기출 PICK

정답과 해설

중학 수학

1·1

01 소인수분해

난이도별 필수 기출 6~16쪽

001 답 ④

④ 15의 약수는 1, 3, 5, 15이므로 15는 소수가 아니다.

002 답 ②

소수는 2, 5, 31의 3개이다.

003 답 2

소수는 11, 23, 59의 3개이므로 $a=3$ ····· ⅰ

합성수는 4, 21, 36, 52, 63의 5개이므로 $b=5$ ····· ⅱ

$\therefore b-a=5-3=2$ ····· ⅲ

채점 기준	
ⅰ a의 값 구하기	40 %
ⅱ b의 값 구하기	40 %
ⅲ $b-a$의 값 구하기	20 %

004 답 ③

30 이하의 자연수 중에서 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29의 10개이다.

005 답 6

(나)에서 약수가 2개인 수는 소수이므로 (가)에서 15보다 크고 40보다 작은 자연수 중에서 소수는 17, 19, 23, 29, 31, 37의 6개이다.

006 답 ⑤

25보다 작은 자연수 중에서 가장 큰 소수는 23, 가장 작은 합성수는 4이므로 구하는 합은

$23+4=27$

007 답 ④

① 2는 짝수이지만 합성수가 아니다.

② 1의 약수는 1개이다.

③ $2\times3=6$에서 두 소수 2, 3의 곱 6은 짝수이다.

④ 한 자리의 자연수 중에서 소수는 2, 3, 5, 7의 4개이다.

⑤ 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

008 답 ⑤

ㄱ. 가장 작은 소수는 2이다.

ㄴ. 2는 소수이지만 짝수이다.

따라서 옳은 것은 ㄷ, ㄹ이다.

009 답 3가지

$24=5+19=7+17=11+13$이므로 3가지이다.

010 답 ④

9로 나누었을 때 나머지가 소수인 경우는 (0, 1, 2, …, 8)

2, 3, 5, 7

30 이하의 자연수를 9로 나누었을 때 몫이 소수인 경우는 (0, 1, 2, 3)

2, 3

따라서 주어진 조건을 모두 만족시키는 자연수는

$9\times2+2=20$, $9\times2+3=21$, $9\times2+5=23$,

$9\times2+7=25$, $9\times3+2=29$, $9\times3+3=30$

이때 가장 큰 수는 30, 세 번째로 큰 수는 25이므로 구하는 차는

$30-25=5$

011 답 ④

① $7\times7\times7=7^3$

② $5+5+5+5=5\times4$

③ $2\times2\times2\times3\times3=2^3\times3^2$

⑤ $\frac{1}{3\times3\times3\times7\times7}=\frac{1}{3^3\times7^2}=\frac{1}{3^3}\times\frac{1}{7^2}$

따라서 옳은 것은 ④이다.

012 답 ④

$3\times3\times5\times7\times3\times7\times5=3\times3\times3\times5\times5\times7\times7$

$=3^3\times5^2\times7^2$

따라서 $a=3$, $b=5$, $c=2$이므로

$a+b-c=3+5-2=6$

013 답 129

$16=2^4$이므로 $a=4$ ····· ⅰ

$5^3=125$이므로 $b=125$ ····· ⅱ

$\therefore a+b=4+125=129$ ····· ⅲ

채점 기준	
ⅰ a의 값 구하기	40 %
ⅱ b의 값 구하기	40 %
ⅲ $a+b$의 값 구하기	20 %

014 답 ②

꿀을 접을 때마다 그 가닥의 수는 이전의 2배가 되므로

1번 접은 경우: 2가닥

2번 접은 경우: $2\times2=2^2$(가닥)

3번 접은 경우: $2\times2\times2=2^3$(가닥)

⋮

15번 접은 경우: $\underbrace{2\times2\times2\times\cdots\times2}_{15\text{개}}=2^{15}$(가닥)

015 답 ③

2) 280

2) 140

2) 70

5) 35

7

$\therefore 280=2^3\times5\times7$

016 답 ⑤

$420=2^2\times3\times5\times7$이므로 420의 소인수는 2, 3, 5, 7이다.
따라서 420의 소인수가 아닌 것은 ⑤이다.

017 답 ②

$90=2\times3^2\times5$이므로 소인수는 2, 3, 5이다.

018 답 ③

③ $80=2^4\times5$

019 답 ㄴ, ㄷ, ㅁ

ㄱ. $30=2\times3\times5$
ㄹ. $144=2^4\times3^2$
ㅂ. $396=2^2\times3^2\times11$
따라서 소인수분해를 바르게 한 것은 ㄴ, ㄷ, ㅁ이다.

020 답 ①

$600=2^3\times3\times5^2$이므로 $a=3$, $b=3$, $c=5$
$\therefore a-b+c=3-3+5=5$

021 답 ②

① $14=2\times7$이므로 소인수는 2, 7
② $42=2\times3\times7$이므로 소인수는 2, 3, 7
③ $56=2^3\times7$이므로 소인수는 2, 7
④ $98=2\times7^2$이므로 소인수는 2, 7
⑤ $196=2^2\times7^2$이므로 소인수는 2, 7
따라서 소인수가 나머지 넷과 다른 하나는 ②이다.

022 답 ③

$312=2^3\times3\times13$이므로 소인수의 합은
$2+3+13=18$

023 답 ①

$225=3^2\times5^2$이므로 소인수 3, 5의 지수는 각각 2, 2이다.
따라서 구하는 곱은
$2\times2=4$

024 답 ④

① $88=2^3\times11$이므로 소인수의 합은
$2+11=13$
② $126=2\times3^2\times7$이므로 소인수의 합은
$2+3+7=12$
③ $135=3^3\times5$이므로 소인수의 합은
$3+5=8$
④ $140=2^2\times5\times7$이므로 소인수의 합은
$2+5+7=14$
⑤ $147=3\times7^2$이므로 소인수의 합은
$3+7=10$
따라서 소인수의 합이 가장 큰 것은 ④이다.

025 답 6

$30=2\times3\times5$, $75=3\times5^2$이므로
$30\times75=(2\times3\times5)\times(3\times5^2)$
$=2\times3^2\times5^3$ ····· ⓘ
따라서 $a=1$, $b=2$, $c=3$이므로 ····· ⓘⓘ
$a+b+c=1+2+3=6$ ····· ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 30×75를 소인수분해 하기	60 %
ⓘⓘ a, b, c의 값 구하기	20 %
ⓘⓘⓘ $a+b+c$의 값 구하기	20 %

026 답 2

$1\times2\times3\times4\times5\times6\times7\times8\times9\times10$
$=1\times2\times3\times2^2\times5\times(2\times3)\times7\times2^3\times3^2\times(2\times5)$
$=2^8\times3^4\times5^2\times7$
따라서 $a=8$, $b=4$, $c=2$이므로
$a-b-c=8-4-2=2$

027 답 ⑤

$2\times3\times4\times\cdots\times15$를 소인수분해 했을 때, 소인수 3의 지수를 구하기 위하여 3의 배수만 생각하면
$3\times6\times9\times12\times15=3\times(2\times3)\times3^2\times(2^2\times3)\times(3\times5)$
$=2^3\times3^6\times5$
따라서 소인수 3의 지수는 6이다.

028 답 10

5^n으로 나누어떨어지므로 5^n은 $1\times2\times3\times\cdots\times45$의 약수이다.
즉, 자연수 n 중에서 가장 큰 수는 $1\times2\times3\times\cdots\times45$를 소인수분해 했을 때 소인수 5의 지수와 같다.
$1\times2\times3\times\cdots\times45$에서 5의 배수만 생각하면
$5\times10\times15\times20\times25\times30\times35\times40\times45$
$=5\times(2\times5)\times(3\times5)\times(2^2\times5)\times5^2\times(2\times3\times5)\times(5\times7)$
$\times(2^3\times5)\times(3^2\times5)$
$=2^7\times3^4\times5^{10}\times7$
따라서 구하는 수는 10이다.

029 답 22

㈎에서 20보다 크고 26보다 작은 자연수는
21, 22, 23, 24, 25
$21=3\times7$이므로 소인수는 3, 7의 2개이고, 두 소인수의 합은
$3+7=10$
$22=2\times11$이므로 소인수는 2, 11의 2개이고, 두 소인수의 합은
$2+11=13$
23은 소수이므로 소인수는 23의 1개이다.
$24=2^3\times3$이므로 소인수는 2, 3의 2개이고, 두 소인수의 합은
$2+3=5$
$25=5^2$이므로 소인수는 5의 1개이다.
따라서 조건을 모두 만족시키는 자연수는 22이다.

030 답 ④

① $63=3^2\times7$이므로 소인수는 3, 7

$\therefore \langle 63\rangle=3+7=10$

② $150=2\times3\times5^2$이므로 소인수는 2, 3, 5

$\therefore \langle 150\rangle=2+3+5=10$

③ $189=3^3\times7$이므로 소인수는 3, 7

$\therefore \langle 189\rangle=3+7=10$

④ $210=2\times3\times5\times7$이므로 소인수는 2, 3, 5, 7

$\therefore \langle 210\rangle=2+3+5+7=17$

⑤ $270=2\times3^3\times5$이므로 소인수는 2, 3, 5

$\therefore \langle 270\rangle=2+3+5=10$

따라서 $\langle n\rangle=10$을 만족시키는 n의 값이 될 수 없는 것은 ④이다.

031 답 ②

㈏에서 $198=2\times3^2\times11$이므로 소인수의 합은

$2+3+11=16$

이때 ㈎에서 13의 배수는 13을 소인수로 가지므로 소인수의 합이 16이 되려면 $16=13+3$에서 3을 소인수로 가져야 한다.

즉, 조건을 만족시키는 수는

$13\times3=39$, $13\times3^2=117$, $13\times3^3=351$, $13^2\times3=507$,

$13\times3^4=1053$, …

따라서 구하는 세 자리의 자연수는 117, 351, 507의 3개이다.

032 답 35

$2^2\times5\times7^3\times a$에서 모든 소인수의 지수가 짝수가 되어야 하므로

$a=5\times7=35$

033 답 ④

$40=2^3\times5$에 자연수를 곱하였을 때 모든 소인수의 지수가 짝수가 되어야 하므로 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는

$2\times5=10$

034 답 14

$126=2\times3^2\times7$을 자연수로 나누었을 때 모든 소인수의 지수가 짝수가 되어야 하므로 나눌 수 있는 가장 작은 자연수는

$2\times7=14$

035 답 45

$240=2^4\times3\times5$이므로 $2^4\times3\times5\times a=b^2$이려면 $2^4\times3\times5\times a$의 모든 소인수의 지수가 짝수가 되어야 한다.

$\therefore a=3\times5=15$ …… ⅰ

따라서 $b^2=2^4\times3\times5\times(3\times5)=3600=60^2$이므로

$b=60$ …… ⅱ

$\therefore b-a=60-15=45$ …… ⅲ

채점 기준	
ⅰ a의 값 구하기	40 %
ⅱ b의 값 구하기	40 %
ⅲ $b-a$의 값 구하기	20 %

036 답 ⑤

$112=2^4\times7$이므로 $\frac{2^4\times7}{a}=b^2$이려면 $\frac{2^4\times7}{a}$의 모든 소인수의 지수가 짝수가 되어야 한다.

$\therefore a=7$

따라서 $b^2=\frac{2^4\times7}{7}=2^4=16=4^2$이므로 $b=4$

$\therefore a\times b=7\times4=28$

037 답 ③

$180\times a=2^2\times3^2\times5\times a$에서 모든 소인수의 지수가 짝수가 되어야 하므로 a는 $5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

① $20=5\times2^2$ ② $45=5\times3^2$ ③ $60=5\times2^2\times3$

④ $80=5\times4^2$ ⑤ $125=5\times5^2$

따라서 a의 값이 될 수 없는 것은 ③이다.

038 답 56

$504=2^3\times3^2\times7$에 자연수를 곱하였을 때 모든 소인수의 지수가 짝수가 되어야 하므로 곱할 수 있는 수는 $2\times7\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다. …… ⅰ

따라서 곱할 수 있는 수는

$2\times7\times1^2$, $2\times7\times2^2$, $2\times7\times3^2$, … …… ⅱ

이때 두 번째로 작은 수는

$2\times7\times2^2=56$ …… ⅲ

채점 기준	
ⅰ 곱할 수 있는 수의 꼴 파악하기	40 %
ⅱ 곱할 수 있는 수 구하기	40 %
ⅲ 두 번째로 작은 수 구하기	20 %

039 답 75

$108\times\square=2^2\times3^3\times\square$에서 모든 소인수의 지수가 짝수가 되어야 하므로 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 수는 $3\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

$\therefore \square=3\times1^2$, 3×2^2, 3×3^2, 3×4^2, 3×5^2, 3×6^2, …

즉, $\square=3$, 12, 27, 48, 75, 108, …이므로 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 가장 큰 두 자리의 자연수는 75이다.

040 답 174

$150=2\times3\times5^2$에 자연수를 곱하였을 때 모든 소인수의 지수가 짝수가 되어야 하므로 곱할 수 있는 수는 $2\times3\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

따라서 곱할 수 있는 수는

$2\times3\times1^2$, $2\times3\times2^2$, $2\times3\times3^2$, $2\times3\times4^2$, $2\times3\times5^2$, …

즉, 6, 24, 54, 96, 150, …이므로 구하는 두 자리의 자연수의 합은

$24+54+96=174$

041 답 45

$80\times x=2^4\times5\times x$가 3의 배수이려면 $2^4\times5\times x$는 반드시 3을 소인수로 가져야 한다.

또 $2^4\times5\times x$가 어떤 자연수의 제곱이려면 모든 소인수의 지수가 짝수가 되어야 하므로 x는 $3^2\times5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 x의 값은
$3^2\times5\times1^2=45$

042 답 ⑤

$\frac{300}{x}=\frac{2^2\times3\times5^2}{x}$에서 모든 소인수의 지수가 짝수가 되어야 하므로 x는 $3\times(\text{자연수})^2$ 꼴이면서 300의 약수이어야 한다.
$\therefore x=3\times1^2,\ 3\times2^2,\ 3\times5^2,\ 3\times10^2$
즉, $x=3,\ 12,\ 75,\ 300$이므로 구하는 합은
$3+12+75+300=390$

043 답 ③

$2^3\times7^2\times11$의 약수는 (2^3의 약수)$\times$(7^2의 약수)$\times$(11의 약수) 꼴이다.
③ $7^3\times11$에서 7^3이 7^2의 약수가 아니므로 $7^3\times11$은 $2^3\times7^2\times11$의 약수가 아니다.

044 답 ④

$72=2^3\times3^2$이므로 72의 약수는 (2^3의 약수)$\times$(3^2의 약수) 꼴이다.
④ $2^2\times3^3$에서 3^3이 3^2의 약수가 아니므로 $2^2\times3^3$은 72의 약수가 아니다.

045 답 1, 2, 4, 8, 13, 26, 52, 104

$104=2^3\times13$이므로 오른쪽 표에서 104의 약수는
1, 2, 4, 8, 13, 26, 52, 104

×	1	13
1	1	13
2	2	26
2^2	4	52
2^3	8	104

046 답 12

$200=2^3\times5^2$이므로 약수의 개수는
$(3+1)\times(2+1)=12$

047 답 ②

$5^a\times11^3$의 약수가 24개이므로
$(a+1)\times(3+1)=24$
$(a+1)\times4=24$
$a+1=6$ $\therefore a=5$

048 답 ③, ⑤

① 675를 소인수분해 하면 $3^3\times5^2$이다.
② ㈎에 알맞은 수는 5^2이다.
④ ㈐에 알맞은 수는 $3^2\times5=45$이다.
⑤ 675의 약수는 (3^3의 약수)$\times$(5^2의 약수) 꼴이므로 $3^2\times5^2$은 675의 약수이다.
따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

049 답 ④

③ $40=2^3\times5$이므로 소인수는 2, 5이다.
④ $56=2^3\times7$이므로 56의 약수는 (2^3의 약수)$\times$(7의 약수) 꼴이다.
⑤ $500=2^2\times5^3$이므로 약수의 개수는
$(2+1)\times(3+1)=12$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

050 답 30

$264=2^3\times3\times11$이므로
$a=3,\ b=11$
약수의 개수는 $(3+1)\times(1+1)\times(1+1)=16$이므로
$c=16$
$\therefore a+b+c=3+11+16=30$

051 답 ⑤

① $2^2\times13$의 약수의 개수는
$(2+1)\times(1+1)=6$
② $2\times3^3\times7^2$의 약수의 개수는
$(1+1)\times(3+1)\times(2+1)=24$
③ $27=3^3$이므로 약수의 개수는
$3+1=4$
④ $66=2\times3\times11$이므로 약수의 개수는
$(1+1)\times(1+1)\times(1+1)=8$
⑤ $136=2^3\times17$이므로 약수의 개수는
$(3+1)\times(1+1)=8$
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

052 답 ④

① $2^2\times3^2$의 약수의 개수는
$(2+1)\times(2+1)=9$
② $2\times5\times13$의 약수의 개수는
$(1+1)\times(1+1)\times(1+1)=8$
③ $64=2^6$이므로 약수의 개수는
$6+1=7$
④ $84=2^2\times3\times7$이므로 약수의 개수는
$(2+1)\times(1+1)\times(1+1)=12$
⑤ $98=2\times7^2$이므로 약수의 개수는
$(1+1)\times(2+1)=6$
따라서 약수의 개수가 가장 많은 것은 ④이다.

053 답 ③

① $3^3\times5^3$의 약수의 개수는
$(3+1)\times(3+1)=16$
② $2^7\times7$의 약수의 개수는
$(7+1)\times(1+1)=16$
③ $96=2^5\times3$이므로 약수의 개수는
$(5+1)\times(1+1)=12$
④ $168=2^3\times3\times7$이므로 약수의 개수는
$(3+1)\times(1+1)\times(1+1)=16$
⑤ $270=2\times3^3\times5$이므로 약수의 개수는
$(1+1)\times(3+1)\times(1+1)=16$
따라서 약수의 개수가 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.

054 답 1

$3^5\times7^3$의 약수는 (3^5의 약수)$\times$(7^3의 약수) 꼴이므로 $3^5\times7^3$의 약수 중에서 가장 큰 수는 $3^5\times7^3$이고, 두 번째로 큰 수는 $3^4\times7^3$이다.
따라서 $a=4$, $b=3$이므로
$a-b=4-3=1$

055 답 4

$360=2^3\times3^2\times5$이므로 360의 약수는
(2^3의 약수)$\times$(3^2의 약수)$\times$(5의 약수) 꼴이다.
따라서 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는 1^2, 2^2, 3^2, $2^2\times3^2$의 4개이다.

056 답 5

$504=2^3\times3^2\times7$이므로 약수의 개수는
$(3+1)\times(2+1)\times(1+1)=24$ …… ⅰ
$3^a\times5\times7$의 약수의 개수는 504의 약수의 개수와 같으므로
$(a+1)\times(1+1)\times(1+1)=24$ …… ⅱ
$4\times(a+1)=24$
$a+1=6$ $\therefore a=5$ …… ⅲ

채점 기준	
ⅰ 504의 약수의 개수 구하기	40 %
ⅱ $3^a\times5\times7$의 약수의 개수에 대한 식 세우기	40 %
ⅲ a의 값 구하기	20 %

057 답 ②

① $27\times6=2\times3^4$의 약수의 개수는
$(1+1)\times(4+1)=10$
② $27\times9=3^5$의 약수의 개수는
$5+1=6$
③ $27\times15=3^4\times5$의 약수의 개수는
$(4+1)\times(1+1)=10$
④ $27\times21=3^4\times7$의 약수의 개수는
$(4+1)\times(1+1)=10$
⑤ $27\times33=3^4\times11$의 약수의 개수는
$(4+1)\times(1+1)=10$
따라서 □ 안에 들어갈 수 없는 것은 ②이다.

058 답 ②

$A=3^5$일 때, $4\times3^5=2^2\times3^5$의 약수의 개수는
$(2+1)\times(5+1)=18$
$A=5^2\times7^2$일 때, $4\times5^2\times7^2=2^2\times5^2\times7^2$의 약수의 개수는
$(2+1)\times(2+1)\times(2+1)=27$
$A=45$일 때, $4\times45=2^2\times3^2\times5$의 약수의 개수는
$(2+1)\times(2+1)\times(1+1)=18$
$A=64$일 때, $4\times64=2^8$의 약수의 개수는
$8+1=9$
$A=105$일 때, $4\times105=2^2\times3\times5\times7$의 약수의 개수는
$(2+1)\times(1+1)\times(1+1)\times(1+1)=24$
$A=175$일 때, $4\times175=2^2\times5^2\times7$의 약수의 개수는
$(2+1)\times(2+1)\times(1+1)=18$
따라서 A의 값이 될 수 있는 것은 3^5, 45, 175의 3개이다.

059 답 4

약수가 3개인 자연수는 (소수)^2 꼴이다. …… ⅰ
따라서 100 이하의 자연수 중에서 약수가 3개인 자연수는
2^2, 3^2, 5^2, 7^2의 4개이다. …… ⅱ

채점 기준	
ⅰ 약수가 3개인 자연수 파악하기	60 %
ⅱ 100 이하의 자연수 중에서 약수가 3개인 자연수의 개수 구하기	40 %

참고 ① 약수가 2개인 자연수 ➡ 소수
② 약수가 3개인 자연수 ➡ (소수)^2
③ 약수가 4개인 자연수
➡ (소수)^3 또는 서로 다른 두 소수의 곱

060 답 4

$15=14+1$ 또는 $15=5\times3$
(ⅰ) $15=14+1$인 경우
$3^4\times$□가 3^{14}이어야 하므로
□$=3^{10}$
(ⅱ) $15=5\times3=(4+1)\times(2+1)$인 경우
$3^4\times$□가 $3^4\times$(3을 제외한 소수)^2 꼴이어야 하므로
□$=2^2$, 5^2, 7^2, …
(ⅰ), (ⅱ)에서 □ 안에 들어갈 수 있는 가장 작은 자연수는
$2^2=4$

061 답 ①

$2^a\times7^b\times9=2^a\times7^b\times3^2$의 약수가 12개이므로
$(a+1)\times(b+1)\times(2+1)=12$
$3\times(a+1)\times(b+1)=12$
$(a+1)\times(b+1)=4$
이때 a, b가 자연수이므로
$a+1=2$, $b+1=2$ $\therefore a=1$, $b=1$
$\therefore a+b=1+1=2$

062 답 ④

$630=2\times3^2\times5\times7$이고, 7의 배수는 반드시 7을 소인수로 갖는다.
따라서 $2\times3^2\times5\times7$의 약수 중에서 7의 배수의 개수는 $2\times3^2\times5$의 약수의 개수와 같으므로
$(1+1)\times(2+1)\times(1+1)=12$

063 답 15

$\frac{144}{n}$가 자연수가 되도록 하는 자연수 n은 144의 약수이다.
$144=2^4\times3^2$이고, n의 개수는 144의 약수의 개수와 같으므로
$(4+1)\times(2+1)=15$

064 답 ②

$4=3+1$ 또는 $4=2\times2$

(i) $4=3+1$인 경우

a^3(a는 소수) 꼴이어야 하므로 20 이하인 수는

2^3

(ii) $4=2\times2=(1+1)\times(1+1)$인 경우

$a\times b$(a, b는 서로 다른 소수) 꼴이어야 하므로 20 이하인 수는

2×3, 2×5, 2×7, 3×5

(i), (ii)에서 구하는 합은

$2^3+(2\times3)+(2\times5)+(2\times7)+(3\times5)=8+6+10+14+15$

$=53$

065 답 30

$8=7+1$ 또는 $8=4\times2$ 또는 $8=2\times2\times2$

(i) $8=7+1$인 경우

a^7(a는 소수) 꼴이어야 하므로

2^7, 3^7, 5^7, …

(ii) $8=4\times2=(3+1)\times(1+1)$인 경우

$a^3\times b$(a, b는 서로 다른 소수) 꼴이어야 하므로

$2^3\times3$, $2^3\times5$, $3^3\times2$, …

(iii) $8=2\times2\times2=(1+1)\times(1+1)\times(1+1)$인 경우

$a\times b\times c$(a, b, c는 서로 다른 소수) 꼴이어야 하므로

$2\times3\times5$, $2\times3\times7$, $2\times3\times11$, …

(i), (ii), (iii)에서 크기가 작은 순으로 나열하면

$2^3\times3=24$, $2\times3\times5=30$, $2^3\times5=40$, …

따라서 두 번째로 작은 수는 30이다.

066 답 25, 36, 49

약수의 개수가 홀수이려면 소인수분해 했을 때 모든 소인수의 지수가 짝수이어야 한다.

즉, (자연수)^2 꼴로 나타낼 수 있어야 하므로 ㈎를 만족시키는 자연수는

1^2, 2^2, 3^2, 4^2, …

이 중에서 ㈏를 만족시키는 자연수는

5^2, 6^2, 7^2

따라서 구하는 수는 25, 36, 49이다.

최고수준 도전 기출 17쪽

067 답 32

㈎에서 두 자연수를 곱한 수의 약수가 2개이려면 약수가 1과 자기 자신뿐이어야 하므로 두 자연수 중 하나는 1이어야 한다.

이때 ㈏에서 두 자연수의 차가 30이므로 두 자연수는 1과 31이다.

따라서 구하는 두 자연수의 합은

$1+31=32$

068 답 ⑤

13^1의 일의 자리의 숫자는 3

13^2의 일의 자리의 숫자는 $3\times3=9$에서 9

13^3의 일의 자리의 숫자는 $9\times3=27$에서 7

13^4의 일의 자리의 숫자는 $7\times3=21$에서 1

13^5의 일의 자리의 숫자는 $1\times3=3$에서 3

⋮

따라서 13^1, 13^2, 13^3, 13^4, …에서 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1이 이 순서대로 반복된다.

이때 $1234=4\times308+2$이므로 13^{1234}의 일의 자리의 숫자는 13^2의 일의 자리의 숫자와 같은 9이다.

참고 자연수 a에 대하여 a, a^2, a^3, …의 일의 자리의 숫자를 구할 때, 일의 자리의 숫자끼리만 계산하여 규칙을 찾을 수 있다.

069 답 15

전략 약수가 18개임을 이용하여 주어진 수의 꼴을 파악하고 □ 안에 들어갈 수 있는 수를 구한다.

$18=17+1$ 또는 $18=9\times2$ 또는 $18=6\times3$ 또는 $18=3\times3\times2$

(i) $18=17+1$인 경우

a^{17}(a는 소수) 꼴이어야 하므로 □ 안에 들어갈 수 있는 자연수는 없다.

(ii) $18=9\times2=(8+1)\times(1+1)$인 경우

$a^8\times b$(a, b는 서로 다른 소수) 꼴이어야 하므로 □ 안에 들어갈 수 있는 자연수는

2^6

(iii) $18=6\times3=(5+1)\times(2+1)$인 경우

$a^5\times b^2$(a, b는 서로 다른 소수) 꼴이어야 하므로 □ 안에 들어갈 수 있는 자연수는

$2^3\times3$, 3^4

(iv) $18=3\times3\times2=(2+1)\times(2+1)\times(1+1)$인 경우

$a^2\times b^2\times c$(a, b, c는 서로 다른 소수) 꼴이어야 하므로 □ 안에 들어갈 수 있는 자연수는

3×5, 3×7, 5^2, …

(i)~(iv)에서 □ 안에 들어갈 수 있는 자연수 중 가장 작은 수는

$3\times5=15$

070 답 ③

㈎에서 A의 소인수가 3, 5이므로 A는 $3^a\times5^b$(a, b는 자연수) 꼴이다.

㈏에서 A의 약수가 12개이므로

$(a+1)\times(b+1)=12$

(i) $12=2\times6=(1+1)\times(5+1)$인 경우

$a=1$, $b=5$ 또는 $a=5$, $b=1$

$\therefore A=3\times5^5$, $3^5\times5$

(ii) $12=3\times4=(2+1)\times(3+1)$인 경우

$a=2$, $b=3$ 또는 $a=3$, $b=2$

$\therefore A=3^2\times5^3$, $3^3\times5^2$

(i), (ii)에서 자연수 A의 개수는 4이다.

02 최대공약수와 최소공배수

난이도별 필수 기출 20~30쪽

071 답 ②

$2^3\times3\times7$
$2^2\times3^3$
(최대공약수)$=2^2\times3$

072 답 ④

A, B의 공약수는 두 수의 최대공약수인 45의 약수이므로
1, 3, 5, 9, 15, 45
따라서 공약수가 아닌 것은 ④이다.

073 답 1, 2, 4, 8, 16, 32

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수인 32의 약수이므로
1, 2, 4, 8, 16, 32

074 답 ④

63과 주어진 수의 최대공약수를 각각 구하면 다음과 같다.
① 7 ② 3 ③ 9 ④ 1 ⑤ 7
따라서 63과 서로소인 것은 ④이다.

075 답 ⑤

$3^2\times5^3\times7$
$3^3\times7^2$
$3^2\times5^2\times7$
(최대공약수)$=3^2\times7$
따라서 $a=2$, $b=7$이므로 $b-a=7-2=5$

076 답 18

$54=2\times3^3$
$72=2^3\times3^2$
$126=2\times3^2\times7$
(최대공약수)$=2\times3^2=18$

077 답 ⑤

$2^2\times3^3$
$2\times3^2\times5^3$
(최대공약수)$=2\times3^2$
두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수인 2×3^2의 약수이다.
⑤ $2^2\times3$은 2×3^2의 약수가 아니므로 주어진 두 수의 공약수가 아니다.

078 답 ㄴ, ㄷ, ㅂ

$2\times3^3\times5^2\times7$
$2^2\times5^3\times7^2$
(최대공약수)$=2\times5^2\times7$
두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수인 $2\times5^2\times7$의 약수이다.
따라서 두 수의 공약수인 것은 ㄴ, ㄷ, ㅂ이다.

079 답 ②

$168=2^3\times3\times7$, $189=3^3\times7$이므로 세 수의 최대공약수는
$3\times7=21$
세 수의 공약수는 세 수의 최대공약수인 21의 약수이므로
1, 3, 7, 21
따라서 구하는 합은
$1+3+7+21=32$

080 답 12

$216=2^3\times3^3$, $504=2^3\times3^2\times7$, $720=2^4\times3^2\times5$이므로 세 수의 최대공약수는
$2^3\times3^2$ …… ⓘ
세 수의 공약수의 개수는 세 수의 최대공약수인 $2^3\times3^2$의 약수의 개수와 같으므로
$(3+1)\times(2+1)=12$ …… ⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 세 수의 최대공약수 구하기	60 %
ⓘⓘ 세 수의 공약수의 개수 구하기	40 %

081 답 ③

주어진 두 수의 최대공약수를 각각 구하면 다음과 같다.
① 7 ② 11 ③ 1 ④ 6 ⑤ 3
따라서 두 수가 서로소인 것은 ③이다.

082 답 ⑤

두 수의 공약수가 1개이면 두 수는 서로소이다.
39와 주어진 수의 최대공약수를 각각 구하면 다음과 같다.
① 1 ② 1 ③ 1 ④ 1 ⑤ 13
따라서 A의 값이 될 수 없는 것은 ⑤이다.

083 답 ①, ③

② 3과 9는 홀수이지만 최대공약수가 3이므로 서로소가 아니다.
④ 두 수가 서로소이면 두 수의 공약수는 1이다.
⑤ 3과 4의 최대공약수는 1이지만 4는 소수가 아니다.
따라서 옳은 것은 ①, ③이다.

084 답 ④

② $76=2^2\times19$이므로 소인수는 2, 19의 2개이다.
④ $54=2\times3^3$, $90=2\times3^2\times5$이므로 54와 90의 최대공약수는 $2\times3^2=18$이다.
⑤ $105=3\times5\times7$, $225=3^2\times5^2$이므로 105와 225의 최대공약수는 $3\times5=15$이다.
이때 두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수인 15의 약수이므로 1, 3, 5, 15의 4개이다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

085 답 11

$99=3^2\times11$에서 99와 서로소인 수는 3의 배수도 아니고 11의 배수도 아닌 수이다.
이때 10보다 크고 30보다 작은 자연수 중에서
3의 배수는 12, 15, 18, 21, 24, 27의 6개
11의 배수는 11, 22의 2개
따라서 99와 서로소인 수의 개수는
$19-6-2=11$
└ 11, 12, 13, …, 29의 19개

086 답 20

$35\bigcirc N=1$, 즉 35와 N의 최대공약수가 1이므로 35와 N은 서로소이다.
$35=5\times7$에서 자연수 N은 5의 배수도 아니고 7의 배수도 아닌 수이다. …… ⓘ
이때 30 이하의 자연수 중에서
5의 배수는 5, 10, 15, 20, 25, 30의 6개
7의 배수는 7, 14, 21, 28의 4개
따라서 자연수 N의 개수는
$30-6-4=20$ …… ⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 자연수 N의 조건 파악하기	40 %
ⓘⓘ 자연수 N의 개수 구하기	60 %

087 답 ②

(가), (다)에서 약수가 2개인 수, 즉 소수이면서 20보다 작은 수는
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19
$26=2\times13$이므로 (나)에서 26과 서로소인 수는 2의 배수도 아니고 13의 배수도 아닌 수이다.
따라서 조건을 만족시키는 자연수는
3, 5, 7, 11, 17, 19의 6개

088 답 825

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수인 $3^2\times5^2\times11$의 약수이다.
따라서 공약수 중 두 번째로 큰 수는
$3\times5^2\times11=825$

089 답 260

$450=2\times3^2\times5^2$, $675=3^3\times5^2$이므로 두 수의 최대공약수는
$3^2\times5^2$
두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수인 $3^2\times5^2$의 약수이므로
$3^2\times5^2$의 약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는
1^2, 3^2, 5^2, $3^2\times5^2$
따라서 구하는 합은
$1+9+25+225=260$

090 답 ③

$\frac{1}{98}$, $\frac{2}{98}$, $\frac{3}{98}$, …, $\frac{97}{98}$, $\frac{98}{98}$ 중에서 분모가 98인 기약분수는 분자가 98과 서로소이어야 한다.
이때 $98=2\times7^2$이므로 98과 서로소인 수는 2의 배수도 아니고 7의 배수도 아닌 수이다.
98 이하의 자연수 중에서
2의 배수는 $98\div2=49$(개)
7의 배수는 $98\div7=14$(개)
2와 7의 공배수, 즉 14의 배수는
$98\div14=7$(개)
따라서 구하는 기약분수의 개수는
$98-49-14+7=42$

091 답 ⑤

$84=2^2\times3\quad\times7$
$\quad\quad\quad\quad\quad\quad\times7$
(최소공배수)$=2^2\times3^2\times5\times7$

092 답 ④

A, B의 공배수는 A, B의 최소공배수인 16의 배수이므로
16, 32, 48, 64, 80, 96, 112, …
따라서 공배수가 아닌 것은 ④이다.

093 답 ③

$2^2\times3\quad\times5^2$
$2^3\times3^2\times5^2$
$2^2\quad\quad\times5$
(최대공약수)$=2^2\quad\quad\times5$
(최소공배수)$=2^3\times3^2\times5^2$

094 답 ②

① $30=2\times3\times5$, $42=2\times3\times7$이므로
(최대공약수)$=2\times3=6$,
(최소공배수)$=2\times3\times5\times7=210$
∴ (최소공배수)−(최대공약수)$=210-6=204$
② $44=2^2\times11$, $60=2^2\times3\times5$이므로
(최대공약수)$=2^2=4$,
(최소공배수)$=2^2\times3\times5\times11=660$
∴ (최소공배수)−(최대공약수)$=660-4=656$
③ $45=3^2\times5$, $75=3\times5^2$이므로
(최대공약수)$=3\times5=15$,
(최소공배수)$=3^2\times5^2=225$
∴ (최소공배수)−(최대공약수)$=225-15=210$
④ $54=2\times3^3$, $72=2^3\times3^2$이므로
(최대공약수)$=2\times3^2=18$,
(최소공배수)$=2^3\times3^3=216$
∴ (최소공배수)−(최대공약수)$=216-18=198$
⑤ $90=2\times3^2\times5$, $120=2^3\times3\times5$이므로
(최대공약수)$=2\times3\times5=30$,
(최소공배수)$=2^3\times3^2\times5=360$
∴ (최소공배수)−(최대공약수)$=360-30=330$
따라서 최대공약수와 최소공배수의 차가 가장 큰 것은 ②이다.

095 답 ⑤

$150=2\times3\times5^2$
$168=2^3\times3\times7$
$315=3^2\times5\times7$
(최소공배수)$=2^3\times3^2\times5^2\times7$

096 답 198

두 자연수의 공배수는 두 자연수의 최소공배수인 18의 배수이므로
18, 36, 54, …, 180, 198, 216, …
따라서 200에 가장 가까운 수는 198이다.

097 답 ②

2×7^2
$2\times7\times11^2$
(최소공배수)$=2\times7^2\times11^2$

두 수의 공배수는 두 수의 최소공배수인 $2\times7^2\times11^2$의 배수이다.
② $2^2\times7\times11^3$은 $2\times7^2\times11^2$의 배수가 아니므로 주어진 두 수의 공배수가 아니다.

098 답 4

$8=2^3$, $12=2^2\times3$이므로 두 수의 최소공배수는
$2^3\times3=24$ …… ⅰ
두 수의 공배수는 두 수의 최소공배수인 24의 배수이므로
24, 48, 72, 96, 120, … …… ⅱ
따라서 두 수의 공배수 중에서 두 자리의 자연수는 24, 48, 72, 96의 4개이다. …… ⅲ

채점 기준	
ⅰ 두 수의 최소공배수 구하기	40 %
ⅱ 두 수의 공배수 구하기	30 %
ⅲ 두 수의 공배수 중에서 두 자리의 자연수의 개수 구하기	30 %

099 답 ②

$18=2\times3^2$, $30=2\times3\times5$, $36=2^2\times3^2$이므로 세 수의 최소공배수는
$2^2\times3^2\times5=180$
세 수의 공배수는 세 수의 최소공배수인 180의 배수이므로
180, 360, 540, 720, 900, 1080, …
따라서 세 수의 공배수 중에서 1000 이하인 수는 180, 360, 540, 720, 900의 5개이다.

