$ $\therefore a=\frac{3}{4}$

2-1 $y=-3x^2$에 $x=1$을 대입하면
$y=-3\times1^2=-3$이므로 B(1, −3)
$y=-3x^2$의 그래프는 y축에 대칭이므로
A(−1, −3)
$\overline{AB}=2$이므로 $\overline{CD}=2\overline{AB}=4$이고
$y=ax^2$의 그래프는 y축에 대칭이므로
C(2, $4a$), D(−2, $4a$)
이때 사다리꼴 ABCD의 넓이가 24이므로
$\frac{1}{2}\times(4+2)\times\{4a-(-3)\}=24$
$3(4a+3)=24$, $4a+3=8$
$4a=5$ $\therefore a=\frac{5}{4}$

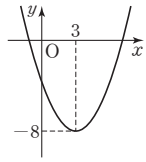
2-2 $y=5x^2$에 $y=5$를 대입하면
$5=5x^2$, $x^2=1$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=1$
따라서 A(−1, 5), B(1, 5)이므로 $\overline{AB}=2$
$\overline{AB}:\overline{CD}=1:3$에서 $\overline{CD}=3\overline{AB}=6$이고
$y=ax^2$의 그래프는 y축에 대칭이므로
C(3, $9a$), D(−3, $9a$)
이때 사다리꼴 ADCB의 넓이가 44이므로
$\frac{1}{2}\times(2+6)\times(5-9a)=44$
$4(5-9a)=44$, $5-9a=11$
$9a=-6$ $\therefore a=-\frac{2}{3}$

3-1 이차함수 $y=a(x+2)^2+5$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 (−2, 5)이므로 그래프가 모든 사분면을 지나려면 오른쪽 그림과 같아야 한다.



즉, 그래프가 위로 볼록해야 하므로
$a<0$ … ㉠
또 y축과의 교점이 x축보다 위쪽에 있어야 하므로
$y=a(x+2)^2+5$에 $x=0$을 대입하면
$y=a\times(0+2)^2+5$
$=4a+5>0$
$\therefore a>-\frac{5}{4}$ … ㉡
㉠, ㉡에 의해 $-\frac{5}{4}<a<0$

3-2 이차함수 $y=a(x-3)^2-8$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 (3, −8)이므로 그래프가 모든 사분면을 지나려면 오른쪽 그림과 같아야 한다.



즉, 그래프가 아래로 볼록해야 하므로
$a>0$ … ㉠
또 y축과의 교점이 x축보다 아래쪽에 있어야 하므로
$y=a(x-3)^2-8$에 $x=0$을 대입하면
$y=a\times(0-3)^2-8$
$=9a-8<0$
$\therefore a<\frac{8}{9}$ … ㉡
㉠, ㉡에 의해 $0<a<\frac{8}{9}$
따라서 상수 a의 값이 될 수 없는 것은 ⑤이다.

실전 테스트 P. 141~143

1 ③ **2** ③ **3** ㄷ **4** ① **5** 6
6 ④ **7** (0, −5) **8** 14 **9** ②
10 7 **11** ①, ⑤ **12** ⑤ **13** ③ **14** ㄱ, ㄷ
15 (4, 7) **16** ④ **17** 15 m

1 ① $y=1500x$ ⇨ 일차함수
② $y=35x$ ⇨ 일차함수
③ $y=x(5-x)=-x^2+5x$ ⇨ 이차함수
④ $\frac{1}{2}xy=8$ $\therefore y=\frac{16}{x}$ ⇨ 이차함수가 아니다.
⑤ $y=\frac{4}{3}\pi x^3$ ⇨ 이차함수가 아니다.
따라서 y가 x에 대한 이차함수인 것은 ③이다.

2 $f(a)=3a^2-7a+2=-2$에서
$3a^2-7a+4=0$, $(a-1)(3a-4)=0$
$\therefore a=1$ 또는 $a=\frac{4}{3}$
이때 a는 정수이므로 $a=1$

3 $y=-3x^2$의 그래프는 위로 볼록하면서 $y=-x^2$의 그래프보다 폭이 좁아야 하므로 ㉢이다.

4 ① x축과 원점 $(0, 0)$에서만 만난다.
② $y=-x^2$의 그래프보다 폭이 넓다.
③ 제3, 4사분면을 지난다.
④ 원점을 꼭짓점으로 하고, 위로 볼록한 포물선이다.
⑤ $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.
따라서 옳은 것은 ①이다.

5 1단계 $y=-\frac{2}{3}x^2$의 그래프와 x축에 대칭인 그래프를 나타내는 이차함수의 식은 $y=\frac{2}{3}x^2$
2단계 이 그래프가 점 $(3, a)$를 지나므로
$a=\frac{2}{3}\times 3^2=6$

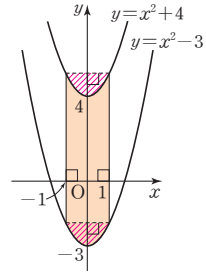
채점 기준	
1단계	$y=-\frac{2}{3}x^2$의 그래프와 x축에 대칭인 그래프를 나타내는 이차함수의 식 구하기 … 50 %
2단계	a의 값 구하기 … 50 %

6 조건 ㈎에서 꼭짓점의 좌표가 $(0, -1)$이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2-1\ (a\neq 0)$로 놓자.
조건 ㈏에서 그래프가 제1, 2사분면을 지나지 않으므로 그래프의 모양은 위로 볼록한 포물선이다.
$\therefore a<0$ … ㉠
조건 ㈐에서 $y=x^2$의 그래프보다 폭이 넓으므로
$|a|<1$ $\therefore -1<a<0$ 또는 $0<a<1$ … ㉡
㉠, ㉡에 의해 $-1<a<0$
따라서 조건을 만족시키는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은 ④ $y=-\frac{1}{3}x^2-1$이다.

7 1단계 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은
$y=-\frac{1}{2}x^2+a$
2단계 이 그래프가 점 $(-2, -7)$을 지나므로
$-7=-\frac{1}{2}\times(-2)^2+a$
$-7=-2+a$ $\therefore a=-5$
3단계 따라서 $y=-\frac{1}{2}x^2-5$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, -5)$이다.

채점 기준	
1단계	평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식 세우기 … 30 %
2단계	a의 값 구하기 … 40 %
3단계	꼭짓점의 좌표 구하기 … 30 %

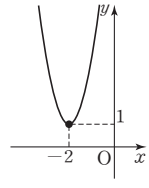
8 $y=x^2+4$의 그래프는 $y=x^2-3$의 그래프를 y축의 방향으로 7만큼 평행이동한 것과 같다.
따라서 오른쪽 그림에서 빗금 친 두 부분의 넓이가 서로 같으므로 색칠한 부분의 넓이는 가로의 길이가 2이고 세로의 길이가 7인 직사각형의 넓이와 같다.
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=2\times 7$
$=14$



9 그래프가 위로 볼록하고, 축의 방정식이 $x=-5$이므로 x의 값이 증가할 때, y의 값은 감소하는 x의 값의 범위는 $x>-5$이다.

10 $y=a(x-p)^2$, $y=-\frac{1}{3}x^2+12$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 각각 $(p, 0)$, $(0, 12)$이다.
$y=-\frac{1}{3}x^2+12$의 그래프가 점 $(p, 0)$을 지나므로
$0=-\frac{1}{3}p^2+12$, $p^2=36$ $\therefore p=\pm 6$
이때 $p>0$이므로 $p=6$
$y=a(x-6)^2$의 그래프가 점 $(0, 12)$를 지나므로
$12=a\times(0-6)^2$ $\therefore a=\frac{1}{3}$
$\therefore 3a+p=3\times\frac{1}{3}+6=7$

11 ① $y=3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.
④ $y=3(x+2)^2+1$에 $x=0$, $y=13$을 대입하면
$13=3\times(0+2)^2+1$이므로 점 $(0, 13)$을 지난다.
⑤ $y=3(x+2)^2+1$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제1, 2사분면을 지난다.



따라서 옳지 않은 것은 ①, ⑤이다.

12 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은

$y=\frac{3}{2}(x-2-1)^2+1-6=\frac{3}{2}(x-3)^2-5$

이 그래프가 점 $(a, 1)$을 지나므로

$1=\frac{3}{2}(a-3)^2-5$, $\frac{3}{2}(a-3)^2=6$

$(a-3)^2=4$, $a-3=\pm 2$

$\therefore a=1$ 또는 $a=5$

따라서 모든 a의 값의 합은 $1+5=6$

13 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

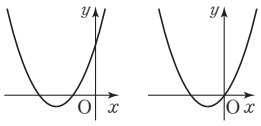
꼭짓점 (p, q)가 제4사분면 위에 있으므로

$p>0$, $q<0$

따라서 $y=-a(x-q)^2-p$의 그래프는 $-a>0$이므로 아래로 볼록한 포물선이고, $q<0$, $-p<0$이므로 꼭짓점 $(q, -p)$는 제3사분면 위에 있다.

즉, 그래프로 알맞은 것은 ③이다.

14 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프가 제1, 2, 3사분면만을 지나려면 다음 그림과 같아야 한다.



