기출 PICK

정답과 해설

중학 수학

3·1

01 제곱근과 실수

난이도별 필수 기출 6~23쪽

001 답 ④

④ (라) 양수

따라서 (가)~(마)에 알맞은 것으로 옳지 않은 것은 ④이다.

002 답 ②

제곱근 5는 $\sqrt{5}$이고, 5의 제곱근은 $\pm\sqrt{5}$이다.

003 답 ①

11의 제곱근은 $\pm\sqrt{11}$이다.

004 답 ④

① $\sqrt{4}=\sqrt{2^2}=2$

② $\sqrt{25}=\sqrt{5^2}=5$

③ $\sqrt{0.04}=\sqrt{0.2^2}=0.2$

⑤ $\sqrt{\frac{36}{121}}=\sqrt{\left(\frac{6}{11}\right)^2}=\frac{6}{11}$

따라서 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없는 것은 ④이다.

005 답 ③

③ 1.21의 제곱근은 $\pm\sqrt{1.21}$이므로 $\pm\sqrt{1.21}=\pm\sqrt{1.1^2}=\pm1.1$

따라서 근호를 사용하지 않고 제곱근을 나타낼 수 있는 것은 ③이다.

006 답 ②

$\left(-\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$의 양의 제곱근은 $\frac{1}{3}$이므로 $A=\frac{1}{3}$

$\sqrt{49}=7$의 음의 제곱근은 $-\sqrt{7}$이므로 $B=-\sqrt{7}$

$\therefore 9A+B=9\times\frac{1}{3}+(-\sqrt{7})=3-\sqrt{7}$

007 답 ③

①, ②, ④, ⑤ ±6 ③ 6

따라서 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.

008 답 ⑤

④ $0.\dot{1}=\frac{1}{9}$의 제곱근은 $\pm\frac{1}{3}=\pm0.\dot{3}$이다.

⑤ $\sqrt{36}=6$의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

009 답 ②

① -25는 음수이므로 제곱근이 없다.

③ $(-4)^2=16$의 양의 제곱근은 4이다.

④ $\sqrt{\frac{1}{16}}=\frac{1}{4}$의 음의 제곱근은 $-\frac{1}{2}$이다.

⑤ 1.44의 양의 제곱근은 1.2이고, 제곱근 1.2는 $\sqrt{1.2}$이므로 같지 않다.

따라서 옳은 것은 ②이다.

010 답 ①

주어진 두 원의 넓이의 합과 넓이가 같은 원의 반지름의 길이를 r라 하면

$\pi r^2=\pi\times4^2+\pi\times7^2$

$\pi r^2=65\pi$ $\therefore r^2=65$

이때 $r>0$이므로 $r=\sqrt{65}$

따라서 구하는 원의 반지름의 길이는 $\sqrt{65}$이다.

011 답 $\sqrt{89}$ cm

△ADC는 직각삼각형이므로 $\overline{AD}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8(\text{cm})$

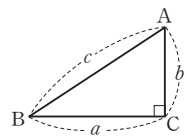
이때 △ABD는 직각삼각형이므로 $\overline{AB}=\sqrt{8^2+5^2}=\sqrt{89}(\text{cm})$

✓ 중2 다시보기

피타고라스 정리

직각삼각형 ABC에서 직각을 낀 두 변의 길이를 각각 a, b라 하고 빗변의 길이를 c라 하면

$a^2+b^2=c^2$



012 답 $\sqrt{14}$ cm

(A의 한 변의 길이)$=\sqrt{9}=3(\text{cm})$이므로 …… i

(B의 한 변의 길이)$=3\times\frac{7}{6}=\frac{7}{2}(\text{cm})$

이때 (B의 넓이)$=\left(\frac{7}{2}\right)^2=\frac{49}{4}(\text{cm}^2)$이므로 …… ii

(C의 넓이)$=\frac{49}{4}\times\frac{8}{7}=14(\text{cm}^2)$

C의 한 변의 길이를 x cm라 하면 $x^2=14$

이때 $x>0$이므로 $x=\sqrt{14}$

따라서 C의 한 변의 길이는 $\sqrt{14}$ cm이다. …… iii

채점 기준

i 정사각형 A의 한 변의 길이 구하기	20%
ii 정사각형 B의 넓이 구하기	40%
iii 정사각형 C의 한 변의 길이 구하기	40%

013 답 ①

② $(\sqrt{2})^2=2$이므로 $-(\sqrt{2})^2=-2$

③ $(-\sqrt{2})^2=2$이므로 $-(-\sqrt{2})^2=-2$

④ $\sqrt{2^2}=2$이므로 $-\sqrt{2^2}=-2$

⑤ $\sqrt{(-2)^2}=2$이므로 $-\sqrt{(-2)^2}=-2$

따라서 나머지 넷과 다른 하나는 ①이다.

014 답 ④

$\sqrt{4^2}-\sqrt{(-1)^2}=4-1=3$

015 답 ①

$a<0$이므로 $5a<0$, $-3a>0$

$\therefore \sqrt{(5a)^2}+\sqrt{(-3a)^2}=-5a+(-3a)=-8a$

016 답 3

$\sqrt{16}=4$의 음의 제곱근은 -2이므로 $A=-2$

$\sqrt{(-25)^2}=25$의 양의 제곱근은 5이므로 $B=5$

$\therefore A+B=-2+5=3$

017 답 ②

ㄱ. $(\sqrt{5})^2=5$ ㄴ. $(-\sqrt{7})^2=7$

ㄷ. $\sqrt{2.56^2}=2.56$ ㄹ. $\sqrt{(-13)^2}=13$

ㅁ. $\sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2}=\frac{2}{3}$이므로 $-\sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2}=-\frac{2}{3}$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ의 2개이다.

018 답 ③

① 제곱근 $\sqrt{49}=7$은 $\sqrt{7}$이다.

② $(-5)^2=25$의 제곱근은 ±5이다.

③ 음수의 제곱근은 없으므로 제곱해서 -4가 되는 수는 없다.

④ $\sqrt{3^2}=3$의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$이므로 두 제곱근의 합은 0이다.

⑤ $\sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^2}=\frac{1}{4}$이고, $\left(\sqrt{\frac{1}{4}}\right)^2=\frac{1}{4}$이므로 $-\left(\sqrt{\frac{1}{4}}\right)^2=-\frac{1}{4}$

즉, 두 값은 서로 같지 않다.

따라서 옳은 것은 ③이다.

019 답 ④

① $\sqrt{9}+\sqrt{16}=3+4=7$

② $\sqrt{169}\div13=13\div13=1$

③ $\sqrt{20^2}\div(\sqrt{5})^2=20\div5=4$

④ $\sqrt{12^2}-\sqrt{(-11)^2}=12-11=1$

⑤ $(\sqrt{2})^2\times(-\sqrt{7})^2=2\times7=14$

따라서 옳은 것은 ④이다.

020 답 ②

① $\sqrt{49}-\sqrt{(-3)^2}=7-3=4$

② $(\sqrt{9})^2+(\sqrt{6})^2-(-\sqrt{8})^2=9+6-8=7$

③ $(\sqrt{3})^2+\sqrt{(-3)^2}+\sqrt{0.64}=3+3+0.8=6.8$

④ $\left(-\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2\div\sqrt{\left(-\frac{3}{4}\right)^2}=\frac{3}{2}\div\frac{3}{4}=\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}=2$

⑤ $\left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2\div\sqrt{\left(-\frac{5}{3}\right)^2}\times(-\sqrt{4})^2=\frac{1}{3}\div\frac{5}{3}\times4$

$=\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}\times4=\frac{4}{5}$

따라서 계산 결과가 가장 큰 것은 ②이다.

021 답 ④

$\sqrt{(-3)^2}\times(-\sqrt{7})^2-\sqrt{8^2}+\sqrt{36}$

$=3\times7-8+6=19$

022 답 -4

$A=(\sqrt{3})^2-\sqrt{(-5)^2}\div\sqrt{0.25}=3-5\div0.5$

$=3-5\times\frac{10}{5}=-7$ …… ⓘ

$B=\sqrt{49}-\sqrt{(-11)^2}+\sqrt{4^2}\div\left(-\sqrt{\frac{4}{7}}\right)^2=7-11+4\div\frac{4}{7}$

$=7-11+4\times\frac{7}{4}=3$ …… ⓘⓘ

$\therefore A+B=-7+3=-4$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ A의 값 구하기	40 %
ⓘⓘ B의 값 구하기	40 %
ⓘⓘⓘ $A+B$의 값 구하기	20 %

023 답 ③

③ $a>0$이므로 $(-\sqrt{a})^2=a$

④ $-a<0$이므로 $\sqrt{(-a)^2}=-(-a)=a$, 즉 $-\sqrt{(-a)^2}=-a$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

024 답 ②

ㄱ. $a<0$이므로 $-\sqrt{a^2}=-(-a)=a$

ㄴ. $5a<0$이므로 $\sqrt{25a^2}=\sqrt{(5a)^2}=-5a$

ㄷ. $3a<0$이므로 $\sqrt{9a^2}=\sqrt{(3a)^2}=-3a$

ㄹ. $-2a>0$이므로 $-\sqrt{(-2a)^2}=-(-2a)=2a$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

025 답 ①

$\sqrt{(-a)^2}=-a$에서 $a<0$이므로 $-4a>0$, $3a<0$

$\therefore \sqrt{a^2}+\sqrt{(-4a)^2}-\sqrt{9a^2}=\sqrt{a^2}+\sqrt{(-4a)^2}-\sqrt{(3a)^2}$

$=-a+(-4a)-(-3a)$

$=-a-4a+3a=-2a$

026 답 $2x+y$

$x-y<0$에서 $x<y$이고, $xy<0$에서 x, y의 부호는 서로 다르므로

$x<0$, $y>0$ …… ⓘ

따라서 $-x>0$, $3x<0$, $-y<0$이므로

$\sqrt{(-x)^2}-\sqrt{(3x)^2}+\sqrt{(-y)^2}$

$=-x-(-3x)+\{-(-y)\}$ …… ⓘⓘ

$=-x+3x+y=2x+y$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ x, y의 부호 구하기	40 %
ⓘⓘ 주어진 식을 근호를 사용하지 않고 나타내기	40 %
ⓘⓘⓘ 식을 간단히 하기	20 %

027 답 ⑤

$a>0$이므로 $-a<0$, $\frac{1}{a}>0$

$\therefore \sqrt{(-a)^2}=-(-a)=a$, $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2}=\frac{1}{a}$

$0<a<1$이므로 $0<a^2<a$, $1<\frac{1}{a}$

$\therefore 0<a^2<a<1<\frac{1}{a}$

따라서 그 값이 가장 작은 것은 ⑤이다.

028 답 ①

$1<a<2$이므로 $a-1>0$, $a-2<0$

$\therefore \sqrt{(a-1)^2}-\sqrt{(a-2)^2}=(a-1)-\{-(a-2)\}$

$=a-1+a-2=2a-3$

029 답 ②

$-3<a<-1$이므로 $a+3>0$, $a+1<0$

또 $a<0$이므로 $5-a>0$, $a-2<0$

① $a<0$이므로 $\sqrt{a^2}=-a$

② $a+1<0$이므로 $\sqrt{(a+1)^2}=-(a+1)=-a-1$

③ $5-a>0$이므로 $\sqrt{(5-a)^2}=5-a$

④ $a-2<0$이므로 $\sqrt{(a-2)^2}=-(a-2)=-a+2$

⑤ $a+3>0$이므로 $\sqrt{(a+3)^2}=a+3$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

030 답 ②

$a>b>c>0$이므로 $a-b>0$, $b-c>0$, $c-a<0$

$\therefore \sqrt{(a-b)^2}-\sqrt{(b-c)^2}-\sqrt{(c-a)^2}$

$=(a-b)-(b-c)-\{-(c-a)\}$

$=a-b-b+c+c-a$

$=-2b+2c$

031 답 $-2a$

$0<a<1$에서 $\frac{1}{a}>1$이므로

$a-\frac{1}{a}<0$, $a+\frac{1}{a}>0$

$\therefore \sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2}-\sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2}=-\left(a-\frac{1}{a}\right)-\left(a+\frac{1}{a}\right)$

$=-a+\frac{1}{a}-a-\frac{1}{a}$

$=-2a$

032 답 ②

$a-b>0$에서 $a>b$이고, $ab<0$에서 a, b의 부호는 서로 다르므로

$a>0$, $b<0$

따라서 $-b>0$, $2a-b>0$이므로

$(\sqrt{a})^2+\sqrt{(-b)^2}-\sqrt{(2a-b)^2}$

$=a+(-b)-(2a-b)$

$=a-b-2a+b$

$=-a$

033 답 ①

$ab<0$, $ac>0$에서 $a>0$이면 $b<0$, $c>0$이고 $a<0$이면 $b>0$, $c<0$이므로 $bc<0$

따라서 $-bc>0$, $bc-3<0$, $3-bc>0$이므로

$\sqrt{(-bc)^2}-\sqrt{(bc-3)^2}+\sqrt{(3-bc)^2}$

$=-bc-\{-(bc-3)\}+(3-bc)$

$=-bc+bc-3+3-bc$

$=-bc$

034 답 ④

$\sqrt{\frac{8^8+4^{10}}{8^4+4^8}}=\sqrt{\frac{(2^3)^8+(2^2)^{10}}{(2^3)^4+(2^2)^8}}=\sqrt{\frac{2^{24}+2^{20}}{2^{12}+2^{16}}}=\sqrt{\frac{2^{20}(2^4+1)}{2^{12}(1+2^4)}}$

$=\sqrt{\frac{2^{20}}{2^{12}}}=\sqrt{2^8}=\sqrt{(2^4)^2}=2^4=16$

035 답 ①

① $y<0$에서 $y-1<0$이므로 $\sqrt{(y-1)^2}=-(y-1)=-y+1$

② $x<0$에서 $1-x>0$이므로 $-\sqrt{(1-x)^2}=-(1-x)=-1+x$

③ $y<0$에서 $-y>0$이므로 $-\sqrt{(-y)^2}=-(-y)=y$

④ $x>-1$에서 $x+1>0$이므로 $\sqrt{(x+1)^2}=x+1$

⑤ $y>-1$에서 $1+y>0$이므로 $\sqrt{(1+y)^2}=1+y$

$-1<x<y<0$에서 각 변에 1을 더하면 $0<x+1<y+1<1$

$-y>0$이므로 $-y+1>1$

$-1<0$에서 $-1+x<x$이고 $x<y$이므로 $-1+x<y$

$\therefore -1+x<y<0<x+1<1+y<1<-y+1$

따라서 그 값이 가장 큰 것은 ①이다.

036 답 $5a+2b$

그래프가 오른쪽 위로 향하므로 $a>0$

y절편이 음수이므로 $b<0$

$\therefore -a<0$, $3b<0$, $b-4a<0$

$\therefore \sqrt{(-a)^2}-\sqrt{(3b)^2}+\sqrt{(b-4a)^2}$

$=-(-a)-(-3b)+\{-(b-4a)\}$

$=a+3b-b+4a=5a+2b$

037 답 ⑤

$\sqrt{135x}=\sqrt{3^3\times5\times x}$가 자연수가 되려면 $x=3\times5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 x의 값은 $3\times5=15$이다.

038 답 ①

$\sqrt{48x}=\sqrt{2^4\times3\times x}$가 자연수가 되려면 $x=3\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

따라서 두 자리의 자연수 x의 값은

$3\times2^2=12$, $3\times3^2=27$, $3\times4^2=48$, $3\times5^2=75$

이므로 $a=12$, $b=75$

$\therefore a+b=12+75=87$

039 답 ③

$\sqrt{200x}=\sqrt{2^3\times5^2\times x}$가 자연수가 되려면 $x=2\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

따라서 $10<x<50$인 자연수 x의 값은

$2\times3^2=18$, $2\times4^2=32$

이므로 구하는 합은 $18+32=50$

040 답 90

$v=\sqrt{2\times9.8\times h}=\sqrt{\frac{2\times7^2\times h}{5}}$가 자연수가 되려면

$h=2\times5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

따라서 두 자리의 자연수 h의 값은
$2\times5\times1^2=10$, $2\times5\times2^2=40$, $2\times5\times3^2=90$
이므로 가장 큰 두 자리의 자연수 h의 값은 90이다.

041 답 ④

$\sqrt{\frac{216}{x}}=\sqrt{\frac{2^3\times3^3}{x}}$이 자연수가 되려면 x는 216의 약수이면서 $2\times3\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
따라서 자연수 x의 값은
$2\times3\times1^2=6$, $2\times3\times2^2=24$, $2\times3\times3^2=54$, $2\times3\times6^2=216$
이므로 x의 값 중 두 번째로 작은 수는 24이다.

042 답 2

넓이가 $\frac{12}{x}$인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{\frac{12}{x}}$ …… ⓘ
$\sqrt{\frac{12}{x}}=\sqrt{\frac{2^2\times3}{x}}$이 자연수가 되려면 x는 12의 약수이면서 $3\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다. …… ⓘⓘ
따라서 자연수 x의 값은
$3\times1^2=3$, $3\times2^2=12$
이므로 구하는 자연수 x의 개수는 2이다. …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 정사각형의 한 변의 길이 구하기	30 %
ⓘⓘ 정사각형의 한 변의 길이가 자연수가 되는 조건 알기	30 %
ⓘⓘⓘ 자연수 x의 개수 구하기	40 %

043 답 ③

$\sqrt{\frac{540}{n}}=\sqrt{\frac{2^2\times3^3\times5}{n}}$가 자연수가 되려면 n은 540의 약수이면서 $3\times5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
따라서 자연수 n의 값은
$3\times5\times1^2=15$, $3\times5\times2^2=60$, $3\times5\times3^2=135$, $3\times5\times6^2=540$
이므로 구하는 합은 $540+15=555$

044 답 ⑤

$\sqrt{27+x}$가 자연수가 되려면 $27+x$는 27보다 큰 $(\text{자연수})^2$ 꼴인 수이어야 하므로
$27+x=36, 49, 64, \cdots$ $\therefore x=9, 22, 37, \cdots$
따라서 가장 작은 자연수 x의 값은 9이다.

045 답 ③

$\sqrt{13+2a}$가 자연수가 되려면 $13+2a$는 13보다 큰 $(\text{자연수})^2$ 꼴인 수이어야 하므로
$13+2a=16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, \cdots$
이때 a는 자연수이므로 $a=6, 18, 34, 54, \cdots$
따라서 $\sqrt{13+2a}$가 자연수가 되도록 하는 a의 값이 아닌 것은 ③이다.

046 답 25

$\sqrt{35-x}$가 정수가 되려면 $35-x$는 0 또는 35보다 작은 $(\text{자연수})^2$ 꼴인 수이어야 하므로
$35-x=0, 1, 4, 9, 16, 25$
$\therefore x=35, 34, 31, 26, 19, 10$
따라서 $A=35$, $B=10$이므로 $A-B=35-10=25$

047 답 ④

$\sqrt{100-4n}$이 자연수가 되려면 $100-4n$은 100보다 작은 $(\text{자연수})^2$ 꼴인 수이어야 하므로
$100-4n=1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81$
따라서 구하는 자연수 n은 24, 21, 16, 9의 4개이다.

048 답 ①

$\sqrt{18a}=\sqrt{2\times3^2\times a}$가 자연수가 되려면 $a=2\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 하므로 자연수 a의 값은
$2\times1^2=2$, $2\times2^2=8$, $2\times3^2=18$, …
$\sqrt{\frac{63-b}{2}}$가 자연수가 되려면 $\frac{63-b}{2}$는 $\frac{63}{2}$보다 작은 $(\text{자연수})^2$ 꼴인 수이어야 하므로
$\frac{63-b}{2}=1, 4, 9, 16, 25$
$\therefore b=61, 55, 45, 31, 13$
따라서 구하는 a, b의 값은 $a=2$, $b=13$이므로
$a+b=2+13=15$

049 답 ⑤

$\sqrt{m^2+55}$가 자연수가 되려면 m^2+55는 55보다 큰 $(\text{자연수})^2$ 꼴인 수이어야 하므로
$m^2+55=64, 81, 100, \cdots$
이때 m은 자연수이므로 $m=3, \cdots$
$\sqrt{20-n}$이 자연수가 되려면 $20-n$은 20보다 작은 $(\text{자연수})^2$ 꼴인 수이어야 하므로
$20-n=1, 4, 9, 16$
$\therefore n=19, 16, 11, 4$
따라서 $a=3$, $b=19$이므로 $b-a=19-3=16$

050 답 6

$\sqrt{\frac{72}{xy}}=\sqrt{\frac{2^3\times3^2}{xy}}$이 자연수가 되려면 xy는 72의 약수이면서 $2\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
이때 x, y는 $x\le6$, $y\le6$인 자연수이므로 xy의 값은
$2\times1^2=2$, $2\times2^2=8$, $2\times3^2=18$ …… ⓘ
이를 만족시키는 x, y의 순서쌍 (x, y)를 구하면 다음과 같다.
(ⅰ) $xy=2$일 때, $(1, 2)$, $(2, 1)$의 2개
(ⅱ) $xy=8$일 때, $(2, 4)$, $(4, 2)$의 2개
(ⅲ) $xy=18$일 때, $(3, 6)$, $(6, 3)$의 2개 …… ⓘⓘ
(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 구하는 경우의 수는 $2+2+2=6$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 조건을 만족시키는 자연수 xy의 값 구하기	40 %
ⓘⓘ xy의 값을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 구하기	40 %
ⓘⓘⓘ 경우의 수 구하기	20 %

051 답 ④

$\sqrt{127-x}-\sqrt{58+y}$의 값이 가장 큰 정수가 되려면 $\sqrt{127-x}$는 가장 큰 정수, $\sqrt{58+y}$는 가장 작은 정수이어야 한다.

$\sqrt{127-x}$가 가장 큰 정수가 되려면 $127-x$는 127보다 작은 (자연수)^2 꼴인 수 중 가장 큰 수이어야 하므로

$127-x=121$ $\therefore x=6$

$\sqrt{58+y}$가 가장 작은 정수가 되려면 $58+y$는 58보다 큰 (자연수)^2 꼴인 수 중 가장 작은 수이어야 하므로

$58+y=64$ $\therefore y=6$

$\therefore x+y=6+6=12$

052 답 ②

$\sqrt{\frac{320}{n}}=\sqrt{\frac{2^6\times5}{n}}$가 자연수가 되려면 n은 320의 약수이면서 $5\times$(자연수)^2 꼴이어야 하므로 자연수 n의 값은

$5\times1^2=5$, $5\times2^2=20$, $5\times4^2=80$, $5\times8^2=320$ …… ㉠

$\sqrt{125n}=\sqrt{5^3\times n}$이 자연수가 되려면 $n=5\times$(자연수)^2 꼴이어야 하므로 자연수 n의 값은

$5\times1^2=5$, $5\times2^2=20$, $5\times3^2=45$, $5\times4^2=80$, … …… ㉡

따라서 ㉠, ㉡을 모두 만족시키는 두 자리의 자연수 n은 20, 80의 2개이다.

053 답 24

넓이가 $\frac{3}{2}x$인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{\frac{3}{2}x}$

넓이가 $12+x$인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{12+x}$

$\sqrt{\frac{3}{2}x}$가 자연수가 되려면 $x=2\times3\times$(자연수)^2 꼴이어야 하므로 자연수 x의 값은

$2\times3\times1^2=6$, $2\times3\times2^2=24$, $2\times3\times3^2=54$, … …… ㉠

$\sqrt{12+x}$가 자연수가 되려면 $12+x$는 12보다 큰 (자연수)^2 꼴인 수이어야 하므로

$12+x=16$, 25, 36, … $\therefore x=4$, 13, 24, … …… ㉡

따라서 두 정사각형의 넓이가 최소가 되도록 하는 자연수 x의 값은 ㉠, ㉡을 모두 만족시키는 가장 작은 값이므로 24이다.

054 답 161

(A의 한 변의 길이)$=\sqrt{20n}$

(B의 한 변의 길이)$=\sqrt{94-n}$

$\sqrt{20n}=\sqrt{2^2\times5\times n}$이 자연수가 되려면 $n=5\times$(자연수)^2 꼴이어야 하므로 자연수 n의 값은

$5\times1^2=5$, $5\times2^2=20$, $5\times3^2=45$, $5\times4^2=80$, … …… ㉠

$\sqrt{94-n}$이 자연수가 되려면 $94-n$은 94보다 작은 (자연수)^2 꼴인 수이어야 하므로

$94-n=1$, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81

$\therefore n=93$, 90, 85, 78, 69, 58, 45, 30, 13 …… ㉡

㉠, ㉡을 모두 만족시키는 자연수 n의 값은 45이므로

(A의 한 변의 길이)$=\sqrt{20n}=\sqrt{20\times45}=\sqrt{900}=30$

(B의 한 변의 길이)$=\sqrt{94-n}=\sqrt{94-45}=\sqrt{49}=7$

$\therefore$ (C의 넓이)$=7\times(30-7)=161$

055 답 ③

① $3<5$이므로 $\sqrt{3}<\sqrt{5}$

② $7<8$이므로 $\sqrt{7}<\sqrt{8}$ $\therefore -\sqrt{7}>-\sqrt{8}$

③ $5=\sqrt{25}$이고 $25>21$이므로 $\sqrt{25}>\sqrt{21}$ $\therefore 5>\sqrt{21}$

④ $\frac{2}{3}<\frac{3}{4}$이므로 $\sqrt{\frac{2}{3}}<\sqrt{\frac{3}{4}}$

⑤ $0.3=\sqrt{0.09}$이고 $0.3>0.09$이므로 $\sqrt{0.3}>\sqrt{0.09}$

$\therefore \sqrt{0.3}>0.3$

따라서 대소 관계를 바르게 나타낸 것은 ③이다.

056 답 ⑤

음수끼리 비교하면

$0.2=\sqrt{0.04}$이고 $0.04<0.2$에서 $\sqrt{0.04}<\sqrt{0.2}$이므로

$-\sqrt{0.04}>-\sqrt{0.2}$ $\therefore -0.2>-\sqrt{0.2}$

양수끼리 비교하면

$3=\sqrt{9}$이고 $9>7$이므로 $\sqrt{9}>\sqrt{7}$ $\therefore 3>\sqrt{7}$

따라서 큰 수부터 차례로 나열하면

3, $\sqrt{7}$, 0, -0.2, $-\sqrt{0.2}$

이므로 네 번째에 오는 수는 ⑤이다.

057 답 ④

음수끼리 비교하면

$5=\sqrt{25}$이고 $25>7$에서 $\sqrt{25}>\sqrt{7}$이므로

$-\sqrt{25}<-\sqrt{7}$ $\therefore -5<-\sqrt{7}$

양수끼리 비교하면

$\sqrt{(-3)^2}=\sqrt{9}$이고 $\frac{1}{2}<9<10$이므로

$\sqrt{\frac{1}{2}}<\sqrt{9}<\sqrt{10}$ $\therefore \sqrt{\frac{1}{2}}<\sqrt{(-3)^2}<\sqrt{10}$

$\therefore -5<-\sqrt{7}<\sqrt{\frac{1}{2}}<\sqrt{(-3)^2}<\sqrt{10}$

따라서 $a=-5$, $b=\sqrt{10}$이므로

$a^2+b^2=(-5)^2+(\sqrt{10})^2=25+10=35$

058 답 ②

$2<\sqrt{x}<3$에서 $\sqrt{4}<\sqrt{x}<\sqrt{9}$이므로

$4<x<9$

따라서 자연수 x의 값은 5, 6, 7, 8이므로 구하는 합은

$5+6+7+8=26$

059 답 ①

$4\le\sqrt{m+1}<\sqrt{31}$에서 $\sqrt{16}\le\sqrt{m+1}<\sqrt{31}$이므로

$16\le m+1<31$ $\therefore 15\le m<30$

따라서 자연수 m의 값이 아닌 것은 ①이다.

060 답 ⑤

$1<\frac{\sqrt{3n}}{4}<2$에서 $4<\sqrt{3n}<8$이므로

$\sqrt{16}<\sqrt{3n}<\sqrt{64}$, $16<3n<64$

$\therefore \frac{16}{3}<n<\frac{64}{3}$

따라서 구하는 자연수 n은 6, 7, …, 21의 16개이다.

061 답 ④

$1<\sqrt{2x-3}<7$에서 $\sqrt{1}<\sqrt{2x-3}<\sqrt{49}$이므로

$1<2x-3<49$, $4<2x<52$

$\therefore 2<x<26$

따라서 $M=25$, $m=3$이므로 $M+m=25+3=28$

062 답 ③

$3<\sqrt{n-1}<\sqrt{22}$에서 $\sqrt{9}<\sqrt{n-1}<\sqrt{22}$이므로

$9<n-1<22$ $\therefore 10<n<23$

이때 n은 4의 배수이므로 구하는 자연수 n은 12, 16, 20의 3개이다.

063 답 ②

$\sqrt{a+2}<\sqrt{x}<6$에서 $\sqrt{a+2}<\sqrt{x}<\sqrt{36}$이므로

$a+2<x<36$

이 부등식을 만족시키는 자연수 x의 개수가 17이므로

$36-(a+2)-1=17$, $36-a-2-1=17$

$\therefore a=16$

064 답 ②

$\sqrt{1}=1$, $\sqrt{4}=2$, $\sqrt{9}=3$이므로

$N(3)=1$

$N(4)=N(5)=N(6)=2$

$\therefore N(3)+N(4)+N(5)+N(6)=1+2+2+2=7$

065 답 1

$\sqrt{25}<\sqrt{30}<\sqrt{36}$에서 $5<\sqrt{30}<6$이므로 $\sqrt{30}$ 이하의 자연수는 1, 2, 3, 4, 5의 5개이다.

$\therefore f(30)=5$ …… ⅰ

$\sqrt{16}<\sqrt{17}<\sqrt{25}$에서 $4<\sqrt{17}<5$이므로 $\sqrt{17}$ 이하의 자연수는 1, 2, 3, 4의 4개이다.

$\therefore f(17)=4$ …… ⅱ

$\therefore f(30)-f(17)=5-4=1$ …… ⅲ

채점 기준	
ⅰ $f(30)$의 값 구하기	40%
ⅱ $f(17)$의 값 구하기	40%
ⅲ $f(30)-f(17)$의 값 구하기	20%

066 답 9

$\sqrt{16}=4$, $\sqrt{25}=5$이므로

$M(16)=M(17)=M(18)=\cdots=M(24)=4$

따라서 $M(x)=4$를 만족시키는 자연수 x는 16, 17, 18, …, 24의 9개이다.

067 답 ⑤

$0<a<1$이므로 $0<a^2<a$, $1<\frac{1}{a}$

$\therefore 0<a^2<a<1<\frac{1}{a}$

$a^2<a$에서 $\sqrt{a^2}<\sqrt{a}$이므로 $a<\sqrt{a}$

$a<\frac{1}{a}$이므로 $\sqrt{a}<\sqrt{\frac{1}{a}}$

$1<\frac{1}{a}$에서 $\frac{1}{a}<\frac{1}{a^2}$이므로 $\sqrt{\frac{1}{a}}<\sqrt{\frac{1}{a^2}}$ $\therefore \sqrt{\frac{1}{a}}<\frac{1}{a}$

$\therefore a^2<a<\sqrt{a}<\sqrt{\frac{1}{a}}<\frac{1}{a}$

따라서 그 값이 가장 작은 것은 ⑤이다.

068 답 ②

$\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$이므로 $2<\sqrt{5}<3$

$\sqrt{169}<\sqrt{180}<\sqrt{196}$이므로 $13<\sqrt{180}<14$

즉, $\sqrt{5}<x<\sqrt{180}$을 만족시키는 자연수 x의 값은 3, 4, 5, …, 13이다.

이때 $\sqrt{12x}=\sqrt{2^2\times3\times x}$가 자연수가 되려면 $x=3\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 하므로 x의 값은 $3\times1^2=3$, $3\times2^2=12$

따라서 구하는 합은 $3+12=15$

069 답 13

$\sqrt{1}=1$, $\sqrt{4}=2$, $\sqrt{9}=3$, $\sqrt{16}=4$이므로

$f(1)=f(2)=f(3)=1$

$f(4)=f(5)=f(6)=f(7)=f(8)=2$

$f(9)=f(10)=f(11)=\cdots=f(15)=3$

$\therefore f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(15)=1\times3+2\times5+3\times7=34$

이때 $34-28=6=3\times2$이므로

$f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(13)=34-f(15)-f(14)$

$=34-3-3=28$

$\therefore a=13$

070 답 ③

ㄱ. $\sqrt{0.04}=0.2$이므로 유리수이다.

ㄹ. $-\sqrt{\frac{25}{64}}=-\frac{5}{8}$이므로 유리수이다.

ㅂ. $0.4565656\cdots=0.4\dot{5}\dot{6}$이므로 유리수이다.

따라서 무리수인 것은 ㄴ, ㄷ, ㅁ이다.

071 답 ④

순환소수가 아닌 무한소수는 무리수이다.

④ $\sqrt{\frac{1}{81}}=\frac{1}{9}$이므로 유리수이다.

따라서 무리수에 해당하지 않는 것은 ④이다.

072 답 ⑤

㈎에 해당하는 수는 무리수이다.

① $-\sqrt{16}=-4$이므로 유리수이다.

② $\sqrt{0.09}=0.3$이므로 유리수이다.

따라서 ㈎에 해당하는 수는 ⑤이다.

073 답 ②

실수의 개수에서 무리수의 개수를 뺀 것은 유리수의 개수와 같다.

유리수는 $0.7888\cdots=0.7\dot{8}$, $\frac{2}{5}$, $-\sqrt{900}=-30$의 3개이므로

$b-a=3$

074 답 ①

각 정사각형의 한 변의 길이를 구하면

ㄱ. $\sqrt{7}$ ㄴ. $\sqrt{12}$

ㄷ. $\sqrt{16}=4$ ㄹ. $\sqrt{49}=7$

따라서 정사각형의 한 변의 길이가 무리수인 것은 ㄱ, ㄴ이다.

075 답 ②, ④

① $a-3=\sqrt{5}-3$이므로 무리수이다.

② $a^2=(\sqrt{5})^2=5$이므로 유리수이다.

③ $\frac{a}{4}=\frac{\sqrt{5}}{4}$이므로 무리수이다.

④ $(-a)^4=(-\sqrt{5})^4=25$에서 $\sqrt{(-a)^4}=\sqrt{25}=5$이므로 유리수이다.

⑤ $\sqrt{a^2}=\sqrt{5}$이므로 무리수이다.

따라서 무리수가 아닌 것은 ②, ④이다.

076 답 ③

㈎에 해당하는 수는 순환소수가 아닌 무한소수, 즉 무리수이다.

① $\sqrt{4}=2$에서 $\sqrt{4}$는 근호가 있지만 무리수가 아니다.

② 정수가 아닌 유리수는 유리수이다.

④ 순환소수로 나타낼 수 있는 수는 모두 유리수이다.

⑤ $\frac{a}{b}$(a, b는 정수, $b\neq0$) 꼴로 나타낼 수 있는 수는 유리수이다.

따라서 옳은 것은 ③이다.

077 답 ③, ⑤

① $1<\sqrt{3}<2$이므로 $\sqrt{3}$은 2보다 작다.

②, ④, ⑤ $\sqrt{3}$은 순환소수가 아닌 무한소수, 즉 무리수이므로 기약분수로 나타낼 수 없다.

③ $\sqrt{(-3)^2}=3$의 양의 제곱근은 $\sqrt{3}$이다.

따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

078 답 ③

① 무한소수 중 순환소수는 유리수이다.

② 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타내어진다.

④ $\sqrt{3^2}=3$과 같이 근호 안의 수가 (유리수)^{2}이면 유리수이다.

⑤ (유리수)^{2}은 2개의 유리수인 제곱근을 갖는다.

따라서 옳은 것은 ③이다.

079 답 ①

① 무한소수 중 순환소수는 유리수이다.

따라서 옳지 않은 것은 ①이다.

080 답 ④

$\sqrt{x}$가 무리수이려면 x는 (자연수)^2 꼴이 아니어야 한다.

이때 16보다 작은 자연수 중 (자연수)^2 꼴인 수는 1, 4, 9의 3개이므로 구하는 자연수 x의 개수는 $15-3=12$

081 답 ④, ⑤

① $a=0$, $b=\sqrt{2}$이면 $ab=0$

② $b=\sqrt{5}$이면 $b^2=5$

③ $a=0$, $b=\sqrt{3}$이면 $\frac{a}{b}=0$

④ (무리수)$-$(유리수)$=$(무리수)

⑤ (유리수)$+$(무리수)$=$(무리수)

따라서 항상 무리수가 되는 것은 ④, ⑤이다.

082 답 ②

$\overline{OB}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$

따라서 $\overline{OD}=\overline{OB}=\sqrt{2}$이므로 D($\sqrt{2}$)

083 답 ③

$2-\sqrt{2}$에 대응하는 점은 2에 대응하는 점에서 왼쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 이동한 점이다.

한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로 $2-\sqrt{2}$에 대응하는 점은 점 C이다.

084 답 ①, ⑤

①, ③ $\overline{CP}=\overline{CA}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로 P($-2-\sqrt{2}$)

②, ④ $\overline{BQ}=\overline{BD}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로 Q($-3+\sqrt{2}$)

⑤ $\overline{CQ}=\overline{BQ}-\overline{BC}=\sqrt{2}-1$

따라서 옳지 않은 것은 ①, ⑤이다.

085 답 ③

$\overline{BP}=\overline{BA}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $2+\sqrt{5}$이다.

086 답 ③

$\overline{AP}=\overline{AD}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$이고 점 P에 대응하는 수가 $1-\sqrt{5}$이므로 점 A에 대응하는 수는 1이다.

따라서 $\overline{AQ}=\overline{AB}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $1+\sqrt{5}$이다.

087 답 ㄴ, ㄷ

ㄱ, ㄷ. (㈎의 한 변의 길이)$=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$이므로 점 A에 대응하는 수는 $-2-\sqrt{13}$이고, 점 C에 대응하는 수는 $-2+\sqrt{13}$이다.

ㄴ, ㄹ. (㈏의 한 변의 길이)$=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$이므로 점 B에 대응하는 수는 $3-\sqrt{5}$이고, 점 D에 대응하는 수는 $3+\sqrt{5}$이다.

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

088 답 ①

① 서로 다른 두 유리수 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

따라서 옳지 않은 것은 ①이다.

089 답 ⑤

⑤ $\sqrt{1}=1$, $\sqrt{4}=2$이고 $1<\sqrt{2}<\sqrt{3}<2$이므로 두 무리수 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 사이에는 정수가 없다.

따라서 옳지 않은 설명을 한 학생은 민재이다.

090 답 $-3-\sqrt{10}$

$\overline{AC}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$ …… ⓘ

$\overline{AQ}=\overline{AC}=\sqrt{10}$이고 점 Q에 대응하는 수가 $\sqrt{10}-3$이므로 점 A에 대응하는 수는 -3이다. …… ⓘⓘ

이때 $\overline{AP}=\overline{AC}=\sqrt{10}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $-3-\sqrt{10}$이다. …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ $\overline{AC}$의 길이 구하기	20%
ⓘⓘ 점 A에 대응하는 수 구하기	40%
ⓘⓘⓘ 점 P에 대응하는 수 구하기	40%

091 답 ㄴ, ㄹ, ㄱ, ㄷ

ㄱ. $\sqrt{0.64}=0.8$이므로 $\sqrt{0.64}-0.2=0.8-0.2=0.6$

ㄷ. $1<\sqrt{3}<2$에서 $-2<-\sqrt{3}<-1$이므로

$1<3-\sqrt{3}<2$

따라서 작은 수부터 차례로 나열하면 ㄴ, ㄹ, ㄱ, ㄷ이다.

092 답 ③

$7<\sqrt{53}<8$이므로 $\sqrt{53}$에 대응하는 점이 있는 구간은 구간 C이다.

093 답 ⑤

$2<\sqrt{5}<3$이므로 $3<1+\sqrt{5}<4$

따라서 $1+\sqrt{5}$에 대응하는 점은 점 E이다.

094 답 ④

① $(6+\sqrt{7})-7=\sqrt{7}-1>0$

$\therefore 6+\sqrt{7}>7$

② $4-(5-\sqrt{3})=4-5+\sqrt{3}=-1+\sqrt{3}>0$

$\therefore 4>5-\sqrt{3}$

③ $(3+\sqrt{7})-(3+\sqrt{5})=3+\sqrt{7}-3-\sqrt{5}=\sqrt{7}-\sqrt{5}>0$

$\therefore 3+\sqrt{7}>3+\sqrt{5}$

④ $(\sqrt{3}+4)-(\sqrt{17}+\sqrt{3})=\sqrt{3}+4-\sqrt{17}-\sqrt{3}=4-\sqrt{17}$

$=\sqrt{16}-\sqrt{17}<0$

$\therefore \sqrt{3}+4<\sqrt{17}+\sqrt{3}$

⑤ $(3-\sqrt{11})-(\sqrt{5}-\sqrt{11})=3-\sqrt{11}-\sqrt{5}+\sqrt{11}=3-\sqrt{5}$

$=\sqrt{9}-\sqrt{5}>0$

$\therefore 3-\sqrt{11}>\sqrt{5}-\sqrt{11}$

따라서 □ 안에 들어갈 부등호의 방향이 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

095 답 ⑤

① $-\sqrt{11}-(-3)=-\sqrt{11}+3=-\sqrt{11}+\sqrt{9}<0$

$\therefore -\sqrt{11}<-3$

② $(\sqrt{5}-2)-2=\sqrt{5}-4=\sqrt{5}-\sqrt{16}<0$

$\therefore \sqrt{5}-2<2$

③ $(\sqrt{3}+\sqrt{7})-(\sqrt{7}+2)=\sqrt{3}+\sqrt{7}-\sqrt{7}-2=\sqrt{3}-2$

$=\sqrt{3}-\sqrt{4}<0$

$\therefore \sqrt{3}+\sqrt{7}<\sqrt{7}+2$

④ $(2-\sqrt{10})-(5-\sqrt{10})=2-\sqrt{10}-5+\sqrt{10}=-3<0$

$\therefore 2-\sqrt{10}<5-\sqrt{10}$

⑤ $(6-\sqrt{13})-(\sqrt{29}-\sqrt{13})=6-\sqrt{13}-\sqrt{29}+\sqrt{13}=6-\sqrt{29}$

$=\sqrt{36}-\sqrt{29}>0$

$\therefore 6-\sqrt{13}>\sqrt{29}-\sqrt{13}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

096 답 ㄱ, ㄷ, ㄹ

ㄱ. $2.3-(\sqrt{0.08}+2)=2.3-\sqrt{0.08}-2=0.3-\sqrt{0.08}$

$=\sqrt{0.09}-\sqrt{0.08}>0$

$\therefore 2.3>\sqrt{0.08}+2$

ㄴ. $(4-\sqrt{3})-3=1-\sqrt{3}<0$

$\therefore 4-\sqrt{3}<3$

ㄷ. $(\sqrt{5}-7)-(\sqrt{3}-7)=\sqrt{5}-7-\sqrt{3}+7=\sqrt{5}-\sqrt{3}>0$

$\therefore \sqrt{5}-7>\sqrt{3}-7$

ㄹ. $(\sqrt{14}+7)-(\sqrt{14}+\sqrt{47})=\sqrt{14}+7-\sqrt{14}-\sqrt{47}$

$=7-\sqrt{47}=\sqrt{49}-\sqrt{47}>0$

$\therefore \sqrt{14}+7>\sqrt{14}+\sqrt{47}$

ㅁ. $(\sqrt{6}-\sqrt{13})-(2-\sqrt{13})=\sqrt{6}-\sqrt{13}-2+\sqrt{13}=\sqrt{6}-2$

$=\sqrt{6}-\sqrt{4}>0$

$\therefore \sqrt{6}-\sqrt{13}>2-\sqrt{13}$

ㅂ. $\left(-\sqrt{\frac{1}{5}}+1\right)-\left(-\sqrt{\frac{1}{3}}+1\right)=-\sqrt{\frac{1}{5}}+1+\sqrt{\frac{1}{3}}-1$

$=-\sqrt{\frac{1}{5}}+\sqrt{\frac{1}{3}}>0$

$\therefore -\sqrt{\frac{1}{5}}+1>-\sqrt{\frac{1}{3}}+1$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

097 답 ④

$1<\sqrt{3}$이므로 양변에 $\sqrt{5}$를 더하면

$\sqrt{5}+1<\sqrt{5}+\sqrt{3}$ $\therefore b<a$

$\sqrt{5}<3$이므로 양변에 $\sqrt{3}$을 더하면

$\sqrt{5}+\sqrt{3}<3+\sqrt{3}$ $\therefore a<c$

$\therefore b<a<c$

다른 풀이

$a-b=(\sqrt{5}+\sqrt{3})-(\sqrt{5}+1)=\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{5}-1=\sqrt{3}-1>0$

$\therefore a>b$

$c-a=(3+\sqrt{3})-(\sqrt{5}+\sqrt{3})=3+\sqrt{3}-\sqrt{5}-\sqrt{3}=3-\sqrt{5}$

$=\sqrt{9}-\sqrt{5}>0$

$\therefore c>a$

$\therefore b<a<c$

098 답 $C<B<A$

$A-B=(2-\sqrt{7})-(-1)=2-\sqrt{7}+1=3-\sqrt{7}=\sqrt{9}-\sqrt{7}>0$

$\therefore A>B$ …… ⓘ

$B-C=-1-(-5+\sqrt{15})=-1+5-\sqrt{15}=4-\sqrt{15}$

$=\sqrt{16}-\sqrt{15}>0$

$\therefore B>C$ …… ⓘⓘ

$\therefore C<B<A$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ A, B의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타내기	40 %
ⓘⓘ B, C의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타내기	40 %
ⓘⓘⓘ A, B, C의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타내기	20 %

099 답 ⑤

$-1-\sqrt{2}$, $-\sqrt{3}-2$는 음수이고 $3+\sqrt{3}$, $\sqrt{2}-1$, $\frac{1}{5}$은 양수이다.

음수끼리 비교하면

$(-1-\sqrt{2})-(-\sqrt{3}-2)=-1-\sqrt{2}+\sqrt{3}+2=\sqrt{3}-\sqrt{2}+1$

이때 $\sqrt{3}-\sqrt{2}>0$이므로 $\sqrt{3}-\sqrt{2}+1>0$

$\therefore\ -1-\sqrt{2}>-\sqrt{3}-2$

양수끼리 비교하면

$(3+\sqrt{3})-(\sqrt{2}-1)=3+\sqrt{3}-\sqrt{2}+1=\sqrt{3}-\sqrt{2}+4>0$

$\therefore\ 3+\sqrt{3}>\sqrt{2}-1$

$(\sqrt{2}-1)-\frac{1}{5}=\sqrt{2}-\frac{6}{5}=\sqrt{2}-\sqrt{\frac{36}{25}}>0$

$\therefore\ \sqrt{2}-1>\frac{1}{5}$

따라서 큰 수부터 차례로 나열하면

$3+\sqrt{3}$, $\sqrt{2}-1$, $\frac{1}{5}$, $-1-\sqrt{2}$, $-\sqrt{3}-2$

이므로 세 번째에 오는 수는 ⑤이다.

100 답 ③

점 A: $1<\sqrt{2}<2$에서 $-2<-\sqrt{2}<-1$이므로

$-4<-2-\sqrt{2}<-3$

점 B: $2<\sqrt{6}<3$이므로 $-3<-\sqrt{6}<-2$

점 C: $2<\sqrt{5}<3$이므로 $-1<-3+\sqrt{5}<0$

점 D: $1<\sqrt{3}<2$이므로 $2<1+\sqrt{3}<3$

점 E: $3<\sqrt{13}<4$

따라서 점 C에 대응하는 수 $-3+\sqrt{5}$는 -1과 0 사이의 수이므로 위치가 바르지 않은 한 점은 점 C이다.

101 답 $3-\sqrt{17}$

$1<\sqrt{2}<2$이므로 $0<-1+\sqrt{2}<1$

$2<\sqrt{5}<3$에서 $-3<-\sqrt{5}<-2$이므로 $-1<2-\sqrt{5}<0$

$4<\sqrt{17}<5$에서 $-5<-\sqrt{17}<-4$이므로 $-2<3-\sqrt{17}<-1$

$1<\sqrt{3}<2$이므로 $2<1+\sqrt{3}<3$ …… ⓘ

따라서 작은 수부터 차례로 나열하면

$3-\sqrt{17}$, $2-\sqrt{5}$, 0, $-1+\sqrt{2}$, $1+\sqrt{3}$ …… ⓘⓘ

이므로 가장 왼쪽에 위치하는 수는 $3-\sqrt{17}$이다. …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 각 수의 범위 구하기	50 %
ⓘⓘ 주어진 수의 대소 비교하기	30 %
ⓘⓘⓘ 가장 왼쪽에 위치하는 수 구하기	20 %

102 답 ⑤

① $1<\sqrt{3}<2$

② $2<\sqrt{5.1}<3$

③ $2<\sqrt{7}<3$

④ $2<\sqrt{\frac{59}{7}}<3$

⑤ $3<\sqrt{\frac{101}{11}}<4$

따라서 1과 3 사이에 있는 수가 아닌 것은 ⑤이다.

103 답 ①

$2<\sqrt{7}<3$이고, $5<\sqrt{30}<6$이다.

① $1<-4+\sqrt{30}<2$

② $3<\sqrt{10}<4$이므로 $4<1+\sqrt{10}<5$

③ $4<2+\sqrt{7}<5$

④ $4<\sqrt{21}<5$

따라서 $\sqrt{7}$과 $\sqrt{30}$ 사이에 있는 수가 아닌 것은 ①이다.

104 답 ①, ⑤

②, ④ 서로 다른 두 실수 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

③ $3<\sqrt{15}<4$에서 $-4<-\sqrt{15}<-3$이므로 $5<9-\sqrt{15}<6$

$\therefore\ \sqrt{15}<9-\sqrt{15}$

⑤ $2<\sqrt{8}<3$이므로 $3<1+\sqrt{8}<4$

이때 $4<\sqrt{23}<5$이므로 $\sqrt{8}<1+\sqrt{8}<\sqrt{23}$

따라서 옳은 것은 ①, ⑤이다.

105 답 46

$\sqrt{43}+\sqrt{289}=\sqrt{43}+17$

$6<\sqrt{43}<7$이므로 $23<\sqrt{43}+17<24$

따라서 $\sqrt{43}+\sqrt{289}$에 대응하는 점은 두 정수 23, 24에 각각 대응하는 두 점 사이에 있으므로 $a=23$

$\therefore\ 2a=2\times23=46$

106 답 35

$2<\sqrt{7}<3$이므로 $-3<-\sqrt{7}<-2$

$\therefore\ 4<7-\sqrt{7}<5$, $9<7+\sqrt{7}<10$ …… ⓘ

이때 $7-\sqrt{7}$과 $7+\sqrt{7}$ 사이에 있는 정수는 5, 6, 7, 8, 9이다. …… ⓘⓘ

따라서 구하는 합은

$5+6+7+8+9=35$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 주어진 두 수가 속하는 범위 구하기	40 %
ⓘⓘ 주어진 두 수 사이에 있는 정수 구하기	40 %
ⓘⓘⓘ 주어진 두 수 사이에 있는 모든 정수의 합 구하기	20 %

107 답 ④

$2<\sqrt{6}<3$에서 $-3<-\sqrt{6}<-2$이므로

$-4<-1-\sqrt{6}<-3$

$3<\sqrt{11}<4$이므로 $5<2+\sqrt{11}<6$

따라서 $-1-\sqrt{6}$과 $2+\sqrt{11}$ 사이에 있는 정수는 -3, -2, -1, …, 5의 9개이다.

108 답 ②

$1<\sqrt{3}<2$이므로 $a+1<a+\sqrt{3}<a+2$

이때 n은 $a+\sqrt{3}$보다 큰 정수이므로 $n\geq a+2$

$2<\sqrt{5}<3$에서 $-3<-\sqrt{5}<-2$이므로 $b-3<b-\sqrt{5}<b-2$

이때 n은 $b-\sqrt{5}$보다 작은 정수이므로 $n\leq b-3$

$\therefore a+2\leq n\leq b-3$

이 부등식을 만족시키는 정수 n의 개수가 8이므로

$(b-3)-(a+2)+1=8$, $b-3-a-2+1=8$

$\therefore b-a=12$

최고수준 도전 기출 24~25쪽

109 답 $\sqrt{90}$ cm

전략 점 G에서 $\overline{EF}$에 수선의 발을 내려 새로운 직각삼각형을 만든 후 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{BG}$의 길이를 구한다.