100 답 ③

ㄱ. 두 수의 최대공약수는
$2^2\times3=12$
ㄴ. $45=3^2\times5$, $189=3^3\times7$이므로 두 수의 최대공약수는
$3^2=9$
두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수인 9의 약수이므로 1, 3, 9의 3개이다.
ㄷ. $16=2^4$, $32=2^5$, $36=2^2\times3^2$이므로 세 수의 최소공배수는
$2^5\times3^2=288$
ㄹ. 세 수의 공배수는 세 수의 최소공배수의 배수이므로 개수를 구할 수 없다.
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

101 답 63

㈎에서 3과 7의 최소공배수는 21이므로 x는 21의 배수이다.
㈏에서 $126=2\times3^2\times7$, $315=3^2\times5\times7$의 최대공약수는
$3^2\times7=63$이므로 x는 63의 약수이다.
따라서 x는 21의 배수이면서 63의 약수이므로
$x=21$ 또는 $x=63$
$21=3\times7$에서 약수의 개수는 $(1+1)\times(1+1)=4$
$63=3^2\times7$에서 약수의 개수는 $(2+1)\times(1+1)=6$
이때 ㈐를 만족시켜야 하므로 $x=63$
참고 21의 배수는 21, 42, 63, …
63의 약수는 1, 3, 7, 9, 21, 63

102 답 ③

최대공약수에서 소인수 3의 지수 a, 3 중 작은 것이 2이므로 $a=2$
최대공약수에서 소인수 7의 지수 4, b 중 작은 것이 3이므로 $b=3$
$\therefore a+b=2+3=5$

103 답 3

$1800=2^3\times3^2\times5^2$ …… ⅰ
최소공배수에서 소인수 2의 지수 2, b, 2 중 큰 것이 3이므로 $b=3$
최소공배수에서 소인수 3의 지수 a, 1 중 큰 것이 2이므로 $a=2$
최소공배수에서 소인수 5의 지수 1, c 중 큰 것이 2이므로 $c=2$
…… ⅱ
$\therefore a+b-c=2+3-2=3$ …… ⅲ

채점 기준	
ⅰ 1800을 소인수분해 하기	30 %
ⅱ a, b, c의 값 구하기	60 %
ⅲ $a+b-c$의 값 구하기	10 %

104 답 ④

최대공약수에서 소인수 3의 지수 a, 4 중 작은 것이 3이므로 $a=3$
최소공배수에서 소인수 2의 지수가 2이므로 $c=2$
최소공배수에서 소인수 5의 지수 b, 2 중 큰 것이 3이므로 $b=3$
$\therefore a+b+c=3+3+2=8$

105 답 ②

$30=2\times3\times5$, $600=2^3\times3\times5^2$
최대공약수에서 소인수 5의 지수 b, 2 중 작은 것이 1이므로 $b=1$
최소공배수에서 소인수 2의 지수 a, 1 중 큰 것이 3이므로 $a=3$
최소공배수에서 소인수 3의 지수가 1이므로 $c=1$
$\therefore a\times b\times c=3\times1\times1=3$

106 답 8

$84=2^2\times3\times7$
최대공약수에서 소인수 2의 지수 a, 5, 5 중 작은 것이 2이므로
$a=2$

최소공배수에서 소인수 3의 지수 1, 3, 2 중 큰 것이 3이므로 $c=3$
최대공약수에서 7이 공통인 소인수이고 최소공배수에서 7의 지수가 1이므로 $b=7$
$\therefore b+c-a=7+3-2=8$

107 답 ③, ⑤

최대공약수가 $36=2^2\times3^2$이므로 $a=3^2\times k$(k는 5와 서로소) 꼴이다.
① $18=3^2\times2$ ② $27=3^2\times3$ ③ $45=3^2\times5$
④ $63=3^2\times7$ ⑤ $90=3^2\times10$
따라서 a의 값이 될 수 없는 것은 ③, ⑤이다.

108 답 6

112, N의 최대공약수가 16이고 $112=16\times7$이므로
$N=16\times k$(k는 7과 서로소) 꼴이다. …… ⓘ
즉, $k=1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, \cdots$이므로
$N=16, 32, 48, 64, 80, 96, 128, \cdots$ …… ⓘⓘ
따라서 100 미만의 자연수 N은 16, 32, 48, 64, 80, 96의 6개이다. …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ N의 조건 파악하기	50 %
ⓘⓘ N의 값 구하기	30 %
ⓘⓘⓘ 100 미만의 자연수 N의 개수 구하기	20 %

109 답 ④

A, $50=2\times5^2$의 최소공배수가 $2\times3\times5^3$이므로 A는 3×5^3의 배수이고 $2\times3\times5^3$의 약수이어야 한다.
따라서 구하는 가장 작은 수는
$3\times5^3=375$

110 답 ③

N, $24=2^3\times3$, $2^2\times3^4$의 최소공배수가 $2^4\times3^4$이므로 N은 2^4의 배수이고 $2^4\times3^4$의 약수이어야 한다.
① $80=2^4\times5$ ② $96=2^5\times3$ ③ $144=2^4\times3^2$
④ $162=2\times3^4$ ⑤ $216=2^3\times3^3$
따라서 N의 값이 될 수 있는 것은 ③이다.
참고 ①, ②는 $2^4\times3^4$의 약수가 아니고, ④, ⑤는 2^4의 배수가 아니다.

111 답 5, 840

$280=2^3\times5\times7$, $2^2\times3\times\square$의 최대공약수가 $20=2^2\times5$이므로
$\square=5\times k$(k는 2, 7과 각각 서로소) 꼴이다.
따라서 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 가장 작은 자연수는 5이고, 이때 두 수 $2^3\times5\times7$, $2^2\times3\times5$의 최소공배수는
$2^3\times3\times5\times7=840$

112 답 ②

$4\times a=2^2\times a$, $6\times a=2\times3\times a$, $9\times a=3^2\times a$의 최소공배수는 $2^2\times3^2\times a$이므로
$2^2\times3^2\times a=108$ $\therefore a=3$

113 답 ③

$3\times a$, $9\times a=3^2\times a$, $15\times a=3\times5\times a$의 최소공배수는 $3^2\times5\times a$이므로
$3^2\times5\times a=270$ $\therefore a=6$
따라서 세 수의 최대공약수는
$3\times a=3\times6=18$

114 답 24

두 자연수를 $3\times k$, $7\times k$(k는 자연수)라 하면 두 수의 최소공배수는 $3\times7\times k$이므로
$3\times7\times k=126$ $\therefore k=6$
따라서 두 자연수는 $3\times6=18$, $7\times6=42$이므로 구하는 차는
$42-18=24$

115 답 ③

32, N의 최대공약수가 8이고 $32=8\times4$이므로
$N=8\times k$(k는 4와 서로소) 꼴이다.
두 수의 최소공배수가 288이므로
$8\times4\times k=288$ $\therefore k=9$
$\therefore N=8\times9=72$

다른 풀이
(두 자연수의 곱)=(최대공약수)×(최소공배수)이므로
$32\times N=8\times288$ $\therefore N=72$

116 답 ③

$2^4\times5\times7$, A의 최대공약수가 $2^3\times5$이므로
$A=2^3\times5\times k$(k는 2, 7과 각각 서로소) 꼴이다.
두 수의 최소공배수가 $2^4\times3^2\times5\times7$이므로
$2^4\times5\times7\times k=2^4\times3^2\times5\times7$ $\therefore k=9$
$\therefore A=2^3\times5\times9=360$

117 답 70

A, B의 최대공약수가 7이므로
$A=7\times a$, $B=7\times b$(a, b는 서로소)라 하자.
두 수의 곱이 490이므로
$7\times a\times7\times b=490$ $\therefore a\times b=10$
따라서 두 수의 최소공배수는
$7\times a\times b=7\times10=70$

118 답 81

A, B의 최대공약수가 9이므로
$A=9\times a$, $B=9\times b$(a, b는 서로소, $a<b$)라 하자. …… ⓘ
두 수의 최소공배수가 72이므로
$9\times a\times b=72$ $\therefore a\times b=8$
이때 a, b는 서로소이고 $a<b$이므로
$a=1$, $b=8$
따라서 $A=9\times1=9$, $B=9\times8=72$이므로 …… ⓘⓘ
$A+B=9+72=81$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ A, B를 최대공약수를 이용하여 나타내기	30 %
ⓘⓘ A, B의 값 구하기	60 %
ⓘⓘⓘ $A+B$의 값 구하기	10 %

참고 $a=2$, $b=4$인 경우는 a, b가 서로소가 아니므로 조건을 만족시키지 않는다.

119 답 ②

A, $27=3^3$, $99=3^2\times11$의 최소공배수가 $3^3\times5\times11^2$이므로 A는 5×11^2의 배수이고 $3^3\times5\times11^2$의 약수이어야 한다.
따라서 A의 값이 될 수 있는 수는 5×11^2, $3\times5\times11^2$, $3^2\times5\times11^2$, $3^3\times5\times11^2$의 4개이다.

120 답 ⑤

45, 75, N의 최대공약수가 15이므로 $N=15\times k$(k는 자연수)라 하자.
$45=15\times3$, $75=15\times5$이고 최소공배수가 $450=15\times2\times3\times5$이므로 k는 2의 배수이고 $2\times3\times5$의 약수이어야 한다.
$\therefore$ $k=2$, 2×3, 2×5, $2\times3\times5$
즉, N의 값은
$15\times2=30$, $15\times2\times3=90$, $15\times2\times5=150$,
$15\times2\times3\times5=450$
따라서 구하는 합은
$30+90+150+450=720$

121 답 ①

두 수의 최대공약수가 2이므로 두 수를
$2\times a$, $2\times b$(a, b는 서로소, $a<b$)라 하자.
두 수의 최소공배수가 66이므로
$2\times a\times b=66$ $\therefore$ $a\times b=33$
이때 a, b는 서로소이고 $a<b$이므로
$a=1$, $b=33$ 또는 $a=3$, $b=11$
(i) $a=1$, $b=33$일 때,
두 수는 $2\times1=2$, $2\times33=66$이므로 두 수의 차는
$66-2=64$
(ii) $a=3$, $b=11$
두 수는 $2\times3=6$, $2\times11=22$이므로 두 수의 차는
$22-6=16$
(i), (ii)에서 조건을 만족시키는 두 수는 6, 22이므로 구하는 합은
$6+22=28$

122 답 12

A, B의 최대공약수가 6이므로
$A=6\times a$, $B=6\times b$(a, b는 서로소, $a<b$)라 하자.
두 수의 곱이 540이므로
$6\times a\times6\times b=540$ $\therefore$ $a\times b=15$
이때 a, b는 서로소이고 $a<b$이므로
$a=1$, $b=15$ 또는 $a=3$, $b=5$
(i) $a=1$, $b=15$일 때,
$A=6\times1=6$, $B=6\times15=90$
(ii) $a=3$, $b=5$일 때,
$A=6\times3=18$, $B=6\times5=30$
그런데 A, B는 두 자리의 자연수이므로 (i), (ii)에서
$A=18$, $B=30$
$\therefore$ $B-A=30-18=12$

123 답 ④

n은 30과 75의 공약수이다.
이때 30과 75의 최대공약수는
$3\times5=15$이므로
$n=1$, 3, 5, 15

$30=2\times3\times5$
$75=3\times5^2$
(최대공약수)$=3\times5$

따라서 자연수 n의 값이 아닌 것은 ④이다.

124 답 16

32와 48을 모두 나누어떨어지게 하는 자연수는 두 수의 공약수이고, 구하는 가장 큰 자연수는 두 수의 최대공약수이므로
$2^4=16$

$32=2^5$
$48=2^4\times3$
(최대공약수)$=2^4$

125 답 ③

곱했을 때 자연수가 되도록 하는 수는 14와 21의 공배수이다.
이때 14와 21의 최소공배수는
$2\times3\times7=42$
따라서 150 이하의 자연수 중에서
42의 배수는 42, 84, 126의 3개이다.

$14=2\times7$
$21=3\times7$
(최소공배수)$=2\times3\times7$

126 답 975

(가)에서 x는 15, 65로 모두 나누어떨어지므로 x는 15와 65의 공배수이다.
이때 15와 65의 최소공배수는
$3\times5\times13=195$
따라서 x는 195의 배수이고
$195\times5=975$, $195\times6=1170$
이므로 가장 큰 세 자리의 자연수는 975이다.

$15=3\times5$
$65=5\times13$
(최소공배수)$=3\times5\times13$

127 답 ②

n은 45, 63, 108의 공약수이다.
이때 45, 63, 108의 최대공약수는
$3^2=9$
따라서 자연수 n은 1, 3, 9의 3개이다.

$45=3^2\times5$
$63=3^2\times7$
$108=2^2\times3^3$
(최대공약수)$=3^2$

128 답 ⑤

곱했을 때 자연수가 되도록 하는 수는 12, 18, 54의 공배수이다.
이때 12, 18, 54의 최소공배수는
$2^2\times3^3$
따라서 $2^2\times3^3$의 배수인 것은 ⑤이다.

$12=2^2\times3$
$18=2\times3^2$
$54=2\times3^3$
(최소공배수)$=2^2\times3^3$

129 답 174

a는 12와 90의 공배수이므로 A는 두 수의 최소공배수이다.

$\therefore A=2^2\times3^2\times5=180$ …… ⓘ

b는 12와 90의 공약수이므로 B는 두 수의 최대공약수이다.

$\therefore B=2\times3=6$ …… ⓘⓘ

$\therefore A-B=180-6=174$ …… ⓘⓘⓘ

$12=2^2\times3$

$90=2\times3^2\times5$

(최소공배수)$=2^2\times3^2\times5$

(최대공약수)$=2\times3$

채점 기준

ⓘ A의 값 구하기	40 %
ⓘⓘ B의 값 구하기	40 %
ⓘⓘⓘ $A-B$의 값 구하기	20 %

130 답 ④

a는 6과 8의 최소공배수이므로

$a=2^3\times3=24$

$6=2\times3$

$8=2^3$

(최소공배수)$=2^3\times3$

b는 35와 21의 최대공약수이므로

$b=7$

$\therefore a-b=24-7=17$

$35=5\times7$

$21=3\times7$

(최대공약수)$=7$

131 답 ②

8로 나누면 3이 남는다. ➡ (8의 배수)+3 …… ㉠

12로 나누면 3이 남는다. ➡ (12의 배수)+3 …… ㉡

20으로 나누면 3이 남는다. ➡ (20의 배수)+3 …… ㉢

㉠, ㉡, ㉢을 모두 만족시키는 수는

(8, 12, 20의 공배수)+3

이때 8, 12, 20의 최소공배수는

$2^3\times3\times5=120$

이므로 세 수의 공배수는

120, 240, 360, 480, …

따라서 400에 가장 가까운 수는 360이므로 구하는 수는

$360+3=363$

$8=2^3$

$12=2^2\times3$

$20=2^2\times5$

(최소공배수)$=2^3\times3\times5$

132 답 71

4로 나누어떨어지려면 1이 부족하다.

➡ (4의 배수)−1 …… ㉠

6으로 나누어떨어지려면 1이 부족하다.

➡ (6의 배수)−1 …… ㉡

9로 나누어떨어지려면 1이 부족하다.

➡ (9의 배수)−1 …… ㉢

㉠, ㉡, ㉢을 모두 만족시키는 수는

(4, 6, 9의 공배수)−1

이때 4, 6, 9의 최소공배수는

$2^2\times3^2=36$

이므로 세 수의 공배수는

36, 72, 108, …

따라서 가장 큰 두 자리의 자연수는 72이므로 구하는 수는

$72-1=71$

$4=2^2$

$6=2\times3$

$9=3^2$

(최소공배수)$=2^2\times3^2$

133 답 11

어떤 자연수로

145를 나누면 2가 남는다.

➡ (145−2)를 나누면 나누어떨어진다.

170을 나누면 나누어떨어지기에 6이 부족하다.

➡ (170+6)을 나누면 나누어떨어진다.

따라서 어떤 자연수는 143과 176의 공약수이고 구하는 가장 큰 자연수는 143과 176의 최대공약수이므로 11이다.

$143=11\times13$

$176=2^4\times11$

(최대공약수)$=11$

134 답 ③

어떤 자연수로

43을 나누면 1이 남는다.

➡ (43−1)을 나누면 나누어떨어진다.

58을 나누면 2가 남는다.

➡ (58−2)를 나누면 나누어떨어진다.

115를 나누면 3이 남는다.

➡ (115−3)을 나누면 나누어떨어진다.

따라서 어떤 자연수는 42, 56, 112의 공약수이고 세 수의 최대공약수는

$2\times7=14$

조건을 모두 만족시키는 수는 14의 약수이면서 3보다 큰 수이므로

7, 14

따라서 구하는 합은

$7+14=21$

$42=2\times3\times7$

$56=2^3\times7$

$112=2^4\times7$

(최대공약수)$=2\times7$

어떤 자연수로 나누었을 때 나머지가 1, 2, 3이므로 이 자연수는 3보다 크다.

135 답 28

84와 140을 모두 나누어떨어지게 하는 자연수는 두 수의 공약수이고, 그 몫이 서로소가 되게 하는 수는 두 수의 최대공약수이므로

$2^2\times7=28$

$84=2^2\times3\times7$

$140=2^2\times5\times7$

(최대공약수)$=2^2\times7$

136 답 $\frac{45}{4}$

$3\frac{1}{5}=\frac{16}{5}$, $2\frac{2}{9}=\frac{20}{9}$

구하는 기약분수를 $\frac{a}{b}$라 하면

a는 5, 15, 9의 최소공배수이므로

$a=3^2\times5=45$ …… ⓘ

b는 16, 4, 20의 최대공약수이므로

$b=2^2=4$ …… ⓘⓘ

따라서 구하는 기약분수는

$\frac{a}{b}=\frac{45}{4}$ …… ⓘⓘⓘ

$5=5$

$15=3\times5$

$9=3^2$

(최소공배수)$=3^2\times5$

$16=2^4$

$4=2^2$

$20=2^2\times5$

(최대공약수)$=2^2$

채점 기준	
ⓘ 기약분수의 분자 구하기	40 %
ⓘⓘ 기약분수의 분모 구하기	40 %
ⓘⓘⓘ 기약분수 구하기	20 %

137 답 ①

㈎, ㈏, ㈐에서 나누어떨어지려면 모두 2씩 부족하므로 조건을 만족시키는 자연수는

(6, 9, 12의 공배수)−2

이때 6, 9, 12의 최소공배수는

$2^2\times3^2=36$

이므로 구하는 가장 작은 자연수는

$36-2=34$

$6=2\times3$

$9=3^2$

$12=2^2\times3$

(최소공배수)$=2^2\times3^2$

최고수준 도전 기출 31쪽

138 답 ②

㈎, ㈏에서 $12=6\times2$, $45=9\times5$이므로

$n=6\times a$ (a는 2와 서로소), $n=9\times b$ (b는 5와 서로소)

라 하면 n은 6과 9의 공배수이다.

이때 6과 9의 최소공배수는

$2\times3^2=18$

$\therefore n=18\times k$ (k는 2, 5와 각각 서로소)

따라서 n은 18×1, 18×3, 18×7, …이므로 두 자리의 자연수 n은 18, 54의 2개이다.

$6=2\times3$

$9=3^2$

(최소공배수)$=2\times3^2$

139 답 5

$270=2\times3^3\times5$

최소공배수에서 소인수 2의 지수 2, 1, a 중 큰 것이 4이므로 $a=4$

최소공배수에서 소인수 5의 지수가 1이므로 $c=1$

최소공배수에서 소인수 3의 지수 3, 3, b 중 큰 것이 3이므로

$b=1$ 또는 $b=2$ 또는 $b=3$

(i) $b=1$일 때,

최대공약수는 2×3이므로 공약수의 개수는

$(1+1)\times(1+1)=4$

(ii) $b=2$일 때,

최대공약수는 2×3^2이므로 공약수의 개수는

$(1+1)\times(2+1)=6$

(iii) $b=3$일 때,

최대공약수는 2×3^3이므로 공약수의 개수는

$(1+1)\times(3+1)=8$

(i), (ii), (iii)에서 공약수가 6개인 것은 $b=2$

$\therefore a+b-c=4+2-1=5$

140 답 ③

$A=G\times a$, $B=G\times b$ (a, b는 서로소, $a<b$)라 하면

$L=G\times a\times b$

이때 $\frac{L}{G}=10$이므로 $\frac{G\times a\times b}{G}=10$ $\therefore a\times b=10$

a, b는 서로소이므로

$a=1$, $b=10$ 또는 $a=2$, $b=5$

(i) $a=1$, $b=10$일 때,

A, B는 20 이하의 자연수이므로

$A=1$, $B=10$ 또는 $A=2$, $B=20$

(ii) $a=2$, $b=5$일 때,

A, B는 20 이하의 자연수이므로

$A=2$, $B=5$ 또는 $A=4$, $B=10$

또는 $A=6$, $B=15$ 또는 $A=8$, $B=20$

(i), (ii)에서 $A+B=21$인 경우는 $A=6$, $B=15$

$\therefore B-A=15-6=9$

141 답 555

전략 A, B의 최대공약수와 최소공배수를 이용하여 A, B의 꼴을 파악하고 소인수의 개수와 약수의 개수를 이용하여 A, B의 값을 구한다.

㈐에서 A, B의 최대공약수가 3×5이므로

$A=3\times5\times a$, $B=3\times5\times b$ (a, b는 서로소)라 하자.

㈑에서 A, B의 최소공배수는 $2^2\times3^2\times5^3$이므로

$3\times5\times a\times b=2^2\times3^2\times5^3$

$\therefore a\times b=2^2\times3\times5^2$

㈎에서 A의 소인수는 2개, B의 소인수는 3개이고 a, b는 서로소이므로

$a=1$, $b=2^2\times3\times5^2$ 또는 $a=3$, $b=2^2\times5^2$

또는 $a=5^2$, $b=2^2\times3$ 또는 $a=3\times5^2$, $b=2^2$

(i) $a=1$, $b=2^2\times3\times5^2$일 때,

$A=3\times5$이므로 약수의 개수는

$(1+1)\times(1+1)=4$

$B=2^2\times3^2\times5^3$이므로 약수의 개수는

$(2+1)\times(2+1)\times(3+1)=36$

(ii) $a=3$, $b=2^2\times5^2$일 때,

$A=3^2\times5$이므로 약수의 개수는

$(2+1)\times(1+1)=6$

$B=2^2\times3\times5^3$이므로 약수의 개수는

$(2+1)\times(1+1)\times(3+1)=24$

(iii) $a=5^2$, $b=2^2\times3$일 때,

$A=3\times5^3$이므로 약수의 개수는

$(1+1)\times(3+1)=8$

$B=2^2\times3^2\times5$이므로 약수의 개수는

$(2+1)\times(2+1)\times(1+1)=18$

(iv) $a=3\times5^2$, $b=2^2$일 때,

$A=3^2\times5^3$이므로 약수의 개수는

$(2+1)\times(3+1)=12$

$B=2^2\times3\times5$이므로 약수의 개수는

$(2+1)\times(1+1)\times(1+1)=12$

(i)~(iv)에서 ㈏를 만족시키는 경우는

$A=3\times5^3=375$, $B=2^2\times3^2\times5=180$

$\therefore A+B=375+180=555$

03 정수와 유리수

난이도별 필수 기출 34~44쪽

142 답 ③

① 지하 2층 ➡ −2층
② 3점 실점 ➡ −3점
④ 5000원 이익 ➡ +5000원
⑤ 해발 600 m ➡ +600 m
따라서 옳은 것은 ③이다.

143 답 ②

② 영상 30 ℃ ➡ +30 ℃

144 답 ③

① 5 cm 컸다. ➡ +5 cm
② 24점 득점 ➡ +24점
③ 150명 감소 ➡ −150명
④ 20000원 입금 ➡ +20000원
⑤ 500원 올랐다. ➡ +500원
따라서 부호가 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.

145 답 3

정수는 3, 0, $-\frac{12}{3}=-4$의 3개이다.

146 답 ④

② $\frac{8}{2}=4$이므로 정수이다.
③ $-\frac{15}{5}=-3$이므로 정수이다.
따라서 정수가 아닌 유리수는 ④이다.

147 답 ②, ⑤

자연수가 아닌 정수는 0 또는 음의 정수이다.
① 양의 정수, 즉 자연수이다.
③, ④ 정수가 아니다.
따라서 자연수가 아닌 정수는 ②, ⑤이다.

148 답 ②

□ 안에 들어갈 수 있는 수는 정수가 아닌 유리수이다.
① $-\frac{10}{2}=-5$이므로 음의 정수이다.
③ $\frac{18}{3}=6$이므로 양의 정수이다.
④ −12는 음의 정수이다.
⑤ 33은 양의 정수이다.
따라서 □ 안에 들어갈 수 있는 수는 ②이다.

149 답 5

자연수는 160의 1개이므로 $a=1$ …… ⓘ
음의 정수는 -2, $-\frac{21}{3}=-7$의 2개이므로
$b=2$ …… ⓘⓘ
양의 유리수는 $\frac{9}{2}$, 1.23, 160, $\frac{22}{4}=\frac{11}{2}$의 4개이므로
$c=4$ …… ⓘⓘⓘ
$\therefore b+c-a=2+4-1=5$ …… ⓘⓥ

채점 기준	
ⓘ a의 값 구하기	30 %
ⓘⓘ b의 값 구하기	30 %
ⓘⓘⓘ c의 값 구하기	30 %
ⓘⓥ $b+c-a$의 값 구하기	10 %

150 답 ④

① 양수는 9, $\frac{32}{8}$, $\frac{5}{6}$의 3개이다.
② 정수는 0, 9, $\frac{32}{8}=4$, −5의 4개이다.
③ 유리수는 −2.8, 0, 9, $\frac{32}{8}$, −5, $\frac{5}{6}$의 6개이다.
④ 음의 유리수는 −2.8, −5의 2개이다.
⑤ 정수가 아닌 유리수는 −2.8, $\frac{5}{6}$의 2개이다.
따라서 옳은 것은 ④이다.

151 답 ③, ④

③ 0은 정수이면서 유리수이다.
④ 유리수는 양의 유리수, 0, 음의 유리수로 이루어져 있다.

152 답 ㄱ, ㄷ, ㅁ

ㄴ. 0과 1 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
ㄹ. 정수 중 음의 정수가 아닌 수는 0 또는 양의 정수이다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㅁ이다.

153 답 15

$-\frac{13}{3}$은 정수가 아닌 유리수이므로 $\left\langle -\frac{13}{3}\right\rangle=4$
$\frac{14}{2}=7$은 자연수이므로 $\left\langle \frac{14}{2}\right\rangle=2$
-5는 자연수가 아닌 정수이므로 $\langle -5\rangle=3$ …… ⓘ
$\therefore \left\langle -\frac{13}{3}\right\rangle+\left\langle \frac{14}{2}\right\rangle+\langle -5\rangle^2=4+2+3^2=15$ …… ⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ $\left\langle -\frac{13}{3}\right\rangle$, $\left\langle \frac{14}{2}\right\rangle$, $\langle -5\rangle$의 값 구하기	60 %
ⓘⓘ $\left\langle -\frac{13}{3}\right\rangle+\left\langle \frac{14}{2}\right\rangle+\langle -5\rangle^2$의 값 구하기	40 %

154 답 8

(i) 분모가 5일 때,
$\frac{10}{5}=2$, $\frac{15}{5}=3$, $\frac{20}{5}=4$이므로 새로운 수는 모두 정수이다.

(ii) 분모가 10일 때,

$\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$, $\frac{15}{10}=\frac{3}{2}$, $\frac{20}{10}=2$이므로 새로운 수 중 정수가 아닌 유리수는 $\frac{5}{10}$, $\frac{15}{10}$이다.

(iii) 분모가 15일 때,

$\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$, $\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$, $\frac{20}{15}=\frac{4}{3}$이므로 새로운 수는 모두 정수가 아닌 유리수이다.

(iv) 분모가 20일 때,

$\frac{5}{20}=\frac{1}{4}$, $\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$, $\frac{15}{20}=\frac{3}{4}$이므로 새로운 수는 모두 정수가 아닌 유리수이다.

(i)~(iv)에서 구하는 정수가 아닌 유리수의 개수는

$2+3+3=8$

155 답 ④

④ D: $\frac{5}{2}$

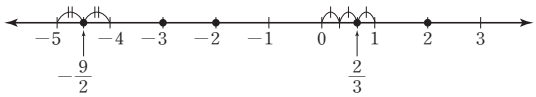
156 답 -2, 4

1에 대응하는 점으로부터 거리가 3인 두 점에 대응하는 수는 다음 그림과 같이 -2, 4이다.



157 답 -3

$-\frac{8}{4}=-2$이므로 각각의 수에 대응하는 점을 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 왼쪽에서 두 번째에 있는 점에 대응하는 수는 -3이다.

158 답 ②, ③

5개의 점 A, B, C, D, E에 대응하는 수는 다음과 같다.

A: $-\frac{7}{3}$, B: -1, C: $\frac{1}{2}$, D: $\frac{5}{4}$, E: 2

③ 정수는 -1, 2의 2개이다.

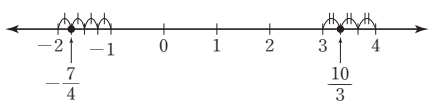
④ 유리수는 $-\frac{7}{3}$, -1, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{4}$, 2의 5개이다.

⑤ 양수는 $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{4}$, 2의 3개이다.

따라서 옳은 것은 ②, ③이다.

159 답 $a=-2$, $b=3$

$-\frac{7}{4}$과 $\frac{10}{3}$에 대응하는 점을 각각 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.

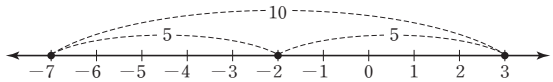


따라서 $-\frac{7}{4}$에 가장 가까운 정수는 -2, $\frac{10}{3}$에 가장 가까운 정수는 3이므로

$a=-2$, $b=3$

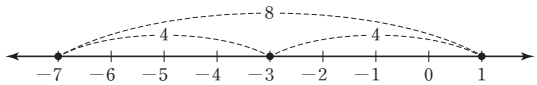
160 답 -2

두 수 -7, 3에 대응하는 두 점 사이의 거리가 10이므로 두 점으로부터 거리가 $\frac{10}{2}=5$인 점에 대응하는 수는 다음 그림과 같이 -2이다.



161 답 $a=-7$, $b=1$

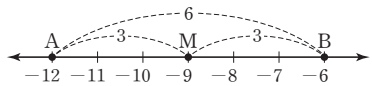
두 수 a, b에 대응하는 두 점 사이의 거리가 8이므로 -3에 대응하는 점으로부터 거리가 $\frac{8}{2}=4$인 두 점에 대응하는 수는 다음 그림과 같이 -7, 1이다.



이때 $a<0$이므로 $a=-7$, $b=1$

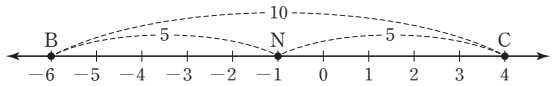
162 답 -5

두 점 A, B 사이의 거리가 6이므로 두 점 A, B로부터 거리가 $\frac{6}{2}=3$인 점 M에 대응하는 수는 다음 그림과 같이 -9이다.



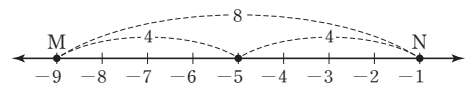
…… ⓘ

두 점 B, C 사이의 거리가 10이므로 두 점 B, C로부터 거리가 $\frac{10}{2}=5$인 점 N에 대응하는 수는 다음 그림과 같이 -1이다.



…… ⓘⓘ

두 점 M, N 사이의 거리가 8이므로 두 점 M, N으로부터 거리가 $\frac{8}{2}=4$인 점에 대응하는 수는 다음 그림과 같이 -5이다.



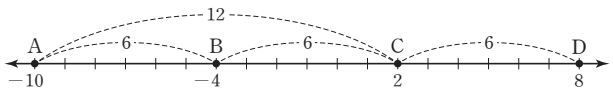
…… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 점 M에 대응하는 수 구하기	30 %
ⓘⓘ 점 N에 대응하는 수 구하기	30 %
ⓘⓘⓘ 두 점 M, N으로부터 같은 거리에 있는 점에 대응하는 수 구하기	40 %

163 답 $x=-4$, $y=8$

두 점 A, C 사이의 거리가 12이므로 두 점 A, C로부터 거리가 $\frac{12}{2}=6$인 점 B에 대응하는 수는 다음 그림과 같이 -4이다.

$\therefore x=-4$

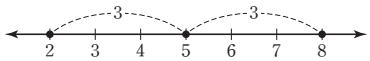


또 두 점 B, C 사이의 거리가 6이므로 점 C에서 오른쪽으로 6만큼 떨어진 점 D에 대응하는 수는 위의 그림과 같이 8이다.

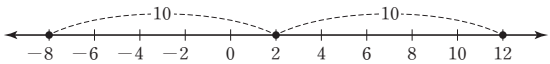
$\therefore y=8$

164 답 ③

두 수 5, 8에 대응하는 두 점 사이의 거리가 3이므로 5에 대응하는 점에서 왼쪽으로 3만큼 떨어진 점에 대응하는 수는 다음 그림과 같이 2이다. ∴ $b=2$



2에 대응하는 점으로부터 거리가 10인 두 점에 대응하는 수는 다음 그림과 같이 −8, 12이다.



이때 $a<0$이므로 $a=-8$

165 답 +8, −8

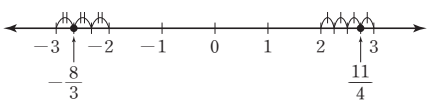
166 답 $a=\frac{4}{3}$, $b=-2.8$

절댓값이 $\frac{4}{3}$인 수는 $\frac{4}{3}$, $-\frac{4}{3}$이므로 $a=\frac{4}{3}$

절댓값이 2.8인 수는 2.8, −2.8이므로 $b=-2.8$

167 답 6

$-\frac{8}{3}$과 $\frac{11}{4}$에 대응하는 점을 각각 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 $-\frac{8}{3}$에 가장 가까운 정수는 −3, $\frac{11}{4}$에 가장 가까운 정수는 3이므로

$a=-3$, $b=3$

∴ $|a|+|b|=|-3|+|3|=3+3=6$

168 답 ②, ③

② 절댓값은 0 또는 양수이다.

③ 절댓값이 0인 수는 0뿐이다.

169 답 ②

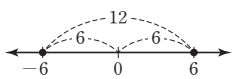
ㄴ. 두 수 −1, 1의 절댓값은 1로 같지만 두 수는 서로 같지 않다.

ㄹ. 두 수 −3, 2에 대하여 수직선 위에서 2가 −3보다 오른쪽에 있지만 $|-3|=3$, $|2|=2$이므로 절댓값은 −3이 2보다 크다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

170 답 12

절댓값이 6인 두 수는 6과 −6이고, 이 두 수에 대응하는 두 점 사이의 거리는 12이다.



171 답 ④

두 점 A, B 사이의 거리가 $\frac{5}{6}$이고 $|a|=|b|$이므로 두 점 A, B는 원점으로부터 서로 반대 방향으로 각각 $\frac{5}{6}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{12}$만큼 떨어져 있다.

∴ $|a|=|b|=\frac{5}{12}$

172 답 −5, 5

절댓값이 같고 부호가 반대인 두 수에 대응하는 두 점 사이의 거리가 10이므로 두 점은 원점으로부터 서로 반대 방향으로 각각 $\frac{10}{2}=5$만큼 떨어져 있다.

따라서 구하는 두 수는 −5, 5이다.

173 답 ②

a가 b보다 16만큼 작으므로 수직선 위에서 두 수 a, b에 대응하는 두 점 사이의 거리는 16이다.

이때 a, b의 절댓값이 같으므로 두 수 a, b에 대응하는 두 점은 원점으로부터 서로 반대 방향으로 각각 $\frac{16}{2}=8$만큼 떨어져 있고, a가 b보다 작으므로

$a=-8$, $b=8$

174 답 −2.2

$|-3|=3$, $|1.6|=1.6$, $\left|-\frac{1}{2}\right|=\frac{1}{2}$, $|-2.2|=2.2$, $\left|\frac{10}{3}\right|=\frac{10}{3}$ …… ⓘ

주어진 수의 절댓값의 대소를 비교하면

$\left|-\frac{1}{2}\right|<|1.6|<|-2.2|<|-3|<\left|\frac{10}{3}\right|$ …… ⓘⓘ

따라서 절댓값이 큰 수부터 차례로 나열할 때, 세 번째에 오는 수는 −2.2이다. …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 주어진 수의 절댓값 구하기	40 %
ⓘⓘ 주어진 수의 절댓값의 대소 비교하기	50 %
ⓘⓘⓘ 절댓값이 큰 수부터 차례로 나열할 때, 세 번째에 오는 수 구하기	10 %

175 답 −2.7, −0.2

$\left|-\frac{5}{4}\right|=\frac{5}{4}$, $|-0.2|=0.2$, $\left|\frac{11}{5}\right|=\frac{11}{5}$, $|-2.7|=2.7$, $|1.8|=1.8$

주어진 수의 절댓값의 대소를 비교하면

$|-0.2|<\left|-\frac{5}{4}\right|<|1.8|<\left|\frac{11}{5}\right|<|-2.7|$

따라서 절댓값이 가장 큰 수는 −2.7, 절댓값이 가장 작은 수는 −0.2이다.

176 답 ④

절댓값은 원점으로부터의 거리이므로 원점에서 두 번째로 가까운 수는 절댓값이 두 번째로 작은 수이다.

$|-5|=5$, $\left|-\frac{14}{5}\right|=\frac{14}{5}$, $|-1|=1$, $|1.4|=1.4$, $\left|\frac{9}{2}\right|=\frac{9}{2}$

주어진 수의 절댓값의 대소를 비교하면

$|-1|<|1.4|<\left|-\frac{14}{5}\right|<\left|\frac{9}{2}\right|<|-5|$

따라서 원점에서 두 번째로 가까운 수는 1.4이다.

177 답 ②, ⑤

① 양수는 1.3, $\frac{15}{2}$의 2개이고, 음수는 $-\frac{6}{5}$, -7, -3.8의 3개이다.

② 유리수는 1.3, $-\frac{6}{5}$, 0, -7, -3.8, $\frac{15}{2}$의 6개이다.