즉, $a>0$, $p<0$, $q<0$

ㄱ. 아래로 볼록한 포물선이다.

ㄷ. 꼭짓점은 제3사분면 위에 있다.

ㄹ. $apq>0$

따라서 옳지 않은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

15 $A(p, p+3)\ (p>0)$, $H(p, 0)$이므로

$\triangle AOH=\frac{1}{2}\times p\times(p+3)=14$

$p^2+3p-28=0$, $(p+7)(p-4)=0$

$\therefore p=-7$ 또는 $p=4$

이때 $p>0$이므로 $p=4$

$\therefore A(4, 7)$

16 ㄱ. $y=ax^2$의 그래프의 폭이 $y=bx^2$의 그래프의 폭보다 좁으므로 $|a|>|b|$

이때 $a>0$, $b>0$이므로 $a>b$

ㄴ. $d=-a$, $c=-b$이므로

$a+b+c+d=a+b+(-b)+(-a)=0$

ㄷ. $y=dx^2$의 그래프의 폭이 $y=cx^2$의 그래프의 폭보다 좁으므로 $|d|>|c|$

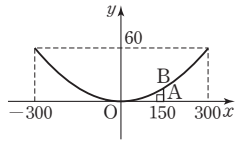
이때 $|a|=|d|$이므로 $|a|>|c|$이고

$a>0$, $c<0$이므로 $a+c>0$

ㄹ. $a>0$, $b>0$, $c<0$이므로 $abc<0$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

17 오른쪽 그림과 같이 교량 위에서 주탑과 주탑 사이의 한가운데 지점을 좌표평면의 원점 O로 놓으면 주탑과 주탑 사이의 케이블을 그래프로 하는 이차함수의 식은 $y=ax^2\ (a>0)$으로 놓을 수 있다.



이 그래프가 점 $(300, 60)$을 지나므로

$60=a\times 300^2$ $\therefore a=\frac{1}{1500}$

따라서 $y=\frac{1}{1500}x^2$에 $x=150$을 대입하면

$y=\frac{1}{1500}\times 150^2=15$

즉, $\overline{AB}$의 길이는 15 m이다.

01 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

P. 147~154

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 -9 **2** $-\frac{1}{4}$ **3** ① **4** ② **5** ④
6 ⑤ **7** 64

핵심 유형 문제

8 ⑤ **9** ④ **10** 6 **11** ③ **12** -2
13 ⑤ **14** ㄱ, ㄹ **15** ⑤ **16** -12 **17** -1
18 ① **19** ② **20** $a\geq\frac{5}{9}$ **21** 4 **22** ⑤
23 ② **24** ③ **25** ③ **26** ③ **27** ④, ⑤
28 ㄱ, ㅁ **29** 0 **30** ③ **31** 1 **32** 27
33 ② **34** ③ **35** ② **36** ① **37** ②
38 ③
39 (1) A(3, 16) (2) B(−1, 0), C(7, 0) (3) 64
40 16 **41** 4 **42** 3 **43** ②

1 $y=-\frac{3}{4}x^2+3x+3$

$=-\frac{3}{4}(x^2-4x+4-4)+3$

$=-\frac{3}{4}(x-2)^2+6$

이므로 $y=-\frac{3}{4}x^2+3x+3$의 그래프는 $y=-\frac{3}{4}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 6만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $a=-\frac{3}{4}$, $p=2$, $q=6$이므로

$apq=\left(-\frac{3}{4}\right)\times2\times6=-9$

2 $y=-4x^2+2x-1$

$=-4\left(x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{16}-\frac{1}{16}\right)-1$

$=-4\left(x-\frac{1}{4}\right)^2-\frac{3}{4}$

따라서 축의 방정식은 $x=\frac{1}{4}$이고, 꼭짓점의 좌표는

$\left(\frac{1}{4}, -\frac{3}{4}\right)$이므로

$p=\frac{1}{4}$, $a=\frac{1}{4}$, $b=-\frac{3}{4}$

$\therefore p+a+b=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\left(-\frac{3}{4}\right)=-\frac{1}{4}$

3 $y=\frac{1}{2}x^2+4x+7$

$=\frac{1}{2}(x^2+8x+16-16)+7$

$=\frac{1}{2}(x+4)^2-1$

이므로 그래프는 아래로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표는 $(-4, -1)$, y축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 7)$이다.

따라서 $y=\frac{1}{2}x^2+4x+7$의 그래프는 ①이다.

4 $y=2x^2-6x+1$

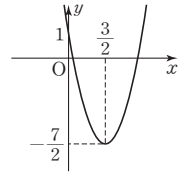
$=2\left(x^2-3x+\frac{9}{4}-\frac{9}{4}\right)+1$

$=2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{7}{2}$

ㄴ. 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{3}{2}, -\frac{7}{2}\right)$이다.

ㄷ. $x=0$을 대입하면 $y=1$이므로 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 1)$이다.

ㄹ. 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제3사분면을 지나지 않는다.



따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

5 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$
축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $a\times(-b)<0$
즉, $ab>0$이므로 $b<0$
y축과 만나는 점이 x축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$

6 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$
축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0$ $\therefore b<0$
y축과 만나는 점이 x축보다 아래쪽에 있으므로 $c<0$
① $a>0$, $b<0$이므로 $ab<0$
② $a>0$, $c<0$이므로 $ac<0$
③ $b<0$, $c<0$이므로 $bc>0$
④ $x=-1$일 때, $y>0$이므로 $a-b+c>0$
⑤ $x=1$일 때, $y<0$이므로 $a+b+c<0$
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

7 $y=x^2+4x-12$

$=(x^2+4x+4-4)-12$

$=(x+2)^2-16$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2, -16)$

$\therefore$ A$(-2, -16)$

또 두 점 B, C는 그래프와 x축이 만나는 점이므로

$y=x^2+4x-12$에 $y=0$을 대입하면

$x^2+4x-12=0$, $(x+6)(x-2)=0$
$\therefore x=-6$ 또는 $x=2$
$\therefore$ B$(-6, 0)$, C$(2, 0)$
따라서 $\triangle$BAC는 밑변의 길이가 $2-(-6)=8$이고, 높이가 16이므로
$\triangle BAC=\frac{1}{2}\times 8\times 16=64$

9 $y=\frac{1}{3}x^2-6x+10$
$=\frac{1}{3}(x^2-18x+81-81)+10$
$=\frac{1}{3}(x-9)^2-17$
따라서 $a=\frac{1}{3}$, $p=9$, $q=-17$이므로
$ap+q=\frac{1}{3}\times 9+(-17)=-14$

10 $y=3x^2-6x+5$
$=3(x^2-2x+1-1)+5$
$=3(x-1)^2+2$
따라서 $y=3x^2-6x+5$의 그래프는 $y=3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.
따라서 $a=3$, $p=1$, $q=2$이므로
$apq=3\times 1\times 2=6$

11 축의 방정식을 구하면 각각 다음과 같다.
① $y=x^2-3$ ⇨ $x=0$
② $y=-2(x-4)^2$ ⇨ $x=4$
③ $y=x^2+4x$
$=(x^2+4x+4)-4$
$=(x+2)^2-4$
⇨ $x=-2$
④ $y=2x^2-8x+7$
$=2(x^2-4x+4-4)+7$
$=2(x-2)^2-1$
⇨ $x=2$
⑤ $y=-3x^2-6x+7$
$=-3(x^2+2x+1-1)+7$
$=-3(x+1)^2+10$
⇨ $x=-1$
따라서 그래프의 축이 가장 왼쪽에 있는 것은 ③이다.

12 $y=-x^2-2ax+6$
$=-(x^2+2ax+a^2-a^2)+6$
$=-(x+a)^2+a^2+6$
이므로 축의 방정식은 $x=-a$
즉, $-a=2$ $\therefore a=-2$

13 $y=-3x^2+12x-11$
$=-3(x^2-4x+4-4)-11$
$=-3(x-2)^2+1$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2, 1)$
따라서 $p=2$, $q=1$이므로
$p+q=2+1=3$

14 ㄱ. $y=x^2+6x+7$
$=(x^2+6x+9-9)+7$
$=(x+3)^2-2$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -2)$ ⇨ 제3사분면
ㄴ. $y=\frac{1}{2}x^2-5x-1$
$=\frac{1}{2}(x^2-10x+25-25)-1$
$=\frac{1}{2}(x-5)^2-\frac{27}{2}$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(5, -\frac{27}{2}\right)$ ⇨ 제4사분면
ㄷ. $y=-x^2-2x$
$=-(x^2+2x+1-1)$
$=-(x+1)^2+1$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 1)$ ⇨ 제2사분면
ㄹ. $y=-4x^2-16x-17$
$=-4(x^2+4x+4-4)-17$
$=-4(x+2)^2-1$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2, -1)$ ⇨ 제3사분면
따라서 꼭짓점이 제3사분면 위에 있는 것은 ㄱ, ㄹ이다.