$\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

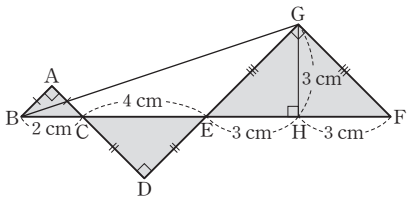
$\triangle ABC=1$이므로 $\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}=1$

$\frac{1}{2}\overline{AB}^2=1$ $\therefore \overline{AB}^2=\overline{AC}^2=2$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{2+2}=\sqrt{4}=2(\text{cm})$

같은 방법으로 하면 $\overline{CE}=4$ cm, $\overline{EF}=6$ cm

다음 그림과 같이 점 G에서 $\overline{EF}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$\triangle GEF$는 직각이등변삼각형이므로

$\overline{EH}=\frac{1}{2}\times\overline{EF}=\frac{1}{2}\times6=3(\text{cm})$

이때 $\triangle GEH$는 직각삼각형이므로 $\overline{GH}=\sqrt{18-9}=\sqrt{9}=3(\text{cm})$

따라서 $\triangle GBH$는 직각삼각형이므로

$\overline{BG}=\sqrt{\overline{BH}^2+\overline{GH}^2}=\sqrt{(\overline{BC}+\overline{CE}+\overline{EH})^2+\overline{GH}^2}$

$=\sqrt{(2+4+3)^2+9}=\sqrt{81+9}=\sqrt{90}(\text{cm})$

110 답 ①

전략 새로 생기는 정사각형은 전 단계 정사각형의 각 변의 중점을 이어 만든 것이므로 그 넓이는 이전 정사각형의 $\frac{1}{2}$이 됨을 이용한다.

정사각형을 한 번 접으면 그 넓이는 전 단계 정사각형의 넓이의 $\frac{1}{2}$이 된다.

처음 정사각형의 넓이는 $(\sqrt{80})^2=80(\text{cm}^2)$이므로 각 단계에서 생기는 정사각형의 넓이는

[1단계] $80\times\frac{1}{2}=40(\text{cm}^2)$ [2단계] $40\times\frac{1}{2}=20(\text{cm}^2)$

[3단계] $20\times\frac{1}{2}=10(\text{cm}^2)$ [4단계] $10\times\frac{1}{2}=5(\text{cm}^2)$

[4단계]에서 생기는 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$x^2=5$

이때 $x>0$이므로 $x=\sqrt{5}$

따라서 [4단계]에서 생기는 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$ cm이다.

111 답 ④

전략 $a+b$가 16의 배수임을 식으로 나타낸 후 $\sqrt{2(a+b)}$에 대입하여 그 값이 자연수가 되도록 하는 두 자리의 자연수 a, b의 순서쌍 (a, b)의 개수를 구한다.

$a+b$는 16의 배수이므로 $a+b=16k$(k는 자연수)

이때 a, b는 두 자리의 자연수이므로

$16k\leq192$ $\therefore k\leq12$

$\sqrt{2(a+b)}=\sqrt{2\times16k}=\sqrt{32k}=\sqrt{2^5\times k}$가 자연수가 되려면

$k=2\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 하므로 자연수 k의 값은

$2\times1^2=2$, $2\times2^2=8$

따라서 $16\times2=32$, $16\times8=128$이므로

$a+b=32$, $a+b=128$

이를 만족시키는 두 자리의 자연수 a, b의 순서쌍 (a, b)를 구하면 다음과 같다.

(i) $a+b=32$일 때,

$(10, 22)$, $(11, 21)$, $(12, 20)$, …, $(22, 10)$의 13개

(ii) $a+b=128$일 때,

$(29, 99)$, $(30, 98)$, $(31, 97)$, …, $(99, 29)$의 71개

(i), (ii)에서 구하는 순서쌍 (a, b)의 개수는 $13+71=84$

112 답 55

전략 $\sqrt{11a}$와 $\sqrt{b}$는 자연수이고 $\sqrt{11a}<13$임을 이용하여 a의 값을 구한다.

$\sqrt{11a}+\sqrt{b}=13$이므로 $\sqrt{11a}$, $\sqrt{b}$는 모두 자연수이어야 하고

$\sqrt{11a}$가 자연수가 되려면 $a=11\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

이때 $\sqrt{11a}<13$이므로 $a=11$

$\sqrt{11^2}+\sqrt{b}=13$이므로 $11+\sqrt{b}=13$

$\sqrt{b}=2$ $\therefore b=4$

따라서 $\sqrt{a^2-2b}=\sqrt{11^2-2\times4}=\sqrt{113}$이고 $10<\sqrt{113}<11$이므로

구하는 합은 $1+2+\cdots+10=55$

113 답 ③

전략 $\sqrt{na}$가 자연수가 되려면 근호 안의 수의 소인수의 지수가 짝수이어야 하므로 n을 소인수분해했을 때 지수가 홀수인 소인수를 곱하여 a를 구한다.

ㄱ. $\sqrt{1}=1$이므로 $f(1)=1$, $\sqrt{4}=2$이므로 $f(4)=1$

$\therefore f(1)=f(4)$

ㄴ. $\sqrt{8a}=\sqrt{2^3\times a}$가 자연수가 되려면 $a=2\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 하므로 가장 작은 자연수 a의 값은 2이다.

$\therefore f(8)=2$

ㄷ. $\sqrt{12}=\sqrt{2^2\times3}$, $\sqrt{14}=\sqrt{2\times7}$, $\sqrt{15}=\sqrt{3\times5}$, $\sqrt{16}=4$이므로

$f(12)=3$, $f(13)=13$, $f(14)=2\times7=14$,

$f(15)=3\times5=15$, $f(16)=1$

$\therefore f(12)+f(13)+f(14)+f(15)+f(16)$

$=3+13+14+15+1=46$

ㄹ. $f(n)=3$을 만족시키는 n은 $3\times(\text{자연수})^2$ 꼴인 수이다.
이때 n은 100 이하의 자연수이므로 구하는 n은
$3\times1^2=3$, $3\times2^2=12$, $3\times3^2=27$, $3\times4^2=48$, $3\times5^2=75$
의 5개이다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

114 답 ③, ⑤

전략 원을 한 바퀴 굴렸을 때 점 P가 이동한 거리가 원의 둘레의 길이와 같음을 이용하여 점 A의 좌표를 구한다.

점 A와 점 P 사이의 거리는 원의 둘레의 길이 π와 같으므로
$a=\pi$
① π는 무리수이다.
② $\pi+\sqrt{5}$는 무리수이다.
③ 3π는 무리수이므로 $\frac{m}{n}$(m, n은 정수, $n\neq0$) 꼴로 나타낼 수 없다.
④ $\pi-\pi=0$이므로 유리수이다.
⑤ $\pi+2$는 무리수이므로 순환소수가 아닌 무한소수이다.
따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

115 답 89

전략 $\sqrt{2n}$, $\sqrt{5n}$이 각각 유리수가 되도록 하는 자연수 n의 개수를 구하고, 이를 전체 개수에서 빼서 두 제곱근이 모두 무리수가 되도록 하는 자연수의 개수를 구한다.

(i) $\sqrt{2n}$이 유리수가 되는 경우는 $n=2k^2$(k는 자연수) 꼴일 때이므로 $2k^2\le100$ $\therefore k^2\le50$
즉, k는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7의 7개이다.
(ii) $\sqrt{5n}$이 유리수가 되는 경우는 $n=5l^2$(l은 자연수) 꼴일 때이므로 $5l^2\le100$ $\therefore l^2\le20$
즉, l은 1, 2, 3, 4의 4개이다.
$2k^2$과 $5l^2$이 일치하는 경우, 즉 자연수 n에 대하여 $\sqrt{2n}$과 $\sqrt{5n}$이 동시에 유리수가 되는 경우는 없으므로 (i), (ii)에서 $\sqrt{2n}$, $\sqrt{5n}$이 모두 무리수가 되도록 하는 n의 개수는 $100-(7+4)=89$

116 답 ⑤

전략 수직선 위에 실수를 표시하는 작업을 반복하여 규칙을 찾은 후 5와 7 사이에 표시된 무리수의 점의 개수를 구한다.

한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이므로
$\overline{OA}=\sqrt{2}$ $\therefore$ A($\sqrt{2}$)
가로, 세로의 길이가 각각 $\sqrt{2}$, 1인 직사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{3}$이므로
$\overline{OB}=\sqrt{3}$ $\therefore$ B($\sqrt{3}$)
이 과정을 반복하면 수직선 위에 $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{5}$, …와 같이 $\sqrt{n}$(n은 자연수)이 차례로 표시된다.
$5<\sqrt{n}<7$에서 $\sqrt{25}<\sqrt{n}<\sqrt{49}$이므로
$25<n<49$
이때 $\sqrt{36}=6$은 무리수가 아니므로 이 점을 제외하면 5와 7 사이에 표시된 무리수의 점의 개수는
$(49-25-1)-1=22$

02 근호를 포함한 식의 계산

난이도별 필수 기출 28~49쪽

117 답 ④

$\sqrt{\frac{14}{15}}\times\sqrt{\frac{5}{7}}=\sqrt{\frac{14}{15}\times\frac{5}{7}}=\sqrt{\frac{2}{3}}$

118 답 ②

$\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{5}\times\sqrt{a}=\sqrt{2\times3\times5\times a}=\sqrt{30a}$이므로
$\sqrt{30a}=\sqrt{90}$, $30a=90$
$\therefore a=3$

119 답 ②

$\sqrt{35}\div(-\sqrt{5})=-\frac{\sqrt{35}}{\sqrt{5}}=-\sqrt{\frac{35}{5}}=-\sqrt{7}$

120 답 ⑤

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{24}}\div\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{24}}\times\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{a}{24}\times\frac{6}{5}}=\sqrt{\frac{a}{20}}$이므로
$\sqrt{\frac{a}{20}}=\sqrt{\frac{7}{4}}$, $\frac{a}{20}=\frac{7}{4}$
$\therefore a=35$

121 답 ④

① $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{8}}=\sqrt{\frac{32}{8}}=\sqrt{4}=2$
② $\sqrt{21}\div\sqrt{3}=\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{21}{3}}=\sqrt{7}$
③ $\sqrt{56}\div\sqrt{7}=\frac{\sqrt{56}}{\sqrt{7}}=\sqrt{\frac{56}{7}}=\sqrt{8}$
④ $\sqrt{45}\div\sqrt{\frac{5}{2}}=\sqrt{45}\div\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\sqrt{45}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\sqrt{45\times\frac{2}{5}}=\sqrt{18}$
⑤ $\sqrt{\frac{18}{5}}\div\sqrt{\frac{6}{10}}=\sqrt{\frac{18}{5}}\div\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{10}}=\sqrt{\frac{18}{5}}\times\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{6}}$
$=\sqrt{\frac{18}{5}\times\frac{10}{6}}=\sqrt{6}$
따라서 계산 결과가 가장 큰 것은 ④이다.

122 답 ④

① $\sqrt{64}\div\sqrt{4}=\frac{\sqrt{64}}{\sqrt{4}}=\sqrt{\frac{64}{4}}=\sqrt{16}=4$
② $\sqrt{108}\times\left(-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{27}}\right)=-\sqrt{108\times\frac{5}{27}}=-\sqrt{20}$
③ $\sqrt{42}\div(-\sqrt{7})=-\frac{\sqrt{42}}{\sqrt{7}}=-\sqrt{\frac{42}{7}}=-\sqrt{6}$
④ $-\sqrt{72}\div\sqrt{9}=-\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{9}}=-\sqrt{\frac{72}{9}}=-\sqrt{8}$
⑤ $(-\sqrt{5})\times(-\sqrt{3})=\sqrt{5\times3}=\sqrt{15}$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

123 답 ㄴ, ㅂ

ㄱ. $\sqrt{3}\times\sqrt{3}=\sqrt{3\times3}=\sqrt{9}=3$

ㄴ. $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}}=\sqrt{\frac{18}{6}}=\sqrt{3}$

ㄷ. $\sqrt{\frac{12}{7}}\sqrt{\frac{7}{3}}=\sqrt{\frac{12}{7}\times\frac{7}{3}}=\sqrt{4}=2$

ㄹ. $\sqrt{10}\div\sqrt{2}=\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{10}{2}}=\sqrt{5}$

ㅁ. $\sqrt{3}\sqrt{2}\sqrt{5}=\sqrt{3\times2\times5}=\sqrt{30}$

ㅂ. $\sqrt{5}\div\sqrt{10}\div\sqrt{2}=\sqrt{5}\times\frac{1}{\sqrt{10}}\times\frac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{5\times\frac{1}{10}\times\frac{1}{2}}$

$=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㅂ이다.

124 답 3

$A=\sqrt{98}\div\sqrt{6}\times\sqrt{3}=\sqrt{98}\times\frac{1}{\sqrt{6}}\times\sqrt{3}$

$=\sqrt{98\times\frac{1}{6}\times3}=\sqrt{49}=7$ …… ⓘ

$B=\sqrt{\frac{125}{9}}\div\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{2}}\div\frac{1}{\sqrt{54}}=\sqrt{\frac{125}{9}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{15}}\times\sqrt{54}$

$=\sqrt{\frac{125}{9}\times\frac{2}{15}\times54}=\sqrt{100}=10$ …… ⓘⓘ

$\therefore B-A=10-7=3$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ A의 값 구하기	40 %
ⓘⓘ B의 값 구하기	40 %
ⓘⓘⓘ $B-A$의 값 구하기	20 %

125 답 5

$A=\sqrt{2000}\div\frac{\sqrt{20}}{5}=\sqrt{2000}\times\frac{5}{\sqrt{20}}$

$=5\sqrt{\frac{2000}{20}}=5\sqrt{100}=50$ …… ⓘ

$B=\frac{\sqrt{0.3}}{\sqrt{30}}=\sqrt{\frac{0.3}{30}}=\sqrt{\frac{1}{100}}=\frac{1}{10}$ …… ⓘⓘ

$\therefore AB=50\times\frac{1}{10}=5$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ A의 값 구하기	40 %
ⓘⓘ B의 값 구하기	40 %
ⓘⓘⓘ AB의 값 구하기	20 %

126 답 ①

$\sqrt{20}=\sqrt{2^2\times5}=2\sqrt{5}$

127 답 ④

$4\sqrt{2}=\sqrt{4^2\times2}=\sqrt{32}$ $\therefore a=32$

128 답 ②

$\sqrt{0.98}=\sqrt{\frac{98}{100}}=\sqrt{\frac{7^2\times2}{10^2}}=\frac{7\sqrt{2}}{10}$ $\therefore k=\frac{7}{10}$

129 답 ④

① $\sqrt{12}=\sqrt{2^2\times3}=2\sqrt{3}$

② $\sqrt{125}=\sqrt{5^2\times5}=5\sqrt{5}$

③ $-\sqrt{45}=-\sqrt{3^2\times5}=-3\sqrt{5}$

④ $\sqrt{108}=\sqrt{6^2\times3}=6\sqrt{3}$

⑤ $-\sqrt{1000}=-\sqrt{10^2\times10}=-10\sqrt{10}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

130 답 ⑤

① $\sqrt{20}=\sqrt{2^2\times5}=2\sqrt{5}$ $\therefore$ □=5

② $\sqrt{45}=\sqrt{3^2\times5}=3\sqrt{5}$ $\therefore$ □=5

③ $\sqrt{50}=\sqrt{5^2\times2}=5\sqrt{2}$ $\therefore$ □=5

④ $\sqrt{80}=\sqrt{4^2\times5}=4\sqrt{5}$ $\therefore$ □=5

⑤ $\sqrt{90}=\sqrt{3^2\times10}=3\sqrt{10}$ $\therefore$ □=3

따라서 □ 안에 알맞은 수가 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다.

131 답 ③

$\sqrt{216}=\sqrt{6^2\times6}=6\sqrt{6}$ $\therefore a=6$

$3\sqrt{7}=\sqrt{3^2\times7}=\sqrt{63}$ $\therefore b=63$

$\therefore a+b=6+63=69$

132 답 ②

$a<0$, $b>0$이므로 $\sqrt{a^2b}=\sqrt{a^2}\times\sqrt{b}=-a\sqrt{b}$

133 답 ③

$\sqrt{\frac{h}{4.9}}$에 $h=98$을 대입하면

$\sqrt{\frac{98}{4.9}}=\sqrt{20}=\sqrt{2^2\times5}=2\sqrt{5}$

따라서 먹이가 지면에 닿을 때까지 걸리는 시간은 $2\sqrt{5}$초이다.

134 답 ⑤

$\sqrt{8}\times\sqrt{45}=2\sqrt{2}\times3\sqrt{5}=6\sqrt{10}$ $\therefore a=6$

$7\sqrt{6}\div\sqrt{2}=7\sqrt{6}\times\frac{1}{\sqrt{2}}=7\sqrt{3}$ $\therefore b=3$

$\therefore ab=6\times3=18$

135 답 ③

$\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{4}\times\sqrt{5}\times\sqrt{6}\times\sqrt{7}$

$=\sqrt{2\times3\times2^2\times5\times(2\times3)\times7}=\sqrt{2^4\times3^2\times5\times7}$

$=\sqrt{(2^2\times3)^2\times5\times7}=12\sqrt{35}$

$\therefore a=12$

136 답 ①

$2\sqrt{30-2a}=4\sqrt{6}$에서 $\sqrt{30-2a}=2\sqrt{6}$

이때 $2\sqrt{6}=\sqrt{2^2\times6}=\sqrt{24}$이므로 $\sqrt{30-2a}=\sqrt{24}$

$30-2a=24$이므로 $2a=6$ $\therefore a=3$

$5\sqrt{3}=\sqrt{5^2\times3}=\sqrt{75}$이므로 $\sqrt{30+3b}=\sqrt{75}$

$30+3b=75$이므로 $3b=45$ $\therefore b=15$

$\therefore a+b=3+15=18$

137 답 3

$2\sqrt{3}=\sqrt{2^2\times3}=\sqrt{12}$이므로 $\sqrt{16-a}=\sqrt{12}$

$16-a=12$이므로 $a=4$ …… ⓘ

$2\sqrt{25+b}=4\sqrt{5}$에서 $\sqrt{25+b}=2\sqrt{5}$

이때 $2\sqrt{5}=\sqrt{2^2\times5}=\sqrt{20}$이므로 $\sqrt{25+b}=\sqrt{20}$

$25+b=20$이므로 $b=-5$ …… ⓘⓘ

$c=4\times\sqrt{\frac{3}{28}}\times\sqrt{\frac{7}{2}}\times\sqrt{6}=4\sqrt{\frac{3}{28}\times\frac{7}{2}\times6}$

$=4\sqrt{\frac{9}{4}}=4\times\frac{3}{2}=6$ …… ⓘⓘⓘ

$\therefore a-b-c=4-(-5)-6=4+5-6=3$ …… ⓘⓥ

채점 기준	
ⓘ a의 값 구하기	30 %
ⓘⓘ b의 값 구하기	30 %
ⓘⓘⓘ c의 값 구하기	30 %
ⓘⓥ $a-b-c$의 값 구하기	10 %

138 답 ②

① $\sqrt{\frac{5}{100}}=\sqrt{\frac{5}{10^2}}=\frac{\sqrt{5}}{10}$

② $\sqrt{\frac{7}{16}}=\sqrt{\frac{7}{4^2}}=\frac{\sqrt{7}}{4}$

③ $-\sqrt{0.19}=-\sqrt{\frac{19}{100}}=-\sqrt{\frac{19}{10^2}}=-\frac{\sqrt{19}}{10}$

④ $\frac{\sqrt{3}}{4}=\sqrt{\frac{3}{4^2}}=\sqrt{\frac{3}{16}}$

⑤ $-\frac{\sqrt{5}}{3}=-\sqrt{\frac{5}{3^2}}=-\sqrt{\frac{5}{9}}$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

139 답 ①

$\frac{\sqrt{7}}{3\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3^2\times2}}=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{18}}=\sqrt{\frac{7}{18}}$ $\therefore x=\frac{7}{18}$

$\frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2^2\times5}}=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{20}}=\sqrt{\frac{6}{20}}=\sqrt{\frac{3}{10}}$ $\therefore y=\frac{3}{10}$

$\therefore xy=\frac{7}{18}\times\frac{3}{10}=\frac{7}{60}$

140 답 $\frac{6}{\sqrt{5}}$

$\frac{6}{5}=\sqrt{\left(\frac{6}{5}\right)^2}=\sqrt{\frac{36}{25}}$, $\frac{\sqrt{6}}{5}=\sqrt{\frac{6}{5^2}}=\sqrt{\frac{6}{25}}$,

$\frac{6}{\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{6^2}{5}}=\sqrt{\frac{36}{5}}$이므로

$\sqrt{\frac{6}{25}}<\sqrt{\frac{6}{5}}<\sqrt{\frac{36}{25}}<\sqrt{\frac{36}{5}}$

$\therefore \frac{\sqrt{6}}{5}<\sqrt{\frac{6}{5}}<\frac{6}{5}<\frac{6}{\sqrt{5}}$

따라서 가장 큰 수는 $\frac{6}{\sqrt{5}}$이다.

141 답 ④

$\sqrt{240}=\sqrt{2^4\times3\times5}=2^2\times\sqrt{3}\times\sqrt{5}=4xy$

142 답 ①

① $\sqrt{\frac{8}{3}}=\sqrt{\frac{2^3}{3}}=\frac{(\sqrt{2})^3}{\sqrt{3}}=\frac{a^3}{b}$

② $\sqrt{\frac{27}{32}}=\sqrt{\frac{3^3}{2^5}}=\frac{(\sqrt{3})^3}{(\sqrt{2})^5}=\frac{b^3}{a^5}$

③ $\sqrt{12}=\sqrt{2^2\times3}=(\sqrt{2})^2\times\sqrt{3}=a^2b$

④ $\sqrt{96}=\sqrt{2^5\times3}=(\sqrt{2})^5\times\sqrt{3}=a^5b$

⑤ $\sqrt{216}=\sqrt{2^3\times3^3}=(\sqrt{2})^3\times(\sqrt{3})^3=a^3b^3$

따라서 옳은 것은 ①이다.

143 답 ⑤

ㄱ. $\sqrt{0.023}=\sqrt{\frac{2.3}{100}}=\sqrt{\frac{2.3}{10^2}}=\frac{\sqrt{2.3}}{10}=0.1a$

ㄴ. $\sqrt{0.23}=\sqrt{\frac{23}{100}}=\sqrt{\frac{23}{10^2}}=\frac{\sqrt{23}}{10}=0.1b$

ㄷ. $\sqrt{920}=\sqrt{400\times2.3}=\sqrt{20^2\times2.3}=20\sqrt{2.3}=20a$

ㄹ. $\sqrt{2300}=\sqrt{100\times23}=\sqrt{10^2\times23}=10\sqrt{23}=10b$

따라서 옳은 것은 ㄷ, ㄹ이다.

144 답 ④

$\sqrt{1.12}+\sqrt{5.25}=\sqrt{\frac{112}{100}}+\sqrt{\frac{525}{100}}=\sqrt{\frac{4^2\times7}{10^2}}+\sqrt{\frac{3\times5^2\times7}{10^2}}$

$=\frac{4\times\sqrt{7}}{10}+\frac{5\times\sqrt{3}\times\sqrt{7}}{10}$

$=\frac{4n}{10}+\frac{5mn}{10}=\frac{2}{5}n+\frac{1}{2}mn$

145 답 ⑤

$\sqrt{2}\div\sqrt{\frac{2}{3}}\div\sqrt{\frac{3}{4}}\div\cdots\div\sqrt{\frac{1013}{1014}}$

$=\sqrt{2}\times\sqrt{\frac{3}{2}}\times\sqrt{\frac{4}{3}}\times\cdots\times\sqrt{\frac{1012}{1011}}\times\sqrt{\frac{1013}{1012}}\times\sqrt{\frac{1014}{1013}}$

$=\sqrt{2\times\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}\times\cdots\times\frac{1012}{1011}\times\frac{1013}{1012}\times\frac{1014}{1013}}$

$=\sqrt{1014}=\sqrt{2\times3\times13^2}=13\sqrt{6}$

따라서 $a=13$, $b=6$이므로 $a+b=13+6=19$

146 답 56

$\sqrt{3^2\times7\times a}=b\sqrt{5}$에서 $\sqrt{3^2\times7\times a}=\sqrt{b^2\times5}$이므로

$3^2\times7\times a=b^2\times5$ $\therefore b^2=\frac{3^2\times7\times a}{5}$

이때 $b>0$이므로 $b=\sqrt{\frac{3^2\times7\times a}{5}}$ …… ⓘ

b가 자연수가 되려면 $a=5\times7\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 하므로 이를 만족시키는 두 자리의 자연수 a, b의 값은

$a=5\times7=35$, $b=\sqrt{\frac{3^2\times7\times5\times7}{5}}=\sqrt{3^2\times7^2}=21$ …… ⓘⓘ

$\therefore a+b=35+21=56$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ a와 b 사이의 관계식 구하기	40 %
ⓘⓘ a, b의 값 구하기	50 %
ⓘⓘⓘ $a+b$의 값 구하기	10 %

147 답 ④

$$p\sqrt{\frac{3q}{p}}+q\sqrt{\frac{12p}{q}}-\frac{1}{p}\sqrt{\frac{27p}{q}}$$

$$=\sqrt{p^2\times\frac{3q}{p}}+\sqrt{q^2\times\frac{12p}{q}}-\sqrt{\frac{1}{p^2}\times\frac{27p}{q}}$$

$$=\sqrt{3pq}+\sqrt{12pq}-\sqrt{\frac{27}{pq}}$$

$$=\sqrt{3\times3}+\sqrt{12\times3}-\sqrt{\frac{27}{3}}=\sqrt{9}+\sqrt{36}-\sqrt{9}=6$$

148 답 ④

$$\sqrt{\frac{4^6+4^6+4^6+4^6+4^6}{3^8+3^8+3^8}}\times\sqrt{\frac{9^3+9^3+9^3+9^3}{2^{11}+2^{11}+2^{11}}}$$

$$=\sqrt{\frac{5\times(2^2)^6}{3\times3^8}}\times\sqrt{\frac{4\times(3^2)^3}{3\times2^{11}}}=\sqrt{\frac{5\times2^{12}}{3^9}}\times\sqrt{\frac{2^2\times3^6}{3\times2^{11}}}$$

$$=\sqrt{\frac{2^{12}\times5}{3^9}}\times\sqrt{\frac{3^5}{2^9}}=\sqrt{\frac{2^{12}\times5}{3^9}\times\frac{3^5}{2^9}}$$

$$=\sqrt{\frac{2^3\times5}{3^4}}=\frac{2\sqrt{10}}{9}$$

149 답 ③

주어진 제곱근표에서 1.8의 가로줄과 9의 세로줄이 만나는 수는 1.375이므로 $\sqrt{1.89}=1.375$

150 답 ③

$\sqrt{47600}=\sqrt{10000\times4.76}=100\sqrt{4.76}=100\times2.182=218.2$

151 답 ①

$$\sqrt{0.057}=\sqrt{\frac{5.7}{100}}=\frac{\sqrt{5.7}}{10}=\frac{2.387}{10}=0.2387$$

152 답 ④

주어진 제곱근표에서 6.1의 가로줄과 3의 세로줄이 만나는 수는 2.476이므로 $\sqrt{6.13}=2.476$

6.4의 가로줄과 1의 세로줄이 만나는 수는 2.532이므로 $\sqrt{6.41}=2.532$

$\therefore \sqrt{6.13}+\sqrt{6.41}=2.476+2.532=5.008$

153 답 1242

주어진 제곱근표에서 2.2의 가로줄과 3의 세로줄이 만나는 수는 1.493이므로 $\sqrt{2.23}=1.493$

$\therefore a=1.493$ …… ⓘ

1.584의 가로줄에 대응하는 수는 2.5, 세로줄에 대응하는 수는 1이므로 $b=2.51$ …… ⓘⓘ

$\therefore 1000a-100b=1000\times1.493-100\times2.51$

$=1493-251=1242$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ a의 값 구하기	40 %
ⓘⓘ b의 값 구하기	40 %
ⓘⓘⓘ $1000a-100b$의 값 구하기	20 %

154 답 ②

$$\sqrt{660}+\sqrt{0.66}=\sqrt{100\times6.6}+\sqrt{\frac{66}{100}}=10\sqrt{6.6}+\frac{\sqrt{66}}{10}$$

$$=10\times2.569+\frac{8.124}{10}=25.69+0.8124$$

$$=26.5024$$

155 답 ⑤

① $\sqrt{800}=\sqrt{100\times8}=10\sqrt{8}=10\times2.828=28.28$

② $\sqrt{8000}=\sqrt{100\times80}=10\sqrt{80}=10\times8.944=89.44$

③ $\sqrt{80000}=\sqrt{10000\times8}=100\sqrt{8}=100\times2.828=282.8$

④ $\sqrt{0.08}=\sqrt{\frac{8}{100}}=\frac{\sqrt{8}}{10}=\frac{2.828}{10}=0.2828$

⑤ $\sqrt{0.008}=\sqrt{\frac{80}{10000}}=\frac{\sqrt{80}}{100}=\frac{8.944}{100}=0.08944$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

156 답 ①, ③

① $\sqrt{0.624}=\sqrt{\frac{62.4}{100}}=\frac{\sqrt{62.4}}{10}=\frac{7.899}{10}=0.7899$

③ $\sqrt{602}=\sqrt{100\times6.02}=10\sqrt{6.02}=10\times2.454=24.54$

④ $\sqrt{616}=\sqrt{100\times6.16}=10\sqrt{6.16}=10\times2.482=24.82$

⑤ $\sqrt{6120}=\sqrt{100\times61.2}=10\sqrt{61.2}=10\times7.823=78.23$

따라서 옳지 않은 것은 ①, ③이다.

157 답 215.8156

주어진 제곱근표에서 4.6의 가로줄과 5의 세로줄이 만나는 수는 2.156이므로 $\sqrt{4.65}=2.156$ …… ⓘ

$\sqrt{46500}=\sqrt{10000\times4.65}=100\sqrt{4.65}=100\times2.156=215.6$

$\therefore a=215.6$

$$\sqrt{0.0465}=\sqrt{\frac{4.65}{100}}=\frac{\sqrt{4.65}}{10}=\frac{2.156}{10}=0.2156$$

$\therefore b=0.2156$ …… ⓘⓘ

$\therefore a+b=215.6+0.2156=215.8156$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ $\sqrt{4.65}$의 값 구하기	20 %
ⓘⓘ a, b의 값 구하기	60 %
ⓘⓘⓘ $a+b$의 값 구하기	20 %

158 답 ⑤

① $\sqrt{0.03}=\sqrt{\frac{3}{100}}=\frac{\sqrt{3}}{10}=\frac{1.732}{10}=0.1732$

② $\sqrt{0.27}=\sqrt{\frac{27}{100}}=\frac{3\sqrt{3}}{10}=\frac{3\times1.732}{10}=0.5196$

③ $\sqrt{192}=\sqrt{64\times3}=8\sqrt{3}=8\times1.732=13.856$

④ $\sqrt{300}=\sqrt{100\times3}=10\sqrt{3}=10\times1.732=17.32$

⑤ $\sqrt{480}=\sqrt{16\times30}=4\sqrt{30}$이므로 $\sqrt{30}$의 값이 주어져야 한다.

따라서 $\sqrt{3}$의 값을 이용하여 그 값을 구할 수 없는 것은 ⑤이다.

159 답 ⑤

$\sqrt{324}=\sqrt{100\times3.24}=10\sqrt{3.24}=10\sqrt{1.8^2}=10\times1.8=18$

160 답 초속 98.99 m

$\sqrt{2\times9.8\times500}=\sqrt{9800}=\sqrt{100\times98}=10\sqrt{98}$

$=10\times9.899=98.99$

따라서 지면에 닿기 직전의 속력은 초속 98.99 m이다.

161 답 ②

① $\sqrt{0.0802}=\sqrt{\dfrac{8.02}{100}}=\dfrac{\sqrt{8.02}}{10}=\dfrac{2.832}{10}=0.2832$

② $\sqrt{0.793}=\sqrt{\dfrac{79.3}{100}}=\dfrac{\sqrt{79.3}}{10}$이므로 $\sqrt{79.3}$의 값이 주어져야 한다.

③ $\sqrt{780}=\sqrt{100\times7.8}=10\sqrt{7.8}=10\times2.793=27.93$

④ $\sqrt{810}=\sqrt{100\times8.1}=10\sqrt{8.1}=10\times2.846=28.46$

⑤ $\sqrt{78100}=\sqrt{10000\times7.81}=100\sqrt{7.81}=100\times2.795=279.5$

따라서 주어진 제곱근표를 이용하여 그 값을 구할 수 없는 것은 ②이다.

162 답 ③

$22.63=10\times2.263=10\sqrt{5.12}=\sqrt{100\times5.12}=\sqrt{512}$

$\therefore a=512$

163 답 1.127

주어진 제곱근표에서 1.086의 가로줄에 대응하는 수는 1.1, 세로줄에 대응하는 수는 8이므로 $\sqrt{1.18}=1.086$

$\therefore a=1.18$ ····· ⓘ

1.166의 가로줄에 대응하는 수는 1.3, 세로줄에 대응하는 수는 6이므로 $\sqrt{1.36}=1.166$

$\therefore b=1.36$ ····· ⓘⓘ

$\therefore \sqrt{\dfrac{a+b}{2}}=\sqrt{\dfrac{1.18+1.36}{2}}=\sqrt{\dfrac{2.54}{2}}=\sqrt{1.27}=1.127$

····· ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ a의 값 구하기	30 %
ⓘⓘ b의 값 구하기	30 %
ⓘⓘⓘ $\sqrt{\dfrac{a+b}{2}}$의 값 구하기	40 %

164 답 ①

$\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{20}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{3}\times\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{15}}{10}$ $\therefore x=10$

165 답 ⑤

① $\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\dfrac{2\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

② $\dfrac{6}{\sqrt{2}}=\dfrac{6\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{6\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}$

③ $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{3}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{15}}{5}$

④ $\dfrac{1}{\sqrt{7}}=\dfrac{1\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{7}}{7}$

⑤ $\dfrac{4}{\sqrt{20}}=\dfrac{4}{2\sqrt{5}}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}=\dfrac{2\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

166 답 ②

① $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ $\therefore \square=6$

② $\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{35}}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{3}\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{21}}{7}$ $\therefore \square=\dfrac{1}{7}$

③ $6\div\sqrt{80}=\dfrac{6}{4\sqrt{5}}=\dfrac{3}{2\sqrt{5}}=\dfrac{3\times\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{3\sqrt{5}}{10}$ $\therefore \square=3$

④ $\sqrt{10}\div\sqrt{12}=\dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{12}}=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{5}\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{30}}{6}$ $\therefore \square=\dfrac{1}{6}$

⑤ $\dfrac{2}{\sqrt{27}}\div\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}}=\dfrac{2}{3\sqrt{3}}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}=\dfrac{1}{3\sqrt{2}}=\dfrac{1\times\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{6}$

$\therefore \square=2$

따라서 □ 안에 알맞은 수가 가장 작은 것은 ②이다.

167 답 ⑤

$\dfrac{3}{\sqrt{2}}=\dfrac{3\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ $\therefore a=\dfrac{3}{2}$

$\dfrac{1}{2\sqrt{5}}=\dfrac{1\times\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{10}$ $\therefore b=\dfrac{1}{10}$

$\therefore a+b=\dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{10}=\dfrac{16}{10}=\dfrac{8}{5}$

168 답 ①

$\dfrac{2\sqrt{6}}{\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{6}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{30}}{5}$ $\therefore a=\dfrac{2}{5}$

$\dfrac{3}{\sqrt{72}}=\dfrac{3}{6\sqrt{2}}=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}=\dfrac{1\times\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ $\therefore b=\dfrac{1}{4}$

$\therefore \sqrt{ab}=\sqrt{\dfrac{2}{5}\times\dfrac{1}{4}}=\sqrt{\dfrac{1}{10}}=\dfrac{1}{\sqrt{10}}=\dfrac{1\times\sqrt{10}}{\sqrt{10}\times\sqrt{10}}=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$

169 답 ③

$\dfrac{3\sqrt{3}}{\sqrt{50}}=\dfrac{3\sqrt{3}}{5\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{5\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{6}}{10}$ $\therefore a=\dfrac{3}{10}$

$\dfrac{1}{\sqrt{12}}=\dfrac{1}{2\sqrt{3}}=\dfrac{1\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$ $\therefore b=\dfrac{1}{6}$

$\dfrac{\sqrt{8}}{3\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{3\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{10}}{15}$ $\therefore c=\dfrac{2}{15}$

$\therefore \dfrac{ab}{c}=\dfrac{3}{10}\times\dfrac{1}{6}\div\dfrac{2}{15}=\dfrac{3}{10}\times\dfrac{1}{6}\times\dfrac{15}{2}=\dfrac{3}{8}$

170 답 ②

$\dfrac{\sqrt{5}}{5\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{5}\times\sqrt{2}}{5\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{10}}{10}=\dfrac{3.162}{10}=0.3162$

171 답 $-5\sqrt{3}$

$\sqrt{\dfrac{b}{a}}-\sqrt{\dfrac{a}{b}}=\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}-\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\dfrac{\sqrt{b}\times\sqrt{a}}{\sqrt{a}\times\sqrt{a}}-\dfrac{\sqrt{a}\times\sqrt{b}}{\sqrt{b}\times\sqrt{b}}$

$=\dfrac{\sqrt{ab}}{a}-\dfrac{\sqrt{ab}}{b}=\dfrac{b\sqrt{ab}-a\sqrt{ab}}{ab}$

$=\dfrac{(b-a)\sqrt{ab}}{ab}=\dfrac{-15\sqrt{3}}{3}=-5\sqrt{3}$

172 답 3

$\sqrt{\frac{2}{5}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{10}}{5}$, $\sqrt{\frac{3}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$

즉, (가)에서 $\sqrt{\frac{2}{5}}<x<\sqrt{\frac{3}{2}}$ 이므로 $\frac{\sqrt{10}}{5}<x<\frac{\sqrt{6}}{2}$

(나)에서 x는 분모가 10인 기약분수이므로 위의 부등식에서 분모를 10으로 만들면

$\frac{2\sqrt{10}}{10}<x<\frac{5\sqrt{6}}{10}$ $\therefore$ $\frac{\sqrt{40}}{10}<x<\frac{\sqrt{150}}{10}$ ····· ㉠

이때 $6<\sqrt{40}<7$, $12<\sqrt{150}<13$이므로

$\frac{6}{10}<\frac{\sqrt{40}}{10}<\frac{7}{10}$, $\frac{12}{10}<\frac{\sqrt{150}}{10}<\frac{13}{10}$

따라서 ㉠을 만족시키는 분모가 10인 분수는

$\frac{7}{10}$, $\frac{8}{10}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{10}{10}$, $\frac{11}{10}$, $\frac{12}{10}$

이고, 이 중 기약분수는 $\frac{7}{10}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{11}{10}$이므로 조건을 모두 만족시키는 x의 개수는 3이다.

173 답 ④

① $\sqrt{28}\div\frac{2}{\sqrt{3}}=2\sqrt{7}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{21}$

② $4\sqrt{12}\times\frac{\sqrt{7}}{8\sqrt{3}}\div2\sqrt{7}=8\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{7}}{8\sqrt{3}}\times\frac{1}{2\sqrt{7}}=\frac{1}{2}$

③ $\sqrt{24}\div\frac{2\sqrt{2}}{3}\times\sqrt{3}=2\sqrt{6}\times\frac{3}{2\sqrt{2}}\times\sqrt{3}=9$

④ $4\sqrt{2}\div2\sqrt{3}\times3\sqrt{6}=4\sqrt{2}\times\frac{1}{2\sqrt{3}}\times3\sqrt{6}=12$

⑤ $\sqrt{75}\div\sqrt{3}\times\sqrt{7}=5\sqrt{3}\times\frac{1}{\sqrt{3}}\times\sqrt{7}=5\sqrt{7}$

따라서 옳은 것은 ④이다.

174 답 1

$\sqrt{70}\times\sqrt{2}\div4\sqrt{7}=\sqrt{70}\times\sqrt{2}\times\frac{1}{4\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{20}}{4}=\frac{2\sqrt{5}}{4}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

$\therefore$ $a=\frac{1}{2}$

$3\sqrt{2}\div\sqrt{6}\times2\sqrt{2}=3\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{6}}\times2\sqrt{2}=\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$=\frac{6\sqrt{6}}{3}=2\sqrt{6}$

$\therefore$ $b=2$

$\therefore$ $ab=\frac{1}{2}\times2=1$

175 답 ④

$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{50}}\times\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{10}}\div\sqrt{\frac{3}{5}}=\frac{\sqrt{3}}{5\sqrt{2}}\times\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{10}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}=\frac{2}{5\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{5}$

176 답 ⑤

$A=\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{27}}\times\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{2}}\div\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}\times\frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{3}}{6\sqrt{2}}$

$=\frac{5\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{6\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{6}}{12}$

$B=\frac{5\sqrt{5}}{3}\div\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{10}}\times\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{10}}=\frac{5\sqrt{5}}{3}\times\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{15}}\times\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{10}}=10$

$\therefore$ $\frac{B}{A}=10\div\frac{5\sqrt{6}}{12}=10\times\frac{12}{5\sqrt{6}}=\frac{24}{\sqrt{6}}=4\sqrt{6}$

177 답 10

오른쪽의 사각형에서 가로로 가장 윗줄에 있는 세 수의 곱은

$2\sqrt{5}\times A\times\sqrt{30}=3\sqrt{10}$이므로

$2\sqrt{5}$	A	$\sqrt{30}$
$\frac{2\sqrt{6}}{3}$	㉠	
	$\sqrt{6}$	

$A=3\sqrt{10}\div2\sqrt{5}\div\sqrt{30}$

$=3\sqrt{10}\times\frac{1}{2\sqrt{5}}\times\frac{1}{\sqrt{30}}$

$=\frac{3}{2\sqrt{15}}=\frac{3\sqrt{15}}{30}=\frac{\sqrt{15}}{10}$ ····· ⓘ

또 세로로 가운뎃줄에 있는 세 수의 곱도

$\frac{\sqrt{15}}{10}\times$㉠$\times\sqrt{6}=3\sqrt{10}$이므로

㉠$=3\sqrt{10}\div\frac{\sqrt{15}}{10}\div\sqrt{6}=3\sqrt{10}\times\frac{10}{\sqrt{15}}\times\frac{1}{\sqrt{6}}=10$ ····· ⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ A의 값 구하기	50 %
ⓘⓘ ㉠의 값 구하기	50 %

178 답 $\sqrt{6}$

(삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\sqrt{12}\times\sqrt{10}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times\sqrt{10}=\sqrt{30}\,(\text{cm}^2)$

(직사각형의 넓이)$=\sqrt{5}\times x=\sqrt{5}x\,(\text{cm}^2)$

이때 삼각형의 넓이와 직사각형의 넓이가 서로 같으므로

$\sqrt{30}=\sqrt{5}x$ $\therefore$ $x=\frac{\sqrt{30}}{\sqrt{5}}=\sqrt{6}$

179 답 ②

□ADGH$=11\,\text{cm}^2$이므로 $\overline{\text{AD}}=\sqrt{11}\,(\text{cm})$

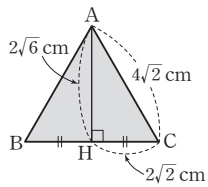
□CEFD$=3\,\text{cm}^2$이므로 $\overline{\text{CD}}=\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore$ □ABCD$=\overline{\text{AD}}\times\overline{\text{CD}}=\sqrt{11}\times\sqrt{3}=\sqrt{33}\,(\text{cm}^2)$

180 답 $8\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{\text{BC}}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{\text{CH}}=\frac{1}{2}\times\overline{\text{BC}}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}=2\sqrt{2}\,(\text{cm})$ ····· ⓘ



△AHC는 직각삼각형이므로

$\overline{\text{AH}}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2-(2\sqrt{2})^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}\,(\text{cm})$ ····· ⓘⓘ

$\therefore$ △ABC$=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times2\sqrt{6}=4\sqrt{12}=8\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ ····· ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ $\overline{\text{CH}}$의 길이 구하기	40 %
ⓘⓘ $\overline{\text{AH}}$의 길이 구하기	40 %
ⓘⓘⓘ 정삼각형 ABC의 넓이 구하기	20 %

181 답 ④

(직육면체의 부피)=(가로의 길이)×(세로의 길이)×(높이)이므로

$27\sqrt{5}=\sqrt{15}\times3\sqrt{3}\times(\text{높이})$

$\therefore$ (높이)$=27\sqrt{5}\div\sqrt{15}\div3\sqrt{3}=27\sqrt{5}\times\frac{1}{\sqrt{15}}\times\frac{1}{3\sqrt{3}}$

$=3(\text{cm})$

182 답 ④

밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r=4\sqrt{3}\pi$ $\therefore r=\frac{4\sqrt{3}\pi}{2\pi}=2\sqrt{3}$

$\therefore$ (원기둥의 부피)$=\pi\times(2\sqrt{3})^2\times3\sqrt{6}=36\sqrt{6}\pi(\text{cm}^3)$

183 답 $2\sqrt{3}$

$\frac{6}{\sqrt{15}}\times A\div\frac{4}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{10}}{5}$에서

$A=\frac{3\sqrt{10}}{5}\div\frac{6}{\sqrt{15}}\times\frac{4}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{10}}{5}\times\frac{\sqrt{15}}{6}\times\frac{4}{\sqrt{2}}$

$=\frac{2\sqrt{75}}{5}=2\sqrt{3}$

184 답 ①

△ABC는 직각이등변삼각형이므로

$\overline{AC}=\sqrt{6^2+6^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}(\text{cm})$

△OAC는 이등변삼각형이므로

$\overline{CH}=\frac{1}{2}\times\overline{AC}=\frac{1}{2}\times6\sqrt{2}=3\sqrt{2}(\text{cm})$

△OHC는 직각삼각형이므로

$\overline{OH}=\sqrt{(3\sqrt{5})^2-(3\sqrt{2})^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore$ (정사각뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times6\times6\times3\sqrt{3}=36\sqrt{3}(\text{cm}^3)$

185 답 ③

(직육면체의 부피)=(가로의 길이)×(세로의 길이)×(높이)이므로

$18=2\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\overline{DH}$

$6\overline{DH}=18$ $\therefore \overline{DH}=3(\text{cm})$

이때 △FGH는 직각삼각형이므로

$\overline{FH}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{15}(\text{cm})$

따라서 △DFH는 직각삼각형이므로

$\overline{DF}=\sqrt{3^2+(\sqrt{15})^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}(\text{cm})$

186 답 ②

정육면체의 겉넓이가 12 cm^{2}이므로

$12=6\times\overline{AB}^2$에서 $\overline{AB}^2=2$

이때 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=\sqrt{2}(\text{cm})$

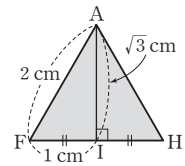
△ABF는 직각삼각형이므로

$\overline{AF}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{4}=2(\text{cm})$

같은 방법으로 하면 $\overline{FH}=\overline{AH}=2$ cm

즉, △AFH는 정삼각형이다.

오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{FH}$에 내린 수선의 발을 I라 하면



$\overline{FI}=\frac{1}{2}\times\overline{FH}=\frac{1}{2}\times2=1(\text{cm})$

△AFI는 직각삼각형이므로

$\overline{AI}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore$ △AFH$=\frac{1}{2}\times2\times\sqrt{3}=\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

187 답 ④

$3\sqrt{5}+7\sqrt{5}-8\sqrt{5}=(3+7-8)\sqrt{5}=2\sqrt{5}$

188 답 ①

$\sqrt{32}+3\sqrt{18}-\sqrt{72}=4\sqrt{2}+9\sqrt{2}-6\sqrt{2}=(4+9-6)\sqrt{2}=7\sqrt{2}$

189 답 ③

$\sqrt{125}-\frac{2}{\sqrt{5}}=5\sqrt{5}-\frac{2\sqrt{5}}{5}=\left(5-\frac{2}{5}\right)\sqrt{5}=\frac{23\sqrt{5}}{5}$

$\therefore k=\frac{23}{5}$

190 답 ①

$\sqrt{2}(\sqrt{6}+\sqrt{3})-\sqrt{48}=\sqrt{12}+\sqrt{6}-4\sqrt{3}=2\sqrt{3}+\sqrt{6}-4\sqrt{3}$

$=(2-4)\sqrt{3}+\sqrt{6}=-2\sqrt{3}+\sqrt{6}$

따라서 $a=-2$, $b=1$이므로 $a+3b=-2+3\times1=1$

191 답 ⑤

$\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}}=\frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{18}-\sqrt{12}}{6}=\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{6}$

192 답 ②

② $\sqrt{2}-\sqrt{8}=\sqrt{2}-2\sqrt{2}=-\sqrt{2}$

③ $\sqrt{20}+\sqrt{5}=2\sqrt{5}+\sqrt{5}=3\sqrt{5}$

④ $\sqrt{27}-\sqrt{3}=3\sqrt{3}-\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

⑤ $\sqrt{72}+\sqrt{32}=6\sqrt{2}+4\sqrt{2}=10\sqrt{2}$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

193 답 ④

$\sqrt{98}-a\sqrt{2}+\sqrt{50}=3\sqrt{2}$에서 $7\sqrt{2}-a\sqrt{2}+5\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

$\therefore (7-a+5)\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

따라서 $12-a=3$이므로 $a=9$

194 답 7

$\sqrt{27}-\sqrt{8}+2\sqrt{18}-3\sqrt{12}=3\sqrt{3}-2\sqrt{2}+6\sqrt{2}-6\sqrt{3}$

$=4\sqrt{2}-3\sqrt{3}$ ····· ⓘ

따라서 $a=4$, $b=-3$이므로 ····· ⓘⓘ

$a-b=4-(-3)=4+3=7$ ····· ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 주어진 식 계산하기	60%
ⓘⓘ a, b의 값 구하기	20%
ⓘⓘⓘ $a-b$의 값 구하기	20%

195 답 ⑤

$\sqrt{45}+\sqrt{20}-\dfrac{10}{3\sqrt{5}}=3\sqrt{5}+2\sqrt{5}-\dfrac{10\sqrt{5}}{15}=\dfrac{13\sqrt{5}}{3}$

196 답 ④

$6\sqrt{2}-\sqrt{75}-\dfrac{6}{\sqrt{2}}+2\sqrt{27}=6\sqrt{2}-5\sqrt{3}-3\sqrt{2}+6\sqrt{3}=3\sqrt{2}+\sqrt{3}$

따라서 $a=3$, $b=1$이므로 $ab=3\times1=3$

197 답 ②

$b=a+\dfrac{1}{a}=\sqrt{5}+\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}+\dfrac{\sqrt{5}}{5}=\dfrac{6\sqrt{5}}{5}$

따라서 $b=\dfrac{6}{5}a$이므로 b는 a의 $\dfrac{6}{5}$배이다.