③ $|a|=a$인 수는 1.3, 0, $\frac{15}{2}$의 3개이다.

④, ⑤ 주어진 수의 절댓값의 대소를 비교하면

$|0|<\left|-\frac{6}{5}\right|<|1.3|<|-3.8|<|-7|<\left|\frac{15}{2}\right|$

따라서 절댓값이 가장 큰 수는 $\frac{15}{2}$, 절댓값이 가장 작은 수는 0이다.

따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

178 답 ④

① 절댓값이 가장 작은 수는 원점에서 가장 가까운 점에 대응하는 수이므로 점 C에 대응하는 수의 절댓값이 가장 작다.

② 점 A에 대응하는 수는 -4, 점 D에 대응하는 수는 3이므로 $|-4|>|3|$

③ 절댓값이 2보다 작은 수는 점 C에 대응하는 수인 -1의 1개이다.

④ 점 D에 대응하는 수인 3보다 절댓값이 큰 수에 대응하는 점은 -4, 5에 각각 대응하는 점 A, E의 2개이다.

⑤ 두 점 B, E에 대응하는 수는 각각 -2, 5이므로 $|-2|+|5|=2+5=7$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

179 답 ②, ④

절댓값이 4 이상 7 미만인 정수는 절댓값이 4, 5, 6인 정수이므로 -6, -5, -4, 4, 5, 6

따라서 구하는 정수는 ②, ④이다.

180 답 11

절댓값이 5 이하인 정수는 절댓값이 0, 1, 2, 3, 4, 5인 정수이므로 -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5의 11개

181 답 ③

$|-2|=2$, $|1.8|=1.8$, $\left|\frac{11}{3}\right|=\frac{11}{3}$, $|4|=4$, $|-5.5|=5.5$, $\left|-\frac{5}{2}\right|=\frac{5}{2}$

따라서 절댓값이 $\frac{9}{4}$ 이상인 수는 $\frac{11}{3}$, 4, -5.5, $-\frac{5}{2}$의 4개이다.

182 답 -2, -1, 0, 1, 2

$|a|<\frac{5}{2}$에서 $|a|=0$, 1, 2이므로 구하는 정수 a의 값은

-2, -1, 0, 1, 2

183 답 -10, 2

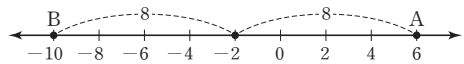
a의 절댓값이 6이므로 a의 값이 될 수 있는 수는

6, -6 …… ⓘ

(i) $a=6$일 때,

두 수 -2, 6에 대응하는 두 점 사이의 거리가 8이므로 -2에 대응하는 점에서 왼쪽으로 8만큼 떨어진 점 B에 대응하는 수는 다음 그림과 같이 -10이다.

$\therefore b=-10$

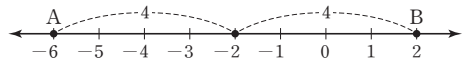


…… ⓘⓘ

(ii) $a=-6$일 때,

두 수 -2, -6에 대응하는 두 점 사이의 거리가 4이므로 -2에 대응하는 점에서 오른쪽으로 4만큼 떨어진 점 B에 대응하는 수는 다음 그림과 같이 2이다.

$\therefore b=2$



…… ⓘⓘⓘ

(i), (ii)에서 b의 값이 될 수 있는 수는 -10, 2이다. …… ⓘⓥ

채점 기준	
ⓘ a의 값 구하기	10 %
ⓘⓘ $a=6$일 때 b의 값 구하기	40 %
ⓘⓘⓘ $a=-6$일 때 b의 값 구하기	40 %
ⓘⓥ b의 값 구하기	10 %

184 답 ①

$a>b$이고 $|a|+|b|=3$을 만족시키는 경우는 다음과 같다.

(i) $|a|=3$, $|b|=0$인 경우

$a=3$, $b=0$

(ii) $|a|=2$, $|b|=1$인 경우

$a=2$, $b=1$ 또는 $a=2$, $b=-1$

(iii) $|a|=1$, $|b|=2$인 경우

$a=1$, $b=-2$ 또는 $a=-1$, $b=-2$

(iv) $|a|=0$, $|b|=3$인 경우

$a=0$, $b=-3$

(i)~(iv)에서 (a, b)는

$(-1, -2)$, $(0, -3)$, $(1, -2)$, $(2, -1)$, $(2, 1)$, $(3, 0)$의 6개

185 답 12

절댓값이 0인 수는 0

절댓값이 1인 수는 1, -1

절댓값이 2인 수는 2, -2

⋮

절댓값이 n인 수는 n, $-n$

따라서 절댓값이 n 이하인 정수가 25개이므로 이 중 0을 제외한 정수는 24개이다.

$\therefore n=\frac{24}{2}=12$

186 답 ⑤

187 답 ⑤

① (음수)<0이므로 $-4<0$

② $|-2|=2$이므로 $1<|-2|$

③ $\frac{5}{4}=1.25$이므로 $\frac{5}{4}>0.8$

④ $|-3|<|-5|$이므로 $-3>-5$

⑤ $-\frac{2}{3}=-\frac{4}{6}$, $-\frac{1}{2}=-\frac{3}{6}$이고 $\left|-\frac{4}{6}\right|>\left|-\frac{3}{6}\right|$이므로 $-\frac{2}{3}<-\frac{1}{2}$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

188 답 ④

④ 부호가 다른 두 수는 절댓값의 크기에 관계없이 항상 양수가 음수보다 크다.

189 답 ③

③ $-1<x\leq 3$

190 답 ④

① (음수)<(양수)이므로 $-2 \boxed{<} \frac{1}{3}$

② $0<$(양수)이므로 $0 \boxed{<} \frac{5}{4}$

③ $\frac{1}{2}=0.5$이므로 $0.2 \boxed{<} \frac{1}{2}$

④ $-\frac{6}{5}=-1.2$이고 $|-1.2|<|-1.5|$이므로 $-\frac{6}{5} \boxed{>} -1.5$

⑤ $\left|-\frac{9}{4}\right|=\frac{9}{4}=\frac{27}{12}$, $\frac{10}{3}=\frac{40}{12}$이므로 $\left|-\frac{9}{4}\right| \boxed{<} \frac{10}{3}$

따라서 부등호의 방향이 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

191 답 C

$\frac{2}{3}=\frac{10}{15}$, $0.6=\frac{3}{5}=\frac{9}{15}$이므로 $\frac{2}{3}>0.6$

즉, 첫 번째 갈림길에서 0.6이 적힌 방향으로 이동한다. …… ⓘ

$-\frac{17}{5}=-3.4$이고 $|-3.5|>|-3.4|$이므로 $-3.5<-\frac{17}{5}$

즉, 두 번째 갈림길에서 -3.5가 적힌 방향으로 이동한다. …… ⓘⓘ

$-\frac{5}{2}=-\frac{15}{6}$, $-\frac{8}{3}=-\frac{16}{6}$이고 $\left|-\frac{15}{6}\right|<\left|-\frac{16}{6}\right|$이므로 $-\frac{5}{2}>-\frac{8}{3}$

즉, 세 번째 갈림길에서 $-\frac{8}{3}$이 적힌 방향으로 이동한다. …… ⓘⓘⓘ

따라서 도착점은 C이다. …… ⓘⓥ

채점 기준	
ⓘ 첫 번째 갈림길에서 이동 방향 구하기	30 %
ⓘⓘ 두 번째 갈림길에서 이동 방향 구하기	30 %
ⓘⓘⓘ 세 번째 갈림길에서 이동 방향 구하기	30 %
ⓘⓥ 도착점 구하기	10 %

192 답 $-\frac{3}{5}$, $\frac{5}{4}$

$-\frac{3}{5}=-\frac{9}{15}$, $-\frac{7}{3}=-\frac{35}{15}$이고 $\left|-\frac{9}{15}\right|<\left|-\frac{35}{15}\right|$이므로 $-\frac{3}{5}>-\frac{7}{3}$

$|-3|=3$, $\frac{5}{4}=1.25$이므로 $0.7<\frac{5}{4}<|-3|$

$\therefore -\frac{7}{3}<-\frac{3}{5}<0.7<\frac{5}{4}<|-3|$

따라서 작은 수부터 차례로 나열할 때, 두 번째에 오는 수는 $-\frac{3}{5}$, 네 번째에 오는 수는 $\frac{5}{4}$이다.

193 답 ③

① 0보다 큰 수는 0.04, $\frac{7}{6}$, 2의 3개이다.

②, ③, ⑤ 주어진 수의 대소를 비교하면

$-6<-1.8<-\frac{2}{3}<0.04<\frac{7}{6}<2$

따라서 가장 큰 수는 2, 가장 작은 수는 -6이다.

또 음수 중 가장 큰 수는 $-\frac{2}{3}$이다.

④ 주어진 수의 절댓값의 대소를 비교하면

$|0.04|<\left|-\frac{2}{3}\right|<\left|\frac{7}{6}\right|<|-1.8|<|2|<|-6|$

따라서 절댓값이 가장 작은 수는 0.04이다.

따라서 옳은 것은 ③이다.

194 답 -2, -1, 0, 1, 2, 3

$\frac{7}{2}=3.5$이므로 $-3<x\leq\frac{7}{2}$을 만족시키는 정수 x의 값은

-2, -1, 0, 1, 2, 3

195 답 ③

주어진 조건을 부등호를 사용하여 나타내면 $-5\leq x\leq\frac{11}{4}$

$\frac{11}{4}=2.75$이므로 주어진 조건을 만족시키는 정수 x는

-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2의 8개

196 답 7

a의 절댓값이 $\frac{14}{3}$이고 $a<0$이므로 $a=-\frac{14}{3}$ …… ⓘ

b의 절댓값이 3이고 $b>0$이므로 $b=3$ …… ⓘⓘ

이때 $-\frac{14}{3}=-4\frac{2}{3}$이므로 $-\frac{14}{3}$와 3 사이에 있는 정수는

-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2의 7개 …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ a의 값 구하기	30 %
ⓘⓘ b의 값 구하기	30 %
ⓘⓘⓘ a, b 사이에 있는 정수의 개수 구하기	40 %

197 답 5

$-\frac{24}{5}=-4.8$, $\frac{7}{2}=3.5$이므로 $-\frac{24}{5}$와 $\frac{7}{2}$ 사이에 있는 정수는

-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3

이 중에서 자연수가 아닌 정수는 -4, -3, -2, -1, 0의 5개이다.

198 답 -3

$-\frac{10}{3}=-3\frac{1}{3}$이므로 $-\frac{10}{3}$과 1.2 사이에 있는 정수는

-3, -2, -1, 0, 1

이때 $|0|<|-1|=|1|<|-2|<|-3|$이므로 절댓값이 가장 큰 수는 -3이다.

199 답 -4

㈐에서 $-4 \le a \le 3$을 만족시키는 정수 a의 값은

-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3

이때 ㈏에서 a의 절댓값이 3보다 커야 하므로 주어진 조건을 모두 만족시키는 정수 a의 값은 -4이다.

200 답 $d<a<b<c$

㈎에서 $-\frac{11}{3}=-3\frac{2}{3}$, $-\frac{15}{7}=-2\frac{1}{7}$이므로 $a=-3$

㈏에서 $b=-1$

㈑에서 $-1<c \le 3.3$

㈒에서 $d<-3.3$

따라서 a, b, c, d의 대소 관계는

$d<a<b<c$

201 답 $b<a<c$

㈎, ㈏에서 $a=-5$

㈑에서 a와 b의 부호가 같으므로 $b<0$

이때 $|a|<|b|$이므로 $b<a<0$

㈒에서 $c \ge 0$

따라서 a, b, c의 대소 관계는

$b<a<c$

202 답 $\frac{11}{8}$

$-\frac{3}{2}=-\frac{12}{8}$이고 $\left|-\frac{11}{8}\right|<\left|-\frac{12}{8}\right|$이므로 $-\frac{11}{8}>-\frac{3}{2}$

$\therefore \left(-\frac{11}{8}\right)\circledcirc\left(-\frac{3}{2}\right)=\left|-\frac{11}{8}\right|=\frac{11}{8}$ …… ⓘ

$\frac{5}{4}=\frac{10}{8}$이므로 $\frac{5}{4}<\frac{11}{8}$

$\therefore \frac{5}{4}\circledcirc\left\{\left(-\frac{11}{8}\right)\circledcirc\left(-\frac{3}{2}\right)\right\}=\frac{5}{4}\circledcirc\frac{11}{8}$

$=\left|\frac{11}{8}\right|=\frac{11}{8}$ …… ⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ $\left(-\frac{11}{8}\right)\circledcirc\left(-\frac{3}{2}\right)$의 값 구하기	50 %
ⓘⓘ $\frac{5}{4}\circledcirc\left\{\left(-\frac{11}{8}\right)\circledcirc\left(-\frac{3}{2}\right)\right\}$의 값 구하기	50 %

203 답 ②

$-\frac{5}{2}=-\frac{15}{6}$, $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$이므로 $-\frac{5}{2}$와 $\frac{2}{3}$ 사이에 있는 유리수 중에서 분모가 6인 기약분수는 $-\frac{13}{6}$, $-\frac{11}{6}$, $-\frac{7}{6}$, $-\frac{5}{6}$, $-\frac{1}{6}$, $\frac{1}{6}$의 6개이다.

204 답 ④

㈎에서 $a>4$, ㈏에서 $b>-4$이므로 ㈒에서

$4<a<b$ …… ㉠

㈏에서 $c>-4$이고, ㈒에서 $|c|=|-4|=4$이므로

$c=4$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $c<a<b$

205 답 $d<b<a<c$

㈏에서 $b<0$

㈑에서 $d<b$이므로 $d<b<0$

㈒에서 $|c|=|d|$이고 $d<0$이므로 $d<0<c$ ($\because c \ne d$)

$\therefore d<b<0<c$

이때 ㈎에서 a는 네 수 중 0에 가장 가까운 수이므로

$d<b<a<c$

최고수준 도전 기출 45쪽

206 답 $(-12, 6)$, $(12, -6)$

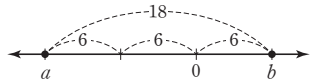
전략 $|a|$는 원점과 a에 대응하는 점 사이의 거리임을 이용한다.

$|a|=2\times|b|$이므로 수직선 위에서 원점과 a에 대응하는 점 사이의 거리는 원점과 b에 대응하는 점 사이의 거리의 2배이다.

(i) $a<0<b$일 때,

오른쪽 그림에서

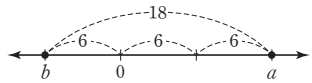
$a=-12$, $b=6$



(ii) $b<0<a$일 때,

오른쪽 그림에서

$a=12$, $b=-6$



(i), (ii)에서 $(-12, 6)$, $(12, -6)$

207 답 $a=-5$, $b=-4$, $c=4$

㈎, ㈒에서 $|b|=4$, $b<0$이므로 $b=-4$

㈏에서 $|c|=4$이고 ㈒에서 $c>0$이므로 $c=4$

㈑에서 $|a|=|4+1|=5$이고 ㈒에서 $a<0$이므로 $a=-5$

208 답 ④

$\frac{n}{5}$의 절댓값이 1보다 작으려면 n의 절댓값은 5보다 작아야 한다.

즉, $|n|<5$이므로 $|n|=0$, 1, 2, 3, 4

따라서 정수 n은 -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4의 9개이다.

209 답 a, c, b, d

㈎에서 두 수 a, b에 대응하는 점은 다음 그림과 같다.



㈑에서 절댓값이 가장 큰 수는 d이고, ㈏에서 d에 대응하는 점은 b에 대응하는 점의 오른쪽에 있으므로 다음 그림과 같다.



㈑에서 절댓값이 가장 작은 수는 c이고, ㈏에서 c에 대응하는 점은 b에 대응하는 점의 왼쪽에 있으므로 다음 그림과 같다.



따라서 네 수 a, b, c, d를 작은 수부터 차례로 나열하면

a, c, b, d

04 정수와 유리수의 계산

난이도별 필수 기출 48~65쪽

210 답 ④

0에서 오른쪽으로 3만큼 이동하였으므로 $+3$,
다시 왼쪽으로 7만큼 이동하였으므로 -7을 더한 것이다.
$\therefore (+3)+(-7)=-4$

211 답 ③

① $(-2)+(-2)=-(2+2)=-4$
② $(+5)+(+1)=+(5+1)=+6$
④ $(+6)+(-3)=+(6-3)=+3$
⑤ $(-4)+(+9)=+(9-4)=+5$
따라서 옳은 것은 ③이다.

212 답 ④

① $(-4)-(+1)=(-4)+(-1)=-(4+1)=-5$
② $(-3)-(+2)=(-3)+(-2)=-(3+2)=-5$
③ $(+1)-(+6)=(+1)+(-6)=-(6-1)=-5$
④ $(+5)-(-10)=(+5)+(+10)=+(5+10)=+15$
⑤ $(-7)-(-2)=(-7)+(+2)=-(7-2)=-5$
따라서 계산 결과가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

213 답 ①

① $(+5)-(-1)=(+5)+(+1)$
$=+(5+1)=+6$
② $(-10)+(+3)=-(10-3)=-7$
③ $\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{3}{5}\right)=\left(+\frac{10}{15}\right)+\left(-\frac{9}{15}\right)$
$=+\left(\frac{10}{15}-\frac{9}{15}\right)=+\frac{1}{15}$
④ $(-2.4)-(-7.2)=(-2.4)+(+7.2)$
$=+(7.2-2.4)=+4.8$
⑤ $\left(+\frac{5}{2}\right)-(+3.6)=(+2.5)-(+3.6)$
$=(+2.5)+(-3.6)$
$=-(3.6-2.5)=-1.1$
따라서 계산 결과가 가장 큰 것은 ①이다.

214 답 $-\frac{3}{4}$

$a=\left(+\frac{5}{3}\right)-\left(+\frac{1}{4}\right)=\left(+\frac{20}{12}\right)+\left(-\frac{3}{12}\right)$
$=+\left(\frac{20}{12}-\frac{3}{12}\right)=+\frac{17}{12}$
$b=\left(-\frac{7}{2}\right)+\left(+\frac{4}{3}\right)=\left(-\frac{21}{6}\right)+\left(+\frac{8}{6}\right)$
$=-\left(\frac{21}{6}-\frac{8}{6}\right)=-\frac{13}{6}$
$\therefore a+b=\left(+\frac{17}{12}\right)+\left(-\frac{13}{6}\right)$
$=\left(+\frac{17}{12}\right)+\left(-\frac{26}{12}\right)$
$=-\left(\frac{26}{12}-\frac{17}{12}\right)=-\frac{3}{4}$

215 답 ④

① $(+8)+(-5)=+(8-5)=+3$
② $(+4)-(-6)=(+4)+(+6)$
$=+(4+6)=+10$
③ $(-3.2)-(+2)=(-3.2)+(-2)$
$=-(3.2+2)=-5.2$
④ $\left(-\frac{5}{7}\right)+\left(-\frac{3}{7}\right)=-\left(\frac{5}{7}+\frac{3}{7}\right)=-\frac{8}{7}$
⑤ $\left(+\frac{3}{8}\right)-\left(-\frac{5}{4}\right)=\left(+\frac{3}{8}\right)+\left(+\frac{10}{8}\right)$
$=+\left(\frac{3}{8}+\frac{10}{8}\right)=+\frac{13}{8}$
따라서 계산 결과의 절댓값의 대소를 비교하면
$\left|-\frac{8}{7}\right|<\left|+\frac{13}{8}\right|<|+3|<|-5.2|<|+10|$
이므로 원점에서 가장 가까운 것은 ④이다.

216 답 ㉠ 교환법칙 ㉡ 결합법칙

217 답 ①

$\left(-\frac{11}{15}\right)+(-3)+\left(+\frac{8}{15}\right)$
$=\left(-\frac{11}{15}\right)+\left(+\frac{8}{15}\right)+(-3)$ ← 덧셈의 교환법칙
$=\left\{\left(-\frac{11}{15}\right)+\left(+\frac{8}{15}\right)\right\}+(-3)$ ← 덧셈의 결합법칙
$=\left(\boxed{-\frac{1}{5}}\right)+(-3)$
$=-\left(\frac{1}{5}+3\right)=\boxed{-\frac{16}{5}}$
$\therefore$ (가) 교환 (나) 결합 (다) $-\frac{1}{5}$ (라) $-\frac{16}{5}$

218 답 -5

$-\frac{7}{3}=-2\frac{1}{3}$에 가장 가까운 정수는 -2이므로
$a=-2$ …… ⓘ
$\frac{14}{5}=2\frac{4}{5}$에 가장 가까운 정수는 3이므로
$b=3$ …… ⓘⓘ
$\therefore a-b=(-2)-(+3)$
$=(-2)+(-3)$
$=-5$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ a의 값 구하기	40 %
ⓘⓘ b의 값 구하기	40 %
ⓘⓘⓘ $a-b$의 값 구하기	20 %

219 답 $-\frac{5}{12}$

$-\frac{13}{4}<-3<-\frac{21}{8}<2.5<\frac{17}{6}$에서 가장 큰 수는 $\frac{17}{6}$, 가장 작은 수는 $-\frac{13}{4}$이므로 구하는 합은

$$\left(+\frac{17}{6}\right)+\left(-\frac{13}{4}\right)=\left(+\frac{34}{12}\right)+\left(-\frac{39}{12}\right)$$
$$=-\frac{5}{12}$$

220 답 ⑤

$\left|-\frac{3}{5}\right|<\left|\frac{7}{6}\right|<\left|-\frac{21}{10}\right|<\left|\frac{8}{3}\right|<|-3.6|$에서 절댓값이 가장 큰 수는 -3.6, 절댓값이 가장 작은 수는 $-\frac{3}{5}$이므로

$a=-3.6,\ b=-\frac{3}{5}$

$\therefore\ b-a=\left(-\frac{3}{5}\right)-(-3.6)$
$=(-0.6)+(+3.6)=3$

221 답 -9

$\left(+\frac{5}{4}\right)+(-7)+\left(-\frac{13}{4}\right)$
$=\left(+\frac{5}{4}\right)+\left(-\frac{13}{4}\right)+(-7)$ ····· ⓘ
$=\left\{\left(+\frac{5}{4}\right)+\left(-\frac{13}{4}\right)\right\}+(-7)$ ····· ⓘⓘ
$=(-2)+(-7)$
$=-9$ ····· ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 덧셈의 교환법칙 이용하기	30 %
ⓘⓘ 덧셈의 결합법칙 이용하기	30 %
ⓘⓘⓘ 답 구하기	40 %

222 답 ③

① $(+5)-(-3)+(+7)=(+5)+(+3)+(+7)$
$=15$

② $(+8)+(-10)-(+4)=(+8)+(-10)+(-4)$
$=(+8)+\{(-10)+(-4)\}$
$=(+8)+(-14)=-6$

③ $\left(+\frac{9}{4}\right)+\left(-\frac{5}{6}\right)-\left(+\frac{7}{3}\right)=\left(+\frac{9}{4}\right)+\left(-\frac{5}{6}\right)+\left(-\frac{7}{3}\right)$
$=\left(+\frac{9}{4}\right)+\left\{\left(-\frac{5}{6}\right)+\left(-\frac{14}{6}\right)\right\}$
$=\left(+\frac{9}{4}\right)+\left(-\frac{19}{6}\right)$
$=\left(+\frac{27}{12}\right)+\left(-\frac{38}{12}\right)=-\frac{11}{12}$

④ $\left(+\frac{2}{7}\right)+\left(-\frac{4}{3}\right)-\left(+\frac{9}{7}\right)=\left(+\frac{2}{7}\right)+\left(-\frac{4}{3}\right)+\left(-\frac{9}{7}\right)$
$=\left\{\left(+\frac{2}{7}\right)+\left(-\frac{9}{7}\right)\right\}+\left(-\frac{4}{3}\right)$
$=(-1)+\left(-\frac{4}{3}\right)=-\frac{7}{3}$

⑤ $(+2.5)-(+5.4)+(+1.5)-(-3.4)$
$=(+2.5)+(-5.4)+(+1.5)+(+3.4)$
$=\{(+2.5)+(+1.5)\}+\{(-5.4)+(+3.4)\}$
$=(+4)+(-2)=2$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

223 답 $\frac{4}{5}$

$\left(-\frac{4}{5}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)-\left(+\frac{2}{5}\right)-\left(-\frac{8}{3}\right)$
$=\left(-\frac{4}{5}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{2}{5}\right)+\left(+\frac{8}{3}\right)$
$=\left\{\left(-\frac{4}{5}\right)+\left(-\frac{2}{5}\right)\right\}+\left\{\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(+\frac{8}{3}\right)\right\}$
$=\left(-\frac{6}{5}\right)+(+2)=\frac{4}{5}$

224 답 ⑤

① $6-9+5=(+6)-(+9)+(+5)$
$=(+6)+(-9)+(+5)$
$=2$

② $-\frac{3}{4}+\frac{1}{2}-\frac{4}{5}=\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(+\frac{1}{2}\right)-\left(+\frac{4}{5}\right)$
$=\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{4}{5}\right)$
$=\left\{\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(+\frac{2}{4}\right)\right\}+\left(-\frac{4}{5}\right)$
$=\left(-\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{4}{5}\right)$
$=\left(-\frac{5}{20}\right)+\left(-\frac{16}{20}\right)=-\frac{21}{20}$

③ $\frac{1}{5}-2-\frac{1}{3}=\left(+\frac{1}{5}\right)-(+2)-\left(+\frac{1}{3}\right)$
$=\left(+\frac{1}{5}\right)+(-2)+\left(-\frac{1}{3}\right)$
$=\left(+\frac{1}{5}\right)+\left\{\left(-\frac{6}{3}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)\right\}$
$=\left(+\frac{1}{5}\right)+\left(-\frac{7}{3}\right)$
$=\left(+\frac{3}{15}\right)+\left(-\frac{35}{15}\right)=-\frac{32}{15}$

④ $2.5-3.7+4=(+2.5)-(+3.7)+(+4)$
$=(+2.5)+(-3.7)+(+4)$
$=\{(+2.5)+(-3.7)\}+(+4)$
$=(-1.2)+(+4)=2.8$

⑤ $\frac{3}{8}+0.6-\frac{15}{8}-2.9$
$=\left(+\frac{3}{8}\right)+(+0.6)-\left(+\frac{15}{8}\right)-(+2.9)$
$=\left(+\frac{3}{8}\right)+(+0.6)+\left(-\frac{15}{8}\right)+(-2.9)$
$=\left\{\left(+\frac{3}{8}\right)+\left(-\frac{15}{8}\right)\right\}+\{(+0.6)+(-2.9)\}$
$=\left(-\frac{3}{2}\right)+(-2.3)$
$=(-1.5)+(-2.3)=-3.8$

따라서 계산 결과가 가장 작은 것은 ⑤이다.

225 답 −50

$1-2+3-4+5-6+\cdots+99-100$

$=(1-2)+(3-4)+(5-6)+\cdots+(99-100)$

$=\underbrace{(-1)+(-1)+(-1)+\cdots+(-1)}_{50개}$

$=-50$

226 답 −14

$|-2|<|5|$이므로

$\langle -2,\ 5\rangle=-2-|5|=-7$ …… ⅰ

$|-5|>|2|$이므로

$\langle -5,\ 2\rangle=|-5|+2=7$ …… ⅱ

$\therefore \langle -2,\ 5\rangle-\langle -5,\ 2\rangle=-7-7$

$=-14$ …… ⅲ

채점 기준	
ⅰ $\langle -2,\ 5\rangle$의 값 구하기	40 %
ⅱ $\langle -5,\ 2\rangle$의 값 구하기	40 %
ⅲ $\langle -2,\ 5\rangle-\langle -5,\ 2\rangle$의 값 구하기	20 %

227 답 $\frac{15}{8}$

$\square-\left(-\frac{9}{8}\right)=3$에서

$\square=3+\left(-\frac{9}{8}\right)=\frac{15}{8}$

228 답 ②

$a-(-5)=8$에서 $a=8+(-5)=3$

$(-7)+b=-3$에서 $b=-3-(-7)=-3+7=4$

$\therefore a+b=3+4=7$

229 답 $\frac{7}{10}$

$a+\left(-\frac{5}{4}\right)=-1.2$에서

$a=-1.2-\left(-\frac{5}{4}\right)=-\frac{6}{5}+\frac{5}{4}$

$=-\frac{24}{20}+\frac{25}{20}=\frac{1}{20}$ …… ⅰ

$3-b=\frac{9}{4}$에서 $b=3-\frac{9}{4}=\frac{3}{4}$ …… ⅱ

$\therefore b-a=\frac{3}{4}-\frac{1}{20}=\frac{15}{20}-\frac{1}{20}=\frac{7}{10}$ …… ⅲ

채점 기준	
ⅰ a의 값 구하기	40 %
ⅱ b의 값 구하기	30 %
ⅲ $b-a$의 값 구하기	30 %

230 답 $\frac{5}{2}$

$-\frac{3}{4}-\frac{7}{3}+\square=-\frac{7}{12}$에서

$-\frac{9}{12}-\frac{28}{12}+\square=-\frac{7}{12}$, $-\frac{37}{12}+\square=-\frac{7}{12}$

$\therefore \square=-\frac{7}{12}-\left(-\frac{37}{12}\right)=-\frac{7}{12}+\frac{37}{12}=\frac{5}{2}$

231 답 ②

$a=6-(-2)=6+2=8$

$b=-9+12=3$

$\therefore a-b=8-3=5$

232 답 ①

① $3+4=7$

② $-2+7=5$

③ $5-1=4$

④ $8+\left(-\frac{4}{3}\right)=\frac{20}{3}$

⑤ $\frac{5}{2}-\left(-\frac{9}{4}\right)=\frac{10}{4}+\frac{9}{4}=\frac{19}{4}$

따라서 가장 큰 수는 ①이다.

233 답 $-\frac{23}{2}$

$a=-2+(-8)=-10$

$-\frac{17}{3}=-5\frac{2}{3}$이므로 $b=-6$

$-\frac{5}{4}<x<\frac{9}{2}$를 만족시키는 정수 x는 -1, 0, 1, 2, 3, 4의 6개이므로 $c=6$

$d=-\frac{5}{6}-\left(-\frac{7}{3}\right)=-\frac{5}{6}+\frac{14}{6}=\frac{3}{2}$

$\therefore a+b+c-d=-10+(-6)+6-\frac{3}{2}$

$=-\frac{23}{2}$

234 답 7

$a=-6+\frac{11}{6}=-\frac{25}{6}$

$b=2-\left(-\frac{3}{4}\right)=2+\frac{3}{4}=\frac{11}{4}$

따라서 $-\frac{25}{6}<x<\frac{11}{4}$을 만족시키는 정수 x는

-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2의 7개

235 답 (1) $-\frac{7}{20}$ (2) $\frac{1}{10}$

(1) 어떤 수를 □라 하면 $\square-\frac{9}{20}=-\frac{4}{5}$이므로

$\square=-\frac{4}{5}+\frac{9}{20}=-\frac{16}{20}+\frac{9}{20}=-\frac{7}{20}$

즉, 어떤 수는 $-\frac{7}{20}$이다. …… ⅰ

(2) 바르게 계산하면

$-\frac{7}{20}+\frac{9}{20}=\frac{1}{10}$ …… ⅱ

채점 기준	
ⅰ 어떤 수 구하기	60 %
ⅱ 바르게 계산한 답 구하기	40 %

236 답 ②

어떤 수를 □라 하면 $\square+\left(-\frac{3}{5}\right)=9$이므로

$\square=9-\left(-\frac{3}{5}\right)=9+\frac{3}{5}=\frac{48}{5}$

따라서 바르게 계산하면

$\frac{48}{5}-\left(-\frac{3}{5}\right)=\frac{48}{5}+\frac{3}{5}=\frac{51}{5}$

237 답 ④

$|x|=4$이므로 $x=-4$ 또는 $x=4$

$|y|=\frac{3}{2}$이므로 $y=-\frac{3}{2}$ 또는 $y=\frac{3}{2}$

x, y가 모두 음수일 때, $x+y$의 값이 가장 작으므로 구하는 가장 작은 값은

$-4+\left(-\frac{3}{2}\right)=-\frac{11}{2}$

참고 0이 아닌 두 유리수 x, y의 절댓값이 주어질 때

① $x+y$의 값 중 가장 큰 경우 ➡ x, y가 모두 양수
① $x+y$의 값 중 가장 작은 경우 ➡ x, y가 모두 음수

② $x-y$의 값 중 가장 큰 경우 ➡ x는 양수, y는 음수
② $x-y$의 값 중 가장 작은 경우 ➡ x는 음수, y는 양수

238 답 16

$|x|=3$이므로 $x=-3$ 또는 $x=3$

$|y|=5$이므로 $y=-5$ 또는 $y=5$

x가 양수이고 y가 음수일 때, $x-y$의 값이 가장 크므로

$M=3-(-5)=3+5=8$

x가 음수이고 y가 양수일 때, $x-y$의 값이 가장 작으므로

$m=-3-5=-8$

$\therefore M-m=8-(-8)=8+8=16$

239 답 $-\frac{7}{15}$

계산한 결과가 가장 작으려면 ㉢에는 세 수 중 가장 큰 수를 넣어야 한다.

$-\frac{1}{5}<\frac{1}{15}<\frac{1}{3}$이므로 ㉢에 넣는 수는 $\frac{1}{3}$

덧셈의 교환법칙이 성립하므로 ㉠, ㉡에 넣는 수, 즉 $-\frac{1}{5}$, $\frac{1}{15}$의 위치는 바꿀 수 있다.

따라서 구하는 값은

$-\frac{1}{5}+\frac{1}{15}-\frac{1}{3}=-\frac{3}{15}+\frac{1}{15}-\frac{5}{15}=-\frac{7}{15}$

240 답 ①

두 점 A, B 사이의 거리는

$\frac{7}{4}-(-2.5)=\frac{7}{4}+\frac{5}{2}=\frac{7}{4}+\frac{10}{4}=\frac{17}{4}$

241 답 ②

점 A에 대응하는 수는

$-7+\frac{11}{2}-\frac{19}{6}=-\frac{42}{6}+\frac{33}{6}-\frac{19}{6}=-\frac{14}{3}$

242 답 $-\frac{50}{21}$, $\frac{20}{21}$

$-\frac{5}{7}$에 대응하는 점과의 거리가 $\frac{5}{3}$인 점에 대응하는 두 수 중

작은 수는 $-\frac{5}{7}-\frac{5}{3}=-\frac{15}{21}-\frac{35}{21}=-\frac{50}{21}$

큰 수는 $-\frac{5}{7}+\frac{5}{3}=-\frac{15}{21}+\frac{35}{21}=\frac{20}{21}$

243 답 A

A의 점수는 $-3+1+3+(-4)=-3$

B의 점수는 $0+2+(-1)+(-3)=-2$

따라서 점수의 합이 더 작은 선수는 A이다.

244 답 ③

(일교차)=(최고 기온)−(최저 기온)이므로 각 도시의 일교차를 구하면

A: $(+5.8)-(-1.3)=5.8+1.3=7.1$

B: $(-2.2)-(-5)=-2.2+5=2.8$

C: $(+1.9)-(-6.3)=1.9+6.3=8.2$

D: $(+14.2)-(+7.5)=14.2-7.5=6.7$

E: $(-0.6)-(-7.4)=-0.6+7.4=6.8$

따라서 일교차가 가장 큰 도시는 C이다.

245 답 16

$-3+1+(-7)+4=-5$이므로 삼각형의 각 변에 놓인 네 수의 합은 모두 -5이어야 한다. …… ⓘ

$a+(-8)+2+(-3)=-5$에서

$a-9=-5$

$\therefore a=-5-(-9)$

$=-5+9=4$ …… ⓘⓘ

$4+(-1)+b+4=-5$에서

$7+b=-5$

$\therefore b=-5-7=-12$ …… ⓘⓘⓘ

$\therefore a-b=4-(-12)=4+12=16$ …… ⓘⓥ

채점 기준	
ⓘ 한 변에 놓인 네 수의 합 구하기	30 %
ⓘⓘ a의 값 구하기	30 %
ⓘⓘⓘ b의 값 구하기	30 %
ⓘⓥ $a-b$의 값 구하기	10 %

246 답 ④

$-1+4+3=6$이므로 가로, 세로, 대각선에 놓인 세 수의 합은 모두 6이어야 한다.

$-1+b+5=6$에서

$4+b=6$ $\therefore b=6-4=2$

오른쪽 그림에서 $3+2+㉠=6$이므로

$5+㉠=6$ $\therefore ㉠=6-5=1$

따라서 $-1+a+1=6$에서

$a=6$

-1	4	3
a	b	
㉠		5

247 답 $-\frac{13}{12}$

A가 적힌 면과 마주 보는 면에 적힌 수는 1이므로

$A+1=-2$

$\therefore A=-2-1=-3$

B가 적힌 면과 마주 보는 면에 적힌 수는 $-\frac{1}{4}$이므로

$B+\left(-\frac{1}{4}\right)=-2$

$\therefore B=-2-\left(-\frac{1}{4}\right)=-2+\frac{1}{4}=-\frac{7}{4}$

C가 적힌 면과 마주 보는 면에 적힌 수는 $\frac{5}{3}$이므로

$C+\frac{5}{3}=-2$

$\therefore C=-2-\frac{5}{3}=-\frac{11}{3}$

$\therefore A+B-C=-3+\left(-\frac{7}{4}\right)-\left(-\frac{11}{3}\right)$

$=-\frac{36}{12}-\frac{21}{12}+\frac{44}{12}=-\frac{13}{12}$

248 답 1805 mL

10일에 □ mL를 마셨다고 하면

$\square+(+70)+(-310)+(+55)+(+280)+(-100)=1800$

$\square-5=1800$

$\therefore \square=1800+5=1805$

따라서 10일에는 1805 mL를 마셨다.