15 $y=x^2-2x+a$
$=(x^2-2x+1-1)+a$
$=(x-1)^2-1+a$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, -1+a)$
$y=-x^2+bx+3$
$=-\left(x^2-bx+\frac{b^2}{4}-\frac{b^2}{4}\right)+3$
$=-\left(x-\frac{b}{2}\right)^2+\frac{b^2}{4}+3$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{b}{2}, \frac{b^2}{4}+3\right)$
이때 두 그래프의 꼭짓점이 일치하므로
$1=\frac{b}{2}$, $-1+a=\frac{b^2}{4}+3$
따라서 $b=2$, $a=\frac{2^2}{4}+4=5$이므로
$a+b=5+2=7$

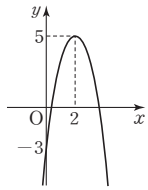
16 $y=-3x^2-12x+a$
$=-3(x^2+4x+4-4)+a$
$=-3(x+2)^2+12+a$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 12+a)$
이때 꼭짓점이 x축 위에 있으므로
$12+a=0$ $\therefore a=-12$

17 1단계 $y=x^2-2ax-a+1$
$=(x^2-2ax+a^2-a^2)-a+1$
$=(x-a)^2-a^2-a+1$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(a,\ -a^2-a+1)$
2단계 이때 꼭짓점이 직선 $y=x+2$ 위에 있으므로
$-a^2-a+1=a+2$
$a^2+2a+1=0,\ (a+1)^2=0$
$\therefore a=-1$

채점 기준		
1단계	꼭짓점의 좌표 구하기	… 50 %
2단계	a의 값 구하기	… 50 %

18 $y=-x^2-4x-5$
$=-(x^2+4x+4-4)-5$
$=-(x+2)^2-1$
이므로 그래프는 위로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ -1)$, y축과 만나는 점의 좌표는 $(0,\ -5)$이다.
따라서 $y=-x^2-4x-5$의 그래프는 ①이다.

19 $y=-2x^2+8x-3$
$=-2(x^2-4x+4-4)-3$
$=-2(x-2)^2+5$
이므로 그래프는 위로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 5)$, y축과 만나는 점의 좌표는 $(0,\ -3)$이다.
따라서 $y=-2x^2+8x-3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제2사분면을 지나지 않는다.



20 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ -5)$이므로
$y=a(x-3)^2-5=ax^2-6ax+9a-5$
이 그래프가 제3사분면을 지나지 않으려면
그래프의 모양이 아래로 볼록해야 하므로 $a>0$ … ㉠
또 (y축과 만나는 점의 y좌표)≥ 0이어야 하므로
$9a-5\geq 0$ $\therefore a\geq\frac{5}{9}$ … ㉡
㉠, ㉡에 의해 $a\geq\frac{5}{9}$

21 $y=x^2+2x-3$에 $y=0$을 대입하면
$x^2+2x-3=0,\ (x+3)(x-1)=0$
$\therefore x=-3$ 또는 $x=1$
따라서 A$(-3,\ 0)$, B$(1,\ 0)$이므로
$\overline{AB}=1-(-3)=4$

22 $y=x^2-6x+8$
$=(x^2-6x+9-9)+8$
$=(x-3)^2-1$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ -1)$ $\therefore$ A$(3,\ -1)$ (①)
$y=x^2-6x+8$에 $y=0$을 대입하면
$x^2-6x+8=0,\ (x-2)(x-4)=0$
$\therefore x=2$ 또는 $x=4$
$\therefore$ B$(2,\ 0)$, C$(4,\ 0)$ (②, ③)
$y=x^2-6x+8$에 $x=0$을 대입하면 $y=8$
$\therefore$ D$(0,\ 8)$ (④)
이때 점 E의 y좌표가 8이므로 $y=x^2-6x+8$에 $y=8$을 대입하면
$8=x^2-6x+8,\ x^2-6x=0$
$x(x-6)=0$ $\therefore x=0$ 또는 $x=6$
$\therefore$ E$(6,\ 8)$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

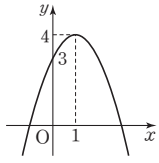
23 $y=x^2+10x+a$
$=(x^2+10x+25-25)+a$
$=(x+5)^2-25+a$
이므로 축의 방정식은 $x=-5$이다.
이때 $\overline{AB}=6$이므로 그래프의 축에서 두 점 A, B까지의 거리는 각각 3이다.
$\therefore$ A$(-8,\ 0)$, B$(-2,\ 0)$ 또는 A$(-2,\ 0)$, B$(-8,\ 0)$
즉, $y=x^2+10x+a$의 그래프가 점 $(-2,\ 0)$을 지나므로
$0=(-2)^2+10\times(-2)+a$
$\therefore a=16$
다른 풀이
$y=x^2+10x+a$의 그래프가 점 $(-8,\ 0)$을 지나므로
$0=(-8)^2+10\times(-8)+a$ $\therefore a=16$

24 ③ $y=\frac{1}{2}x^2-4x+3$과 x^2의 계수가 같으므로 그래프를 평행이동하여 완전히 포갤 수 있다.

25 그래프가 위로 볼록한 이차함수는 x^2의 계수가 음수이므로
$y=-x^2-8x$, $y=-3x^2+5$, $y=-\frac{1}{2}x^2+2x-2$이다.
이때 x^2의 계수의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아지므로
$\left|-\frac{1}{2}\right|<|-1|<|-3|$에서 폭이 가장 좁은 것은
③ $y=-3x^2+5$이다.

26 $y=\frac{1}{3}x^2-2x+5$
$=\frac{1}{3}(x^2-6x+9-9)+5$
$=\frac{1}{3}(x-3)^2+2$
이므로 그래프는 아래로 볼록한 포물선이고 축의 방정식은 $x=3$이다.
따라서 x의 값이 증가할 때, y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는 $x>3$이다.

27 $y=-x^2+2x+3$
$=-(x^2-2x+1-1)+3$
$=-(x-1)^2+4$
③ $y=-x^2+2x+3$에 $y=0$을 대입하면
$-x^2+2x+3=0$, $x^2-2x-3=0$
$(x+1)(x-3)=0$ $\therefore x=-1$ 또는 $x=3$
따라서 x축과 두 점 $(-1, 0)$, $(3, 0)$에서 만난다.
④ 그래프는 위로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표는 $(1, 4)$, y축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 3)$이므로 오른쪽 그림과 같이 모든 사분면을 지난다.
⑤ $x>1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.
따라서 옳지 않은 것은 ④, ⑤이다.



28 $y=ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$
ㄱ. 축의 방정식은 $x=-\frac{b}{2a}$이다.
ㅁ. $y=ax^2$의 그래프를 평행이동하면 완전히 포개어진다.
따라서 옳지 않은 것은 ㄱ, ㅁ이다.

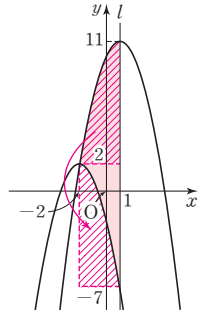
29 1단계 $y=-2x^2-x+a$의 그래프가 점 $(-1, 5)$를 지나므로
$5=-2\times(-1)^2-(-1)+a$ $\therefore a=6$
2단계 즉, $y=-2x^2-x+6$의 그래프가 점 $(1, b)$를 지나므로
$b=-2\times1^2-1+6=3$
3단계 $\therefore a-2b=6-2\times3=0$

채점 기준		
1단계	a의 값 구하기	… 40 %
2단계	b의 값 구하기	… 40 %
3단계	$a-2b$의 값 구하기	… 20 %

30 $y=x^2+3x+1$
$=\left(x^2+3x+\frac{9}{4}-\frac{9}{4}\right)+1$
$=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{5}{4}$
이 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은
$y=\left(x-2+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{5}{4}=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{5}{4}=x^2-x-1$

31 $y=-x^2+6x-6$
$=-(x^2-6x+9-9)-6$
$=-(x-3)^2+3$
이 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은
$y=-(x+1-3)^2+3-1$
$=-(x-2)^2+2$
이 그래프가 점 $(1, k)$를 지나므로
$k=-(1-2)^2+2=1$

32 $y=-x^2+2x+10$
$=-(x^2-2x+1-1)+10$
$=-(x-1)^2+11$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, 11)$
$y=-x^2-4x-2$
$=-(x^2+4x+4-4)-2$
$=-(x+2)^2+2$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 2)$
즉, $y=-x^2+2x+10$의 그래프는 $y=-x^2-4x-2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 9만큼 평행이동한 것이므로 오른쪽 그림에서 빗금 친 부분의 넓이는 서로 같다.
따라서 오른쪽 그림에서 색칠한 부분의 넓이는 가로의 길이가 3, 세로의 길이가 9인 직사각형의 넓이와 같으므로
(색칠한 부분의 넓이)$=3\times9=27$



33 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$
축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0$ $\therefore b<0$
y축과 만나는 점이 x축보다 아래쪽에 있으므로 $-c<0$
$\therefore c>0$

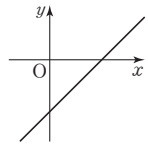
34 ① y축과 만나는 점이 x축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$
② 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$
축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0$에서 $b<0$
$\therefore bc<0$
③ $a>0$, $b<0$이므로 $a-b>0$
④ $x=-1$일 때, $y>0$이므로 $a-b+c>0$
⑤ $x=2$일 때, $y<0$이므로 $4a+2b+c<0$
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

35 $y=ax+b$의 그래프에서 $a<0$, $b>0$
$y=x^2+ax-b$에서
x^2의 계수가 양수이므로 그래프는 아래로 볼록하다.
$a<0$이므로 x^2의 계수와 부호가 서로 다르다.
즉, 축은 y축의 오른쪽에 있다.
$-b<0$이므로 y축과 만나는 점은 x축보다 아래쪽에 있다.
따라서 $y=x^2+ax-b$의 그래프로 알맞은 것은 ②이다.