198 답 ③

$\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)-\sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{8})$
$=\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)-\sqrt{3}(\sqrt{6}-2\sqrt{2})$
$=\sqrt{6}+\sqrt{2}-\sqrt{18}+2\sqrt{6}$
$=\sqrt{6}+\sqrt{2}-3\sqrt{2}+2\sqrt{6}$
$=-2\sqrt{2}+3\sqrt{6}$

199 답 ②

$\sqrt{5}(\sqrt{10}-\sqrt{3})-\dfrac{4}{\sqrt{2}}=\sqrt{50}-\sqrt{15}-2\sqrt{2}$
$=5\sqrt{2}-\sqrt{15}-2\sqrt{2}$
$=3\sqrt{2}-\sqrt{15}$

200 답 $5\sqrt{3}-3\sqrt{6}$

$\sqrt{2}A-\sqrt{3}B=\sqrt{2}(2\sqrt{3}+\sqrt{6})-\sqrt{3}(5\sqrt{2}-3)$
$=2\sqrt{6}+\sqrt{12}-5\sqrt{6}+3\sqrt{3}$
$=2\sqrt{6}+2\sqrt{3}-5\sqrt{6}+3\sqrt{3}$
$=5\sqrt{3}-3\sqrt{6}$

201 답 ①

$A=(\sqrt{6}-\sqrt{18})\div\sqrt{2}=(\sqrt{6}-3\sqrt{2})\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{3}-3$

$B=\dfrac{\sqrt{3}}{2}(4\sqrt{3}+12)=6+6\sqrt{3}$

$\therefore\ 6A-B=6(\sqrt{3}-3)-(6+6\sqrt{3})$
$=6\sqrt{3}-18-6-6\sqrt{3}=-24$

202 답 ②

$a(\sqrt{2}-2\sqrt{5})+b(\sqrt{5}-3\sqrt{2})=a\sqrt{2}-2a\sqrt{5}+b\sqrt{5}-3b\sqrt{2}$
$=(a-3b)\sqrt{2}-(2a-b)\sqrt{5}$
$=2\sqrt{2}-9\sqrt{5}$

이므로 $a-3b=2$, $2a-b=9$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=5$, $b=1$

$\therefore\ b-a=1-5=-4$

203 답 0

$\dfrac{14+\sqrt{14}}{\sqrt{7}}-\dfrac{6+\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$

$=\dfrac{(14+\sqrt{14})\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}-\dfrac{(6+\sqrt{6})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$=\dfrac{14\sqrt{7}+\sqrt{98}}{7}-\dfrac{6\sqrt{3}+\sqrt{18}}{3}=\dfrac{14\sqrt{7}+7\sqrt{2}}{7}-\dfrac{6\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{3}$

$=2\sqrt{7}+\sqrt{2}-2\sqrt{3}-\sqrt{2}=-2\sqrt{3}+2\sqrt{7}$ …… ⓘ

따라서 $x=-2$, $y=2$이므로 …… ⓘⓘ

$x+y=-2+2=0$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 주어진 식 계산하기	60 %
ⓘⓘ x, y의 값 구하기	20 %
ⓘⓘⓘ $x+y$의 값 구하기	20 %

참고 분모, 분자를 바로 약분하여 계산할 수도 있다.

➡ $\dfrac{14+\sqrt{14}}{\sqrt{7}}=2\sqrt{7}+\sqrt{2}$, $\dfrac{6+\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}+\sqrt{2}$

204 답 ①, ④

① $\sqrt{3}+\sqrt{108}-4\sqrt{3}=\sqrt{3}+6\sqrt{3}-4\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

② $\dfrac{3}{\sqrt{8}}-\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{3}{2\sqrt{2}}-\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{4}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

③ $\dfrac{5+\sqrt{15}}{\sqrt{5}}-2\sqrt{3}=\sqrt{5}+\sqrt{3}-2\sqrt{3}=\sqrt{5}-\sqrt{3}$

④ $\dfrac{\sqrt{6}}{2}(\sqrt{72}-\sqrt{8})+\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}(6\sqrt{2}-2\sqrt{2})+\sqrt{3}$
$=\dfrac{\sqrt{6}}{2}\times4\sqrt{2}+\sqrt{3}=2\sqrt{12}+\sqrt{3}$
$=4\sqrt{3}+\sqrt{3}=5\sqrt{3}$

⑤ $\sqrt{2}(\sqrt{5}+\sqrt{6})-\sqrt{3}(\sqrt{2}-1)=\sqrt{10}+\sqrt{12}-\sqrt{6}+\sqrt{3}$
$=\sqrt{10}+2\sqrt{3}-\sqrt{6}+\sqrt{3}$
$=3\sqrt{3}-\sqrt{6}+\sqrt{10}$

따라서 옳은 것은 ①, ④이다.

205 답 ④

$\dfrac{5+\sqrt{15}}{\sqrt{15}}+\sqrt{5}(\sqrt{20}-\sqrt{3})$

$=\dfrac{(5+\sqrt{15})\times\sqrt{15}}{\sqrt{15}\times\sqrt{15}}+\sqrt{5}(2\sqrt{5}-\sqrt{3})=\dfrac{5\sqrt{15}+15}{15}+10-\sqrt{15}$

$=\dfrac{\sqrt{15}}{3}+1+10-\sqrt{15}=11-\dfrac{2\sqrt{15}}{3}$

따라서 $a=11$, $b=-\dfrac{2}{3}$이므로

$a+3b=11+3\times\left(-\dfrac{2}{3}\right)=11-2=9$

206 답 $-\dfrac{\sqrt{6}}{12}$

$\dfrac{2\sqrt{b}}{b\sqrt{a}}-\dfrac{3}{a}\sqrt{\dfrac{a}{b}}=\dfrac{2\sqrt{b}}{b\sqrt{a}}-\dfrac{3\sqrt{a}}{a\sqrt{b}}=\dfrac{2\sqrt{ab}}{ab}-\dfrac{3\sqrt{ab}}{ab}=-\dfrac{\sqrt{ab}}{ab}$
$=-\dfrac{\sqrt{24}}{24}=-\dfrac{\sqrt{6}}{12}$

207 답 ①

$A=\dfrac{2\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\dfrac{(2\sqrt{5}-\sqrt{3})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{15}-3}{3}$

$B=\dfrac{3\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\dfrac{(3\sqrt{3}+\sqrt{5})\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{3\sqrt{15}+5}{5}$

따라서 $A+B=\dfrac{19\sqrt{15}}{15}$, $A-B=\dfrac{\sqrt{15}-30}{15}$이므로

$\dfrac{A-B}{A+B}=\dfrac{\sqrt{15}-30}{15}\div\dfrac{19\sqrt{15}}{15}=\dfrac{\sqrt{15}-30}{15}\times\dfrac{15}{19\sqrt{15}}$

$=\dfrac{\sqrt{15}-30}{19\sqrt{15}}=\dfrac{1-2\sqrt{15}}{19}$

208 답 $-2\sqrt{2}-2\sqrt{6}$

$A=\sqrt{8}-\sqrt{3}(3\sqrt{6}-\sqrt{24})=2\sqrt{2}-\sqrt{3}(3\sqrt{6}-2\sqrt{6})$

$=2\sqrt{2}-\sqrt{18}=2\sqrt{2}-3\sqrt{2}=-\sqrt{2}$ …… ⓘ

$B=\dfrac{\sqrt{24}-3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}+\dfrac{2}{\sqrt{2}}(3\sqrt{3}-1)=\dfrac{2\sqrt{6}-3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}+\sqrt{2}(3\sqrt{3}-1)$

$=2\sqrt{2}-\sqrt{6}+3\sqrt{6}-\sqrt{2}=\sqrt{2}+2\sqrt{6}$ …… ⓘⓘ

$\therefore A-B=-\sqrt{2}-(\sqrt{2}+2\sqrt{6})=-\sqrt{2}-\sqrt{2}-2\sqrt{6}$

$=-2\sqrt{2}-2\sqrt{6}$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ A의 값 구하기	40 %
ⓘⓘ B의 값 구하기	40 %
ⓘⓘⓘ $A-B$의 값 구하기	20 %

209 답 ①

$\sqrt{m}+\sqrt{n}=\sqrt{108}=6\sqrt{3}$이고 m, n은 자연수이므로

$\sqrt{m}=p\sqrt{3}$, $\sqrt{n}=q\sqrt{3}$(p, q는 자연수) 꼴이다.

즉, 이 식을 만족시키는 순서쌍 $(\sqrt{m}, \sqrt{n})$은

$(\sqrt{3}, 5\sqrt{3})$, $(2\sqrt{3}, 4\sqrt{3})$, $(3\sqrt{3}, 3\sqrt{3})$, $(4\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$, $(5\sqrt{3}, \sqrt{3})$

따라서 순서쌍 (m, n)은

$(3, 75)$, $(12, 48)$, $(27, 27)$, $(48, 12)$, $(75, 3)$

이때 m, n은 두 자리의 자연수이므로 구하는 순서쌍의 개수는 3이다.

210 답 ⑤

$\sqrt{45}-2\sqrt{5}-a\sqrt{5}+\dfrac{1}{\sqrt{5}}=3\sqrt{5}-2\sqrt{5}-a\sqrt{5}+\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

$=\left(\dfrac{6}{5}-a\right)\sqrt{5}$

이 식이 유리수가 되려면 $\dfrac{6}{5}-a=0$이어야 하므로 $a=\dfrac{6}{5}$

211 답 ⑤

$\sqrt{2}(a+4\sqrt{2})-\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{6})=a\sqrt{2}+8-3-\sqrt{18}$

$=a\sqrt{2}+8-3-3\sqrt{2}$

$=5+(a-3)\sqrt{2}$

이 식이 유리수가 되려면 $a-3=0$이어야 하므로 $a=3$

212 답 ①

$A=\dfrac{9}{\sqrt{3}}(\sqrt{3}+\sqrt{8})=3\sqrt{3}(\sqrt{3}+2\sqrt{2})=9+6\sqrt{6}$

$B=\dfrac{a}{\sqrt{2}}(\sqrt{8}-4\sqrt{3})=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}(2\sqrt{2}-4\sqrt{3})=2a-2a\sqrt{6}$

$\therefore A-B=(9+6\sqrt{6})-(2a-2a\sqrt{6})$

$=9+6\sqrt{6}-2a+2a\sqrt{6}$

$=9-2a+(6+2a)\sqrt{6}$

$A-B$의 값이 유리수가 되려면 $6+2a=0$이어야 하므로

$2a=-6$ $\therefore a=-3$

213 답 ①

$(3\sqrt{2}+\sqrt{3})\div\sqrt{3}+\sqrt{a}(\sqrt{50}-\sqrt{2})$

$=(3\sqrt{2}+\sqrt{3})\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}+\sqrt{a}(5\sqrt{2}-\sqrt{2})$

$=\sqrt{6}+1+4\sqrt{2a}=9+\sqrt{6}$

이므로 $1+4\sqrt{2a}=9$ $\therefore \sqrt{2a}=2$

따라서 $\sqrt{2a}=\sqrt{4}$이므로 $2a=4$

$\therefore a=2$

214 답 ③

세 정사각형의 한 변의 길이는 차례로

$\sqrt{20}=2\sqrt{5}$(cm), $\sqrt{45}=3\sqrt{5}$(cm), $\sqrt{80}=4\sqrt{5}$(cm)

$\overline{AB}=2\sqrt{5}+3\sqrt{5}=5\sqrt{5}$(cm)

$\overline{BC}=3\sqrt{5}+4\sqrt{5}=7\sqrt{5}$(cm)

$\therefore \overline{AB}+\overline{BC}=5\sqrt{5}+7\sqrt{5}=12\sqrt{5}$(cm)

215 답 ④

(사다리꼴의 넓이)$=\dfrac{1}{2}\times(\sqrt{6}+\sqrt{8})\times x=\dfrac{1}{2}\times(\sqrt{6}+2\sqrt{2})\times x$

$=x\sqrt{2}+\dfrac{x}{2}\sqrt{6}$(cm^2)

(삼각형의 넓이)$=\dfrac{1}{2}\times(2+\sqrt{3})\times4\sqrt{2}=4\sqrt{2}+2\sqrt{6}$(cm^2)

이때 사다리꼴의 넓이와 삼각형의 넓이가 서로 같으므로

$x\sqrt{2}+\dfrac{x}{2}\sqrt{6}=4\sqrt{2}+2\sqrt{6}$

따라서 $x=4$, $\dfrac{x}{2}=2$이므로 $x=4$

216 답 $60\sqrt{3}$ cm^3

(상자의 밑면의 가로의 길이)$=\sqrt{147}-2\sqrt{3}=7\sqrt{3}-2\sqrt{3}=5\sqrt{3}$(cm)

(상자의 밑면의 세로의 길이)$=\sqrt{108}-2\sqrt{3}=6\sqrt{3}-2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$(cm)

이때 상자의 높이는 $\sqrt{3}$ cm이므로

(상자의 부피)$=5\sqrt{3}\times4\sqrt{3}\times\sqrt{3}=60\sqrt{3}$(cm^3)

217 답 ③

넓이가 24 cm^{2}인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{24}=2\sqrt{6}$(cm)

넓이가 150 cm^{2}인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{150}=5\sqrt{6}$(cm)

오른쪽 그림에서

(A의 둘레의 길이)

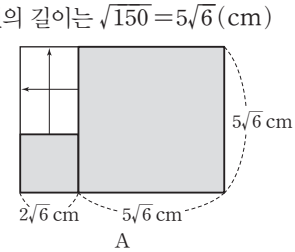
$=2\times\{(2\sqrt{6}+5\sqrt{6})+5\sqrt{6}\}$

$=2\times12\sqrt{6}=24\sqrt{6}$(cm)

이때 A의 둘레의 길이와 B의 둘레의 길이가 서로 같으므로

(B의 한 변의 길이)$=24\sqrt{6}\div4=6\sqrt{6}$(cm)

$\therefore$ (B의 넓이)$=(6\sqrt{6})^2=216$(cm^2)



218 답 $5-\sqrt{2}$

$\overline{AP}=\overline{AC}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $1+\sqrt{2}$

$\therefore a=1+\sqrt{2}$

$\overline{BQ}=\overline{BD}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $2-\sqrt{2}$

$\therefore b=2-\sqrt{2}$

$\therefore a+2b=(1+\sqrt{2})+2(2-\sqrt{2})=1+\sqrt{2}+4-2\sqrt{2}=5-\sqrt{2}$

219 답 $\sqrt{2}+2\sqrt{5}$

$\overline{AP}=\overline{AD}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $3-\sqrt{5}$

$\therefore a=3-\sqrt{5}$

$\overline{EQ}=\overline{EF}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $6+\sqrt{2}$

$\therefore b=6+\sqrt{2}$

$\therefore b-2a=(6+\sqrt{2})-2(3-\sqrt{5})=6+\sqrt{2}-6+2\sqrt{5}=\sqrt{2}+2\sqrt{5}$

220 답 $1+2\sqrt{5}$

$\overline{CP}=\overline{CA}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $2-\sqrt{5}$ …… ⅰ

$\overline{EQ}=\overline{ED}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $3+\sqrt{5}$ …… ⅱ

$\therefore \overline{PQ}=(3+\sqrt{5})-(2-\sqrt{5})=3+\sqrt{5}-2+\sqrt{5}=1+2\sqrt{5}$ …… ⅲ

채점 기준	
ⅰ 점 P에 대응하는 수 구하기	40 %
ⅱ 점 Q에 대응하는 수 구하기	40 %
ⅲ $\overline{PQ}$의 길이 구하기	20 %

221 답 ③

$\sqrt{6}(\sqrt{3}-\sqrt{2})x-\sqrt{3}>3\sqrt{2}x-1$에서

$\sqrt{18}x-\sqrt{12}x-\sqrt{3}>3\sqrt{2}x-1$

$3\sqrt{2}x-2\sqrt{3}x-3\sqrt{2}x>-1+\sqrt{3}$, $-2\sqrt{3}x>-1+\sqrt{3}$

$\therefore x<\dfrac{-1+\sqrt{3}}{-2\sqrt{3}}=\dfrac{(1-\sqrt{3})\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}-3}{6}$

이때 $1<\sqrt{3}<2$에서 $-2<\sqrt{3}-3<-1$이므로

$-\dfrac{1}{3}<\dfrac{\sqrt{3}-3}{6}<-\dfrac{1}{6}$

따라서 주어진 부등식을 만족시키는 정수 x의 값 중 가장 큰 수는 -1이다.

222 답 ④

세 정사각형 A, B, C의 넓이는 각각

$70\times\dfrac{1}{1+4+9}=5(\text{cm}^2)$, $70\times\dfrac{4}{1+4+9}=20(\text{cm}^2)$,

$70\times\dfrac{9}{1+4+9}=45(\text{cm}^2)$

이므로 세 정사각형 A, B, C의 한 변의 길이는 각각

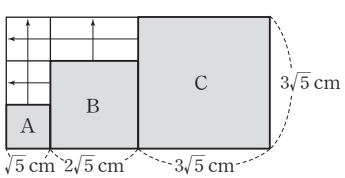
$\sqrt{5}$ cm, $\sqrt{20}=2\sqrt{5}$(cm), $\sqrt{45}=3\sqrt{5}$(cm)

따라서 오른쪽 그림에서

(도형의 둘레의 길이)

$=2\times\{(\sqrt{5}+2\sqrt{5}+3\sqrt{5})+3\sqrt{5}\}$

$=2\times9\sqrt{5}=18\sqrt{5}$(cm)



223 답 $2\sqrt{6}$ cm

오른쪽 그림과 같이 보조선을 그으면

(도형의 넓이)

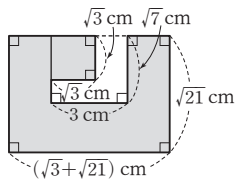
$=(\sqrt{3}+\sqrt{21})\sqrt{21}-3\times\sqrt{7}+\sqrt{3}\times\sqrt{3}$

$=\sqrt{63}+21-3\sqrt{7}+3$

$=3\sqrt{7}+21-3\sqrt{7}+3=24(\text{cm}^2)$

따라서 넓이가 24 cm^2인 정사각형의 한 변의 길이는

$\sqrt{24}=2\sqrt{6}$(cm)



224 답 ⑤

평면도는 넓이가 240 cm^2인 정사각형이므로 한 변의 길이는

$\sqrt{240}=4\sqrt{15}$(cm)이고, 방 A는 넓이가 60 cm^2인 정사각형이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{60}=2\sqrt{15}$(cm)이다.

주방의 가로의 길이는 $4\sqrt{15}-2\sqrt{15}=2\sqrt{15}$(cm)이고 넓이가 40 cm^2이므로

$40=2\sqrt{15}\times$(주방의 세로의 길이)

$\therefore$ (주방의 세로의 길이)$=\dfrac{40}{2\sqrt{15}}=\dfrac{20}{\sqrt{15}}=\dfrac{20\sqrt{15}}{15}=\dfrac{4\sqrt{15}}{3}$(cm)

이때 방 B의 세로의 길이와 주방의 세로의 길이가 서로 같으므로 욕실의 세로의 길이는

$4\sqrt{15}-2\sqrt{15}-\dfrac{4\sqrt{15}}{3}=\dfrac{2\sqrt{15}}{3}$(cm)

225 답 ①

$\overline{AP}=\overline{AD}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $2-\sqrt{5}$

$\therefore a=2-\sqrt{5}$

$\overline{AQ}=\overline{AB}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $2+\sqrt{5}$

$\therefore b=2+\sqrt{5}$

$\overline{AR}=\overline{AC}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$이므로 점 R에 대응하는 수는 $2+\sqrt{10}$

$\therefore c=2+\sqrt{10}$

$\therefore \sqrt{2}a-b+c=\sqrt{2}(2-\sqrt{5})-(2+\sqrt{5})+(2+\sqrt{10})$

$=2\sqrt{2}-\sqrt{10}-2-\sqrt{5}+2+\sqrt{10}$

$=2\sqrt{2}-\sqrt{5}$

226 답 ④

① $2\sqrt{6}-5=\sqrt{24}-\sqrt{25}<0$

$\therefore 2\sqrt{6}<5$

② $\sqrt{12}-(4-\sqrt{3})=2\sqrt{3}-4+\sqrt{3}=3\sqrt{3}-4=\sqrt{27}-\sqrt{16}>0$

$\therefore \sqrt{12}>4-\sqrt{3}$

③ $(4\sqrt{2}-2)-(3\sqrt{3}-2)=4\sqrt{2}-2-3\sqrt{3}+2$

$=4\sqrt{2}-3\sqrt{3}=\sqrt{32}-\sqrt{27}>0$

$\therefore 4\sqrt{2}-2>3\sqrt{3}-2$

④ $(5\sqrt{3}+\sqrt{6})-(3\sqrt{5}+\sqrt{6})=5\sqrt{3}+\sqrt{6}-3\sqrt{5}-\sqrt{6}$

$=5\sqrt{3}-3\sqrt{5}=\sqrt{75}-\sqrt{45}>0$

$\therefore 5\sqrt{3}+\sqrt{6}>3\sqrt{5}+\sqrt{6}$

⑤ $(6\sqrt{6}-4\sqrt{5})-(2\sqrt{5}+3\sqrt{6})=6\sqrt{6}-4\sqrt{5}-2\sqrt{5}-3\sqrt{6}$

$=3\sqrt{6}-6\sqrt{5}=\sqrt{54}-\sqrt{180}<0$

$\therefore 6\sqrt{6}-4\sqrt{5}<2\sqrt{5}+3\sqrt{6}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

227 답 ③

① $4-2\sqrt{5}=\sqrt{16}-\sqrt{20}<0$ $\therefore 4<2\sqrt{5}$

② $(\sqrt{5}-2)-(\sqrt{6}-2)=\sqrt{5}-2-\sqrt{6}+2=\sqrt{5}-\sqrt{6}<0$

$\therefore \sqrt{5}-2<\sqrt{6}-2$

③ $4\sqrt{3}-(\sqrt{75}-2)=4\sqrt{3}-(5\sqrt{3}-2)=4\sqrt{3}-5\sqrt{3}+2$

$=2-\sqrt{3}=\sqrt{4}-\sqrt{3}>0$

$\therefore 4\sqrt{3}>\sqrt{75}-2$

④ $(3\sqrt{2}-1)-(\sqrt{2}+2)=3\sqrt{2}-1-\sqrt{2}-2$

$=2\sqrt{2}-3=\sqrt{8}-\sqrt{9}<0$

$\therefore 3\sqrt{2}-1<\sqrt{2}+2$

⑤ $(\sqrt{2}-\sqrt{5})-(3\sqrt{5}-2\sqrt{2})=\sqrt{2}-\sqrt{5}-3\sqrt{5}+2\sqrt{2}$

$=3\sqrt{2}-4\sqrt{5}=\sqrt{18}-\sqrt{80}<0$

$\therefore \sqrt{2}-\sqrt{5}<3\sqrt{5}-2\sqrt{2}$

따라서 부등호의 방향이 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.

228 답 ②

$A-B=(4\sqrt{3}-1)-(3\sqrt{5}-1)=4\sqrt{3}-1-3\sqrt{5}+1$

$=4\sqrt{3}-3\sqrt{5}=\sqrt{48}-\sqrt{45}>0$

$\therefore A>B$

$A-C=(4\sqrt{3}-1)-(2\sqrt{3}+3)=4\sqrt{3}-1-2\sqrt{3}-3$

$=2\sqrt{3}-4=\sqrt{12}-\sqrt{16}<0$

$\therefore A<C$

$\therefore B<A<C$

229 답 $3\sqrt{6}+\sqrt{7}$

$(\sqrt{5}+\sqrt{6})-2\sqrt{5}=\sqrt{5}+\sqrt{6}-2\sqrt{5}=\sqrt{6}-\sqrt{5}>0$

$\therefore \sqrt{5}+\sqrt{6}>2\sqrt{5}$

$2\sqrt{5}-(3\sqrt{5}-\sqrt{7})=2\sqrt{5}-3\sqrt{5}+\sqrt{7}=\sqrt{7}-\sqrt{5}>0$

$\therefore 2\sqrt{5}>3\sqrt{5}-\sqrt{7}$

$\therefore 3\sqrt{5}-\sqrt{7}<2\sqrt{5}<\sqrt{5}+\sqrt{6}$ …… ⅰ

따라서 $m=\sqrt{5}+\sqrt{6}$, $n=3\sqrt{5}-\sqrt{7}$이므로 …… ⅱ

$3m-n=3(\sqrt{5}+\sqrt{6})-(3\sqrt{5}-\sqrt{7})$

$=3\sqrt{5}+3\sqrt{6}-3\sqrt{5}+\sqrt{7}=3\sqrt{6}+\sqrt{7}$ …… ⅲ

채점 기준	
ⅰ 세 수의 대소 비교하기	60 %
ⅱ m, n의 값 구하기	20 %
ⅲ $3m-n$의 값 구하기	20 %

230 답 ②

$-\sqrt{6}$, $\sqrt{24}-5$, $-10+\sqrt{6}$은 음수이고 $\sqrt{6}-2$, $\sqrt{54}+1$은 양수이다.

음수끼리 비교하면

$-\sqrt{6}-(\sqrt{24}-5)=-\sqrt{6}-2\sqrt{6}+5=5-3\sqrt{6}=\sqrt{25}-\sqrt{54}<0$

$\therefore -\sqrt{6}<\sqrt{24}-5$

$-\sqrt{6}-(-10+\sqrt{6})=-\sqrt{6}+10-\sqrt{6}=10-2\sqrt{6}$

$=\sqrt{100}-\sqrt{24}>0$

$\therefore -\sqrt{6}>-10+\sqrt{6}$

양수끼리 비교하면

$\sqrt{6}-2-(\sqrt{54}+1)=\sqrt{6}-2-3\sqrt{6}-1=-2\sqrt{6}-3<0$

$\therefore \sqrt{6}-2<\sqrt{54}+1$

따라서 크기가 작은 것부터 차례로 나열하면

$-10+\sqrt{6}$, $-\sqrt{6}$, $\sqrt{24}-5$, $\sqrt{6}-2$, $\sqrt{54}+1$

이므로 네 번째에 오는 수는 ②이다.

231 답 ③

$(\sqrt{5}+\sqrt{2})-(-1+\sqrt{5})=\sqrt{5}+\sqrt{2}+1-\sqrt{5}=\sqrt{2}+1>0$

$\therefore \sqrt{5}+\sqrt{2}>-1+\sqrt{5}$

$(\sqrt{5}+\sqrt{2})-(\sqrt{2}+3)=\sqrt{5}+\sqrt{2}-\sqrt{2}-3$

$=\sqrt{5}-3=\sqrt{5}-\sqrt{9}<0$

$\therefore \sqrt{5}+\sqrt{2}<\sqrt{2}+3$

이때 크기가 큰 것부터 차례로 나열하면

$\sqrt{2}+3$, $\sqrt{5}+\sqrt{2}$, $-1+\sqrt{5}$

$\therefore a=\sqrt{2}+3$, $b=\sqrt{5}+\sqrt{2}$, $c=-1+\sqrt{5}$

$b-c=(\sqrt{5}+\sqrt{2})-(-1+\sqrt{5})=\sqrt{2}+1$

$1<\sqrt{2}<2$에서 $2<\sqrt{2}+1<3$, $4<\sqrt{2}+3<5$

즉, $b-c=2.\times\times\times$, $a=4.\times\times\times$이므로 $b-c$와 a 사이에 있는 모든 정수는 3, 4이다.

따라서 구하는 합은 $3+4=7$

232 답 ⑤

$3\sqrt{6}=\sqrt{54}$에서 $7<\sqrt{54}<8$

따라서 $3\sqrt{6}$의 정수 부분은 7이므로

$x=7$, $y=3\sqrt{6}-7$

$\therefore 2x+y=2\times7+(3\sqrt{6}-7)=14+3\sqrt{6}-7=7+3\sqrt{6}$

233 답 $-7+2\sqrt{13}$

$3<\sqrt{13}<4$에서 $-4<-\sqrt{13}<-3$이므로

$1<5-\sqrt{13}<2$

따라서 $5-\sqrt{13}$의 정수 부분은 1이므로

$a=1$, $b=(5-\sqrt{13})-1=4-\sqrt{13}$

$\therefore a-2b=1-2(4-\sqrt{13})=1-8+2\sqrt{13}=-7+2\sqrt{13}$

234 답 ④

$5<\sqrt{32}<6$이므로 $\sqrt{32}$의 정수 부분은 5이다.

$\therefore f(32)=\sqrt{32}-5=4\sqrt{2}-5$

$4<\sqrt{18}<5$이므로 $\sqrt{18}$의 정수 부분은 4이다.

$\therefore f(18)=\sqrt{18}-4=3\sqrt{2}-4$

$\therefore f(32)-f(18)=(4\sqrt{2}-5)-(3\sqrt{2}-4)$

$=4\sqrt{2}-5-3\sqrt{2}+4=-1+\sqrt{2}$

235 답 ③

$f(n)=4$이므로 $\sqrt{n}$의 정수 부분은 4이다.

즉, $4\le\sqrt{n}<5$에서 $\sqrt{16}\le\sqrt{n}<\sqrt{25}$이므로 $16\le n<25$

따라서 이를 만족시키는 자연수 n은 16, 17, 18, …, 24의 9개이다.

236 답 ③

$2<\sqrt{5}<3$에서 $-3<-\sqrt{5}<-2$이므로

$12<15-\sqrt{5}<13$

$15-\sqrt{5}$의 정수 부분이 12이므로

$a=(15-\sqrt{5})-12=3-\sqrt{5}$ ····· ㉠

$11<\sqrt{125}<12$이므로 $\sqrt{125}$의 정수 부분은 11이다.

따라서 $\sqrt{125}$의 소수 부분은 $\sqrt{125}-11=5\sqrt{5}-11$

이때 ㉠에서 $\sqrt{5}=3-a$이므로

$5\sqrt{5}-11=5(3-a)-11=15-5a-11=4-5a$

237 답 ②

$\sqrt{5x}$의 정수 부분이 14 이하가 되려면 $\sqrt{5x}<15$이어야 한다.

즉, $\sqrt{5x}<\sqrt{225}$이므로 $5x<225$

$\therefore x<45$

따라서 이를 만족시키는 자연수 x의 개수는 44이다.

238 답 ①

$$\sqrt{5}(2\sqrt{5}+2)-\sqrt{60}\div\frac{\sqrt{3}}{2}=10+2\sqrt{5}-2\sqrt{15}\times\frac{2}{\sqrt{3}}$$
$$=10+2\sqrt{5}-4\sqrt{5}$$
$$=10-2\sqrt{5}$$

$2\sqrt{5}=\sqrt{20}$에서 $4<\sqrt{20}<5$이므로

$-5<-\sqrt{20}<-4$ $\therefore 5<10-\sqrt{20}<6$

따라서 $10-\sqrt{20}$의 정수 부분은 5이므로 소수 부분은

$(10-\sqrt{20})-5=5-2\sqrt{5}$

최고수준 도전 기출 50~51쪽

239 답 $\frac{24\sqrt{5}}{5}$

전략 정사각형의 넓이를 이용하여 사다리꼴의 높이를 구한 후 사다리꼴의 넓이와 윗변, 아랫변의 길이의 비를 이용하여 두 변의 길이를 구한다.

정사각형의 한 변의 길이를 x라 하면 넓이가 180이므로 $x^2=180$

이때 $x>0$이므로 $x=6\sqrt{5}$

즉, 사다리꼴의 높이가 $6\sqrt{5}$이므로 윗변, 아랫변의 길이를 각각 $3a$, $7a(a>0)$라 하면

$\frac{1}{2}\times(3a+7a)\times6\sqrt{5}=180$, $30\sqrt{5}a=180$

$\therefore a=\frac{180}{30\sqrt{5}}=\frac{6\sqrt{5}}{5}$

따라서 사다리꼴의 윗변의 길이와 아랫변의 길이의 차는

$7a-3a=4a=4\times\frac{6\sqrt{5}}{5}=\frac{24\sqrt{5}}{5}$

240 답 ③

전략 $f(x)$를 간단히 한 후 주어진 식에 대입하여 약분되는 수를 찾는다.

$f(x)=\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}=\frac{x-1}{\sqrt{x}}$이므로

$f(2)=\frac{1}{\sqrt{2}}$, $f(3)=\frac{2}{\sqrt{3}}$, $f(4)=\frac{3}{\sqrt{4}}$, …, $f(10)=\frac{9}{\sqrt{10}}$

$\therefore f(2)\times f(3)\times f(4)\times\cdots\times f(10)$

$$=\frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{2}{\sqrt{3}}\times\frac{3}{\sqrt{4}}\times\cdots\times\frac{9}{\sqrt{10}}$$
$$=\frac{1\times2\times3\times\cdots\times9}{\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{4}\times\cdots\times\sqrt{10}}$$
$$=\frac{\sqrt{1^2\times2^2\times3^2\times\cdots\times9^2}}{\sqrt{2\times3\times4\times\cdots\times10}}=\sqrt{\frac{1^2\times2^2\times3^2\times\cdots\times9^2}{2\times3\times4\times\cdots\times10}}$$
$$=\sqrt{\frac{2\times3\times4\times\cdots\times9}{10}}=\sqrt{3\times4\times6\times7\times8\times9}$$
$$=\sqrt{3\times2^2\times(2\times3)\times7\times2^3\times3^2}=\sqrt{2^6\times3^4\times7}$$
$$=2^3\times3^2\times\sqrt{7}=72\sqrt{7}$$

241 답 ②

전략 $\overline{OA}=\sqrt{48}$, $\overline{OB}=\sqrt{x}$, $\overline{OC}=\sqrt{108}$을 이용하여 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$를 x에 대한 식으로 나타낸 후 x의 값을 구한다.

$\overline{AB}=\overline{OB}-\overline{OA}=\sqrt{x}-\sqrt{48}=\sqrt{x}-4\sqrt{3}$

$\overline{BC}=\overline{OC}-\overline{OB}=\sqrt{108}-\sqrt{x}=6\sqrt{3}-\sqrt{x}$

이때 $\overline{AB}=\overline{BC}$이므로 $\sqrt{x}-4\sqrt{3}=6\sqrt{3}-\sqrt{x}$

$2\sqrt{x}=10\sqrt{3}$, $\sqrt{x}=5\sqrt{3}$

따라서 $\sqrt{x}=\sqrt{75}$이므로 $x=75$

242 답 $-\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

전략 두 일차방정식의 해가 서로 같으므로 첫 번째 방정식의 해를 구한 후 나머지 방정식에 대입하여 k의 값을 구한다.

$2\sqrt{3}x+3\sqrt{2}=\sqrt{3}x+2\sqrt{3}$에서 $\sqrt{3}x=2\sqrt{3}-3\sqrt{2}$

$\therefore x=\frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=2-\sqrt{6}$

$\sqrt{6}(x+1)-(k-6)=\sqrt{2}(x-1)+3\sqrt{6}$에 $x=2-\sqrt{6}$을 대입하면

$\sqrt{6}(2-\sqrt{6}+1)-(k-6)=\sqrt{2}(2-\sqrt{6}-1)+3\sqrt{6}$

$3\sqrt{6}-6-k+6=\sqrt{2}-2\sqrt{3}+3\sqrt{6}$

$\therefore k=-\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

243 답 ④

전략 두 일차방정식의 그래프의 교점의 좌표를 이용하여 a의 값을 구한 후 두 그래프의 x절편을 각각 찾아 두 그래프와 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이 b를 구한다.

두 그래프의 교점의 좌표가 $(1, -2)$이므로 $\sqrt{3}x-2y=a$에 $x=1$, $y=-2$를 대입하면

$\sqrt{3}-2\times(-2)=a$ $\therefore a=4+\sqrt{3}$

이때 $\sqrt{3}x-2y=4+\sqrt{3}$의 x절편은

$\frac{4+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{(4+\sqrt{3})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{3}+3}{3}$

$4x+y=2$의 x절편은 $\frac{1}{2}$

따라서 두 그래프와 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이는

$b=\frac{1}{2}\times\left(\frac{4\sqrt{3}+3}{3}-\frac{1}{2}\right)\times2=\frac{8\sqrt{3}+6-3}{6}=\frac{3+8\sqrt{3}}{6}$

$\therefore a+6b=(4+\sqrt{3})+6\times\frac{3+8\sqrt{3}}{6}=4+\sqrt{3}+3+8\sqrt{3}$

$=7+9\sqrt{3}$

244 답 $(16+24\sqrt{2})$ cm

전략 각 변의 중점을 연결하여 만든 정사각형의 넓이는 이전 정사각형의 넓이의 $\frac{1}{2}$임을 이용하여 한 변의 길이를 구한다.

한 변의 길이가 8 cm인 정사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 정사각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 8^2=32(\text{cm}^2)$

이때 이 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{32}=4\sqrt{2}(\text{cm})$

같은 방법으로 하면 새롭게 만든 나머지 2개의 정사각형의 넓이는 각각 $\frac{1}{2}\times 32=16(\text{cm}^2)$, $\frac{1}{2}\times 16=8(\text{cm}^2)$이고,

각 정사각형의 한 변의 길이는 각각

$\sqrt{16}=4(\text{cm})$, $\sqrt{8}=2\sqrt{2}(\text{cm})$

따라서 어두운 부분의 둘레의 길이의 합은 새롭게 만든 3개의 정사각형의 둘레의 길이의 합과 같으므로

$4\times(4\sqrt{2}+4+2\sqrt{2})=4\times(4+6\sqrt{2})=16+24\sqrt{2}(\text{cm})$

245 답 20

전략 두 정사각형을 겹칠 때 생기는 교점이 왼쪽 정사각형의 한 변의 중점임을 이용하여 겹치는 부분인 정사각형의 한 변의 길이를 구한다.

네 정사각형의 한 변의 길이는 왼쪽부터 차례로

$\sqrt{2}$ cm, $\sqrt{5}$ cm, $\sqrt{8}=2\sqrt{2}(\text{cm})$, $\sqrt{18}=3\sqrt{2}(\text{cm})$

겹치는 부분인 세 정사각형의 한 변의 길이는 왼쪽부터 차례로

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ cm, $\frac{\sqrt{5}}{2}$ cm, $\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}(\text{cm})$

∴ (도형의 둘레의 길이)

=(처음 네 정사각형의 둘레의 길이)

−(겹치는 부분인 세 정사각형의 둘레의 길이)

$=4\times(\sqrt{2}+\sqrt{5}+2\sqrt{2}+3\sqrt{2})-4\times\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}+\sqrt{2}\right)$

$=4\times(6\sqrt{2}+\sqrt{5})-4\times\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$

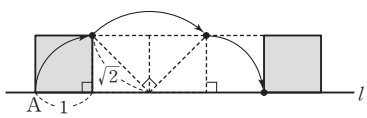
$=24\sqrt{2}+4\sqrt{5}-6\sqrt{2}-2\sqrt{5}$

$=18\sqrt{2}+2\sqrt{5}(\text{cm})$

따라서 $a=18$, $b=2$이므로 $a+b=18+2=20$

246 답 ⑤

전략 정사각형이 굴러갈 때 점 A는 부채꼴의 호를 그리므로 호의 길이를 이용하여 움직인 거리를 구한다.



위의 그림에서 점 A가 움직인 거리는 중심각의 크기가 90°인 세 부채꼴의 호의 길이의 합과 같으므로

(점 A가 움직인 거리)

$=2\pi\times 1\times\frac{90}{360}+2\pi\times\sqrt{1^2+1^2}\times\frac{90}{360}+2\pi\times 1\times\frac{90}{360}$

$=\frac{1}{2}\pi+\frac{\sqrt{2}}{2}\pi+\frac{1}{2}\pi$

$=\frac{2+\sqrt{2}}{2}\pi$

03 다항식의 곱셈

난이도별 필수 기출 54~67쪽

247 답 ①

$(x+3y)(-2x-y)=-2x^2-xy-6xy-3y^2$

$=-2x^2-7xy-3y^2$

248 답 ④

$(3x-2y)(5x+4y)$에서 xy항이 나오는 부분만 전개하면

$3x\times 4y+(-2y)\times 5x=12xy-10xy=2xy$

따라서 xy의 계수는 2이다.

249 답 ①

$(x+2y)(2x-y-3)=2x^2-xy-3x+4xy-2y^2-6y$

$=2x^2+3xy-3x-2y^2-6y$

따라서 $a=3$, $b=-2$, $c=-6$이므로

$a+b+c=3+(-2)+(-6)=-5$

250 답 $12ab+5b^2$

$(2a+b)(2b-3a)-(-3a-b)(3b+2a)$

$=4ab-6a^2+2b^2-3ab-(-9ab-6a^2-3b^2-2ab)$

$=4ab-6a^2+2b^2-3ab+9ab+6a^2+3b^2+2ab$

$=12ab+5b^2$

251 답 ②

$(x-2y)(Ax+3y)=Ax^2+3xy-2Axy-6y^2$

$=Ax^2+(-2A+3)xy-6y^2$

$=4x^2+Bxy-6y^2$

이므로 $A=4$, $-2A+3=B$

따라서 $A=4$, $B=-2\times 4+3=-5$이므로

$AB=4\times(-5)=-20$

252 답 ③

$(x-y-1)(3x-2y-5)$에서 xy항이 나오는 부분만 전개하면

$x\times(-2y)+(-y)\times 3x=-2xy-3xy=-5xy$ ∴ $a=-5$

$(x-y-1)(3x-2y-5)$에서 상수항이 나오는 부분만 전개하면

$-1\times(-5)=5$ ∴ $b=5$

∴ $a+b=-5+5=0$

253 답 ①

$(x-3y+2)(2x+ay-4)$에서 xy항이 나오는 부분만 전개하면

$x\times ay+(-3y)\times 2x=axy-6xy=(a-6)xy$

$(x-3y+2)(2x+ay-4)$에서 상수항이 나오는 부분만 전개하면

$2\times(-4)=-8$

이때 xy의 계수와 상수항이 같으므로

$a-6=-8$ ∴ $a=-2$

254 답 4

$(x+2)(ax+5)$에서 x항이 나오는 부분만 전개하면

$x\times5+2\times ax=5x+2ax=(2a+5)x$

이때 x의 계수가 12이므로 $2a+5=12$ $\therefore a=\frac{7}{2}$ …… ⓘ

$(x-a)(3x+b)$에서 상수항이 나오는 부분만 전개하면

$-a\times b=-ab$

이때 상수항이 -14이므로 $-ab=-14$

$-\frac{7}{2}b=-14$ $\therefore b=4$ …… ⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ a의 값 구하기	50 %
ⓘⓘ b의 값 구하기	50 %

255 답 58

$(2x+a)(bx-4)$에서 x항이 나오는 부분만 전개하면

$2x\times(-4)+a\times bx=-8x+abx=(ab-8)x$

이때 x의 계수가 13이므로 $ab-8=13$ $\therefore ab=21$

그런데 a, b는 한 자리의 자연수이므로

$a=3$, $b=7$ 또는 $a=7$, $b=3$

$\therefore a^2+b^2=58$

256 답 ⑤

$(4x+3)^2=16x^2+24x+9$

257 답 ②

$(5x-y)^2=25x^2-10xy+y^2$

따라서 xy의 계수는 -10이다.

258 답 ③

① $(x+1)^2=x^2+2x+1$

② $(2x-1)^2=4x^2-4x+1$

③ $(-x-2)^2=(x+2)^2=x^2+4x+4$

④ $(x-3y)^2=x^2-6xy+9y^2$

⑤ $\left(\frac{1}{2}x-3y\right)^2=\frac{1}{4}x^2-3xy+9y^2$

따라서 옳은 것은 ③이다.

259 답 ④

$(5x-3)(2x+5)=10x^2+(25-6)x-15$

$=10x^2+19x-15$

따라서 $a=10$, $b=19$, $c=-15$이므로

$a+b-c=10+19-(-15)=44$

260 답 ⑤

$(x+2)(x+4)-(x+1)(x-3)=x^2+6x+8-(x^2-2x-3)$

$=x^2+6x+8-x^2+2x+3$

$=8x+11$

261 답 ②

$(x+a)^2=x^2+2ax+a^2$

$=x^2+bx+9$

이므로 $2a=b$, $a^2=9$

이때 $a>0$이므로 $a=3$, $b=2\times3=6$

$\therefore a-b=3-6=-3$

262 답 −5

$(3x-a)^2=9x^2-6ax+a^2$

$=9x^2+bx+49$

이므로 $-6a=b$, $a^2=49$

이때 $a>0$이므로

$a=7$, $b=-6\times7=-42$ …… ⓘ

$(cx-2)^2=c^2x^2-4cx+4$

$=dx^2-20x+4$

이므로 $c^2=d$, $-4c=-20$

$\therefore c=5$, $d=5^2=25$ …… ⓘⓘ

$\therefore a+b+c+d=7+(-42)+5+25=-5$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ a, b의 값 구하기	40 %
ⓘⓘ c, d의 값 구하기	40 %
ⓘⓘⓘ $a+b+c+d$의 값 구하기	20 %

263 답 ④

$\left(-\frac{1}{2}x-1\right)^2=\left\{-\frac{1}{2}(x+2)\right\}^2=\frac{1}{4}(x+2)^2$

따라서 전개식이 같은 것은 ④이다.

264 답 ②, ④

ㄱ. $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

ㄴ. $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

ㄷ. $-(a-b)^2=-a^2+2ab-b^2$

ㄹ. $-(a+b)^2=-a^2-2ab-b^2$

ㅁ. $(-a-b)^2=(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

ㅂ. $(b-a)^2=(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

따라서 전개한 결과가 같은 것끼리 짝 지은 것은 ㄱ과 ㅁ, ㄴ과 ㅂ이다.

265 답 ②

② $(-7+x)(-7-x)=(-7)^2-x^2=49-x^2$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

266 답 ③

$(3x-a)(a+3x)=(3x-a)(3x+a)$

$=9x^2-a^2=bx^2-4$

이므로 $9=b$, $a^2=4$

이때 $a>0$이므로 $a=2$, $b=9$

$\therefore b-a=9-2=7$

267 답 17

$\left(\frac{3}{2}a+\frac{1}{3}b\right)\left(\frac{3}{2}a-\frac{1}{3}b\right)=\left(\frac{3}{2}a\right)^2-\left(\frac{1}{3}b\right)^2$

$=\frac{9}{4}a^2-\frac{1}{9}b^2$

$=\frac{9}{4}\times 8-\frac{1}{9}\times 9$

$=18-1=17$

268 답 ⑤

⑤ $(2x+3)(3x-4)=6x^2+(-8+9)x-12$

$=6x^2+x-12$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

269 답 ④

$(-x+2)^2+(3x+1)(2x-3)$

$=x^2-4x+4+6x^2+(-9+2)x-3$

$=x^2-4x+4+6x^2-7x-3$

$=7x^2-11x+1$

270 답 ④

$(x+a)(x-2)=x^2+(a-2)x-2a$

$=x^2+bx-10$

이므로 $a-2=b$, $-2a=-10$

따라서 $a=5$, $b=5-2=3$이므로

$a+b=5+3=8$

271 답 ②

$(Ax+2)(2x+B)=2Ax^2+(AB+4)x+2B$

$=6x^2+Cx-6$

이므로 $2A=6$, $AB+4=C$, $2B=-6$

$\therefore A=3$, $B=-3$, $C=3\times(-3)+4=-5$

272 답 ①

$(4x+a)(x-3)=4x^2+(-12+a)x-3a$

이때 상수항 $-3a$가 x의 계수 $-12+a$보다 8만큼 작으므로

$-3a=(-12+a)-8$, $4a=20$ $\therefore a=5$

273 답 ②

① $(x+3)(x-7)=x^2-4x-\boxed{21}$

② $(-3x+4y)^2=9x^2-\boxed{24}xy+16y^2$

③ $(-2x-3)^2=4x^2+12x+\boxed{9}$

④ $\left(\frac{3}{5}a+2b\right)\left(\frac{3}{5}a-2b\right)=\boxed{\frac{9}{25}}a^2-4b^2$

⑤ $(x+5y)(2x-7y)=2x^2+(-7+10)x-35y^2$

$=2x^2+\boxed{3}xy-35y^2$

따라서 □ 안에 알맞은 수가 가장 큰 것은 ②이다.

274 답 ④

민준이가 전개한 식은

$(x+A)(x+2)=x^2+(A+2)x+2A=x^2+8x+B$

이므로 $A+2=8$, $2A=B$

$\therefore A=6$, $B=2\times 6=12$

송이가 전개한 식은

$(x-2)(Cx+1)=Cx^2+(1-2C)x-2=Cx^2+7x-2$

이므로 $1-2C=7$

$2C=-6$ $\therefore C=-3$

$\therefore A+B+C=6+12+(-3)=15$

275 답 ③

$(a-1)(a+1)(a^2+1)(a^4+1)=(a^2-1)(a^2+1)(a^4+1)$

$=(a^4-1)(a^4+1)$

$=a^8-1$

따라서 □ 안에 알맞은 수는 8이다.

276 답 ②

$(5x+y)^2-(2x-y)(2x+y)$

$=25x^2+10xy+y^2-(4x^2-y^2)$

$=25x^2+10xy+y^2-4x^2+y^2$

$=21x^2+10xy+2y^2$

따라서 x^2의 계수는 $p=21$, y^2의 계수는 $q=2$이므로

$p-q=21-2=19$

277 답 ①

$(x+4)(x-2)-(x-a)^2$

$=x^2+2x-8-(x^2-2ax+a^2)$

$=x^2+2x-8-x^2+2ax-a^2$

$=(2a+2)x-a^2-8$

이때 x의 계수가 4이므로

$2a+2=4$, $2a=2$ $\therefore a=1$

278 답 ⑤

$x+2y=A$로 놓으면

$(x+2y-3)(x+2y+3)=(A-3)(A+3)$

$=A^2-9$

$=(x+2y)^2-9$

$=x^2+4xy+4y^2-9$

279 답 ③

$a+b=A$로 놓으면

$(a+b-4)^2=(A-4)^2$

$=A^2-8A+16$

$=(a+b)^2-8(a+b)+16$

$=a^2+2ab+b^2-8a-8b+16$

$\therefore \square=-8a-8b+16$

280 답 ②

$(x+3)(x+5)(x-2)(x-4)=(x+3)(x-2)(x+5)(x-4)$

$=(x^2+x-6)(x^2+x-20)$

$x^2+x=A$로 놓으면

$(A-6)(A-20)=A^2-26A+120$

$=(x^2+x)^2-26(x^2+x)+120$

$=x^4+2x^3+x^2-26x^2-26x+120$

$=x^4+2x^3-25x^2-26x+120$

따라서 x^3의 계수는 2, x^2의 계수는 -25이므로
$2+(-25)=-23$

281 답 17

$(1-x)(1+x)(1+x^2)(1+x^4)(1+x^8)$
$=(1-x^2)(1+x^2)(1+x^4)(1+x^8)$
$=(1-x^4)(1+x^4)(1+x^8)$
$=(1-x^8)(1+x^8)$
$=1-x^{16}$ ····· ⓘ
따라서 $a=1$, $b=16$이므로 ····· ⓘⓘ
$a+b=1+16=17$ ····· ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 주어진 식의 좌변을 정리하기	70%
ⓘⓘ a, b의 값 구하기	20%
ⓘⓘⓘ $a+b$의 값 구하기	10%

282 답 ③

$(x+A)(x+B)=x^2+(A+B)x+AB$
$=x^2+Cx-15$
이므로 $A+B=C$, $AB=-15$
이때 $AB=-15$를 만족시키는 정수 A, B의 순서쌍 (A, B)는
$(-1, 15)$, $(-3, 5)$, $(-5, 3)$, $(-15, 1)$,
$(1, -15)$, $(3, -5)$, $(5, -3)$, $(15, -1)$
이므로 $C=A+B$의 값은
$(-1, 15)$, $(15, -1)$일 때, $C=14$
$(-3, 5)$, $(5, -3)$일 때, $C=2$
$(-5, 3)$, $(3, -5)$일 때, $C=-2$
$(-15, 1)$, $(1, -15)$일 때, $C=-14$
따라서 C의 값이 될 수 없는 것은 ③이다.