249 답 ③

건물 A의 높이를 0 m라 하면

건물 B의 높이는

$0-8.4=-8.4(\text{m})$

건물 C의 높이는

$-8.4+\frac{6}{5}=-\frac{42}{5}+\frac{6}{5}=-\frac{36}{5}(\text{m})$

건물 D의 높이는

$-\frac{36}{5}+\frac{15}{2}=-\frac{72}{10}+\frac{75}{10}=\frac{3}{10}(\text{m})$

따라서 가장 높은 건물은 D, 가장 낮은 건물은 B이므로 구하는 높이의 차는

$\frac{3}{10}-(-8.4)=\frac{3}{10}+\frac{84}{10}=\frac{87}{10}(\text{m})$

250 답 ⑤

① $(+4)\times(+3)=+(4\times3)=+12$

② $(-2)\times(+7)=-(2\times7)=-14$

③ $(-5)\times(-6)=+(5\times6)=+30$

④ $(+32)\div(-8)=-(32\div8)=-4$

⑤ $(-42)\div(+7)=-(42\div7)=-6$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

251 답 −25

$(+30)\times\left(-\frac{5}{6}\right)=-\left(30\times\frac{5}{6}\right)=-25$

252 답 ③

$\left(-\frac{2}{3}\right)\div(-4)=\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{4}\right)=+\left(\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{6}$

253 답 ④

① 덧셈의 교환법칙 ② 덧셈의 결합법칙

④ 분배법칙

따라서 분배법칙이 이용된 곳은 ④이다.

254 답 19

$28\times\left(-\frac{4}{7}+\frac{5}{4}\right)=28\times\left(-\frac{4}{7}\right)+28\times\frac{5}{4}$

$=-16+35=19$

255 답 ③, ④

서로 역수 관계인 두 수의 곱은 1이다.

① $1\times1=1$

② $5\times\frac{1}{5}=1$

③ $-\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}=-1\neq1$

④ $0.3=\frac{3}{10}$이므로 $\frac{3}{10}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{10}\neq1$

⑤ $-\frac{7}{2}\times\left(-\frac{2}{7}\right)=+\left(\frac{7}{2}\times\frac{2}{7}\right)=1$

따라서 역수 관계가 아닌 것은 ③, ④이다.

참고 역수의 부호는 바뀌지 않는다.

256 답 $\frac{1}{16}$

$\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{2}{15}\right)\div\frac{8}{5}=\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{2}{15}\right)\times\frac{5}{8}$

$=+\left(\frac{3}{4}\times\frac{2}{15}\times\frac{5}{8}\right)=\frac{1}{16}$

257 답 ②

ㄱ. $\left(+\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)=\left(+\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{2}{4}\right)=+\left(\frac{3}{4}-\frac{2}{4}\right)=+\frac{1}{4}$

ㄴ. $(-2.6)-(-1.7)=(-2.6)+(+1.7)$

$=-(2.6-1.7)=-0.9$

ㄷ. $\left(-\frac{11}{6}\right)\times\left(+\frac{12}{5}\right)=-\left(\frac{11}{6}\times\frac{12}{5}\right)=-\frac{22}{5}$

ㄹ. $\left(-\frac{9}{7}\right)\div\left(-\frac{3}{14}\right)=\left(-\frac{9}{7}\right)\times\left(-\frac{14}{3}\right)=+\left(\frac{9}{7}\times\frac{14}{3}\right)=+6$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

258 답 ②

ㄱ. $(+3)\times(-7)=-(3\times7)=-21$

ㄴ. $(+6)\times\left(-\frac{7}{12}\right)=-\left(6\times\frac{7}{12}\right)=-\frac{7}{2}$

ㄷ. $\left(-\frac{4}{3}\right)\times\left(+\frac{9}{2}\right)=-\left(\frac{4}{3}\times\frac{9}{2}\right)=-6$

ㄹ. $\left(-\frac{5}{4}\right)\times\left(-\frac{8}{25}\right)=+\left(\frac{5}{4}\times\frac{8}{25}\right)=\frac{2}{5}$

따라서 계산 결과가 작은 것부터 차례로 나열하면 ㄱ, ㄷ, ㄴ, ㄹ이다.

259 답 (가) 교환 (나) 결합 (다) $-\frac{1}{3}$ (라) 1.1

$\left(-\frac{6}{5}\right)\times(-3.3)\times\left(+\frac{5}{18}\right)$

$=\left(-\frac{6}{5}\right)\times\left(+\frac{5}{18}\right)\times(-3.3)$ ← 곱셈의 교환법칙

$=\left\{\left(-\frac{6}{5}\right)\times\left(+\frac{5}{18}\right)\right\}\times(-3.3)$ ← 곱셈의 결합법칙

$=\left\{-\left(\frac{6}{5}\times\frac{5}{18}\right)\right\}\times(-3.3)$

$=\left(\boxed{-\frac{1}{3}}\right)\times(-3.3)$

$=+\left(\frac{1}{3}\times3.3\right)$

$=\boxed{1.1}$

∴ (가) 교환 (나) 결합 (다) $-\frac{1}{3}$ (라) 1.1

260 답 $-\frac{7}{3}$

$a=\left(-\frac{9}{7}\right)\times\left(+\frac{28}{27}\right)=-\left(\frac{9}{7}\times\frac{28}{27}\right)=-\frac{4}{3}$ …… ⓘ

$b=\left(-\frac{5}{6}\right)\div\left(-\frac{10}{21}\right)=\left(-\frac{5}{6}\right)\times\left(-\frac{21}{10}\right)$

$=+\left(\frac{5}{6}\times\frac{21}{10}\right)=\frac{7}{4}$ …… ⓘⓘ

∴ $a\times b=\left(-\frac{4}{3}\right)\times\frac{7}{4}=-\left(\frac{4}{3}\times\frac{7}{4}\right)=-\frac{7}{3}$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ a의 값 구하기	30 %
ⓘⓘ b의 값 구하기	40 %
ⓘⓘⓘ $a\times b$의 값 구하기	30 %

261 답 ③

① $\left(-\frac{8}{3}\right)\times\left(+\frac{3}{2}\right)=-\left(\frac{8}{3}\times\frac{3}{2}\right)=-4$

② $(+10)\div\left(-\frac{5}{2}\right)=(+10)\times\left(-\frac{2}{5}\right)$

$=-\left(10\times\frac{2}{5}\right)=-4$

③ $(-24)\div(-2)\div(+3)=(-24)\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(+\frac{1}{3}\right)$

$=+\left(24\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\right)=+4$

④ $\left(-\frac{5}{6}\right)\times\left(+\frac{9}{10}\right)\times\left(+\frac{16}{3}\right)=-\left(\frac{5}{6}\times\frac{9}{10}\times\frac{16}{3}\right)=-4$

⑤ $\left(+\frac{21}{5}\right)\div(+3)\div\left(-\frac{7}{20}\right)=\left(+\frac{21}{5}\right)\times\left(+\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{20}{7}\right)$

$=-\left(\frac{21}{5}\times\frac{1}{3}\times\frac{20}{7}\right)=-4$

따라서 계산 결과가 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.

262 답 ②

① $(-1)^3=-1$ ② $\{-(-1)\}^3=1^3=1$

③ $-1^4=-1$ ④ $-(-1)^4=-1$

⑤ $(-1)^5=-1$

따라서 계산 결과가 나머지 넷과 다른 하나는 ②이다.

263 답 ④

④ $-\frac{1}{4^2}=-\frac{1}{16}$

264 답 ④

① $-2^2=-4$

② $(-2)^3=-8$

③ $\{-(-2)\}^4=2^4=16$

④ $-(-2)^4=-16$

⑤ $-(-2^5)=-(-32)=32$

따라서 계산 결과가 가장 작은 것은 ④이다.

265 답 ④

$(-3)^2+(-1)^{15}-(-3^2)=9+(-1)-(-9)$

$=9-1+9=17$

266 답 (1) $A=70$, $B=-560$ (2) -490

(1) $(-8)\times44+(-8)\times26=(-8)\times(44+26)$

$=(-8)\times70$

$=-560$

∴ $A=70$, $B=-560$

(2) $A+B=70+(-560)=-490$

267 답 8

$A=0.9\times12.25-0.9\times2.25$

$=0.9\times(12.25-2.25)$

$=0.9\times10=9$

따라서 9보다 작은 자연수는 1, 2, 3, …, 8의 8개이다.

268 답 $\frac{1}{15}$

$(a+b)\times c=a\times c+b\times c$이므로

$\frac{1}{6}=a\times c+\frac{1}{10}$

∴ $a\times c=\frac{1}{6}-\frac{1}{10}$

$=\frac{5}{30}-\frac{3}{30}=\frac{1}{15}$

269 답 $\frac{2}{5}$

$a=2+(-6)=-4$ …… ⓘ

$b=-\frac{3}{5}-\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{6}{10}+\frac{5}{10}=-\frac{1}{10}$ …… ⓘⓘ

∴ $a\times b=-4\times\left(-\frac{1}{10}\right)$

$=+\left(4\times\frac{1}{10}\right)=\frac{2}{5}$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ a의 값 구하기	30 %
ⓘⓘ b의 값 구하기	30 %
ⓘⓘⓘ $a\times b$의 값 구하기	40 %

270 답 $\frac{18}{5}$

$\left(-\frac{3}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$, $-\left(\frac{3}{5}\right)^2=-\frac{9}{25}$, $\frac{(-3)^2}{5}=\frac{9}{5}$, $-\frac{3}{5^2}=-\frac{3}{25}$,

$-\frac{3^2}{5}=-\frac{9}{5}$에서 가장 큰 수는 $\frac{9}{5}$, 가장 작은 수는 $-\frac{9}{5}$이므로

$a=\frac{9}{5}$, $b=-\frac{9}{5}$

$\therefore a-b=\frac{9}{5}-\left(-\frac{9}{5}\right)=\frac{9}{5}+\frac{9}{5}=\frac{18}{5}$

271 답 ①

$a=\frac{1}{9}$, $b=-\frac{15}{2}$이므로

$a\times b=\frac{1}{9}\times\left(-\frac{15}{2}\right)=-\left(\frac{1}{9}\times\frac{15}{2}\right)=-\frac{5}{6}$

272 답 $\frac{29}{14}$

a는 $-2\frac{1}{3}=-\frac{7}{3}$의 역수이므로 $a=-\frac{3}{7}$ …… ⅰ

b는 $0.4=\frac{2}{5}$의 역수이므로 $b=\frac{5}{2}$ …… ⅱ

$\therefore a+b=-\frac{3}{7}+\frac{5}{2}=-\frac{6}{14}+\frac{35}{14}=\frac{29}{14}$ …… ⅲ

채점 기준	
ⅰ a의 값 구하기	30 %
ⅱ b의 값 구하기	30 %
ⅲ $a+b$의 값 구하기	40 %

273 답 ④

① $(-2^4)\times(-1)^4=(-16)\times1=-16$

② $(-3)^2\times(-1)^2=9\times1=9$

③ $(-3)^3\div(-1)^3=(-27)\div(-1)=27$

④ $(-5)^2\div(-1^2)=25\div(-1)=-25$

⑤ $(-1)^{101}\times(-1)^{102}=(-1)\times1=-1$

따라서 옳은 것은 ④이다.

274 답 ②

n이 홀수이면 $(-1)^n=-1$, n이 짝수이면 $(-1)^n=1$이므로

$(-1)^{55}-(-1)^{54}-(-1)^{53}-\cdots-(-1)^2-(-1)$

$=-1-1-(-1)-1-(-1)-\cdots-1-(-1)$

$=-1-1+1-1+1-\cdots-1+1$

$=-1+0+0+\cdots+0$

$=-1$

275 답 ③

① $20\times(-1)^3\div(-2)^2=20\times(-1)\div4=20\times(-1)\times\frac{1}{4}$

$=-\left(20\times1\times\frac{1}{4}\right)=-5$

② $(-18)\div(-3)^2\times4=(-18)\div9\times4=(-18)\times\frac{1}{9}\times4$

$=-\left(18\times\frac{1}{9}\times4\right)=-8$

③ $4^3\div(-2)^3\times3=64\div(-8)\times3$

$=64\times\left(-\frac{1}{8}\right)\times3$

$=-\left(64\times\frac{1}{8}\times3\right)=-24$

④ $14\times(-3)^3\div(-7)=14\times(-27)\div(-7)$

$=14\times(-27)\times\left(-\frac{1}{7}\right)$

$=+\left(14\times27\times\frac{1}{7}\right)=54$

⑤ $(-40)\div(-4)^2\times6=(-40)\div16\times6$

$=(-40)\times\frac{1}{16}\times6$

$=-\left(40\times\frac{1}{16}\times6\right)=-15$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

276 답 48

$a=(-6)\times(-2.5)\times(-0.8)$

$=(-6)\times\left(-\frac{5}{2}\right)\times\left(-\frac{4}{5}\right)$

$=-\left(6\times\frac{5}{2}\times\frac{4}{5}\right)=-12$ …… ⅰ

$b=(-1^3)\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2=(-1)\times\frac{1}{4}=-\frac{1}{4}$ …… ⅱ

$\therefore a\div b=(-12)\div\left(-\frac{1}{4}\right)=(-12)\times(-4)=48$ …… ⅲ

채점 기준	
ⅰ a의 값 구하기	30 %
ⅱ b의 값 구하기	30 %
ⅲ $a\div b$의 값 구하기	40 %

277 답 −3

$a=(-1)^3\times\left(-\frac{2}{3}\right)^2\times\frac{3}{4}$

$=(-1)\times\frac{4}{9}\times\frac{3}{4}$

$=-\left(1\times\frac{4}{9}\times\frac{3}{4}\right)=-\frac{1}{3}$

$a\times b=1$에서 b는 a의 역수이므로

$b=-3$

278 답 $\frac{2}{3}$

$1.6=\frac{8}{5}$의 역수는 $\frac{5}{8}$이므로 $a=\frac{5}{8}\times4=\frac{5}{2}$

$-0.3=-\frac{3}{10}$이므로 $b=-\frac{10}{3}$

$c=-\frac{8}{9}$

$\therefore a\div b\times c=\frac{5}{2}\div\left(-\frac{10}{3}\right)\times\left(-\frac{8}{9}\right)$

$=\frac{5}{2}\times\left(-\frac{3}{10}\right)\times\left(-\frac{8}{9}\right)$

$=+\left(\frac{5}{2}\times\frac{3}{10}\times\frac{8}{9}\right)=\frac{2}{3}$

279 답 ③

$\underbrace{\left(-\frac{2}{5}\right)\times\left(-\frac{5}{8}\right)\times\left(-\frac{8}{11}\right)\times\cdots\times\left(-\frac{29}{32}\right)}_{\text{음수가 10개}}$

$=+\left(\frac{2}{\cancel{5}}\times\frac{\cancel{5}}{\cancel{8}}\times\frac{\cancel{8}}{\cancel{11}}\times\cdots\times\frac{\cancel{29}}{32}\right)$

$=\frac{1}{16}$

280 답 0

n이 홀수일 때, $n+1$은 짝수, $n+2$는 홀수, $n\times2$는 짝수이므로

$(-1)^n-(-1)^{n+1}-(-1)^{n+2}+(-1)^{n\times2}$

$=-1-1-(-1)+1$

$=-1-1+1+1$

$=0$

281 답 ⑤

$a=1$이라 하면

① $(-a)^2=(-1)^2=1>0$

② $-(-a)^3=-(-1)^3=-(-1)=1>0$

③ $-(-a^4)=-(-1^4)=-(-1)=1>0$

④ $-a^3\times(-1)^9=-1^3\times(-1)^9=-1\times(-1)=1>0$

⑤ $(-a)^5\times(-1)^{10}=(-1)^5\times(-1)^{10}=-1\times1=-1<0$

따라서 계산 결과가 음수인 것은 ⑤이다.

282 답 ①

$\left(-\frac{1}{3}\right)\div\left(+\frac{3}{5}\right)\div\left(-\frac{5}{7}\right)\div\left(+\frac{7}{9}\right)\div\cdots\div\left(-\frac{17}{19}\right)\div\left(+\frac{19}{21}\right)$

$=\underbrace{\left(-\frac{1}{3}\right)\times\left(+\frac{5}{3}\right)\times\left(-\frac{7}{5}\right)\times\left(+\frac{9}{7}\right)\times\cdots\times\left(-\frac{19}{17}\right)\times\left(+\frac{21}{19}\right)}_{\text{음수가 5개}}$

$=-\left(\frac{1}{3}\times\frac{\cancel{5}}{3}\times\frac{\cancel{7}}{\cancel{5}}\times\frac{\cancel{9}}{\cancel{7}}\times\cdots\times\frac{\cancel{19}}{\cancel{17}}\times\frac{21}{\cancel{19}}\right)$

$=-\frac{7}{3}$

283 답 $-\frac{1}{6}$

$\square=\frac{5}{8}\div\left(-\frac{15}{4}\right)=\frac{5}{8}\times\left(-\frac{4}{15}\right)=-\frac{1}{6}$

284 답 ①

$a=\frac{27}{16}\div\left(-\frac{9}{8}\right)=\frac{27}{16}\times\left(-\frac{8}{9}\right)=-\frac{3}{2}$

$b=\frac{5}{6}\div\left(-\frac{1}{24}\right)=\frac{5}{6}\times(-24)=-20$

$\therefore a\times b=\left(-\frac{3}{2}\right)\times(-20)=30$

285 답 ②

$\left(-\frac{1}{4}\right)\times\frac{16}{5}\div\square=-\frac{3}{10}$에서 $\left(-\frac{4}{5}\right)\div\square=-\frac{3}{10}$

$\therefore\square=\left(-\frac{4}{5}\right)\div\left(-\frac{3}{10}\right)=\left(-\frac{4}{5}\right)\times\left(-\frac{10}{3}\right)=\frac{8}{3}$

286 답 $-\frac{5}{2}$

$\left(-\frac{4}{3}\right)\div\left(-\frac{5}{9}\right)\times\square=-6$에서

$\left(-\frac{4}{3}\right)\times\left(-\frac{9}{5}\right)\times\square=-6$, $\frac{12}{5}\times\square=-6$

$\therefore\square=(-6)\div\frac{12}{5}=(-6)\times\frac{5}{12}=-\frac{5}{2}$

287 답 $-\frac{4}{3}$, $\frac{4}{5}$

어떤 수를 $\square$라 하면 $\square\times\left(-\frac{5}{3}\right)=\frac{20}{9}$이므로

$\square=\frac{20}{9}\div\left(-\frac{5}{3}\right)=\frac{20}{9}\times\left(-\frac{3}{5}\right)=-\frac{4}{3}$

즉, 어떤 수는 $-\frac{4}{3}$이다. …… ⓘ

따라서 바르게 계산하면

$\left(-\frac{4}{3}\right)\div\left(-\frac{5}{3}\right)=\left(-\frac{4}{3}\right)\times\left(-\frac{3}{5}\right)=\frac{4}{5}$ …… ⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 어떤 수 구하기	50 %
ⓘⓘ 바르게 계산한 답 구하기	50 %

288 답 ②

어떤 수를 $\square$라 하면 $\square\div\frac{9}{4}=-\frac{1}{6}$이므로

$\square=\left(-\frac{1}{6}\right)\times\frac{9}{4}=-\frac{3}{8}$

따라서 바르게 계산하면

$\left(-\frac{3}{8}\right)\times\frac{9}{4}=-\frac{27}{32}$

289 답 ②

$A\times\left(-\frac{5}{2}\right)=-\frac{10}{3}$이므로

$A=\left(-\frac{10}{3}\right)\div\left(-\frac{5}{2}\right)=\left(-\frac{10}{3}\right)\times\left(-\frac{2}{5}\right)=\frac{4}{3}$

따라서 바르게 계산하면

$B=\frac{4}{3}+\left(-\frac{5}{2}\right)=\frac{8}{6}+\left(-\frac{15}{6}\right)=-\frac{7}{6}$

$\therefore A\div B=\frac{4}{3}\div\left(-\frac{7}{6}\right)=\frac{4}{3}\times\left(-\frac{6}{7}\right)=-\frac{8}{7}$

290 답 $-\frac{39}{2}$

-2가 적힌 면과 마주 보는 면에 적힌 수는

$-3-(-2)=-3+2=-1$

$\frac{4}{3}$가 적힌 면과 마주 보는 면에 적힌 수는

$-3-\frac{4}{3}=-\frac{13}{3}$

$-\frac{15}{2}$가 적힌 면과 마주 보는 면에 적힌 수는

$-3-\left(-\frac{15}{2}\right)=-3+\frac{15}{2}=\frac{9}{2}$

따라서 가장 큰 수는 $\frac{9}{2}$, 가장 작은 수는 $-\frac{13}{3}$이므로 두 수의 곱은

$\frac{9}{2}\times\left(-\frac{13}{3}\right)=-\frac{39}{2}$

291 답 ①

a는 -4의 역수이므로 $a=-\frac{1}{4}$

b는 $\frac{5}{6}$의 역수이므로 $b=\frac{6}{5}$

c는 $-4.5=-\frac{9}{2}$의 역수이므로 $c=-\frac{2}{9}$

$$\therefore b\times c\div a^2=\frac{6}{5}\times\left(-\frac{2}{9}\right)\div\left(-\frac{1}{4}\right)^2$$
$$=\frac{6}{5}\times\left(-\frac{2}{9}\right)\div\frac{1}{16}$$
$$=\frac{6}{5}\times\left(-\frac{2}{9}\right)\times16=-\frac{64}{15}$$

292 답 ④

세 수를 뽑아 곱한 값이 가장 크려면 양수이어야 하므로 음수 2개와 양수 중 절댓값이 큰 수 1개를 곱해야 한다.

따라서 가장 큰 수는

$$\left(-\frac{3}{2}\right)\times4\times\left(-\frac{2}{5}\right)=\frac{12}{5}$$

세 수를 뽑아 곱한 값이 가장 작으려면 음수이어야 하므로 양수 2개와 음수 중 절댓값이 큰 수 1개를 곱해야 한다.

따라서 가장 작은 수는

$$\left(-\frac{3}{2}\right)\times\frac{3}{8}\times4=-\frac{9}{4}$$

293 답 $-\frac{9}{50}$

세 수를 뽑아 곱한 값이 가장 크려면 양수이어야 하므로 음수 중 절댓값이 큰 수 2개와 양수 1개를 곱해야 한다.

$$\therefore a=\left(-\frac{9}{2}\right)\times\frac{3}{10}\times(-2)=\frac{27}{10}\quad\cdots\cdots\ \text{i}$$

세 수를 뽑아 곱한 값이 가장 작으려면 음수이어야 하므로 음수 3개를 곱해야 한다.

$$\therefore b=\left(-\frac{5}{3}\right)\times\left(-\frac{9}{2}\right)\times(-2)=-15\quad\cdots\cdots\ \text{ii}$$

$$\therefore a\div b=\frac{27}{10}\div(-15)=\frac{27}{10}\times\left(-\frac{1}{15}\right)=-\frac{9}{50}\quad\cdots\cdots\ \text{iii}$$

채점 기준	
i a의 값 구하기	40 %
ii b의 값 구하기	40 %
iii $a\div b$의 값 구하기	20 %

294 답 -19

㈎에서 절댓값이 3인 음의 정수는 -3

나머지 두 수를 a, b $(a<b<0)$라 하면 ㈏에서

$a\times b\times(-3)=-45$이므로

$a\times b=(-45)\div(-3)=15$

$\therefore a=-15$, $b=-1$ 또는 $a=-5$, $b=-3$

이때 $a=-5$, $b=-3$이면 세 수는 -5, -3, -3이므로 세 수가 서로 다르다는 조건을 만족시키지 않는다.

$\therefore a=-15$, $b=-1$

따라서 세 수는 -15, -3, -1이므로 구하는 합은

$-15+(-3)+(-1)=-19$

295 답 $\frac{20}{3}$

$\left(-\frac{4}{3}\right)\div\square\times\left(-\frac{2}{5}\right)=\frac{2}{25}$에서

$\left(-\frac{4}{3}\right)\div\square=\frac{2}{25}\div\left(-\frac{2}{5}\right)=\frac{2}{25}\times\left(-\frac{5}{2}\right)=-\frac{1}{5}$

즉, $\left(-\frac{4}{3}\right)\div\square=-\frac{1}{5}$이므로

$$\square=\left(-\frac{4}{3}\right)\div\left(-\frac{1}{5}\right)=\left(-\frac{4}{3}\right)\times(-5)=\frac{20}{3}$$

296 답 $\frac{9}{2}$

계산한 결과가 가장 크려면 양수이어야 하므로 음수 2개, 양수 1개를 넣어야 한다.

또 ㉢에는 절댓값이 가장 작은 수를 넣어야 하고,

$\left|-\frac{7}{12}\right|<\left|\frac{9}{14}\right|<\left|\frac{3}{2}\right|<\left|-\frac{7}{4}\right|$이므로 ㉢에 넣는 수는 $-\frac{7}{12}$

즉, ㉠, ㉡에는 $-\frac{7}{4}$과 양수 중 절댓값이 큰 $\frac{3}{2}$을 넣어야 한다.

이때 곱셈의 교환법칙이 성립하므로 ㉠, ㉡에 넣는 수의 위치는 바꿀 수 있다.

따라서 구하는 가장 큰 값은

$$\left(-\frac{7}{4}\right)\times\frac{3}{2}\div\left(-\frac{7}{12}\right)=\left(-\frac{7}{4}\right)\times\frac{3}{2}\times\left(-\frac{12}{7}\right)=\frac{9}{2}$$

297 답 $\frac{55}{12}$, $-\frac{33}{2}$

세 수를 뽑아 곱한 값이 가장 크려면 양수이어야 하므로 양수 3개 또는 음수 2개, 양수 중 절댓값이 큰 수 1개를 곱해야 한다.

(i) 양수 3개를 곱하는 경우

$$2\times\frac{5}{6}\times\frac{11}{4}=\frac{55}{12}$$

(ii) 음수 2개, 양수 중 절댓값이 큰 수 1개를 곱하는 경우

$$(-3)\times\left(-\frac{4}{9}\right)\times\frac{11}{4}=\frac{11}{3}$$

(i), (ii)에서 가장 큰 수는 $\frac{55}{12}$

세 수를 뽑아 곱한 값이 가장 작으려면 음수이어야 하므로 양수 중 절댓값이 큰 수 2개, 음수 중 절댓값이 큰 수 1개를 곱해야 한다.

따라서 가장 작은 수는

$$2\times\frac{11}{4}\times(-3)=-\frac{33}{2}$$

298 답 ⑤

$|a|=|b|$이고 a, b는 서로 다른 수이므로 $b=-a$

$a+b+c=-\frac{3}{4}$에서

$a+(-a)+c=-\frac{3}{4}$ $\quad\therefore c=-\frac{3}{4}$

$a\times b\times c=\frac{1}{12}$에서 $a\times(-a)\times\left(-\frac{3}{4}\right)=\frac{1}{12}$이므로

$$a\times(-a)=\frac{1}{12}\div\left(-\frac{3}{4}\right)$$
$$=\frac{1}{12}\times\left(-\frac{4}{3}\right)=\frac{1}{3}\times\left(-\frac{1}{3}\right)$$

$\therefore\ |a|=|b|=\frac{1}{3}$

$\therefore\ |a|+|b|+|c|=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\left|-\frac{3}{4}\right|$

$=\frac{4}{12}+\frac{4}{12}+\frac{9}{12}=\frac{17}{12}$

299 답 ②

① 부호를 알 수 없다.

② (양수)−(음수) ➡ (양수)

③ (음수)−(양수) ➡ (음수)

④ (양수)×(음수) ➡ (음수)

⑤ (양수)÷(음수) ➡ (음수)

따라서 항상 양수인 것은 ②이다.

300 답 ③

① $-a>0$이므로 (양수)+(양수) ➡ (양수)

② $-b<0$이므로 (음수)×(음수) ➡ (양수)

③ (음수)÷(양수) ➡ (음수)

④ $a^2>0$이므로 (양수)×(양수) ➡ (양수)

⑤ $-a>0$, $b^2>0$이므로 (양수)÷(양수) ➡ (양수)

따라서 부호가 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.

301 답 ①

① $a>0$, $b<0$에서 두 수의 부호가 다르고, $|a|<|b|$에서 절댓값이 큰 수의 부호가 음수이므로

$a+b<0$

② (양수)−(음수) ➡ (양수)

③ (음수)−(양수) ➡ (음수)

④ (양수)×(음수) ➡ (음수)

⑤ $b^2>0$이므로 (양수)÷(양수) ➡ (양수)

따라서 옳지 않은 것은 ①이다.

302 답 2

$a\times b>0$에서 두 수의 부호가 같으므로

$a>0$, $b>0$ 또는 $a<0$, $b<0$

이때 $a+b<0$이므로 $a<0$, $b<0$ …… ⅰ

$|a|=3$, $|b|=5$이므로

$a=-3$, $b=-5$ …… ⅱ

$\therefore\ a-b=-3-(-5)=-3+5=2$ …… ⅲ

채점 기준	
ⅰ a, b의 부호 구하기	50 %
ⅱ a, b의 값 구하기	20 %
ⅲ $a-b$의 값 구하기	30 %

303 답 ③

$b\div a<0$에서 두 수의 부호가 다르므로

$a>0$, $b<0$ 또는 $a<0$, $b>0$

이때 $a-b<0$이므로 $a<0$, $b>0$

$b\times c>0$에서 두 수의 부호가 같고 $b>0$이므로 $c>0$

$\therefore\ a<0$, $b>0$, $c>0$

304 답 ①

$a\times b>0$에서 두 수의 부호가 같으므로

$a>0$, $b>0$ 또는 $a<0$, $b<0$

이때 $a+b<0$이므로 $a<0$, $b<0$

a, b가 모두 음수이고 $a-b>0$이므로 $|a|<|b|$

305 답 ⑤

$a\times b<0$에서 두 수의 부호가 다르므로

$a>0$, $b<0$ 또는 $a<0$, $b>0$

이때 $a>b$이므로 $a>0$, $b<0$

①, ②, ③ $b<a+b<a$

④ $a-(\text{음수})>a$이므로 $a<a-b$

⑤ $b-(\text{양수})<b$이므로 $b-a<b$

따라서 $b-a<b<a+b<a<a-b$이므로 가장 작은 것은 $b-a$이다.

306 답 (1) ㉣, ㉤, ㉢, ㉡, ㉠ (2) $\frac{16}{3}$

(1) 계산 순서를 차례로 나열하면

㉣, ㉤, ㉢, ㉡, ㉠ …… ⅰ

(2) $-1+\frac{10}{3}\times\left\{2-\left(-\frac{1}{4}\right)^2\div\frac{5}{8}\right\}$

$=-1+\frac{10}{3}\times\left(2-\frac{1}{16}\div\frac{5}{8}\right)$

$=-1+\frac{10}{3}\times\left(2-\frac{1}{16}\times\frac{8}{5}\right)$

$=-1+\frac{10}{3}\times\left(2-\frac{1}{10}\right)$

$=-1+\frac{10}{3}\times\frac{19}{10}$

$=-1+\frac{19}{3}=\frac{16}{3}$ …… ⅱ

채점 기준	
ⅰ 주어진 식의 계산 순서 나열하기	30 %
ⅱ 주어진 식 계산하기	70 %

307 답 $\frac{13}{4}$

$2-\left[(-1)^5+\left\{-4+\left(1+\frac{1}{6}\right)\times\frac{3}{2}\right\}\div 9\right]$

$=2-\left\{-1+\left(-4+\frac{7}{6}\times\frac{3}{2}\right)\div 9\right\}$

$=2-\left\{-1+\left(-4+\frac{7}{4}\right)\div 9\right\}$

$=2-\left\{-1+\left(-\frac{9}{4}\right)\times\frac{1}{9}\right\}$

$=2-\left\{-1+\left(-\frac{1}{4}\right)\right\}$

$=2-\left(-\frac{5}{4}\right)$

$=2+\frac{5}{4}=\frac{13}{4}$

308 답 ④

① $\{-4+(-5)^2\}\div 3=(-4+25)\div 3$

$=21\div 3=7$

② $10-\{2\times(-3)-(-2)^3\}=10-\{-6-(-8)\}$
$=10-(-6+8)$
$=10-2=8$

③ $\frac{3}{4}\times\left(-2-\frac{2}{5}\right)\div\left(-\frac{6}{5}\right)=\frac{3}{4}\times\left(-\frac{12}{5}\right)\div\left(-\frac{6}{5}\right)$
$=\frac{3}{4}\times\left(-\frac{12}{5}\right)\times\left(-\frac{5}{6}\right)=\frac{3}{2}$

④ $\frac{3}{2}-\left\{1-\frac{2}{3}\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2\right\}=\frac{3}{2}-\left(1-\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}\right)$
$=\frac{3}{2}-\left(1-\frac{1}{6}\right)$
$=\frac{3}{2}-\frac{5}{6}$
$=\frac{9}{6}-\frac{5}{6}=\frac{2}{3}$

⑤ $1-\left(-\frac{1}{3}\right)^2\times\left\{2+\left(-\frac{1}{2}\right)^3\right\}=1-\frac{1}{9}\times\left\{2+\left(-\frac{1}{8}\right)\right\}$
$=1-\frac{1}{9}\times\frac{15}{8}$
$=1-\frac{5}{24}=\frac{19}{24}$

따라서 계산 결과가 가장 작은 것은 ④이다.

309 답 $\frac{5}{8}$

$A=3^3-\{1-20\times(-5)\div(-2)^2\}$
$=27-\{1-20\times(-5)\div4\}$
$=27-\left\{1-20\times(-5)\times\frac{1}{4}\right\}$
$=27-\{1-(-25)\}$
$=27-(1+25)$
$=27-26=1$

$B=-1-\left(\frac{1}{4}-\frac{2}{3}\right)\times3-\left(-\frac{1}{2}\right)^3$
$=-1-\left(\frac{3}{12}-\frac{8}{12}\right)\times3-\left(-\frac{1}{8}\right)$
$=-1-\left(-\frac{5}{12}\right)\times3+\frac{1}{8}$
$=-1-\left(-\frac{5}{4}\right)+\frac{1}{8}$
$=-\frac{8}{8}+\frac{10}{8}+\frac{1}{8}=\frac{3}{8}$

$\therefore A-B=1-\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$

310 답 ④

두 수 -5, $\frac{19}{3}$에 대응하는 두 점 사이의 거리는

$\frac{19}{3}-(-5)=\frac{19}{3}+5=\frac{34}{3}$

따라서 주어진 두 점으로부터 같은 거리에 있는 점에 대응하는 수는

$-5+\frac{34}{3}\times\frac{1}{2}=-5+\frac{17}{3}=\frac{2}{3}$

311 답 29점

지안이는 4문제를 맞히고 3문제를 틀렸으므로 지안이의 점수는

$20+(+3)\times4+(-1)\times3=20+12-3=29$(점)

312 답 12

수아는 7번 이기고 3번 졌으므로 수아의 위치는

$(+2)\times7+(-1)\times3=14-3=11$ …… ⓘ

민혁이는 3번 이기고 7번 졌으므로 민혁이의 위치는

$(+2)\times3+(-1)\times7=6-7=-1$ …… ⓘⓘ

따라서 수아와 민혁이의 위치의 차는

$11-(-1)=11+1=12$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 수아의 위치 구하기	40 %
ⓘⓘ 민혁이의 위치 구하기	40 %
ⓘⓘⓘ 수아와 민혁이의 위치의 차 구하기	20 %

313 답 ⑤

$A=(-6)\times(-5)+2=30+2=32$이므로

$B=(32-4)\div2=28\div2=14$

314 답 $-\frac{13}{3}$

8을 프로그램 A에 입력하면

$(8-2)\times\frac{5}{3}=6\times\frac{5}{3}=10$

10을 프로그램 B에 입력하면

$10\times\frac{1}{4}+\frac{17}{6}=\frac{5}{2}+\frac{17}{6}=\frac{15}{6}+\frac{17}{6}=\frac{16}{3}$

$\frac{16}{3}$을 프로그램 C에 입력하면

$\left\{\frac{16}{3}+(-3)^3\right\}\div5=\left(\frac{16}{3}-27\right)\div5=\left(-\frac{65}{3}\right)\times\frac{1}{5}=-\frac{13}{3}$

315 답 ③

두 점 A, B 사이의 거리는

$\frac{31}{6}-\left(-\frac{4}{3}\right)=\frac{31}{6}+\frac{8}{6}=\frac{13}{2}$

점 C에 대응하는 수는

$\frac{31}{6}-\frac{13}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{31}{6}-\frac{13}{6}=3$

최고수준 도전 기출 66~67쪽

316 답 ②

7	−4	−11	−7	a	b	c	d	…

위의 그림에서

$-11+a=-7$이므로 $a=-7-(-11)=-7+11=4$

$-7+b=4$이므로 $b=4-(-7)=4+7=11$

$4+c=11$이므로 $c=11-4=7$

$11+d=7$이므로 $d=7-11=-4$

⋮

따라서 칸에 적힌 수는 7, −4, −11, −7, 4, 11이 이 순서대로 반복된다.
이때 100=6×16+4이므로 100번째 칸에 적히는 수는 4번째 칸에 적힌 수와 같은 −7이다.

317 답 ⑤

전략 조건 (가), (나)를 만족시키는 세 수를 찾고 그 합을 구하여 조건 (다)를 만족시키는지 확인한다.

(가)에서 $|c|<|b|<|a|$이므로 a, b, c는 절댓값이 서로 다른 정수이다.

(나)에서 $a\times b\times c=20$이고 20을 서로 다른 세 양의 정수의 곱으로 나타내면

$20=10\times2\times1$ 또는 $20=5\times4\times1$

$\therefore |a|=10, |b|=2, |c|=1$ 또는 $|a|=5, |b|=4, |c|=1$

(나)에서 세 수의 곱이 양수이고, (다)에서 세 수의 합이 음수이므로 a, b, c는 양수 1개, 음수 2개이어야 한다.