36 $a<0$, $ab>0$에서 $b<0$
$b<0$, $bc>0$에서 $c<0$
$y=ax^2-bx-c$에서
$a<0$이므로 그래프는 위로 볼록하다.
$-b>0$이므로 a, $-b$는 부호가 서로 다르다.

즉, 축은 y축의 오른쪽에 있다.
$-c>0$이므로 y축과 만나는 점은 x축보다 위쪽에 있다.
따라서 $y=ax^2-bx-c$의 그래프로 알맞은 것은 ①이다.

37 $y=ax^2+bx+c$의 그래프에서
그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$
축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0$ $\therefore b>0$
y축과 만나는 점이 x축보다 아래쪽에 있으므로 $c<0$
따라서 $a>0$, $\frac{c}{b}<0$이므로 $y=ax+\frac{c}{b}$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제2사분면을 지나지 않는다.



38 $y=ax^2+bx+c$의 그래프에서
그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$
축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0$ $\therefore b<0$
y축과 만나는 점이 x축보다 아래쪽에 있으므로 $c<0$
따라서 $y=bx^2-cx+a$에서
$b<0$이므로 그래프는 위로 볼록하다.
$-bc<0$이므로 축은 y축의 오른쪽에 있다.
$a<0$이므로 y축과 만나는 점은 x축보다 아래쪽에 있다.
즉, $y=bx^2-cx+a$의 그래프로 알맞은 것은 ③이다.

39 (1) $y=-x^2+6x+7$
$=-(x^2-6x+9-9)+7$
$=-(x-3)^2+16$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(3, 16)$
$\therefore$ A$(3, 16)$
(2) $y=-x^2+6x+7$에 $y=0$을 대입하면
$-x^2+6x+7=0$, $x^2-6x-7=0$
$(x+1)(x-7)=0$ $\therefore x=-1$ 또는 $x=7$
$\therefore$ B$(-1, 0)$, C$(7, 0)$
(3) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\{7-(-1)\}\times 16$
$=\frac{1}{2}\times 8\times 16=64$

40 1단계 $y=2x^2-4x+p$
$=2(x^2-2x+1-1)+p$
$=2(x-1)^2-2+p$
2단계 즉, 축의 방정식은 $x=1$이고, $\overline{AB}=4$이므로
A$(-1, 0)$, B$(3, 0)$
3단계 점 A$(-1, 0)$이 $y=2x^2-4x+p$의 그래프 위의 점이므로
$0=2\times(-1)^2-4\times(-1)+p$
$\therefore p=-6$
4단계 따라서 $y=2(x-1)^2-8$에서 꼭짓점 C의 좌표는 $(1, -8)$이므로
$\triangle ACB=\frac{1}{2}\times 4\times 8=16$

채점 기준		
1단계	이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 고치기	… 20 %
2단계	두 점 A, B의 좌표 각각 구하기	… 30 %
3단계	p의 값 구하기	… 30 %
4단계	$\triangle ACB$의 넓이 구하기	… 20 %

41 $y=\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x-4$에 $x=0$을 대입하면
$y=-4$ $\therefore$ A$(0, -4)$
$y=\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x-4$
$=\frac{1}{3}(x^2-4x+4-4)-4$
$=\frac{1}{3}(x-2)^2-\frac{16}{3}$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(2, -\frac{16}{3}\right)$ $\therefore$ B$\left(2, -\frac{16}{3}\right)$
$\therefore \triangle OAB=\frac{1}{2}\times 4\times 2=4$

42 $y=-x^2+2x+3$
$=-(x^2-2x+1-1)+3$
$=-(x-1)^2+4$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, 4)$ $\therefore$ A$(1, 4)$
$y=-x^2+2x+3$에 $x=0$을 대입하면
$y=3$ $\therefore$ B$(0, 3)$
$y=-x^2+2x+3$에 $y=0$을 대입하면
$-x^2+2x+3=0$, $x^2-2x-3=0$
$(x+1)(x-3)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$
이때 점 C의 x좌표가 양수이므로 C$(3, 0)$
$\therefore \triangle ABC=\triangle ABO+\triangle AOC-\triangle BOC$
$=\frac{1}{2}\times 3\times 1+\frac{1}{2}\times 3\times 4-\frac{1}{2}\times 3\times 3$
$=\frac{3}{2}+6-\frac{9}{2}=3$

43 $y=-x^2+4x+5$
$=-(x^2-4x+4-4)+5$
$=-(x-2)^2+9$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2, 9)$ $\therefore$ A$(2, 9)$
$y=-x^2+4x+5$에 $x=0$을 대입하면
$y=5$ $\therefore$ B$(0, 5)$
$y=-x^2+4x+5$에 $y=0$을 대입하면
$-x^2+4x+5=0$, $x^2-4x-5=0$
$(x+1)(x-5)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=5$
$\therefore$ C$(-1, 0)$, D$(5, 0)$
$\therefore \square ABCD=\triangle BCO+\triangle ABO+\triangle AOD$
$=\frac{1}{2}\times 1\times 5+\frac{1}{2}\times 5\times 2+\frac{1}{2}\times 5\times 9$
$=\frac{5}{2}+5+\frac{45}{2}=30$

02 이차함수의 식 구하기

P. 155~157

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 (1) $y=-\frac{8}{9}x^2-\frac{16}{9}x+\frac{28}{9}$ (2) $y=\frac{3}{2}x^2-6x+5$
(3) $y=3x^2-8x+2$ (4) $y=-\frac{1}{3}x^2-3x-6$

2 (1) $y=x^2+6x+6$ (2) $y=\frac{1}{2}x^2-4x+10$
(3) $y=-\frac{1}{2}x^2+x$ (4) $y=-\frac{3}{4}x^2-3x+9$

3 3

핵심 유형 문제

4 ② **5** ① **6** ⑤ **7** 6 **8** 4
9 -1 **10** 10 **11** (1, 7) **12** ④ **13** ⑤
14 ⑤ **15** (2, -1)

1 (1) 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 4)$이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+1)^2+4$로 놓자.
이 그래프가 점 $(2, -4)$를 지나므로
$-4=a\times(2+1)^2+4$, $9a=-8$ $\therefore a=-\frac{8}{9}$
따라서 구하는 이차함수의 식은
$y=-\frac{8}{9}(x+1)^2+4=-\frac{8}{9}x^2-\frac{16}{9}x+\frac{28}{9}$

(2) 축의 방정식이 $x=2$이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2+q$로 놓자.
이 그래프가 두 점 $(0, 5)$, $(6, 23)$을 지나므로
$5=a\times(0-2)^2+q$ $\therefore 4a+q=5$ … ㉠
$23=a\times(6-2)^2+q$ $\therefore 16a+q=23$ … ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=\frac{3}{2}$, $q=-1$
따라서 구하는 이차함수의 식은
$y=\frac{3}{2}(x-2)^2-1=\frac{3}{2}x^2-6x+5$

(3) 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓자.
이 그래프가 점 $(0, 2)$를 지나므로 $c=2$
즉, $y=ax^2+bx+2$의 그래프가 두 점 $(-1, 13)$, $(1, -3)$을 지나므로
$13=a-b+2$ $\therefore a-b=11$ … ㉠
$-3=a+b+2$ $\therefore a+b=-5$ … ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=3$, $b=-8$
따라서 구하는 이차함수의 식은
$y=3x^2-8x+2$

(4) x축과 두 점 $(-6, 0)$, $(-3, 0)$에서 만나므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+6)(x+3)$으로 놓자.
이 그래프가 점 $(0, -6)$을 지나므로
$-6=a\times6\times3$ $\therefore a=-\frac{1}{3}$
따라서 구하는 이차함수의 식은
$y=-\frac{1}{3}(x+6)(x+3)=-\frac{1}{3}x^2-3x-6$

2 (1) 꼭짓점의 좌표가 $(-3, -3)$이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+3)^2-3$으로 놓자.
이 그래프가 점 $(0, 6)$을 지나므로
$6=a\times(0+3)^2-3$, $9a=9$ $\therefore a=1$
따라서 구하는 이차함수의 식은
$y=(x+3)^2-3=x^2+6x+6$

(2) 축의 방정식이 $x=4$이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-4)^2+q$로 놓자.
이 그래프가 두 점 $(0, 10)$, $(6, 4)$를 지나므로
$10=a\times(0-4)^2+q$ $\therefore 16a+q=10$ … ㉠
$4=a\times(6-4)^2+q$ $\therefore 4a+q=4$ … ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=\frac{1}{2}$, $q=2$
따라서 구하는 이차함수의 식은
$y=\frac{1}{2}(x-4)^2+2=\frac{1}{2}x^2-4x+10$