283 답 $12x^2+17x-5$

$(4x+a)(5x+3)=20x^2+(12+5a)x+3a$
$=20x^2+7x-3$
이므로 $12+5a=7$, $3a=-3$ $\therefore a=-1$ ····· ⓘ
따라서 바르게 전개한 식은
$(4x-1)(3x+5)=12x^2+(20-3)x-5$
$=12x^2+17x-5$ ····· ⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ a의 값 구하기	60%
ⓘⓘ 바르게 전개한 식 구하기	40%

284 답 ②

$(x+a)(x-4)=x^2+(a-4)x-4a$
$=x^2+bx-28$
이므로 $a-4=b$, $-4a=-28$
$\therefore a=7$, $b=7-4=3$
이때 주어진 직각삼각형의 빗변의 길이는
$a+b=7+3=10$
이고, 밑변의 길이는
$a-b=7-3=4$
이므로 피타고라스 정리에 의하여 높이는
$\sqrt{10^2-4^2}=\sqrt{100-16}=\sqrt{84}=2\sqrt{21}$
따라서 구하는 직각삼각형의 넓이는
$\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{21}=4\sqrt{21}$

285 답 $x-42$

세 쌍의 마주 보는 면에 적힌 두 일차식의 곱은 각각
$(-1-3x)(-1+3x)=1-9x^2$
$(4x+5)(2x-3)=8x^2+(-12+10)x-15$
$=8x^2-2x-15$
$(x+7)(x-4)=x^2+3x-28$
$\therefore A+B+C=(1-9x^2)+(8x^2-2x-15)+(x^2+3x-28)$
$=x-42$

286 답 ②

어두운 부분은 가로의 길이가 $a-b$이고, 세로의 길이가 $a+b$인 직사각형이므로
(어두운 부분의 넓이)$=(a-b)(a+b)=a^2-b^2$

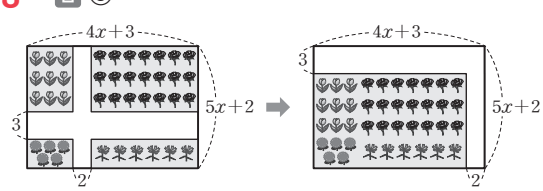
287 답 ⑤

$\overline{ED}=\overline{DC}=\overline{AB}=3a-1$이므로
$\overline{GH}=\overline{AE}=\overline{AD}-\overline{ED}=(4a+1)-(3a-1)=a+2$
이때 $\overline{AG}=\overline{GH}=a+2$이므로
$\overline{GB}=\overline{AB}-\overline{AG}=(3a-1)-(a+2)=2a-3$
$\therefore \square GBFH=(a+2)(2a-3)=2a^2+a-6$

288 답 ⑤

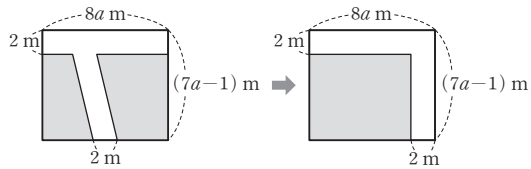
(직육면체의 겉넓이)
$=2\{(3a-1)(2a+3)+(2a+3)(3a+1)+(3a-1)(3a+1)\}$
$=2\{(6a^2+7a-3)+(6a^2+11a+3)+(9a^2-1)\}$
$=2(21a^2+18a-1)$
$=42a^2+36a-2$
참고 (직육면체의 겉넓이)=(여섯 면의 넓이의 합)
=(합동인 세 면의 넓이의 합)$\times2$

289 답 ③



$\therefore$ (길을 제외한 꽃밭의 넓이)$=\{(4x+3)-2\}\{(5x+2)-3\}$
$=(4x+1)(5x-1)$
$=20x^2+x-1$
따라서 $a=20$, $b=1$, $c=-1$이므로
$ab+c=20\times1+(-1)=19$

290 답 ③

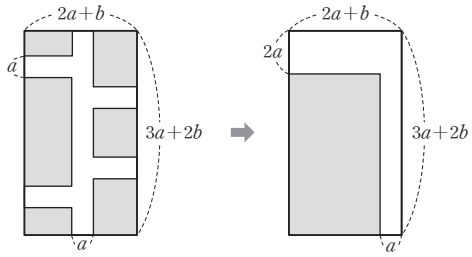


∴ (길을 제외한 땅의 넓이)$=(8a-2)\{(7a-1)-2\}$

$=(8a-2)(7a-3)$

$=56a^2-38a+6(\mathrm{m}^2)$

291 답 ①



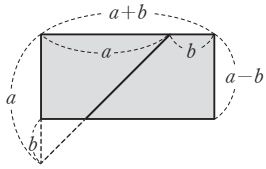
∴ (길을 제외한 땅의 넓이)$=\{(2a+b)-a\}\{(3a+2b)-2a\}$

$=(a+b)(a+2b)$

$=a^2+3ab+2b^2$

292 답 a^2-b^2

새로 만든 직사각형은 다음 그림과 같다.



∴ (직사각형의 넓이)$=(a+b)(a-b)$

$=a^2-b^2$

293 답 $a^2-8ab+8b^2$

$A=(a+2b)^2-4\times2b\times a$

$=a^2+4ab+4b^2-8ab$

$=a^2-4ab+4b^2$

$B=2b(a+2b+a)-4\times2b\times a$

$=4ab+4b^2-8ab$

$=-4ab+4b^2$

∴ $A+B=(a^2-4ab+4b^2)+(-4ab+4b^2)$

$=a^2-8ab+8b^2$

294 답 ⑤

① $97^2=(100-3)^2$ ➡ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

② $101^2=(100+1)^2$ ➡ $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

③ $53\times47=(50+3)(50-3)$ ➡ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

④ $4.9\times5.1=(5-0.1)(5+0.1)$ ➡ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

⑤ $101\times102=(100+1)(100+2)$

➡ $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

따라서 주어진 곱셈 공식을 이용하여 계산하면 가장 편리한 것은 ⑤이다.

295 답 ⑤

$\dfrac{603^2-9}{600}=\dfrac{(600+\boxed{3})^2-9}{600}$

$=\dfrac{(600^2+2\times600\times3+3^2)-9}{600}$

$=\dfrac{600^2+2\times600\times\boxed{3}}{600}$

$=\dfrac{600^2}{600}+\dfrac{\boxed{6}\times600}{600}=600+\boxed{6}=\boxed{606}$

따라서 □ 안에 알맞은 수로 옳지 않은 것은 ⑤이다.

296 답 ④

$86\times94-89^2=(90-4)(90+4)-(90-1)^2$

$=(90^2-4^2)-(90^2-2\times90\times1+1^2)$

$=8100-16-8100+180-1=163$

297 답 ②

$2023\times2031+16=(2027-4)(2027+4)+16$

$=2027^2-4^2+16=2027^2$

따라서 구하는 자연수는 2027이다.

298 답 2

$(2\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})$

$=2\times(\sqrt{2})^2+(-2+1)\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}-(\sqrt{3})^2$

$=4-\sqrt{6}-3=1-\sqrt{6}$

따라서 $a=1$, $b=-1$이므로

$a-b=1-(-1)=2$

299 답 ④

$(2-\sqrt{3})(a+2\sqrt{3})=2a+(4-a)\sqrt{3}-6$

$=2a-6+(4-a)\sqrt{3}$

이 식이 유리수가 되려면 $4-a=0$이어야 하므로 $a=4$

300 답 72

$A=(4-\sqrt{6})^2=16-8\sqrt{6}+6=22-8\sqrt{6}$ …… ⅰ

$B=(1+2\sqrt{6})^2=1+4\sqrt{6}+24=25+4\sqrt{6}$ …… ⅱ

∴ $A+2B=(22-8\sqrt{6})+2(25+4\sqrt{6})$

$=22-8\sqrt{6}+50+8\sqrt{6}=72$ …… ⅲ

채점 기준	
ⅰ A의 값 구하기	40 %
ⅱ B의 값 구하기	40 %
ⅲ $A+2B$의 값 구하기	20 %

301 답 ①

$\overline{AP}=\overline{AD}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$이므로

점 P에 대응하는 수는 $2-\sqrt{5}$

$\overline{AQ}=\overline{AB}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$이므로

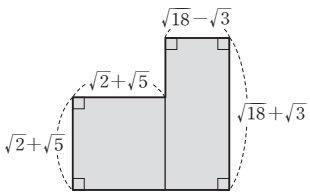
점 Q에 대응하는 수는 $2+\sqrt{5}$

따라서 두 수의 곱은

$(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})=4-5=-1$

302 답 $22+2\sqrt{10}$

오른쪽 그림과 같이 한 개의 정사각형과 한 개의 직사각형으로 나누면



(도형의 넓이)
=(정사각형의 넓이)
+(직사각형의 넓이)
$=(\sqrt{2}+\sqrt{5})^2+(\sqrt{18}-\sqrt{3})(\sqrt{18}+\sqrt{3})$
$=(2+2\sqrt{10}+5)+(18-3)$
$=22+2\sqrt{10}$

303 답 ③

$(\sqrt{3}+2)^3(\sqrt{3}-2)^4=(\sqrt{3}+2)^3(\sqrt{3}-2)^3(\sqrt{3}-2)$
$=\{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)\}^3(\sqrt{3}-2)$
$=(3-4)^3(\sqrt{3}-2)$
$=-(\sqrt{3}-2)=2-\sqrt{3}$

따라서 $a=2$, $b=-1$이므로
$a+b=2+(-1)=1$

304 답 ②

$3001^2-6001=(3000+1)^2-6001$
$=(3000^2+2\times3000\times1+1^2)-6001$
$=3000^2+6000+1-6001$
$=3000^2$
$=(3\times10^3)^2$
$=9\times10^6$

따라서 $a=9$, $n=6$이므로
$a+n=9+6=15$

305 답 ⑤

$2-1=1$이므로
$(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$
$=(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$
$=(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$
$=(2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)$
$=(2^8-1)(2^8+1)$
$=2^{16}-1$
$\therefore a=16$

306 답 ①

$\dfrac{2}{3\sqrt{2}-4}=\dfrac{2(3\sqrt{2}+4)}{(3\sqrt{2}-4)(3\sqrt{2}+4)}$
$=\dfrac{6\sqrt{2}+8}{18-16}$
$=\dfrac{6\sqrt{2}+8}{2}=4+3\sqrt{2}$

따라서 $a=4$, $b=3$이므로
$a+b=4+3=7$

307 답 ③

$\dfrac{5-\sqrt{3}}{5+\sqrt{3}}-\dfrac{5+\sqrt{3}}{5-\sqrt{3}}$
$=\dfrac{(5-\sqrt{3})^2}{(5+\sqrt{3})(5-\sqrt{3})}-\dfrac{(5+\sqrt{3})^2}{(5-\sqrt{3})(5+\sqrt{3})}$
$=\dfrac{25-10\sqrt{3}+3}{25-3}-\dfrac{25+10\sqrt{3}+3}{25-3}$
$=\dfrac{28-10\sqrt{3}}{22}-\dfrac{28+10\sqrt{3}}{22}$
$=\dfrac{28-10\sqrt{3}-28-10\sqrt{3}}{22}=\dfrac{-20\sqrt{3}}{22}=-\dfrac{10\sqrt{3}}{11}$

308 답 ⑤

$\dfrac{5}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}+\sqrt{63}-\dfrac{6-3\sqrt{14}}{\sqrt{2}}$
$=\dfrac{5(\sqrt{7}+\sqrt{2})}{(\sqrt{7}-\sqrt{2})(\sqrt{7}+\sqrt{2})}+3\sqrt{7}-\dfrac{(6-3\sqrt{14})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$
$=\dfrac{5\sqrt{7}+5\sqrt{2}}{7-2}+3\sqrt{7}-\dfrac{6\sqrt{2}-6\sqrt{7}}{2}$
$=(\sqrt{7}+\sqrt{2})+3\sqrt{7}-(3\sqrt{2}-3\sqrt{7})=-2\sqrt{2}+7\sqrt{7}$

309 답 $2\sqrt{15}$

$x=4+\sqrt{15}$이므로
$y=\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{4+\sqrt{15}}=\dfrac{4-\sqrt{15}}{(4+\sqrt{15})(4-\sqrt{15})}$
$=\dfrac{4-\sqrt{15}}{16-15}=4-\sqrt{15}$ …… ⓘ
$\therefore x-y=4+\sqrt{15}-(4-\sqrt{15})=2\sqrt{15}$ …… ⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ y의 값 구하기	60 %
ⓘⓘ $x-y$의 값 구하기	40 %

310 답 $\dfrac{9+3\sqrt{5}}{4}$

$2<\sqrt{5}<3$에서 $-3<-\sqrt{5}<-2$이므로 $3<6-\sqrt{5}<4$
즉, $6-\sqrt{5}$의 정수 부분은 3이므로
$a=3$, $b=(6-\sqrt{5})-3=3-\sqrt{5}$
$\therefore \dfrac{a}{b}=\dfrac{3}{3-\sqrt{5}}=\dfrac{3(3+\sqrt{5})}{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})}$
$=\dfrac{9+3\sqrt{5}}{9-5}=\dfrac{9+3\sqrt{5}}{4}$

311 답 $-1+5\sqrt{2}$

$\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{49}+\sqrt{50}}$
$=\dfrac{1-\sqrt{2}}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})}+\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})}$
$+\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{4}}{(\sqrt{3}+\sqrt{4})(\sqrt{3}-\sqrt{4})}+\cdots+\dfrac{\sqrt{49}-\sqrt{50}}{(\sqrt{49}+\sqrt{50})(\sqrt{49}-\sqrt{50})}$
$=\dfrac{1-\sqrt{2}}{1-2}+\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2-3}+\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{4}}{3-4}+\cdots+\dfrac{\sqrt{49}-\sqrt{50}}{49-50}$
$=-(1-\sqrt{2})-(\sqrt{2}-\sqrt{3})-(\sqrt{3}-\sqrt{4})-\cdots-(\sqrt{49}-\sqrt{50})$
$=-1+\cancel{\sqrt{2}}-\cancel{\sqrt{2}}+\cancel{\sqrt{3}}-\cancel{\sqrt{3}}+\cancel{\sqrt{4}}-\cdots-\cancel{\sqrt{49}}+\sqrt{50}$
$=-1+\sqrt{50}=-1+5\sqrt{2}$

312 답 ②

$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$

$=14^2-2\times44=108$

313 답 ①

$(x+y)^2=(x-y)^2+4xy$

$=3^2+4\times2=17$

314 답 ④

$x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2$

$=4^2+2=18$

315 답 ③

$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$에서

$14=(-3)^2-2ab$

$2ab=-5 \quad \therefore ab=-\frac{5}{2}$

$\therefore (a-b)^2=(a+b)^2-4ab$

$=(-3)^2-4\times\left(-\frac{5}{2}\right)=19$

다른 풀이

$ab=-\frac{5}{2}$이므로

$(a-b)^2=a^2+b^2-2ab$

$=14-2\times\left(-\frac{5}{2}\right)=19$

316 답 ③

$x^2+2x+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}=x^2+\frac{1}{x^2}+2x+\frac{2}{x}$

$=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2+2\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$=(-7)^2-2+2\times(-7)=33$

317 답 ⑤

$x\neq0$이므로 $x^2-7x-1=0$의 양변을 x로 나누면

$x-7-\frac{1}{x}=0 \quad \therefore x-\frac{1}{x}=7$

$\therefore x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2$

$=7^2+2=51$

318 답 $-\sqrt{21}$

$x\neq0$이므로 $x^2+5x+1=0$의 양변을 x로 나누면

$x+5+\frac{1}{x}=0 \quad \therefore x+\frac{1}{x}=-5$ …… ⓘ

$\therefore \left(x-\frac{1}{x}\right)^2=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4=(-5)^2-4=21$ …… ⓘⓘ

따라서 $x-\frac{1}{x}=\pm\sqrt{21}$이고, $x<-1$에서 $\frac{1}{x}>-1$, 즉 $-\frac{1}{x}<1$

이므로 $x-\frac{1}{x}<0$

$\therefore x-\frac{1}{x}=-\sqrt{21}$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준

ⓘ $x+\frac{1}{x}$의 값 구하기	30 %
ⓘⓘ $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2$의 값 구하기	40 %
ⓘⓘⓘ $x-\frac{1}{x}$의 값 구하기	30 %

319 답 ⑤

$x=\frac{2}{3+\sqrt{7}}=\frac{2(3-\sqrt{7})}{(3+\sqrt{7})(3-\sqrt{7})}$

$=\frac{2(3-\sqrt{7})}{9-7}=3-\sqrt{7}$

$y=\frac{2}{3-\sqrt{7}}=\frac{2(3+\sqrt{7})}{(3-\sqrt{7})(3+\sqrt{7})}$

$=\frac{2(3+\sqrt{7})}{9-7}=3+\sqrt{7}$

$\therefore x+y=(3-\sqrt{7})+(3+\sqrt{7})=6$

$xy=(3-\sqrt{7})(3+\sqrt{7})=9-7=2$

$\therefore x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$

$=6^2-2\times2=32$

320 답 -2

$x-\frac{4}{x}=\sqrt{5}-1-\frac{4}{\sqrt{5}-1}$

$=\sqrt{5}-1-\frac{4(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)}$

$=\sqrt{5}-1-\frac{4(\sqrt{5}+1)}{5-1}$

$=\sqrt{5}-1-(\sqrt{5}+1)=-2$

321 답 ①

$x=\sqrt{5}+2$에서 $x-2=\sqrt{5}$

양변을 제곱하면

$(x-2)^2=(\sqrt{5})^2$, $x^2-4x+4=5$

$\therefore x^2-4x=1$

$\therefore x^2-4x-3=1-3=-2$

다른 풀이

$x=\sqrt{5}+2$이므로

$x^2-4x-3=(\sqrt{5}+2)^2-4(\sqrt{5}+2)-3$

$=5+4\sqrt{5}+4-4\sqrt{5}-8-3$

$=-2$

322 답 ④

$x=-3-2\sqrt{5}$에서 $x+3=-2\sqrt{5}$

양변을 제곱하면

$(x+3)^2=(-2\sqrt{5})^2$, $x^2+6x+9=20$

$\therefore x^2+6x=11$

$\therefore \sqrt{2x^2+12x+5}=\sqrt{2(x^2+6x)+5}$

$=\sqrt{2\times11+5}$

$=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$

323 답 ②

$x=\dfrac{3}{\sqrt{2}+1}=\dfrac{3(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=3\sqrt{2}-3$이므로

$x+3=3\sqrt{2}$

양변을 제곱하면

$(x+3)^2=(3\sqrt{2})^2$, $x^2+6x+9=18$

$\therefore\ x^2+6x=9$

$\therefore\ x^2+6x-5=9-5=4$

324 답 5

$2\sqrt{6}=\sqrt{24}$이고 $4<\sqrt{24}<5$이므로 $1<2\sqrt{6}-3<2$

즉, $2\sqrt{6}-3$의 정수 부분은 1이므로

$x=(2\sqrt{6}-3)-1=2\sqrt{6}-4$

$\therefore\ x+4=2\sqrt{6}$

양변을 제곱하면

$(x+4)^2=(2\sqrt{6})^2$, $x^2+8x+16=24$

$\therefore\ x^2+8x=8$

$\therefore\ x^2+8x-3=8-3=5$

325 답 ②

$(x-2)(y+2)=12$에서 $xy+2(x-y)-4=12$

이때 $xy=-6$이므로 $-6+2(x-y)-4=12$

$2(x-y)=22$ $\therefore\ x-y=11$

$\therefore\ x^2+xy+y^2=(x-y)^2+3xy$

$=11^2+3\times(-6)=103$

326 답 ①

$x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+2=(\sqrt{3})^2+2=5$

$x^4+\dfrac{1}{x^4}=\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}\right)^2-2=5^2-2=23$

$x^8+\dfrac{1}{x^8}=\left(x^4+\dfrac{1}{x^4}\right)^2-2=23^2-2=527$

따라서 구하는 십의 자리의 숫자는 2이다.

최고수준 도전 기출 68~69쪽

327 답 ②

전략 $1+\sqrt{2}$를 하나의 항으로 생각하여 분모를 유리화한다.

$\dfrac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}=\dfrac{(1+\sqrt{2})-\sqrt{3}}{\{(1+\sqrt{2})+\sqrt{3}\}\{(1+\sqrt{2})-\sqrt{3}\}}$

$=\dfrac{(1+\sqrt{2})-\sqrt{3}}{(1+\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2}$

$=\dfrac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{1+2\sqrt{2}+2-3}$

$=\dfrac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$

$=\dfrac{(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})\times\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$=\dfrac{2+\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

따라서 $a=2$, $b=1$, $c=-1$이므로

$a+b+c=2+1+(-1)=2$

328 답 $-a^2+3ab-2b^2$

전략 □ABFE, □EGHD가 정사각형임을 알고 길이가 같은 선분을 이용하여 구하는 □GFCH의 가로, 세로의 길이를 각각 a, b로 나타낸다.

□ABFE는 정사각형이므로

$\overline{BF}=\overline{AB}=b$

$\therefore\ \overline{FC}=\overline{BC}-\overline{BF}=a-b$

□EGHD는 정사각형이므로

$\overline{DH}=\overline{GH}=\overline{FC}=a-b$

$\therefore\ \overline{HC}=\overline{DC}-\overline{DH}$

$=b-(a-b)$

$=b-a+b=-a+2b$

$\therefore\ \square GFCH=\overline{FC}\times\overline{HC}$

$=(a-b)(-a+2b)$

$=-a^2+2ab+ab-2b^2$

$=-a^2+3ab-2b^2$

329 답 ③

전략 2^x과 2^y의 값은 제곱근의 부호만 서로 다르므로 곱셈 공식 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용하여 간단히 한다.

$2^x\times2^y=(12-4\sqrt{7})(12+4\sqrt{7})$

$=144-112$

$=32=2^5$

즉, $2^x\times2^y=2^{x+y}=2^5$이므로

$x+y=5$

$\therefore\ (x+y)^2=5^2=25$

330 답 8

전략 $\dfrac{1}{2}\times(3-1)=1$을 곱하여 곱셈 공식 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용한다.

$3-1=2$이므로

$\dfrac{1}{2}(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)$

$=\dfrac{1}{2}(3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)$

$=\dfrac{1}{2}(3^4-1)(3^4+1)(3^8+1)$

$=\dfrac{1}{2}(3^8-1)(3^8+1)$

$=\dfrac{1}{2}(3^{16}-1)$

$=\dfrac{1}{2}\times3^{16}-\dfrac{1}{2}$

따라서 $a=16$, $b=\dfrac{1}{2}$이므로

$ab=16\times\dfrac{1}{2}=8$

331 답 $\frac{43}{3}$

전략 주어진 조건의 식을 정리하여 곱셈 공식의 변형을 이용할 수 있도록 xy, $x+y$의 값을 구한다.

㈎에서 $(x^2+2xy+y^2)-(x^2-2xy+y^2)=12$이므로

$4xy=12$ $\therefore xy=3$

㈏에서 $1-3(x+y)+9xy=7$이므로

$9xy-3(x+y)-6=0$, $3xy-(x+y)-2=0$

이때 $xy=3$이므로 $9-(x+y)-2=0$

$\therefore x+y=7$

$$\therefore \frac{x}{y}+\frac{y}{x}=\frac{x^2+y^2}{xy}$$
$$=\frac{(x+y)^2-2xy}{xy}$$
$$=\frac{7^2-2\times 3}{3}=\frac{43}{3}$$

332 답 95

전략 $\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}=\sqrt{5}$의 식을 변형하여 식의 값을 구하고, 네 개의 일차식의 곱은 공통부분이 나올 수 있도록 두 일차식끼리 짝을 지어 전개한다.

$\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}=\sqrt{5}$의 양변을 제곱하면

$\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2=(\sqrt{5})^2$, $x+2+\frac{1}{x}=5$

$\therefore x+\frac{1}{x}=3$

이 식의 양변에 x를 곱하면

$x^2+1=3x$ $\therefore x^2-3x=-1$

$\therefore (x+3)(x+1)(x-4)(x-6)$

$=\{(x+3)(x-6)\}\{(x+1)(x-4)\}$

$=(x^2-3x-18)(x^2-3x-4)$

$=(-1-18)\times(-1-4)$

$=-19\times(-5)=95$

333 답 $126-24\sqrt{5}$

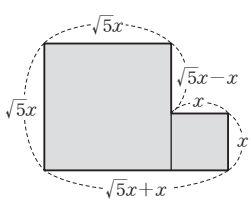
전략 작은 정사각형의 한 변의 길이를 x라 하고 넓이의 비를 이용하여 큰 정사각형의 한 변의 길이를 정리한 후 주어진 둘레의 길이를 이용하여 x의 값을 구한다.

작은 정사각형의 한 변의 길이를 x라 하면 두 정사각형의 넓이의 비가 5 : 1이므로

(큰 정사각형의 한 변의 길이) : $x=\sqrt{5}$: 1

$\therefore$ (큰 정사각형의 한 변의 길이)$=\sqrt{5}x$

즉, 주어진 도형에서 각 변의 길이는 다음 그림과 같다.



이때 주어진 도형의 둘레의 길이가 38이므로

$4\sqrt{5}x+2x=38$, $(2\sqrt{5}+1)x=19$

$$\therefore x=\frac{19}{2\sqrt{5}+1}$$
$$=\frac{19(2\sqrt{5}-1)}{(2\sqrt{5}+1)(2\sqrt{5}-1)}$$
$$=\frac{19(2\sqrt{5}-1)}{20-1}=2\sqrt{5}-1$$

따라서 주어진 도형의 넓이는 $5x^2+x^2=6x^2$이므로

$6x^2=6(2\sqrt{5}-1)^2=6(20-4\sqrt{5}+1)$

$=6(21-4\sqrt{5})=126-24\sqrt{5}$

참고 닮은 두 평면도형의 닮음비가 m : n일 때

① 둘레의 길이의 비 ➡ m : n

② 넓이의 비 ➡ m^2 : n^2

334 답 60

전략 $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$, …의 값을 각각 구한 후 규칙을 찾는다.

$1<\sqrt{3}<2$이므로 $\sqrt{3}$의 소수 부분은

$f(1)=\sqrt{3}-1$

$$\frac{1}{f(1)}=\frac{1}{\sqrt{3}-1}=\frac{\sqrt{3}+1}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}=\frac{\sqrt{3}+1}{3-1}=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$$

이고, $2<\sqrt{3}+1<3$에서 $1<\frac{\sqrt{3}+1}{2}<\frac{3}{2}$이므로

$\frac{1}{f(1)}$의 소수 부분은

$$f(2)=\frac{\sqrt{3}+1}{2}-1=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

$$\frac{1}{f(2)}=\frac{2}{\sqrt{3}-1}=\frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}=\frac{2(\sqrt{3}+1)}{3-1}=\sqrt{3}+1$$

이고, $2<\sqrt{3}+1<3$이므로

$\frac{1}{f(2)}$의 소수 부분은

$f(3)=(\sqrt{3}+1)-2=\sqrt{3}-1$

$$\frac{1}{f(3)}=\frac{1}{\sqrt{3}-1}=\frac{\sqrt{3}+1}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}=\frac{\sqrt{3}+1}{3-1}=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$$

이고, $2<\sqrt{3}+1<3$에서 $1<\frac{\sqrt{3}+1}{2}<\frac{3}{2}$이므로

$\frac{1}{f(3)}$의 소수 부분은

$$f(4)=\frac{\sqrt{3}+1}{2}-1=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

같은 방법으로 계속하면

$f(1)=f(3)=f(5)=\cdots=f(39)=\sqrt{3}-1$

$f(2)=f(4)=f(6)=\cdots=f(40)=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

$\therefore f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(40)$

$$=20\times(\sqrt{3}-1)+20\times\frac{\sqrt{3}-1}{2}$$
$$=20\sqrt{3}-20+10\sqrt{3}-10$$
$$=-30+30\sqrt{3}$$

따라서 $a=-30$, $b=30$이므로

$b-a=30-(-30)=60$

04 인수분해

난이도별 필수 기출 72~87쪽

335 답 ④

② $3(x+2)=3\times(x+2)$

③ $x(x+2)=x\times(x+2)$

④ $(x+2)-2=x$

⑤ $(x+2)(x-2)=(x+2)\times(x-2)$

따라서 $x+2$를 인수로 갖지 않는 것은 ④이다.

336 답 ①

$x(x+3)(x-5)=x\times\underbrace{(x+3)}_{②}\times(x-5)$

$=(x+3)\times\underbrace{x(x-5)}_{③}$

$=\underbrace{x(x+3)}_{④}\times(x-5)$

$=x\times\underbrace{(x+3)(x-5)}_{⑤}$

따라서 $x(x+3)(x-5)$의 인수가 아닌 것은 ①이다.

337 답 ④

④ ㉡의 과정에서 분배법칙이 이용된다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

338 답 ⑤

$4y(5x-2y)=20xy-8y^2$이므로 $a=20$

339 답 ③

$\underbrace{xy^2(2x^2+1)}_{ㅂ}=\underbrace{y}_{ㄴ}\times xy(2x^2+1)=\underbrace{xy}_{ㄹ}\times y(2x^2+1)$

340 답 ⑤

$4a^2b-12ab=\underbrace{ab}_{①}(4a-12)$

$=4b(\underbrace{a^2-3a}_{②})$

$=4a(\underbrace{ab-3b}_{③})$

$=b(4a^2-12a)=b\times\underbrace{4a(a-3)}_{④}$

따라서 $4a^2b-12ab$의 인수가 아닌 것은 ⑤이다.

341 답 ⑤

⑤ $(a-3)x+bx=x(a-3+b)$

따라서 인수분해한 것이 옳지 않은 것은 ⑤이다.

342 답 2

$2x(2y-1)+(1-2y)=2x(2y-1)-(2y-1)$

$=(2x-1)(2y-1)$

따라서 $a=2$, $b=-1$, $c=2$, $d=-1$이므로

$a+b+c+d=2+(-1)+2+(-1)=2$

343 답 $2x$

$(x-3)(x+7)-4(x-3)=(x-3)\{(x+7)-4\}$

$=(x-3)(x+3)$ …… ⓘ

따라서 구하는 두 일차식의 합은

$(x-3)+(x+3)=2x$ …… ⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 주어진 식을 인수분해하기	70 %
ⓘⓘ 두 일차식의 합 구하기	30 %

344 답 ③

$\frac{1}{4}x^2-4x+16=\left(\frac{1}{2}x-4\right)^2$

따라서 $\frac{1}{4}x^2-4x+16$의 인수는 ③이다.

345 답 ④

$x^2+14x+a=x^2+2\times x\times 7+a$이므로

$a=7^2=49$

346 답 ①

$a^2-144=a^2-12^2=(a+12)(a-12)$

따라서 구하는 두 일차식의 합은

$(a+12)+(a-12)=2a$

347 답 ③

$x^2+6x+8=(x+4)(x+2)$

이때 $a>b$이므로 $a=4$, $b=2$

$\therefore a+b=4+2=6$

348 답 ①, ⑤

$2x^2+3x-5=(x-1)(2x+5)$

따라서 $2x^2+3x-5$의 인수는 ①, ⑤이다.

349 답 ②

$12x^2-13x-14=(3x+2)(4x-7)$이므로

$a=3$, $b=2$, $c=4$, $d=-7$

$\therefore ab+cd=3\times 2+4\times(-7)=-22$

350 답 ⑤

⑤ $2x^2-5x-3=(x-3)(2x+1)$

따라서 인수분해한 것이 옳지 않은 것은 ⑤이다.

351 답 ③

① $x^2-2x-15=(x+\boxed{3})(x-5)$

② $9x^2+12xy+4y^2=(3x+\boxed{2}y)^2$

③ $2x^2+5x-7=(x-1)(2x+\boxed{7})$

④ $16x^2-4y^2=\boxed{4}(2x+y)(2x-y)$

⑤ $3x^2-xy-10y^2=(x-2y)(3x+\boxed{5}y)$

따라서 □ 안에 알맞은 수가 가장 큰 것은 ③이다.

352 답 ⑤

① $2x^2-4x+2=2(x^2-2x+1)=2(x-1)^2$

② $a^2+8ab+16b^2=(a+4b)^2$

③ $9x^2+6x+1=(3x+1)^2$

④ $x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{16}=\left(x-\frac{1}{4}\right)^2$

⑤ $a^2-10ab+16b^2=(a-2b)(a-8b)$

따라서 완전제곱식으로 인수분해할 수 없는 것은 ⑤이다.

353 답 ④

$(2x-1)(2x+3)+k=4x^2+4x-3+k$

$=(2x)^2+2\times2x\times1-3+k$

이므로 $-3+k=1^2$ $\therefore k=4$

354 답 ④

① $x^2+10x+21=(x+3)(x+7)$

② $x^2-2x-15=(x+3)(x-5)$

③ $x^2+x-6=(x-2)(x+3)$

④ $x^2+5x-24=(x-3)(x+8)$

⑤ $x^2-3x-18=(x+3)(x-6)$

따라서 $x+3$을 인수로 갖지 않는 다항식은 ④이다.

355 답 ②

ㄱ. $x^2-9x+18=(x-3)(x-6)$

ㄴ. $3x^2-21x+30=3(x^2-7x+10)=3(x-2)(x-5)$

ㄷ. $x^2-9=(x+3)(x-3)$

ㄹ. $2x^2+x-15=(x+3)(2x-5)$

따라서 $x-3$을 인수로 갖는 다항식은 ㄱ, ㄷ이다.

356 답 1

$-36x^2+16y^2=-4(9x^2-4y^2)$

$=-4\{(3x)^2-(2y)^2\}$

$=-4(3x+2y)(3x-2y)$ …… ⓘ

따라서 $a=-4$, $b=3$, $c=2$이므로 …… ⓘⓘ

$a+b+c=-4+3+2=1$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 주어진 식의 좌변을 인수분해하기	70 %
ⓘⓘ a, b, c의 값 구하기	20 %
ⓘⓘⓘ $a+b+c$의 값 구하기	10 %

357 답 ④

$16x^2-25y^2=(4x+5y)(4x-5y)$

$4x^2+3xy-10y^2=(x+2y)(4x-5y)$

따라서 두 다항식의 공통인 인수는 $4x-5y$이다.

358 답 ④

$3x^2-11x-20=(x-5)(3x+4)$

① $x^2-25=(x+5)(x-5)$

② $9x^2-16=(3x+4)(3x-4)$

③ $6x^2+5x-4=(2x-1)(3x+4)$

④ $x^2+3x-10=(x-2)(x+5)$

⑤ $3x^2-16x+5=(x-5)(3x-1)$

따라서 $3x^2-11x-20$과 공통인 인수를 갖지 않는 것은 ④이다.

359 답 ⑤

$x^3-x=x(x^2-1)=x(x+1)(x-1)$

따라서 x^3-x의 인수가 아닌 것은 ⑤이다.

360 답 ④

$(x+1)(x+3)-15=x^2+4x+3-15$

$=x^2+4x-12$

$=(x-2)(x+6)$

따라서 구하는 두 일차식의 합은

$(x-2)+(x+6)=2x+4$

361 답 ①

$3x^2+ax-8$의 다른 한 인수를 $3x+m$(m은 상수)으로 놓으면

$3x^2+ax-8=(x-4)(3x+m)$

$=3x^2+(m-12)x-4m$

따라서 $a=m-12$, $-8=-4m$이므로

$m=2$, $a=2-12=-10$

362 답 ②

$3x^2+7xy+ay^2$의 다른 한 인수를 $3x+my$(m은 상수)로 놓으면

$3x^2+7xy+ay^2=(x+3y)(3x+my)$

$=3x^2+(m+9)xy+3my^2$

즉, $7=m+9$, $a=3m$이므로

$m=-2$, $a=3\times(-2)=-6$

$\therefore 3x^2+7xy-6y^2=(x+3y)(3x-2y)$

363 답 ①

$(2x+b)(3x-4)=6x^2+(-8+3b)x-4b$

$=6x^2+(4a-7)x-12$

$-4b=-12$이므로 $b=3$

$-8+3b=4a-7$이므로 $-8+3\times3=4a-7$

$4a=8$ $\therefore a=2$

$\therefore a-b=2-3=-1$

364 답 ①

$ax^2+12x+b=(2x+c)^2$에서

$ax^2+12x+b=4x^2+4cx+c^2$

따라서 $a=4$, $12=4c$, $b=c^2$이므로

$a=4$, $c=3$, $b=3^2=9$

$\therefore a+b+c=4+9+3=16$

365 답 4

$ax^2+12xy+9y^2=ax^2+2\times2x\times3y+(3y)^2$이므로

$ax^2=(2x)^2=4x^2$ $\therefore a=4$ …… ⓘ

$\frac{1}{4}x^2+bx+1=\left(\frac{1}{2}x\pm1\right)^2$이므로

$b=\pm2\times\frac{1}{2}\times1=\pm1$

이때 $b>0$이므로 $b=1$ …… ⅱ

$\therefore ab=4\times1=4$ …… ⅲ

채점 기준	
ⅰ a의 값 구하기	40 %
ⅱ b의 값 구하기	40 %
ⅲ ab의 값 구하기	20 %

366 답 ②

① $x^2-2x+\square=x^2-2\times x\times1+\square$이므로

$\square=1^2=1$

② $\square x^2+4x+1=\square x^2+2\times2x\times1+1^2$이므로

$\square=2^2=4$

③ $x^2+\square xy+\frac{1}{16}y^2=\left(x\pm\frac{1}{4}y\right)^2$이므로

$\square=\pm2\times1\times\frac{1}{4}=\pm\frac{1}{2}$

④ $9x^2+6x+\square=(3x)^2+2\times3x\times1+\square$이므로

$\square=1^2=1$

⑤ $4y^2+\square y+\frac{1}{4}=\left(2y\pm\frac{1}{2}\right)^2$이므로

$\square=\pm2\times2\times\frac{1}{2}=\pm2$

따라서 $\square$ 안에 알맞은 수 중 그 절댓값이 가장 큰 것은 ②이다.

367 답 ②

$16x^2+(6k-2)x+25=(4x\pm5)^2$이므로

$6k-2=\pm2\times4\times5=\pm40$

$6k-2=40$에서 $6k=42$ $\therefore k=7$

$6k-2=-40$에서 $6k=-38$ $\therefore k=-\frac{19}{3}$

따라서 구하는 모든 k의 값의 합은

$7+\left(-\frac{19}{3}\right)=\frac{2}{3}$

368 답 ④

$-1<x<5$에서 $x+1>0$이므로 $3x+3>0$, $x-5<0$

$\therefore \sqrt{9x^2+18x+9}+\sqrt{x^2-10x+25}$

$=\sqrt{(3x+3)^2}+\sqrt{(x-5)^2}$

$=(3x+3)-(x-5)$

$=3x+3-x+5=2x+8$

369 답 ①

$-\frac{1}{4}<x<\frac{1}{10}$에서

$x+\frac{1}{4}>0$이므로 $2x+\frac{1}{2}>0$, $x-\frac{1}{10}<0$이므로 $5x-\frac{1}{2}<0$

$\therefore \sqrt{4x^2+2x+\frac{1}{4}}+\sqrt{25x^2-5x+\frac{1}{4}}$

$=\sqrt{\left(2x+\frac{1}{2}\right)^2}+\sqrt{\left(5x-\frac{1}{2}\right)^2}$

$=\left(2x+\frac{1}{2}\right)-\left(5x-\frac{1}{2}\right)$

$=2x+\frac{1}{2}-5x+\frac{1}{2}=-3x+1$

370 답 ①

$a-b>0$에서 $a>b$이고, $ab<0$에서 a, b의 부호가 서로 다르므로

$a>0$, $b<0$

따라서 $2b<0$, $2a-b=a+(a-b)>0$이므로

$\sqrt{a^2}-\sqrt{b^2}+\sqrt{4b^2}-\sqrt{4a^2-4ab+b^2}$

$=\sqrt{a^2}-\sqrt{b^2}+\sqrt{(2b)^2}-\sqrt{(2a-b)^2}$

$=a-(-b)-2b-(2a-b)$

$=a+b-2b-2a+b=-a$

371 답 $(x-5)(x+8)$

연정이는 x의 계수를 제대로 보았으므로

$(x-2)(x+5)=x^2+3x-10$

에서 처음 이차식의 x의 계수는 3이다.

태선이는 상수항을 제대로 보았으므로

$(x-4)(x+10)=x^2+6x-40$

에서 처음 이차식의 상수항은 -40이다.

따라서 처음 이차식은 $x^2+3x-40$이므로 바르게 인수분해하면

$x^2+3x-40=(x-5)(x+8)$

372 답 ③

$x^2+Ax-12$의 다른 한 인수를 $x+m$(m은 상수)으로 놓으면

$x^2+Ax-12=(x+2)(x+m)$

$=x^2+(m+2)x+2m$

즉, $A=m+2$, $-12=2m$이므로

$m=-6$, $A=-6+2=-4$

$2x^2+x+B$의 다른 한 인수를 $2x+n$(n은 상수)으로 놓으면

$2x^2+x+B=(x+2)(2x+n)$

$=2x^2+(n+4)x+2n$

즉, $1=n+4$, $B=2n$이므로

$n=-3$, $B=2\times(-3)=-6$

$\therefore A+B=-4+(-6)=-10$

373 답 ⑤

$a^8-1=\{(a^4)^2-1\}$

$=(a^4+1)(a^4-1)$

$=(a^4+1)\{(a^2)^2-1\}$

$=(a^4+1)(a^2+1)(a^2-1)$

$=(a^4+1)(a^2+1)(a+1)(a-1)$

따라서 a^8-1의 인수가 아닌 것은 ⑤이다.

374 답 ②

$\sqrt{x}=a-1$의 양변을 제곱하면 $x=(a-1)^2$이므로

$\sqrt{x-4a+8}+\sqrt{x+6a+3}$

$=\sqrt{(a-1)^2-4a+8}+\sqrt{(a-1)^2+6a+3}$

$=\sqrt{a^2-2a+1-4a+8}+\sqrt{a^2-2a+1+6a+3}$

$=\sqrt{a^2-6a+9}+\sqrt{a^2+4a+4}$

$=\sqrt{(a-3)^2}+\sqrt{(a+2)^2}$

이때 $1<a<3$에서 $a-3<0$, $a+2>0$이므로

$\sqrt{(a-3)^2}+\sqrt{(a+2)^2}=-(a-3)+(a+2)$

$=-a+3+a+2=5$

375 답 ②

$x^2-8x+15=(x-3)(x-5)$, $2x^2-9x-5=(x-5)(2x+1)$
이므로 두 다항식의 공통인 인수는 $x-5$이다.
이때 $2x^2+ax-30$의 다른 한 인수를 $2x+m$(m은 상수)으로 놓으면
$2x^2+ax-30=(x-5)(2x+m)$
$=2x^2+(m-10)x-5m$
따라서 $a=m-10$, $-30=-5m$이므로
$m=6$, $a=6-10=-4$

376 답 $(x-1)(3x-1)$

지호는 x의 계수와 상수항을 제대로 보았으므로
$(2x-1)^2=4x^2-4x+1$
에서 처음 이차식의 x의 계수는 -4, 상수항은 1이다. …… ⓘ
영주는 x^2의 계수와 x의 계수를 제대로 보았으므로
$(x-4)(3x+8)=3x^2-4x-32$
에서 처음 이차식의 x^2의 계수는 3, x의 계수는 -4이다. …… ⓘⓘ
따라서 처음 이차식은 $3x^2-4x+1$이므로 바르게 인수분해하면
$3x^2-4x+1=(x-1)(3x-1)$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 처음 이차식의 x의 계수와 상수항 구하기	40 %
ⓘⓘ 처음 이차식의 x^2의 계수와 x의 계수 구하기	40 %
ⓘⓘⓘ 처음 이차식을 바르게 인수분해하기	20 %

377 답 ③

$x^2+kx-20=(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$에서
$ab=-20$을 만족시키는 정수 a, b의 순서쌍 (a, b)는
$(-20, 1)$, $(-10, 2)$, $(-5, 4)$, $(-4, 5)$, $(-2, 10)$,
$(-1, 20)$, $(1, -20)$, $(2, -10)$, $(4, -5)$, $(5, -4)$,
$(10, -2)$, $(20, -1)$
이때 $k=a+b$이므로 k의 값이 될 수 있는 수는 -19, -8, -1, 1, 8, 19이다.

378 답 ②

$x^2+15x+2k=(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$에서
$a+b=15$를 만족시키는 자연수 a, b의 순서쌍 (a, b)는
$(1, 14)$, $(2, 13)$, $(3, 12)$, $(4, 11)$, …, $(13, 2)$, $(14, 1)$
이때 $2k=ab$에서 $k=\frac{ab}{2}$이므로
k의 값이 될 수 있는 가장 작은 수 c는 (a, b)가 $(1, 14)$ 또는 $(14, 1)$일 때 $c=\frac{1\times14}{2}=\frac{14\times1}{2}=7$
k의 값이 될 수 있는 가장 큰 수 d는 (a, b)가 $(7, 8)$ 또는 $(8, 7)$일 때 $d=\frac{7\times8}{2}=\frac{8\times7}{2}=28$
$\therefore d-c=28-7=21$

379 답 ⑤

$3x^2+ax-2$에서 x^2의 계수는 $3=1\times3$이고, 상수항은
$-2=(-1)\times2=1\times(-2)$이므로 다음의 네 가지로 인수분해되는 경우를 생각할 수 있다.
(i) $3x^2+ax-2=(x-1)(3x+2)$일 때,
$3x^2-x-2$이므로 $a=-1$
(ii) $3x^2+ax-2=(x+2)(3x-1)$일 때,
$3x^2+5x-2$이므로 $a=5$
(iii) $3x^2+ax-2=(x+1)(3x-2)$일 때,
$3x^2+x-2$이므로 $a=1$
(iv) $3x^2+ax-2=(x-2)(3x+1)$일 때,
$3x^2-5x-2$이므로 $a=-5$
(i)~(iv)에서 a의 값이 될 수 있는 것은 -5, -1, 1, 5이다.

380 답 ①

$xy-x-y+1=x(y-1)-(y-1)$
$=(x-1)(y-1)$

381 답 ③

$2x+1=X$로 놓으면
$2(2x+1)^2-3(2x+1)-5=2X^2-3X-5$
$=(X+1)(2X-5)$
$=(2x+1+1)\{2(2x+1)-5\}$
$=(2x+2)(4x-3)$
$=2(x+1)(4x-3)$
따라서 $A=2$, $B=1$, $C=3$이므로
$A+B+C=2+1+3=6$

382 답 ③

$3a-1=A$로 놓으면
$(3a-1)^2+3(1-3a)+2=(3a-1)^2-3(3a-1)+2$
$=A^2-3A+2$
$=(A-1)(A-2)$
$=(3a-1-1)(3a-1-2)$
$=(3a-2)(3a-3)$
$=3(a-1)(3a-2)$
따라서 $(3a-1)^2+3(1-3a)+2$의 인수는 ③이다.

383 답 ⑤

$a+b=A$로 놓으면
$(a+b)(a+b+2)-3=A(A+2)-3$
$=A^2+2A-3$
$=(A-1)(A+3)$
$=(a+b-1)(a+b+3)$

384 답 $6x+12y$

$3x+6y=A$로 놓으면
$(4+3x+6y)(3x+6y-4)-9=(4+A)(A-4)-9$
$=(A^2-16)-9$
$=A^2-25$
$=(A+5)(A-5)$
$=(3x+6y+5)(3x+6y-5)$
따라서 구하는 두 일차식의 합은
$(3x+6y+5)+(3x+6y-5)=6x+12y$

385 답 ④

$3x+1=A$, $y-1=B$로 놓으면

$(3x+1)^2-9(y-1)^2$

$=A^2-9B^2=A^2-(3B)^2$

$=(A+3B)(A-3B)$

$=\{(3x+1)+3(y-1)\}\{(3x+1)-3(y-1)\}$

$=(3x+3y-2)(3x-3y+4)$

386 답 ④

$x^3+3x^2-4x-12=x^2(x+3)-4(x+3)$

$=(x+3)(x^2-4)$

$=(x+3)(x+2)(x-2)$

따라서 구하는 세 일차식의 합은

$(x+3)+(x+2)+(x-2)=3x+3$

387 답 ②, ③

$a^2-b^2-c^2+2bc=a^2-(b^2-2bc+c^2)$

$=a^2-(b-c)^2$

$=\{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\}$

$=(a+b-c)(a-b+c)$

따라서 $a^2-b^2-c^2+2bc$의 인수는 ②, ③이다.

388 답 ①

$x^2-y^2-2y-1=x^2-(y^2+2y+1)$

$=x^2-(y+1)^2$

$=\{x+(y+1)\}\{x-(y+1)\}$

$=(x+y+1)(x-y-1)$

따라서 구하는 두 일차식의 합은

$(x+y+1)+(x-y-1)=2x$

389 답 7

$4x^2-4-12xy+9y^2=4x^2-12xy+9y^2-4$

$=(2x-3y)^2-2^2$

$=(2x-3y+2)(2x-3y-2)$ …… ⅰ

따라서 $a=2$, $b=2$, $c=-3$이므로 …… ⅱ

$a+b-c=2+2-(-3)=7$ …… ⅲ

채점 기준	
ⅰ 주어진 식을 인수분해하기	70%
ⅱ a, b, c의 값 구하기	20%
ⅲ $a+b-c$의 값 구하기	10%

390 답 $x+2y+2$

x, y 중 차수가 낮은 y에 대하여 내림차순으로 정리하면

$x^2+2xy+x-2y-2=(2x-2)y+(x^2+x-2)$

$=2(x-1)y+(x-1)(x+2)$

$=(x-1)(x+2y+2)$

$\therefore A=x+2y+2$

391 답 ④

x에 대하여 내림차순으로 정리하면

$9x^2-4y^2+6x+12y-8$

$=9x^2+6x-(4y^2-12y+8)$

$=9x^2+6x-(2y-2)(2y-4)$

$3x$ 와 $2y-2$ → $3(2y-2)x$

$3x$ 와 $-(2y-4)$ → $-3(2y-4)x$

$+\ 6x$

$=\{3x+(2y-2)\}\{3x-(2y-4)\}$

$=(3x+2y-2)(3x-2y+4)$

따라서 $9x^2-4y^2+6x+12y-8$의 인수는 ④이다.

392 답 ②

$x^2+x=A$로 놓으면

$(x^2+x)^2-2x^2-2x-15=(x^2+x)^2-2(x^2+x)-15$

$=A^2-2A-15$

$=(A+3)(A-5)$

$=(x^2+x+3)(x^2+x-5)$

따라서 $a=1$, $b=3$, $c=-5$이므로

$a+b+c=1+3+(-5)=-1$

393 답 ⑤

$x^2-2x=A$로 놓으면

$(x^2-2x-5)(x^2-2x-6)-6$

$=(A-5)(A-6)-6$

$=A^2-11A+24$

$=(A-3)(A-8)$

$=(x^2-2x-3)(x^2-2x-8)$

$=(x+1)(x-3)(x+2)(x-4)$

따라서 주어진 식의 인수가 아닌 것은 ⑤이다.

394 답 $(3x-2)(2x+7)$

$x+1=A$, $x-4=B$로 놓으면

$6(x+1)^2+(x+1)(x-4)-(x-4)^2$

$=6A^2+AB-B^2$

$=(2A+B)(3A-B)$

$=\{2(x+1)+(x-4)\}\{3(x+1)-(x-4)\}$

$=(2x+2+x-4)(3x+3-x+4)$

$=(3x-2)(2x+7)$

395 답 ④

$(x+1)(x+3)(x-3)(x-5)+36$

$=\{(x+1)(x-3)\}\{(x+3)(x-5)\}+36$

$=(x^2-2x-3)(x^2-2x-15)+36$

$x^2-2x=A$로 놓으면

$(A-3)(A-15)+36=A^2-18A+81$

$=(A-9)^2$

$=(x^2-2x-9)^2$

따라서 $a=2$, $b=9$이므로

$b-a=9-2=7$

396 답 ①

$x(x+1)(x+2)(x+3)-24$

$=\{x(x+3)\}\{(x+1)(x+2)\}-24$

$=(x^2+3x)(x^2+3x+2)-24$

$x^2+3x=A$로 놓으면

$A(A+2)-24=A^2+2A-24$

$=(A-4)(A+6)$

$=(x^2+3x-4)(x^2+3x+6)$

$=(x-1)(x+4)(x^2+3x+6)$

따라서 주어진 식의 인수가 아닌 것은 ①이다.

397 답 ③

$3xy-6x-y+2=10$에서

$3x(y-2)-(y-2)=10$ $\therefore (3x-1)(y-2)=10$

이때 x, y가 정수이므로

$3x-1$	-10	-5	-2	-1	1	2	5	10
$y-2$	-1	-2	-5	-10	10	5	2	1

➡

x	-3	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{2}{3}$	1	2	$\frac{11}{3}$
y	1	0	-3	-8	12	7	4	3

따라서 주어진 식을 만족시키는 정수 x, y의 순서쌍 (x, y)는 $(-3, 1)$, $(0, -8)$, $(1, 7)$, $(2, 4)$의 4개이다.

398 답 ⑤

x에 대하여 내림차순으로 정리하면

$4x^2-5xy+y^2+13x-10y+9$

$=4x^2+(-5y+13)x+y^2-10y+9$

$=4x^2+(-5y+13)x+(y-1)(y-9)$

$x \rightarrow -(y-1) \rightarrow -4(y-1)x$

$4x \rightarrow -(y-9) \rightarrow -(y-9)x$ (+)

$(-5y+13)x$

$=\{x-(y-1)\}\{4x-(y-9)\}$

$=(x-y+1)(4x-y+9)$

따라서 $a=1$, $b=4$, $c=-1$, $d=9$이므로

$a+b+c+d=1+4+(-1)+9=13$

399 답 ②

$51^2-2\times51+1=51^2-2\times51\times1+1^2$

$=(51-1)^2$

$=50^2=2500$

따라서 주어진 식을 계산하는 데 이용되는 가장 편리한 인수분해 공식은 ②이다.