(i) $|a|=10, |b|=2, |c|=1$인 경우

$a=10, b=-2, c=-1$이면 $a+b+c=7$

$a=-10, b=2, c=-1$이면 $a+b+c=-9$

$a=-10, b=-2, c=1$이면 $a+b+c=-11$

(ii) $|a|=5, |b|=4, |c|=1$인 경우

$a=5, b=-4, c=-1$이면 $a+b+c=0$

$a=-5, b=4, c=-1$이면 $a+b+c=-2$

$a=-5, b=-4, c=1$이면 $a+b+c=-8$

(i), (ii)에서 (다)를 만족시키는 경우는

$a=-10, b=2, c=-1$

$\therefore b+c-a=2+(-1)-(-10)$

$=2-1+10=11$

318 답 50

n이 짝수일 때,

$n+2, n+4, \cdots, n+98$은 짝수이므로

$(-1)^n=(-1)^{n+2}=(-1)^{n+4}=\cdots=(-1)^{n+98}=1$

$n+1, n+3, \cdots, n+99$는 홀수이므로

$(-1)^{n+1}=(-1)^{n+3}=\cdots=(-1)^{n+99}=-1$

$\therefore (-1)^n\times100+(-1)^{n+1}\times99+(-1)^{n+2}\times98$

$+\cdots+(-1)^{n+98}\times2+(-1)^{n+99}\times1$

$=100-99+98-97+\cdots+2-1$

$=(100-99)+(98-97)+\cdots+(2-1)$

$=\underbrace{1+1+\cdots+1}_{50\text{개}}$

$=50$

319 답 ①

$a\div b>0$에서 두 수의 부호가 같으므로

$a>0, b>0$ 또는 $a<0, b<0$

이때 $a+b<0$이므로 $a<0, b<0$

$|b|=|c|$이고 b, c는 서로 다른 수이므로

$c=-b$ $\therefore c>0$

① $b+c=0$이므로 $a+b+c=a<0$

② (음수)+(음수)−(양수) ➡ (음수)

③ $a-b+c=a-2b$

(음수)−(음수)이므로 부호를 알 수 없다.

④ (음수)×(음수)×(양수) ➡ (양수)

⑤ $b+c=0$이므로 $a\times(b+c)=a\times0=0$

따라서 옳은 것은 ①이다.

320 답 $a=-\frac{18}{5}, b=6, c=-\frac{5}{3}$

$\left|\frac{1}{2}\right|<|3|$이므로 $b=3\div\frac{1}{2}=3\times2=6$

$|3|<|-5|$이므로 $c=(-5)\div3=(-5)\times\frac{1}{3}=-\frac{5}{3}$

$|6|>\left|-\frac{5}{3}\right|$이므로 $a=6\div\left(-\frac{5}{3}\right)=6\times\left(-\frac{3}{5}\right)=-\frac{18}{5}$

321 답 ②

전략 a cm를 b %만큼 늘이면 $\left(a+a\times\frac{b}{100}\right)$ cm, c %만큼 줄이면 $\left(a-a\times\frac{c}{100}\right)$ cm임을 이용한다.

직사각형의 가로의 길이는

$15+15\times\frac{40}{100}=15+6=21(\text{cm})$

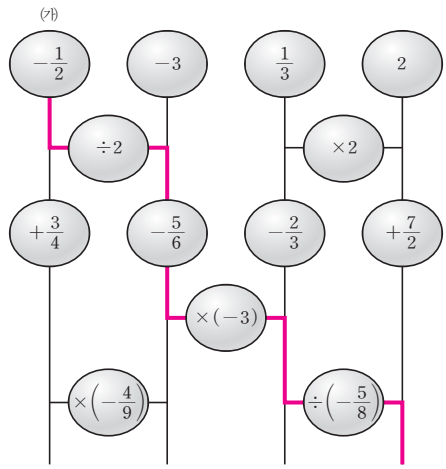
직사각형의 세로의 길이는

$15-15\times\frac{20}{100}=15-3=12(\text{cm})$

따라서 직사각형의 넓이는

$21\times12=252(\text{cm}^2)$

322 답 ①



(가)에서 출발하여 사다리를 타면서 만나는 연산을 차례로 계산하면 다음과 같다.

$\left(-\frac{1}{2}\right)\div2=\left(-\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{2}=-\frac{1}{4}$

➡ $\left(-\frac{1}{4}\right)-\frac{5}{6}=\left(-\frac{3}{12}\right)-\frac{10}{12}=-\frac{13}{12}$

➡ $\left(-\frac{13}{12}\right)\times(-3)=\frac{13}{4}$

➡ $\frac{13}{4}\div\left(-\frac{5}{8}\right)=\frac{13}{4}\times\left(-\frac{8}{5}\right)=-\frac{26}{5}$

05 문자의 사용과 식

난이도별 필수 기출 70~84쪽

323 답 ②

324 답 ③, ④

① $a\times a\times a\times b=a^3b$

② $(x-y)\div 5=\frac{x-y}{5}$

③ $a\times b\div c=a\times b\times\frac{1}{c}=\frac{ab}{c}$

⑤ $a\times(-2)+b\times 7=-2a+7b$

따라서 옳은 것은 ③, ④이다.

325 답 ③

① $a\div 4\times b=a\times\frac{1}{4}\times b=\frac{ab}{4}$

② $a\times b\div\frac{3}{5}c=a\times b\times\frac{5}{3c}=\frac{5ab}{3c}$

③ $0.1\times a\times a\times a=0.1a^3$

④ $a\times a\times a\times a\div 6=a\times a\times a\times a\times\frac{1}{6}=\frac{a^4}{6}$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

326 답 ④

① $a\div b\div c=a\times\frac{1}{b}\times\frac{1}{c}=\frac{a}{bc}$

② $a\times\frac{1}{b}\div c=a\times\frac{1}{b}\times\frac{1}{c}=\frac{a}{bc}$

③ $a\div(b\times c)=a\div bc=\frac{a}{bc}$

④ $a\times(b\div c)=a\times\frac{b}{c}=\frac{ab}{c}$

⑤ $(a\div b)\times\frac{1}{c}=\frac{a}{b}\times\frac{1}{c}=\frac{a}{bc}$

따라서 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

327 답 $(4a+5b)$점

$4\times a+5\times b=4a+5b$(점)

328 답 $\frac{(a+b)h}{2}$ cm²

$\frac{1}{2}\times\{$(윗변의 길이)+(아랫변의 길이)$\}\times$(높이)

$=\frac{1}{2}\times(a+b)\times h$

$=\frac{(a+b)h}{2}$(cm²)

329 답 ③

① $10\times a+b=10a+b$ ② $\frac{a+b}{2}$점

④ $4x$ g ⑤ $6x+2$

따라서 옳은 것은 ③이다.

330 답 ②, ④

① 1분은 60초이므로 a분 b초는 $(60a+b)$초

② 1시간은 60분이므로 a시간 b분은 $(60a+b)$분

③ 1 m는 100 cm이므로 a m b cm는 $(100a+b)$ cm

④ 1 kg은 1000 g이므로 a kg b g은 $(1000a+b)$ g

⑤ 1 L는 1000 mL이므로 a L b mL는 $(1000a+b)$ mL

따라서 옳은 것은 ②, ④이다.

331 답 ③

ㄱ. $2(a+b)$ cm ㄹ. $x\times y\times 5=5xy$(cm³)

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

332 답 ③

4자루에 a원인 연필 한 자루의 가격은 $\frac{a}{4}$원이므로 연필 5자루의 가격은 $\frac{a}{4}\times 5=\frac{5a}{4}$(원)

3개에 1500원인 지우개 한 개의 가격은 $\frac{1500}{3}=500$(원)이므로 지우개 b개의 가격은 $500\times b=500b$(원)

따라서 구하는 가격의 합은 $\left(\frac{5a}{4}+500b\right)$원

333 답 $\frac{15x+13y}{28}$초

남학생 15명의 50 m 달리기 기록의 총합은

$15\times x=15x$(초) …… ⅰ

여학생 13명의 50 m 달리기 기록의 총합은

$13\times y=13y$(초) …… ⅱ

전체 학생은 28명이므로 구하는 평균은

$\frac{15x+13y}{28}$(초) …… ⅲ

채점 기준	
ⅰ 남학생의 기록의 총합 구하기	30 %
ⅱ 여학생의 기록의 총합 구하기	30 %
ⅲ 반 전체 학생의 평균을 문자를 사용한 식으로 나타내기	40 %

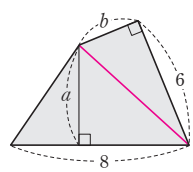
334 답 ④

$20000-20000\times\frac{a}{100}=20000-200a$(원)

335 답 ③

오른쪽 그림과 같이 사각형을 두 개의 삼각형으로 나누면 사각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 8\times a+\frac{1}{2}\times b\times 6=4a+3b$



336 답 ②

ㄱ. (속력)$=\frac{\text{(거리)}}{\text{(시간)}}$이므로 시속 $\frac{200}{x}$ km

ㄴ. $(30+6a)$ g

ㄹ. $(50+5m)$ L

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

337 답 ③

2 kg=2000 g이고, (소금의 양)=$\frac{(\text{소금물의 농도})}{100}$×(소금물의 양)

이므로 구하는 소금의 양은

$\frac{a}{100}\times 2000=20a$(g)

338 답 $(220-60x)$ km

(거리)=(속력)×(시간)이므로

(x시간 동안 간 거리)=$60\times x$

$=60x$(km) …… ⓘ

∴ (남은 거리)

=(두 지점 A, B 사이의 거리)−(x시간 동안 간 거리)

$=220-60x$(km) …… ⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ x시간 동안 간 거리 구하기	50 %
ⓘⓘ 남은 거리 구하기	50 %

339 답 ④

(시간)=$\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$이므로 A 지점에서 출발하여 B 지점에 도착할 때까지 걸린 시간은

$\frac{20}{a}+\frac{30}{60}=\frac{20}{a}+\frac{1}{2}$(시간)

340 답 $\frac{ab}{100}$, $a-\frac{ab}{100}$

남학생이 전체 학생 a명의 b %이므로 남학생 수는

$a\times\frac{b}{100}=\frac{ab}{100}$

따라서 여학생 수는

$a-\frac{ab}{100}$

341 답 ④

$4x-2=4\times 3-2=12-2=10$

342 답 ⑤

① $-2a=-2\times(-2)=4$

② $a^2=(-2)^2=4$

③ $(-a)^2=\{-(-2)\}^2=2^2=4$

④ $8-a^2=8-(-2)^2=8-4=4$

⑤ $-\frac{1}{4}a^3=-\frac{1}{4}\times(-2)^3=-\frac{1}{4}\times(-8)=2$

따라서 식의 값이 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다.

343 답 40

$x^2-xy=5^2-5\times(-3)$

$=25-(-15)=40$

344 답 ②

$\frac{a-b}{a+b}=\frac{-2-6}{-2+6}=\frac{-8}{4}=-2$

345 답 25 ℃

$\frac{5}{9}(x-32)$에 $x=77$을 대입하면

$\frac{5}{9}\times(77-32)=\frac{5}{9}\times 45=25$(℃)

346 답 ①

① $a^2+2b=4^2+2\times\left(-\frac{1}{2}\right)=16-1=15$

② $a-4b^2=4-4\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2=4-1=3$

③ $\frac{1}{a^2}+b=\frac{1}{4^2}+\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{16}-\frac{1}{2}=-\frac{7}{16}$

④ $\frac{1}{a}-6b=\frac{1}{4}-6\times\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}+3=\frac{13}{4}$

⑤ $a^2+16b^3=4^2+16\times\left(-\frac{1}{2}\right)^3=16-2=14$

따라서 식의 값이 가장 큰 것은 ①이다.

347 답 6

$\frac{y-z}{x}+\frac{z^2}{y}=\frac{2-(-4)}{-3}+\frac{(-4)^2}{2}$

$=\frac{6}{-3}+\frac{16}{2}$

$=-2+8=6$

348 답 11

$\frac{6}{x}+\frac{3}{y}-\frac{4}{z}=6\div x+3\div y-4\div z$

$=6\div\frac{1}{6}+3\div\left(-\frac{1}{3}\right)-4\div\frac{1}{4}$

$=6\times 6+3\times(-3)-4\times 4$

$=36-9-16=11$

349 답 ⑤

① $12xy=12\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{3}=-2$

② $4x^2+9y^2=4\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2+9\times\left(\frac{1}{3}\right)^2=1+1=2$

③ $\frac{3}{x}+\frac{2}{y}=3\div x+2\div y=3\div\left(-\frac{1}{2}\right)+2\div\frac{1}{3}$

$=3\times(-2)+2\times 3=-6+6=0$

④ $\frac{x-y}{xy}=(x-y)\div xy$

$=\left(-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)\div\left\{\left(-\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{3}\right\}$

$=-\frac{5}{6}\div\left(-\frac{1}{6}\right)$

$=-\frac{5}{6}\times(-6)=5$

⑤ $\frac{1}{x^2}-\frac{1}{y^2}=1\div x^2-1\div y^2$

$=1\div\left(-\frac{1}{2}\right)^2-1\div\left(\frac{1}{3}\right)^2$

$=1\times 4-1\times 9$

$=4-9=-5$

따라서 식의 값이 가장 작은 것은 ⑤이다.

350 답 ②

$0.9(a-100)$에 $a=158$을 대입하면

$0.9\times(158-100)=0.9\times58=52.2$(kg)

351 답 1730 m

$331+0.6x$에 $x=25$를 대입하면

$331+0.6\times25=331+15=346$

따라서 소리의 속력은 초속 346 m이므로 소리가 5초 동안 이동한 거리는

$346\times5=1730$(m)

352 답 (1) $96-4x$ (2) 80

(1) 직사각형의 넓이는 $12\times8=96$

삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times x\times8=4x$

따라서 어두운 부분의 넓이는

$96-4x$ …… ⓘ

(2) $96-4x$에 $x=4$를 대입하면

$96-4\times4=96-16=80$ …… ⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 어두운 부분의 넓이를 x를 사용한 식으로 나타내기	50 %
ⓘⓘ $x=4$일 때, 어두운 부분의 넓이 구하기	50 %

353 답 (1) $(18-6h)$℃ (2) -12℃

(1) (지면에서 높이가 h km인 곳의 기온)

=(현재 지면의 기온)$-6\times h$

$=18-6h$(℃)

(2) $18-6h$에 $h=5$를 대입하면

$18-6\times5=18-30=-12$(℃)

354 답 (1) $(3x+y)$점 (2) 14점

(1) $x\times3+y\times1+2\times0=3x+y$(점)

(2) $3x+y$에 $x=4$, $y=2$를 대입하면

$3\times4+2=12+2=14$(점)

355 답 73, 불쾌감을 느끼기 시작함

$0.72(a+b)+40.6$에 $a=30$, $b=15$를 대입하면

$0.72\times(30+15)+40.6=0.72\times45+40.6$

$=32.4+40.6=73$

따라서 불쾌지수는 73이고, 불쾌감을 느끼는 정도는 '불쾌감을 느끼기 시작함'이다.

356 답 (1) $10ab$원 (2) 81000원

(1) 삼겹살 100 g당 가격이 a원이므로 1 kg, 즉 1000 g당 가격은

$a\times10=10a$(원) …… ⓘ

따라서 지혁이가 지불해야 할 금액은

$10a\times b=10ab$(원) …… ⓘⓘ

(2) $10ab$에 $a=2700$, $b=3$을 대입하면

$10\times2700\times3=81000$(원) …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 1 kg당 가격 구하기	20 %
ⓘⓘ 지불해야 할 금액을 a, b를 사용한 식으로 나타내기	40 %
ⓘⓘⓘ $a=2700$, $b=3$일 때, 지불해야 할 금액 구하기	40 %

357 답 4

단항식은 $3x$, $-\frac{y}{2}$, -7, $4xy$의 4개이다.

358 답 ②, ④

① 상수항은 일차식이 아니다.

③ 다항식의 차수가 2이므로 일차식이 아니다.

⑤ 분모에 문자가 있으므로 다항식이 아니다.

즉, 일차식이 아니다.

따라서 일차식인 것은 ②, ④이다.

359 답 ④

①, ② 차수가 다르므로 동류항이 아니다.

③ $\frac{1}{y}$은 분모에 문자가 있으므로 다항식이 아니다.

④ 문자와 차수가 각각 같으므로 동류항이다.

⑤ 문자가 다르므로 동류항이 아니다.

따라서 동류항끼리 짝 지어진 것은 ④이다.

360 답 2

$-a$와 동류항인 것은 $2a$, $\frac{a}{3}$의 2개이다.

361 답 ②

② x^2의 계수는 $\frac{1}{3}$이다.

⑤ 차수가 가장 큰 항은 $\frac{x^2}{3}$이므로 다항식의 차수는 2이다.

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

362 답 22

$-7x^2-8x+2$에서 다항식의 차수는 2, x의 계수는 -8, 상수항은 2, 항의 개수는 3이므로

$a=2$, $b=-8$, $c=2$, $d=3$ …… ⓘ

$\therefore ad-bc=2\times3-(-8)\times2$

$=6-(-16)=22$ …… ⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ a, b, c, d의 값 구하기	50 %
ⓘⓘ $ad-bc$의 값 구하기	50 %

363 답 ③

① 다항식이다.

② 항은 1, xy의 2개이다.

④ 상수항은 -9이다.

⑤ 차수가 가장 큰 항은 $-2x^2$이므로 다항식의 차수는 2이다.

따라서 옳은 것은 ③이다.

364 답 ㄴ, ㄷ

ㄱ. 차수가 다르므로 동류항이 아니다.

ㄴ, ㄷ. 문자와 차수가 각각 같으므로 동류항이다.

ㄹ. $-\frac{6}{x}$은 분모에 문자가 있으므로 다항식이 아니다.

ㅁ. 문자가 다르므로 동류항이 아니다.

ㅂ. 각 문자의 차수가 다르므로 동류항이 아니다.

따라서 동류항끼리 짝 지어진 것은 ㄴ, ㄷ이다.

365 답 ②

ㄴ. 차수가 가장 큰 항은 $3x^2$이므로 다항식의 차수는 2이다.

ㄹ. 차수가 다르므로 동류항이 아니다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

366 답 24

x의 계수가 -6이고 상수항이 2인 x에 대한 일차식은

$-6x+2$ …… ⓘ

$-6x+2$에 $x=-1$을 대입하면

$a=(-6)\times(-1)+2=6+2=8$ …… ⓘⓘ

$-6x+2$에 $x=3$을 대입하면

$b=(-6)\times3+2=-18+2=-16$ …… ⓘⓘⓘ

$\therefore a-b=8-(-16)=24$ …… ⓘⓥ

채점 기준	
ⓘ x에 대한 일차식 세우기	20 %
ⓘⓘ a의 값 구하기	30 %
ⓘⓘⓘ b의 값 구하기	30 %
ⓘⓥ $a-b$의 값 구하기	20 %

367 답 ②

$(a+2)x^2+(b-5)x+1$이 x에 대한 일차식이 되려면 $a+2=0$, $b-5\neq0$이어야 하므로

$a=-2$, $b\neq5$

368 답 ④

① 항이 2개이다.

② x의 계수가 1이다.

③ x^2의 계수는 -2, 상수항은 1이므로 그 곱은 $(-2)\times1=-2$로 음수이다.

⑤ 다항식의 차수가 3이다.

따라서 조건을 모두 만족시키는 다항식은 ④이다.

369 답 ③

$$\begin{aligned}2x+8y-(4-x)+1&=2x+8y-4+x+1\\&=2x+x+8y-4+1\\&=3x+8y-3\end{aligned}$$

370 답 −150

$$\begin{aligned}(6x-9)\div\left(-\frac{3}{5}\right)&=(6x-9)\times\left(-\frac{5}{3}\right)\\&=-10x+15\end{aligned}$$

따라서 $a=-10$, $b=15$이므로

$ab=(-10)\times15=-150$

371 답 ③, ④

③ $-\frac{1}{3}(12-9x)=-4+3x$

④ $\frac{4}{3}x\div\left(-\frac{4}{9}\right)=\frac{4}{3}x\times\left(-\frac{9}{4}\right)=-3x$

372 답 ③

$-4(x+3)=-4x-12$

① $(x+3)\times4=4x+12$

② $(x+3)\div(-4)=(x+3)\times\left(-\frac{1}{4}\right)=-\frac{1}{4}x-\frac{3}{4}$

③ $(x+3)\div\left(-\frac{1}{4}\right)=(x+3)\times(-4)=-4x-12$

④ $\frac{1}{2}(8x-6)=4x-3$

⑤ $(3-x)\div\frac{1}{4}=(3-x)\times4=-4x+12$

따라서 계산 결과가 같은 것은 ③이다.

373 답 29

$\frac{7}{4}(8x-2)=14x-\frac{7}{2}$

x의 계수는 14이므로 $a=14$ …… ⓘ

$$\begin{aligned}\left(\frac{x}{9}-\frac{5}{3}\right)\div\left(-\frac{1}{9}\right)&=\left(\frac{x}{9}-\frac{5}{3}\right)\times(-9)\\&=-x+15\end{aligned}$$

상수항은 15이므로 $b=15$ …… ⓘⓘ

$\therefore a+b=14+15=29$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ a의 값 구하기	40 %
ⓘⓘ b의 값 구하기	40 %
ⓘⓘⓘ $a+b$의 값 구하기	20 %

374 답 ④

$$\begin{aligned}4(1-3x)-\frac{1}{3}(-6x+21)&=4-12x+2x-7\\&=-10x-3\end{aligned}$$

따라서 $a=-10$, $b=-3$이므로

$b-a=-3-(-10)=7$

375 답 $\frac{3}{2}x+\frac{1}{6}$

$$\begin{aligned}0.25x-0.5+\frac{5}{4}x+\frac{2}{3}&=\frac{1}{4}x-\frac{1}{2}+\frac{5}{4}x+\frac{2}{3}\\&=\frac{1}{4}x+\frac{5}{4}x-\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\\&=\frac{3}{2}x+\frac{1}{6}\end{aligned}$$

376 답 ⑤

② $6x-1-(2x+8)=6x-1-2x-8=4x-9$

③ $3(2x+1)+5(x-4)=6x+3+5x-20=11x-17$

④ $\frac{1}{6}(3-12x)-(2-x)=\frac{1}{2}-2x-2+x=-x-\frac{3}{2}$

⑤ $4\left(x+\frac{3}{2}\right)+3\left(\frac{2}{3}x-2\right)=4x+6+2x-6=6x$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

377 답 ④

① $(24x-8)\times\left(-\frac{1}{4}\right)=-6x+2$

② $\left(-15x+\frac{1}{2}\right)\div 5=\left(-15x+\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{5}=-3x+\frac{1}{10}$

③ $3x+2(7-x)=3x+14-2x=x+14$

④ $(1-2x)-(5x+4)=1-2x-5x-4=-7x-3$

⑤ $\frac{1}{2}(4x+20)-6\left(x+\frac{4}{3}\right)=2x+10-6x-8=-4x+2$

따라서 x의 계수가 가장 작은 것은 ④이다.

378 답 ④

$$\frac{3(x-1)}{4}-\frac{6-x}{3}=\frac{9(x-1)}{12}-\frac{4(6-x)}{12}$$
$$=\frac{9x-9-24+4x}{12}$$
$$=\frac{13x-33}{12}=\frac{13}{12}x-\frac{11}{4}$$

379 답 -10

$2x+6a-(8-bx)=2x+6a-8+bx$
$=(b+2)x+6a-8$

이때 x의 계수는 -3, 상수항은 4이므로

$b+2=-3$에서 $b=-5$

$6a-8=4$에서 $6a=12$ $\therefore a=2$

$\therefore ab=2\times(-5)=-10$

380 답 8

$10x+9-\{6x+2(4-x)-1\}=10x+9-(6x+8-2x-1)$
$=10x+9-(4x+7)$
$=10x+9-4x-7$
$=6x+2$ …… ⓘ

따라서 x의 계수는 6, 상수항은 2이므로 구하는 합은

$6+2=8$ …… ⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 주어진 식 계산하기	60 %
ⓘⓘ x의 계수와 상수항의 합 구하기	40 %

381 답 $11x-30$

$8x-[3x-10-2\{-x+4(x-5)\}]$
$=8x-\{3x-10-2(-x+4x-20)\}$
$=8x-\{3x-10-2(3x-20)\}$
$=8x-(3x-10-6x+40)$
$=8x-(-3x+30)$
$=8x+3x-30$
$=11x-30$

382 답 ④

$$\frac{4x-3}{5}+0.4\left(2x-\frac{9}{4}\right)=\frac{4}{5}x-\frac{3}{5}+\frac{2}{5}\left(2x-\frac{9}{4}\right)$$
$$=\frac{4}{5}x-\frac{3}{5}+\frac{4}{5}x-\frac{9}{10}$$
$$=\frac{8}{5}x-\frac{3}{2}$$

따라서 $a=\frac{8}{5}$, $b=-\frac{3}{2}$이므로

$a-b=\frac{8}{5}-\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{31}{10}$

383 답 ③

$3x-[x-4y-\{7x+y-(x+3y)\}]$
$=3x-\{x-4y-(7x+y-x-3y)\}$
$=3x-\{x-4y-(6x-2y)\}$
$=3x-(x-4y-6x+2y)$
$=3x-(-5x-2y)$
$=3x+5x+2y$
$=8x+2y$

$8x+2y$에 $x=-\frac{3}{4}$, $y=\frac{1}{2}$을 대입하면

$8\times\left(-\frac{3}{4}\right)+2\times\frac{1}{2}=-6+1=-5$

384 답 ④

$2A-3(A-B)=2A-3A+3B=-A+3B$
$=-(-3x+2)+3(x-5)$
$=3x-2+3x-15$
$=6x-17$

385 답 ③

$$3A+B=3\times\frac{-4x+1}{6}+\frac{2x+6}{5}$$
$$=\frac{-4x+1}{2}+\frac{2x+6}{5}$$
$$=\frac{5(-4x+1)}{10}+\frac{2(2x+6)}{10}$$
$$=\frac{-20x+5+4x+12}{10}$$
$$=\frac{-16x+17}{10}=-\frac{8}{5}x+\frac{17}{10}$$

386 답 ④

$$\frac{x+y}{2}-\frac{3x+5y}{4}+\frac{4x-y}{5}$$
$$=\frac{10(x+y)}{20}-\frac{5(3x+5y)}{20}+\frac{4(4x-y)}{20}$$
$$=\frac{10x+10y-15x-25y+16x-4y}{20}$$
$$=\frac{11x-19y}{20}=\frac{11}{20}x-\frac{19}{20}y$$

따라서 x의 계수는 $\frac{11}{20}$, y의 계수는 $-\frac{19}{20}$이므로 구하는 차는

$\frac{11}{20}-\left(-\frac{19}{20}\right)=\frac{3}{2}$

387 답 $-3x+2$

n이 홀수일 때, $n+1$은 짝수이므로

$(-1)^n=-1$, $(-1)^{n+1}=1$

$\therefore (-1)^n(4x-5)-(-1)^{n+1}(-x+3)$

$=-(4x-5)-(-x+3)$

$=-4x+5+x-3$

$=-3x+2$

388 답 $8x-10$

$3(5x-2)-\square=7x+4$에서

$\square=3(5x-2)-(7x+4)$

$=15x-6-7x-4$

$=8x-10$

389 답 54

$(ax+b)\times\left(-\frac{5}{3}\right)=10x+3$이므로

$ax+b=(10x+3)\div\left(-\frac{5}{3}\right)$

$=(10x+3)\times\left(-\frac{3}{5}\right)=-6x-\frac{9}{5}$

$\therefore a=-6$, $b=-\frac{9}{5}$ …… ⓘ

$cx+d=(-3x+10)\div\frac{2}{3}$

$=(-3x+10)\times\frac{3}{2}=-\frac{9}{2}x+15$

$\therefore c=-\frac{9}{2}$, $d=15$ …… ⓘⓘ

$\therefore ac-bd=(-6)\times\left(-\frac{9}{2}\right)-\left(-\frac{9}{5}\right)\times 15$

$=27-(-27)=54$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ a, b의 값 구하기	40 %
ⓘⓘ c, d의 값 구하기	40 %
ⓘⓘⓘ $ac-bd$의 값 구하기	20 %

390 답 ②

어떤 다항식을 $\square$라 하면

$\square+(4x-3y)=-2x+y$

$\therefore \square=(-2x+y)-(4x-3y)$

$=-2x+y-4x+3y$

$=-6x+4y$

따라서 어떤 다항식은 $-6x+4y$이다.

391 답 $7a-7$

어떤 다항식을 $\square$라 하면

$\square-(2a-9)=3a+11$

$\therefore \square=(3a+11)+(2a-9)=5a+2$

즉, 어떤 다항식은 $5a+2$이다. …… ⓘ

따라서 바르게 계산한 식은

$5a+2+(2a-9)=7a-7$ …… ⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 어떤 다항식 구하기	60 %
ⓘⓘ 바르게 계산한 식 구하기	40 %

392 답 ④

어떤 다항식을 $\square$라 하면

$(3x+8)+\square=-x+6$

$\therefore \square=(-x+6)-(3x+8)$

$=-x+6-3x-8$

$=-4x-2$

따라서 바르게 계산한 식은

$(3x+8)-(-4x-2)=3x+8+4x+2$

$=7x+10$

즉, x의 계수는 7, 상수항은 10이므로 구하는 합은

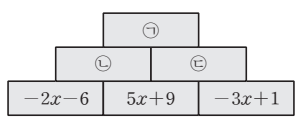
$7+10=17$

393 답 ①

$\frac{1}{2}\times\{(2x-7)+(8x-1)\}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{2}\times(10x-8)\times\frac{1}{4}$

$=\frac{5}{4}x-1$

394 답 $5x+13$



위의 그림에서

㉡$=(-2x-6)+(5x+9)=3x+3$

㉢$=(5x+9)+(-3x+1)=2x+10$

$\therefore$ ㉠$=$㉡$+$㉢

$=(3x+3)+(2x+10)$

$=5x+13$

395 답 $\frac{1}{6}x-5$

$A+\left(\frac{3}{2}x+9\right)=\frac{13}{6}x+4$에서

$A=\left(\frac{13}{6}x+4\right)-\left(\frac{3}{2}x+9\right)$

$=\frac{13}{6}x+4-\frac{3}{2}x-9$

$=\frac{2}{3}x-5$

$B=(-2x+3)+A$

$=(-2x+3)+\left(\frac{2}{3}x-5\right)$

$=-\frac{4}{3}x-2$

$C=B+\left(\frac{13}{6}x+4\right)$

$=\left(-\frac{4}{3}x-2\right)+\left(\frac{13}{6}x+4\right)$

$=\frac{5}{6}x+2$

$\therefore A+B+C=\left(\frac{2}{3}x-5\right)+\left(-\frac{4}{3}x-2\right)+\left(\frac{5}{6}x+2\right)$

$=\frac{1}{6}x-5$

396 답 ③

$(5x-6)+(x-2)+(-3x+2)=3x-6$

즉, 가로, 세로, 대각선에 놓인 세 다항식의 합은 모두 $3x-6$이어야 한다.

$A+(x-2)+(4x-5)=3x-6$에서

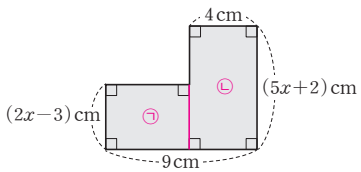
$A+(5x-7)=3x-6$

$\therefore A=(3x-6)-(5x-7)$

$=3x-6-5x+7$

$=-2x+1$

397 답 $(30x-7)\,\text{cm}^2$



위의 그림에서

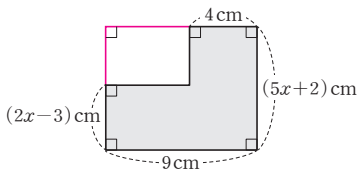
(도형의 넓이)=(㉠의 넓이)+(㉡의 넓이)

$=(9-4)\times(2x-3)+4\times(5x+2)$

$=10x-15+20x+8$

$=30x-7(\text{cm}^2)$

다른 풀이



위의 그림에서

(도형의 넓이)

=(큰 직사각형의 넓이)−(작은 직사각형의 넓이)

$=9\times(5x+2)-(9-4)\times\{(5x+2)-(2x-3)\}$

$=9(5x+2)-5(3x+5)$

$=45x+18-15x-25$

$=30x-7(\text{cm}^2)$

398 답 $(-8x+26)\,\text{cm}$

직사각형의 가로의 길이는

$6-(3x-1)=6-3x+1=-3x+7(\text{cm})$

세로의 길이는 $(6-x)\,\text{cm}$ …… ⓘ

따라서 직사각형의 둘레의 길이는

$2\times\{(-3x+7)+(6-x)\}=2(-4x+13)$

$=-8x+26(\text{cm})$ …… ⓘⓘ

채점 기준

ⓘ 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이를 x를 사용한 식으로 나타내기	60 %
ⓘⓘ 직사각형의 둘레의 길이를 x를 사용한 식으로 나타내기	40 %

399 답 ⑤

$A=8\times\left(\frac{2}{5}-3x\right)=\frac{16}{5}-24x$

$B=(15x-1)\times\left(1-\frac{20}{100}\right)$

$=(15x-1)\times\frac{4}{5}$

$=12x-\frac{4}{5}$

$\therefore B-A=\left(12x-\frac{4}{5}\right)-\left(\frac{16}{5}-24x\right)$

$=12x-\frac{4}{5}-\frac{16}{5}+24x$

$=36x-4$

400 답 $22x+30$

㈏에서 $B+(-4x+1)=3x+8$이므로

$B=(3x+8)-(-4x+1)$

$=3x+8+4x-1$

$=7x+7$

㈎에서 $A-(6x-2)=B$이므로

$A=B+(6x-2)$

$=(7x+7)+(6x-2)$

$=13x+5$

$\therefore 2A-(3A-5B)=2A-3A+5B$

$=-A+5B$

$=-(13x+5)+5(7x+7)$

$=-13x-5+35x+35$

$=22x+30$

401 답 $-12x+33$

어떤 다항식을 □라 하면

$\square+\frac{1}{3}(6x-15)=8x-17$

$\square+2x-5=8x-17$

$\therefore \square=(8x-17)-(2x-5)$

$=8x-17-2x+5$

$=6x-12$

따라서 바르게 계산한 식은

$(6x-12)-3(6x-15)=6x-12-18x+45$

$=-12x+33$

402 답 ④

각 단계의 바둑돌의 개수는 다음과 같다.

[1단계] ➡ 1

[2단계] ➡ $1+4$

[3단계] ➡ $1+4+4=1+4\times2$

[4단계] ➡ $1+4+4+4=1+4\times3$

⋮

[n단계] ➡ $1+4\times(n-1)=4n-3$

따라서 [16단계]의 모양을 만드는 데 필요한 바둑돌의 개수는

$4n-3$에 $n=16$을 대입하면

$4\times16-3=61$

403 답 37

정사각형을 만드는 데 필요한 성냥개비의 개수는 다음과 같다.

정사각형 1개 ➡ 4

정사각형 2개 ➡ 4+3

정사각형 3개 ➡ 4+3+3=4+3×2

정사각형 4개 ➡ 4+3+3+3=4+3×3

⋮

정사각형 n개 ➡ $4+3\times(n-1)=3n+1$

따라서 정사각형을 12개 만드는 데 필요한 성냥개비의 개수는

$3n+1$에 $n=12$를 대입하면

$3\times12+1=37$

404 답 (1) $24x+20$ (2) 92

(1) 직사각형의 가로의 길이는 $4x+8$, 세로의 길이는 $5+7=12$이므로 직사각형의 넓이는

$(4x+8)\times12=48x+96$ …… ⅰ

오른쪽 그림에서 세 직사각형 ㉠, ㉡, ㉢의 넓이의 합은

$\frac{1}{2}\times4x\times5+\frac{1}{2}\times(4x+8)\times7$

$+\frac{1}{2}\times8\times12$

$=10x+(14x+28)+48$

$=24x+76$ …… ⅱ

∴ (어두운 부분의 넓이)$=(48x+96)-(24x+76)$

$=48x+96-24x-76$

$=24x+20$ …… ⅲ

(2) $24x+20$에 $x=3$을 대입하면

$24\times3+20=92$ …… ⅳ

채점 기준	
ⅰ 직사각형의 넓이를 x를 사용한 식으로 나타내기	20 %
ⅱ 세 직사각삼각형의 넓이의 합을 x를 사용한 식으로 나타내기	30 %
ⅲ 어두운 부분의 넓이를 x를 사용한 식으로 나타내기	30 %
ⅳ $x=3$일 때, 어두운 부분의 넓이 구하기	20 %

405 답 ③

직사각형의 넓이는

$(5+6)\times(4+6)=110$

오른쪽 그림에서 네 직사각삼각형 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣의 넓이의 합은

$\frac{1}{2}\times5\times\{10-(2x+4)\}$

$+\frac{1}{2}\times8\times(2x+4)+\frac{1}{2}\times(11-8)\times6$

$+\frac{1}{2}\times6\times4$

$=(-5x+15)+(8x+16)+9+12$

$=3x+52$

∴ (어두운 부분의 넓이)$=110-(3x+52)$

$=110-3x-52$

$=-3x+58$

최고수준 도전 기출 85쪽

406 답 B 쇼핑몰

A 쇼핑몰은 가격을 15 % 할인해 주므로 티셔츠 1장당 구입 가격은

$x-x\times\frac{15}{100}=\frac{85}{100}x=\frac{17}{20}x$(원)

B 쇼핑몰은 3장의 가격으로 4장을 살 수 있으므로 티셔츠 1장당 구입 가격은

$3x\div4=\frac{3}{4}x$(원)

이때 $\frac{3}{4}x=\frac{15}{20}x$이므로 $\frac{17}{20}x>\frac{3}{4}x$

따라서 티셔츠 1장당 구입 가격이 더 저렴한 곳은 B 쇼핑몰이다.

407 답 $(12n+20)$ cm

종이 n장을 이어 붙이면 겹치는 부분이 $(n-1)$개 생기므로 완성된 직사각형의 가로의 길이는

$8\times n-2\times(n-1)=8n-2n+2$

$=6n+2$(cm)

따라서 완성된 직사각형의 둘레의 길이는

$2\times\{(6n+2)+8\}=2(6n+10)$

$=12n+20$(cm)

다른 풀이

한 변의 길이가 8 cm인 정사각형 모양의 종이를 2 cm만큼 겹치도록 이어 붙이므로 종이를 1장씩 이어 붙일 때마다 가로의 길이가 $8-2=6$(cm)씩 늘어난다.

따라서 처음 한 장에 $(n-1)$장의 종이를 이어 붙인 직사각형의 가로의 길이는

$8+6\times(n-1)=8+6n-6$

$=6n+2$(cm)

408 답 ⑤

선분 EF가 접은 선이므로

(선분 EG의 길이)=(선분 EA의 길이)$=12-3=9$

(선분 GH의 길이)=(선분 AD의 길이)$=12$

∴ (사각형 EGHF의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\{(2x+1)+9\}\times12$

$=6(2x+10)$

$=12x+60$

409 답 ⑤

전략 오전에 판매한 핫도그의 개수를 b라 하고, 하루 동안 판매한 핫도그의 전체 가격과 전체 개수를 a, b에 대한 식으로 나타낸다.