(3) 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓자.
이 그래프가 점 $(0, 0)$을 지나므로 $c=0$
즉, $y=ax^2+bx$의 그래프가 두 점 $(-2, -4)$, $(4, -4)$를 지나므로
$-4=4a-2b$ $\therefore 2a-b=-2$ … ㉠
$-4=16a+4b$ $\therefore 4a+b=-1$ … ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-\frac{1}{2}$, $b=1$
따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-\frac{1}{2}x^2+x$

(4) x축과 두 점 $(-6, 0)$, $(2, 0)$에서 만나므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+6)(x-2)$로 놓자.
이 그래프가 점 $(0, 9)$를 지나므로
$9=a\times6\times(-2)$ $\therefore a=-\frac{3}{4}$
따라서 구하는 이차함수의 식은
$y=-\frac{3}{4}(x+6)(x-2)=-\frac{3}{4}x^2-3x+9$

3 $y=\frac{1}{2}x^2-2x+6=\frac{1}{2}(x^2-4x+4-4)+6$
$=\frac{1}{2}(x-2)^2+4$
에서 꼭짓점의 좌표는 $(2, 4)$이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2+4$로 놓자.
이 그래프가 원점 O$(0, 0)$을 지나므로
$0=a\times(0-2)^2+4$, $4a=-4$ $\therefore a=-1$
따라서 구하는 이차함수의 식은
$y=-(x-2)^2+4=-x^2+4x$
즉, $a=-1$, $b=4$, $c=0$이므로
$a+b+c=-1+4+0=3$

4 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 1)$이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+1$로 놓자.
이 그래프가 점 $(-3, 2)$를 지나므로
$2=a\times(-3+2)^2+1$ $\therefore a=1$
따라서 구하는 이차함수의 식은
$y=(x+2)^2+1=x^2+4x+5$이므로 $b=4$, $c=5$
$\therefore ab-c=1\times4-5=-1$

5 꼭짓점의 좌표가 $(3, -2)$이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-3)^2-2$로 놓자.
이 그래프가 점 $(-1, 6)$을 지나므로
$6=a\times(-1-3)^2-2$, $16a=8$ $\therefore a=\frac{1}{2}$
따라서 구하는 이차함수의 식은
$y=\frac{1}{2}(x-3)^2-2=\frac{1}{2}x^2-3x+\frac{5}{2}$이므로
y축과 만나는 점의 좌표는 $\left(0, \frac{5}{2}\right)$이다.

6 꼭짓점의 좌표가 $(4, 6)$이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-4)^2+6$으로 놓자.
이 그래프가 점 $(0, 2)$를 지나므로
$2=a\times(0-4)^2+6$, $16a=-4$ $\therefore a=-\frac{1}{4}$
따라서 구하는 이차함수의 식은
$y=-\frac{1}{4}(x-4)^2+6$
이 그래프가 점 $(5, k)$를 지나므로
$k=-\frac{1}{4}\times(5-4)^2+6=\frac{23}{4}$

7 축의 방정식이 $x=-2$이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+q$로 놓자.
이 그래프가 두 점 $(0, 6)$, $(2, 0)$을 지나므로
$6=a\times(0+2)^2+q$ $\therefore 4a+q=6$ … ㉠
$0=a\times(2+2)^2+q$ $\therefore 16a+q=0$ … ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-\frac{1}{2}$, $q=8$
따라서 구하는 이차함수의 식은
$y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+8=-\frac{1}{2}x^2-2x+6$
즉, $a=-\frac{1}{2}$, $b=-2$, $c=6$이므로
$abc=-\frac{1}{2}\times(-2)\times6=6$

8 축의 방정식이 $x=1$이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2+q$로 놓자.
이 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표가 -2이므로 점 $(0, -2)$를 지난다. 즉,
$-2=a\times(0-1)^2+q$ $\therefore a+q=-2$ … ㉠
또 이 그래프가 점 $(-2, 14)$를 지나므로
$14=a\times(-2-1)^2+q$ $\therefore 9a+q=14$ … ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $q=-4$
따라서 구하는 이차함수의 식은
$y=2(x-1)^2-4$
이 그래프가 점 $(3, k)$를 지나므로
$k=2\times(3-1)^2-4=4$

9 조건 (가)에서 x^2의 계수는 -2이므로 $a=-2$
조건 (다)에서 축의 방정식이 $x=-3$이므로
구하는 이차함수의 식을 $y=-2(x+3)^2+q$로 놓자.
조건 (나)에서 이 그래프가 점 $(-1, -3)$을 지나므로
$-3=-2\times(-1+3)^2+q$ $\therefore q=5$
따라서 구하는 이차함수의 식은
$y=-2(x+3)^2+5=-2x^2-12x-13$
즉, $a=-2$, $b=-12$, $c=-13$이므로
$a+b-c=-2+(-12)-(-13)=-1$

10 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 점 $(0, 1)$을 지나므로 $c=1$
즉, $y=ax^2+bx+1$의 그래프가 두 점 $(-1, 6)$, $(1, 2)$를 지나므로
$6=a-b+1$ $\therefore a-b=5$ … ㉠
$2=a+b+1$ $\therefore a+b=1$ … ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=3$, $b=-2$
$\therefore a-2b+3c=3-2\times(-2)+3\times1=10$

11 1단계 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓자.
이 그래프가 점 $(0, 8)$을 지나므로 $c=8$
2단계 즉, $y=ax^2+bx+8$의 그래프가 두 점 $(-1, 11)$, $(4, 16)$을 지나므로
$11=a-b+8$ $\therefore a-b=3$ … ㉠
$16=16a+4b+8$ $\therefore 4a+b=2$ … ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=-2$
3단계 따라서 구하는 이차함수의 식은
$y=x^2-2x+8$
$=(x^2-2x+1-1)+8$
$=(x-1)^2+7$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, 7)$이다.

채점 기준		
1단계	이차함수의 식의 상수항 구하기	… 20 %
2단계	이차함수의 식의 x^2의 계수와 x의 계수 구하기	… 50 %
3단계	꼭짓점의 좌표 구하기	… 30 %

12 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓자.
이 그래프가 점 $(0, 3)$을 지나므로 $c=3$
즉, $y=ax^2+bx+3$의 그래프가 두 점 $(-3, 0)$, $(-2, 7)$을 지나므로
$0=9a-3b+3$ $\therefore 3a-b=-1$ … ㉠
$7=4a-2b+3$ $\therefore 2a-b=2$ … ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-3$, $b=-8$

따라서 구하는 이차함수의 식은
$y=-3x^2-8x+3$
이 그래프가 점 $(-1, k)$를 지나므로
$k=-3\times(-1)^2-8\times(-1)+3=8$

13 그래프가 x축과 두 점 $(-2, 0)$, $(3, 0)$에서 만나므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+2)(x-3)$으로 놓자.
이 그래프가 점 $(1, -12)$를 지나므로
$-12=a\times3\times(-2)$ $\therefore a=2$
따라서 구하는 이차함수의 식은
$y=2(x+2)(x-3)=2x^2-2x-12$
즉, $a=2$, $b=-2$, $c=-12$이므로
$abc=2\times(-2)\times(-12)=48$

14 x^2의 계수가 1이고, 그래프가 x축과 두 점 $(1, 0)$, $(5, 0)$에서 만나므로
$y=(x-1)(x-5)=x^2-6x+5$ $\therefore a=-6, b=5$
이 그래프가 점 $(4, k)$를 지나므로
$k=4^2-6\times4+5=-3$
$\therefore a+b-k=-6+5-(-3)=2$

15 그래프가 x축과 두 점 $(1, 0)$, $(3, 0)$에서 만나므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-1)(x-3)$으로 놓자.
이 그래프가 점 $(0, 3)$을 지나므로
$3=a\times(-1)\times(-3)$ $\therefore a=1$
따라서 구하는 이차함수의 식은
$y=(x-1)(x-3)=x^2-4x+3$
$=(x^2-4x+4-4)+3$
$=(x-2)^2-1$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2, -1)$이다.

03 이차함수의 최댓값과 최솟값

P. 158~161

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ⑤ **2** ⑤ **3** ② **4** ① **5** 9
6 46.7 m

핵심 유형 문제

7 ④ **8** ④ **9** $\frac{25}{4}$ **10** ② **11** 9
12 10 **13** $a\le-1$ **14** -5, 5
15 ③ **16** ③ **17** $\frac{4}{3}$ **18** 32 cm^2
19 196 cm^2 **20** ② **21** 8 **22** ③
23 14 cm **24** 4초 후, 100 m **25** 6초 **26** 550원

1 $y=2x^2-4x-3$
$=2(x^2-2x+1-1)-3$
$=2(x-1)^2-5$
이므로 $x=1$에서 최솟값은 -5이다.
따라서 $a=1$, $b=-5$이므로
$a-b=1-(-5)=6$

2 ① $y=-x^2-5$ ⇨ $x=0$에서 최댓값은 -5이다.
② $y=x^2+4x+9$ ⇨ 최댓값은 없다.
③ $y=-x^2-4x-4$
$=-(x^2+4x+4-4)-4$
$=-(x+2)^2$
⇨ $x=-2$에서 최댓값은 0이다.
④ $y=2x^2-8x+13$ ⇨ 최댓값은 없다.
⑤ $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+3$
$=-\frac{1}{2}(x^2-4x+4-4)+3$
$=-\frac{1}{2}(x-2)^2+5$
⇨ $x=2$에서 최댓값은 5이다.
따라서 최댓값이 5인 것은 ⑤이다.