400 답 ④

$4.27\times102^2-4.27\times98^2=4.27\times(102^2-98^2)$

$=4.27\times(102+98)\times(102-98)$

$=4.27\times200\times4=3416$

401 답 ④

$\frac{2020\times2021+2020}{2021^2-1}=\frac{2020\times(2021+1)}{(2021+1)(2021-1)}=\frac{2020}{2020}=1$

402 답 1663

$A=\sqrt{65^2-16^2}$

$=\sqrt{(65+16)(65-16)}$

$=\sqrt{81\times49}$

$=\sqrt{9^2\times7^2}$

$=9\times7=63$ …… ⓘ

$B=4\times19^2+4\times38+4$

$=4\times(19^2+2\times19\times1+1^2)$

$=4\times(19+1)^2$

$=4\times20^2=1600$ …… ⓘⓘ

$\therefore A+B=63+1600=1663$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준

ⓘ A의 값 구하기	40%
ⓘⓘ B의 값 구하기	40%
ⓘⓘⓘ $A+B$의 값 구하기	20%

403 답 ②

$10^2-9^2+8^2-7^2+6^2-5^2+4^2-3^2+2^2-1^2$

$=(10^2-9^2)+(8^2-7^2)+(6^2-5^2)+(4^2-3^2)+(2^2-1^2)$

$=(10+9)(10-9)+(8+7)(8-7)+(6+5)(6-5)$

$+(4+3)(4-3)+(2+1)(2-1)$

$=19+15+11+7+3=55$

404 답 ②

$\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\times\cdots\times\left(1-\frac{1}{19^2}\right)$

$=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)$

$\times\cdots\times\left(1-\frac{1}{18}\right)\left(1+\frac{1}{18}\right)\left(1-\frac{1}{19}\right)\left(1+\frac{1}{19}\right)$

$=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{4}\times\cdots\times\frac{17}{18}\times\frac{19}{18}\times\frac{18}{19}\times\frac{20}{19}$

$=\frac{1}{2}\times\frac{20}{19}=\frac{10}{19}$

405 답 ⑤

$2x^2-8x+8=2(x^2-4x+4)$

$=2(x-2)^2$

$=2\times(2-\sqrt{3}-2)^2$

$=2\times(-\sqrt{3})^2$

$=2\times3=6$

406 답 ⑤

$x=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=\frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=2-\sqrt{3}$

$y=\frac{1}{2-\sqrt{3}}=\frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=2+\sqrt{3}$

$\therefore x^2+2xy+y^2=(x+y)^2$

$=(2-\sqrt{3}+2+\sqrt{3})^2$

$=4^2=16$

407 답 ⑤

$x^2(x-y)+y^2(y-x)=x^2(x-y)-y^2(x-y)$

$=(x-y)(x^2-y^2)$

$=(x-y)(x+y)(x-y)$

$=(x+y)(x-y)^2$

$=4\times(-2)^2=16$

408 답 ①

$xy=(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})=4-3=1$

$x+y=(2-\sqrt{3})+(2+\sqrt{3})=4$

$x-y=(2-\sqrt{3})-(2+\sqrt{3})=-2\sqrt{3}$

$\therefore\ x^3y-xy^3=xy(x^2-y^2)$

$=xy(x+y)(x-y)$

$=1\times4\times(-2\sqrt{3})=-8\sqrt{3}$

409 답 ②

$x^2+2xy+y^2-x-y-6=(x+y)^2-(x+y)-6$

$x+y=A$로 놓으면

$A^2-A-6=(A+2)(A-3)$

$=(x+y+2)(x+y-3)$

$=(5+2)\times(5-3)$

$=7\times2=14$

다른 풀이

$x^2+2xy+y^2-x-y-6=(x+y)^2-(x+y)-6$

$=5^2-5-6=14$

410 답 5

$x^2-y^2+4x-4y=(x+y)(x-y)+4(x-y)$

$=(x-y)(x+y+4)$

$=(x-y)(3+4)=7(x-y)$

따라서 $7(x-y)=35$이므로

$x-y=5$

411 답 ②

$a^2+3ab+2b^2+a+2b$

$=a^2+(3b+1)a+2b^2+2b$

$=a^2+(3b+1)a+2b(b+1)$

$a \rightarrow 2b \longrightarrow 2ab$

$a \rightarrow b+1 \longrightarrow a(b+1)$

$+)\ (3b+1)a$

$=(a+2b)(a+b+1)$

$\therefore\ \dfrac{a+b+1}{a^2+3ab+2b^2+a+2b}$

$=\dfrac{a+b+1}{(a+2b)(a+b+1)}$

$=\dfrac{1}{a+2b}=\dfrac{1}{4-2\sqrt{7}+2(\sqrt{7}-3)}$

$=\dfrac{1}{4-2\sqrt{7}+2\sqrt{7}-6}=-\dfrac{1}{2}$

412 답 ②

$\dfrac{a^3+ab^2-a^2b-b^3}{a-b}=\dfrac{a^3-a^2b+ab^2-b^3}{a-b}$

$=\dfrac{a^2(a-b)+b^2(a-b)}{a-b}$

$=\dfrac{(a-b)(a^2+b^2)}{a-b}$

$=a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$

$=17^2-2\times72=289-144=145$

413 답 5

$2<\sqrt{5}<3$이므로 $\sqrt{5}$의 소수 부분은 $x=\sqrt{5}-2$ …… ⓘ

$x-3=A$로 놓으면

$(x-3)^2+10(x-3)+25=A^2+10A+25$

$=(A+5)^2$

$=(x-3+5)^2$

$=(x+2)^2$ …… ⓘⓘ

$=(\sqrt{5}-2+2)^2$

$=(\sqrt{5})^2=5$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준

ⓘ x의 값 구하기	30 %
ⓘⓘ 주어진 식을 인수분해하기	50 %
ⓘⓘⓘ 주어진 식의 값 구하기	20 %

414 답 $x+2$

주어진 6장의 종이의 넓이의 합은

$x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$

따라서 넓이가 같은 직사각형의 세로의 길이는 $x+2$이다.

415 답 ③

[그림 1]의 도형의 넓이는 a^2-b^2

[그림 2]의 도형의 넓이는 $(a+b)(a-b)$

따라서 두 도형의 넓이가 같으므로

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

416 답 ⑤

주어진 모든 직사각형의 넓이의 합은

$3x^2+7x+4=(x+1)(3x+4)$

따라서 새로 만든 직사각형의 둘레의 길이는

$2\{(x+1)+(3x+4)\}=2(4x+5)=8x+10$

417 답 ⑤

$x^3-x^2y-x+y=x^2(x-y)-(x-y)$

$=(x-y)(x^2-1)$

$=(x-y)(x-1)(x+1)$

따라서 직육면체의 높이는 $x+1$이다.

$\therefore$ (모든 모서리의 길이의 합)

$=4\{(x-y)+(x-1)+(x+1)\}$

$=4(3x-y)$

$=12x-4y$

418 답 ③

$4x^2+8x+3=(2x+3)(2x+1)$이므로

직사각형의 세로의 길이는 $2x+1$이다.

따라서 직사각형의 둘레의 길이는

$2\{(2x+3)+(2x+1)\}=2(4x+4)=8x+8$

419 답 ⑤

주어진 삼각형의 밑변의 길이를 x라 하면

$\frac{1}{2}\times x\times(a+1)=3a^2+a-2$

$\frac{1}{2}\times x\times(a+1)=(3a-2)(a+1)$

즉, $\frac{1}{2}x=3a-2$이므로 $x=2(3a-2)=6a-4$

따라서 삼각형의 밑변의 길이는 $6a-4$이다.

420 답 ③

(구하는 도형의 넓이)

=(큰 정사각형의 넓이)−(작은 정사각형의 넓이)

$=113^2-87^2=(113+87)(113-87)$

$=200\times26=5200$

421 답 27000π cm^3

(구하는 입체도형의 부피)

=(큰 원기둥의 부피)−(작은 원기둥의 부피)

$=\pi\times32.5^2\times30-\pi\times(32.5-20)^2\times30$

$=30\pi(32.5^2-12.5^2)$

$=30\pi(32.5+12.5)(32.5-12.5)$

$=30\pi\times45\times20=27000\pi(\text{cm}^3)$

422 답 $x-9$

도형 A의 넓이는

$(x-6)^2-3^2=(x^2-12x+36)-9$

$=x^2-12x+27$ …… ⅰ

$=(x-3)(x-9)$ …… ⅱ

이때 도형 B는 가로의 길이가 $x-3$인 직사각형이므로 세로의 길이는 $x-9$이다. …… ⅲ

채점 기준	
ⅰ 도형 A의 넓이 구하기	40 %
ⅱ 도형 A의 넓이를 인수분해하기	40 %
ⅲ 도형 B의 세로의 길이 구하기	20 %

423 답 ②

두 정사각형의 둘레의 길이의 합이 80이므로

$4(x+y)=80$ $\therefore x+y=20$

두 정사각형의 넓이의 차가 200이므로

$x^2-y^2=200$ $\therefore (x+y)(x-y)=200$

이때 $x+y=20$이므로

$20(x-y)=200$ $\therefore x-y=10$

따라서 두 정사각형의 한 변의 길이의 차는 10이다.

424 답 150π cm^2

(어두운 부분의 넓이)

=(큰 부채꼴의 넓이)−(작은 부채꼴의 넓이)

$=\pi\times22.5^2\times\frac{120}{360}-\pi\times7.5^2\times\frac{120}{360}$

$=\frac{1}{3}\pi\times22.5^2-\frac{1}{3}\pi\times7.5^2$

$=\frac{1}{3}\pi(22.5^2-7.5^2)$

$=\frac{1}{3}\pi(22.5+7.5)(22.5-7.5)$

$=\frac{1}{3}\pi\times30\times15=150\pi(\text{cm}^2)$

참고 부채꼴의 중심각의 크기가 $x°$일 때,

(부채꼴의 넓이)$=\pi\times$(반지름의 길이)$^2\times\frac{x}{360}$

425 답 ⑤

$\overline{AE}=\overline{AB}+\overline{BE}=4a+4b$이고, 점 H는 $\overline{AE}$의 중점이므로

$\overline{AH}=\frac{4a+4b}{2}=2a+2b$

$\therefore \overline{HB}=\overline{AB}-\overline{AH}=4a-(2a+2b)=2a-2b$

따라서 $\overline{AH}$와 $\overline{HB}$를 각각 지름으로 하는 두 원의 넓이가 S_1, S_2이므로

$S_1-S_2=\pi\times\left(\frac{2a+2b}{2}\right)^2-\pi\times\left(\frac{2a-2b}{2}\right)^2$

$=\pi\{(a+b)^2-(a-b)^2\}$

$=\pi\{(a+b)+(a-b)\}\{(a+b)-(a-b)\}$

$=\pi\times2a\times2b=4\pi ab$

최고수준 도전 기출 88~89쪽

426 답 ③

전략 두 다항식의 차를 정리한 후 완전제곱식이 되는 조건을 찾는다.

$(x^2-ax+3b)-(-3ax+b)=x^2-ax+3b+3ax-b$

$=x^2+2ax+2b$

$=x^2+2\times x\times a+2b$

이 식이 완전제곱식이 되려면 $2b=a^2$, 즉 $b=\frac{a^2}{2}$이어야 하므로 이를 만족시키는 10보다 작은 자연수 a, b의 순서쌍 (a, b)는

$(2, 2)$, $(4, 8)$

따라서 $a+b$의 값 중 가장 큰 값은 $4+8=12$

427 답 64

전략 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$를 이용하여 $2^{20}-1$을 간단히 한다.

$2^{20}-1=(2^{10})^2-1^2$

$=(2^{10}+1)(2^{10}-1)$

$=(2^{10}+1)\{(2^5)^2-1^2\}$

$=(2^{10}+1)(2^5+1)(2^5-1)$

이때 $2^5+1=33$, $2^5-1=31$이므로 $2^{20}-1$은 31과 33에 의하여 나누어떨어진다.

따라서 구하는 두 자연수의 합은 $31+33=64$

428 답 ①

전략 소수는 약수가 1과 자기 자신뿐인 수이므로 주어진 다항식을 인수분해한 후 인수의 값이 1이 되는 경우를 찾는다.

$2x^2-5x-52=(x+4)(2x-13)$

이 식의 값이 소수가 되려면

$x+4=1$ 또는 $2x-13=1$ $\therefore x=-3$ 또는 $x=7$

이때 x는 자연수이므로 $x=7$

즉, 구하는 소수는

$2x^2-5x-52=(x+4)(2x-13)$

$=(7+4)\times(2\times7-13)=11$

따라서 $a=7$, $b=11$이므로

$a+b=7+11=18$

429 답 $\frac{5}{36}$

전략 주어진 식의 값이 자연수가 되려면 근호 안의 식이 (자연수)^2 꼴이어야 한다.

서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

$\sqrt{xy-3x-2y+6}=\sqrt{x(y-3)-2(y-3)}$

$=\sqrt{(x-2)(y-3)}$

이므로 이 식의 값이 자연수가 되려면 $(x-2)(y-3)$이 (자연수)^2 꼴이어야 한다.

이때 $1\le x\le6$, $1\le y\le6$이므로 이를 만족시키는 x, y의 순서쌍 (x, y)는

(i) $(x-2)(y-3)=1$일 때,

$x-2=-1$, $y-3=-1$ 또는 $x-2=1$, $y-3=1$이므로

$(1, 2)$, $(3, 4)$

(ii) $(x-2)(y-3)=4$일 때,

$x-2=2$, $y-3=2$ 또는 $x-2=4$, $y-3=1$이므로

$(4, 5)$, $(6, 4)$

(iii) $(x-2)(y-3)=9$일 때,

$x-2=3$, $y-3=3$이므로 $(5, 6)$

(i), (ii), (iii)에서 주어진 식의 값이 자연수가 되는 경우의 수는

$2+2+1=5$

따라서 구하는 확률은 $\frac{5}{36}$

430 답 $(xy-x-y+1)^2$

전략 $x+y$, xy를 각각 다른 한 문자로 놓고 인수분해한다.

$x+y=A$, $xy=B$로 놓으면

$(xy-1)^2+(x+y-2)(x+y-2xy)$

$=(B-1)^2+(A-2)(A-2B)$

$=(B^2-2B+1)+(A^2-2AB-2A+4B)$

$=B^2-2AB+2B+A^2-2A+1$

$=B^2-2B(A-1)+(A-1)^2$

$=\{B-(A-1)\}^2$

$=(B-A+1)^2$

$=\{xy-(x+y)+1\}^2$

$=(xy-x-y+1)^2$

431 답 395

전략 근호 안의 수 17, 19, 21, 23은 각각 $20-3$, $20-1$, $20+1$, $20+3$이므로 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용하여 전개한 후 근호 안의 식을 인수분해한다.

$20=t$로 놓으면

$\sqrt{17\times19\times21\times23+16}=\sqrt{(t-3)(t-1)(t+1)(t+3)+16}$

$=\sqrt{(t+1)(t-1)(t+3)(t-3)+16}$

$=\sqrt{(t^2-1)(t^2-9)+16}$

$=\sqrt{t^4-10t^2+9+16}$

$=\sqrt{t^4-10t^2+25}$

$=\sqrt{(t^2-5)^2}$

$=t^2-5$ ($\because t^2-5>0$)

$=20^2-5=395$

432 답 $-20\sqrt{2}$

전략 $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4$와 $0<x<1$을 이용하여 $x-\frac{1}{x}$의 값을 구한 후 인수분해를 이용하여 주어진 식의 값을 구한다.

$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4=6^2-4=32$

$\therefore x-\frac{1}{x}=\pm\sqrt{32}=\pm4\sqrt{2}$

이때 $0<x<1$에서 $\frac{1}{x}>1$이므로 $x<\frac{1}{x}$

따라서 $x-\frac{1}{x}<0$이므로 $x-\frac{1}{x}=-4\sqrt{2}$

$\therefore x^2-x+\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}=x^2-\frac{1}{x^2}-x+\frac{1}{x}$

$=\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x-\frac{1}{x}\right)-\left(x-\frac{1}{x}\right)$

$=\left(x-\frac{1}{x}\right)\left(x+\frac{1}{x}-1\right)$

$=-4\sqrt{2}\times(6-1)=-20\sqrt{2}$

433 답 ①

전략 $\overline{AD}$를 지름으로 하는 원의 둘레의 길이가 주어져 있으므로 이 원의 반지름의 길이를 먼저 구한 후 어두운 부분의 넓이를 이용하여 $\overline{CD}$의 길이를 구한다.

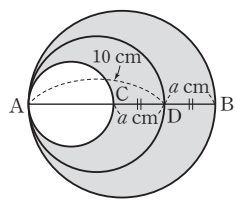
$\overline{AD}$를 지름으로 하는 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r=10\pi$ $\therefore r=5$

$\therefore \overline{AD}=10$ cm

이때 어두운 부분의 넓이는 $\overline{AB}$를 지름으로 하는 원의 넓이에서 $\overline{AC}$를 지름으로 하는 원의 넓이를 뺀 것과 같으므로

$\overline{CD}=\overline{BD}=a$ cm라 하면



(어두운 부분의 넓이)

$=\pi\left(\frac{10+a}{2}\right)^2-\pi\left(\frac{10-a}{2}\right)^2$

$=\pi\left(\frac{10+a}{2}+\frac{10-a}{2}\right)\left(\frac{10+a}{2}-\frac{10-a}{2}\right)$

$=\pi\times10\times a=10a\pi(\text{cm}^2)$

즉, $10a\pi=35\pi$이므로 $a=\frac{7}{2}$

따라서 $\overline{CD}$의 길이는 $\frac{7}{2}$ cm이다.

05 이차방정식

난이도별 필수 기출 92~104쪽

434 답 ③

ㄱ. $x^2+2x=0$ ➡ 이차방정식

ㄴ. $2x^2-4$ ➡ 등식이 아니므로 이차방정식이 아니다.

ㄷ. $x^2-x=x^2-3x$에서 $2x=0$ ➡ 일차방정식

ㄹ. $x^2-7x=2$에서 $x^2-7x-2=0$ ➡ 이차방정식

따라서 x에 대한 이차방정식은 ㄱ, ㄹ이다.

435 답 ⑤

주어진 이차방정식에 $x=4$를 각각 대입하면

① $4^2+16=32\neq0$

② $4\times(4+4)=32\neq0$

③ $4^2+5\times4+4=40\neq0$

④ $4^2+8\times4+16=64\neq0$

⑤ $(4+2)^2=3\times(4+8)$ $\therefore 36=36$

따라서 $x=4$를 해로 갖는 이차방정식은 ⑤이다.

436 답 ①

$x^2+ax-4=0$에 $x=-1$을 대입하면

$(-1)^2+a\times(-1)-4=0$

$-a-3=0$ $\therefore a=-3$

437 답 ⑤

① $(x-2)(x+1)=0$에서 $x^2-x-2=0$ ➡ 이차방정식

② $2x^2+x=x^2-2x+1$에서 $x^2+3x-1=0$ ➡ 이차방정식

③ $x^3+2x^2-x=x(x^2-2)$에서 $x^3+2x^2-x=x^3-2x$

$\therefore 2x^2+x=0$ ➡ 이차방정식

④ $3x^2-4=(x-1)^2$에서 $3x^2-4=x^2-2x+1$

$\therefore 2x^2+2x-5=0$ ➡ 이차방정식

⑤ $x^2-x=(x+1)^2$에서 $x^2-x=x^2+2x+1$

$\therefore -3x-1=0$ ➡ 일차방정식

따라서 x에 대한 이차방정식이 아닌 것은 ⑤이다.

438 답 ①

$2x(x+3)=(4x-1)(x+2)$에서

$2x^2+6x=4x^2+7x-2$ $\therefore -2x^2-x+2=0$

따라서 $a=-2$, $b=2$이므로

$a-b=-2-2=-4$

439 답 ⑤

$ax^2+2x-5=3(x-2)^2-1$에서

$ax^2+2x-5=3(x^2-4x+4)-1$

$ax^2+2x-5=3x^2-12x+11$

$\therefore (a-3)x^2+14x-16=0$

이때 이차항의 계수가 0이 아니어야 하므로

$a-3\neq0$ $\therefore a\neq3$

440 답 ②

주어진 이차방정식에 [ ] 안의 수를 각각 대입하면

① $(-2)\times(-2-2)=8\neq0$

② $3^2-9=0$

③ $2^2+4\times2-5=7\neq0$

④ $2\times1^2+7\times1-15=-6\neq0$

⑤ $0^2-4\times0+4=4\neq0$

따라서 [ ] 안의 수가 주어진 이차방정식의 해인 것은 ②이다.

441 답 ⑤

$x=-2$일 때, $(-2)^2+(-2)-6=-4\neq0$

$x=-1$일 때, $(-1)^2+(-1)-6=-6\neq0$

$x=0$일 때, $0^2+0-6=-6\neq0$

$x=1$일 때, $1^2+1-6=-4\neq0$

$x=2$일 때, $2^2+2-6=0$

따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=2$이다.

442 답 $x=3$

$3x-1<2x+4$에서 $x<5$ ····· ⅰ

이때 x는 자연수이므로 $x=1, 2, 3, 4$ ····· ⅱ

$x=1$일 때, $2\times1^2-5\times1-3=-6\neq0$

$x=2$일 때, $2\times2^2-5\times2-3=-5\neq0$

$x=3$일 때, $2\times3^2-5\times3-3=0$

$x=4$일 때, $2\times4^2-5\times4-3=9\neq0$

따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=3$이다. ····· ⅲ

채점 기준	
ⅰ 부등식 풀기	30%
ⅱ 자연수 x의 값 구하기	20%
ⅲ 이차방정식의 해 구하기	50%

443 답 ③

$2x^2+3x-4=0$에 $x=a$를 대입하면

$2a^2+3a-4=0$ $\therefore 2a^2+3a=4$

$\therefore 2a^2+3a-1=4-1=3$

444 답 ③

$x^2+ax-5=0$에 $x=1$을 대입하면

$1^2+a\times1-5=0$

$a-4=0$ $\therefore a=4$

$3x^2-4x+b=0$에 $x=1$을 대입하면

$3\times1^2-4\times1+b=0$

$-1+b=0$ $\therefore b=1$

$\therefore ab=4\times1=4$

445 답 ①

$3x^2+5x+a=0$에 $x=-2$를 대입하면

$3\times(-2)^2+5\times(-2)+a=0$

$2+a=0$ $\therefore a=-2$

$4x^2+bx-6=0$에 $x=-\frac{3}{4}$을 대입하면

$4\times\left(-\frac{3}{4}\right)^2+b\times\left(-\frac{3}{4}\right)-6=0$

$-\frac{3}{4}b-\frac{15}{4}=0$ $\therefore b=-5$

$\therefore a+b=-2+(-5)=-7$

446 답 ②

$x^2-2ax+2b=0$에 $x=-2$를 대입하면

$(-2)^2-2a\times(-2)+2b=0$

$\therefore 2a+b=-2$ ····· ㉠

$2x^2+ax+b-4=0$에 $x=-1$을 대입하면

$2\times(-1)^2+a\times(-1)+b-4=0$

$\therefore a-b=-2$ ····· ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-\frac{4}{3}$, $b=\frac{2}{3}$

$\therefore ab=-\frac{4}{3}\times\frac{2}{3}=-\frac{8}{9}$

447 답 ⑤

$x^2-4x-3=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2-4a-3=0$ $\therefore a^2-4a=3$

$3x^2-5x+2=0$에 $x=b$를 대입하면

$3b^2-5b+2=0$ $\therefore 3b^2-5b=-2$

$\therefore 2a^2-8a-3b^2+5b=2(a^2-4a)-(3b^2-5b)$

$=2\times3-(-2)=8$

448 답 ③

$x^2+x-1=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2+a-1=0$ ····· ㉠

이때 $a=0$이면 등식이 성립하지 않으므로 $a\neq0$

㉠의 양변을 a로 나누면

$a+1-\frac{1}{a}=0$ $\therefore a-\frac{1}{a}=-1$

$\therefore a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+2$

$=(-1)^2+2=3$

참고 두 수의 곱이 1인 경우 다음과 같은 곱셈 공식의 변형을 이용한다.

(1) $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2$

$=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2$

(2) $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+4$

$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4$

449 답 ③

$x^2-x-3=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2-a-3=0$ $\therefore a^2-a=3$

$\therefore a^5-a^4-3a^3+a^2-a+4=a^3(a^2-a-3)+(a^2-a+4)$

$=a^3(3-3)+(3+4)=7$

450 답 ⑤

$x^2-kx-4=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2-ka-4=0$ ····· ㉠

이때 $a=0$이면 등식이 성립하지 않으므로 $a\neq0$

㉠의 양변을 a로 나누면

$a-k-\frac{4}{a}=0$

$\therefore k=a-\frac{4}{a}$

$a+\frac{4}{a}-k=-8$에서

$a+\frac{4}{a}-\left(a-\frac{4}{a}\right)=-8$, $a+\frac{4}{a}-a+\frac{4}{a}=-8$

$\frac{8}{a}=-8$ $\therefore a=-1$

$k=a-\frac{4}{a}$에 $a=-1$을 대입하면

$k=-1-\frac{4}{-1}=3$

451 답 ①

$(x+2)(x-3)=0$에서 $x+2=0$ 또는 $x-3=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=3$

따라서 두 근의 합은 $-2+3=1$

452 답 ②

$x^2+9x-36=0$에서

$(x+12)(x-3)=0$

$\therefore x=-12$ 또는 $x=3$

453 답 ②

① $x(x-2)=0$에서 $x=0$ 또는 $x-2=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=2$

② $(x+2)(x-1)=0$에서 $x+2=0$ 또는 $x-1=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=1$

③ $(x+1)(x-2)=0$에서 $x+1=0$ 또는 $x-2=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=2$

④ $-2x(x-1)=0$에서 $-2x=0$ 또는 $x-1=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=1$

⑤ $x(x+2)=0$에서 $x=0$ 또는 $x+2=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=0$

따라서 이차방정식의 해가 $x=-2$ 또는 $x=1$인 것은 ②이다.

454 답 ④

① $\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)=0$에서 $x+\frac{1}{2}=0$ 또는 $x-\frac{1}{3}=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

② $(1+2x)(1-3x)=0$에서 $1+2x=0$ 또는 $1-3x=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

③ $(2x+1)(3x-1)=0$에서 $2x+1=0$ 또는 $3x-1=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

④ $(2+6x)(2-4x)=0$에서 $2+6x=0$ 또는 $2-4x=0$

$\therefore x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

⑤ $\left(\frac{1}{2}+x\right)\left(\frac{1}{3}-x\right)=0$에서 $\frac{1}{2}+x=0$ 또는 $\frac{1}{3}-x=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

따라서 이차방정식의 해가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

455 답 ②

$2x^2-5x+3=0$에서 $(x-1)(2x-3)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

이때 $a>b$이므로 $a=\frac{3}{2}$, $b=1$

$\therefore 2a-b=2\times\frac{3}{2}-1=2$

456 답 ④

$x^2-3x-10=0$에서 $(x+2)(x-5)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=5$

$2x^2-11x+5=0$에서 $(2x-1)(x-5)=0$

$\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=5$

따라서 두 이차방정식을 동시에 만족시키는 해는 $x=5$이다.

457 답 ③

$(x+1)(2x-1)=1-2x$에서

$2x^2+x-1=1-2x$, $2x^2+3x-2=0$

$(x+2)(2x-1)=0$ $\therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

458 답 ②

① $x^2-10x+25=0$에서 $(x-5)^2=0$ $\therefore x=5$

③ $9x^2+12x+4=0$에서 $(3x+2)^2=0$ $\therefore x=-\frac{2}{3}$

④ $x^2-12x+36=0$에서 $(x-6)^2=0$ $\therefore x=6$

⑤ $2x^2-8x+8=0$에서 $x^2-4x+4=0$

$(x-2)^2=0$ $\therefore x=2$

따라서 중근을 갖지 않는 것은 ②이다.

459 답 2

$x^2-x+\frac{1}{4}=0$에서 $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=0$ $\therefore x=\frac{1}{2}$ …… ⓘ

$2x^2-16x+32=0$에서

$x^2-8x+16=0$, $(x-4)^2=0$ $\therefore x=4$ …… ⓘⓘ

따라서 $a=\frac{1}{2}$, $b=4$이므로

$ab=\frac{1}{2}\times4=2$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ $x^2-x+\frac{1}{4}=0$의 해 구하기	40 %
ⓘⓘ $2x^2-16x+32=0$의 해 구하기	40 %
ⓘⓘⓘ ab의 값 구하기	20 %

460 답 ③

ㄱ. $x^2-2x+1=0$에서 $(x-1)^2=0$ $\therefore x=1$

ㄴ. $4x^2+12x+9=0$에서 $(2x+3)^2=0$ $\therefore x=-\frac{3}{2}$

ㄷ. $2x^2=8$에서 $x^2=4$ $\therefore x=\pm2$

ㄹ. $x(x-10)=-25$에서 $x^2-10x+25=0$

$(x-5)^2=0$ $\therefore x=5$

ㅁ. $x^2+3x+2=0$에서 $(x+2)(x+1)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=-1$

따라서 중근을 갖는 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ의 3개이다.

461 답 4

$x^2-8x+3k+4=0$이 중근을 가지므로

$3k+4=\left(\frac{-8}{2}\right)^2=16$, $3k=12$ $\therefore k=4$

462 답 ②, ③

$(a^2-3a)x^2+ax-1=4x^2-3x$의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면

$(a^2-3a-4)x^2+(a+3)x-1=0$

이때 이차항의 계수가 0이면 이차방정식이 될 수 없으므로

$a^2-3a-4=0$, $(a+1)(a-4)=0$

$\therefore a=-1$ 또는 $a=4$

따라서 이차방정식이 될 수 없는 a의 값은 -1, 4이다.

463 답 2

$2x(x+1)=3x+10$에서

$2x^2+2x=3x+10$, $2x^2-x-10=0$

$(x+2)(2x-5)=0$ $\therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{5}{2}$ …… ⓘ

이때 두 근 사이에 있는 정수는 -1, 0, 1, 2이다. …… ⓘⓘ

따라서 구하는 합은 $-1+0+1+2=2$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 주어진 이차방정식 풀기	60 %
ⓘⓘ 두 근 사이에 있는 모든 정수 구하기	30 %
ⓘⓘⓘ 두 근 사이에 있는 모든 정수의 합 구하기	10 %

464 답 ③

$x^2+6x+8=0$에서 $(x+4)(x+2)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=-2$

이때 $a>b$이므로 $a=-2$, $b=-4$

$x^2+ax+(b+1)=0$에 $a=-2$, $b=-4$를 대입하면

$x^2+(-2)\times x+(-4+1)=0$, $x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0$ $\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

465 답 ②

$2x^2-ax+a-2=0$에 $x=a$를 대입하면

$2a^2-a\times a+a-2=0$, $a^2+a-2=0$

$(a+2)(a-1)=0$ $\therefore a=-2$ 또는 $a=1$

이때 a는 양수이므로 $a=1$

466 답 ⑤

$6x^2+17x+5=0$에서 $(2x+5)(3x+1)=0$

$\therefore x=-\frac{5}{2}$ 또는 $x=-\frac{1}{3}$

두 근 중 큰 근이 $x=-\frac{1}{3}$이므로

$x^2+3x+a=0$에 $x=-\frac{1}{3}$을 대입하면

$\left(-\frac{1}{3}\right)^2+3\times\left(-\frac{1}{3}\right)+a=0$

$\frac{1}{9}-1+a=0$ $\therefore a=\frac{8}{9}$

467 답 ⑤

$ax^2+3x-2a-2=0$에 $x=-2$를 대입하면

$a\times(-2)^2+3\times(-2)-2a-2=0$

$2a-8=0$ $\therefore a=4$

즉, 주어진 이차방정식은 $4x^2+3x-10=0$이므로

$(x+2)(4x-5)=0$ $\therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{5}{4}$

이때 다른 한 근이 $\frac{5}{4}$이므로 $b=\frac{5}{4}$

$\therefore ab=4\times\frac{5}{4}=5$

468 답 ②

$x^2-3x-2a=0$에 $x=5$를 대입하면

$5^2-3\times5-2a=0$

$10-2a=0$ $\therefore a=5$

즉, 이차방정식 $x^2-3x-2a=0$은 $x^2-3x-10=0$이므로

$(x+2)(x-5)=0$ $\therefore x=-2$ 또는 $x=5$

따라서 다른 한 근은 $x=-2$이므로

$3x^2+4x+b=0$에 $x=-2$를 대입하면

$3\times(-2)^2+4\times(-2)+b=0$, $4+b=0$ $\therefore b=-4$

$\therefore a+b=5+(-4)=1$

469 답 ④

$ax^2-2x-b=0$에 $x=4$를 대입하면

$a\times4^2-2\times4-b=0$ $\therefore 16a-b=8$ ····· ㉠

$bx^2-2x-a=0$에 $x=\frac{1}{2}$을 대입하면

$b\times\left(\frac{1}{2}\right)^2-2\times\frac{1}{2}-a=0$ $\therefore 4a-b=-4$ ····· ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=8$

즉, 이차방정식 $ax^2-2x-b=0$은 $x^2-2x-8=0$이므로

$(x+2)(x-4)=0$ $\therefore x=-2$ 또는 $x=4$

$\therefore m=-2$

또 이차방정식 $bx^2-2x-a=0$은 $8x^2-2x-1=0$이므로

$(4x+1)(2x-1)=0$ $\therefore x=-\frac{1}{4}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

$\therefore n=-\frac{1}{4}$

$\therefore m+n=-2+\left(-\frac{1}{4}\right)=-\frac{9}{4}$

470 답 ⑤

$x^2+2(a+1)x=4x-9$에서 $x^2+2(a-1)x+9=0$

이 이차방정식이 중근을 가지므로

$9=\left\{\frac{2(a-1)}{2}\right\}^2$, $a^2-2a-8=0$

$(a+2)(a-4)=0$ $\therefore a=-2$ 또는 $a=4$

따라서 구하는 모든 상수 a의 값의 합은

$-2+4=2$

471 답 ②

$2x^2-8x-k=0$에서 $x^2-4x-\frac{k}{2}=0$

이 이차방정식이 중근을 가지므로

$-\frac{k}{2}=\left(\frac{-4}{2}\right)^2=4$ $\therefore k=-8$

$(k+4)x^2-8x-4=0$에 $k=-8$을 대입하면

$-4x^2-8x-4=0$, $x^2+2x+1=0$

$(x+1)^2=0$ $\therefore x=-1$

472 답 ③

$x^2+8x+a+2=0$이 중근을 가지므로

$a+2=\left(\frac{8}{2}\right)^2=16$ $\therefore a=14$

$x^2-3(a-10)x+3b=0$에 $a=14$를 대입하면

$x^2-12x+3b=0$

이 이차방정식이 중근을 가지므로

$3b=\left(\frac{-12}{2}\right)^2=36$ $\therefore b=12$

$\therefore a-b=14-12=2$

473 답 $\frac{5}{2}$

$x^2+3x+2=0$에서 $(x+2)(x+1)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=-1$

$x^2-6x-16=0$에서 $(x+2)(x-8)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=8$

따라서 공통인 근은 $x=-2$이므로

$3x^2+2mx-2=0$에 $x=-2$를 대입하면

$3\times(-2)^2+2m\times(-2)-2=0$

$10-4m=0$ $\therefore m=\frac{5}{2}$

474 답 ④

$x^2+4x-a=0$이 중근을 가지므로

$-a=\left(\frac{4}{2}\right)^2=4$ $\therefore a=-4$

$x^2+2ax-4a-1=0$에 $a=-4$를 대입하면

$x^2-8x+15=0$, $(x-3)(x-5)=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=5$

$3x^2+(a-1)x+3a=0$에 $a=-4$를 대입하면

$3x^2-5x-12=0$, $(3x+4)(x-3)=0$

$\therefore x=-\frac{4}{3}$ 또는 $x=3$

따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=3$

475 답 -1

$x^2+ax-10=0$에 공통인 근 $x=5$를 대입하면

$5^2+5a-10=0$, $5a+15=0$ $\therefore a=-3$

$2x^2-11x+b=0$에 공통인 근 $x=5$를 대입하면

$2\times5^2-11\times5+b=0$, $-5+b=0$ $\therefore b=5$ ····· ⓘ

$x^2+ax-10=0$에 $a=-3$을 대입하면

$x^2-3x-10=0$, $(x+2)(x-5)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=5$ $\therefore p=-2$

$2x^2-11x+b=0$에 $b=5$를 대입하면

$2x^2-11x+5=0$, $(2x-1)(x-5)=0$

$\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=5$ $\therefore q=\frac{1}{2}$ ····· ⓘⓘ

$\therefore pq=-2\times\frac{1}{2}=-1$ ····· ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ a, b의 값 구하기	40 %
ⓘⓘ p, q의 값 구하기	40 %
ⓘⓘⓘ pq의 값 구하기	20 %

476 답 $x=\frac{8}{3}$

$(a+1)x^2-(a^2+1)x-2(a+2)=0$ ····· ㉠

㉠에 $x=-1$을 대입하면

$(a+1)\times(-1)^2-(a^2+1)\times(-1)-2(a+2)=0$

$a+1+a^2+1-2a-4=0$

$a^2-a-2=0$, $(a+1)(a-2)=0$

$\therefore a=-1$ 또는 $a=2$

이때 ㉠이 x에 대한 이차방정식이려면 $a+1\neq0$, 즉 $a\neq-1$이어야 하므로 $a=2$

㉠에 $a=2$를 대입하면 $3x^2-5x-8=0$

$(x+1)(3x-8)=0$ $\therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{8}{3}$

따라서 구하는 다른 한 근은 $x=\frac{8}{3}$

477 답 ④

$y=ax+1$에 $x=a-2$, $y=-a^2+5a+5$를 대입하면

$-a^2+5a+5=a(a-2)+1$

$2a^2-7a-4=0$, $(2a+1)(a-4)=0$

$\therefore a=-\frac{1}{2}$ 또는 $a=4$

이때 일차함수 $y=ax+1$의 그래프가 제3사분면을 지나지 않으므로 $a<0$

$\therefore a=-\frac{1}{2}$

478 답 ③

$x^2-ax-2a=0$이 중근을 가지므로

$-2a=\left(\frac{-a}{2}\right)^2$, $a^2+8a=0$

$a(a+8)=0$ $\therefore a=0$ 또는 $a=-8$

(i) $x^2-ax-2a=0$에 $a=0$을 대입하면

$x^2=0$ $\therefore x=0$

(ii) $x^2-ax-2a=0$에 $a=-8$을 대입하면

$x^2+8x+16=0$, $(x+4)^2=0$ $\therefore x=-4$

(i), (ii)에서 주어진 이차방정식은 0이 아닌 중근을 가지므로

$a=-8$, $m=-4$

$\therefore a-m=-8-(-4)=-4$

479 답 ②, ③

$x^2+2ax-3(2a+3)=0$에서 $(x+2a+3)(x-3)=0$

$\therefore x=-2a-3$ 또는 $x=3$

$x^2+(a-5)x-5a=0$에서 $(x+a)(x-5)=0$

$\therefore x=-a$ 또는 $x=5$

두 이차방정식이 공통인 근을 가지므로

(i) 공통인 근이 $x=3$일 때

$-a=3$ $\therefore a=-3$

(ii) 공통인 근이 $x=5$일 때

$-2a-3=5$ $\therefore a=-4$

(iii) 공통인 근이 $x=-2a-3$, $x=-a$일 때

$-2a-3=-a$ $\therefore a=-3$

(i), (ii), (iii)에서 구하는 a의 값은 -4, -3이다.

480 답 ⑤

$x^2-6x-2=0$에서 $x^2-6x=2$

$x^2-6x+9=2+9$, $(x-3)^2=11$

따라서 $a=-3$, $b=11$이므로

$a+b=-3+11=8$

481 답 ①

$x^2-5x+2=0$에서

$$x=\frac{-\boxed{(-5)}\pm\sqrt{\boxed{(-5)^2}-4\times1\times\boxed{2}}}{2\times\boxed{1}}$$

$$=\boxed{\frac{5\pm\sqrt{17}}{2}}$$

따라서 □ 안에 알맞은 수로 옳지 않은 것은 ①이다.

482 답 ②

$x^2-7x+8=0$에서

$$x=\frac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\times1\times8}}{2\times1}=\frac{7\pm\sqrt{17}}{2}$$

따라서 $A=7$, $B=17$이므로

$B-A=17-7=10$

483 답 ②

$x(x-10)=-13$에서 $x^2-10x=-13$

$x^2-10x+25=-13+25$, $(x-5)^2=12$

따라서 $p=5$, $q=12$이므로

$p-q=5-12=-7$

484 답 ④

$x^2-8x+2=0$에서 $x^2-8x=-2$

$x^2-8x+16=-2+16$

$(x-4)^2=14$, $x-4=\pm\sqrt{14}$

$\therefore x=4\pm\sqrt{14}$

따라서 $A=16$, $B=4$, $C=14$이므로

$A+B+C=16+4+14=34$

485 답 ①

$3(x+2)^2-18=0$에서 $(x+2)^2=6$

$x+2=\pm\sqrt{6}$ $\therefore x=-2\pm\sqrt{6}$

따라서 $A=-2$, $B=6$이므로

$A+B=-2+6=4$

486 답 15

$(x+a)^2=b$에서 $x+a=\pm\sqrt{b}$

$\therefore x=-a\pm\sqrt{b}$ ····· ⓘ

즉, $-a\pm\sqrt{b}=-2\pm\sqrt{13}$이므로

$a=2$, $b=13$ ····· ⓘⓘ

$\therefore a+b=2+13=15$ ····· ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 주어진 이차방정식의 해를 a, b를 사용하여 나타내기	50 %
ⓘⓘ a, b의 값 구하기	40 %
ⓘⓘⓘ $a+b$의 값 구하기	10 %

487 답 ③

$3x^2-12x-a=0$에서

$3x^2-12x=a$, $x^2-4x=\frac{a}{3}$

$x^2-4x+4=\frac{a}{3}+4$, $(x-2)^2=\frac{a}{3}+4$

$x-2=\pm\sqrt{\frac{a}{3}+4}$ $\therefore x=2\pm\sqrt{\frac{a}{3}+4}$

즉, $2\pm\sqrt{\frac{a}{3}+4}=2\pm\sqrt{5}$이므로

$\frac{a}{3}+4=5$, $\frac{a}{3}=1$ $\therefore a=3$

다른 풀이

$x=2\pm\sqrt{5}$에서 $x-2=\pm\sqrt{5}$

양변을 제곱하면 $(x-2)^2=5$

$x^2-4x+4=5$, $3x^2-12x-3=0$ $\therefore a=3$

488 답 ⑤

$9(x-2)^2=a$에서 $(x-2)^2=\frac{a}{9}$

$x-2=\pm\frac{\sqrt{a}}{3}$ $\therefore x=2\pm\frac{\sqrt{a}}{3}$

이때 두 근의 차가 1이므로

$\left(2+\frac{\sqrt{a}}{3}\right)-\left(2-\frac{\sqrt{a}}{3}\right)=1$, $\frac{2\sqrt{a}}{3}=1$

$\sqrt{a}=\frac{3}{2}$ $\therefore a=\frac{9}{4}$

489 답 ④

$(4x-1)^2=18-3a$가 해를 가지므로

$18-3a\geq0$, $-3a\geq-18$ $\therefore a\leq6$

따라서 구하는 가장 큰 정수 a의 값은 6이다.

490 답 ①

$(x-3)^2=k-4$가 중근을 가지므로

$k-4=0$ $\therefore k=4$

따라서 주어진 이차방정식은 $(x-3)^2=0$이므로 $x=3$

$\therefore a=3$

$\therefore k-a=4-3=1$

491 답 ③

ㄱ. $a=6$이면 $(x+5)^2=4$, $x+5=\pm2$

$\therefore x=-7$ 또는 $x=-3$

ㄴ. $a=2$이면 $(x+5)^2=0$

$\therefore x=-5$

즉, $a=2$이면 중근을 갖는다.

ㄷ. $(x+5)^2=a-2$가 중근을 가지려면

$a-2=0$ $\therefore a=2$

즉, 중근을 갖도록 하는 a의 값은 하나뿐이다.

따라서 옳은 것은 ㄷ이다.

492 답 ④

$x^2+ax+3=0$에서

$x=\frac{-a\pm\sqrt{a^2-4\times1\times3}}{2\times1}$

$=\frac{-a\pm\sqrt{a^2-12}}{2}$

즉, $\frac{-a\pm\sqrt{a^2-12}}{2}=\frac{5\pm\sqrt{b}}{2}$이므로

$-a=5$, $a^2-12=b$

따라서 $a=-5$, $b=(-5)^2-12=13$이므로

$a+b=-5+13=8$

493 답 5

$3x^2-5x+p=0$에서

$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times3\times p}}{2\times3}$

$=\frac{5\pm\sqrt{25-12p}}{6}$ ····· ⓘ

즉, $\frac{5\pm\sqrt{25-12p}}{6}=\frac{q\pm\sqrt{13}}{6}$이므로

$5=q$, $25-12p=13$ $\therefore p=1$, $q=5$ ····· ⓘⓘ

$\therefore pq=1\times5=5$ ····· ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ $3x^2-5x+p=0$의 해를 p를 사용하여 나타내기	50 %
ⓘⓘ p, q의 값 구하기	40 %
ⓘⓘⓘ pq의 값 구하기	10 %

494 답 ⑤

① $x^2-2x-8=0$에서 $(x+2)(x-4)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=4$

② $x^2-16=0$에서 $(x+4)(x-4)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=4$

③ $(x+4)(x-3)=0$에서 $x=-4$ 또는 $x=3$

④ $2x^2+3x+1=0$에서 $(x+1)(2x+1)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$

⑤ $2x^2-4x+1=0$에서

$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-2\times1}}{2}=\frac{2\pm\sqrt{2}}{2}$

따라서 근이 유리수가 아닌 것은 ⑤이다.

495 답 ②

$3(x+2)^2=x^2+10$에서

$3(x^2+4x+4)=x^2+10$

$2x^2+12x+2=0$, $x^2+6x+1=0$

$\therefore x=-3\pm\sqrt{3^2-1\times1}$

$=-3\pm\sqrt{8}=-3\pm2\sqrt{2}$

496 답 ②

$x^2-9x+20=0$에서 $(x-4)(x-5)=0$

$\therefore x=4$ 또는 $x=5$

이때 $a<b$이므로 $a=4$, $b=5$

$2x^2-2ax+b=0$에 $a=4$, $b=5$를 대입하면

$2x^2-8x+5=0$

$\therefore x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-2\times5}}{2}=\frac{4\pm\sqrt{6}}{2}$

따라서 구하는 두 근의 차는

$\frac{4+\sqrt{6}}{2}-\frac{4-\sqrt{6}}{2}=\sqrt{6}$

497 답 ③

$x^2-4x+2=0$에서

$x=-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\times2}=2\pm\sqrt{2}$

이때 $a>b$이므로 $a=2+\sqrt{2}$, $b=2-\sqrt{2}$

$1<\sqrt{2}<2$이므로 $3<2+\sqrt{2}<4$

$-2<-\sqrt{2}<-1$이므로 $0<2-\sqrt{2}<1$

따라서 $2-\sqrt{2}<n<2+\sqrt{2}$를 만족시키는 정수 n은 1, 2, 3의 3개이다.

498 답 ②

$(x+5)^2=2k+1$에서 $x+5=\pm\sqrt{2k+1}$

$\therefore x=-5\pm\sqrt{2k+1}$

이때 자연수 k에 대하여 $x=-5\pm\sqrt{2k+1}$이 정수가 되려면 $2k+1$은 0 또는 (자연수)^2 꼴인 수이어야 하므로

$2k+1=0, 1, 4, 9, \cdots$

$\therefore k=-\frac{1}{2}, 0, \frac{3}{2}, 4, \cdots$

따라서 구하는 가장 작은 자연수 k의 값은 4이다.

참고 이차방정식의 해 $x=$(정수)$\pm\sqrt{a}$가 정수가 되려면 $\sqrt{a}$가 정수가 되어야 한다.

즉, $a=0$ 또는 $a=$(자연수)^2 꼴인 수이어야 한다.

499 답 ②, ⑤

$x^2-6x-a=0$에서

$x=-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-1\times(-a)}=3\pm\sqrt{a+9}$

이때 두 근이 모두 자연수가 되려면 $\sqrt{a+9}$가 3보다 작은 자연수이어야 한다. 즉,

$\sqrt{a+9}=1$일 때, $a+9=1$ $\therefore a=-8$

$\sqrt{a+9}=2$일 때, $a+9=4$ $\therefore a=-5$

500 답 ④

$x^2+kx+k+1=0$의 일차항의 계수와 상수항을 서로 바꾸면

$x^2+(k+1)x+k=0$

이때 한 근이 2이므로 $x=2$를 대입하면

$2^2+2(k+1)+k=0$, $3k+6=0$

$\therefore k=-2$

$x^2+kx+k+1=0$에 $k=-2$를 대입하면

$x^2-2x-1=0$

$\therefore x=-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\times(-1)}=1\pm\sqrt{2}$

따라서 처음 이차방정식의 두 근의 차는

$(1+\sqrt{2})-(1-\sqrt{2})=2\sqrt{2}$

501 답 ④

$0.5x^2-x+\frac{2}{5}=0$의 양변에 10을 곱하면

$5x^2-10x+4=0$

$\therefore x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-5\times4}}{5}=\frac{5\pm\sqrt{5}}{5}$

참고 소수와 분수의 계수가 섞여 있는 복잡한 이차방정식은 소수와 분수를 모두 정수로 만들 수 있는 수를 양변에 곱한 후 푼다.

502 답 ②

$\frac{x(x-7)}{3}-\frac{(2x+1)(x-3)}{4}=2$의 양변에 12를 곱하면

$4x(x-7)-3(2x+1)(x-3)=24$

$4x^2-28x-3(2x^2-5x-3)=24$

$4x^2-28x-6x^2+15x+9-24=0$

$2x^2+13x+15=0$, $(x+5)(2x+3)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=-\frac{3}{2}$

이때 $a>b$이므로 $a=-\frac{3}{2}$, $b=-5$

$\therefore 2a+b=2\times\left(-\frac{3}{2}\right)+(-5)=-8$

503 답 ②

$\frac{1}{6}x^2-2x+\frac{10}{3}=0$의 양변에 6을 곱하면

$x^2-12x+20=0$, $(x-2)(x-10)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=10$

$0.1x^2+0.8x-2=0$의 양변에 10을 곱하면

$x^2+8x-20=0$, $(x+10)(x-2)=0$

$\therefore x=-10$ 또는 $x=2$

따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=2$

504 답 ④

$0.3x^2-0.2x-A=0$의 양변에 10을 곱하면

$3x^2-2x-10A=0$

$$\therefore x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-3\times(-10A)}}{3}$$

$$=\frac{1\pm\sqrt{1+30A}}{3}$$

즉, $\frac{1\pm\sqrt{1+30A}}{3}=\frac{B\pm\sqrt{31}}{3}$이므로

$1=B$, $1+30A=31$ $\therefore A=1$, $B=1$

$\therefore AB=1\times1=1$

505 답 ⑤

$\frac{3}{5}x^2-1.3x+\frac{1}{2}=0$의 양변에 10을 곱하면

$6x^2-13x+5=0$, $(2x-1)(3x-5)=0$

$\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{5}{3}$

이때 $a>b$이므로 $a=\frac{5}{3}$, $b=\frac{1}{2}$

따라서 $x^2-ax+\frac{4}{3}b=0$은 $x^2-\frac{5}{3}x+\frac{2}{3}=0$이므로

이 이차방정식의 양변에 3을 곱하면

$3x^2-5x+2=0$, $(3x-2)(x-1)=0$

$\therefore x=\frac{2}{3}$ 또는 $x=1$

506 답 $x=-\frac{11}{4}$ 또는 $x=0$

$x+2=A$로 놓으면 $4A^2-5A-6=0$

$(4A+3)(A-2)=0$

$\therefore A=-\frac{3}{4}$ 또는 $A=2$

따라서 $x+2=-\frac{3}{4}$ 또는 $x+2=2$이므로

$x=-\frac{11}{4}$ 또는 $x=0$

507 답 ①, ②

$x+y=A$로 놓으면 $A(A+3)+2=0$

$A^2+3A+2=0$, $(A+2)(A+1)=0$

$\therefore A=-2$ 또는 $A=-1$

$\therefore x+y=-2$ 또는 $x+y=-1$

508 답 ③

$0.5(x+1)(x+3)=\frac{2x(x+2)}{3}$의 양변에 6을 곱하면

$3(x+1)(x+3)=4x(x+2)$, $3(x^2+4x+3)=4x^2+8x$

$3x^2+12x+9=4x^2+8x$, $x^2-4x-9=0$

$\therefore x=-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\times(-9)}=2\pm\sqrt{13}$

이때 두 근 중 작은 근은 $2-\sqrt{13}$이므로

$a=2-\sqrt{13}$

$3<\sqrt{13}<4$에서 $-4<-\sqrt{13}<-3$이므로

$-2<2-\sqrt{13}<-1$

따라서 $n<a<n+1$을 만족시키는 정수 n의 값은 -2이다.