오전에 판매한 핫도그의 개수를 b라 하면 오후에 판매한 핫도그의 개수는 $2b$이므로 하루 동안 판매한 핫도그의 전체 가격은

$a\times b+a\times\left(1-\frac{10}{100}\right)\times2b=ab+\frac{9}{5}ab=\frac{14}{5}ab$(원)

하루 동안 판매한 핫도그의 전체 개수는

$b+2b=3b$

따라서 구하는 평균 가격은

$\frac{14}{5}ab\div3b=\frac{14}{5}ab\times\frac{1}{3b}=\frac{14}{15}a$(원)

06 일차방정식

난이도별 필수 기출 88~98쪽

410 답 ②, ⑤

① 다항식

③, ④ 부등호를 사용한 식

따라서 등식인 것은 ②, ⑤이다.

411 답 ②

412 답 ③

주어진 방정식에 $x=-4$를 각각 대입하면

① $-4+4\neq 8$

② $2\times(-4)+3\neq 10$

③ $3-(-4)=-2\times(-4)-1$

④ $\frac{-4}{2}-12\neq 4\times(-4)$

⑤ $\frac{1}{3}\times(-4+1)\neq 1$

따라서 해가 $x=-4$인 것은 ③이다.

413 답 ④

③ (좌변)$=4x$이므로 (좌변)$\neq$(우변)

④ (좌변)$=3x+6$이므로 (좌변)$=$(우변)

⑤ (좌변)$=-3+x$이므로 (좌변)$\neq$(우변)

따라서 항등식인 것은 ④이다.

414 답 ①

$(a+1)x+3=-2x+b$가 x에 대한 항등식이므로

$a+1=-2,\ 3=b \quad \therefore a=-3,\ b=3$

참고 **항등식을 나타내는 다양한 표현**

- 등식이 x에 대한 항등식이다.
- 등식이 모든 x의 값에 대하여 항상 참이다.
- 등식이 x의 값에 관계없이 항상 참이다.

415 답 ⑤

① $2x+4=5x$

② $\frac{85+x}{2}=88$

③ $4x=22$

④ $\frac{1}{2}\times x\times 3=14$이므로 $\frac{3}{2}x=14$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

416 답 ㄴ, ㄷ

ㄴ. $30=5x+10$

ㄷ. $x\times\left(1-\frac{20}{100}\right)=1600$이므로 $0.8x=1600$

따라서 옳지 않은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

417 답 $8x+4=36$

8명에게 x개씩 나누어 준 사탕의 개수는 $8x$이고 4개가 남으므로

전체 사탕의 개수는 $8x+4$

따라서 등식으로 나타내면

$8x+4=36$

418 답 ③

주어진 방정식에 [ ] 안의 수를 각각 대입하면

① $2\times(-2)+5=1$

② $2-(-1)=(-1)+4$

③ $3\times 4+6\neq 18-4$

④ $3\times(1-2)=2\times 2-7$

⑤ $-(-3)=6\times(-3+2)+9$

따라서 [ ] 안의 수가 주어진 방정식의 해가 아닌 것은 ③이다.

419 답 $x=1$

x의 값은 $-2,\ -1,\ 0,\ 1$ …… ⓘ

주어진 방정식에

$x=-2$를 대입하면 $\frac{1}{2}\times(-2+1)-4\neq 3\times(-2)-6$

$x=-1$을 대입하면 $\frac{1}{2}\times(-1+1)-4\neq 3\times(-1)-6$

$x=0$을 대입하면 $\frac{1}{2}\times(0+1)-4\neq 3\times 0-6$

$x=1$을 대입하면 $\frac{1}{2}\times(1+1)-4=3\times 1-6$ …… ⓘⓘ

따라서 주어진 방정식의 해는 $x=1$이다. …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ x의 값 나열하기	20 %
ⓘⓘ x의 값을 방정식에 대입하기	60 %
ⓘⓘⓘ 방정식의 해 구하기	20 %

420 답 ④

x의 값에 관계없이 항상 참인 등식은 항등식이다.

④ (우변)$=6-2x$이므로 (좌변)$=$(우변)

⑤ (좌변)$=3x+6$, (우변)$=3x+2$이므로

(좌변)$\neq$(우변)

따라서 항등식인 것은 ④이다.

421 답 27

$8x+3=a(2-x)+b$에서

$8x+3=-ax+2a+b$

이 등식이 x에 대한 항등식이므로

$8=-a,\ 3=2a+b$

$\therefore a=-8,\ b=19$

$\therefore b-a=19-(-8)=27$

422 답 $-2x-3$

(좌변)$=5x-6x-9=-x-9$이므로

$-x-9=A+x-6$

$\therefore A=(-x-9)-(x-6)$
$=-x-9-x+6$
$=-2x-3$

423 답 ②, ④

② $a=b$의 양변에서 5를 빼면
$a-5=b-5$ $\therefore a-5\neq 5-b$
④ $a=b$의 양변을 4로 나누면
$\frac{a}{4}=\frac{b}{4}$ $\therefore \frac{a}{4}\neq\frac{b}{2}$

424 답 ⑤

⑤ $a=1$, $b=2$, $c=0$이면 $1\times 0=2\times 0$이지만 $1\neq 2$이다.

425 답 7

$a=5$, $b=-2$이므로
$a-b=5-(-2)=7$

426 답 ⑤

① $x\underline{-5}=2$ ➡ $x=2+5$
② $3x=\underline{2x}+8$ ➡ $3x-2x=8$
③ $6\underline{+x}=\underline{-1}+3x$ ➡ $6+1=3x-x$
④ $2x\underline{+7}=\underline{-x}+2$ ➡ $2x+x=2-7$
따라서 밑줄 친 항을 바르게 이항한 것은 ⑤이다.

427 답 ⑤

① $3a=b$의 양변에 $\frac{2}{3}$를 곱하면
$2a=\frac{2}{3}b$ $\therefore 2a\neq\frac{b}{3}$
② $3a=b$의 양변에 1을 더하면
$3a+1=b+1$ $\therefore 3a+1\neq b+3$
③ $3a=b$의 양변에 3을 더하면
$3a+3=b+3$ $\therefore 3(a+1)\neq b+1$
④ $3a=b$의 양변에 3을 곱하면
$9a=3b$
이 식의 양변에서 3을 빼면
$9a-3=3b-3$ $\therefore 9a-3\neq 3b-1$
⑤ $3a=b$의 양변을 3으로 나누면
$a=\frac{b}{3}$
이 식의 양변에 8을 더하면
$a+8=\frac{b}{3}+8$
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

428 답 ①, ③

① $a-1=b-3$의 양변에서 3을 빼면
$a-4=b-6$ $\therefore a-4\neq b$
② $a=2b$의 양변에서 2를 빼면
$a-2=2b-2$ $\therefore a-2=2(b-1)$
③ $\frac{a}{3}=\frac{b}{2}$의 양변에 $\frac{1}{3}$을 더하면
$\frac{a}{3}+\frac{1}{3}=\frac{b}{2}+\frac{1}{3}$ $\therefore \frac{a+1}{3}=\frac{3b+2}{6}$
$\therefore \frac{a+1}{3}\neq\frac{b+1}{2}$
④ $\frac{3}{4}a=\frac{3}{8}b$의 양변에 8을 곱하면
$6a=3b$
⑤ $a=-b$의 양변에 -3을 곱하면
$-3a=3b$
이 식의 양변에 1을 더하면
$-3a+1=3b+1$
따라서 옳지 않은 것은 ①, ③이다.

429 답 ④

① $2a=3$의 양변에 3을 더하면 $2a+3=\boxed{6}$
② $-a+8=16$의 양변에서 10을 빼면 $-a-2=\boxed{6}$
③ $\frac{a}{3}=2$의 양변에 3을 곱하면 $a=\boxed{6}$
④ $-4a=24$의 양변을 -4로 나누면 $a=\boxed{-6}$
⑤ $5a=10$의 양변에 $\frac{3}{5}$을 곱하면 $3a=\boxed{6}$
따라서 □ 안의 수가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

430 답 12

$5x-6=2x+9$에서 -6과 $2x$를 각각 이항하면
$5x-2x=9+6$
$\therefore 3x=15$ ····· ⓘ
따라서 $a=3$, $b=15$이므로 ····· ⓘⓘ
$b-a=15-3=12$ ····· ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ $ax=b$ 꼴로 고치기	50 %
ⓘⓘ a, b의 값 구하기	30 %
ⓘⓘⓘ $b-a$의 값 구하기	20 %

431 답 −6

$\frac{1}{5}x+7=4$
$\frac{1}{5}x+7-\boxed{7}=4-\boxed{7}$
$\frac{1}{5}x=\boxed{-3}$
$\frac{1}{5}x\times\boxed{5}=\boxed{-3}\times\boxed{5}$
$\therefore x=\boxed{-15}$
$\therefore$ (가) 7 (나) -3 (다) 5 (라) -15
따라서 구하는 합은
$7+(-3)+5+(-15)=-6$

432 답 ㉠

㉠ 등식의 양변에 4를 곱한다.
㉡ 등식의 양변에 8을 더한다.
㉢ 등식의 양변을 3으로 나눈다.
따라서 주어진 등식의 성질을 이용한 곳은 ㉠이다.

참고 ㉢ '등식의 양변에 $\frac{1}{3}$을 곱한다.'와 같이 생각할 수도 있지만 문제의 조건에서 c는 자연수이므로 답이 될 수 없다.

433 답 (가) ㄱ (나) ㄹ

(가) 등식의 양변에 7을 더한다. ➡ ㄱ
(나) 등식의 양변을 6으로 나눈다. ➡ ㄹ

434 답 ④

① $4x-2=6$의 양변에 2를 더하면 $4x=8$
② $2x-3=-9$의 양변에 3을 더하면 $2x=-6$
③ $-3x-5=7$의 양변에 5를 더하면 $-3x=12$
④ $-5x=10$의 양변을 -5로 나누면 $x=-2$
⑤ $-2(x+1)=8$에서 $-2x-2=8$
이 식의 양변에 2를 더하면 $-2x=10$
따라서 이용된 등식의 성질이 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

435 답 ②

① 등식의 양변에 6을 더한 후 양변에 2를 곱해서 해를 구할 수 있다.
③ 등식의 양변에서 3을 뺀 후 양변에 2를 곱해서 해를 구할 수 있다.
④ 등식의 양변에 2를 곱한 후 양변에 3을 더해서 해를 구할 수 있다.
⑤ 등식의 양변에 2를 곱한 후 양변에서 3을 빼서 해를 구할 수 있다.
따라서 등식의 양변에 3을 더한 후 양변에 2를 곱해서 해를 구할 수 있는 것은 ②이다.

436 답 $\frac{5}{4}$

$4(a+2)=4b+1$에서 $4a+8=4b+1$
이 식의 양변에서 8을 빼면 $4a=4b-7$
이 식의 양변을 4로 나누면 $a=b-\frac{7}{4}$
이 식의 양변에 3을 더하면 $a+3=b+\frac{5}{4}$
$\therefore \square=\frac{5}{4}$

437 답 ④

$3a-15=9(b+2)$에서 $3a-15=9b+18$
이 식의 양변에 15를 더하면 $3a=9b+33$
이 식의 양변을 3으로 나누면 $a=3b+11$
이 식의 양변에 $3b$를 더하면 $a+3b=6b+11$

438 답 ④

① $3x+1=4$에서 $3x-3=0$
② $x+5=2x-1$에서 $-x+6=0$
③ $2x+3=3-2x$에서 $4x=0$
④ $2x+2=2(x+1)$에서 $2x+2=2x+2$
$0\times x=0$ ➡ 일차방정식이 아니다.
⑤ $x^2-2=x^2-x$에서 $x-2=0$
따라서 일차방정식이 아닌 것은 ④이다.

439 답 $x=3$

$6x+3=2x+15$에서
$4x=12$ $\therefore x=3$

440 답 ②

$3(4x+2)=5(x-2)+2$에서
$12x+6=5x-10+2$, $7x=-14$
$\therefore x=-2$

441 답 $x=-3$

$0.3x-2.2=1.2x+0.5$의 양변에 10을 곱하면
$3x-22=12x+5$, $-9x=27$
$\therefore x=-3$

442 답 ④

$\frac{1}{3}x+2=\frac{5x-3}{4}$의 양변에 12를 곱하면
$4x+24=3(5x-3)$, $4x+24=15x-9$
$-11x=-33$ $\therefore x=3$

443 답 ③

① $4x+6=30$에서 $4x-24=0$ ➡ 일차방정식
② $5x=20$에서 $5x-20=0$ ➡ 일차방정식
③ $x^2=16$에서 $x^2-16=0$ ➡ 일차방정식이 아니다.
④ $1200x=6000$에서 $1200x-6000=0$ ➡ 일차방정식
⑤ $3x=210$에서 $3x-210=0$ ➡ 일차방정식
따라서 일차방정식이 아닌 것은 ③이다.

444 답 $a\neq-5$

$3x-1=5-(a+2)x$에서
$(a+5)x=6$ ····· ⓘ
이 등식이 x에 대한 일차방정식이 되려면 $a+5\neq0$이어야 하므로
$a\neq-5$ ····· ⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ $ax=b$ 꼴로 고치기	30 %
ⓘⓘ a의 조건 구하기	70 %

445 답 ④

$2x-(5x-1)=4$에서 $2x-5x+1=4$
$-3x=3$ $\therefore x=-1$
① $-x+5=-6$에서 $-x=-11$ $\therefore x=11$
② $3x=x+4$에서 $2x=4$ $\therefore x=2$
③ $2(x+2)=3x-5$에서 $2x+4=3x-5$
$-x=-9$ $\therefore x=9$

④ $-5x+4=2(6-x)-5$에서 $-5x+4=12-2x-5$
$-3x=3$ $\therefore x=-1$
⑤ $3(x+4)=-(x+8)$에서 $3x+12=-x-8$
$4x=-20$ $\therefore x=-5$
따라서 주어진 일차방정식과 해가 같은 것은 ④이다.

446 답 ⑤

① $-4x+5=-7$에서 $-4x=-12$
$\therefore x=3$ $\therefore |x|=3$
② $4-x=x-4$에서 $-2x=-8$
$\therefore x=4$ $\therefore |x|=4$
③ $2x+3=6-x$에서 $3x=3$
$\therefore x=1$ $\therefore |x|=1$
④ $-x=3(x+3)-1$에서 $-x=3x+9-1$
$-4x=8$ $\therefore x=-2$ $\therefore |x|=2$
⑤ $4(x+1)=2x-6$에서 $4x+4=2x-6$
$2x=-10$ $\therefore x=-5$ $\therefore |x|=5$
따라서 해의 절댓값이 가장 큰 것은 ⑤이다.

447 답 ⑤

$0.2x-0.32=0.18x+0.3$의 양변에 100을 곱하면
$20x-32=18x+30$, $2x=62$
$\therefore x=31$

448 답 ①

$\frac{2x}{3}+\frac{5}{2}=\frac{5x+3}{4}$의 양변에 12를 곱하면
$8x+30=3(5x+3)$, $8x+30=15x+9$
$-7x=-21$ $\therefore x=3$

449 답 -10

$(x-5):(3x+10)=3:4$에서
$4(x-5)=3(3x+10)$ …… ⓘ
$4x-20=9x+30$, $-5x=50$
$\therefore x=-10$ …… ⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 비례식에서 일차방정식 세우기	40 %
ⓘⓘ 비례식을 만족시키는 x의 값 구하기	60 %

450 답 ⑤

$0.6(x-1)=0.4(x+1)+1.4$의 양변에 10을 곱하면
$6(x-1)=4(x+1)+14$, $6x-6=4x+4+14$
$2x=24$ $\therefore x=12$

451 답 ②

$0.2(x+3)=1.2(x-2)-2$의 양변에 10을 곱하면
$2(x+3)=12(x-2)-20$, $2x+6=12x-24-20$
$-10x=-50$ $\therefore x=5$
따라서 $a=5$이므로 a보다 작은 자연수는 1, 2, 3, 4의 4개이다.

452 답 ④

① $6(x-2)=3(x-6)$에서 $6x-12=3x-18$
$3x=-6$ $\therefore x=-2$
② $0.5x+0.1=0.2x-0.5$의 양변에 10을 곱하면
$5x+1=2x-5$, $3x=-6$
$\therefore x=-2$
③ $\frac{x+3}{2}=-\frac{x}{4}$의 양변에 4를 곱하면
$2(x+3)=-x$, $2x+6=-x$
$3x=-6$ $\therefore x=-2$
④ $0.09x+0.95=0.11(x+7)$의 양변에 100을 곱하면
$9x+95=11(x+7)$, $9x+95=11x+77$
$-2x=-18$ $\therefore x=9$
⑤ $\frac{1}{4}(x-6)=\frac{3x-4}{5}$의 양변에 20을 곱하면
$5(x-6)=4(3x-4)$, $5x-30=12x-16$
$-7x=14$ $\therefore x=-2$
따라서 해가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

453 답 ④

$(5-x):\frac{2x-1}{3}=6:5$에서
$5(5-x)=2(2x-1)$, $25-5x=4x-2$
$-9x=-27$ $\therefore x=3$

454 답 ④

$1.3(x-1)+\frac{11}{2}=\frac{8}{5}x$에서 소수를 분수로 고치면
$\frac{13}{10}(x-1)+\frac{11}{2}=\frac{8}{5}x$
양변에 10을 곱하면
$13(x-1)+55=16x$, $13x+42=16x$
$-3x=-42$ $\therefore x=14$

455 답 1

$\frac{1}{5}(0.4x-3)=\frac{1}{3}(x+2)$에서 소수를 분수로 고치면
$\frac{1}{5}\left(\frac{2}{5}x-3\right)=\frac{1}{3}(x+2)$, $\frac{2}{25}x-\frac{3}{5}=\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$
양변에 75를 곱하면
$6x-45=25x+50$, $-19x=95$
$\therefore x=-5$
따라서 $a=-5$이므로
$2a+11=2\times(-5)+11=1$

456 답 ⑤

① $-4(x-3)=2x+9$에서 $-4x+12=2x+9$
$-6x=-3$ $\therefore x=\frac{1}{2}$
② $2+0.6x=0.2x+4$의 양변에 10을 곱하면
$20+6x=2x+40$, $4x=20$
$\therefore x=5$

③ $0.3(x+12)=x+0.8$의 양변에 10을 곱하면
$3(x+12)=10x+8$, $3x+36=10x+8$
$-7x=-28$ $\therefore x=4$
④ $\frac{x-1}{3}+1=\frac{3x+1}{4}$의 양변에 12를 곱하면
$4(x-1)+12=3(3x+1)$, $4x-4+12=9x+3$
$-5x=-5$ $\therefore x=1$
⑤ $\frac{x-1}{2}=\frac{2}{5}x-0.7$에서 소수를 분수로 고치면
$\frac{x-1}{2}=\frac{2}{5}x-\frac{7}{10}$
양변에 10을 곱하면
$5(x-1)=4x-7$, $5x-5=4x-7$
$\therefore x=-2$
따라서 해가 가장 작은 것은 ⑤이다.

457 답 368

$3x-1=5x-7$에서 $-2x=-6$ $\therefore x=3$
$0.4(x-1)=0.6x-1.6$의 양변에 10을 곱하면
$4(x-1)=6x-16$, $4x-4=6x-16$
$-2x=-12$ $\therefore x=6$
$\frac{x}{2}-1=\frac{2x+5}{7}$의 양변에 14를 곱하면
$7x-14=2(2x+5)$, $7x-14=4x+10$
$3x=24$ $\therefore x=8$
따라서 자물쇠의 비밀번호는 368이다.

458 답 3

$0.4(x-2)=\frac{3x+1}{7}$에서 소수를 분수로 고치면
$\frac{2}{5}(x-2)=\frac{3x+1}{7}$
양변에 35를 곱하면
$14(x-2)=5(3x+1)$, $14x-28=15x+5$
$-x=33$ $\therefore x=-33$
$\therefore a=-33$ …… ⓘ
$\frac{x+2}{3}=0.2(x-1)-\frac{47}{15}$에서 소수를 분수로 고치면
$\frac{x+2}{3}=\frac{1}{5}(x-1)-\frac{47}{15}$
양변에 15를 곱하면
$5(x+2)=3(x-1)-47$, $5x+10=3x-3-47$
$2x=-60$ $\therefore x=-30$
$\therefore b=-30$ …… ⓘⓘ
$\therefore b-a=-30-(-33)=3$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ a의 값 구하기	40 %
ⓘⓘ b의 값 구하기	40 %
ⓘⓘⓘ $b-a$의 값 구하기	20 %

459 답 ①

$a(x+2)-15=4(x-a)+9$에서
$ax+2a-15=4x-4a+9$
$\therefore (x+6)a=4x+24$
이 등식이 a에 대한 일차방정식이므로 $x+6\neq0$
$\therefore a=\frac{4x+24}{x+6}=\frac{4(x+6)}{x+6}=4$

460 답 1

$\{4\star(-x)\}+(3x\star6)$
$=\{4+(-x)-(-4x)\}+(3x+6-18x)$
$=3x+4-15x+6$
$=-12x+10$
따라서 $-12x+10=-2$이므로
$-12x=-12$ $\therefore x=1$

461 답 ②

$ax+c=bx+d$가 x에 대한 항등식이므로
$a=b$, $c=d$
이를 $ax+b=cx+d$에 대입하면
$ax+a=cx+c$, $(a-c)x=-(a-c)$
$\therefore x=-1$ ($\because a\neq c$)

462 답 3

$ax-4=2x+1$에 $x=5$를 대입하면
$5a-4=10+1$, $5a=15$
$\therefore a=3$

463 답 ④

$5x-3=2x+9$에서 $3x=12$ $\therefore x=4$
따라서 방정식 $ax+6=3x+2$의 해가 $x=4$이므로 이를 대입하면
$4a+6=12+2$, $4a=8$
$\therefore a=2$

464 답 ③

$\frac{x-a}{3}=1-\frac{4x+a}{6}$에 $x=3$을 대입하면
$\frac{3-a}{3}=1-\frac{12+a}{6}$
양변에 6을 곱하면
$2(3-a)=6-(12+a)$, $6-2a=-6-a$
$-a=-12$ $\therefore a=12$

465 답 ④

$a(3x-1)=x+16$에 $x=-2$를 대입하면
$a(-6-1)=-2+16$, $-7a=14$
$\therefore a=-2$
$0.4x+0.3b=-0.6x+1$에 $x=-2$를 대입하면
$-0.8+0.3b=1.2+1$
양변에 10을 곱하면
$-8+3b=12+10$, $3b=30$
$\therefore b=10$
$\therefore a+b=-2+10=8$

466 답 19

$0.5(1-2x)=-0.4x+2$의 양변에 10을 곱하면

$5(1-2x)=-4x+20$, $5-10x=-4x+20$

$-6x=15$ $\therefore x=-\frac{5}{2}$ …… ⓘ

따라서 $2(x-a)=5$의 해가 $x=-\frac{5}{2}$이므로 이를 대입하면

$2\left(-\frac{5}{2}-a\right)=5$, $-5-2a=5$

$-2a=10$ $\therefore a=-5$ …… ⓘⓘ

$\therefore a^2+a-1=(-5)^2+(-5)-1=19$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 일차방정식 $0.5(1-2x)=-0.4x+2$ 풀기	50 %
ⓘⓘ a의 값 구하기	30 %
ⓘⓘⓘ a^2+a-1의 값 구하기	20 %

467 답 24

$\frac{x-1}{3}=\frac{3x+2}{4}$의 양변에 12를 곱하면

$4(x-1)=3(3x+2)$, $4x-4=9x+6$

$-5x=10$ $\therefore x=-2$

따라서 세 방정식의 해는 모두 $x=-2$이다.

$ax+5=5(2x-3)$에 $x=-2$를 대입하면

$-2a+5=-35$, $-2a=-40$ $\therefore a=20$

$0.3(x-b)=x+2.6$에 $x=-2$를 대입하면

$0.3(-2-b)=0.6$

양변에 10을 곱하면

$3(-2-b)=6$, $-6-3b=6$

$-3b=12$ $\therefore b=-4$

$\therefore a-b=20-(-4)=24$

468 답 ⑤

$a(4x-2)+5x=-2x+11$에 $x=-1$을 대입하면

$-6a-5=2+11$, $-6a=18$

$\therefore a=-3$

$2.2x+a=1.7x-1.5$에 $a=-3$을 대입하면

$2.2x-3=1.7x-1.5$

양변에 10을 곱하면

$22x-30=17x-15$, $5x=15$

$\therefore x=3$

469 답 ②

$0.3x+0.5=-0.2x+3.5$의 양변에 10을 곱하면

$3x+5=-2x+35$, $5x=30$ $\therefore x=6$

따라서 $\frac{x}{2}-\frac{a-2x}{3}=1$의 해가 $x=-6$이므로 이를 대입하면

$-3-\frac{a+12}{3}=1$

양변에 3을 곱하면

$-9-(a+12)=3$, $-a-21=3$

$-a=24$ $\therefore a=-24$

470 답 −5

$0.8+1.4x=\frac{4x-8}{5}$에서 소수를 분수로 고치면

$\frac{4}{5}+\frac{7}{5}x=\frac{4x-8}{5}$

양변에 5를 곱하면

$4+7x=4x-8$, $3x=-12$ $\therefore x=-4$ …… ⓘ

따라서 방정식 $2(x+2a)-5x=4$의 해는

$x=2\times(-4)=-8$ …… ⓘⓘ

이를 $2(x+2a)-5x=4$에 대입하면

$2(-8+2a)+40=4$, $-16+4a+40=4$

$4a=-20$ $\therefore a=-5$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 일차방정식 $0.8+1.4x=\frac{4x-8}{5}$ 풀기	50 %
ⓘⓘ 일차방정식 $2(x+2a)-5x=4$의 해 구하기	10 %
ⓘⓘⓘ a의 값 구하기	40 %

471 답 ①

$x+\frac{1}{2}a=\frac{1}{2}x+6$의 양변에 2를 곱하면

$2x+a=x+12$ $\therefore x=12-a$

이때 $12-a$가 자연수가 되도록 하는 자연수 a는 1, 2, 3, …, 11의 11개이다.

472 답 3

$x+3a=4(x+3)$에서

$x+3a=4x+12$, $-3x=-3a+12$

$\therefore x=a-4$

이때 $a-4$가 음의 정수가 되려면 자연수 a의 값은 1, 2, 3이어야 하므로 가장 큰 자연수 a의 값은 3이다.

473 답 ③

$\frac{1}{5}(x-2a)=x-4$의 양변에 5를 곱하면

$x-2a=5x-20$, $-4x=-20+2a$

$\therefore x=\frac{10-a}{2}$

이때 $\frac{10-a}{2}$가 자연수가 되려면 $10-a$는 2의 배수이어야 한다.

그런데 a는 자연수이므로

$10-a=2$, 4, 6, 8

따라서 자연수 a의 값은 8, 6, 4, 2이므로 구하는 합은

$8+6+4+2=20$

474 답 ③

$(2a-5)x^2+(4b-1)x+8=0$이 x에 대한 일차방정식이므로

$2a-5=0$ $\therefore a=\frac{5}{2}$

즉, $(4b-1)x+8=0$의 해가 $x=4$이므로 이를 대입하면

$4(4b-1)+8=0$, $16b-4+8=0$

$16b=-4$ $\therefore b=-\frac{1}{4}$

따라서 방정식 $ax-b+ab=0$, 즉 $\frac{5}{2}x+\frac{1}{4}-\frac{5}{8}=0$에서

$\frac{5}{2}x=\frac{3}{8}$ $\therefore x=\frac{3}{20}$

475 답 -1

$\frac{x-3}{2}=\frac{x}{4}+a$의 양변에 4를 곱하면

$2(x-3)=x+4a$, $2x-6=x+4a$

$\therefore x=4a+6$

$\therefore m=4a+6$ …… ⓘ

$\frac{x+3a}{4}=\frac{x}{3}-1$의 양변에 12를 곱하면

$3(x+3a)=4x-12$, $3x+9a=4x-12$

$-x=-9a-12$ $\therefore x=9a+12$

$\therefore n=9a+12$ …… ⓘⓘ

이때 $m:n=2:3$이므로

$(4a+6):(9a+12)=2:3$

$3(4a+6)=2(9a+12)$

$12a+18=18a+24$

$-6a=6$ $\therefore a=-1$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ m을 a에 대한 식으로 나타내기	30 %
ⓘⓘ n을 a에 대한 식으로 나타내기	30 %
ⓘⓘⓘ a의 값 구하기	40 %

최고수준 도전 기출 99쪽

476 답 -3

전략 주어진 등식을 정리하여 a를 b에 대한 식으로 나타낸 후 $\frac{a-b}{a+3b}$에 대입하여 그 값을 구한다.

$2a-3b=4a+5b$에서 $-2a=8b$ $\therefore a=-4b$

$\frac{a-b}{a+3b}$에 $a=-4b$를 대입하면

$\frac{-4b-b}{-4b+3b}=\frac{-5b}{-b}=5$ ($\because b\neq0$)

따라서 $m(x-3)=4-2x$의 해가 $x=5$이므로 이를 대입하면

$2m=-6$ $\therefore m=-3$

477 답 -2

$7-4x=2(1-x)+10$에서 $7-4x=2-2x+10$

$-2x=5$ $\therefore x=-\frac{5}{2}$

따라서 $8x-3=2x+3a$의 해가 될 수 있는 것은

$x=-\frac{5}{2}$ 또는 $x=\frac{5}{2}$

(i) 해가 $x=-\frac{5}{2}$인 경우

$8x-3=2x+3a$에 $x=-\frac{5}{2}$를 대입하면

$-20-3=-5+3a$, $3a=-18$

$\therefore a=-6$

(ii) 해가 $x=\frac{5}{2}$인 경우

$8x-3=2x+3a$에 $x=\frac{5}{2}$를 대입하면

$20-3=5+3a$, $3a=12$

$\therefore a=4$

(i), (ii)에서 모든 상수 a의 값의 합은

$-6+4=-2$

478 답 10

$\frac{2x-3a}{6}+3=x$의 양변에 6을 곱하면

$2x-3a+18=6x$, $-4x=3a-18$

$\therefore x=-\frac{3a-18}{4}$

이때 $-\frac{3a-18}{4}$이 음의 정수가 되려면 $3a-18$이 4의 배수이어야 한다.

즉, $3a-18=4$, 8, 12, 16, …이므로

$a=\frac{22}{3}$, $\frac{26}{3}$, 10, $\frac{34}{3}$, …

따라서 구하는 가장 작은 자연수 a의 값은 10이다.

479 답 ⑤

우변의 x의 계수 3을 a로 잘못 보았다고 하면

$5(x+3)=ax-1$

이 방정식의 해가 $x=2$이므로 이를 대입하면

$25=2a-1$, $2a=26$

$\therefore a=13$

따라서 3을 13으로 잘못 보았다.

480 답 ③

방정식 $(a-6)x+12=-bx+3a$, 즉 $(a+b-6)x=3a-12$의 해가 존재하지 않으므로

$a+b-6=0$, $3a-12\neq0$

$\therefore a+b=6$, $a\neq4$

이때 a, b는 $a>b$인 자연수이므로 $a=5$, $b=1$

따라서 $2x-b=\frac{x+4}{a}$에 $a=5$, $b=1$을 대입하면

$2x-1=\frac{x+4}{5}$

양변에 5를 곱하면

$10x-5=x+4$, $9x=9$

$\therefore x=1$

참고 x에 대한 방정식 $ax+b=cx+d$, 즉 $(a-c)x=d-b$에서

- 해가 없을 조건 ➡ $a=c$, $b\neq d$
- 해가 무수히 많을 조건 ➡ $a=c$, $b=d$

07 일차방정식의 활용

난이도별 필수 기출 101~115쪽

481 답 ②

어떤 수를 x라 하면

$2x+5=4x-1$

$-2x=-6$ $\therefore x=3$

따라서 어떤 수는 3이다.

482 답 54

십의 자리의 숫자를 x라 하면

$10x+4=6(x+4)$

$10x+4=6x+24$, $4x=20$

$\therefore x=5$

따라서 구하는 자연수는 54이다.

483 답 ⑤

작은 수를 x라 하면 큰 수는 $x+13$이므로

$x+13=2x+4$

$-x=-9$ $\therefore x=9$

따라서 작은 수는 9이다.

484 답 16

어떤 수를 x라 하면

$5x-3=2(3x-5)$ ····· ⓘ

$5x-3=6x-10$, $-x=-7$

$\therefore x=7$ ····· ⓘⓘ

따라서 어떤 수가 7이므로 처음 구하려고 했던 수는

$3\times7-5=16$ ····· ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 일차방정식 세우기	40 %
ⓘⓘ 일차방정식 풀기	40 %
ⓘⓘⓘ 처음 구하려고 했던 수 구하기	20 %

485 답 ②

연속하는 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$이라 하면

$(x-1)+x+(x+1)=114$

$3x=114$ $\therefore x=38$

따라서 연속하는 세 자연수는 37, 38, 39이므로 가장 작은 수는 37이다.

486 답 15, 17, 19

연속하는 세 홀수를 $x-2$, x, $x+2$라 하면

$(x-2)+x+(x+2)=51$

$3x=51$ $\therefore x=17$

따라서 연속하는 세 홀수는 15, 17, 19이다.

487 답 ④

연속하는 세 짝수를 $x-2$, x, $x+2$라 하면

$3(x+2)=(x-2)+x+32$

$3x+6=2x+30$ $\therefore x=24$

따라서 연속하는 세 짝수는 22, 24, 26이므로 가장 큰 수는 26이다.

488 답 ⑤

일의 자리의 숫자를 x라 하면 십의 자리의 숫자는 $x+5$이므로

$10(x+5)+x=7\{(x+5)+x\}+3$

$11x+50=14x+38$, $-3x=-12$

$\therefore x=4$

따라서 구하는 자연수는 94이다.

489 답 52

처음 수의 십의 자리의 숫자를 x라 하면 처음 수는 $10x+2$, 바꾼 수는 $20+x$이므로

$20+x=(10x+2)-27$ ····· ⓘ

$20+x=10x-25$, $-9x=-45$

$\therefore x=5$ ····· ⓘⓘ

따라서 처음 수는 52이다. ····· ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 일차방정식 세우기	50 %
ⓘⓘ 일차방정식 풀기	40 %
ⓘⓘⓘ 처음 수 구하기	10 %

490 답 694

처음 수의 일의 자리의 숫자를 x라 하면 십의 자리의 숫자는 $2x+1$이므로

처음 수는 $600+10(2x+1)+x$

바꾼 수는 $100(2x+1)+60+x$

즉, $100(2x+1)+60+x=600+10(2x+1)+x+270$이므로

$201x+160=21x+880$

$180x=720$ $\therefore x=4$

따라서 처음 수는 694이다.

491 답 ②

작은 수를 x라 하면 (나)에서 큰 수는 $89-x$

(가), (다)에서 $10x$는 세 자리의 자연수, $89-x$는 두 자리의 자연수이므로

$10x-(89-x)=65$

$11x-89=65$, $11x=154$ $\therefore x=14$

따라서 작은 수는 14이다.

492 답 4

3점짜리 슛을 x개 넣었다고 하면 2점짜리 슛은 $(15-x)$개 넣었으므로

$3x+2(15-x)=34$

$x+30=34$ $\therefore x=4$

따라서 3점짜리 슛은 4개 넣었다.

493 답 5장

흰색 수건을 x장 샀다고 하면 갈색 수건은 $(9-x)$장 샀으므로

$1500x+2000(9-x)=20000-4500$ …… ⓘ

$1500x+18000-2000x=15500$

$-500x=-2500$ $\therefore x=5$ …… ⓘⓘ

따라서 흰색 수건은 5장 샀다. …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 일차방정식 세우기	50 %
ⓘⓘ 일차방정식 풀기	40 %
ⓘⓘⓘ 흰색 수건을 몇 장 샀는지 구하기	10 %

494 답 ④

토요일에 입장한 관람객 수를 x라 하면 일요일에 입장한 관람객 수는 $440-x$이므로

$440-x=2x+5$

$-3x=-435$ $\therefore x=145$

따라서 일요일에 입장한 관람객 수는

$440-145=295$

495 답 13세

정우의 나이를 x세라 하면 동생의 나이는 $(21-x)$세이므로

$x-(21-x)=5$

$2x-21=5$, $2x=26$ $\therefore x=13$

따라서 정우의 나이는 13세이다.

다른 풀이

정우의 나이를 x세라 하면 동생의 나이는 $(x-5)$세이므로

$x+(x-5)=21$

$2x=26$ $\therefore x=13$

따라서 정우의 나이는 13세이다.

496 답 ③

x년 후에 아버지의 나이가 딸의 나이의 3배가 된다고 하면

$44+x=3(12+x)$

$44+x=36+3x$, $-2x=-8$ $\therefore x=4$

따라서 아버지의 나이가 딸의 나이의 3배가 되는 것은 4년 후이다.

497 답 ③

현재 어머니의 나이를 x세라 하면

$x+15=2\times(13+15)+6$

$x+15=62$ $\therefore x=47$

따라서 현재 어머니의 나이는 47세이다.

498 답 ④

현재 딸의 나이를 x세라 하면 어머니의 나이는 $4x$세이므로

$4x+6=3(x+6)$

$4x+6=3x+18$ $\therefore x=12$

따라서 현재 딸의 나이는 12세이다.

499 답 49세

현재 아버지의 나이를 x세라 하면 아들의 나이는 $(59-x)$세이므로

$x+3=4\{(59-x)+3\}$

$x+3=4(62-x)$, $x+3=248-4x$

$5x=245$ $\therefore x=49$

따라서 현재 아버지의 나이는 49세이다.

500 답 48세

현재 다은이의 나이를 x세라 하면

㈎에서 쌍둥이 동생의 나이는 $(x-4)$세

㈏에서 어머니의 나이는 $3x$세

㈐에서

$3x+x+(x-4)+(x-4)=82$

$6x-8=82$, $6x=90$ $\therefore x=15$

즉, 현재 다은이의 나이는 15세이므로 아버지의 나이를 y세라 하면

㈑에서

$y+18=2\times(15+18)$

$y+18=66$ $\therefore y=48$

따라서 현재 아버지의 나이는 48세이다.