3 x^2의 계수는 1이고, $x=1$에서 최솟값이 3이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, 3)$이다.
따라서 구하는 이차함수의 식은
$y=(x-1)^2+3=x^2-2x+4$
이므로 $2a=-2$, $b=4$ $\therefore a=-1, b=4$
$\therefore 4a+b=4\times(-1)+4=0$

4 두 수를 x, $30-x$라 하고, 두 수의 곱을 y라고 하면
$y=x(30-x)=-x^2+30x$
$=-(x^2-30x+225-225)$
$=-(x-15)^2+225$
이므로 $x=15$에서 최댓값은 225이다.
따라서 두 수는 15, 15이므로 두 수의 차는 0이다.

5 색칠한 부분의 세로의 길이가 x cm이므로 가로의 길이는 $(36-2x)$ cm이다.
색칠한 부분의 넓이를 y cm^{2}라고 하면
$y=x(36-2x)=-2x^2+36x$
$=-2(x^2-18x+81-81)$
$=-2(x-9)^2+162$
이므로 $x=9$에서 최댓값은 162이다.
따라서 색칠한 부분의 넓이가 최대가 되도록 하는 x의 값은 9이다.

6 $y=-5x^2+30x+1.7$
$=-5(x^2-6x+9-9)+1.7$
$=-5(x-3)^2+46.7$

이므로 $x=3$에서 최댓값은 46.7이다.
따라서 창이 최고 높이에 도달했을 때, 지면으로부터의 높이는 46.7 m이다.

7 $y=x^2+6x+11$
$=(x^2+6x+9-9)+11$
$=(x+3)^2+2$
이므로 $x=-3$에서 최솟값은 2이다. $\therefore m=2$
$y=-3x^2-6x+2$
$=-3(x^2+2x+1-1)+2$
$=-3(x+1)^2+5$
이므로 $x=-1$에서 최댓값은 5이다. $\therefore M=5$
$\therefore m+M=2+5=7$

8 ① $y=x^2-4x=x^2-4x+4-4$
$=(x-2)^2-4$
이므로 $x=2$에서 최솟값은 -4이다.
② $y=2x^2+8x+9=2(x^2+4x+4-4)+9$
$=2(x+2)^2+1$
이므로 $x=-2$에서 최솟값은 1이다.
③ $y=x^2-3x+2=\left(x^2-3x+\frac{9}{4}-\frac{9}{4}\right)+2$
$=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$
이므로 $x=\frac{3}{2}$에서 최솟값은 $-\frac{1}{4}$이다.
④ $y=\frac{1}{2}x^2-2x-5=\frac{1}{2}(x^2-4x+4-4)-5$
$=\frac{1}{2}(x-2)^2-7$
이므로 $x=2$에서 최솟값은 -7이다.
⑤ $y=3x^2+6x-1=3(x^2+2x+1-1)-1$
$=3(x+1)^2-4$
이므로 $x=-1$에서 최솟값은 -4이다.
따라서 최솟값이 가장 작은 것은 ④이다.

9 1단계 $y=-x^2+ax+b$의 그래프가 점 $(0, 4)$를 지나므로
$b=4$
$y=-x^2+ax+4$의 그래프가 점 $(4, 0)$을 지나므로
$0=-16+4a+4$ $\therefore a=3$
2단계 $\therefore y=-x^2+3x+4$
$=-\left(x^2-3x+\frac{9}{4}-\frac{9}{4}\right)+4$
$=-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$
3단계 따라서 $x=\frac{3}{2}$에서 최댓값은 $\frac{25}{4}$이다.

채점 기준		
1단계	a, b의 값 각각 구하기	… 50 %
2단계	$y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하기	… 30 %
3단계	최댓값 구하기	… 20 %

10 $y=-x^2+4x+k$
$=-(x^2-4x+4-4)+k$
$=-(x-2)^2+4+k$
이므로 $x=2$에서 최댓값은 $4+k$이다.
이때 최댓값이 7이므로
$4+k=7$ $\therefore k=3$

11 1단계 $y=ax^2+bx-7$은 $x=-1$에서 최솟값이 -10이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -10)$이다. 즉,
$y=a(x+1)^2-10=ax^2+2ax+a-10$
2단계 따라서 $b=2a$, $-7=a-10$이므로
$a=3$, $b=2\times3=6$
3단계 $\therefore a+b=3+6=9$

채점 기준		
1단계	이차함수의 식 구하기	… 50 %
2단계	a, b의 값 각각 구하기	… 30 %
3단계	$a+b$의 값 구하기	… 20 %

12 그래프가 x축과 만나는 두 점이 $(0, 0)$, $(4, 0)$이므로
축의 방정식은 $x=2$
이때 최솟값이 -8이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2, -8)$
따라서 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2-8$로 놓으면
그래프가 점 $(0, 0)$을 지나므로
$0=a(0-2)^2-8$, $4a=8$ $\therefore a=2$
즉, $y=2(x-2)^2-8=2x^2-8x$이므로 $b=-8$, $c=0$
$\therefore a-b-c=2-(-8)-0=10$

13 $x=-2$에서 최댓값이 4이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 4)$이다. 즉,
$y=a(x+2)^2+4=ax^2+4ax+4a+4$
이차함수가 최댓값을 가지려면 x^2의 계수가 음수이어야 하므로 $a<0$ … ㉠
이 그래프가 제1사분면을 지나지 않으려면
(y축과 만나는 점의 y좌표)≤0이어야 하므로
$4a+4\le0$ $\therefore a\le-1$ … ㉡
㉠, ㉡에 의해 $a\le-1$

14 1단계 두 수를 x, $x+10$이라 하고,
두 수의 곱을 y라고 하면
$y=x(x+10)=x^2+10x$
$=x^2+10x+25-25$
$=(x+5)^2-25$
2단계 따라서 $x=-5$에서 최솟값이 -25이므로 구하는 두 수는 -5, $-5+10=5$이다.

채점 기준		
1단계	두 수의 곱을 구하는 식 구하기	… 50 %
2단계	곱이 최소가 되는 두 수 구하기	… 50 %

15 두 수를 x, $16-x$라 하고, 두 수의 제곱의 합을 y라고 하면
$y=x^2+(16-x)^2=2x^2-32x+256$
$=2(x^2-16x+64-64)+256$
$=2(x-8)^2+128$
이므로 $x=8$에서 최솟값은 128이다.
따라서 두 수의 제곱의 합의 최솟값은 128이다.

16 $2x+y=8$에서 $y=8-2x$
$\therefore xy=x(8-2x)$
$=-2x^2+8x$
$=-2(x^2-4x+4-4)$
$=-2(x-2)^2+8$
따라서 xy는 $x=2$일 때, 최댓값이 8이다.

17 점 (a, b)가 직선 $y=-3x+4$ 위의 점이므로
$b=-3a+4$
$\therefore ab=a(-3a+4)$
$=-3a^2+4a$
$=-3\left(a^2-\frac{4}{3}a+\frac{4}{9}-\frac{4}{9}\right)$
$=-3\left(a-\frac{2}{3}\right)^2+\frac{4}{3}$
따라서 ab는 $a=\frac{2}{3}$일 때, 최댓값이 $\frac{4}{3}$이다.

18 새로운 직사각형의 넓이를 $y\,\text{cm}^2$라고 하면
$y=(10-2x)(3+x)$
$=-2x^2+4x+30$
$=-2(x^2-2x+1-1)+30$
$=-2(x-1)^2+32$
이므로 $x=1$에서 최댓값은 32이다.
따라서 직사각형의 최대 넓이는 $32\,\text{cm}^2$이다.

19 가로의 길이를 $x$cm라 하면 세로의 길이는 $(28-x)$cm이고,
직사각형의 넓이를 $y\,\text{cm}^2$라고 하면
$y=x(28-x)=-x^2+28x$
$=-(x^2-28x+196-196)$
$=-(x-14)^2+196$
이므로 $x=14$에서 최댓값은 196이다.
따라서 직사각형의 넓이의 최댓값은 $196\,\text{cm}^2$이다.

20 부채꼴의 반지름의 길이를 $x$cm라 하면 호의 길이는
$(40-2x)$cm이고, 부채꼴의 넓이를 $y\,\text{cm}^2$라고 하면
$y=\frac{1}{2}x(40-2x)$
$=-x^2+20x$
$=-(x^2-20x+100-100)$
$=-(x-10)^2+100$
이므로 $x=10$에서 최댓값은 100이다.
따라서 부채꼴의 넓이가 최대가 될 때, 반지름의 길이는 10 cm이다.