509 답 ②

$(x-y)^2-2x+2y-7=0$에서

$(x-y)^2-2(x-y)-7=0$

$x-y=A$로 놓으면

$A^2-2A-7=0$

$\therefore A=-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\times(-7)}=1\pm\sqrt{8}=1\pm2\sqrt{2}$

즉, $x-y=1\pm2\sqrt{2}$이고, $x<y$에서 $x-y<0$이므로

$x-y=1-2\sqrt{2}$

최고수준 도전 기출 105쪽

510 답 $\frac{1}{18}$

전략 중근을 가질 조건을 이용하여 a와 b의 관계식을 구한 후 주사위의 눈의 수에 따라 관계식을 만족시키는 경우를 찾는다.

서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

$x^2+ax+b=0$이 중근을 가지려면

$b=\left(\frac{a}{2}\right)^2=\frac{a^2}{4}$ $\therefore a^2=4b$

이때 a, b는 $1\le a\le6$, $1\le b\le6$인 자연수이므로 b가 1, 4일 때 a의 값이 자연수가 된다. 즉,

$b=1$일 때, $a^2=4$이므로 $a=2$

$b=4$일 때, $a^2=16$이므로 $a=4$

따라서 $a^2=4b$를 만족시키는 a, b의 순서쌍 (a, b)는 $(2, 1)$, $(4, 4)$의 2가지이므로 구하는 확률은

$\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

511 답 1982

전략 $2029=2030-1$, $2031=2030+1$이므로 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용하여 이차방정식의 계수를 변형한 후 인수분해를 이용하여 이차방정식을 푼다.

$2029\times2031=(2030-1)(2030+1)=2030^2-1$이므로

$(2030x)^2-2029\times2031x-1=0$에서

$2030^2x^2+(1-2030^2)x-1=0$

2030^2x → 1 → x

x → -1 → -2030^2x

합: $(1-2030^2)x$

$(2030^2x+1)(x-1)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2030^2}$ 또는 $x=1$

이때 두 근 중 큰 근은 1이므로 $p=1$

$x^2+1980x-1981=0$에서

$(x+1981)(x-1)=0$

$\therefore x=-1981$ 또는 $x=1$

이때 두 근 중 작은 근은 -1981이므로 $q=-1981$

$\therefore p-q=1-(-1981)=1982$

512 답 (1, 5), (2, 3), (3, 1)

전략 공통부분을 찾아 한 문자로 놓은 후 이차방정식을 풀고, 자연수 x, y의 순서쌍을 구한다.

$2(2x+y)^2-30x-15y+7=0$에서

$2(2x+y)^2-15(2x+y)+7=0$

$2x+y=A$로 놓으면

$2A^2-15A+7=0$, $(2A-1)(A-7)=0$

$\therefore A=\frac{1}{2}$ 또는 $A=7$

$\therefore 2x+y=\frac{1}{2}$ 또는 $2x+y=7$

이때 x, y가 자연수이므로 $2x+y=7$

따라서 $2x+y=7$을 만족시키는 자연수 x, y의 순서쌍 (x, y)는

$(1, 5)$, $(2, 3)$, $(3, 1)$

513 답 ⑤

전략 주어진 이차방정식의 좌변을 인수분해하여 식을 간단히 한다.

$x^2-2mx+4x+m^2-4m=2n$에서

$x^2-(2m-4)x+m(m-4)=2n$

이때 좌변을 인수분해하면

$x^2-(2m-4)x+m(m-4)=2n$

$x \times -m \rightarrow -mx$

$x \times -(m-4) \rightarrow -(m-4)x$

$-(2m-4)x$

$(x-m)\{x-(m-4)\}=2n$

$\therefore (x-m)(x-m+4)=2n$

이때 $x+4=m+n$에서 $x-m=n-4$이므로

$(n-4)n=2n$, $n^2-6n=0$

$n(n-6)=0$

$\therefore n=0$ 또는 $n=6$

따라서 구하는 모든 상수 n의 값의 합은 $0+6=6$

다른 풀이

$x^2-2mx+4x+m^2-4m=2n$에서

$x^2-2mx+m^2+4x-4m=2n$

$\therefore (x-m)^2+4(x-m)=2n$

이때 $x+4=m+n$에서 $x-m=n-4$이므로

$(n-4)^2+4(n-4)=2n$

$n^2-8n+16+4n-16=2n$, $n^2-6n=0$

$n(n-6)=0$ $\therefore n=0$ 또는 $n=6$

따라서 구하는 모든 상수 n의 값의 합은 $0+6=6$

06 이차방정식의 활용

난이도별 필수 기출 108~120쪽

514 답 ②

① $(-5)^2-4\times3\times4=-23<0$

② $(-2)^2-4\times(-3)=16>0$

③ $2^2-1\times6=-2<0$

④ $(-2)^2-2\times5=-6<0$

⑤ $(-1)^2-5\times3=-14<0$

따라서 근이 존재하는 것은 ②이다.

515 답 ③

① $(-3)^2-4\times4\times0=9>0$ ➡ 서로 다른 두 근 ➡ 근이 2개

② $(-5)^2-4\times1\times6=1>0$ ➡ 서로 다른 두 근 ➡ 근이 2개

③ $(-2)^2-1\times9=-5<0$ ➡ 근이 없다. ➡ 근이 0개

④ $7^2-4\times3\times1=37>0$ ➡ 서로 다른 두 근 ➡ 근이 2개

⑤ $(-3)^2-2\times3=3>0$ ➡ 서로 다른 두 근 ➡ 근이 2개

따라서 근의 개수가 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.

516 답 3

$x^2-3x+k-\frac{3}{4}=0$이 중근을 가지려면

$(-3)^2-4\times1\times\left(k-\frac{3}{4}\right)=0$

이어야 하므로 $9-4k+3=0$

$-4k=-12$ $\therefore k=3$

517 답 ③, ⑤

① $0^2-1\times0=0$

② $(-1)^2-4\times3\times2=-23<0$

③ $(-3)^2-4\times1\times(-1)=13>0$

④ $(-2)^2-1\times4=0$

⑤ $3^2-2\times(-1)=11>0$

따라서 서로 다른 두 근을 갖는 것은 ③, ⑤이다.

518 답 ⑤

$x^2+8x+k=0$의 근의 개수는 $4^2-1\times k$, 즉 $16-k$의 부호로 판단한다.

ㄱ. $k=8$이면 $16-8=8>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

ㄴ. $k=20$이면 $16-20=-4<0$이므로 근을 갖지 않는다.

ㄷ. $k=16$이면 $16-16=0$이므로 중근을 갖는다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

519 답 8

$x^2-5x+k-2=0$이 서로 다른 두 근을 가지려면

$(-5)^2-4\times1\times(k-2)>0$

이어야 하므로 $25-4k+8>0$

$-4k>-33$ $\therefore k<\frac{33}{4}$

따라서 구하는 가장 큰 정수 k의 값은 8이다.

520 답 ①, ②

$7x^2-3x-1=k+1$을 정리하면

$7x^2-3x-k-2=0$

이 이차방정식이 근을 가지려면

$(-3)^2-4\times7\times(-k-2)\geq0$

이어야 하므로 $9+28k+56\geq0$

$28k\geq-65$ $\therefore k\geq-\frac{65}{28}$

따라서 k의 값으로 적당하지 않은 것은 ①, ②이다.

521 답 ⑤

$x^2+\frac{2}{5}x+\frac{1}{25}=\frac{k-6}{3}$을 정리하면

$\left(x+\frac{1}{5}\right)^2=\frac{k-6}{3}$

이 이차방정식이 근을 갖지 않으므로

$\frac{k-6}{3}<0$

$k-6<0$ $\therefore k<6$

522 답 ③

$x^2+4kx+k+5=0$이 중근을 가지려면

$(2k)^2-1\times(k+5)=0$

이어야 하므로 $4k^2-k-5=0$

$(k+1)(4k-5)=0$ $\therefore k=-1$ 또는 $k=\frac{5}{4}$

따라서 구하는 모든 상수 k의 값의 합은

$-1+\frac{5}{4}=\frac{1}{4}$

523 답 $-\frac{15}{4}$

$x(x+5)=a$에서 $x^2+5x-a=0$

이 이차방정식이 중근을 가지므로

$5^2-4\times1\times(-a)=0$

$25+4a=0$, $4a=-25$ $\therefore a=-\frac{25}{4}$ ····· ⓘ

$x^2+5x-a=0$에 $a=-\frac{25}{4}$를 대입하면

$x^2+5x+\frac{25}{4}=0$

$\left(x+\frac{5}{2}\right)^2=0$이므로 $x=-\frac{5}{2}$ $\therefore b=-\frac{5}{2}$ ····· ⓘⓘ

$\therefore a-b=-\frac{25}{4}-\left(-\frac{5}{2}\right)=-\frac{15}{4}$ ····· ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ a의 값 구하기	50%
ⓘⓘ b의 값 구하기	40%
ⓘⓘⓘ $a-b$의 값 구하기	10%

524 답 ①

$3x^2-6x+a-1=0$이 서로 다른 두 근을 가지므로

$(-3)^2-3\times(a-1)>0$

$9-3a+3>0$, $-3a>-12$ $\therefore a<4$ ····· ㉠

$a^2x^2-2(a+2)x+2=0$이 중근을 가지므로

$\{-(a+2)\}^2-a^2\times2=0$

$a^2+4a+4-2a^2=0$, $a^2-4a-4=0$

$\therefore a=-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\times(-4)}=2\pm\sqrt{8}$

$=2\pm2\sqrt{2}$ ····· ㉡

㉠, ㉡에 의해 $a=2-2\sqrt{2}$

525 답 6

$(k^2-4)x^2+2(k+2)x+2=0$이 중근을 가지므로

$(k+2)^2-(k^2-4)\times2=0$

$k^2+4k+4-2k^2+8=0$, $k^2-4k-12=0$

$(k+2)(k-6)=0$ $\therefore k=-2$ 또는 $k=6$

그런데 $k=-2$이면 $k^2-4=(-2)^2-4=0$이므로 주어진 방정식이 이차방정식이 아니다.

따라서 $k\neq-2$이므로 $k=6$

526 답 ⑤

$x=-2$를 중근으로 갖고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+2)^2=0$ $\therefore x^2+4x+4=0$

따라서 $a=4$, $b=4$이므로

$ab=4\times4=16$

527 답 ④

-2, 3을 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+2)(x-3)=0$ $\therefore x^2-x-6=0$

따라서 $a=-1$, $b=-6$이므로

$a-b=-1-(-6)=5$

528 답 ①

해가 $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{2}{3}$이고 x^2의 계수가 6인 이차방정식은

$6\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{2}{3}\right)=0$

$6\left(x^2-\frac{1}{6}x-\frac{1}{3}\right)=0$ $\therefore 6x^2-x-2=0$

따라서 $a=-1$, $b=-2$이므로

$a+b=-1+(-2)=-3$

529 답 $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=6$

해가 $x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{3}$이고 x^2의 계수가 a인 이차방정식은

$a\left(x-\frac{3}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)=0$

$a\left(x^2-\frac{11}{6}x+\frac{1}{2}\right)=0$

$\therefore\ ax^2-\frac{11}{6}ax+\frac{1}{2}a=0$ ····· ⓘ

이때 $\frac{1}{2}a=3$이므로 $a=6$ ····· ⓘⓘ

$b=-\frac{11}{6}a$이므로 $b=-\frac{11}{6}\times6=-11$ ····· ⓘⓘⓘ

따라서 $2x^2-11x-6=0$을 풀면

$(2x+1)(x-6)=0 \quad \therefore\ x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=6$ ····· ⓘⓥ

채점 기준	
ⓘ 이차방정식 세우기	30 %
ⓘⓘ a의 값 구하기	20 %
ⓘⓘⓘ b의 값 구하기	20 %
ⓘⓥ 이차방정식 $2x^2+bx-a=0$ 풀기	30 %

530 답 ⑤

$x^2-(k-2)x-2k=0$이 중근을 가지므로

$\{-(k-2)\}^2-4\times1\times(-2k)=0$

$k^2+4k+4=0,\ (k+2)^2=0 \quad \therefore\ k=-2$

이때 두 근이 -2, $-2+1=-1$이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+2)(x+1)=0 \quad \therefore\ x^2+3x+2=0$

$\therefore\ a=3,\ b=2$

531 답 ②

$6x^2-5x-4=0$을 풀면

$(2x+1)(3x-4)=0 \quad \therefore\ x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{4}{3}$

즉, $-\frac{1}{2}-1=-\frac{3}{2}$, $\frac{4}{3}-1=\frac{1}{3}$을 두 근으로 하고 x^2의 계수가 6인 이차방정식은

$6\left(x+\frac{3}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)=0$

$6\left(x^2+\frac{7}{6}x-\frac{1}{2}\right)=0 \quad \therefore\ 6x^2+7x-3=0$

532 답 ①

두 근을 a, $a+5$라 하면 x^2의 계수가 2이므로

$2(x-a)\{x-(a+5)\}=0$

$\therefore\ 2x^2-2(2a+5)x+2a(a+5)=0$

이때 $-2(2a+5)=-2$이므로

$2a+5=1,\ 2a=-4 \quad \therefore\ a=-2$

따라서 $k=2a(a+5)$이므로

$k=2\times(-2)\times(-2+5)=-12$

533 답 ③

두 근을 a, $2a(a\neq0)$라 하면 x^2의 계수가 3이므로

$3(x-a)(x-2a)=0$

$\therefore\ 3x^2-9ax+6a^2=0$

이때 $-9a=-9$이므로 $a=1$

따라서 $k=6a^2$이므로

$k=6\times1^2=6$

534 답 2

두 근을 a, $4a(a\neq0)$라 하면 x^2의 계수가 1이므로

$(x-a)(x-4a)=0$

$\therefore\ x^2-5ax+4a^2=0$ ····· ⓘ

이때 $4a^2=1$이므로

$a^2=\frac{1}{4} \quad \therefore\ a=\pm\frac{1}{2}$ ····· ⓘⓘ

$x^2+kx-x+1=0$, 즉 $x^2+(k-1)x+1=0$에서

$k-1=-5a$이므로 $k=-5a+1$

$\therefore\ k=-5\times\frac{1}{2}+1=-\frac{3}{2}$ 또는 $k=-5\times\left(-\frac{1}{2}\right)+1=\frac{7}{2}$

····· ⓘⓘⓘ

따라서 구하는 모든 상수 k의 값의 합은

$-\frac{3}{2}+\frac{7}{2}=2$ ····· ⓘⓥ

채점 기준	
ⓘ 한 근을 a로 놓고 이차방정식 세우기	30 %
ⓘⓘ a의 값 구하기	30 %
ⓘⓘⓘ k의 값 구하기	30 %
ⓘⓥ 모든 상수 k의 값의 합 구하기	10 %

535 답 ②

두 근의 비가 1 : 3이므로 두 근을 a, $3a(a\neq0)$라 하면

$(x-a)(x-3a)=0$

$\therefore\ x^2-4ax+3a^2=0$

이때 $-4a=-(k+2)$이므로 $a=\frac{k+2}{4}$ ····· ㉠

$3a^2=2k$이므로 ㉠을 대입하면

$3\left(\frac{k+2}{4}\right)^2=2k$

$\frac{3k^2+12k+12}{16}=2k,\ 3k^2+12k+12=32k$

$3k^2-20k+12=0,\ (3k-2)(k-6)=0$

$\therefore\ k=\frac{2}{3}$ 또는 $k=6$

따라서 모든 상수 k의 값의 곱은 $\frac{2}{3}\times6=4$

536 답 $x=-3\pm\sqrt{14}$

$x^2+bx+a=0$의 해가 $x=2$ 또는 $x=3$이므로

$(x-2)(x-3)=0 \quad \therefore\ x^2-5x+6=0$

$\therefore\ a=6,\ b=-5$

따라서 처음 이차방정식은 $x^2+6x-5=0$이므로

$x=-3\pm\sqrt{3^2-1\times(-5)}=-3\pm\sqrt{14}$

537 답 ①

일차항의 계수를 잘못 보고 푼 이차방정식은

$(x+3)(x-8)=0 \quad \therefore\ x^2-5x-24=0$

이때 상수항을 제대로 보았으므로 처음 이차방정식의 상수항은 -24이다.

상수항을 잘못 보고 푼 이차방정식은
$(x+5)(x-3)=0$ $\therefore x^2+2x-15=0$
이때 일차항의 계수를 제대로 보았으므로 처음 이차방정식의 일차항의 계수는 2이다.
따라서 처음 이차방정식은 $x^2+2x-24=0$이므로
$a=2$, $b=-24$
$\therefore ab=2\times(-24)=-48$

538 답 ③
일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서 a는 기울기, b는 y절편이므로
$a=\frac{3}{4}$, $b=3$
따라서 $\frac{3}{4}$, 3을 두 근으로 하고 x^2의 계수가 4인 이차방정식은
$4\left(x-\frac{3}{4}\right)(x-3)=0$
$4\left(x^2-\frac{15}{4}x+\frac{9}{4}\right)=0$ $\therefore 4x^2-15x+9=0$

539 답 ①
$\alpha+1$, $\beta+1$을 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은
$\{x-(\alpha+1)\}\{x-(\beta+1)\}=0$
$\therefore x^2-(\alpha+\beta+2)x+\alpha\beta+\alpha+\beta+1=0$ …… ㉠
$x^2+3x-9=0$을 풀면
$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times(-9)}}{2\times1}=\frac{-3\pm\sqrt{45}}{2}=\frac{-3\pm3\sqrt{5}}{2}$
이때 $\alpha+\beta=\frac{-3+3\sqrt{5}}{2}+\frac{-3-3\sqrt{5}}{2}=-3$,
$\alpha\beta=\frac{-3+3\sqrt{5}}{2}\times\frac{-3-3\sqrt{5}}{2}=\frac{9-45}{4}=-9$이므로 ㉠에 대입하면
$x^2-(-3+2)x+(-9)+(-3)+1=0$
$\therefore x^2+x-11=0$

다른 풀이

$x^2+3x-9=0$을 풀면 $x=\frac{-3\pm3\sqrt{5}}{2}$
즉, $\frac{-3+3\sqrt{5}}{2}+1=\frac{-1+3\sqrt{5}}{2}$, $\frac{-3-3\sqrt{5}}{2}+1=\frac{-1-3\sqrt{5}}{2}$
를 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은
$\left(x-\frac{-1+3\sqrt{5}}{2}\right)\left(x-\frac{-1-3\sqrt{5}}{2}\right)=0$
$x^2-\left(\frac{-1+3\sqrt{5}}{2}+\frac{-1-3\sqrt{5}}{2}\right)x+\frac{-1+3\sqrt{5}}{2}\times\frac{-1-3\sqrt{5}}{2}=0$
$\therefore x^2+x-11=0$

540 답 ④
정현이가 푼 이차방정식은
$(x+3)(x-4)=0$ $\therefore x^2-x-12=0$
이때 정현이는 상수항을 제대로 보았으므로 처음 이차방정식의 상수항은 -12이다.
지유가 푼 이차방정식은
$\{x-(2+\sqrt{3})\}\{x-(2-\sqrt{3})\}=0$ $\therefore x^2-4x+1=0$
이때 지유는 x의 계수를 제대로 보았으므로 처음 이차방정식의 x의 계수는 -4이다.
따라서 처음 이차방정식은 $x^2-4x-12=0$이므로
$(x+2)(x-6)=0$ $\therefore x=-2$ 또는 $x=6$

541 답 ⑤
$\frac{n(n-3)}{2}=77$에서
$n^2-3n=154$, $n^2-3n-154=0$
$(n+11)(n-14)=0$ $\therefore n=-11$ 또는 $n=14$
이때 n은 자연수이므로 $n=14$
따라서 구하는 다각형은 십사각형이다.

542 답 ③
$\frac{n(n-1)}{2}=300$에서
$n^2-n=600$, $n^2-n-600=0$
$(n+24)(n-25)=0$ $\therefore n=-24$ 또는 $n=25$
이때 n은 자연수이므로 $n=25$
따라서 학급의 학생 수는 25명이다.

543 답 11번째
$\frac{n(n+1)}{2}=66$에서 …… ⓘ
$n^2+n=132$, $n^2+n-132=0$
$(n+12)(n-11)=0$ $\therefore n=-12$ 또는 $n=11$ …… ⓘⓘ
이때 n은 자연수이므로 $n=11$
따라서 구하는 삼각형 모양은 11번째이다. …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 이차방정식 세우기	40 %
ⓘⓘ 이차방정식 풀기	40 %
ⓘⓘⓘ 66개의 바둑돌을 사용하여 만든 삼각형 모양은 몇 번째인지 구하기	20 %

544 답 ②
어떤 자연수를 x라 하면
$x+x^2=56$
$x^2+x-56=0$, $(x+8)(x-7)=0$
$\therefore x=-8$ 또는 $x=7$
이때 x는 자연수이므로 $x=7$
따라서 구하는 자연수는 7이다.

545 답 ③
연속하는 두 홀수를 x, $x+2$라 하면
$x(x+2)=195$
$x^2+2x-195=0$, $(x+15)(x-13)=0$
$\therefore x=-15$ 또는 $x=13$
이때 x는 자연수이므로 $x=13$
따라서 연속하는 두 홀수는 13, 15이므로 구하는 합은
$13+15=28$

546 답 ⑤

어떤 음수를 x라 하면

$(x+1)^2=2(x+1)$

$x^2+2x+1=2x+2$, $x^2-1=0$

$(x+1)(x-1)=0$ $\therefore x=-1$ 또는 $x=1$

이때 x는 음수이므로 $x=-1$

따라서 구하는 음수는 -1이다.

547 답 10

큰 수를 $x(x>5)$라 하면 작은 수는 $x-5$이므로

$x^2=4(x-5)^2$ ····· ⓘ

$x^2=4x^2-40x+100$, $3x^2-40x+100=0$

$(3x-10)(x-10)=0$ $\therefore x=\frac{10}{3}$ 또는 $x=10$ ····· ⓘⓘ

이때 $x>5$이므로 $x=10$

따라서 구하는 큰 수는 10이다. ····· ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 이차방정식 세우기	40 %
ⓘⓘ 이차방정식 풀기	40 %
ⓘⓘⓘ 두 자연수 중 큰 수 구하기	20 %

548 답 ④

어떤 자연수를 x라 하면 어떤 자연수보다 6만큼 작은 수는 $x-6$이므로

$x(x-6)=16$

$x^2-6x-16=0$, $(x+2)(x-8)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=8$

이때 x는 자연수이므로 $x=8$

따라서 처음에 구하려고 했던 두 수의 곱은

$8\times(8+6)=112$

549 답 ②

연속하는 두 자연수를 x, $x+1$이라 하면

$x(x+1)=x^2+(x+1)^2-7$

$x^2+x=2x^2+2x-6$, $x^2+x-6=0$

$(x+3)(x-2)=0$ $\therefore x=-3$ 또는 $x=2$

이때 x는 자연수이므로 $x=2$

따라서 연속하는 두 자연수는 2, 3이다.

550 답 30

연속하는 세 짝수를 $x-2$, x, $x+2(x>2)$라 하면

$(x+2)^2=2x(x-2)-16$ ····· ⓘ

$x^2+4x+4=2x^2-4x-16$, $x^2-8x-20=0$

$(x+2)(x-10)=0$ $\therefore x=-2$ 또는 $x=10$ ····· ⓘⓘ

이때 $x>2$이므로 $x=10$

따라서 연속하는 세 짝수는 8, 10, 12이므로 구하는 합은

$8+10+12=30$ ····· ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 이차방정식 세우기	40 %
ⓘⓘ 이차방정식 풀기	40 %
ⓘⓘⓘ 세 짝수의 합 구하기	20 %

551 답 ④

연속하는 네 자연수를 $x-1$, x, $x+1$, $x+2(x>1)$라 하면

$(x+2)^2-(x-1)^2=x(x+1)-11$

$6x+3=x^2+x-11$, $x^2-5x-14=0$

$(x+2)(x-7)=0$ $\therefore x=-2$ 또는 $x=7$

이때 $x>1$이므로 $x=7$

따라서 연속하는 네 자연수는 6, 7, 8, 9이므로 가장 큰 수는 9이다.

552 답 ①

십의 자리 숫자를 x라 하면 일의 자리 숫자는 $8-x$이므로

$x(8-x)=(10x+8-x)-14$

$8x-x^2=9x-6$, $x^2+x-6=0$

$(x+3)(x-2)=0$ $\therefore x=-3$ 또는 $x=2$

이때 $1\le x\le 8$이므로 $x=2$

따라서 십의 자리 숫자는 2, 일의 자리 숫자는 $8-2=6$이므로 구하는 자연수는 26이다.

참고 **십의 자리 숫자가 a, 일의 자리 숫자가 b인 두 자리의 자연수는 $10a+b$이다. (단, $1\le a\le 9$, $0\le b\le 9$)**

553 답 ①

동생의 나이를 x살이라 하면 지우의 나이는 $(x+5)$살이므로

$x^2=3(x+5)+3$

$x^2=3x+18$, $x^2-3x-18=0$

$(x+3)(x-6)=0$ $\therefore x=-3$ 또는 $x=6$

이때 x는 자연수이므로 $x=6$

따라서 동생의 나이는 6살이다.

554 답 ①

펼쳐진 두 면의 쪽수를 x, $x+1$이라 하면

$x(x+1)=420$

$x^2+x-420=0$, $(x+21)(x-20)=0$

$\therefore x=-21$ 또는 $x=20$

이때 x는 자연수이므로 $x=20$

따라서 두 면의 쪽수 중 작은 쪽의 쪽수는 20이다.

555 답 ⑤

학생 수를 $x(x>2)$명이라 하면 한 학생에게 나누어 주는 사과의 개수는 $x-2$이므로

$x(x-2)=195$

$x^2-2x-195=0$, $(x+13)(x-15)=0$

$\therefore x=-13$ 또는 $x=15$

이때 $x>2$이므로 $x=15$

따라서 학생 수는 15명이다.

556 답 ③

민유가 태어난 날을 5월 x일이라 하면

태오가 태어난 날은 5월 $(x+7)$일이므로 $x(x+7)=144$

$x^2+7x-144=0$, $(x+16)(x-9)=0$

$\therefore x=-16$ 또는 $x=9$

이때 x는 자연수이므로 $x=9$

따라서 민유가 태어난 날은 5월 9일이므로 구하는 날짜는 9일이다.

557 답 ④

전체 물건의 개수는 2940×43이고, 한 사람당 물건을 $60x$개만큼 줄이면 필요한 인력은 $(43+x)$명이므로

$2940\times43=(2940-60x)(43+x)$

$2940\times43=2940\times43+360x-60x^2$, $60x^2-360x=0$

$x^2-6x=0$, $x(x-6)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=6$

이때 x는 자연수이므로 $x=6$

558 답 ②

(정가)$=2000\left(1+\frac{x}{100}\right)$

(판매가)$=2000\left(1+\frac{x}{100}\right)\left(1-\frac{x}{100}\right)$

이때 물건 한 개당 20원의 손해를 보았으므로 판매가는 $2000-20=1980$(원)이다. 즉,

$2000\left(1+\frac{x}{100}\right)\left(1-\frac{x}{100}\right)=1980$

$\left(1+\frac{x}{100}\right)\left(1-\frac{x}{100}\right)=\frac{99}{100}$

$1-\left(\frac{x}{100}\right)^2=\frac{99}{100}$

$\left(\frac{x}{100}\right)^2=\frac{1}{100}$, $\frac{x}{100}=\pm\frac{1}{10}$

$\therefore x=-10$ 또는 $x=10$

이때 $x>0$이므로 $x=10$

559 답 ⑤

물체를 쏘아 올린 지 x초 후에 지면에 떨어진다고 하면 물체가 지면에 떨어질 때의 높이는 0 m이므로

$-5x^2+90x+200=0$

$x^2-18x-40=0$, $(x+2)(x-20)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=20$

이때 $x>0$이므로 $x=20$

따라서 물체가 지면에 떨어질 때까지 걸리는 시간은 20초이다.

560 답 3초 후

폭죽을 쏘아 올린 지 x초 후에 터진다고 하면 그 지점의 높이가 120 m이므로

$-5x^2+55x=120$

$5x^2-55x+120=0$, $x^2-11x+24=0$

$(x-3)(x-8)=0$ $\therefore x=3$ 또는 $x=8$

따라서 폭죽이 올라가면서 터진 것은 쏘아 올린 지 3초 후이다.

561 답 ③

물체를 쏘아 올린 지 x초 후에 높이가 25 m가 된다고 하면

$-5x^2+30x=25$

$5x^2-30x+25=0$, $x^2-6x+5=0$

$(x-1)(x-5)=0$ $\therefore x=1$ 또는 $x=5$

따라서 물체가 지면으로부터 25 m 이상의 높이에 머무는 것은 1초부터 5초까지이므로 4초 동안이다.

562 답 ①

직사각형의 둘레의 길이가 14 cm, 가로의 길이가 x cm이므로 세로의 길이는 $\frac{14-2x}{2}=7-x$(cm)이다.

따라서 직사각형의 넓이가 20 cm^2이므로

$x(7-x)=20$

$7x-x^2=20$ $\therefore x^2-7x+20=0$

563 답 ③

큰 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $(8-x)$ cm이다.

따라서 두 정사각형의 넓이의 합이 34 cm^2이므로

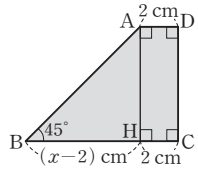
$x^2+(8-x)^2=34$

564 답 ③

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{HC}=2$ cm, $\overline{BH}=(x-2)$ cm

이때 $\angle B=45°$이므로 $\triangle ABH$는 직각이등변삼각형이다.



$\therefore \overline{AH}=\overline{BH}=(x-2)$ cm

사다리꼴 ABCD의 넓이가 30 cm^2이므로

$\frac{1}{2}\times(2+x)\times(x-2)=30$

$x^2-4=60$, $x^2=64$ $\therefore x=\pm8$

이때 $x>0$이므로 $x=8$

565 답 $(-16+8\sqrt{6})$ cm

작은 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $\frac{32-4x}{4}=8-x$(cm)이다.

큰 정사각형과 작은 정사각형은 서로 닮은 도형이고 닮음비는 $(8-x):x$, 넓이의 비는 3 : 2이므로

$(8-x)^2:x^2=3:2$

$2(8-x)^2=3x^2$, $128-32x+2x^2=3x^2$

$x^2+32x-128=0$

$\therefore x=-16\pm\sqrt{16^2-1\times(-128)}=-16\pm\sqrt{384}$

$=-16\pm8\sqrt{6}$

이때 $x>0$이고, $x<8-x$에서 $x<4$이므로

$x=-16+8\sqrt{6}$

따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $(-16+8\sqrt{6})$ cm이다.

다른 풀이

작은 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $\frac{32-4x}{4}=8-x$(cm)이다.

큰 정사각형과 작은 정사각형은 서로 닮은 도형이고 한 변의 길이의 비가 $\sqrt{3}:\sqrt{2}$이므로

$(8-x):x=\sqrt{3}:\sqrt{2}$

$\sqrt{2}(8-x)=\sqrt{3}x$, $8\sqrt{2}-\sqrt{2}x=\sqrt{3}x$

$(\sqrt{3}+\sqrt{2})x=8\sqrt{2}$

$\therefore x=\frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\frac{8\sqrt{2}(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$

$=-16+8\sqrt{6}$

따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $(-16+8\sqrt{6})$ cm이다.

566 답 $\frac{11-\sqrt{41}}{2}$ cm

$\overline{AH}=x$ cm라 하면 $\overline{DH}=(11-x)$ cm, $\overline{DG}=x$ cm이므로 직각삼각형 HGD에서 피타고라스 정리에 의해

$(11-x)^2+x^2=9^2$ …… ⓘ

$121-22x+x^2+x^2=81$, $2x^2-22x+40=0$

$x^2-11x+20=0$

$\therefore x=\frac{-(-11)\pm\sqrt{(-11)^2-4\times1\times20}}{2\times1}=\frac{11\pm\sqrt{41}}{2}$

…… ⓘⓘ

이때 $x>0$이고, $x<11-x$에서 $x<\frac{11}{2}$이므로

$x=\frac{11-\sqrt{41}}{2}$

따라서 $\overline{AH}$의 길이는 $\frac{11-\sqrt{41}}{2}$ cm이다. …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 이차방정식 세우기	40 %
ⓘⓘ 이차방정식 풀기	40 %
ⓘⓘⓘ $\overline{AH}$의 길이 구하기	20 %

567 답 ②

처음 직사각형의 넓이는 $3\times2=6(\text{m}^2)$, 길이를 늘인 직사각형의 넓이는 $(x+3)(x+2)$ m^2이고, 넓이가 24 m^2만큼 넓어졌으므로

$(x+3)(x+2)-6=24$

$x^2+5x-24=0$, $(x+8)(x-3)=0$

$\therefore x=-8$ 또는 $x=3$

이때 $x>0$이므로 $x=3$

568 답 ②

처음 원의 넓이는 $\pi\times3^2=9\pi(\text{m}^2)$, 길을 포함한 원의 넓이는 $(3+x)^2\pi$ m^2이고, 길의 넓이가 16π m^2이므로

$(3+x)^2\pi-9\pi=16\pi$

$x^2+6x-16=0$, $(x+8)(x-2)=0$

$\therefore x=-8$ 또는 $x=2$

이때 $x>0$이므로 $x=2$

569 답 ④

x초 후에 처음 직사각형의 넓이와 같아진다고 하면

$(10-x)(6+2x)=10\times6$

$60+14x-2x^2=60$, $2x^2-14x=0$

$x^2-7x=0$, $x(x-7)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=7$

이때 $0<x<10$이므로 $x=7$

따라서 처음 직사각형의 넓이와 같아지는 것은 7초 후이다.

570 답 2 cm

작은 원의 반지름의 길이를 x cm라 하면

$\pi\times(x+2)^2=4\times\pi\times x^2$

$x^2+4x+4=4x^2$, $3x^2-4x-4=0$

$(3x+2)(x-2)=0$ $\therefore x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=2$

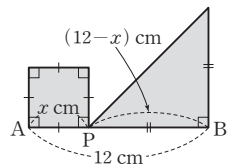
이때 $x>0$이므로 $x=2$

따라서 작은 원의 반지름의 길이는 2 cm이다.

571 답 4 cm

$\overline{AP}=x$ cm라 하면

$\overline{BP}=(12-x)$ cm이므로



$x^2+\frac{1}{2}\times(12-x)^2=48$ …… ⓘ

$2x^2+144-24x+x^2=96$

$3x^2-24x+48=0$, $x^2-8x+16=0$

$(x-4)^2=0$ $\therefore x=4$ …… ⓘⓘ

따라서 $\overline{AP}$의 길이는 4 cm이다. …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 이차방정식 세우기	40 %
ⓘⓘ 이차방정식 풀기	40 %
ⓘⓘⓘ $\overline{AP}$의 길이 구하기	20 %

572 답 ③

$\overline{BC}=x$ cm라 하면 $\overline{AC}=(14-x)$ cm이므로

$\frac{1}{2}\times\pi\times7^2-\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{14-x}{2}\right)^2-\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{x}{2}\right)^2=10\pi$

$\frac{49}{2}\pi-\frac{1}{8}\pi(14-x)^2-\frac{1}{8}\pi x^2=10\pi$

$196-196+28x-x^2-x^2=80$, $2x^2-28x+80=0$

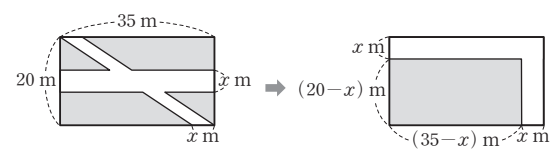
$x^2-14x+40=0$, $(x-4)(x-10)=0$

$\therefore x=4$ 또는 $x=10$

이때 $0<x<7$이므로 $x=4$

따라서 $\overline{BC}$의 길이는 4 cm이다.

573 답 ①



도로를 제외한 땅의 넓이가 450 m^2이므로

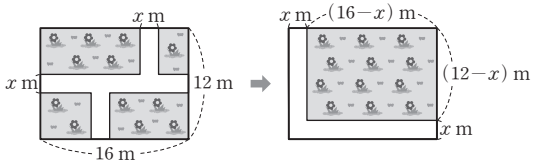
$(35-x)(20-x)=450$

$700-55x+x^2=450$, $x^2-55x+250=0$

$(x-5)(x-50)=0$ $\therefore x=5$ 또는 $x=50$

이때 $0<x<20$이므로 $x=5$

574 답 2 m



길의 폭을 x m라 하면 꽃밭의 넓이가 140 m^{2}이므로

$(16-x)(12-x)=140$

$192-28x+x^2=140$, $x^2-28x+52=0$

$(x-2)(x-26)=0$ $\therefore x=2$ 또는 $x=26$

이때 $0<x<12$이므로 $x=2$

따라서 길의 폭은 2 m이다.

575 답 44 cm

처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이를 x cm라 하면 네 귀퉁이를 잘라 만든 직육면체의 가로의 길이는 $(x-8)$ cm, 세로의 길이는 $(x-8)$ cm, 높이는 4 cm이므로

$4(x-8)^2=36$

$(x-8)^2=9$, $x-8=\pm3$

$x=8\pm3$ $\therefore x=5$ 또는 $x=11$

이때 $x>8$이므로 $x=11$

따라서 처음 정사각형 모양의 종이의 둘레의 길이는

$4\times11=44$(cm)

576 답 8 cm

처음 직사각형 모양의 종이의 세로의 길이를 x cm라 하면 가로의 길이는 $(x+3)$ cm이다.

네 귀퉁이를 잘라 만든 직육면체의 가로의 길이는 $(x+3)-4=x-1$(cm), 세로의 길이는 $(x-4)$ cm, 높이는 2 cm이므로 …… ⓘ

$2(x-1)(x-4)=56$ …… ⓘⓘ

$x^2-5x+4=28$, $x^2-5x-24=0$

$(x+3)(x-8)=0$ $\therefore x=-3$ 또는 $x=8$ …… ⓘⓘⓘ

이때 $x>4$이므로 $x=8$

따라서 처음 직사각형의 세로의 길이는 8 cm이다. …… ⓘⓥ

채점 기준	
ⓘ 직육면체의 모서리의 길이를 x에 대한 식으로 나타내기	30 %
ⓘⓘ 이차방정식 세우기	20 %
ⓘⓘⓘ 이차방정식 풀기	30 %
ⓘⓥ 처음 직사각형의 세로의 길이 구하기	20 %

577 답 ⑤

빗금 친 부분의 세로의 길이를 x cm라 하면 가로의 길이는 $(48-2x)$ cm이므로

$x(48-2x)=288$

$48x-2x^2-288=0$, $x^2-24x+144=0$

$(x-12)^2=0$ $\therefore x=12$

따라서 물받이의 높이는 12 cm이다.

578 답 ②

점 P(a, b)가 일차함수 $y=-2x+16$의 그래프 위에 있으므로

$b=-2a+16$ …… ㉠

이때 $\overline{OQ}=a$, $\overline{PQ}=-2a+16$이고, □OQPR의 넓이가 24이므로

$a(-2a+16)=24$

$-2a^2+16a-24=0$, $a^2-8a+12=0$

$(a-2)(a-6)=0$ $\therefore a=2$ 또는 $a=6$

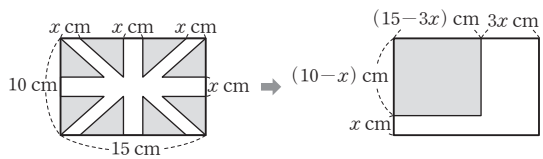
㉠에 $a=2$를 대입하면 $b=-2\times2+16=12$

㉠에 $a=6$을 대입하면 $b=-2\times6+16=4$

이때 $\overline{OQ}>\overline{OR}$이므로 $a=6$, $b=4$

$\therefore a+b=6+4=10$

579 답 ②



어두운 조각의 넓이의 합이 72 cm^{2}이므로

$(15-3x)(10-x)=72$

$150-45x+3x^2=72$, $3x^2-45x+78=0$

$x^2-15x+26=0$, $(x-2)(x-13)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=13$

이때 $0<x<5$이므로 $x=2$

580 답 ④

$\overline{DE}=(x-1)$ cm, $\overline{DC}=1$ cm이고, □ABCD∽□DEFC이므로 $\overline{AB}:\overline{DE}=\overline{AD}:\overline{DC}$에서

$1:(x-1)=x:1$, $1=x(x-1)$

$x^2-x-1=0$

$$\therefore x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times1\times(-1)}}{2\times1}$$

$$=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$$

이때 $x>1$이므로 $x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

581 답 ⑤

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle B=\angle C$

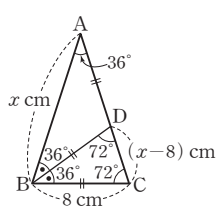
$$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-36^\circ)=72^\circ$$

$\overline{BD}$는 $\angle B$의 이등분선이므로

$\angle ABD=\angle CBD$

$$=\frac{1}{2}\times72^\circ=36^\circ$$

△ABD는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD}=\overline{BD}$ …… ㉠



또 △ABD에서
$\angle BDC=\angle BAD+\angle ABD=36^\circ+36^\circ=72^\circ$
△BCD는 이등변삼각형이므로 $\overline{BC}=\overline{BD}$ ····· ㉡
㉠, ㉡에서 $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{BC}=8$ cm
이때 $\overline{AB}=\overline{AC}=x$ cm이므로 $\overline{CD}=(x-8)$ cm
△ABC와 △BCD에서
$\angle BAC=\angle CBD$, $\angle ABC=\angle BCD$
이므로 △ABC∽△BCD(AA 닮음)
즉, $\overline{AB}:\overline{BC}=\overline{BC}:\overline{CD}$에서
$x:8=8:(x-8)$, $x(x-8)=64$
$x^2-8x-64=0$
$\therefore x=-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-1\times(-64)}=4\pm\sqrt{80}$
$=4\pm4\sqrt{5}$
이때 $x>8$이므로 $x=4+4\sqrt{5}$

582 답 4초 후

점 P는 매초 3 cm씩 이동하므로 점 P가 출발한 지 x초 후에 $\overline{AP}=3x$ cm이다.
$\therefore \overline{PB}=(24-3x)$ cm
점 Q는 매초 4 cm씩 이동하므로 점 Q가 출발한 지 x초 후에 $\overline{BQ}=4x$ cm이다. ····· ⓘ
△PBQ의 넓이가 96 cm^2이므로
$\frac{1}{2}\times4x\times(24-3x)=96$ ····· ⓘⓘ
$48x-6x^2-96=0$, $x^2-8x+16=0$
$(x-4)^2=0$ $\therefore x=4$ ····· ⓘⓘⓘ
따라서 △PBQ의 넓이가 96 cm^2가 되는 것은 출발한 지 4초 후이다. ····· ⓘⓥ

채점 기준	
ⓘ $\overline{PB}$, $\overline{BQ}$의 길이를 x에 대한 식으로 나타내기	30 %
ⓘⓘ 이차방정식 세우기	20 %
ⓘⓘⓘ 이차방정식 풀기	30 %
ⓘⓥ △PBQ의 넓이가 96 cm^2가 되는 것은 몇 초 후인지 구하기	20 %

583 답 28 cm

직사각형 모양의 타일의 짧은 변의 길이를 x cm라 하면
$3\times$(긴 변의 길이)$=4x$
$\therefore$ (긴 변의 길이)$=\frac{4}{3}x$
직사각형 모양의 바닥의 넓이가 480 cm^2이므로
$4x\left(2x+\frac{4}{3}x\right)=480$
$\frac{40}{3}x^2=480$, $x^2=36$
$\therefore x=\pm6$
이때 $x>0$이므로 $x=6$
따라서 직사각형 모양의 타일의 짧은 변의 길이는 6 cm, 긴 변의 길이는 $\frac{4}{3}\times6=8$(cm)이므로 구하는 둘레의 길이는
$2\times(6+8)=28$(cm)

최고수준 도전 기출 121쪽

584 답 ④

전략 주어진 두 근으로 만든 이차방정식의 계수를 비교하여 두 자연수 a, b의 최대공약수와 최소공배수를 구한 후 최대공약수와 최소공배수의 관계를 생각한다.

두 근이 2, 3이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은
$(x-2)(x-3)=0$ $\therefore x^2-5x+6=0$ ····· ㉠
주어진 이차방정식의 상수항이 18이므로 ㉠의 양변에 3을 곱하면
$3x^2-15x+18=0$ $\therefore G=3$, $L=15$
즉, 최대공약수가 3인 두 자연수를 $3p$, $3q$(p, q는 서로소)라 하면 최소공배수가 15이므로
$15=3\times p\times q$ $\therefore pq=5$
이때 p, q는 서로소이므로
$p=1$, $q=5$ 또는 $p=5$, $q=1$
따라서 최대공약수가 3, 최소공배수가 15인 두 자연수 a, b($a<b$)는 3, 15이므로
$a+b=3+15=18$

585 답 ③

전략 농도가 15 %인 소금물 200 g이 들어 있는 그릇에서 x g의 소금물을 퍼낸 다음 x g의 물을 넣었을 때의 소금물의 농도와 다시 x g의 소금물을 퍼낸 다음 x g의 물을 넣었을 때의 소금물의 농도를 x에 대한 식으로 나타낸다.

농도가 15 %인 소금물 200 g에서 x g의 소금물을 퍼내면 남아 있는 소금물의 양은 $(200-x)$ g이므로 소금의 양은
$\frac{15}{100}(200-x)$ g
이 소금물에 물 x g을 넣으면 소금물의 양은 200 g이므로 소금물의 농도는
$\frac{15}{100}(200-x)\times\frac{1}{200}\times100=\frac{3}{40}(200-x)$(%)
이 소금물에서 다시 x g의 소금물을 퍼내면 남아 있는 소금물의 양은 $(200-x)$ g이므로 소금의 양은
$\frac{3}{40}(200-x)\times\frac{1}{100}\times(200-x)=\frac{3}{4000}(200-x)^2$(g)
이 소금물에 물 x g을 넣으면 소금물의 양은 200 g이므로 소금물의 농도는
$\frac{3}{4000}(200-x)^2\times\frac{1}{200}\times100=\frac{3}{8000}(200-x)^2$(%)
이 소금물의 농도가 9.6 %이므로
$\frac{3}{8000}(200-x)^2=9.6$
$(200-x)^2=25600$, $200-x=\pm160$
$\therefore x=40$ 또는 $x=360$
이때 $0<x<200$이므로 $x=40$

참고 ① (소금물의 농도)$=\frac{\text{(소금의 양)}}{\text{(소금물의 양)}}\times100$(%)
② (소금의 양)$=\frac{\text{(소금물의 농도)}}{100}\times$(소금물의 양)(g)

586 답 ③

전략 △ABC, △ABE, △CPB가 이등변삼각형임을 이용하여 $\overline{CP}$의 길이를 구하고 △ABC∽△APB임을 이용하여 이차방정식을 세운 후 x의 값을 구한다.

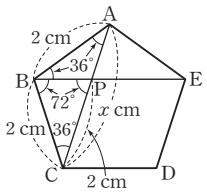
$\angle ABC=\frac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$이고,

△ABC는 이등변삼각형이므로

$\angle BAC=\angle BCA$

$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-108^\circ)$

$=36^\circ$



$\angle BAE=\frac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$이고, △ABE는 이등변삼각형이므로

$\angle ABE=\angle AEB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-108^\circ)=36^\circ$

$\therefore \angle CBP=\angle ABC-\angle ABP=108^\circ-36^\circ=72^\circ$

또 △ABP에서

$\angle CPB=\angle ABP+\angle BAP=36^\circ+36^\circ=72^\circ$

따라서 △CPB는 이등변삼각형이므로

$\overline{CP}=\overline{CB}=2$ cm

이때 △ABC∽△APB이므로

$\overline{AC}:\overline{AB}=\overline{AB}:\overline{AP}$에서

$x:2=2:(x-2)$

$x(x-2)=4$, $x^2-2x-4=0$

$\therefore x=-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\times(-4)}=1\pm\sqrt{5}$

이때 $x>0$이므로 $x=1+\sqrt{5}$

✓ 중1 다시보기

다각형의 내각의 크기

① n각형의 내각의 크기의 합 ➡ $180^\circ\times(n-2)$

② 정n각형의 한 내각의 크기 ➡ $\frac{180^\circ\times(n-2)}{n}$

587 답 ②

전략 종이 한 장의 긴 변 2개의 길이의 합은 짧은 변 4개의 길이의 합보다 4 cm만큼 짧음을 이용하여 식을 세운다.

종이 한 장의 짧은 변의 길이를 x cm라 하면 긴 변의 길이는

$\frac{1}{2}(4x-4)=2x-2$(cm)

벽의 넓이가 624 cm^2이므로

$4x\times\{(2x-2)\times2+x\}=624$

$5x^2-4x=156$, $5x^2-4x-156=0$

$(5x+26)(x-6)=0$ $\therefore x=-\frac{26}{5}$ 또는 $x=6$

이때 $x>0$이므로 $x=6$

따라서 종이 한 장의 짧은 변의 길이는 6 cm, 긴 변의 길이는

$2\times6-2=10$(cm)이므로 종이 한 장의 넓이는

$6\times10=60$(cm^2)

07 이차함수와 그 그래프

난이도별 필수 기출 124~141쪽

588 답 ②

② $y=\frac{1}{x^2}$은 x에 대한 이차식이 아니므로 이차함수가 아니다.

③ $y=-\frac{1}{3}x(x+2)=-\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x$

⑤ $y=x(1-x)=-x^2+x$

따라서 이차함수가 아닌 것은 ②이다.

589 답 ②, ④

① $y=-4x^2+(2x-1)^2=-4x+1$

② $y=x(x+3)-5=x^2+3x-5$

④ $y=-9\left(\frac{1}{3}+x\right)\left(\frac{1}{3}-x\right)=-9\left(\frac{1}{9}-x^2\right)=9x^2-1$

⑤ $y=x^2(1-x)+2x=-x^3+x^2+2x$

따라서 이차함수인 것은 ②, ④이다.

590 답 3

ㄴ. $x^2-y=0$ $\therefore y=x^2$

ㄷ. $y=(2+x)^2=x^2+4x+4$

ㄹ. $y=x(x-1)-x^2=-x$

ㅁ. $y=9x^2-(3x-1)^2=6x-1$

ㅂ. $y=(x+2)(x-3)=x^2-x-6$

따라서 이차함수는 ㄴ, ㄷ, ㅂ의 3개이다.

591 답 ⑤

① $y=x+(x+1)=2x+1$

② $y=x^3$

③ (시간)$=\frac{\text{(거리)}}{\text{(속력)}}$이므로 $y=\frac{x}{100}$

④ $y=4x$

⑤ 세로의 길이는 $\frac{20-2x}{2}=10-x$(cm)이므로

$y=x(10-x)=-x^2+10x$

따라서 이차함수인 것은 ⑤이다.

592 답 ④

$f(0)=-0^2-3\times0+4=4$

$f(-1)=-(-1)^2-3\times(-1)+4=6$

$\therefore 2f(0)+f(-1)=2\times4+6=14$

593 답 ①

① $f(-1)=(-1)^2-3\times(-1)+1=5$

② $f(0)=0^2-3\times0+1=1$

③ $f(1)=1^2-3\times1+1=-1$

④ $f(2)=2^2-3\times2+1=-1$

⑤ $f(3)=3^2-3\times3+1=1$

따라서 함숫값을 바르게 구한 것은 ①이다.