501 답 3000

8개월 후에 서우의 예금액과 소윤이의 예금액이 같아지므로

$36000+4000\times8=44000+8x$

$68000=44000+8x$

$-8x=-24000$ $\therefore x=3000$

502 답 5일 후

x일 후에 건후의 예금액과 지아의 예금액이 같아진다고 하면

$80000-5000x=70000-3000x$ …… ⓘ

$-2000x=-10000$ $\therefore x=5$ …… ⓘⓘ

따라서 건후의 예금액과 지아의 예금액이 같아지는 것은 5일 후이다. …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 일차방정식 세우기	50 %
ⓘⓘ 일차방정식 풀기	40 %
ⓘⓘⓘ 예금액이 같아지는 것은 며칠 후인지 구하기	10 %

503 답 ③

x개월 후에 누나의 예금액이 동생의 예금액의 2배가 된다고 하면

$45000+7000x=2(60000+2000x)$

$45000+7000x=120000+4000x$

$3000x=75000$ $\therefore x=25$

따라서 누나의 예금액이 동생의 예금액의 2배가 되는 것은 25개월 후이다.

504 답 ⑤

$(10-3)\times\{10-(3x-2)\}=42$이므로

$7(12-3x)=42$, $84-21x=42$

$-21x=-42$ $\therefore x=2$

505 답 5 cm

직육면체의 높이를 x cm라 하면

$2\times(4\times5+4\times x+5\times x)=130$

$2(20+9x)=130$, $40+18x=130$

$18x=90$ $\therefore x=5$

따라서 직육면체의 높이는 5 cm이다.

506 답 7 cm

처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$2\times\{(x+5)+2x\}=52$

$2(3x+5)=52$, $6x+10=52$

$6x=42$ $\therefore x=7$

따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는 7 cm이다.

507 답 ⑤

사다리꼴의 아랫변의 길이를 x cm라 하면 윗변의 길이는 $(x-4)$ cm이므로

$\frac{1}{2}\times\{(x-4)+x\}\times6=45$

$3(2x-4)=45$, $6x-12=45$

$6x=57$ $\therefore x=\frac{19}{2}$

따라서 아랫변의 길이는 $\frac{19}{2}$ cm이다.

508 답 ③

직사각형의 넓이는 $(2x+5)\times9=18x+45$

삼각형 1개의 넓이는 $\frac{1}{2}\times x\times7=\frac{7}{2}x$

따라서 $(18x+45)-2\times\frac{7}{2}x=111$이므로

$11x=66$ $\therefore x=6$

509 답 $\frac{24}{5}$

처음 직사각형의 넓이는 $3\times6=18(\text{cm}^2)$

가로의 길이를 2 cm만큼, 세로의 길이를 x cm만큼 늘인 직사각형의 넓이는

$(3+2)\times(6+x)=30+5x(\text{cm}^2)$

따라서 $30+5x=3\times18$이므로

$5x=24$ $\therefore x=\frac{24}{5}$

510 답 48 cm

직사각형의 세로의 길이를 x cm라 하면 가로의 길이는 $3x$ cm이므로

$2(3x+x)=128$

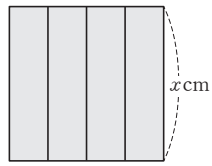
$8x=128$ $\therefore x=16$

따라서 직사각형의 가로의 길이는

$3\times16=48(\text{cm})$

511 답 ④

오른쪽 그림과 같이 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 직사각형의 긴 변의 길이는 x cm, 짧은 변의 길이는 $\frac{x}{4}$ cm이므로



$2\left(x+\frac{x}{4}\right)=30$

$\frac{5}{2}x=30$ $\therefore x=12$

따라서 정사각형의 한 변의 길이는 12 cm이므로 정사각형의 넓이는

$12\times12=144(\text{cm}^2)$

512 답 ②

혜정이네 가족이 총 x일 동안 여행을 다녀왔다고 하면

$\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}x+2=x$

양변에 6을 곱하면

$3x+2x+12=6x$

$-x=-12$ $\therefore x=12$

따라서 혜정이네 가족은 총 12일 동안 여행을 다녀왔다.

513 답 2

전체 회원 수를 x라 하면

$\frac{1}{2}x+\frac{1}{9}x+\frac{1}{6}x+4=x$ …… ⅰ

양변에 18을 곱하면

$9x+2x+3x+72=18x$

$-4x=-72$ $\therefore x=18$ …… ⅱ

따라서 전체 회원 수가 18이므로 된장찌개를 주문한 회원 수는

$18\times\frac{1}{9}=2$ …… ⅲ

채점 기준	
ⅰ 일차방정식 세우기	40 %
ⅱ 일차방정식 풀기	40 %
ⅲ 된장찌개를 주문한 회원 수 구하기	20 %

514 답 264쪽

소설책을 전체 x쪽이라 하면

$\frac{3}{11}x+\left(x-\frac{3}{11}x\right)\times\frac{2}{3}+20=\left(1-\frac{1}{6}\right)x$

양변에 66을 곱하면

$18x+32x+1320=55x$

$-5x=-1320$ $\therefore x=264$

따라서 소설책은 전체 264쪽이다.

515 답 ⑤

전체 용돈을 x원이라 하면

통장 A에 입금한 용돈은

$20000+(x-20000)\times\frac{5}{8}=\frac{5}{8}x+7500$(원)

통장 B에 입금한 용돈은

$x-\left(\frac{5}{8}x+7500\right)=\frac{3}{8}x-7500$(원)

통장 A에 입금한 용돈이 통장 B에 입금한 용돈의 3배이므로

$\frac{5}{8}x+7500=3\times\left(\frac{3}{8}x-7500\right)$

$\frac{5}{8}x+7500=\frac{9}{8}x-22500$

$-\frac{1}{2}x=-30000 \quad \therefore x=60000$

따라서 전체 용돈은 60000원이다.

516 답 135 km

두 도시 A, B 사이의 거리를 x km라 하자.

총 걸린 시간은 4시간 30분, 즉 $4\frac{30}{60}=\frac{9}{2}$(시간)이므로

$\frac{x}{90}+\frac{x}{45}=\frac{9}{2}$

양변에 90을 곱하면

$x+2x=405,\ 3x=405 \quad \therefore x=135$

따라서 두 도시 A, B 사이의 거리는 135 km이다.

517 답 240 km

시속 80 km로 간 거리를 x km라 하면 시속 50 km로 간 거리는 $(340-x)$ km이므로

$\frac{x}{80}+\frac{340-x}{50}=5$ …… ⓘ

양변에 400을 곱하면

$5x+8(340-x)=2000,\ 2720-3x=2000$

$-3x=-720 \quad \therefore x=240$ …… ⓘⓘ

따라서 시속 80 km로 간 거리는 240 km이다. …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 일차방정식 세우기	50 %
ⓘⓘ 일차방정식 풀기	40 %
ⓘⓘⓘ 시속 80 km로 간 거리 구하기	10 %

518 답 ④

집에서 도서관까지의 거리를 x km라 하면 도서관에서 책을 빌린 시간은 $\frac{20}{60}=\frac{1}{3}$(시간)이므로

$\frac{x}{6}+\frac{1}{3}+\frac{x}{4}=2$

양변에 12를 곱하면

$2x+4+3x=24,\ 5x=20$

$\therefore x=4$

따라서 집에서 도서관까지의 거리는 4 km이다.

519 답 ④

내려온 거리를 x km라 하면 올라간 거리는 $(x-3)$ km이다.

총 걸린 시간은 5시간 10분, 즉 $5\frac{10}{60}=\frac{31}{6}$(시간)이므로

$\frac{x-3}{2}+\frac{x}{3}=\frac{31}{6}$

양변에 6을 곱하면

$3(x-3)+2x=31,\ 5x-9=31$

$5x=40 \quad \therefore x=8$

따라서 내려온 거리는 8 km이다.

520 답 180 km

두 지점 A, B 사이의 거리를 x km라 하면

$\frac{x}{45}-\frac{x}{60}=1$

양변에 180을 곱하면

$4x-3x=180 \quad \therefore x=180$

따라서 두 지점 A, B 사이의 거리는 180 km이다.

521 답 ⑤

집과 학교 사이의 거리를 x km라 하자.

시간 차는 $\frac{45}{60}=\frac{3}{4}$(시간)이므로

$\frac{x}{4}-\frac{x}{12}=\frac{3}{4}$

양변에 12를 곱하면

$3x-x=9,\ 2x=9 \quad \therefore x=\frac{9}{2}$

따라서 집과 학교 사이의 거리는 $\frac{9}{2}$ km이다.

522 답 18분 후

정호가 학교에서 출발한 지 x분 후에 지안이를 만난다고 하면 지안이가 $(x+6)$분 동안 이동한 거리와 정호가 x분 동안 이동한 거리가 같으므로

$60(x+6)=80x$ …… ⓘ

$60x+360=80x,\ -20x=-360$

$\therefore x=18$ …… ⓘⓘ

따라서 정호가 학교에서 출발한 지 18분 후에 지안이를 만난다. …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 일차방정식 세우기	50 %
ⓘⓘ 일차방정식 풀기	40 %
ⓘⓘⓘ 정호가 출발한 지 몇 분 후에 지안이를 만나는지 구하기	10 %

523 답 오전 8시 20분

언니가 집에서 출발한 지 x분 후에 연우를 만난다고 하면 연우가 $(x+20)$분 동안 이동한 거리와 언니가 x분 동안 이동한 거리가 같으므로

$50(x+20)=150x,\ 50x+1000=150x$

$-100x=-1000 \quad \therefore x=10$

따라서 언니가 집에서 출발한 지 10분 후인 오전 8시 20분에 두 사람이 만난다.

524 답 ③

민준이네가 출발한 지 x시간 후에 캠핑장에 도착한다고 하면 민준이네가 x시간 동안 이동한 거리와 채은이네가 $\left(x+\frac{12}{60}\right)$시간, 즉 $\left(x+\frac{1}{5}\right)$시간 동안 이동한 거리가 같으므로

$70x=50\left(x+\frac{1}{5}\right)$

$70x=50x+10,\ 20x=10 \quad \therefore x=\frac{1}{2}$

따라서 민준이네가 이동한 거리는 $70\times\frac{1}{2}=35$(km)이므로 출발 지점에서 캠핑장까지의 거리는 35 km이다.

525 답 ⑤

두 사람이 출발한 지 x시간 후에 만난다고 하면 두 사람이 x시간 동안 이동한 거리의 합은 5 km이므로

$2x+4x=5$

$6x=5$ $\therefore x=\frac{5}{6}$

따라서 오후 1시에 출발하여 $\frac{5}{6}=\frac{50}{60}$(시간), 즉 50분 후에 만나므로 두 사람이 만나는 시각은 오후 1시 50분이다.

526 답 8분 후

주원이와 서진이가 출발한 지 x분 후에 처음으로 만난다고 하면 두 사람이 x분 동안 이동한 거리의 합은 1.2 km, 즉 1200 m이므로

$70x+80x=1200$

$150x=1200$ $\therefore x=8$

따라서 두 사람은 출발한 지 8분 후에 처음으로 다시 만난다.

527 답 ④

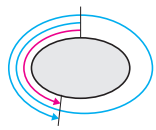
아린이와 현우가 출발한 지 x분 후에 처음으로 만난다고 하면 속력이 빠른 사람, 즉 현우가 속력이 느린 사람, 즉 아린이보다 트랙을 한 바퀴 더 돌았으므로

$55x-30x=400$

$25x=400$ $\therefore x=16$

따라서 두 사람은 출발한 지 16분 후에 처음으로 다시 만난다.

참고 **같은 지점에서 동시에 출발하여 트랙을 같은 방향으로 돌다가 처음으로 다시 만나게 되는 경우**
(두 사람이 이동한 거리의 차)
=(트랙의 둘레의 길이)



528 답 ⑤

기차의 길이를 x m라 하면 이 기차가 길이가 900 m인 다리를 완전히 통과할 때 이동한 거리는 $(900+x)$ m이므로

$\frac{900+x}{38}=25$

$900+x=950$ $\therefore x=50$

따라서 기차의 길이는 50 m이다.

529 답 120 m

터널의 길이를 x m라 하면 두 기차 A, B가 터널을 완전히 통과할 때 이동한 거리는 각각 $(x+200)$ m, $(x+120)$ m이고 두 기차의 속력은 같으므로

$\frac{x+200}{24}=\frac{x+120}{18}$ …… ⓘ

양변에 72를 곱하면

$3(x+200)=4(x+120)$

$3x+600=4x+480$, $-x=-120$

$\therefore x=120$ …… ⓘⓘ

따라서 터널의 길이는 120 m이다. …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 일차방정식 세우기	50 %
ⓘⓘ 일차방정식 풀기	40 %
ⓘⓘⓘ 터널의 길이 구하기	10 %

530 답 ③

기차의 길이를 x m라 하면 이 기차가 길이가 500 m, 900 m인 철교를 완전히 통과할 때 이동한 거리는 각각 $(500+x)$ m, $(900+x)$ m이고 기차의 속력은 일정하므로

$\frac{500+x}{3}=\frac{900+x}{5}$

양변에 15를 곱하면

$5(500+x)=3(900+x)$, $2500+5x=2700+3x$

$2x=200$ $\therefore x=100$

따라서 기차의 길이는 100 m이다.

531 답 ②

집에서 영화관까지의 거리를 x km라 하자.

시간 차는 15분, 즉 $\frac{15}{60}=\frac{1}{4}$(시간)이므로

$\frac{x}{5}-\frac{x}{6}=\frac{1}{4}$

양변에 60을 곱하면

$12x-10x=15$, $2x=15$ $\therefore x=\frac{15}{2}$

따라서 집에서 영화관까지의 거리는 $\frac{15}{2}$ km이다.

532 답 90분

시후가 출발한 지 x시간 후에 두 사람이 처음으로 만난다고 하면 시후가 x시간 동안 이동한 거리와 유나가 $\left(x-\frac{20}{60}\right)$시간, 즉 $\left(x-\frac{1}{3}\right)$시간 동안 이동한 거리의 합은 33 km이므로

$15x+9\left(x-\frac{1}{3}\right)=33$

$15x+9x-3=33$, $24x=36$ $\therefore x=\frac{3}{2}$

따라서 두 사람은 시후가 출발한 지 $\frac{3}{2}=\frac{90}{60}$(시간), 즉 90분 후에 처음으로 다시 만난다.

533 답 ⑤

기차의 길이를 x m라 하면 이 기차가 길이가 1080 m인 터널을 완전히 통과할 때 이동한 거리는 $(1080+x)$ m이고, 길이가 504 m인 다리를 완전히 통과할 때 이동한 거리는 $(504+x)$ m이다.

이때 기차의 속력은 일정하므로

$\frac{1080+x}{32}=\frac{504+x}{16}$

양변에 32를 곱하면

$1080+x=2(504+x)$, $1080+x=1008+2x$

$-x=-72$ $\therefore x=72$

따라서 기차의 길이가 72 m이므로 기차의 속력은 초속 $\frac{504+72}{16}=36$(m)이다.

534 답 ④

전철의 길이를 x m라 하면 이 전철이 길이가 340 m인 철교를 완전히 통과할 때 이동한 거리는 $(340+x)$ m이고, 길이가 1484 m인 터널을 통과하면서 보이지 않는 동안 이동한 거리는 $(1484-x)$ m이다.

이때 전철의 속력은 일정하므로

$\frac{340+x}{24}=\frac{1484-x}{72}$

양변에 72를 곱하면

$3(340+x)=1484-x$

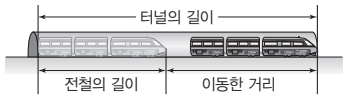
$1020+3x=1484-x$

$4x=464 \quad \therefore x=116$

따라서 전철의 길이는 116 m이다.

참고 전철이 터널을 통과하면서 보이지 않는 동안 이동한 거리는 전철의 맨 뒤가 터널에 들어가기 시작할 때부터 전철의 맨 앞이 터널을 벗어나기 시작할 때까지 이동한 거리이다.

➡ (전철이 보이지 않는 동안 이동한 거리)
=(터널의 길이)−(전철의 길이)



535 답 ③

작년 1학년 남학생 수를 x라 하면 작년 1학년 여학생 수는

$539-x$

올해 1학년 남학생 수는 $x-\frac{4}{100}x$이고 작년 1학년 여학생 수와 같으므로

$x-\frac{4}{100}x=539-x$

$\frac{24}{25}x=539-x,\ \frac{49}{25}x=539$

$\therefore x=275$

따라서 올해 1학년 남학생 수는

$539-275=264$

536 답 ③

3월의 데이터 사용량을 x GB라 하면

4월의 데이터 사용량은

$x-\frac{10}{100}\times x=\frac{9}{10}x$

5월의 데이터 사용량은

$\frac{9}{10}x+\frac{20}{100}\times\frac{9}{10}x=\frac{27}{25}x$

3개월간의 총 데이터 사용량이 14.9 GB이므로

$x+\frac{9}{10}x+\frac{27}{25}x=14.9$

양변에 50을 곱하면

$50x+45x+54x=745$

$149x=745 \quad \therefore x=5$

따라서 4월의 데이터 사용량은

$\frac{9}{10}\times5=\frac{9}{2}$(GB)

537 답 873

작년 여학생 수를 x라 하면 작년 남학생 수는 $1900-x$

증가한 남학생 수는 $\frac{2}{100}\times(1900-x)$

감소한 여학생 수는 $\frac{3}{100}\times x$

전체 학생이 7명 감소했으므로

$\frac{2}{100}\times(1900-x)-\frac{3}{100}\times x=-7$ …… ⓘ

(증가한 남학생 수)−(감소한 여학생 수)

양변에 100을 곱하면

$2(1900-x)-3x=-700$

$-5x+3800=-700$

$-5x=-4500 \quad \therefore x=900$ …… ⓘⓘ

따라서 작년 여학생 수가 900이므로 올해 여학생 수는

$900-\frac{3}{100}\times900=873$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 일차방정식 세우기	50 %
ⓘⓘ 일차방정식 풀기	30 %
ⓘⓘⓘ 올해 여학생 수 구하기	20 %

538 답 188, 253

작년 여자 회원 수를 x라 하면

증가한 여자 회원 수는 $\frac{10}{100}\times x$

증가한 전체 회원 수는 $\frac{5}{100}\times420=21$

감소한 남자 회원은 2명이므로

$\frac{10}{100}\times x-2=21,\ \frac{1}{10}x=23 \quad \therefore x=230$

즉, 작년 여자 회원 수는 230이므로 올해 여자 회원 수는

$230+\frac{10}{100}\times230=253$

따라서 작년 남자 회원 수는 $420-230=190$이므로 올해 남자 회원 수는

$190-2=188$

539 답 ②

한 달 전 아들의 몸무게를 x kg이라 하면 한 달 전 아버지의 몸무게는 $(x+30)$ kg

현재 아버지의 몸무게는

$(x+30)-\frac{5}{100}\times(x+30)=\frac{19}{20}(x+30)$(kg)

현재 아들의 몸무게는

$x+\frac{4}{100}\times x=\frac{26}{25}x$(kg)

현재 아버지와 아들의 몸무게의 합이 128 kg이므로

$\frac{19}{20}(x+30)+\frac{26}{25}x=128$

양변에 100을 곱하면

$95(x+30)+104x=12800$

$199x+2850=12800,\ 199x=9950$

$\therefore x=50$

따라서 한 달 전 아들의 몸무게는 50 kg이다.

540 답 (1) 12000원 (2) 13600원

(1) 바지의 원가를 x원이라 하면

(정가)$=x+\frac{30}{100}x=\frac{13}{10}x$(원)

(판매 가격)$=\frac{13}{10}x-2000$(원)

이때 (판매 가격)$-$(원가)$=$(이익)이므로

$\left(\frac{13}{10}x-2000\right)-x=1600$ …… ⓘ

$\frac{3}{10}x=3600$ $\therefore x=12000$ …… ⓘⓘ

따라서 바지의 원가는 12000원이다. …… ⓘⓘⓘ

(2) (판매 가격)$=$(원가)$+$(이익)이므로 판매 가격은

$12000+1600=13600$(원) …… ⓘⓥ

채점 기준	
ⓘ 일차방정식 세우기	40 %
ⓘⓘ 일차방정식 풀기	30 %
ⓘⓘⓘ 원가 구하기	10 %
ⓘⓥ 판매 가격 구하기	20 %

541 답 ①

도매 시장에서 구입한 가방 1개의 가격을 x원이라 하면

40 %의 이익은 $\frac{40}{100}x=\frac{2}{5}x$(원)

20 %의 이익은 $\frac{20}{100}x=\frac{1}{5}x$(원)

이익이 86400원이므로

$30\times\frac{4}{5}\times\frac{2}{5}x+30\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}x=86400$

$\frac{54}{5}x=86400$ $\therefore x=8000$

따라서 처음 도매 시장에서 구입한 가방 1개의 가격은 8000원이다.

542 답 18000원

키보드의 원가를 x원이라 하면

(정가)$=x+\frac{25}{100}x=\frac{5}{4}x$(원)

(판매 가격)$=\frac{5}{4}x-2700$(원)

이때 (판매 가격)$-$(원가)$=$(이익)이므로

$\left(\frac{5}{4}x-2700\right)-x=\frac{10}{100}x$

$\frac{1}{4}x-2700=\frac{1}{10}x$

양변에 20을 곱하면

$5x-54000=2x$, $3x=54000$

$\therefore x=18000$

따라서 키보드의 원가는 18000원이다.

543 답 ②

쿠키의 원가를 x원이라 하면

(정가)$=x+\frac{60}{100}x=\frac{8}{5}x$(원)

(판매 가격)$=\frac{8}{5}x-\frac{20}{100}\times\frac{8}{5}x=\frac{32}{25}x$(원)

이때 (판매 가격)$-$(원가)$=$(이익)이므로

$\frac{32}{25}x-x=560$

$\frac{7}{25}x=560$ $\therefore x=2000$

따라서 쿠키의 원가는 2000원이다.

544 답 200000원

상품의 정가를 x원이라 하면

쇼핑몰 A에서 40 % 할인한 가격은

$x-\frac{40}{100}x=\frac{3}{5}x$(원)

추가로 20 % 할인한 가격은

$\frac{3}{5}x-\frac{20}{100}\times\frac{3}{5}x=\frac{12}{25}x$(원)

쇼핑몰 B에서 55 % 할인한 가격은

$x-\frac{55}{100}x=\frac{9}{20}x$(원)

두 쇼핑몰의 판매 가격의 차가 6000원이므로

$\frac{12}{25}x-\frac{9}{20}x=6000$

양변에 100을 곱하면

$48x-45x=600000$

$3x=600000$ $\therefore x=200000$

따라서 상품의 정가는 200000원이다.

545 답 ①

과학 교실에 참가한 학생 수를 x라 하면

3권씩 나누어 줄 때의 공책의 권수는 $3x+7$

5권씩 나누어 줄 때의 공책의 권수는 $5x-15$

이때 공책의 권수는 일정하므로

$3x+7=5x-15$

$-2x=-22$ $\therefore x=11$

따라서 과학 교실에 참가한 학생 수는 11이다.

546 답 6개

사탕을 받을 학생 수를 x라 하면

4개씩 나누어 줄 때의 사탕의 개수는 $4x+10$

7개씩 나누어 줄 때의 사탕의 개수는 $7x-14$

이때 사탕의 개수는 일정하므로

$4x+10=7x-14$

$-3x=-24$ $\therefore x=8$

즉, 학생 수는 8이므로 사탕의 개수는

$4\times8+10=42$

6개씩 나누어 줄 때 필요한 사탕의 개수는

$6\times8=48$

따라서 6개씩 나누어 주면 $48-42=6$(개)가 부족하다.

547 답 ⑤

강당에 있는 의자의 개수를 x라 하면

한 의자에 4명씩 앉을 때의 학생 수는 $4x+5$

한 의자에 5명씩 앉을 때의 학생 수는 $5(x-1)+3$

이때 학생 수는 일정하므로

$4x+5=5(x-1)+3$

$4x+5=5x-2,\ -x=-7$

$\therefore\ x=7$

따라서 강당에 있는 의자의 개수는 7이다.

548 답 ④

스티커를 받을 친구의 수를 x라 하면

9개씩 나누어 줄 때의 스티커의 개수는 $9x+15$

11개씩 나누어 줄 때의 스티커의 개수는 $11(x-1)+2$

이때 스티커의 개수는 일정하므로

$9x+15=11(x-1)+2$

$9x+15=11x-9,\ -2x=-24$

$\therefore\ x=12$

따라서 처음에 가지고 있던 스티커의 개수는

$9\times12+15=123$

549 답 ③

의자의 개수를 x라 하면

한 의자에 5명씩 앉을 때의 학생 수는 $5x+6$

한 의자에 6명씩 앉을 때의 학생 수는 $6(x-3)+4$

이때 학생 수는 일정하므로

$5x+6=6(x-3)+4$

$5x+6=6x-14,\ -x=-20$

$\therefore\ x=20$

따라서 학생 수는

$5\times20+6=106$

550 답 ③

전체 청소의 양을 1이라 하면 형과 동생이 1시간 동안 하는 청소의 양은 각각 $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{9}$이다.

형과 동생이 함께 x시간 동안 청소하여 대청소를 끝냈다고 하면

$\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{9}\right)\times x=1$

$\frac{5}{18}x=1 \qquad \therefore\ x=\frac{18}{5}$

$\frac{18}{5}=3\frac{3}{5}=3\frac{36}{60}$(시간)

따라서 대청소를 끝내는 데 $\frac{18}{5}$시간, 즉 3시간 36분이 걸리므로 오전 10시에 시작하여 오후 1시 36분에 끝난다.

참고 어떤 일을 혼자서 완성하는 데 x시간이 걸린다.

➡ 전체 일의 양을 1이라 하면 1시간 동안 하는 일의 양은 $\frac{1}{x}$이다.

551 답 4시간

전체 작업의 양을 1이라 하면 예서와 현준이가 1시간 동안 하는 작업의 양은 각각 $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{8}$이다.

둘이 함께 작업한 시간을 x시간이라 하면

$\frac{1}{12}\times2+\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{8}\right)\times x=1$

$\frac{1}{6}+\frac{5}{24}x=1$

양변에 24를 곱하면

$4+5x=24,\ 5x=20$

$\therefore\ x=4$

따라서 둘이 함께 4시간 동안 작업했다.

552 답 ④

전체 문서의 양을 1이라 하면 지민이와 서연이가 하루에 입력하는 문서의 양은 각각 $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{10}$이다.

서연이가 x일 동안 작업했다고 하면 지민이는 $(x-5)$일 동안 작업했으므로

$\frac{1}{15}\times(x-5)+\frac{1}{10}\times x=1$

양변에 30을 곱하면

$2(x-5)+3x=30,\ 5x=40$

$\therefore\ x=8$

따라서 서연이가 작업한 기간은 8일이다.

553 답 2시간

전체 일의 양을 1이라 하면 지유와 규영이가 1시간 동안 하는 일의 양은 각각 $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$이다.

규영이가 혼자 일한 시간을 x시간이라 하면

$\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)\times\frac{2}{3}\times2+\frac{1}{5}\times x=1$ …… ⓘ

$\frac{3}{5}+\frac{1}{5}x=1,\ \frac{1}{5}x=\frac{2}{5}$

$\therefore\ x=2$ …… ⓘⓘ

따라서 규영이가 혼자 일한 시간은 2시간이다. …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 일차방정식 세우기	50 %
ⓘⓘ 일차방정식 풀기	40 %
ⓘⓘⓘ 규영이가 혼자 일한 시간 구하기	10 %

554 답 ④

물통에 가득 찬 물의 양을 1이라 하면 두 호스 A, B로 1시간 동안 각각 $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$의 물을 채울 수 있고, 호스 C로 1시간 동안 $\frac{1}{6}$의 물을 내보낼 수 있다.

물통에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간을 x시간이라 하면

$\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{8}-\frac{1}{6}\right)\times x=1$

$\frac{5}{24}x=1 \qquad \therefore\ x=\frac{24}{5}$

따라서 물통에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간은 $\frac{24}{5}$시간, 즉 4시간 48분이다.

$\frac{24}{5}=4\frac{4}{5}=4\frac{48}{60}$(시간)

555 답 250분

사장님이 빵 반죽 90개를 만드는 데 1시간, 즉 60분이 걸리므로 1분 동안 만들 수 있는 빵 반죽은

$\frac{90}{60}=\frac{3}{2}$(개)

수제자가 빵 반죽 90개를 만드는 데 1시간 40분, 즉 100분이 걸리므로 1분 동안 만들 수 있는 빵 반죽은

$\frac{90}{100}=\frac{9}{10}$(개)

사장님과 수제자가 함께 빵 반죽 600개를 만드는 데 걸리는 시간을 x분이라 하면

$\left(\frac{3}{2}+\frac{9}{10}\right)\times x=600$

$\frac{12}{5}x=600$ $\therefore x=250$

따라서 둘이 함께 빵 반죽 600개를 만드는 데 걸리는 시간은 250분이다.

556 답 20

오른쪽 그림과 같이 5개의 수 중 가운데에 있는 수를 x라 하면

	$x-7$	
$x-1$	x	$x+1$
	$x+7$	

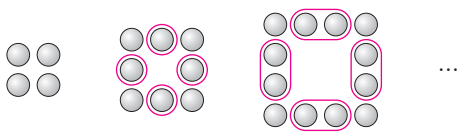
$(x-7)+(x-1)+x+(x+1)+(x+7)$

$=100$

$5x=100$ $\therefore x=20$

따라서 5개의 수 중 가운데에 있는 수는 20이다.

557 답 ②



[1단계] [2단계] [3단계] …

각 단계에 필요한 바둑돌의 개수는 다음과 같다.

[1단계] ➡ 4

[2단계] ➡ $4+1\times4$

[3단계] ➡ $4+2\times4$

[4단계] ➡ $4+3\times4$

⋮

[n단계] ➡ $4+(n-1)\times4=4n$

이때 120개의 바둑돌을 사용하면

$4n=120$ $\therefore n=30$

따라서 120개의 바둑돌을 모두 사용하면 30단계의 정사각형을 만들 수 있다.

558 답 ③

정삼각형을 만드는 데 필요한 성냥개비의 개수는 다음과 같다.

정삼각형 1개 ➡ 3

정삼각형 2개 ➡ $3+2$

정삼각형 3개 ➡ $3+2+2=3+2\times2$

정삼각형 4개 ➡ $3+2+2+2=3+2\times3$

⋮

정삼각형 n개 ➡ $3+2\times(n-1)=2n+1$

이때 55개의 성냥개비를 사용하면

$2n+1=55$, $2n=54$ $\therefore n=27$

따라서 55개의 성냥개비를 모두 사용하여 만들 수 있는 정삼각형의 개수는 27이다.

559 답 14단계

각 단계에 필요한 성냥개비의 개수는 다음과 같다.

[1단계] ➡ 4

[2단계] ➡ $4+3+3=4+3\times2$

[3단계] ➡ $4+3+3+3+3=4+\underline{3\times4}$ ($3\times2\times2$)

[4단계] ➡ $4+3+3+3+3+3+3=4+\underline{3\times6}$ ($3\times2\times3$)

⋮

[n단계] ➡ $4+3\times2(n-1)=6n-2$

이때 82개의 성냥개비를 사용하면

$6n-2=82$, $6n=84$ $\therefore n=14$

따라서 82개의 성냥개비를 모두 사용하면 14단계의 도형을 만들 수 있다.

최고수준 도전 기출 116~117쪽

560 답 ①

최저 합격 점수를 x점이라 하면

합격자의 평균은 $(x+15)$점

불합격자의 평균은 $(x-30)$점

합격자는 60명, 불합격자는 40명이고 전체 평균이 78점이므로

$\frac{60(x+15)+40(x-30)}{100}=78$

$\frac{100x-300}{100}=78$, $x-3=78$ $\therefore x=81$

따라서 최저 합격 점수는 81점이다.

561 답 61초 후

x초 후에 사다리꼴 ABCP의 넓이가 처음으로 1820 cm²가 된다고 하면 점 P가 매초 2 cm의 속력으로 움직이므로 x초 후에 점 P가 움직인 거리는 $2x$ cm

점 P가 변 CD 위에 있으므로 선분 CP의 길이는

$2x-40-70=2x-110$(cm)

즉, $\frac{1}{2}\times\{40+(2x-110)\}\times70=1820$이므로

$70x-2450=1820$, $70x=4270$ $\therefore x=61$

따라서 사다리꼴 ABCP의 넓이가 처음으로 1820 cm²가 되는 것은 61초 후이다.

다른 풀이

선분 CP의 길이를 x cm라 하면

$\frac{1}{2}\times(40+x)\times70=1820$

$1400+35x=1820$, $35x=420$ $\therefore x=12$

따라서 점 P가 움직인 거리는

(선분 AB의 길이)+(선분 BC의 길이)+(선분 CP의 길이)

$=40+70+12=122$(cm)

이때 점 P는 매초 2 cm의 속력으로 움직이므로 사다리꼴 ABCP의 넓이가 처음으로 1820 cm²가 되는 것은 $\frac{122}{2}=61$(초) 후이다.

562 답 ②

A, B 두 트럭에 실린 짐의 무게를 각각 $5x$ kg, $3x$ kg이라 하자.

A 트럭에서 B 트럭으로 900 kg의 짐을 옮기면 A, B 두 트럭에 실린 짐의 무게는

A 트럭: $(5x-900)$ kg

B 트럭: $(3x+900)$ kg

B 트럭에 실린 짐의 $\frac{1}{3}$을 A 트럭으로 옮기면 A, B 두 트럭에 실린 짐의 무게는

A 트럭: $\left\{5x-900+\frac{1}{3}\times(3x+900)\right\}$ kg

B 트럭: $\frac{2}{3}\times(3x+900)$ kg

A 트럭에 실린 짐의 무게는 B 트럭에 실린 짐의 무게의 2배이므로

$5x-900+\frac{1}{3}\times(3x+900)=2\times\frac{2}{3}\times(3x+900)$

$6x-600=4x+1200$

$2x=1800$ $\therefore x=900$

따라서 처음 A 트럭에 실린 짐의 무게는

$5\times900=4500$(kg)

563 답 ⑤

전략 A 지점에서 B 지점으로 갈 때는 강물이 같은 방향으로 흐르고, B 지점에서 A 지점으로 갈 때는 강물이 반대 방향으로 흐르고 있음을 이용하여 속력을 구한다.

(A 지점에서 B 지점으로 갈 때의 속력)

=(배의 속력)+(강물의 속력)

$=8+2=10$(km/h)

(B 지점에서 A 지점으로 갈 때의 속력)

=(배의 속력)−(강물의 속력)

$=8-2=6$(km/h)

두 지점 A, B 사이의 거리를 x km라 하면

$\frac{x}{10}+\frac{x}{6}=4$

양변에 30을 곱하면

$3x+5x=120$, $8x=120$ $\therefore x=15$

따라서 두 지점 A, B 사이의 거리는 15 km이다.

564 답 ②

승우가 종이학 3개를 만드는 데 10분이 걸리므로 1분 동안 만들 수 있는 종이학은 $\frac{3}{10}$개이다.

나은이가 종이학 4개를 만드는 데 8분이 걸리므로 1분 동안 만들 수 있는 종이학은 $\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$(개)이다.

두 사람이 함께 만드는 시간을 x분이라 하면

$\frac{3}{10}\times30+\frac{1}{2}\times30+\left(\frac{3}{10}+\frac{1}{2}\right)\times x=40$

$9+15+\frac{4}{5}x=40$, $\frac{4}{5}x=16$

$\therefore x=20$

따라서 종이학의 개수의 총합이 40이 되는 것은 두 사람이 함께 만들기 시작한 지 20분 후이다.

565 답 285

작년의 여자 자원봉사자 수를 x라 하면

올해의 여자 자원봉사자 수는 $x-\frac{5}{100}x=\frac{19}{20}x$

내년의 여자 자원봉사자 수는 $\frac{19}{20}x+\frac{25}{100}\times\frac{19}{20}x=\frac{19}{16}x$

작년의 남자 자원봉사자 수는 $430-x$이므로 올해와 내년의 남자 자원봉사자 수는

$(430-x)+\frac{10}{100}\times(430-x)=\frac{11}{10}(430-x)$

내년의 자원봉사자 수는 $430+64=494$이므로

$\frac{19}{16}x+\frac{11}{10}(430-x)=494$

양변에 80을 곱하면

$95x+88(430-x)=39520$

$95x+37840-88x=39520$

$7x=1680$ $\therefore x=240$

따라서 내년의 여자 자원봉사자 수는

$\frac{19}{16}\times240=285$

566 답 19장

전략 색종이 n장을 이어 붙인 도형의 둘레의 길이는 색종이 n장의 둘레의 길이에서 겹쳐진 부분의 둘레의 길이를 뺀 것과 같다.

한 변의 길이가 8인 정사각형 모양의 색종이 $n(n\geq2)$장을 이어 붙인다고 하자.

색종이 n장의 둘레의 길이는

$8\times4\times n=32n$

겹쳐지는 부분의 둘레의 길이는

$4\times4\times(n-1)=16n-16$

따라서 색종이 n장을 이어 붙인 도형의 둘레의 길이는

$32n-(16n-16)=16n+16$

이때 둘레의 길이가 320이 되려면

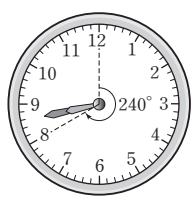
$16n+16=320$

$16n=304$ $\therefore n=19$

따라서 색종이 19장을 이어 붙이면 된다.

567 답 ④

오른쪽 그림과 같이 8시 x분에 시침과 분침이 일치한다고 하면 x분 동안 분침과 시침이 이동한 각도는 각각 $6x°$, $0.5x°$이므로



$6x=240+0.5x$

$5.5x=240$

양변에 10을 곱하면

$55x=2400$ $\therefore x=\frac{480}{11}$

따라서 구하는 시각은 8시 $\frac{480}{11}$분이다.

참고 시계에서 시침과 분침이 움직이는 각도

① 분침은 1시간에 360°씩 움직이므로 1분에 $\frac{360°}{60}=6°$씩 움직인다.