21 점 P의 좌표를 $(a, -a+8)$이라고 하면
$\triangle\text{POA}=\frac{1}{2}a(-a+8)=-\frac{1}{2}a^2+4a$
$=-\frac{1}{2}(a^2-8a+16-16)$
$=-\frac{1}{2}(a-4)^2+8$
이므로 $a=4$에서 최댓값은 8이다.
따라서 $\triangle\text{POA}$의 넓이의 최댓값은 8이다.

22 점 P의 좌표를 $(a, -2a+12)$라고 하면
$\square\text{ROQP}=a(-2a+12)=-2a^2+12a$
$=-2(a^2-6a+9-9)$
$=-2(a-3)^2+18$
이므로 $a=3$에서 최댓값은 18이다.
따라서 구하는 점 P의 좌표는 $(3, 6)$이다.

23 $\overline{\text{QC}}=x$cm라 하면 $\overline{\text{BQ}}=(8-x)$cm이고,
$\triangle\text{ABC}\backsim\triangle\text{PBQ}$ (AA 닮음)이므로
$\overline{\text{BC}}:\overline{\text{BQ}}=\overline{\text{AC}}:\overline{\text{PQ}}$에서 $8:(8-x)=6:\overline{\text{PQ}}$
$\therefore \overline{\text{PQ}}=\frac{6(8-x)}{8}=\frac{3}{4}(8-x)(\text{cm})$
$\therefore \square\text{PQCR}=\overline{\text{QC}}\times\overline{\text{PQ}}$
$=x\times\frac{3}{4}(8-x)=-\frac{3}{4}x^2+6x$
$=-\frac{3}{4}(x^2-8x+16-16)$
$=-\frac{3}{4}(x-4)^2+12$
따라서 $x=4$에서 최댓값은 12이다.
즉, $x=4$일 때, $\square\text{PQCR}$의 넓이가 최대이므로
($\square\text{PQCR}$의 둘레의 길이)$=2(\overline{\text{QC}}+\overline{\text{PQ}})$
$=2\left\{4+\frac{3}{4}\times(8-4)\right\}$
$=2\times7=14(\text{cm})$

24 $y=-5x^2+40x+20$
$=-5(x^2-8x+16-16)+20$
$=-5(x-4)^2+100$
이므로 $x=4$에서 최댓값은 100이다.
따라서 물체는 쏘아 올린 지 4초 후에 최고 높이 100 m에 도달한다.

25 $h=60t-5t^2=-5(t^2-12t+36-36)$
$=-5(t-6)^2+180$
이므로 $t=6$에서 최댓값은 180이다.
즉, 공이 가장 높이 올라가는 데 걸리는 시간은 6초이다.
한편, 지면에 떨어질 때는 $h=0$일 때이므로 $0=60t-5t^2$
$-5t(t-12)=0$ $\therefore t=0$ 또는 $t=12$
이때 $t>0$이므로 $t=12$
즉, 공을 쏘아 올린 지 12초 후에 지면에 떨어진다.
따라서 공이 가장 높이 올라갔을 때부터 지면에 떨어질 때까지 걸린 시간은 $12-6=6$(초)

26 볼펜의 가격을 $10x$원씩 내릴 때마다 판매량은 $2x$자루씩 늘어나므로 볼펜의 하루 동안의 총 판매 금액을 y원이라고 하면

$y=$(볼펜의 가격)$\times$(하루 판매량)

$=(600-10x)(100+2x)=-20x^2+200x+60000$

$=-20(x^2-10x+25-25)+60000$

$=-20(x-5)^2+60500$

이므로 $x=5$에서 최댓값은 60500이다.

즉, $x=5$일 때, 하루 동안의 총 판매 금액이 최대가 되므로 그때의 볼펜 한 자루의 가격은 $600-10\times5=550$(원)

실력 UP 문제 P. 162

1-1 (1, 5) **1-2** (7, 7)

2-1 36 **2-2** 9

3-1 $\frac{7}{4}$, $k=-\frac{1}{2}$ **3-2** $\frac{1}{2}$

1-1 점 A가 $y=-x^2+6x$의 그래프 위의 점이므로 $A(a,\ -a^2+6a)$라고 하면 $B(a,\ 0)$이다.

$\therefore \overline{AB}=-a^2+6a$

한편, $y=-x^2+6x=-(x-3)^2+9$

이므로 축의 방정식은 $x=3$이고, 점 B와 점 C는 축에 대하여 대칭이므로

$\overline{BC}=2(3-a)=6-2a$

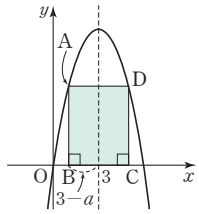
이때 □ABCD의 둘레의 길이가 18이므로

$2\{(-a^2+6a)+(6-2a)\}=18$

$a^2-4a+3=0$, $(a-1)(a-3)=0$ $\therefore a=1$ 또는 $a=3$

이때 $a<3$이므로 $a=1$

따라서 점 A의 좌표는 (1, 5)이다.



1-2 점 D가 $y=-x^2+8x$의 그래프 위의 점이므로 $D(a,\ -a^2+8a)$라고 하면 $C(a,\ 0)$이다.

$\therefore \overline{CD}=-a^2+8a$

한편, $y=-x^2+8x=-(x-4)^2+16$

이므로 축의 방정식은 $x=4$이고, 점 B와 점 C는 축에 대하여 대칭이므로

$\overline{BC}=2(a-4)=2a-8$

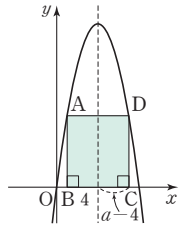
이때 □ABCD의 둘레의 길이가 26이므로

$2\{(-a^2+8a)+(2a-8)\}=26$

$a^2-10a+21=0$, $(a-3)(a-7)=0$ $\therefore a=3$ 또는 $a=7$

이때 $a>4$이므로 $a=7$

따라서 점 D의 좌표는 (7, 7)이다.



2-1 $y=-x^2+2x+8=-(x-1)^2+9$

이므로 꼭짓점의 좌표는 (1, 9) $\therefore A(1, 9)$

$y=-x^2+10x-16=-(x-5)^2+9$

이므로 꼭짓점의 좌표는 (5, 9) $\therefore B(5, 9)$

따라서 $y=-x^2+10x-16$의 그래프는 $y=-x^2+2x+8$의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이므로 □ACDB는 밑변의 길이가 4이고 높이가 9인 평행사변형이다.

$\therefore$ □ACDB$=4\times9=36$

2-2 $y=x^2-3x+4=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{7}{4}$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{3}{2},\ \frac{7}{4}\right)$ $\therefore A\left(\frac{3}{2},\ \frac{7}{4}\right)$

$y=x^2-3x-2=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{17}{4}$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{3}{2},\ -\frac{17}{4}\right)$ $\therefore B\left(\frac{3}{2},\ -\frac{17}{4}\right)$

따라서 $y=x^2-3x-2$의 그래프는 $y=x^2-3x+4$의 그래프를 y축의 방향으로 6만큼 평행이동한 것이므로 □ACDB는 밑변의 길이가 6이고 높이가 $\frac{3}{2}$인 평행사변형이다.

$\therefore$ □ACDB$=6\times\frac{3}{2}=9$

3-1 $y=-x^2+2kx+k+2$

$=-(x^2-2kx+k^2-k^2)+k+2$

$=-(x-k)^2+k^2+k+2$

따라서 $x=k$에서 최댓값은 k^2+k+2이므로

$M=k^2+k+2=\left(k+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}$

즉, M은 $k=-\frac{1}{2}$에서 최솟값이 $\frac{7}{4}$이다.

3-2 $y=2x^2-2kx+k$

$=2\left(x^2-kx+\frac{k^2}{4}-\frac{k^2}{4}\right)+k$

$=2\left(x-\frac{k}{2}\right)^2-\frac{k^2}{2}+k$

따라서 $x=\frac{k}{2}$에서 최솟값은 $-\frac{k^2}{2}+k$이므로

$m=-\frac{k^2}{2}+k=-\frac{1}{2}(k-1)^2+\frac{1}{2}$

즉, m은 $k=1$에서 최댓값이 $\frac{1}{2}$이다.

실전 테스트 P. 163~165

1 ④ **2** 1 **3** ② **4** (2, −9)

5 ② **6** ①, ④ **7** 2 **8** ㄱ, ㄴ, ㅁ

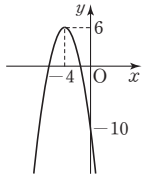
9 $\frac{3}{2}$ **10** ② **11** −10 **12** 1 **13** 최댓값 3

14 ④ **15** 50 m² **16** $\frac{45}{4}$ m **17** $a+b$ **18** 16 m

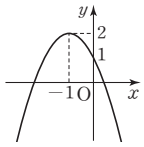
1 $y=-3x^2+12x-6=-3(x-2)^2+6$
따라서 축의 방정식은 $x=2$이고, 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 6)$이다.