594 답 ③

$y=2x^2-x(ax+1)=2x^2-ax^2-x$

$=(2-a)x^2-x$

이때 이차함수가 되기 위해서는 x^2의 계수가 0이 아니어야 하므로

$2-a\neq 0$ $\therefore a\neq 2$

595 답 ④

$f(2)=11$이므로 $2\times 2^2+2a+5=11$

$2a=-2$ $\therefore a=-1$

따라서 $f(x)=2x^2-x+5$이므로

$f(-1)=2\times(-1)^2-(-1)+5=8$

596 답 ①

$f(a)=1$이므로 $2a^2+5a-2=1$

$2a^2+5a-3=0$, $(a+3)(2a-1)=0$

$\therefore a=-3$ 또는 $a=\frac{1}{2}$

따라서 a는 정수이므로 $a=-3$

597 답 26

$f(-1)=8$이므로

$2\times(-1)^2-a+b=8$ $\therefore a-b=-6$ ····· ㉠

$f(2)=11$이므로

$2\times 2^2+2a+b=11$ $\therefore 2a+b=3$ ····· ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-1$, $b=5$ ····· ⓘ

따라서 $f(x)=2x^2-x+5$이므로 ····· ⓘⓘ

$f(-3)=2\times(-3)^2-(-3)+5=26$ ····· ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ a, b의 값 구하기	60 %
ⓘⓘ $f(x)$ 구하기	20 %
ⓘⓘⓘ $f(-3)$의 값 구하기	20 %

598 답 ④

보기의 이차함수 중 그래프가 위로 볼록한 것은 이차항의 계수가 음수인 ㄴ, ㄹ이다.

599 답 ①

$y=2x^2$의 그래프와 x축에 서로 대칭이려면 이차항의 계수의 절댓값이 같아야 하므로 구하는 그래프의 식은 $y=-2x^2$

600 답 ③

점선으로 나타나는 그래프의 식을 $y=ax^2$이라 하면 이 그래프의 폭이 $y=-x^2$의 그래프보다 넓으므로 $|a|<|-1|$이고 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$이다.

따라서 $-1<a<0$인 것은 ③ $y=-\frac{3}{4}x^2$이다.

601 답 −20

$y=5x^2$의 그래프와 x축에 서로 대칭인 그래프의 식은

$y=-5x^2$ ····· ⓘ

이 그래프가 점 $(-2, k)$를 지나므로

$k=-5\times(-2)^2=-20$ ····· ⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ x축에 서로 대칭인 그래프의 식 구하기	40 %
ⓘⓘ k의 값 구하기	60 %

602 답 ②

그래프의 꼭짓점이 원점이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(-3, -6)$을 지나므로

$-6=a\times(-3)^2$ $\therefore a=-\frac{2}{3}$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-\frac{2}{3}x^2$

603 답 ⑤

③ $y=-2x^2$에 $x=-2$를 대입하면 $y=-2\times(-2)^2=-8$이므로 점 $(-2, -8)$을 지난다.

⑤ $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

604 답 ⑤

이차항의 계수의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁다.

$|4|>|-2|>\left|-\frac{4}{3}\right|>|1|>\left|-\frac{1}{2}\right|$이므로 그래프의 폭이 좁은 것부터 차례로 나열하면 ㄹ, ㄷ, ㅁ, ㄱ, ㄴ이다.

605 답 ①, ④

① 위로 볼록하면 이차항의 계수가 음수이므로 ㄴ, ㄹ, ㅁ, ㅂ의 4개이다.

④ 그래프의 폭이 가장 좁은 것은 이차항의 계수의 절댓값이 가장 큰 ㅂ이다.

⑤ 그래프의 식에 $x=2$, $y=-2$를 대입하여 성립하는 것은 $y=-\frac{1}{2}x^2$이므로 점 $(2, -2)$를 지나는 그래프는 ㄹ뿐이다.

따라서 옳지 않은 것은 ①, ④이다.

606 답 ④

ㄱ. 축의 방정식은 $x=0$이다.

ㄷ. a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭은 좁아진다.

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

607 답 ②

㉠, ㉡은 그래프가 아래로 볼록하므로 이차항의 계수가 양수이고,

㉢, ㉣은 그래프가 위로 볼록하므로 이차항의 계수가 음수이다.

이때 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁으므로

㉠: $y=3x^2$, ㉡: $y=\frac{4}{7}x^2$, ㉢: $y=-\frac{8}{5}x^2$, ㉣: $y=-5x^2$

608 답 ④

$y=-7x^2$의 그래프는 위로 볼록하고, 축의 방정식은 $x=0$이다.

따라서 x의 값이 증가할 때, y의 값은 감소하는 x의 값의 범위는 $x>0$

609 답 -2

$y=10x^2$의 그래프와 x축에 서로 대칭인 그래프의 식은

$y=-10x^2$ $\therefore a=-10$ …… ⓘ

$y=-\frac{1}{5}x^2$의 그래프와 x축에 서로 대칭인 그래프의 식은

$y=\frac{1}{5}x^2$ $\therefore b=\frac{1}{5}$ …… ⓘⓘ

$\therefore ab=-10\times\frac{1}{5}=-2$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ a의 값 구하기	40 %
ⓘⓘ b의 값 구하기	40 %
ⓘⓘⓘ ab의 값 구하기	20 %

610 답 ②

$y=4x^2$의 그래프가 점 $(a, -4a)$를 지나므로

$-4a=4a^2$, $a^2+a=0$

$a(a+1)=0$ $\therefore a=-1$ 또는 $a=0$

따라서 $a\neq0$이므로 $a=-1$

611 답 ①

그래프의 꼭짓점이 원점이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(2, -10)$을 지나므로

$-10=a\times2^2$ $\therefore a=-\frac{5}{2}$

따라서 $y=-\frac{5}{2}x^2$의 그래프가 점 $(-2\sqrt{2}, k)$를 지나므로

$k=-\frac{5}{2}\times(-2\sqrt{2})^2=-20$

612 답 ①

그래프의 꼭짓점이 원점이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(-2, -3)$을 지나므로

$-3=a\times(-2)^2$ $\therefore a=-\frac{3}{4}$

이때 $y=-\frac{3}{4}x^2$의 그래프와 x축에 서로 대칭인 그래프의 식은

$y=\frac{3}{4}x^2$

따라서 $y=\frac{3}{4}x^2$의 그래프가 지나는 점은 ① $(-2, 3)$이다.

613 답 ②

그래프의 꼭짓점이 원점이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(3, 6)$을 지나므로

$6=a\times3^2$ $\therefore a=\frac{2}{3}$

따라서 $y=\frac{2}{3}x^2$의 그래프가 점 $\left(k, \frac{8}{3}\right)$을 지나므로

$\frac{8}{3}=\frac{2}{3}\times k^2$, $k^2=4$ $\therefore k=\pm2$

이때 k는 양수이므로 $k=2$

614 답 1

점 D의 좌표를 $(a, 3a^2)(a>0)$이라 하면

$A(-a, 3a^2)$, $B(-a, -a^2)$, $C(a, -a^2)$ …… ⓘ

$\overline{AD}=a-(-a)=2a$, $\overline{AB}=3a^2-(-a^2)=4a^2$이고, $\overline{AD}=\overline{AB}$이므로

$2a=4a^2$, $2a^2-a=0$

$a(2a-1)=0$ $\therefore a=0$ 또는 $a=\frac{1}{2}$

이때 $a>0$이므로 $a=\frac{1}{2}$ …… ⓘⓘ

$\therefore \square ABCD=\overline{AD}^2=(2a)^2$

$=\left(2\times\frac{1}{2}\right)^2=1$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 네 꼭짓점의 좌표를 a를 이용하여 나타내기	40 %
ⓘⓘ a의 값 구하기	40 %
ⓘⓘⓘ □ABCD의 넓이 구하기	20 %

615 답 ①

$y=ax^2$의 그래프가 주어진 그림의 어두운 부분을 지나려면

(i) $a>0$인 경우

$y=ax^2$의 그래프의 폭이 $y=2x^2$의 그래프보다 넓어야 하므로

$0<a<2$

(ii) $a<0$인 경우

$y=ax^2$의 그래프의 폭이 $y=-\frac{3}{5}x^2$의 그래프보다 넓어야 하므로 $-\frac{3}{5}<a<0$

(i), (ii)에 의해 $-\frac{3}{5}<a<0$ 또는 $0<a<2$

따라서 그래프가 어두운 부분을 지나지 않는 것은 ①이다.

616 답 ㄱ, ㄷ

ㄱ. 두 그래프가 x축에 서로 대칭이면 이차항의 계수의 절댓값이 같고 부호가 다르므로 $b+c=0$

ㄴ, ㄷ. 그래프의 폭이 좁아질수록 이차항의 계수의 절댓값이 크므로 $|a|>|c|$

이때 $|a|=|d|$, $|b|=|c|$이고, $a>0$, $b>0$, $c<0$, $d<0$이므로 $d<c<b<a$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

617 답 ④

점 A의 좌표를 $(k, 0)(k\neq0)$이라 하면 두 점 B, C는 각각 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$, $y=ax^2$의 그래프 위의 점이므로

$B\left(k, \frac{1}{2}k^2\right)$, $C(k, ak^2)$

이때 $\overline{AB}=\frac{1}{2}k^2$, $\overline{BC}=ak^2-\frac{1}{2}k^2=\left(a-\frac{1}{2}\right)k^2$이고, $\overline{BC}=3\overline{AB}$이므로

$\left(a-\frac{1}{2}\right)k^2=3\times\frac{1}{2}k^2$

$a-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$ $\therefore a=2$

618 답 $-\frac{1}{16}$

점 A의 x좌표가 4이므로 y좌표는 $y=-4^2=-16$

$\therefore$ A$(4, -16)$

이때 $\overline{AC}=4$이므로 $\overline{AB}=3\overline{AC}=3\times4=12$

직선 BC는 x축에 평행하고, $\overline{BC}=\overline{AC}+\overline{AB}=4+12=16$이므로 점 B의 x좌표는 16이다.

$\therefore$ B$(16, -16)$

따라서 $y=ax^2$의 그래프가 점 B$(16, -16)$을 지나므로

$-16=a\times16^2$ $\therefore a=-\frac{1}{16}$

619 답 ③

□ACDB는 평행사변형이므로

$\overline{AB}/\!/\overline{CD}$, $\overline{AB}=\overline{CD}$

이때 $\overline{AB}=\overline{CD}=6-(-2)=8$이고, $y=ax^2$의 그래프는 y축에 대칭이므로 두 점 C, D의 x좌표는 각각 -4, 4이다.

$\therefore$ C$(-4, -12)$, D$(4, -12)$

따라서 점 D$(4, -12)$가 $y=ax^2$의 그래프 위의 점이므로

$-12=a\times4^2$ $\therefore a=-\frac{3}{4}$

620 답 ④

점 A의 x좌표가 -1이므로 y좌표는 $y=-3\times(-1)^2=-3$

$\therefore$ A$(-1, -3)$

이때 $y=-3x^2$의 그래프는 y축에 대칭이므로 B$(1, -3)$

$\overline{AB}=1-(-1)=2$이므로 $\overline{CD}=2\overline{AB}=2\times2=4$

$y=ax^2$의 그래프는 y축에 대칭이므로 두 점 C, D의 x좌표는 각각 2, -2이다.

두 점 C, D의 y좌표는 $y=a\times2^2=a\times(-2)^2=4a$이므로

C$(2, 4a)$, D$(-2, 4a)$

따라서 □ABCD$=33$이므로

$\frac{1}{2}\times(4+2)\times\{4a-(-3)\}=33$, $3(4a+3)=33$

$4a+3=11$, $4a=8$ $\therefore a=2$

621 답 ①

이차함수 $y=-3x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-3x^2-2$

622 답 ③

$y=-4x^2+1$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, 1)$, 축의 방정식은 $x=0$이므로 $a=0$, $b=1$, $c=0$

$\therefore a+b+c=0+1+0=1$

623 답 ①

$y=\frac{1}{3}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 a만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{1}{3}x^2+a$

이 그래프가 점 $(3, 2)$를 지나므로 $2=\frac{1}{3}\times3^2+a$ $\therefore a=-1$

624 답 $-\frac{1}{2}$

$y=ax^2$의 그래프를 y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=ax^2+4$

이 그래프가 점 $(2, 2)$를 지나므로

$2=a\times2^2+4$, $4a=-2$ $\therefore a=-\frac{1}{2}$

625 답 ④

$y=2x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=2x^2-1$

따라서 축의 방정식은 $x=0$, 꼭짓점의 좌표는 $(0, -1)$이다.

626 답 ④

$y=-\frac{1}{2}x^2+3$의 그래프는 위로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표는 $(0, 3)$이다.

따라서 그래프로 알맞은 것은 ④이다.

627 답 ③

$y=4x^2+9$의 그래프는 아래로 볼록하고, 축의 방정식은 $x=0$이다.

따라서 x의 값이 증가할 때, y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는 $x>0$

628 답 ④

㈎에서 그래프가 아래로 볼록하므로 이차항의 계수는 양수이다.

즉, ③, ④, ⑤이다.

㈏에서 꼭짓점의 좌표는 $(0, 2)$이고 y축을 축으로 하는 것은 ①, ②, ③, ④이다.

㈐에서 $y=x^2$의 그래프보다 폭이 좁은 것은 ①, ④, ⑤이다.

따라서 조건을 모두 만족시키는 이차함수의 식은 ④이다.

629 답 ②

① $y=5x^2+1$에 $x=1$을 대입하면 $y=5\times1^2+1=6$이므로 점 $(1, 6)$을 지난다.

② 축의 방정식은 $x=0$이다.

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

630 답 ④

$y=-3x^2+1$의 그래프를 y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-3x^2+1+2$ $\therefore y=-3x^2+3$

따라서 $x=2$일 때, $y=-3\times2^2+3=-9$이므로 이 그래프가 지나는 점은 ④ $(2, -9)$이다.

631 답 ③

$y=-2x^2+q$의 그래프가 점 $(1, -4)$를 지나므로

$-4=-2\times1^2+q$ $\therefore q=-2$

따라서 이차함수 $y=-2x^2-2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, -2)$

632 답 ②

$y=-\frac{2}{3}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 a만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-\frac{2}{3}x^2+a$

이 그래프가 점 $(3, 12)$를 지나므로

$12=-\frac{2}{3}\times 3^2+a \quad \therefore a=18$

따라서 $y=-\frac{2}{3}x^2+18$의 그래프가 점 $(6, k)$를 지나므로

$k=-\frac{2}{3}\times 6^2+18=-6$

633 답 24

점 $(0, -4)$를 꼭짓점, y축을 축으로 하므로 이차함수의 식을 $y=ax^2-4$로 놓을 수 있다. …… ⅰ

이 그래프가 점 $(-1, 3)$을 지나므로

$3=a\times(-1)^2-4 \quad \therefore a=7$

$\therefore y=7x^2-4$ …… ⅱ

따라서 이 그래프가 점 $(2, k)$를 지나므로

$k=7\times 2^2-4=24$ …… ⅲ

채점 기준	
ⅰ 이차함수의 식 세우기	20 %
ⅱ 이차함수의 식 구하기	40 %
ⅲ k의 값 구하기	40 %

634 답 ②

꼭짓점의 좌표가 $(0, -4)$이므로 $q=-4$

따라서 $y=ax^2-4$의 그래프가 점 $(4, 0)$을 지나므로

$0=a\times 4^2-4,\ 16a=4 \quad \therefore a=\frac{1}{4}$

$\therefore aq=\frac{1}{4}\times(-4)=-1$

635 답 ③

③ q의 값에 따라 그래프의 폭은 변하지 않는다.

④ $a<0$이면 위로 볼록하고, 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, q)$이므로 모든 y의 값은 q보다 작거나 같다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

636 답 ⑤

$y=ax+b$의 그래프에서 (기울기)<0, (y절편)>0이므로

$a<0,\ b>0$

$y=-bx^2+a$의 그래프는 $-b<0$이므로 위로 볼록하고, $a<0$이므로 꼭짓점 $(0, a)$는 y축 위에 있으면서 x축보다 아래쪽에 있다.

따라서 그래프로 알맞은 것은 ⑤이다.

중2 다시보기

일차함수 $y=ax+b$의 그래프가

(1) 오른쪽 위로 향하면 $a>0$

오른쪽 아래로 향하면 $a<0$

(2) y축과 양의 부분에서 만나면 $b>0$

y축과 음의 부분에서 만나면 $b<0$

637 답 ④

$y=ax^2+8$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, 8)$이므로 $A(0, 8)$

그래프가 x축과 만나는 두 점의 좌표를 $B(-k, 0)$, $C(k, 0)\ (k>0)$이라 하면 $\triangle ABC=16$이므로

$\frac{1}{2}\times\{k-(-k)\}\times 8=16 \quad \therefore k=2$

따라서 $y=ax^2+8$의 그래프가 점 $C(2, 0)$을 지나므로

$0=a\times 2^2+8,\ 4a=-8 \quad \therefore a=-2$

638 답 108

점 $C(6, 6)$은 $y=-\frac{1}{3}x^2+q$ 위의 점이므로

$6=-\frac{1}{3}\times 6^2+q \quad \therefore q=18$ …… ⅰ

점 A는 $y=-\frac{1}{3}x^2+18$의 그래프의 꼭짓점이므로

$A(0, 18)$ …… ⅱ

두 이차함수의 그래프는 y축에 서로 대칭이므로

$\square OCAB=2\triangle OCA=2\times\frac{1}{2}\times 18\times 6=108$ …… ⅲ

채점 기준	
ⅰ q의 값 구하기	40 %
ⅱ 점 A의 좌표 구하기	20 %
ⅲ □OCAB의 넓이 구하기	40 %

639 답 ⑤

$y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-2(x-4)^2$

640 답 ⑤

⑤ $y=-6(x-1)^2$의 그래프는 $y=-6x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프이다.

따라서 평행이동하여 완전히 포개어지는 것은 ⑤이다.

641 답 ③

이차항의 계수의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁다.

$\left|-\frac{1}{2}\right|<\left|\frac{2}{3}\right|<|1|<|-3|<|4|$이므로 그래프의 폭이 가장 좁은 것은 ③이다.

642 답 4

$y=\frac{1}{4}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 5만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{1}{4}(x-5)^2$

이 그래프가 점 $(1, k)$를 지나므로 $k=\frac{1}{4}\times(1-5)^2=4$

643 답 ③

ㄷ. $y=-\frac{2}{3}x^2+1$의 그래프는 $y=-\frac{2}{3}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

ㄹ. $y=-\left(x-\frac{2}{3}\right)^2$의 그래프는 $y=-x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 $\frac{2}{3}$만큼 평행이동한 것이다.

ㅁ. $y=-\frac{3}{2}(x-1)^2$의 그래프는 $y=-\frac{3}{2}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

ㅂ. $y=-\frac{2}{3}(x-3)^2$의 그래프는 $y=-\frac{2}{3}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

따라서 평행이동하여 완전히 포갤 수 있는 것은 ㄷ, ㅂ이다.

644 답 ④

$y=a(x+p)^2$의 그래프는 $y=7x^2$의 그래프를 평행이동한 것이므로 $a=7$

이때 꼭짓점의 좌표는 $(-p, 0)$이므로

$-p=3$, $q=0$ $\therefore p=-3$, $q=0$

$\therefore a+p+q=7+(-3)+0=4$

645 답 ①

$y=\frac{1}{4}(x+5)^2$의 그래프는 아래로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표는 $(-5, 0)$이다.

따라서 그래프로 알맞은 것은 ①이다.

646 답 ②

이차함수의 그래프의 축의 방정식을 각각 구하면

① $x=1$ ② $x=5$ ③ $x=-4$ ④ $x=\frac{2}{3}$ ⑤ $x=3$

따라서 축의 위치가 가장 오른쪽에 있는 것은 ②이다.

647 답 ⑤

$y=2(x-3)^2$의 그래프는 아래로 볼록하고, 축의 방정식은 $x=3$이다.

따라서 x의 값이 증가할 때, y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는 $x>3$

648 답 ④, ⑤

① 축의 방정식은 $x=5$이다. ② 위로 볼록한 포물선이다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(5, 0)$이다.

따라서 옳은 것은 ④, ⑤이다.

649 답 ②

$y=-\frac{1}{2}(x-3)^2$의 그래프는 위로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표가 $(3, 0)$이므로 x축과 한 점에서 만난다.

$y=-\frac{1}{2}x^2+3$의 그래프는 위로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표가 $(0, 3)$이므로 x축과 두 점에서 만난다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

650 답 ③

$y=(x-p)^2$의 그래프가 점 $(2, 16)$을 지나므로

$16=(2-p)^2$, $p-2=\pm4$

$p-2=-4$ 또는 $p-2=4$ $\therefore p=-2$ 또는 $p=6$

이때 $p>0$이므로 $p=6$

따라서 $y=(x-6)^2$이므로 구하는 축의 방정식은 $x=6$

651 답 ②

$y=2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 k만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=2(x-k)^2$

이 그래프가 점 $(0, 32)$를 지나므로

$32=2\times(-k)^2$, $k^2=16$ $\therefore k=\pm4$

이때 k는 양수이므로 $k=4$

652 답 −12

$y=-3(x+1)^2$의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-3\{(x-4)+1\}^2$ $\therefore y=-3(x-3)^2$ …… ⓘ

이 그래프가 점 $(1, k)$를 지나므로

$k=-3\times(1-3)^2=-12$ …… ⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 평행이동한 이차함수의 식 구하기	50%
ⓘⓘ k의 값 구하기	50%

653 답 24

주어진 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(3, 0)$이므로 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프이다.

$\therefore y=a(x-3)^2$ …… ⓘ

이 그래프가 점 $(0, 6)$을 지나므로

$6=a\times(-3)^2$, $9a=6$ $\therefore a=\frac{2}{3}$

$\therefore y=\frac{2}{3}(x-3)^2$ …… ⓘⓘ

따라서 이 그래프가 점 $(9, k)$를 지나므로

$k=\frac{2}{3}\times(9-3)^2=24$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 평행이동한 이차함수의 식 세우기	20%
ⓘⓘ 평행이동한 이차함수의 식 구하기	40%
ⓘⓘⓘ k의 값 구하기	40%

654 답 ⑤

이차함수 $y=(x-3)^2=\{(x-5)+2\}^2$의 그래프는 $y=(x+2)^2$의 그래프를 x축의 방향으로 5만큼 평행이동한 것이다.

따라서 점 B가 점 A로, 점 A가 점 C로 5만큼 평행이동한 것과 같으므로 $\overline{AB}=\overline{AC}=5$

$\therefore \overline{BC}=\overline{AB}+\overline{AC}=5+5=10$

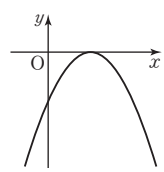
655 답 ③

$y=ax+b$의 그래프에서 (기울기)>0, (y절편)<0이므로

$a>0$, $b<0$

$y=b(x-a)^2$의 그래프는 $b<0$이므로 위로 볼록하고, $a>0$이므로 꼭짓점 $(a, 0)$은 x축 위에 있으면서 y축보다 오른쪽에 있다.

따라서 $y=b(x-a)^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제1사분면, 제2사분면을 지나지 않는다.



656 답 4

$y=-x^2+9$의 그래프가 $y=a(x-p)^2$의 꼭짓점 $(p,\ 0)$을 지나므로 $0=-p^2+9$

$p^2=9$ $\therefore p=\pm3$

이때 $p>0$이므로 $p=3$

$y=a(x-3)^2$의 그래프가 $y=-x^2+9$의 꼭짓점 $(0,\ 9)$를 지나므로 $9=a\times(-3)^2$, $9a=9$ $\therefore a=1$

$\therefore a+p=1+3=4$

657 답 ①

$y=ax+b$의 그래프가 두 점 $(-6,\ 0)$, $(0,\ -3)$을 지나므로

$a=(\text{기울기})=\dfrac{-3-0}{0-(-6)}=-\dfrac{1}{2}$, $b=(y\text{절편})=-3$

$y=-a(x-b)^2$에서

$y=-\left(-\dfrac{1}{2}\right)\{x-(-3)\}^2$ $\therefore y=\dfrac{1}{2}(x+3)^2$

이 그래프는 아래로 볼록하고, 축의 방정식은 $x=-3$이다.

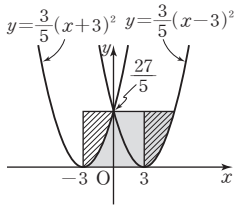
따라서 x의 값이 증가할 때, y의 값은 감소하는 x의 값의 범위는 $x<-3$

658 답 $\dfrac{162}{5}$

$y=\dfrac{3}{5}(x-3)^2=\dfrac{3}{5}\{(x-6)+3\}^2$의 그래프는 $y=\dfrac{3}{5}(x+3)^2$의 그래프를 x축의 방향으로 6만큼 평행이동한 것과 같다.

$y=\dfrac{3}{5}(x+3)^2$에 $x=0$을 대입하면 $y=\dfrac{3}{5}\times3^2=\dfrac{27}{5}$이므로 이 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표는 $\left(0,\ \dfrac{27}{5}\right)$

따라서 오른쪽 그림에서 빗금 친 부분의 넓이가 서로 같으므로 어두운 부분의 넓이는 가로의 길이가 $3-(-3)=6$이고, 세로의 길이가 $\dfrac{27}{5}$인 직사각형의 넓이와 같다.



$\therefore$ (어두운 부분의 넓이)$=6\times\dfrac{27}{5}=\dfrac{162}{5}$

659 답 $\dfrac{3}{16}$

□ACDB는 평행사변형이므로 $\overline{AB}=\overline{CD}=4-(-4)=8$

점 A의 x좌표를 $k\ (k<0)$라 하면 점 B의 x좌표는 $k+8$

두 점 $A(k,\ 3)$, $B(k+8,\ 3)$은 $y=a(x+2)^2$의 그래프 위의 점이고, y좌표가 같으므로

$a(k+2)^2=a\{(k+8)+2\}^2$

$k^2+4k+4=k^2+20k+100$, $16k=-96$ $\therefore k=-6$

따라서 $y=a(x+2)^2$의 그래프가 점 $A(-6,\ 3)$을 지나므로

$3=a\times(-6+2)^2$ $\therefore a=\dfrac{3}{16}$

660 답 ②

$y=-4x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-4(x+2)^2+1$

661 답 ④

④ $y=3(x-1)^2+1$의 그래프는 $y=3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프이다.

따라서 평행이동하면 완전히 포개어지는 것은 ④이다.

662 답 ④

$y=-2(x-1)^2-3$의 그래프의 축의 방정식은 $x=1$, 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ -3)$이다.

663 답 ①

이차함수의 축의 방정식을 각각 구하면

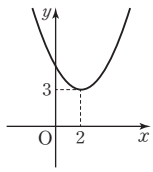
① $x=-\dfrac{4}{3}$ ② $x=1$ ③ $x=2$ ④ $x=-1$ ⑤ $x=4$

따라서 축의 위치가 가장 왼쪽에 있는 것은 ①이다.

664 답 ⑤

$y=(x-2)^2+3$의 그래프는 아래로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 3)$이므로 오른쪽 그림과 같다.

따라서 그래프가 지나지 않는 사분면은 제3사분면, 제4사분면이다.



665 답 ①

$y=2(x+5)^2+3$의 그래프는 아래로 볼록하고, 축의 방정식은 $x=-5$이다.

따라서 x의 값이 증가할 때, y의 값은 감소하는 x의 값의 범위는 $x<-5$

666 답 ④

③ 그래프는 위로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ -1)$이므로 제3사분면, 제4사분면을 지난다.

④ 그래프는 위로 볼록하고, 축의 방정식이 $x=-2$이므로 $x<-2$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

667 답 ⑤

ㄱ. 축의 방정식은 $x=-4$이다.

ㄴ. $\left|\dfrac{5}{3}\right|<\left|-\dfrac{7}{2}\right|$이므로 $y=-\dfrac{7}{2}(x-1)^2+\dfrac{5}{3}$의 그래프보다 폭이 넓다.

ㄷ. $y=\dfrac{5}{3}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -4만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=\dfrac{5}{3}(x+4)^2-3$이므로 그래프가 일치한다.

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

668 답 ③

(가)에서 그래프가 위로 볼록하므로 이차항의 계수는 음수이다.

즉, ①, ②, ③, ④이다.

(나)에서 $y=-3(x+1)^2$의 그래프와 폭이 같으므로 이차항의 계수의 절댓값이 같다.

즉, ①, ②, ③, ⑤이다.

㈐에서 꼭짓점이 제2사분면 위에 있으므로 ③, ⑤이다.
따라서 조건을 모두 만족시키는 이차함수의 식은 ③이다.

669 답 -2

$y=\frac{1}{4}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{1}{4}(x+1)^2-3$

이 그래프가 점 $(a, 1)$을 지나므로

$1=\frac{1}{4}(a+1)^2-3$, $a^2+2a-15=0$

$(a+5)(a-3)=0$ $\therefore a=-5$ 또는 $a=3$

따라서 구하는 모든 a의 값의 합은 $-5+3=-2$

670 답 ②

$y=(x-a)^2-a^2+2b$의 그래프가

점 $(3, 1)$을 지나므로 $1=(3-a)^2-a^2+2b$

$1=9-6a+a^2-a^2+2b$ $\therefore 3a-b=4$ ····· ㉠

또 점 $(-2, 6)$을 지나므로 $6=(-2-a)^2-a^2+2b$

$6=4+4a+a^2-a^2+2b$ $\therefore 2a+b=1$ ····· ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=-1$

$\therefore a+b=1+(-1)=0$

671 답 -2

$y=(x+4)^2-2$의 그래프를 x축의 방향으로 k만큼, y축의 방향으로 $-2k$만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=(x-k+4)^2-2-2k$

이 그래프가 점 $(-4, 6)$을 지나므로

$6=(-4-k+4)^2-2-2k$, $k^2-2k-8=0$

$(k+2)(k-4)=0$ $\therefore k=-2$ 또는 $k=4$

이때 k는 음수이므로 $k=-2$

672 답 ⑤

$y=-\frac{1}{2}x^2+2$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-\frac{1}{2}(x-m)^2+2+n$

이 그래프와 $y=-\frac{1}{2}(x+3)^2-2$의 그래프가 일치하므로

$-m=3$, $2+n=-2$ $\therefore m=-3$, $n=-4$

$\therefore m-n=-3-(-4)=1$

673 답 -1

$y=(x-4)^2$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=(x-m-4)^2+n$

이 그래프와 $y=(x-1)^2+\frac{1}{3}$의 그래프가 일치하므로

$-m-4=-1$, $n=\frac{1}{3}$ $\therefore m=-3$, $n=\frac{1}{3}$

$\therefore mn=-3\times\frac{1}{3}=-1$

674 답 ③

$y=2(x+2)^2+3$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=2(x-p+2)^2+3+q$

이 그래프와 $y=2x^2+1$의 그래프가 일치하므로

$-p+2=0$, $3+q=1$ $\therefore p=2$, $q=-2$

$\therefore p+q=2+(-2)=0$

675 답 24

$y=a(x+2)^2+3$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=a(x+1+2)^2+3-5$

$=a(x+3)^2-2$ ····· ⓘ

이 그래프와 $y=-4(x+b)^2+c$의 그래프가 일치하므로

$a=-4$, $b=3$, $c=-2$ ····· ⓘⓘ

$\therefore abc=-4\times3\times(-2)=24$ ····· ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 평행이동한 이차함수의 식 구하기	40%
ⓘⓘ a, b, c의 값 구하기	40%
ⓘⓘⓘ abc의 값 구하기	20%

676 답 $y=(x-5)^2-6$

㉠의 그래프의 꼭짓점이 원점이므로 ㉠의 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(3, 9)$를 지나므로 $9=a\times3^2$ $\therefore a=1$

즉, ㉠을 그래프로 하는 이차함수의 식이 $y=x^2$이므로 ㉡의 그래프는 $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 5만큼, y축의 방향으로 -6만큼 평행이동한 그래프이다.

따라서 ㉡을 그래프로 하는 이차함수의 식은 $y=(x-5)^2-6$

677 답 ④

그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

꼭짓점 (p, q)가 제2사분면 위에 있으므로 $p<0$, $q>0$

678 답 ⑤

그래프가 위로 볼록하므로 $-a<0$ $\therefore a>0$

꼭짓점 $(-p, q)$가 제1사분면 위에 있으므로

$-p>0$, $q>0$ $\therefore p<0$, $q>0$

① $a+q>0$ ② $pq<0$

③ $p-q<0$ ④ $apq<0$

⑤ $y=-a(x+p)^2+q$에 $x=0$을 대입하면 $y=-ap^2+q$

이때 그래프가 y축과 만나는 점이 x축보다 위쪽에 있으므로

$-ap^2+q>0$ $\therefore ap^2-q<0$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

679 답 ③

$y=-2(x-p)^2+2p^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(p, 2p^2)$

이 점이 직선 $y=x+3$ 위에 있으므로 $2p^2=p+3$

$2p^2-p-3=0$, $(p+1)(2p-3)=0$

$\therefore p=-1$ 또는 $p=\frac{3}{2}$

이때 p는 양수이므로 $p=\frac{3}{2}$

680 답 ①

$y=-x^2+5$의 그래프가 $y=a(x+3)^2+b$의 꼭짓점 $(-3, b)$를 지나므로

$b=-(-3)^2+5=-4$

$y=a(x+3)^2-4$의 그래프가 $y=-x^2+5$의 꼭짓점 $(0, 5)$를 지나므로

$5=a\times3^2-4$, $9a=9$ $\therefore a=1$

$\therefore a+b=1+(-4)=-3$

681 답 ②

$y=ax+b$의 그래프에서 (기울기)<0, (y절편)>0이므로

$a<0$, $b>0$

$y=-a(x-b)^2-ab$의 그래프는 $-a>0$이므로 아래로 볼록하고, $b>0$, $-ab>0$이므로 꼭짓점 $(b, -ab)$는 제1사분면 위에 있다.

따라서 그래프로 알맞은 것은 ②이다.

682 답 ④

$y=a(x-p)^2+q$의 그래프는 위로 볼록하므로 $a<0$이고, 꼭짓점 (p, q)가 제2사분면 위에 있으므로 $p<0$, $q>0$이다.

$y=p(x+a)^2-q$의 그래프는 $p<0$이므로 위로 볼록하고, $-a>0$, $-q<0$이므로 꼭짓점 $(-a, -q)$는 제4사분면 위에 있다.

따라서 그래프로 알맞은 것은 ④이다.

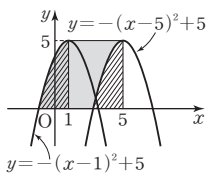
683 답 20

$y=-(x-5)^2+5=-\{(x-4)-1\}^2+5$의 그래프는

$y=-(x-1)^2+5$의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것과 같다. …… ⅰ

두 그래프의 꼭짓점의 좌표는 각각 $(1, 5)$, $(5, 5)$ …… ⅱ

따라서 오른쪽 그림에서 빗금 친 부분의 넓이가 서로 같으므로 어두운 부분의 넓이는 가로의 길이가 $5-1=4$이고, 세로의 길이가 5인 직사각형의 넓이와 같다.



$\therefore$ (어두운 부분의 넓이)$=4\times5=20$

…… ⅲ

채점 기준	
ⅰ 두 이차함수의 그래프의 평행이동의 관계 알기	40%
ⅱ 두 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표 구하기	20%
ⅲ 어두운 부분의 넓이 구하기	40%

684 답 1

꼭짓점 $A(m, m-7)$은 제4사분면 위의 점이므로

$\overline{OH}=m$, $\overline{AH}=-(m-7)=7-m$

$\triangle OAH=3$이므로 $\frac{1}{2}\times m\times(7-m)=3$

$m^2-7m+6=0$, $(m-1)(m-6)=0$

$\therefore m=1$ 또는 $m=6$

이때 $\overline{OH}<\overline{AH}$이므로 $m=1$

685 답 ⑤

두 점 B, C의 좌표는 $B(p, p+4)$, $C(p, 0)$

$\square OCBA=8$이므로 $\frac{1}{2}\times\{2+(p+4)\}\times p=8$

$p^2+6p-16=0$, $(p+8)(p-2)=0$

$\therefore p=-8$ 또는 $p=2$

이때 $p>0$이므로 $p=2$

따라서 $y=a(x-2)^2+6$의 그래프가 점 $A(0, 2)$를 지나므로

$2=a\times(-2)^2+6$, $4a=-4$ $\therefore a=-1$

$\therefore ap=-1\times2=-2$

686 답 ③

$y=(x-p)^2-4p+3$의 축의 방정식은 $x=p$

두 이차함수의 그래프가 x축과 만나는 두 점의 좌표는 $O(0, 0)$, $C(6, 0)$이고, 이차함수의 그래프는 축에 대칭이므로 $p=3$

이때 $y=(x-p)^2-4p+3$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(p, -4p+3)$이므로

$A(3, -4\times3+3)$ $\therefore A(3, -9)$

$\therefore \square OACB=2\triangle OAC=2\times\frac{1}{2}\times6\times9=54$

최고수준 도전 기출 142~143쪽

687 답 ③

전략 이차함수의 그래프는 축에 대칭이므로 그래프가 x축과 만나는 두 점 사이의 거리가 $2k$이면 축과 이 점들 사이의 거리는 각각 k이다.

$y=\frac{1}{3}(x+2)^2-4$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=\frac{1}{3}(x-p+2)^2-4+q$

이 그래프는 축인 직선 $x=p-2$에 대칭이고, x축과 만나는 두 점 사이의 거리가 $6\sqrt{3}$이므로 x축과 만나는 두 점의 좌표는 각각 $(p-2-3\sqrt{3}, 0)$, $(p-2+3\sqrt{3}, 0)$이다.

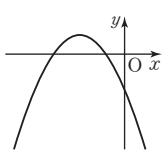
따라서 $y=\frac{1}{3}(x-p+2)^2-4+q$의 그래프가 점 $(p-2+3\sqrt{3}, 0)$을 지나므로

$0=\frac{1}{3}\{(p-2+3\sqrt{3})-p+2\}^2-4+q$ $\therefore q=-5$

688 답 ②

전략 이차함수의 그래프가 제2사분면, 제3사분면, 제4사분면만을 지나는 경우를 그려 본 후 그래프의 특징을 판단한다.

$y=a(x+p)^2-q$의 그래프가 제2사분면, 제3사분면, 제4사분면만을 지나는 경우는 오른쪽 그림과 같다.



그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$이고, 꼭짓점 $(-p, -q)$가 제2사분면 위에 있으므로 $-p<0$, $-q>0$

$\therefore a<0$, $p>0$, $q<0$

689 답 ④

전략 $y=x^2$의 그래프를 규칙에 따라 평행이동시킬 때, 점 (0, 2)를 지나는 경우는 y축의 방향으로 2만큼 평행이동하거나 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동하는 경우이다.

$y=x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 2만큼 평행이동하거나 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동하면 점 (0, 2)를 지날 수 있다.

(i) y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 경우

두 번 모두 홀수의 눈이 나와야 하므로 그 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

(ii) x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 경우

(홀수, 짝수) 또는 (짝수, 홀수)의 눈이 나와야 하므로 그 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$

다른 풀이

$y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 경우 점 (0, 2)를 지날 수 없으므로 두 번 모두 짝수의 눈이 나올 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

690 답 20

전략 세 이차함수의 그래프는 이차항의 계수가 모두 같으므로 평행이동하면 포갤 수 있다. 즉, 평행이동한 방법을 찾아 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 길이를 구하여 $\triangle ABC$의 넓이를 구한다.

$y=\frac{1}{3}(x-8)^2$의 그래프는 $y=\frac{1}{3}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 8만큼 평행이동한 그래프이고, $\overline{AB}$는 x축에 평행하므로 $\overline{AB}=8$

$y=\frac{1}{3}x^2+5$의 그래프는 $y=\frac{1}{3}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 그래프이고, $\overline{AC}$는 y축에 평행하므로 $\overline{AC}=5$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 5=20$

691 답 ③

전략 두 점 P, Q의 x좌표가 같으므로 두 점의 좌표를 한 문자를 이용하여 각각 나타낸 후 $\overline{PQ}=\frac{16}{3}$임을 이용하여 점 P의 좌표를 구한다.

두 점 P, Q의 x좌표가 같으므로 x좌표를 $a(a<0)$라 하면

$P\left(a,\ \frac{1}{3}(a+3)^2\right)$, $Q(a,\ -a^2-1)$

$\overline{PQ}=\frac{16}{3}$이므로 $\frac{1}{3}(a+3)^2-(-a^2-1)=\frac{16}{3}$

$\frac{4}{3}a^2+2a+4=\frac{16}{3}$, $2a^2+3a-2=0$

$(a+2)(2a-1)=0$ $\therefore a=-2$ 또는 $a=\frac{1}{2}$

이때 $a<0$이므로 $a=-2$

$\therefore P\left(-2,\ \frac{1}{3}\right)$

692 답 1

전략 $\overline{PQ}$의 길이를 m을 이용하여 나타낸 후 □RSQP가 정사각형임을 이용하여 m의 값을 구한다.

두 점 P, Q의 x좌표는 m으로 같으므로

$P\left(m,\ \frac{3}{4}m^2+\frac{3}{4}\right)$, $Q\left(m,\ \frac{1}{2}(m-2)^2\right)$

□RSQP는 한 변의 길이가 m인 정사각형이므로 $\overline{PQ}=m$

즉, $\left(\frac{3}{4}m^2+\frac{3}{4}\right)-\left\{\frac{1}{2}(m-2)^2\right\}=m$이므로

$\frac{1}{4}m^2+2m-\frac{5}{4}=m$, $m^2+4m-5=0$

$(m+5)(m-1)=0$ $\therefore m=-5$ 또는 $m=1$

이때 $m>0$이므로 $m=1$

693 답 ②

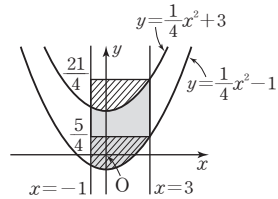
전략 주어진 두 이차함수의 그래프는 평행이동하면 포개어지므로 넓이가 같은 부분을 찾은 후 어두운 부분과 넓이가 같은 간단한 도형으로 바꾸어 넓이를 구한다.

$y=\frac{1}{4}x^2+3=\frac{1}{4}x^2-1+4$의 그래프는 $y=\frac{1}{4}x^2-1$의 그래프를 y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것과 같다.

$y=\frac{1}{4}x^2+3$과 직선 $x=3$의 교점의 y좌표는 $y=\frac{1}{4}\times 3^2+3=\frac{21}{4}$

$y=\frac{1}{4}x^2-1$과 직선 $x=3$의 교점의 y좌표는 $y=\frac{1}{4}\times 3^2-1=\frac{5}{4}$

따라서 오른쪽 그림에서 빗금 친 부분의 넓이가 서로 같으므로 어두운 부분의 넓이는 가로의 길이가 $3-(-1)=4$이고, 세로의 길이가 $\frac{21}{4}-\frac{5}{4}=4$인 직사각형의 넓이와 같다.



$\therefore$ (어두운 부분의 넓이)$=4\times 4=16$

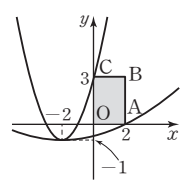
694 답 $\frac{1}{16}<a<1$

전략 $y=a(x+2)^2-1$의 그래프의 꼭짓점이 제3사분면 위에 있으므로 이 그래프가 주어진 직사각형의 둘레 위의 서로 다른 두 점에서 만나려면 점 A, 점 C를 지나는 두 이차함수의 그래프 사이에 있어야 한다.

$y=a(x+2)^2-1$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(-2,\ -1)$

이때 $y=a(x+2)^2-1$의 그래프가 직사각형 OABC의 둘레 위의 서로 다른 두 점에서 만나려면 오른쪽 그림과 같이 아래로 볼록하고, 점 A를 지나는 포물선과 점 C를 지나는 포물선 사이에 있어야 한다.



(i) 점 A(2, 0)을 지나는 경우

$0=a(2+2)^2-1$, $16a=1$ $\therefore a=\frac{1}{16}$

(ii) 점 C(0, 3)을 지나는 경우

$3=a\times 2^2-1$, $4a=4$ $\therefore a=1$

(i), (ii)에서 구하는 a의 값의 범위는 $\frac{1}{16}<a<1$

08 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

난이도별 필수 기출 146~161쪽

695 답 ③

$y=7x^2-14x-4=7(x^2-2x)-4$

$=7(x^2-2x+1-1)-4$

$=7(x-1)^2-11$

이므로 $a=7$, $p=1$, $q=-11$

$\therefore a+p+q=7+1+(-11)=-3$

696 답 ⑤

$y=-2x^2+16x-4=-2(x^2-8x)-4$

$=-2(x^2-8x+16-16)-4$

$=-2(x-4)^2+28$

따라서 구하는 꼭짓점의 좌표는 $(4, 28)$

697 답 ⑤

$y=ax^2+bx+c$의 그래프에서 위로 볼록하면 $a<0$이고, 폭이 가장 좁으려면 a의 절댓값이 가장 커야 하므로 포물선이 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 그래프는 ⑤이다.

698 답 ④

$y=-2x^2+8x-3=-2(x^2-4x)-3$

$=-2(x^2-4x+4-4)-3$

$=-2(x-2)^2+5$

$y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-2(x-p)^2+q$

따라서 $p=2$, $q=5$이므로 $p+q=2+5=7$

699 답 ⑤

이차함수의 그래프의 축의 방정식을 각각 구하면

① $x=1$

② $x=0$

③ $y=\frac{1}{2}x^2+x+4=\frac{1}{2}(x^2+2x)+4$

$=\frac{1}{2}(x^2+2x+1-1)+4=\frac{1}{2}(x+1)^2+\frac{7}{2}$

이므로 $x=-1$

④ $y=x^2-4x+5=(x^2-4x+4-4)+5=(x-2)^2+1$

이므로 $x=2$

⑤ $y=-x^2+5x+1=-(x^2-5x)+1$

$=-\left(x^2-5x+\frac{25}{4}-\frac{25}{4}\right)+1=-\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{29}{4}$

이므로 $x=\frac{5}{2}$

따라서 그래프의 축이 가장 오른쪽에 있는 것은 ⑤이다.

700 답 $(2, -5)$

$y=x^2+ax-1$의 그래프가 점 $(1, -4)$를 지나므로

$-4=1^2+a-1$ $\therefore a=-4$ …… ⓘ

$y=x^2-4x-1$

$=(x^2-4x+4-4)-1$

$=(x-2)^2-5$ …… ⓘⓘ

따라서 구하는 꼭짓점의 좌표는 $(2, -5)$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ a의 값 구하기	40 %
ⓘⓘ 주어진 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하기	40 %
ⓘⓘⓘ 꼭짓점의 좌표 구하기	20 %

701 답 ①

$y=-3x^2+6x-4=-3(x^2-2x)-4$

$=-3(x^2-2x+1-1)-4$

$=-3(x-1)^2-1$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, -1)$이다.

$y=-x^2+ax+b$의 그래프의 꼭짓점의 좌표도 $(1, -1)$이므로

$y=-(x-1)^2-1=-(x^2-2x+1)-1$

$=-x^2+2x-2$

$\therefore a=2$, $b=-2$

$\therefore ab=2\times(-2)=-4$

702 답 ④

이차함수의 그래프의 꼭짓점이 x축 위에 있으려면 이차함수의 식이 $y=a(x-p)^2$ 꼴이어야 한다.

$y=x^2-6x+k$

$=(x^2-6x+9-9)+k$

$=(x-3)^2-9+k$

따라서 $-9+k=0$이어야 하므로 $k=9$

703 답 ②

$y=x^2-2ax+15$

$=(x^2-2ax+a^2-a^2)+15$

$=(x-a)^2-a^2+15$

이때 꼭짓점의 좌표는 $(a, -a^2+15)$이고, 이 꼭짓점이 직선 $y=2x$ 위에 있으므로

$-a^2+15=2a$, $a^2+2a-15=0$

$(a+5)(a-3)=0$ $\therefore a=-5$ 또는 $a=3$

따라서 $a<0$이므로 $a=-5$

704 답 $\left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$

$y=ax+b$의 그래프가 두 점 $(3, 0)$, $(0, -6)$을 지나므로

$a=(\text{기울기})=\frac{-6-0}{0-3}=2$, $b=(y\text{절편})=-6$

$\therefore y=2x^2+6x+5=2(x^2+3x)+5$

$=2\left(x^2+3x+\frac{9}{4}-\frac{9}{4}\right)+5$

$=2\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{1}{2}$

따라서 구하는 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$

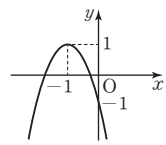
705 답 ①

$y=-2x^2-4x-1=-2(x^2+2x)-1$

$=-2(x^2+2x+1-1)-1$

$=-2(x+1)^2+1$

따라서 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 1)$, y축과 만나는 점의 좌표는 $(0, -1)$인 위로 볼록한 그래프이므로 제1사분면을 지나지 않는다.



706 답 ④

$y=x^2-4x+3$

$=(x^2-4x+4-4)+3$

$=(x-2)^2-1$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, -1)$, y축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 3)$인 아래로 볼록한 포물선이므로 그 그래프는 ④와 같다.

707 답 ②

$y=-\frac{1}{2}x^2+x+a-1=-\frac{1}{2}(x^2-2x)+a-1$

$=-\frac{1}{2}(x^2-2x+1-1)+a-1$

$=-\frac{1}{2}(x-1)^2+a-\frac{1}{2}$

이 그래프는 위로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표가 $\left(1, a-\frac{1}{2}\right)$이다.

따라서 이 그래프가 x축과 만나지 않으려면 꼭짓점의 y좌표가 x축보다 아래에 있어야 하므로

$a-\frac{1}{2}<0 \quad \therefore a<\frac{1}{2}$

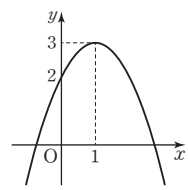
708 답 ⑤

$y=-x^2+2x+2=-(x^2-2x)+2$

$=-(x^2-2x+1-1)+2$

$=-(x-1)^2+3$

따라서 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



① 축의 방정식은 $x=1$이다.

② 꼭짓점의 좌표는 $(1, 3)$이다.

③ $y=-x^2+2x+2$에 $x=0$을 대입하면 $y=2$이므로 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 2)$이다.

④ $x>1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

⑤ $y=-x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

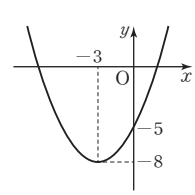
709 답 ①

$y=\frac{1}{3}x^2+2x-5=\frac{1}{3}(x^2+6x)-5$

$=\frac{1}{3}(x^2+6x+9-9)-5$

$=\frac{1}{3}(x+3)^2-8$

따라서 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



ㄱ. 그래프는 모든 사분면을 지난다.

ㄴ. 축의 방정식은 $x=-3$이므로 축은 y축보다 왼쪽에 있다.

ㄷ. 주어진 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -8)$이고, $y=-4(x-3)^2-8$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3, -8)$이므로 일치하지 않는다.

ㄹ. $y=\frac{1}{3}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 8만큼 평행이동하면

$y=\frac{1}{3}(x+3)^2+8$

이므로 일치하지 않는다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

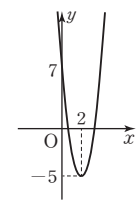
710 답 ④

$y=3x^2-12x+7=3(x^2-4x)+7$

$=3(x^2-4x+4-4)+7$

$=3(x-2)^2-5$

따라서 이 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 x의 값이 증가할 때, y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는 $x>2$이다.



711 답 (3, 21)

$y=-x^2+2ax+4a=-(x^2-2ax)+4a$

$=-(x^2-2ax+a^2-a^2)+4a$

$=-(x-a)^2+a^2+4a \quad \cdots\cdots$ ㉠

이 그래프가 $x<3$이면 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하고, $x>3$이면 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하므로 축의 방정식은 $x=3$이다.

㉠에서 축의 방정식이 $x=a$이므로 $a=3$

따라서 $a^2+4a=3^2+4\times3=21$이고, ㉠에서 꼭짓점의 좌표는 (a, a^2+4a)이므로 구하는 꼭짓점의 좌표는 $(3, 21)$

참고 **이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프는 축 $x=p$를 기준으로 증가, 감소가 바뀐다.**

712 답 ⑤

$y=-x^2+2x+3$에 $y=0$을 대입하면

$0=-x^2+2x+3$, $x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0 \quad \therefore x=-1$ 또는 $x=3$

이때 $p<q$이므로 $p=-1$, $q=3$

$y=-x^2+2x+3$에 $x=0$을 대입하면 $y=3$이므로 $r=3$

$\therefore p+qr=-1+3\times3=8$

713 답 ③

$y=x^2-6x+12$

$=(x^2-6x+9-9)+12$

$=(x-3)^2+3$

이 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=\{(x+2)-3\}^2+3+1=(x-1)^2+4$

따라서 구하는 축의 방정식은 $x=1$

714 답 -3

$y=3x^2+12x+8=3(x^2+4x)+8$

$=3(x^2+4x+4-4)+8$

$=3(x+2)^2-4$

이 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=3(x-p+2)^2-4+q$ …… ⓘ

이고, 이 그래프가

$y=3x^2-18x+15=3(x^2-6x)+15$

$=3(x^2-6x+9-9)+15$

$=3(x-3)^2-12$

의 그래프와 일치하므로

$-p+2=-3,\ -4+q=-12$

$\therefore\ p=5,\ q=-8$ …… ⓘⓘ

$\therefore\ p+q=5+(-8)=-3$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 이차함수 $y=3x^2+12x+8$의 그래프가 평행이동한 식 구하기	40 %
ⓘⓘ p, q의 값 구하기	40 %
ⓘⓘⓘ $p+q$의 값 구하기	20 %

715 답 25

$y=ax^2-6ax+b$의 그래프가 점 $(5,\ 7)$을 지나므로

$7=a\times5^2-6a\times5+b$ $\therefore\ 5a-b=-7$ …… ㉠

$y=ax^2-6ax+b=a(x^2-6x)+b$

$=a(x^2-6x+9-9)+b$

$=a(x-3)^2-9a+b$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ -9a+b)$

이때 꼭짓점이 직선 $y=2x-11$ 위에 있으므로

$-9a+b=2\times3-11$ $\therefore\ 9a-b=5$ …… ㉡ …… ⓘ

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=3,\ b=22$ …… ⓘⓘ

$\therefore\ a+b=3+22=25$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ a, b 사이의 관계식 세우기	70 %
ⓘⓘ a, b의 값 구하기	20 %
ⓘⓘⓘ $a+b$의 값 구하기	10 %

716 답 ④

$y=ax^2+bx+c=a\left(x^2+\frac{b}{a}x\right)+c$

$=a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}-\frac{b^2}{4a^2}\right)+c$

$=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$

② 축의 방정식은 $x=-\frac{b}{2a}$이다.

③ $x=0$을 대입하면 $y=c$이므로 y축과의 교점의 좌표는 $(0,\ c)$이다.

④ $y=0$을 대입하면 $ax^2+bx+c=0$

이때 x축과의 교점의 개수는 a, b, c의 값에 따라 달라지므로 알 수 없다.

⑤ 이차항의 계수의 절댓값이 같으므로 $y=-ax^2+bx+c$의 그래프와 폭이 같다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

717 답 ③

$y=x^2-6x+k$

$=(x^2-6x+9-9)+k$

$=(x-3)^2+k-9$

$\overline{AB}=2$이므로 축에서 두 점 A, B까지의 거리는 각각 1이고, 이 그래프의 축의 방정식은 $x=3$이므로

$A(2,\ 0),\ B(4,\ 0)$ 또는 $A(4,\ 0),\ B(2,\ 0)$

따라서 $y=x^2-6x+k$의 그래프가 점 $(2,\ 0)$을 지나므로

$0=2^2-6\times2+k$ $\therefore\ k=8$

718 답 ①

$y=-x^2+2x+3=-(x^2-2x)+3$

$=-(x^2-2x+1-1)+3$

$=-(x-1)^2+4$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 4)$이다.

$y=-x^2+6x-5=-(x^2-6x)-5$

$=-(x^2-6x+9-9)-5$

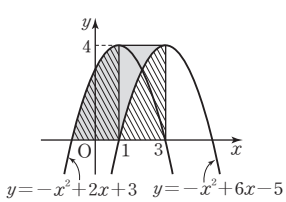
$=-(x-3)^2+4$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ 4)$이다.

이때 $y=-(x-3)^2+4=-\{(x-2)-1\}^2+4$이므로

$y=-x^2+6x-5$의 그래프는 $y=-x^2+2x+3$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것과 같다.

따라서 다음 그림에서 빗금 친 부분의 넓이가 서로 같으므로 어두운 부분의 넓이는 가로의 길이가 $3-1=2$이고, 세로의 길이가 4인 직사각형의 넓이와 같다.



$\therefore$ (어두운 부분의 넓이)$=2\times4=8$

참고 $y=-x^2+6x-5$에 $y=0$을 대입하면

$0=-x^2+6x-5,\ x^2-6x+5=0$

$(x-1)(x-5)=0$ $\therefore\ x=1$ 또는 $x=5$

즉, $y=-x^2+6x-5$의 그래프가 x축과 만나는 두 점 중 왼쪽에 있는 점의 x좌표는 1이므로 $y=-x^2+2x+3$의 그래프의 꼭짓점의 x좌표와 일치한다.

따라서 어두운 부분의 넓이는 가로, 세로의 길이가 각각 2, 4인 직사각형의 넓이와 같다.

719 답 ⑤

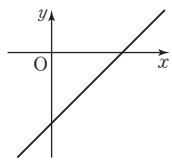
$y=ax^2+bx+c$의 그래프가
위로 볼록하므로 $a<0$
축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0$ $\therefore b<0$
y축과 만나는 점이 x축보다 아래쪽에 있으므로 $c<0$

720 답 ③

$y=ax^2+bx+c$의 그래프가
아래로 볼록하므로 $a>0$
축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0$ $\therefore b<0$
y축과 만나는 점이 x축보다 아래쪽에 있으므로 $c<0$
이때 $y=cx^2-ax-b$의 그래프는
$c<0$이므로 위로 볼록하다.
$-a<0$이고, $-ac>0$이므로 축은 y축의 왼쪽에 있다.
$-b>0$이므로 y축과 만나는 점은 x축보다 위쪽에 있다.
따라서 $y=cx^2-ax-b$의 그래프로 알맞은 것은 ③이다.

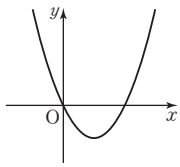
721 답 ④

$y=ax^2-6x+b$의 그래프가
아래로 볼록하므로 $a>0$
y축과 만나는 점이 x축보다 위쪽에 있으므로 $b>0$
이때 $y=bx-a$의 그래프는
(기울기)$=b>0$, (y절편)$=-a<0$
이므로 오른쪽 그림과 같다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.



722 답 ④

$y=ax^2+bx+c$의 그래프가
위로 볼록하므로 $a<0$
꼭짓점이 y축 위에 있으므로 $b=0$
y축과 만나는 점이 x축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$
이때 $y=cx^2+ax+b$의 그래프는
$c>0$이므로 아래로 볼록하다.
$ca<0$이므로 축은 y축의 오른쪽에 있다.
$b=0$이므로 원점을 지난다.
따라서 $y=cx^2+ax+b$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 그래프는 제1사분면, 제2사분면, 제4사분면을 지난다.



723 답 ⑤

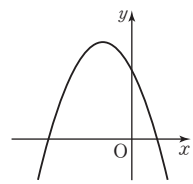
$y=ax^2+bx+c$의 그래프가
위로 볼록하므로 $a<0$
축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0$ $\therefore b>0$
y축과 만나는 점이 x축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$
① $a<0$, $b>0$이므로 $ab<0$
② $a<0$, $c>0$이므로 $ac<0$
③ $b>0$, $c>0$이므로 $bc>0$
④, ⑤ 주어진 그래프에서 $x=-2$의 함숫값은 음수, $x=2$의 함숫값은 양수이다.
이때 $x=-2$, $x=2$를 각각 $y=ax^2+bx+c$에 대입하면
$y=a\times(-2)^2-2b+c=4a-2b+c<0$
$y=a\times2^2+2b+c=4a+2b+c>0$
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

724 답 ④

$ab>0$이므로 $a>0$, $b>0$ 또는 $a<0$, $b<0$
이때 $a+b<0$이므로 $a<0$, $b<0$
$y=ax^2-2x-b$의 그래프는
$a<0$이므로 위로 볼록하다.
$a\times(-2)>0$이므로 그래프의 축은 y축의 왼쪽에 있다.
$-b>0$이므로 y축과 만나는 점은 x축보다 위쪽에 있다.
따라서 $y=ax^2-2x-b$의 그래프로 알맞은 것은 ④이다.

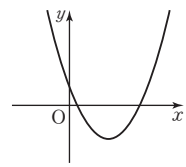
725 답 제2사분면

$y=ax+b$의 그래프에서 (기울기)<0, (y절편)<0이므로
$a<0$, $b<0$
$y=-x^2+ax-b$의 그래프는
이차항의 계수가 음수이므로 위로 볼록하다.
$(-1)\times a>0$이므로 그래프의 축은 y축의 왼쪽에 있다.
$-b>0$이므로 y축과 만나는 점은 x축보다 위쪽에 있다.
따라서 $y=-x^2+ax-b$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 꼭짓점은 제2사분면 위에 있다.



726 답 제3사분면

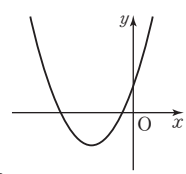
$\sqrt{a^2}=a$, $\sqrt{b^2}=-b$, $\sqrt{c^2}=c$이므로 $a>0$, $b<0$, $c>0$ …… ⓘ
$y=ax^2+bx+c$의 그래프는
$a>0$이므로 아래로 볼록하다.
$ab<0$이므로 그래프의 축은 y축의 오른쪽에 있다.
$c>0$이므로 y축과 만나는 점은 x축보다 위쪽에 있다. …… ⓘⓘ
따라서 $y=ax^2+bx+c$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 그래프는 제3사분면을 지나지 않는다. …… ⓘⓘⓘ



채점 기준	
ⓘ a, b, c의 부호 구하기	30 %
ⓘⓘ $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 개형 파악하기	50 %
ⓘⓘⓘ 그래프가 지나지 않는 사분면 구하기	20 %

727 답 ③

$y=ax^2+bx+c(c\neq0)$의 그래프가 제4사분면만을 지나지 않으므로 오른쪽 그림과 같다.
이때 $y=ax^2+bx+c$의 그래프는
아래로 볼록하므로 $a>0$
축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0$ $\therefore b>0$
y축과 만나는 점이 x축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$



$y=-bx^2+cx+a$의 그래프는
$-b<0$이므로 위로 볼록하다.
$-bc<0$이므로 그래프의 축은 y축의 오른쪽에 있다.
$a>0$이므로 y축과 만나는 점은 x축보다 위쪽에 있다.
따라서 $y=-bx^2+cx+a$의 그래프로 알맞은 것은 ③이다.

728 답 ③

$y=x^2-x-6$에 $y=0$을 대입하면
$0=x^2-x-6$, $(x+2)(x-3)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=3$
즉, 두 점 A, B의 좌표는 A$(-2, 0)$, B$(3, 0)$
$y=x^2-x-6$에 $x=0$을 대입하면 $y=-6$이므로
C$(0, -6)$
$\therefore \triangle ACB=\frac{1}{2}\times\{3-(-2)\}\times6=15$

729 답 2

$y=\frac{1}{2}x^2+x-4=\frac{1}{2}(x+1)^2-\frac{9}{2}$이므로 꼭짓점의 좌표는
A$\left(-1, -\frac{9}{2}\right)$ …… ⓘ
$y=\frac{1}{2}x^2+x-4$에 $x=0$을 대입하면 $y=-4$이므로
B$(0, -4)$ …… ⓘⓘ
$\therefore \triangle OAB=\frac{1}{2}\times4\times1=2$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 점 A의 좌표 구하기	40%
ⓘⓘ 점 B의 좌표 구하기	40%
ⓘⓘⓘ △OAB의 넓이 구하기	20%

730 답 ②

$y=-x^2+6x-5=-(x-3)^2+4$이므로 꼭짓점의 좌표는 A$(3, 4)$
$y=-x^2+6x-5$에 $y=0$을 대입하면
$0=-x^2+6x-5$, $x^2-6x+5=0$
$(x-1)(x-5)=0$ $\therefore x=1$ 또는 $x=5$
즉, 두 점 B, C의 좌표는 B$(1, 0)$, C$(5, 0)$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times(5-1)\times4=8$

731 답 ①

$y=-x^2+ax+b$의 그래프가 원점 O$(0, 0)$을 지나므로 $b=0$
즉, $y=-x^2+ax$의 그래프가 점 B$(6, 0)$을 지나므로
$0=-6^2+6a$, $6a=36$ $\therefore a=6$
$y=-x^2+6x=-(x-3)^2+9$이므로 꼭짓점의 좌표는 A$(3, 9)$
$\therefore \triangle AOB=\frac{1}{2}\times6\times9=27$

732 답 ①

$y=x^2-4x+7=(x-2)^2+3$이므로 꼭짓점의 좌표는 A$(2, 3)$
$y=-x^2+6x-9=-(x-3)^2$이므로 꼭짓점의 좌표는 B$(3, 0)$
점 A에서 x축에 내린 수선의 발의 좌표는 H$(2, 0)$
따라서 직각삼각형 AHB에서 빗변 AB의 길이는
$\overline{AB}=\sqrt{\overline{AH}^2+\overline{BH}^2}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$

733 답 ③

$y=-x^2+3x+4=-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$이므로 꼭짓점의 좌표는
A$\left(\frac{3}{2}, \frac{25}{4}\right)$
$y=-x^2+3x+4$에 $x=0$을 대입하면 $y=4$이므로 D$(0, 4)$
이때 △ABC와 △DBC의 밑변을 모두 $\overline{BC}$로 정하면 두 삼각형의 밑변의 길이가 같으므로 두 삼각형의 넓이의 비는 높이의 비와 같다.
따라서 두 삼각형의 높이의 비가 $\frac{25}{4}:4=25:16$이므로
△ABC : △DBC$=25:16$

734 답 ④

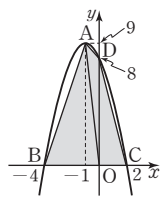
$y=2x^2-8x+4=2(x-2)^2-4$이므로 꼭짓점의 좌표는
A$(2, -4)$
$y=2x^2-8x+4$에 $x=0$을 대입하면 $y=4$이므로 B$(0, 4)$
한편 $y=2(x-2)^2-4$의 축의 방정식은 $x=2$이므로 축에서 두 점 B, C까지의 거리는 각각 2이다.
$\therefore \overline{BC}=4$
$\therefore \triangle ACB=\frac{1}{2}\times4\times\{4-(-4)\}=16$

735 답 ③

$y=-\frac{1}{4}x^2-\frac{3}{2}x+k=-\frac{1}{4}(x+3)^2+k+\frac{9}{4}$이므로 그래프의 축의 방정식은 $x=-3$이고, 꼭짓점의 좌표는 A$\left(-3, k+\frac{9}{4}\right)$이다.
이때 $\overline{BC}=10$이므로 축에서 두 점 B, C까지의 거리는 각각 5이다.
$\therefore$ B$(-8, 0)$, C$(2, 0)$
즉, $y=-\frac{1}{4}x^2-\frac{3}{2}x+k$의 그래프가 점 C$(2, 0)$을 지나므로
$0=-\frac{1}{4}\times2^2-\frac{3}{2}\times2+k$ $\therefore k=4$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times10\times\left(4+\frac{9}{4}\right)=\frac{125}{4}$

736 답 30

$y=-x^2-2x+8=-(x+1)^2+9$이므로 꼭짓점의 좌표는
A$(-1, 9)$
$y=-x^2-2x+8$에 $y=0$을 대입하면
$0=-x^2-2x+8$, $x^2+2x-8=0$
$(x+4)(x-2)=0$ $\therefore x=-4$ 또는 $x=2$
즉, 두 점 B, C의 좌표는 B$(-4, 0)$, C$(2, 0)$
$y=-x^2-2x+8$에 $x=0$을 대입하면 $y=8$이므로 D$(0, 8)$
따라서 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면
□ABCD
$=\triangle ABO+\triangle AOD+\triangle DOC$
$=\frac{1}{2}\times4\times9+\frac{1}{2}\times8\times1+\frac{1}{2}\times2\times8$
$=18+4+8=30$



737 답 ③

$y=-x^2-2x+3=-(x+1)^2+4$이므로 꼭짓점의 좌표는 $A(-1, 4)$

$y=-x^2-2x+3$에 $x=0$을 대입하면 $y=3$이므로 $B(0, 3)$

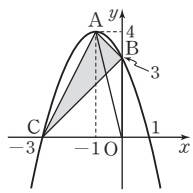
$y=-x^2-2x+3$에 $y=0$을 대입하면

$0=-x^2-2x+3$, $x^2+2x-3=0$

$(x+3)(x-1)=0$ $\therefore x=-3$ 또는 $x=1$

이때 점 C는 그래프가 x축의 음의 부분과 만나는 점이므로 $C(-3, 0)$

따라서 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



$\triangle ACB$

$=\square ACOB-\triangle BCO$

$=\triangle ACO+\triangle AOB-\triangle BCO$

$=\frac{1}{2}\times3\times4+\frac{1}{2}\times3\times1-\frac{1}{2}\times3\times3$

$=6+\frac{3}{2}-\frac{9}{2}=3$

738 답 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{9}{2}\right)$

$y=-x^2-4x+5=-(x+2)^2+9$이므로 꼭짓점의 좌표는 $A(-2, 9)$

$y=-x^2-4x+5$에 $y=0$을 대입하면

$0=-x^2-4x+5$, $x^2+4x-5=0$

$(x+5)(x-1)=0$ $\therefore x=-5$ 또는 $x=1$

즉, 두 점 B, C의 좌표는 $B(-5, 0)$, $C(1, 0)$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\{1-(-5)\}\times9=27$

이때 점 P의 좌표를 (a, b)라 하면

$\triangle PBC=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times27=\frac{27}{2}$

이므로 $\frac{1}{2}\times6\times b=\frac{27}{2}$ $\therefore b=\frac{9}{2}$

두 점 $A(-2, 9)$, $C(1, 0)$을 지나는 직선의 방정식은

$y=-3x+3$

따라서 점 $P\left(a, \frac{9}{2}\right)$가 이 직선 위의 점이므로

$\frac{9}{2}=-3a+3$, $3a=-\frac{3}{2}$ $\therefore a=-\frac{1}{2}$

따라서 구하는 점 P의 좌표는 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{9}{2}\right)$

☑ 중2 다시보기

두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2)를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은 다음과 같은 순서로 구한다. (단, $x_1\neq x_2$)

❶ 기울기 a를 구한다.

➡ $a=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

❷ 일차함수의 식을 $y=ax+b$로 놓는다.

❸ $y=ax+b$에 한 점의 좌표를 대입하여 b의 값을 구한다.

참고 일차함수의 식을 $y=ax+b$로 놓고, 두 점의 좌표를 각각 대입하여 a, b의 값을 구할 수도 있다.

739 답 ④

꼭짓점의 좌표가 $(3, 1)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-3)^2+1$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(1, 5)$를 지나므로

$5=a\times(1-3)^2+1$, $4a=4$ $\therefore a=1$

$\therefore y=(x-3)^2+1=x^2-6x+10$

740 답 ③

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 2)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+1)^2+2$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(0, 3)$을 지나므로

$3=a\times1^2+2$ $\therefore a=1$

따라서 $y=(x+1)^2+2=x^2+2x+3$이므로 $a=1$, $b=2$, $c=3$

$\therefore abc=1\times2\times3=6$

741 답 ②

$y=3x^2$의 그래프를 평행이동하면 완전히 포개어지므로 이차항의 계수가 3이고, x축과 두 점 $(-1, 0)$, $(4, 0)$에서 만나므로 구하는 이차함수의 식은

$y=3(x+1)(x-4)=3x^2-9x-12$

따라서 이 식에 $x=0$을 대입하면 $y=-12$이므로 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0, -12)$이다.

742 답 ④

꼭짓점의 좌표가 $(-2, 5)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+5$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(0, 3)$을 지나므로

$3=a\times2^2+5$, $4a=-2$ $\therefore a=-\frac{1}{2}$

$\therefore y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+5=-\frac{1}{2}x^2-2x+3$

743 답 (0, 5)

꼭짓점의 좌표가 $(3, -4)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-3)^2-4$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(-1, 12)$를 지나므로

$12=a\times(-1-3)^2-4$, $16a=16$ $\therefore a=1$

$\therefore y=(x-3)^2-4$ ····· ⓘ

이 식에 $x=0$을 대입하면 $y=(-3)^2-4=5$

따라서 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 5)$이다. ····· ⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 이차함수의 식 구하기	60%
ⓘⓘ y축과 만나는 점의 좌표 구하기	40%

744 답 ④

$y=-2(x-3)^2+1$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(3, 1)$이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-3)^2+1$로 놓을 수 있다.

$y=-\frac{1}{5}x^2+x+4$에 $x=0$을 대입하면 $y=4$이므로 이 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 4)$

즉, $y=a(x-3)^2+1$의 그래프가 점 $(0, 4)$를 지나므로

$4=a\times(-3)^2+1$, $9a=3$ $\therefore a=\frac{1}{3}$

$\therefore y=\frac{1}{3}(x-3)^2+1=\frac{1}{3}x^2-2x+4$

745 답 ①

꼭짓점의 좌표가 $(-1, -4)$이므로 이차함수의 식을

$y=a(x+1)^2-4$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(0, -3)$을 지나므로

$-3=a\times1^2-4$ $\therefore a=1$

$\therefore y=(x+1)^2-4=x^2+2x-3$

이 식에 $y=0$을 대입하면

$0=x^2+2x-3$, $(x+3)(x-1)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=1$

즉, 두 점 B, C의 좌표는 $B(-3, 0)$, $C(1, 0)$

$\therefore \triangle ACB=\frac{1}{2}\times\{1-(-3)\}\times4=8$

746 답 ⑤

축의 방정식이 $x=4$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-4)^2+q$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 두 점 $(0, -3)$, $(6, 3)$을 지나므로

$-3=a\times(-4)^2+q$ $\therefore 16a+q=-3$ …… ㉠

$3=a\times(6-4)^2+q$ $\therefore 4a+q=3$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-\frac{1}{2}$, $q=5$

따라서 $y=-\frac{1}{2}(x-4)^2+5$의 그래프가 점 $(2, k)$를 지나므로

$k=-\frac{1}{2}\times(2-4)^2+5=-2+5=3$

747 답 ⑤

이차항의 계수가 -2이고, 축의 방정식이 $x=1$이므로 이차함수의 식을 $y=-2(x-1)^2+q$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(-1, 3)$을 지나므로

$3=-2\times(-1-1)^2+q$ $\therefore q=11$

$\therefore y=-2(x-1)^2+11=-2x^2+4x+9$

따라서 $a=4$, $b=9$이므로 $ab=4\times9=36$

748 답 ③

이차항의 계수가 $\frac{1}{3}$이고, 축인 직선 l의 방정식이 $x=-2$이므로

이차함수의 식을 $y=\frac{1}{3}(x+2)^2+q$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(1, 0)$을 지나므로

$0=\frac{1}{3}\times(1+2)^2+q$ $\therefore q=-3$

$\therefore y=\frac{1}{3}(x+2)^2-3=\frac{1}{3}x^2+\frac{4}{3}x-\frac{5}{3}$

따라서 $a=\frac{4}{3}$, $b=-\frac{5}{3}$이므로

$2a+b=2\times\frac{4}{3}+\left(-\frac{5}{3}\right)=1$

749 답 ②

$y=ax^2-3x+b$의 그래프가 점 $(0, 2)$를 지나므로 $b=2$

즉, $y=ax^2-3x+2$의 그래프가 점 $(2, 4)$를 지나므로

$4=a\times2^2-3\times2+2$, $4a=8$ $\therefore a=2$

따라서 $y=2x^2-3x+2$의 그래프가 점 $(1, c)$를 지나므로

$c=2\times1^2-3\times1+2=1$

$\therefore a+b+c=2+2+1=5$

750 답 $y=-x^2-3x+4$

주어진 그래프가 점 $(0, 4)$를 지나므로 이차함수의 식을

$y=ax^2+bx+4$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 두 점 $(-2, 6)$, $(1, 0)$을 지나므로

$6=a\times(-2)^2-2b+4$ $\therefore 2a-b=1$ …… ㉠

$0=a\times1^2+b+4$ $\therefore a+b=-4$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-1$, $b=-3$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-x^2-3x+4$

751 답 ②

그래프가 점 $(0, 4)$를 지나므로 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+4$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 두 점 $(-1, 4)$, $(2, -8)$을 지나므로

$4=a\times(-1)^2-b+4$ $\therefore a-b=0$ …… ㉠

$-8=a\times2^2+2b+4$ $\therefore 2a+b=-6$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-2$, $b=-2$

$\therefore y=-2x^2-2x+4$

이 식에 $y=0$을 대입하면

$0=-2x^2-2x+4$, $x^2+x-2=0$

$(x+2)(x-1)=0$ $\therefore x=-2$ 또는 $x=1$

따라서 그래프가 x축과 만나는 두 점의 좌표는

$A(-2, 0)$, $B(1, 0)$ 또는 $A(1, 0)$, $B(-2, 0)$

이므로 $\overline{AB}=1-(-2)=3$

752 답 ⑤

이차항의 계수가 -1이고, x축과 두 점 $(-2, 0)$, $(6, 0)$에서 만나므로 구하는 이차함수의 식은

$y=-(x+2)(x-6)=-x^2+4x+12$

따라서 $a=4$, $b=12$이므로 $a+b=4+12=16$

753 답 ④

그래프가 x축과 두 점 $(-2, 0)$, $(4, 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)(x-4)$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(0, -4)$를 지나므로

$-4=a\times2\times(-4)$ $\therefore a=\frac{1}{2}$

$\therefore y=\frac{1}{2}(x+2)(x-4)=\frac{1}{2}x^2-x-4$

$=\frac{1}{2}(x-1)^2-\frac{9}{2}$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $\left(1, -\frac{9}{2}\right)$이므로

$p=1$, $q=-\frac{9}{2}$

$\therefore 3p-2q=3\times1-2\times\left(-\frac{9}{2}\right)=12$

754 답 ②, ⑤

축인 직선 l의 방정식이 $x=-2$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+q$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 두 점 $(0, 6)$, $(-6, 0)$을 지나므로

$6=a\times2^2+q$ $\therefore 4a+q=6$ ····· ㉠

$0=a\times(-6+2)^2+q$ $\therefore 16a+q=0$ ····· ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-\frac{1}{2}$, $q=8$

$\therefore y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+8$ ····· ㉢

① ㉢에 $x=-4$를 대입하면 $y=-\frac{1}{2}\times(-4+2)^2+8=6$이므로 그래프는 점 $(-4, 6)$을 지난다.

② 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 8)$이다.

③ 축인 직선 $x=-2$에 대하여 대칭이므로 점 P의 좌표는 $(2, 0)$

$\therefore \overline{OP}=2$

④ ㉢에서 $y=-\frac{1}{2}x^2-2x+6$

⑤ x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -6만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-\frac{1}{2}\{(x-2)+2\}^2+8-6=-\frac{1}{2}x^2+2$

즉, $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프와 포개어지지 않는다.

따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

755 답 $y=-3x^2+12x-11$

㈐에서 축의 방정식은 $x=2$, $a<0$이고,

㈏에서 $y=3x^2$과 이차항의 계수의 절댓값이 같으므로

$a=-3$ ····· ⓘ

즉, 구하는 이차함수의 식을 $y=-3(x-2)^2+q$로 놓을 수 있다.

㈎에서 이 그래프가 점 $(1, -2)$를 지나므로

$-2=-3\times(1-2)^2+q$ $\therefore q=1$

$\therefore y=-3(x-2)^2+1=-3x^2+12x-11$ ····· ⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ a의 값 구하기	40 %
ⓘⓘ 이차함수의 식 구하기	60 %

756 답 ①

$y=x^2+ax-b$의 그래프의 축은 y축이고, x축과 만나는 두 점 사이의 거리가 6이므로 두 점 $(-3, 0)$, $(3, 0)$을 지난다.

즉, 구하는 이차함수의 식은

$y=(x+3)(x-3)=x^2-9$

따라서 $a=0$, $b=9$이므로

$a+b=0+9=9$

757 답 ②

$y=3x^2+12x-2=3(x+2)^2-14$이므로 $x=-2$에서 최솟값은 -14이다.

따라서 $a=-2$, $b=-14$이므로 $a-b=-2-(-14)=12$

758 답 ⑤

① 이차항의 계수가 음수이므로 최솟값은 없다.

② $y=x^2+3$의 최솟값은 $x=0$일 때, 3이다.

③ $y=(x+3)^2-1$의 최솟값은 $x=-3$일 때, -1이다.

④ $y=x^2+3x=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$의 최솟값은 $x=-\frac{3}{2}$일 때, $-\frac{9}{4}$이다.

⑤ $y=2x^2-8x+5=2(x-2)^2-3$의 최솟값은 $x=2$일 때, -3이다.

759 답 ⑤

① $y=-\frac{1}{3}x^2-6x-8=-\frac{1}{3}(x+9)^2+19$이므로 최댓값은 $x=-9$일 때, 19이다.

② $y=-x^2+2x=-(x-1)^2+1$이므로 최댓값은 $x=1$일 때, 1이다.

③ $y=-x^2+3x+3=-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{21}{4}$이므로 최댓값은 $x=\frac{3}{2}$일 때, $\frac{21}{4}$이다.

④ $y=-2x^2+4x+6=-2(x-1)^2+8$이므로 최댓값은 $x=1$일 때, 8이다.

⑤ $y=-3x^2-12x+11=-3(x+2)^2+23$이므로 최댓값은 $x=-2$일 때, 23이다.

따라서 최댓값이 가장 큰 것은 ⑤이다.

760 답 ⑤

$y=x^2+4x+9=(x+2)^2+5$이므로 최솟값은 $x=-2$일 때, 5이다.

$y=-2x^2-8x+7=-2(x+2)^2+15$이므로 최댓값은 $x=-2$일 때, 15이다.

따라서 $m=5$, $M=15$이므로 $m+M=5+15=20$

761 답 ②

$y=-2x^2+3$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-2(x-3)^2+3-1=-2(x-3)^2+2$

따라서 최댓값은 $x=3$일 때, 2이다.

762 답 $-\frac{9}{4}$

$y=x^2+ax+b$의 그래프가 두 점 $(0, 4)$, $(-4, 0)$을 지나므로

$4=b$, $0=(-4)^2-4a+b$ $\therefore a=5$, $b=4$

$\therefore y=x^2+5x+4=\left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$

따라서 최솟값은 $x=-\frac{5}{2}$일 때, $-\frac{9}{4}$이다.

763 답 -10

$y=2x^2+4x-a-3=2(x+1)^2-a-5$이므로 최솟값은 $x=-1$일 때, $-a-5$이다. ····· ⓘ

$y=-x^2-8x-11=-(x+4)^2+5$이므로 최댓값은 $x=-4$일 때, 5이다. …… ⅱ

따라서 $-a-5=5$이므로 $a=-10$ …… ⅲ

채점 기준	
ⅰ 이차함수 $y=2x^2+4x-a-3$의 최솟값 구하기	40 %
ⅱ 이차함수 $y=-x^2-8x-11$의 최댓값 구하기	40 %
ⅲ a의 값 구하기	20 %

764 답 ④

$y=2x^2+6x+k=2\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+k-\frac{9}{2}$

이때 최솟값이 4이므로

$k-\frac{9}{2}=4$ $\therefore k=\frac{17}{2}$

765 답 ⑤

$y=-x^2+4ax=-(x-2a)^2+4a^2$의 최댓값이 36이므로

$4a^2=36$, $a^2=9$ $\therefore a=\pm3$

이때 $a>0$이므로 $a=3$

따라서 $y=-(x-6)^2+36$이므로 구하는 꼭짓점의 좌표는 $(6, 36)$

766 답 ③

$x=4$에서 최댓값이 8이므로 꼭짓점의 좌표는 $(4, 8)$

이때 구하는 이차함수의 식은

$y=-(x-4)^2+8=-x^2+8x-8$

따라서 $-2a=8$, $b=-8$이므로 $a=-4$, $b=-8$

$\therefore ab=-4\times(-8)=32$

다른 풀이

$y=-x^2-2ax+b=-(x+a)^2+a^2+b$이므로 $x=-a$에서 최댓값이 a^2+b이다.

따라서 $-a=4$, $a^2+b=8$이므로

$a=-4$, $b=8-(-4)^2=-8$

$\therefore ab=-4\times(-8)=32$

767 답 ②

$x=-2$에서 최솟값이 -5이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2, -5)$

이때 구하는 이차함수의 식은

$y=2(x+2)^2-5=2x^2+8x+3$

$\therefore a=8$, $b=3$

따라서 $y=2(x+2)^2-5$의 그래프가 점 $(-5, c)$를 지나므로

$c=2\times(-5+2)^2-5=13$

$\therefore a+b+c=8+3+13=24$

768 답 ③

$x=4$에서 최솟값이 -7이므로 꼭짓점의 좌표는 $(4, -7)$

이때 구하는 이차함수의 식은

$y=a(x-4)^2-7=ax^2-8ax+16a-7$

따라서 $-4=-8a$, $b=16a-7$이므로

$a=\frac{1}{2}$, $b=16\times\frac{1}{2}-7=1$

$\therefore a+b=\frac{1}{2}+1=\frac{3}{2}$

769 답 -4

$y=-3x^2+6x+3k-1=-3(x-1)^2+3k+2$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, 3k+2)$ …… ⅰ

꼭짓점이 직선 $2x-y=6$ 위에 있으므로

$2\times1-(3k+2)=6$

$3k=-6$ $\therefore k=-2$ …… ⅱ

따라서 $y=-3(x-1)^2-4$이므로 최댓값은 $x=1$일 때, -4이다. …… ⅲ

채점 기준	
ⅰ 꼭짓점의 좌표 구하기	40 %
ⅱ k의 값 구하기	40 %
ⅲ 최댓값 구하기	20 %

770 답 ④

그래프가 x축과 두 점 $(-6, 0)$, $(0, 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을

$y=ax(x+6)=ax^2+6ax$

$=a(x+3)^2-9a$

로 놓을 수 있다.

이때 최솟값이 -6이므로 $-9a=-6$ $\therefore a=\frac{2}{3}$

$\therefore y=\frac{2}{3}x^2+4x$

따라서 $b=4$, $c=0$이므로 $\frac{b}{a}+c=4\div\frac{2}{3}+0=6$

다른 풀이

그래프가 x축과 두 점 $(-6, 0)$, $(0, 0)$에서 만나고, 두 점은 축에 대칭이므로 축의 방정식은 $x=-3$이다.

이때 최솟값이 -6이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -6)$

따라서 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+3)^2-6$으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 원점 $(0, 0)$을 지나므로

$0=a\times3^2-6$, $9a=6$ $\therefore a=\frac{2}{3}$

$\therefore y=\frac{2}{3}(x+3)^2-6=\frac{2}{3}x^2+4x$

따라서 $b=4$, $c=0$이므로 $\frac{b}{a}+c=4\div\frac{2}{3}+0=6$

771 답 ⑤

$x=1$에서 최솟값이 -3이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, -3)$

이때 구하는 이차함수의 식은

$y=a(x-1)^2-3=ax^2-2ax+a-3$

이차함수가 최솟값을 가지려면 이차항의 계수가 양수이어야 하므로

$a>0$ …… ㉠

이 그래프가 제3사분면을 지나지 않으려면 y축과 만나는 점의 y좌표가 0보다 크거나 같아야 하므로

$a-3\geq0$ $\therefore a\geq3$ …… ㉡

따라서 ㉠, ㉡에서 구하는 a의 값의 범위는 $a\geq3$

772 답 6, 6

합이 12인 두 수를 x, $12-x$라 하고, 두 수의 곱을 y라 하면

$y=x(12-x)=-x^2+12x$
$=-(x-6)^2+36$
이므로 $x=6$에서 최댓값은 36이다.
따라서 두 수의 곱이 최대가 되는 두 수는 6, $12-6=6$이다.

773 답 ②
차가 4인 두 수를 x, $x+4$라 하고, 두 수의 제곱의 합을 y라 하면
$y=x^2+(x+4)^2=2x^2+8x+16$
$=2(x+2)^2+8$
이므로 $x=-2$에서 최솟값은 8이다.
따라서 두 수의 제곱의 합이 최소가 되는 두 수는 -2, $-2+4=2$
이므로 구하는 두 수의 곱은 $-2\times2=-4$

774 답 ①
$y=-5x^2+10x+5=-5(x-1)^2+10$
이므로 $x=1$에서 최댓값은 10이다.
따라서 야구공이 최고 높이에 도달하는 것은 공을 던진 지 1초 후이다.

775 답 ⑤
$y=-5x^2+20x+10=-5(x-2)^2+30$
이므로 $x=2$에서 최댓값은 30이다.
따라서 물체가 올라갈 수 있는 최고 높이는 30 m이다.

776 답 270000원
하루 동안의 총 판매 금액을 y원이라 하면
$y=(400-x)(600+3x)=-3x^2+600x+240000$
$=-3(x-100)^2+270000$ …… ⅰ
이므로 $x=100$에서 최댓값은 270000이다. …… ⅱ
따라서 하루 동안의 총 판매 금액의 최댓값은 270000원이다.
…… ⅲ

채점 기준	
ⅰ 이차함수의 식 구하기	60 %
ⅱ 이차함수의 최댓값 구하기	20 %
ⅲ 하루 동안의 총 판매 금액의 최댓값 구하기	20 %

777 답 ④
부채꼴의 반지름의 길이를 x cm라 하면 호의 길이는 $(16-2x)$ cm이고, 부채꼴의 넓이를 y cm^{2}라 하면
$y=\frac{1}{2}\times x\times(16-2x)=-x^2+8x$
$=-(x-4)^2+16$
이므로 $x=4$에서 최댓값은 16이다.
따라서 부채꼴의 넓이가 최대가 되는 반지름의 길이는 4 cm이다.

중1 다시보기

반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 $x°$인 부채꼴에서 호의 길이를 l, 넓이를 S라 하면
$l=2\pi r\times\frac{x}{360}$ $S=\pi r^2\times\frac{x}{360}=\frac{1}{2}rl$

778 답 ③
텃밭의 가로의 길이를 x m라 하면 세로의 길이는 $(40-2x)$ m이고, 텃밭의 넓이를 y m^{2}라 하면
$y=x(40-2x)=-2x^2+40x$
$=-2(x-10)^2+200$
이므로 $x=10$에서 최댓값은 200이다.
따라서 텃밭의 최대 넓이는 200 m^{2}이다.

779 답 ④
단면의 세로의 길이를 x cm라 하면 가로의 길이는 $(16-2x)$ cm이고, 단면의 넓이를 y cm^{2}라 하면
$y=x(16-2x)=-2x^2+16x$
$=-2(x-4)^2+32$
이므로 $x=4$에서 최댓값은 32이다.
따라서 단면의 넓이가 최대가 되는 물받이의 높이는 4 cm이다.

780 답 ③
x초 후의 직사각형의 가로, 세로의 길이는 각각 $(18-2x)$ cm, $(5+x)$ cm이므로
$y=(18-2x)(5+x)=-2x^2+8x+90$
$=-2(x-2)^2+98$
따라서 $x=2$에서 y의 최댓값은 98이다.

781 답 ②
$\overline{AP}=x$ cm라 하면 $\overline{PB}=(20-x)$ cm이고, 두 정사각형의 넓이의 합을 y cm^{2}라 하면
$y=x^2+(20-x)^2=2x^2-40x+400$
$=2(x-10)^2+200$
이므로 $x=10$에서 최솟값은 200이다.
따라서 두 정사각형의 넓이의 합이 최소가 되는 $\overline{AP}$의 길이는 10 cm이다.

782 답 ①
$x+y=6$에서 $y=6-x$이므로
$2x^2+xy+2=2x^2+x(6-x)+2$
$=x^2+6x+2$
$=(x+3)^2-7$
따라서 구하는 최솟값은 $x=-3$일 때, -7이다.

783 답 ②
입장료를 $100x$원씩 내릴 때마다 입장객은 $10x$명씩 늘어나므로 전시관의 하루 동안의 총수입을 y원이라 하면
$y=(8000-100x)(500+10x)$
$=-1000x^2+30000x+4000000$
$=-1000(x-15)^2+4225000$
이때 $x=15$에서 최댓값은 4225000이다.
따라서 $100\times15=1500$(원) 내렸을 때, 하루 동안의 총수입이 최대가 되므로 그때의 1인당 입장료는 $8000-1500=6500$(원)

784 답 ①

점 P의 좌표를 $(x, -4x+6)$이라 하고, $\triangle PRQ$의 넓이를 y라 하면

$y=\frac{1}{2}\times x\times(-4x+6)=-2x^2+3x$

$=-2\left(x-\frac{3}{4}\right)^2+\frac{9}{8}$

이므로 $x=\frac{3}{4}$에서 최댓값은 $\frac{9}{8}$이다.

따라서 $\triangle PRQ$의 넓이의 최댓값은 $\frac{9}{8}$이다.

785 답 4초 후

점 P는 매초 2 cm의 속력으로 이동하므로 점 P가 출발한 지 x초 후에 $\overline{AP}=2x$ cm

점 Q는 매초 3 cm의 속력으로 이동하므로 점 Q가 출발한 지 x초 후에 $\overline{BQ}=3x$ cm

두 점 P, Q가 동시에 출발한 지 x초 후의 $\triangle PBQ$의 넓이를 y cm^{2}라 하면

$y=\frac{1}{2}\times 3x\times(16-2x)=-3x^2+24x$

$=-3(x-4)^2+48$

이므로 $x=4$에서 최댓값은 48이다.

따라서 $\triangle PBQ$의 넓이가 최대가 되는 것은 두 점 P, Q가 동시에 출발한 지 4초 후이다.

최고수준 도전 기출 162~163쪽

786 답 ③

전략 그래프의 모양에서 a, b, c의 부호를 정한 후 꼭짓점의 좌표, 그래프 위의 점의 위치, 축의 방정식 등을 이용하여 주어진 값들의 부호를 판단한다.

ㄱ. 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0$ $\therefore b<0$

y축과 만나는 점이 x축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$

$\therefore abc>0$

ㄴ, ㄹ. $y=ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$에서 꼭짓점의 좌표 $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$는 제2사분면 위의 점이므로

$-\frac{b}{2a}<0$, $-\frac{b^2-4ac}{4a}>0$

$\therefore \frac{b}{2a}>0$, $b^2-4ac>0$ ($\because a<0$)

ㄷ. $x=-\frac{1}{2}$에서 y의 값은 양수이므로 $y=ax^2+bx+c$에

$x=-\frac{1}{2}$을 대입하면

$y=a\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{2}b+c=\frac{1}{4}(a-2b+4c)>0$

$\therefore a-2b+4c>0$

ㅁ, ㅂ. 그래프가 x축과 만나는 점의 x좌표 α, β는 $\alpha<0$, $\beta>0$이고, 축인 직선 $x=-1$로부터 같은 거리만큼 떨어져 있으므로

$\beta-(-1)=-1-\alpha$ $\therefore \alpha+\beta=-2$

$\therefore \alpha\beta<0$, $\alpha+\beta<0$

따라서 옳은 것은 ㄷ, ㅂ이다.

787 답 $\frac{1}{12}$

전략 주어진 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 고친 후 꼭짓점의 좌표를 구한다. 이때 꼭짓점 (p, q)가 제4사분면 위에 있으려면 $p>0$, $q<0$이어야 한다.

서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

$y=x^2-4x+a+b=(x-2)^2+a+b-4$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2, a+b-4)$

이 꼭짓점이 제4사분면 위에 있으려면

$a+b-4<0$ $\therefore a+b<4$

따라서 $a+b<4$를 만족시키는 a, b의 순서쌍 (a, b)는 $(1, 1)$, $(1, 2)$, $(2, 1)$의 3가지이므로 구하는 확률은 $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

788 답 ⑤

전략 주어진 상황을 공을 쏘아 올린 지점을 원점, 지면을 x축으로 하는 좌표평면 위에 놓은 후 지면과 만나는 두 점의 좌표를 이용하여 이차함수의 식을 세운다.

공을 쏘아 올린 지점을 원점, 지면을 x축으로 하는 좌표평면을 생각하면, 포물선을 그리며 날아간 공은 120 m 떨어진 지면에 떨어졌으므로 축의 방정식은 $x=60$이고, 60 m의 높이까지 올라갔으므로 꼭짓점의 좌표는 $(60, 60)$이다.

이 포물선이 이차함수의 그래프와 같으므로 이차함수의 식을

$y=a(x-60)^2+60$

으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 원점 $(0, 0)$을 지나므로

$0=a\times(-60)^2+60$ $\therefore a=-\frac{1}{60}$

$\therefore y=-\frac{1}{60}(x-60)^2+60$

이때 나무의 높이는 $x=90$일 때, y의 값과 같으므로

$y=-\frac{1}{60}\times(90-60)^2+60=45$

따라서 구하는 나무의 높이는 45 m이다.

789 답 $a=-\frac{1}{3}$, $b=\frac{4}{3}$

전략 함숫값이 같음을 이용하여 a, b 사이의 관계식을 찾은 후 x축 위의 두 점을 지나는 이차함수의 식을 만들어 a, b의 값을 구한다.

$f\left(\frac{1}{2}\right)=f\left(\frac{7}{2}\right)$이므로

$a\times\left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}b+4=a\times\left(\frac{7}{2}\right)^2+\frac{7}{2}b+4$

$3b=-12a$ $\therefore b=-4a$

$\therefore f(x)=ax^2-4ax+4$ ····· ㉠

x축 위의 두 점 $(-m, 0)$, $(3m, 0)$을 지나는 이차함수의 식은

$f(x)=a(x+m)(x-3m)=ax^2-2amx-3am^2$ ····· ㉡

㉠, ㉡에서 $-4a=-2am$, $4=-3am^2$이므로

$m=2$, $a=-\dfrac{4}{3\times 2^2}=-\dfrac{1}{3}$

이때 $b=-4a$이므로 $b=-4\times\left(-\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{4}{3}$

다른 풀이

x축 위의 두 점 $(-m, 0)$, $(3m, 0)$을 지나는 이차함수의 식은

$f(x)=a(x+m)(x-3m)=ax^2-2amx-3am^2$

$\quad=a(x-m)^2-4am^2$

이때 $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=f\left(\dfrac{7}{2}\right)$, 즉 $x=\dfrac{1}{2}$, $x=\dfrac{7}{2}$에서 함숫값이 같고, 이차함수의 그래프는 축에 대칭이므로 축의 방정식은 $x=2$

$\therefore m=2$

따라서 $b=-2am$, $4=-3am^2$이므로

$a=-\dfrac{4}{3\times 2^2}=-\dfrac{1}{3}$, $b=-2\times\left(-\dfrac{1}{3}\right)\times 2=\dfrac{4}{3}$

790 답 $\dfrac{11}{4}$

전략 두 점 A, B의 y좌표가 같음을 이용하여 이차함수의 식을 세운 후 $\overline{AB}$의 길이의 최솟값을 구한다.

두 점 A, B의 좌표를 $A(a, -a^2+4a-3)$, $B(b, -b+6)$이라 하면 두 점 A, B의 y좌표가 같으므로

$-a^2+4a-3=-b+6$ $\quad\therefore b=a^2-4a+9$

이때 $\overline{AB}$의 길이를 y라 하면

$y=b-a$

$=(a^2-4a+9)-a=a^2-5a+9$

$=\left(a-\dfrac{5}{2}\right)^2+\dfrac{11}{4}$

이므로 $a=\dfrac{5}{2}$에서 최솟값은 $\dfrac{11}{4}$이다.

따라서 $\overline{AB}$의 길이의 최솟값은 $\dfrac{11}{4}$이다.

791 답 350원

전략 상품의 가격과 하루 판매량 사이의 관계를 나타내는 그래프가 직선임을 이용하여 x, y 사이의 관계식을 세운 후 이를 이용하여 하루 매출액에 대한 식을 세워 매출액이 최대가 되는 상품의 가격을 구한다.

상품의 가격 x원과 하루 판매량 y개 사이의 관계를 나타내는 그래프는 직선이므로 그래프의 식을 $y=ax+b$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 두 점 $(400, 600)$, $(450, 500)$을 지나므로

$600=400a+b$, $500=450a+b$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=-2$, $b=1400$

$\therefore y=-2x+1400$

이때 하루 매출액을 S원이라 하면

$S=$(상품의 가격)$\times$(하루 판매량)

$=xy$

$=x(-2x+1400)=-2x^2+1400x$

$=-2(x-350)^2+245000$

이므로 $x=350$에서 최댓값은 245000이다.

따라서 하루 매출액이 최대가 되는 상품의 가격은 350원이다.

792 답 ⑤

전략 □PQBR의 한 변의 길이를 x로 놓고, △ABC와 △PRC가 서로 닮음임을 이용하여 다른 한 변의 길이를 구한 후 □PQBR의 넓이를 x에 대한 이차함수로 나타낸다.

$\overline{BR}=x$ cm라 하면 $\overline{RC}=(20-x)$ cm이고,

△ABC∽△PRC(AA 닮음)이므로

$\overline{AB}:\overline{PR}=\overline{BC}:\overline{RC}$에서 $10:\overline{PR}=20:(20-x)$

$20\overline{PR}=10(20-x)$ $\quad\therefore \overline{PR}=\dfrac{1}{2}(20-x)$(cm)

이때 □PQBR의 넓이를 y cm^{2}라 하면

$y=\overline{BR}\times\overline{PR}$

$=x\times\dfrac{1}{2}(20-x)=-\dfrac{1}{2}x^2+10x$

$=-\dfrac{1}{2}(x-10)^2+50$

이므로 $x=10$에서 최댓값은 50이다.

따라서 □PQBR의 넓이가 최대가 되는 $\overline{BR}$의 길이는 10 cm이므로 이때의 □PQBR의 둘레의 길이는

$2(\overline{BR}+\overline{PR})=2\times\left\{10+\dfrac{1}{2}\times(20-10)\right\}=30$(cm)

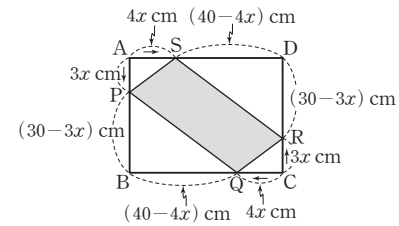
793 답 600 cm^2

전략 x초 후의 $\overline{AP}$, $\overline{CQ}$, $\overline{CR}$, $\overline{AS}$의 길이를 구한 다음 직사각형의 각 꼭짓점에 생기는 4개의 직각삼각형의 넓이를 x를 이용하여 나타낸 후 직사각형 ABCD에서 이 4개의 직각삼각형의 넓이를 빼어 □PQRS의 넓이를 x에 대한 이차함수로 나타낸다.

두 점 P, R는 매초 3 cm의 속력으로 이동하므로 두 점 P, R가 출발한 지 x초 후에 $\overline{AP}=\overline{CR}=3x$ cm

두 점 Q, S는 매초 4 cm의 속력으로 이동하므로 두 점 Q, S가 출발한 지 x초 후에 $\overline{CQ}=\overline{AS}=4x$ cm

$\therefore \overline{BP}=\overline{DR}=(30-3x)$ cm, $\overline{BQ}=\overline{DS}=(40-4x)$ cm



직각삼각형 APS, CRQ의 넓이의 합은

$\triangle APS+\triangle CRQ=2\times\dfrac{1}{2}\times 3x\times 4x=12x^2$(cm^2)

또 직각삼각형 BQP, DSR의 넓이의 합은

$\triangle BQP+\triangle DSR=2\times\dfrac{1}{2}\times(30-3x)\times(40-4x)$

$\quad=12x^2-240x+1200$(cm^2)

이때 □PQRS의 넓이를 y cm^{2}라 하면

$y=\square ABCD-(\triangle APS+\triangle CRQ+\triangle BQP+\triangle DSR)$

$=40\times 30-\{12x^2+(12x^2-240x+1200)\}$

$=-24x^2+240x$

$=-24(x-5)^2+600$

이므로 $x=5$에서 최댓값은 600이다.

따라서 □PQRS의 넓이의 최댓값은 600 cm^{2}이다.