2 $y=x^2-2ax+a+4$
$=(x^2-2ax+a^2-a^2)+a+4$
$=(x-a)^2-a^2+a+4$
이때 꼭짓점 $(a,\ -a^2+a+4)$가 직선 $y=4x$ 위에 있으므로
$-a^2+a+4=4a$, $a^2+3a-4=0$
$(a+4)(a-1)=0$ $\therefore a=-4$ 또는 $a=1$
이때 $a>0$이므로 $a=1$

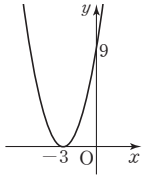
3 ① $y=-x^2-8x-10$
$=-(x+4)^2+6$
이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제1사분면을 지나지 않는다.



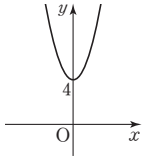
② $y=-x^2-2x+1$
$=-(x+1)^2+2$
이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같이 모든 사분면을 지난다.



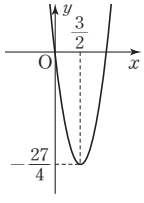
③ $y=x^2+6x+9$
$=(x+3)^2$
이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제3, 4사분면을 지나지 않는다.



④ $y=2x^2+4$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제3, 4사분면을 지나지 않는다.



⑤ $y=3x^2-9x$
$=3\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{27}{4}$
이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제3사분면을 지나지 않는다.

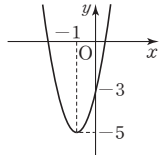


따라서 그래프가 모든 사분면을 지나는 것은 ②이다.

4 $y=\frac{1}{4}x^2-x+k=\frac{1}{4}(x-2)^2-1+k$
이므로 축의 방정식은 $x=2$이다.
이때 $\overline{AB}=12$이므로 그래프의 축에서 두 점 A, B까지의 거리는 각각 6이다.
$\therefore$ A$(-4,\ 0)$, B$(8,\ 0)$ 또는 A$(8,\ 0)$, B$(-4,\ 0)$
즉, $y=\frac{1}{4}x^2-x+k$의 그래프가 점 $(8,\ 0)$을 지나므로
$0=\frac{1}{4}\times8^2-8+k$ $\therefore k=-8$
따라서 $y=\frac{1}{4}(x-2)^2-9$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ -9)$이다.

5 x^2의 계수의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.
즉, $\left|\frac{1}{3}\right|<\left|\frac{1}{2}\right|<|-1|<|-3|<|4|$이므로 그래프의 폭이 가장 좁은 것은 ② $y=4(x-1)^2$이다.

6 $y=2x^2+4x-3=2(x+1)^2-5$
① 축의 방정식은 $x=-1$이다.
③ 그래프는 오른쪽 그림과 같이 모든 사분면을 지난다.



④ $y=2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 것이다.
따라서 옳지 않은 것은 ①, ④이다.

7 $y=-x^2+10x-19=-(x-5)^2+6$이므로 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은
$y=-(x+3-5)^2+6-6$
$\therefore y=-(x-2)^2$
따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 0)$이므로 $p=2$, $q=0$
$\therefore p+q=2+0=2$

8 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$
축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0$ $\therefore b>0$
y축과 만나는 점이 x축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$
ㄱ. $b>0$, $c>0$이므로 $bc>0$
ㄴ. $a<0$, $bc>0$이므로 $abc<0$
ㄷ. $a<0$, $b>0$이므로 $\frac{a}{b}<0$
ㄹ. $x=-\frac{1}{2}$일 때, $y>0$이므로 $\frac{1}{4}a-\frac{1}{2}b+c>0$
ㅁ. $x=2$일 때, $y>0$이므로 $4a+2b+c>0$
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㅁ이다.

9 $y=-\frac{1}{2}x^2+x+4$에 $y=0$을 대입하면
$-\frac{1}{2}x^2+x+4=0$, $x^2-2x-8=0$
$(x+2)(x-4)=0$ $\therefore x=-2$ 또는 $x=4$
$\therefore$ A$(-2,\ 0)$, B$(4,\ 0)$
$y=-\frac{1}{2}x^2+x+4$에 $x=0$을 대입하면
$y=4$ $\therefore$ C$(0,\ 4)$
$y=-\frac{1}{2}x^2+x+4=-\frac{1}{2}(x-1)^2+\frac{9}{2}$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(1,\ \frac{9}{2}\right)$ $\therefore$ D$\left(1,\ \frac{9}{2}\right)$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times4=12$,
$\triangle ABD=\frac{1}{2}\times6\times\frac{9}{2}=\frac{27}{2}$
$\therefore \triangle ABD-\triangle ABC=\frac{27}{2}-12=\frac{3}{2}$

10 $y=4x^2+24x+41=4(x+3)^2+5$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 5)$이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+3)^2+5$로 놓자.

$y=\frac{1}{3}x^2-x-4$의 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0, -4)$

즉, $y=a(x+3)^2+5$의 그래프가 점 $(0, -4)$를 지나므로

$-4=a\times(0+3)^2+5$, $9a=-9$ $\therefore a=-1$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=-(x+3)^2+5=-x^2-6x-4$

11 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 점 $(0, 16)$을 지나므로 $c=16$

즉, $y=ax^2+bx+16$의 그래프가 두 점 $(1, 10)$, $(3, -14)$를 지나므로

$10=a+b+16$ $\therefore a+b=-6$ … ㉠

$-14=9a+3b+16$ $\therefore 3a+b=-10$ … ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-2$, $b=-4$

$\therefore a-2b-c=-2-2\times(-4)-16=-10$

12 조건 (가)에서 x^2의 계수는 -2이므로 $a=-2$

조건 (나)에서 축의 방정식은 $x=1$이므로

구하는 이차함수의 식을 $y=-2(x-1)^2+q$로 놓자.

조건 (다)에서 이 그래프가 점 $(-2, -7)$을 지나므로

$-7=-2\times(-2-1)^2+q$ $\therefore q=11$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=-2(x-1)^2+11=-2x^2+4x+9$

즉, $a=-2$, $b=4$, $c=9$이므로

$ab+c=-2\times4+9=1$

13 1단계 x축과 두 점 $(-1, 0)$, $(5, 0)$에서 만나므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+1)(x-5)$로 놓자.

2단계 이 그래프가 점 $(2, 3)$을 지나므로

$3=a\times3\times(-3)$ $\therefore a=-\frac{1}{3}$

3단계 따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=-\frac{1}{3}(x+1)(x-5)=-\frac{1}{3}x^2+\frac{4}{3}x+\frac{5}{3}$

$=-\frac{1}{3}(x-2)^2+3$

4단계 따라서 $x=2$에서 최댓값은 3이다.

채점 기준		
1단계	이차함수의 식을 $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$ 꼴로 나타내기	… 20 %
2단계	a의 값 구하기	… 30 %
3단계	이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 나타내기	… 30 %
4단계	최댓값 구하기	… 20 %

14 $x=3$에서 최솟값이 -16이므로 꼭짓점의 좌표는 $(3, -16)$이다.

구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-3)^2-16$으로 놓자.

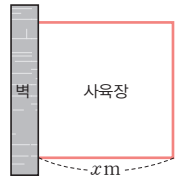
이 그래프가 점 $(2, -13)$을 지나므로

$-13=a(2-3)^2-16$ $\therefore a=3$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=3(x-3)^2-16=3x^2-18x+11$

15 오른쪽 그림과 같이 사육장의 가로의 길이를 x m라 하면 세로의 길이는 $(20-2x)$ m이고, 사육장의 넓이를 y m^{2}라고 하면



$y=x(20-2x)=-2x^2+20x$

$=-2(x-5)^2+50$

이므로 $x=5$에서 최댓값은 50이다.

따라서 사육장의 최대 넓이는 50 m^{2}이다.

16 $y=15x-5x^2=-5\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{45}{4}$

이므로 $x=\frac{3}{2}$에서 최댓값은 $\frac{45}{4}$이다.

따라서 물 로켓의 최고 높이는 $\frac{45}{4}$ m이다.

17 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $a\times(-b)<0$

즉, $ab>0$이므로 $b>0$

y축과 만나는 점이 x축보다 위쪽에 있으므로 $-c>0$

즉, $c<0$

따라서 $c-b<0$이므로

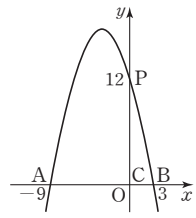
$\sqrt{a^2}+\sqrt{(c-b)^2}-\sqrt{(-c)^2}$

$=a+\{-(c-b)\}-(-c)$

$=a-c+b+c$

$=a+b$

18 오른쪽 그림과 같이 C 지점을 원점, 지면을 x축으로 하는 좌표평면 위에 세 지점 A, B, P를 지나는 포물선을 그리면 x축과 두 점 A$(-9, 0)$, B$(3, 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x+9)(x-3)$으로 놓을 수 있다.



이 그래프가 점 P$(0, 12)$를 지나므로

$12=a\times9\times(-3)$ $\therefore a=-\frac{4}{9}$

따라서 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은

$y=-\frac{4}{9}(x+9)(x-3)=-\frac{4}{9}x^2-\frac{8}{3}x+12$

$=-\frac{4}{9}(x+3)^2+16$

이므로 $x=-3$에서 최댓값은 16이다.

즉, 이 공이 가장 높이 올라갔을 때의 지면으로부터의 높이는 16 m이다.