② 시침은 1시간에 30°씩 움직이므로 1분에 $\frac{30°}{60}=0.5°$씩 움직인다.

08 좌표와 그래프

난이도별 필수 기출 120~128쪽

568 답 $(-2, -9), (-2, 9), (2, -9), (2, 9)$

$|a|=2$이므로 $a=-2$ 또는 $a=2$

$|b|=9$이므로 $b=-9$ 또는 $b=9$

따라서 구하는 순서쌍은

$(-2, -9), (-2, 9), (2, -9), (2, 9)$

569 답 ⑤

$2+a=5$에서 $a=3$

$3=2b-7$에서 $10=2b$ $\therefore b=5$

$\therefore a+b=3+5=8$

570 답 ③

① A(3, 4)

② B(2, −2)

④ D(−3, 1)

⑤ E(0, 3)

따라서 옳은 것은 ③이다.

571 답 ④

572 답 $(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)$

$8=2+6=3+5=4+4$이므로 두 눈의 수의 합이 8인 순서쌍은

$(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)$

573 답 6

$3a-1=a+9$에서 $2a=10$ $\therefore a=5$

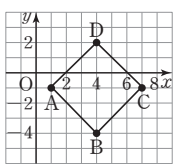
$a+1=4-2b$에서 $a=5$를 대입하면

$6=4-2b$, $2=-2b$ $\therefore b=-1$

$\therefore a-b=5-(-1)=6$

574 답 (4, 2)

네 점 A(1, −1), B(4, −4), C(7, −1), D를 꼭짓점으로 하는 정사각형 ABCD를 좌표평면 위에 그리면 오른쪽 그림과 같으므로 꼭짓점 D의 좌표는 (4, 2)이다.



575 답 ⑤

점 $(2a-1, 2a+6)$이 y축 위의 점이므로

$2a-1=0$, $2a=1$

$\therefore a=\frac{1}{2}$

따라서 주어진 점의 y좌표는

$2a+6=2\times\frac{1}{2}+6=7$

576 답 5

점 $(a+3, a-2)$가 x축 위의 점이므로

$a-2=0$ $\therefore a=2$

점 $(9-3b, b+4)$가 y축 위의 점이므로

$9-3b=0$, $9=3b$ $\therefore b=3$

$\therefore a+b=2+3=5$

577 답 $(-3, -1)$

점 A$(a-7, 2b+4)$가 x축 위의 점이므로

$2b+4=0$, $2b=-4$

$\therefore b=-2$ …… ⓘ

점 B$(3a-12, b+1)$이 y축 위의 점이므로

$3a-12=0$, $3a=12$

$\therefore a=4$ …… ⓘⓘ

점 A의 x좌표는 $a-7=4-7=-3$

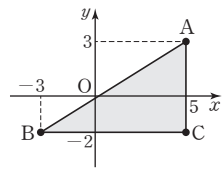
점 B의 y좌표는 $b+1=-2+1=-1$

따라서 구하는 점의 좌표는 $(-3, -1)$이다. …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ b의 값 구하기	30 %
ⓘⓘ a의 값 구하기	30 %
ⓘⓘⓘ 점 A와 x좌표가 같고 점 B와 y좌표가 같은 점의 좌표 구하기	40 %

578 답 ④

세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



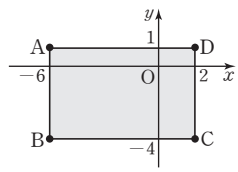
따라서 삼각형 ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\{5-(-3)\}\times\{3-(-2)\}$

$=\frac{1}{2}\times8\times5=20$

579 답 40

네 점 A, B, C, D를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



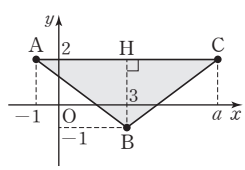
따라서 사각형 ABCD의 넓이는

$\{2-(-6)\}\times\{1-(-4)\}=8\times5$

$=40$

580 답 7

세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다. …… ⓘ



이때 삼각형 ABC의 밑변을 선분 AC, 높이를 선분 BH라 하면

(선분 AC의 길이)$=a-(-1)=a+1$

(선분 BH의 길이)$=2-(-1)=3$ …… ⓘⓘ

삼각형 ABC의 넓이가 12이므로

$\frac{1}{2}\times(a+1)\times3=12$

$a+1=8$ $\therefore a=7$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내기	20 %
ⓘⓘ 삼각형의 밑변의 길이와 높이 구하기	40 %
ⓘⓘⓘ a의 값 구하기	40 %

581 답 ①

점 B$(b-a,\ 1-b)$가 x축 위의 점이므로

$1-b=0$ $\therefore b=1$

점 D$(2b+1,\ a-2b)$가 x축 위의 점이므로

$a-2b=0$

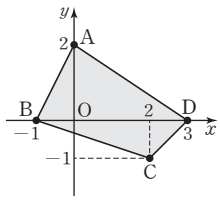
$b=1$을 대입하면 $a-2=0$ $\therefore a=2$

즉, 네 점 A, B, C, D의 좌표는

A$(0,\ 2)$, B$(-1,\ 0)$, C$(2,\ -1)$,

D$(3,\ 0)$

이므로 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 사각형 ABCD의 넓이는 두 삼각형 ABD, BCD의 넓이의 합과 같으므로

$\frac{1}{2}\times\{3-(-1)\}\times2+\frac{1}{2}\times\{3-(-1)\}\times1$

$=\frac{1}{2}\times4\times2+\frac{1}{2}\times4\times1$

$=4+2=6$

582 답 ⑤

① 제3사분면 위의 점

② 제2사분면 위의 점

③ x축 위의 점이므로 어느 사분면에도 속하지 않는다.

④ 제1사분면 위의 점

따라서 제4사분면 위의 점은 ⑤이다.

583 답 ③

① $(6,\ 1)$ – 제1사분면

② $(-2,\ 7)$ – 제2사분면

④ $(0,\ 10)$ – 어느 사분면에도 속하지 않는다.

⑤ $(4,\ -5)$ – 제4사분면

따라서 바르게 짝 지어진 것은 ③이다.

584 답 ②, ⑤

① y축 위에 있는 점의 x좌표는 0이다.

③ 점 $(0,\ 0)$은 어느 사분면에도 속하지 않는다.

④ 점 $(1,\ -5)$는 제4사분면, 점 $(-5,\ 1)$은 제2사분면 위에 있다.

따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다.

585 답 제1사분면

점 $(a+1,\ 4-b)$가 x축 위의 점이므로

$4-b=0$ $\therefore b=4$

점 $(2a-6,\ a+b)$가 y축 위의 점이므로

$2a-6=0$, $2a=6$ $\therefore a=3$

따라서 점 $(3,\ 4)$는 제1사분면 위의 점이다.

586 답 ④

$a>0$, $b>0$이므로 $a+b>0$, $-ab<0$

따라서 점 $(a+b,\ -ab)$는 제4사분면 위의 점이다.

587 답 제3사분면

점 $(a,\ b)$가 제2사분면 위의 점이므로

$a<0$, $b>0$ …… ⓘ

따라서 $-b<0$, $a<0$이므로 점 $(-b,\ a)$는 제3사분면 위의 점이다. …… ⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ a, b의 부호 구하기	50 %
ⓘⓘ 점 $(-b,\ a)$가 속하는 사분면 구하기	50 %

588 답 ②

점 $(-a,\ b)$가 제4사분면 위의 점이므로

$-a>0$, $b<0$ $\therefore a<0$, $b<0$

따라서 $a<0$, $\frac{a}{b}>0$이므로 점 $\left(a,\ \frac{a}{b}\right)$는 제2사분면 위의 점이다.

589 답 ①, ⑤

점 $(a,\ b)$가 제3사분면 위의 점이므로

$a<0$, $b<0$

① $a<0$, $-b>0$이므로 점 $(a,\ -b)$는 제2사분면 위의 점이다.

② $-b>0$, $-a>0$이므로 점 $(-b,\ -a)$는 제1사분면 위의 점이다.

③ $b<0$, $a+b<0$이므로 점 $(b,\ a+b)$는 제3사분면 위의 점이다.

④ $ab>0$, $a<0$이므로 점 $(ab,\ a)$는 제4사분면 위의 점이다.

⑤ $a+b<0$, $-a-b>0$이므로 점 $(a+b,\ -a-b)$는 제2사분면 위의 점이다.

따라서 제2사분면 위의 점은 ①, ⑤이다.

590 답 ②

점 $(a,\ -b)$가 제1사분면 위의 점이므로

$a>0$, $-b>0$ $\therefore a>0$, $b<0$

ㄱ. $a+b$의 부호는 알 수 없다.

ㄷ. $\frac{a}{b}<0$

따라서 항상 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

591 답 ③

점 P$(a,\ b)$가 제4사분면 위의 점이므로

$a>0$, $b<0$

ㄴ. $a-b>0$, $a>0$이므로 점 $(a-b,\ a)$는 제1사분면 위에 있다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

592 답 24

점 A$(4,\ -3)$과 x축에 대하여 대칭인 점의 좌표는

B$(4,\ 3)$ $\therefore a=4$, $b=3$ …… ⓘ

점 A$(4,\ -3)$과 원점에 대하여 대칭인 점의 좌표는

C$(-4,\ 3)$ $\therefore c=-4$, $d=3$ …… ⓘⓘ

$\therefore\ ab-cd=4\times3-(-4)\times3$

$=12-(-12)=24$ …… ㉲

채점 기준	
㉠ a, b의 값 구하기	40 %
㉡ c, d의 값 구하기	40 %
㉲ $ab-cd$의 값 구하기	20 %

593 답 ②

점 A$(2a,\ 7-2b)$와 y축에 대하여 대칭인 점의 좌표는

$(-2a,\ 7-2b)$

따라서 점 $(-2a,\ 7-2b)$는 점 B$(a+3,\ b-2)$와 같으므로

$-2a=a+3$에서 $-3a=3$

$\therefore\ a=-1$

$7-2b=b-2$에서 $-3b=-9$

$\therefore\ b=3$

$\therefore\ a+b=-1+3=2$

594 답 ④

$ab<0$이므로

$a>0,\ b<0$ 또는 $a<0,\ b>0$

이때 $b-a<0$이므로 $a>0,\ b<0$

따라서 점 $(a,\ b)$는 제4사분면 위의 점이다.

595 답 ④

$\frac{a}{b}<0$이므로

$a>0,\ b<0$ 또는 $a<0,\ b>0$

이때 $a<b$이므로 $a<0,\ b>0$

따라서 $a-b<0,\ -b<0$이므로 점 $(a-b,\ -b)$는 제3사분면 위의 점이다.

즉, 점 $(a-b,\ -b)$와 같은 사분면 위의 점은 ④이다.

596 답 제4사분면

점 $(-ab,\ 2a)$가 제2사분면 위의 점이므로

$-ab<0,\ 2a>0$ …… ㉠

$2a>0$에서 $a>0$

$-ab<0$에서 $a>0$이므로 $b>0$ …… ㉡

따라서 $\frac{a}{b}>0,\ -a-b<0$이므로 점 $\left(\frac{a}{b},\ -a-b\right)$는 제4사분면 위의 점이다. …… ㉢

채점 기준	
㉠ $-ab$, $2a$의 부호 구하기	30 %
㉡ a, b의 부호 구하기	40 %
㉢ 점 $\left(\frac{a}{b},\ -a-b\right)$가 속하는 사분면 구하기	30 %

597 답 2

점 $\left(a-b,\ \frac{2a}{b}\right)$가 제3사분면 위의 점이므로

$a-b<0,\ \frac{2a}{b}<0$

$\frac{2a}{b}<0$에서

$a>0,\ b<0$ 또는 $a<0,\ b>0$

이때 $a-b<0$이므로 $a<0,\ b>0$

ㄱ. $a<0,\ b>0$이므로 점 $(a,\ b)$는 제2사분면 위의 점이다.

ㄴ. $b>0,\ a<0$이므로 점 $(b,\ a)$는 제4사분면 위의 점이다.

ㄷ. $a^2>0,\ b>0$이므로 점 $(a^2,\ b)$는 제1사분면 위의 점이다.

ㄹ. $-b<0,\ \frac{ab}{2}<0$이므로 점 $\left(-b,\ \frac{ab}{2}\right)$는 제3사분면 위의 점이다.

ㅁ. $b-a>0,\ a^2b>0$이므로 점 $(b-a,\ a^2b)$는 제1사분면 위의 점이다. ($a^2>0,\ b>0$이므로 $a^2b>0$)

ㅂ. $-ab>0,\ a+ab<0$이므로 점 $(-ab,\ a+ab)$는 제4사분면 위의 점이다. ($a<0,\ ab<0$이므로 $a+ab<0$)

따라서 점 $(5,\ 1)$과 같은 사분면, 즉 제1사분면 위의 점은 ㄷ, ㅁ의 2개이다.

598 답 ②

㈎에서 점 B는 제1사분면 위의 점이므로 $a>0$

㈏에서 선분 AB의 길이가 5이므로

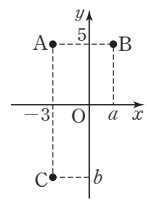
$a-(-3)=5$ $\therefore\ a=2$

㈎에서 점 C는 제3사분면 위의 점이므로 $b<0$

㈐에서 선분 AC의 길이가 11이므로

$5-b=11$ $\therefore\ b=-6$

$\therefore\ ab=2\times(-6)=-12$



599 답 15

점 B는 제3사분면 위에 있으므로 x좌표와 y좌표가 모두 음수이다.

이때 x좌표와 y좌표의 절댓값이 각각 2이므로

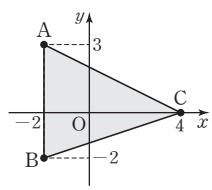
B$(-2,\ -2)$

세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.

따라서 삼각형 ABC의 넓이는

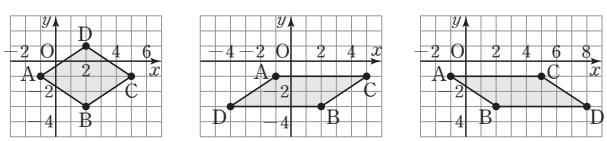
$\frac{1}{2}\times\{3-(-2)\}\times\{4-(-2)\}$

$=\frac{1}{2}\times5\times6=15$



600 답 ②

네 점 A, B, C, D를 꼭짓점으로 하는 평행사변형을 구하면 다음과 같다.



따라서 점 D가 속하지 않는 사분면은 제2사분면이다.

601 답 ④

$a<0,\ b>0,\ |a|>|b|$이므로

$b-a>0,\ a+b<0$

따라서 점 $(b-a,\ a+b)$는 제4사분면 위의 점이다.

602 답 ③

점 (a, b)가 제2사분면 위의 점이므로

$a<0$, $b>0$

점 (c, d)가 제4사분면 위의 점이므로

$c>0$, $d<0$

① $ab<0$, $cd<0$이므로 점 (ab, cd)는 제3사분면 위의 점이다.

② $ac<0$, $d-b<0$이므로 점 $(ac, d-b)$는 제3사분면 위의 점이다.

③ $a-c<0$, $-bd>0$이므로 점 $(a-c, -bd)$는 제2사분면 위의 점이다.

④ $ac+bd<0$, $a<0$이므로 점 $(ac+bd, a)$는 제3사분면 위의 점이다. ($ac<0$, $bd<0$이므로 $ac+bd<0$)

⑤ $a+d<0$, $ab+cd<0$이므로 점 $(a+d, ab+cd)$는 제3사분면 위의 점이다. ($ab<0$, $cd<0$이므로 $ab+cd<0$)

따라서 점이 속하는 사분면이 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.

603 답 ⑤

점 (a, ab)가 제3사분면 위의 점이므로

$a<0$, $ab<0$ $\therefore a<0$, $b>0$

점 $(-cd, d)$가 제4사분면 위의 점이므로

$-cd>0$, $d<0$ $\therefore c>0$, $d<0$

① $b>0$, $c-a>0$이므로 점 $(b, c-a)$는 제1사분면 위의 점이다.

② $ad>0$, $c>0$이므로 점 (ad, c)는 제1사분면 위의 점이다.

③ $b+c>0$, $a+d<0$이므로 점 $(b+c, a+d)$는 제4사분면 위의 점이다.

④ $\frac{a}{c}<0$, $d-b<0$이므로 점 $\left(\frac{a}{c}, d-b\right)$는 제3사분면 위의 점이다.

⑤ $bd<0$, $b-a>0$이므로 점 $(bd, b-a)$는 제2사분면 위의 점이다.

따라서 제2사분면 위의 점은 ⑤이다.

604 답 15

$a=40$, $b=65-40=25$이므로

$a-b=40-25=15$

605 답 ④

택시가 ❶ 일정한 속력으로 가다가 손님을 태우기 위해 ❷ 잠시 동안 멈춘 후 ❸ 다시 출발하여 이전과 같은 속력으로 움직였다.

❶ 속력이 일정하다.

❷ 속력이 점점 감소하여 잠시 동안 0이 된다.

❸ 속력이 점점 증가하여 이전과 같은 속력으로 일정하다.

따라서 상황을 가장 잘 나타낸 그래프로 알맞은 것은 ④이다.

606 답 ㄴ, ㄷ

ㄴ. 주스의 높이가 낮아지는 구간이 3번 있으므로 세 번에 나누어 마셨다.

ㄷ. 주스의 높이가 0이 되었으므로 남아 있는 주스가 없다.

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

607 답 ②, ⑤

① 드론이 가장 높이 올라갔을 때의 지면으로부터의 높이는 20 m이다.

③ 드론의 지면으로부터의 높이가 8 m가 되는 경우는 총 4번이다.

④ 드론의 높이가 낮아지다가 다시 높아지는 것은 드론을 날린 지 6분 후이다.

⑤ 드론을 날린 지 4분 후와 18분 후의 지면으로부터의 높이는 12 m로 같다.

따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다.

608 답 ⑤

② 15−9=6(분)

④ 걸어간 거리의 총합은 300+300+450+150=1200(m)

즉, 걸어간 거리의 총합은 1.2 km이다.

⑤ 집으로부터 450 m 떨어진 지점, 즉 영화관으로부터 150 m 떨어진 지점에서 3분간 머물렀다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

609 답 (1) 35 m (2) 12분

610 답 ③

③ 세진이는 출발한 지 20분 후에 현범이와 만났다.

611 답 (1) 시현 (2) 정후, 세영, 시현 (3) 30분 후

(1) 달리기 시작한 지 10분 후에 달린 거리가 가장 긴 사람은 시현이므로 가장 선두에 달린 사람은 시현이다.

(2) 달린 거리가 4 km에 먼저 도달하는 사람은 순서대로 정후, 세영, 시현이다.

(3) 정후의 그래프와 시현이의 그래프가 만나는 때는 달리기 시작한 지 30분 후이다.

612 답 ②

로봇 청소기가 출발한 후 다시 출발점으로 돌아오는 데 걸린 시간은 50초이므로 두 지점 사이를 한 번 왕복하는 데 50초가 걸린다.

이때 40분은 $40\times60=2400$(초)이므로

$\frac{2400}{50}=48$(번)

따라서 로봇 청소기는 40분 동안 두 지점 사이를 모두 48번 왕복할 수 있다.

613 답 A−ㄷ, B−ㄱ, C−ㄴ

용기의 폭이 넓을수록 같은 시간 동안 물의 높이가 느리게 증가하므로 각 용기에 해당하는 그래프는

A−ㄷ, B−ㄱ, C−ㄴ

614 답 ②

주어진 용기의 아랫부분은 폭이 일정하면서 넓고 윗부분은 폭이 일정하면서 좁으므로 물의 높이는 일정하게 증가하다가 어느 순간부터 이전보다 빠르면서 일정하게 증가한다.

따라서 그래프로 알맞은 것은 ②이다.

615 답 ④

주어진 물통의 폭이 위로 갈수록 좁아지므로 물의 높이는 점점 빠르게 증가한다.
따라서 그래프로 알맞은 것은 ④이다.

616 답 ④

주어진 그래프에서 물의 높이가 일정하게 증가하다가 어느 순간부터 점점 느리게 증가하므로 그릇의 아랫부분은 폭이 일정하고 윗부분은 폭이 위로 갈수록 넓어진다.
따라서 그릇의 모양으로 알맞은 것은 ④이다.

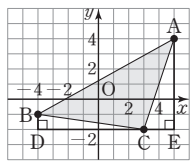
617 답 ㄹ

주어진 물병의 아랫부분은 폭이 위로 갈수록 좁아지고 윗부분은 폭이 위로 갈수록 넓어지므로 물의 높이는 점점 빠르게 증가하다가 점점 느리게 증가한다.
따라서 그래프로 알맞은 것은 ㄹ이다.

최고수준 도전 기출 129쪽

618 답 ⑤

세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로



(삼각형 ABC의 넓이)
=(사각형 ABDE의 넓이)
−(삼각형 ACE의 넓이)
−(삼각형 BDC의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times[\{(-1)-(-2)\}+\{4-(-2)\}]\times\{5-(-4)\}$
$-\frac{1}{2}\times(5-3)\times\{4-(-2)\}$
$-\frac{1}{2}\times\{3-(-4)\}\times\{(-1)-(-2)\}$
$=\frac{1}{2}\times(1+6)\times9-\frac{1}{2}\times2\times6-\frac{1}{2}\times7\times1$
$=\frac{63}{2}-6-\frac{7}{2}$
$=22$

619 답 ④

점 $(a+b, ab)$가 제2사분면 위의 점이므로
$a+b<0$, $ab>0$
$ab>0$에서 $a>0$, $b>0$ 또는 $a<0$, $b<0$
이때 $a+b<0$, $|a|<|b|$이므로
$b<a<0$

① $-a>0$, $\frac{a}{b}>0$이므로 점 $\left(-a, \frac{a}{b}\right)$는 제1사분면 위의 점이다.
② $b<0$, $-a-b>0$이므로 점 $(b, -a-b)$는 제2사분면 위의 점이다.
③ $-b>0$, $a+b<0$이므로 점 $(-b, a+b)$는 제4사분면 위의 점이다.
④ $b-a<0$, $a<0$이므로 점 $(b-a, a)$는 제3사분면 위의 점이다.
⑤ $ab>0$, $a-b>0$이므로 점 $(ab, a-b)$는 제1사분면 위의 점이다.
따라서 제3사분면 위의 점은 ④이다.

620 답 8

전략 x축에 대하여 대칭인 점은 y좌표의 부호, y축에 대하여 대칭인 점은 x좌표의 부호, 원점에 대하여 대칭인 점은 x좌표와 y좌표의 부호가 바뀜을 이용하여 점 P_2, P_3, P_4, …의 좌표를 구하고 규칙을 찾는다.

점 $P_1(-3, 5)$와 x축에 대하여 대칭인 점 P_2의 좌표는
$(-3, -5)$
점 P_2와 y축에 대하여 대칭인 점 P_3의 좌표는 $(3, -5)$
점 P_3과 원점에 대하여 대칭인 점 P_4의 좌표는 $(-3, 5)$
점 P_4와 x축에 대하여 대칭인 점 P_5의 좌표는 $(-3, -5)$
⋮
따라서 점 P_1, P_2, P_3, …의 좌표는 $(-3, 5)$, $(-3, -5)$, $(3, -5)$가 이 순서대로 반복된다.
이때 $2025=3\times675$이므로 점 P_{2025}의 좌표는 점 P_3의 좌표인 $(3, -5)$와 같다.
즉, $a=3$, $b=-5$이므로
$a-b=3-(-5)=8$

621 답 ④

전략 삼각형 APD에서 선분 AD의 길이는 변하지 않음을 이용하여 점 P가 움직일 때 삼각형 APD의 넓이의 변화를 생각해 본다.

삼각형 APD에서 선분 AD를 밑변이라 하면 삼각형 APD의 넓이는
$\frac{1}{2}\times$(선분 AD의 길이)$\times$(높이)
이때 선분 AD의 길이는 일정하므로 삼각형의 넓이는 높이에 따라 달라진다.
(i) 점 P가 꼭짓점 A에서 꼭짓점 B까지 움직일 때, 높이는 선분 AP의 길이이므로 일정하게 늘어난다.
(ii) 점 P가 꼭짓점 B에서 꼭짓점 C까지 움직일 때, 높이는 선분 AB의 길이와 같으므로 일정하다.
(iii) 점 P가 꼭짓점 C에서 꼭짓점 D까지 움직일 때, 높이는 선분 DP의 길이이므로 일정하게 줄어든다.
(i), (ii), (iii)에서 삼각형 APD의 넓이는 점점 증가하다가 일정하게 유지되다가 다시 점점 감소하므로 그래프로 알맞은 것은 ④이다.

09 정비례와 반비례

난이도별 필수 기출 132~146쪽

622 답 ①, ⑤

④ $xy=4$에서 $y=\frac{4}{x}$

⑤ $\frac{y}{x}=-2$에서 $y=-2x$

따라서 y가 x에 정비례하는 것은 ①, ⑤이다.

623 답 $y=\frac{3}{2}x$

y는 x에 정비례하므로 $y=ax$로 놓고 $x=2$, $y=3$을 대입하면

$3=2a$ $\therefore a=\frac{3}{2}$

따라서 x와 y 사이의 관계식은 $y=\frac{3}{2}x$이다.

624 답 ㄱ, ㄹ

ㄴ. y는 x에 정비례하므로 x의 값이 3배가 되면 y의 값도 3배가 된다.

ㄷ. $y=\frac{x}{3}$에서 $\frac{y}{x}=\frac{1}{3}$이므로 $\frac{y}{x}$의 값이 일정하다.

ㄹ. $y=\frac{x}{3}$에 $y=-2$를 대입하면 $-2=\frac{x}{3}$ $\therefore x=-6$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

625 답 ②

① $x\times y=24$이므로 $y=\frac{24}{x}$

② $y=300x$

③ $y=15-x$

④ $y=\left(1-\frac{x}{100}\right)\times 10000$이므로 $y=10000-100x$

⑤ $y=\frac{200}{x}$

따라서 y가 x에 정비례하는 것은 ②이다.

626 답 5

y가 x에 정비례하므로 $y=ax$로 놓고 $x=-3$, $y=9$를 대입하면

$9=-3a$ $\therefore a=-3$ $\therefore y=-3x$

따라서 $y=-3x$에 $y=-15$를 대입하면

$-15=-3x$ $\therefore x=5$

다른 풀이

y가 x에 정비례하면 $\frac{y}{x}$의 값이 일정하므로

$\frac{9}{-3}=\frac{-15}{x}$ $\therefore x=5$

627 답 14

y가 x에 정비례하므로 $y=ax$로 놓고 $x=-5$, $y=-20$을 대입하면

$-20=-5a$ $\therefore a=4$ $\therefore y=4x$ …… ⓘ

$y=4x$에 $x=p$, $y=-8$을 대입하면

$-8=4p$ $\therefore p=-2$ …… ⓘⓘ

$y=4x$에 $x=4$, $y=q$를 대입하면

$q=4\times 4=16$ …… ⓘⓘⓘ

$\therefore p+q=-2+16=14$ …… ⓘⓥ

채점 기준	
ⓘ x와 y 사이의 관계식 구하기	30 %
ⓘⓘ p의 값 구하기	30 %
ⓘⓘⓘ q의 값 구하기	30 %
ⓘⓥ $p+q$의 값 구하기	10 %

628 답 1

y가 x에 정비례하므로 x의 값이 $4p-8$에서 $p-2$로 $\frac{1}{4}$배가 될 때, y의 값도 $\frac{1}{4}$배가 된다.

즉, $16\times\frac{1}{4}=q$이므로 $q=4$

또 y의 값이 q에서 $3q$로 3배가 될 때, x의 값도 3배가 되므로

$(p-2)\times 3=9$에서

$p-2=3$ $\therefore p=5$

$\therefore p-q=5-4=1$

629 답 ③

$y=\frac{3}{4}x$의 그래프는 원점을 지나고 오른쪽 위로 향하는 직선이다.

또 $x=4$일 때, $y=\frac{3}{4}\times 4=3$이므로 그래프는 점 $(4, 3)$과 원점을 지나는 직선이다.

따라서 구하는 그래프는 ③이다.

630 답 ④

$y=-\frac{5}{2}x$에 각 점의 좌표를 대입하면

① $5=-\frac{5}{2}\times(-2)$

② $\frac{1}{2}=-\frac{5}{2}\times\left(-\frac{1}{5}\right)$

③ $-\frac{5}{2}=-\frac{5}{2}\times 1$

④ $-4\neq-\frac{5}{2}\times\frac{6}{5}$

⑤ $-10=-\frac{5}{2}\times 4$

따라서 $y=-\frac{5}{2}x$의 그래프 위의 점이 아닌 것은 ④이다.

631 답 ②

$y=ax$에 $x=-2$, $y=4$를 대입하면

$4=-2a$ $\therefore a=-2$

632 답 ⑤

⑤ x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

633 답 ①, ④

$y=ax$의 그래프가 제1사분면과 제3사분면을 지나는 경우는 $a>0$일 때이므로 ①, ④이다.

634 답 -20

$y=\frac{3}{2}x$에 $x=a$, $y=-2$를 대입하면

$-2=\frac{3}{2}a \quad \therefore a=-\frac{4}{3}$ …… ⅰ

$y=\frac{3}{2}x$에 $x=10$, $y=b$를 대입하면

$b=\frac{3}{2}\times 10=15$ …… ⅱ

$\therefore ab=-\frac{4}{3}\times 15=-20$ …… ⅲ

채점 기준	
ⅰ a의 값 구하기	40 %
ⅱ b의 값 구하기	40 %
ⅲ ab의 값 구하기	20 %

635 답 -5

$y=ax$의 그래프가 점 $(3, 5)$를 지나므로 $y=ax$에 $x=3$, $y=5$를 대입하면

$5=3a \quad \therefore a=\frac{5}{3} \quad \therefore y=\frac{5}{3}x$

따라서 $y=\frac{5}{3}x$의 그래프가 점 $(-4, b)$를 지나므로 $y=\frac{5}{3}x$에 $x=-4$, $y=b$를 대입하면

$b=\frac{5}{3}\times(-4)=-\frac{20}{3}$

$\therefore a+b=\frac{5}{3}+\left(-\frac{20}{3}\right)=-5$

636 답 ④

그래프가 어두운 부분만을 지나려면 $a>0$

또 $y=ax$의 그래프가 $y=x$의 그래프보다 x축에 가까우므로

$|a|<|1| \quad \therefore a<1$

따라서 상수 a의 값이 될 수 있는 것은 ④이다.

637 답 ①

정비례 관계 $y=ax(a\neq 0)$의 그래프는 a의 절댓값이 클수록 y축에 가깝다.

이때 $\left|\frac{1}{3}\right|<|-1|<\left|\frac{3}{2}\right|<|3|<|-4|$이므로 그래프가 y축에 가장 가까운 것은 ①이다.

638 답 ③

$y=ax$, $y=bx$의 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지나고,

$y=cx$의 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지나므로

$a<0$, $b<0$, $c>0$

이때 $y=bx$의 그래프가 $y=ax$의 그래프보다 y축에 가까우므로

$|a|<|b| \quad \therefore a>b$

$\therefore b<a<c$

참고 양수끼리는 절댓값이 큰 수가 크고, 음수끼리는 절댓값이 큰 수가 작다.

639 답 ②

그래프가 원점을 지나는 직선이므로 $y=ax$로 놓자.

$y=ax$의 그래프가 점 $(-4, 1)$을 지나므로 $y=ax$에 $x=-4$, $y=1$을 대입하면

$1=-4a \quad \therefore a=-\frac{1}{4}$

따라서 x와 y 사이의 관계식은 $y=-\frac{1}{4}x$이다.

640 답 $-\frac{3}{2}$

그래프가 원점을 지나는 직선이므로 $y=ax$로 놓자.

$y=ax$의 그래프가 점 $(6, -8)$을 지나므로 $y=ax$에 $x=6$, $y=-8$을 대입하면

$-8=6a \quad \therefore a=-\frac{4}{3}$

$\therefore y=-\frac{4}{3}x$ …… ⅰ

따라서 $y=-\frac{4}{3}x$에 $x=k$, $y=2$를 대입하면

$2=-\frac{4}{3}k \quad \therefore k=-\frac{3}{2}$ …… ⅱ

채점 기준	
ⅰ x와 y 사이의 관계식 구하기	50 %
ⅱ k의 값 구하기	50 %

641 답 ②

그래프가 원점을 지나는 직선이므로 $y=ax$로 놓자.

$y=ax$의 그래프가 점 $(5, 4)$를 지나므로 $y=ax$에 $x=5$, $y=4$를 대입하면

$4=5a \quad \therefore a=\frac{4}{5}$

따라서 $y=\frac{4}{5}x$에 각 점의 좌표를 대입하면

① $16=\frac{4}{5}\times 20$

② $5\neq\frac{4}{5}\times\frac{15}{4}$

③ $\frac{1}{10}=\frac{4}{5}\times\frac{1}{8}$

④ $-2=\frac{4}{5}\times\left(-\frac{5}{2}\right)$

⑤ $-12=\frac{4}{5}\times(-15)$

따라서 $y=\frac{4}{5}x$의 그래프 위의 점이 아닌 것은 ②이다.

642 답 ①, ⑤

② $a>0$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가하고, $a<0$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

③ $a>0$일 때, 제1사분면과 제3사분면을 지난다.

④ $a<0$일 때, 오른쪽 아래로 향하는 직선이다.

따라서 옳은 것은 ①, ⑤이다.

643 답 40

B(8, 0)이므로 점 A의 x좌표는 8이다.

$y=\frac{5}{4}x$에 $x=8$을 대입하면 $y=\frac{5}{4}\times 8=10$

따라서 A(8, 10)이므로 삼각형 AOB의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 8\times 10=40$

644 답 ③

두 점 A, B의 y좌표가 모두 3이므로

$y=3x$에 $y=3$을 대입하면

$3=3x$ $\therefore x=1$ $\therefore$ A(1, 3)

$y=\frac{1}{2}x$에 $y=3$을 대입하면

$3=\frac{1}{2}x$ $\therefore x=6$ $\therefore$ B(6, 3)

따라서 삼각형 AOB의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(6-1)\times 3=\frac{1}{2}\times 5\times 3=\frac{15}{2}$

645 답 63

두 점 A, B의 x좌표가 모두 6이므로

$y=\frac{5}{2}x$에 $x=6$을 대입하면

$y=\frac{5}{2}\times 6=15$ $\therefore$ A(6, 15) …… ⓘ

$y=-x$에 $x=6$을 대입하면

$y=-6$ $\therefore$ B(6, −6) …… ⓘⓘ

따라서 삼각형 AOB의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\{15-(-6)\}\times 6=\frac{1}{2}\times 21\times 6=63$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 점 A의 좌표 구하기	30 %
ⓘⓘ 점 B의 좌표 구하기	30 %
ⓘⓘⓘ 삼각형 AOB의 넓이 구하기	40 %

646 답 ①

두 점 A, B의 x좌표가 모두 4이므로

$y=3x$에 $x=4$를 대입하면

$y=3\times 4=12$ $\therefore$ A(4, 12)

$y=ax$에 $x=4$를 대입하면

$y=4a$ $\therefore$ B(4, $4a$)

이때 삼각형 AOB의 넓이가 14이므로

$\frac{1}{2}\times(12-4a)\times 4=14$, $24-8a=14$

$-8a=-10$ $\therefore a=\frac{5}{4}$

647 답 $\frac{7}{10}$

A(3, 7)이므로 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 7이다.

따라서 점 D의 x좌표는 3+7=10, y좌표는 7이므로 $y=ax$에 $x=10$, $y=7$을 대입하면

$7=10a$ $\therefore a=\frac{7}{10}$

648 답 −6

점 A의 x좌표를 a라 하면 선분 AD의 길이가 8이므로 점 D의 x좌표는 $a+8$

두 점 A, D의 y좌표가 같으므로

$-\frac{2}{3}a=2(a+8)$, $-\frac{2}{3}a=2a+16$

$-\frac{8}{3}a=16$ $\therefore a=-6$

따라서 점 A의 x좌표는 −6이다.

649 답 −1

점 A의 y좌표가 6이므로 $y=\frac{3}{2}x$에 $y=6$을 대입하면

$6=\frac{3}{2}x$ $\therefore x=4$

$\therefore$ A(4, 6) …… ⓘ

선분 AP의 길이가 6이므로 선분 BP의 길이를 k라 하면

$6:k=3:2$

$3k=12$ $\therefore k=4$

즉, 선분 BP의 길이가 4이고 점 B는 제4사분면 위에 있으므로 점 B의 y좌표는 −4이다.

이때 점 B의 x좌표는 4이므로 B(4, −4) …… ⓘⓘ

따라서 $y=ax$에 $x=4$, $y=-4$를 대입하면

$-4=4a$ $\therefore a=-1$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 점 A의 좌표 구하기	30 %
ⓘⓘ 점 B의 좌표 구하기	40 %
ⓘⓘⓘ a의 값 구하기	30 %

650 답 ②

두 점 A, C의 x좌표가 모두 3이므로

$y=\frac{1}{4}ax$, $y=-\frac{1}{4}ax$에 $x=3$을 각각 대입하면

$y=\frac{3}{4}a$, $y=-\frac{3}{4}a$ $\therefore$ A$\left(3, \frac{3}{4}a\right)$, C$\left(3, -\frac{3}{4}a\right)$

두 점 B, D의 x좌표가 모두 7이므로

$y=\frac{1}{4}ax$, $y=-\frac{1}{4}ax$에 $x=7$을 각각 대입하면

$y=\frac{7}{4}a$, $y=-\frac{7}{4}a$ $\therefore$ B$\left(7, \frac{7}{4}a\right)$, D$\left(7, -\frac{7}{4}a\right)$

사각형 ACDB는 사다리꼴이므로 그 넓이는

$\frac{1}{2}\times\left[\left\{\frac{3}{4}a-\left(-\frac{3}{4}a\right)\right\}+\left\{\frac{7}{4}a-\left(-\frac{7}{4}a\right)\right\}\right]\times(7-3)$

$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{3}{2}a+\frac{7}{2}a\right)\times 4$

$=10a$

즉, $10a=30$이므로 $a=3$

점 C의 y좌표는 $-\frac{3}{4}a=-\frac{3}{4}\times 3=-\frac{9}{4}$

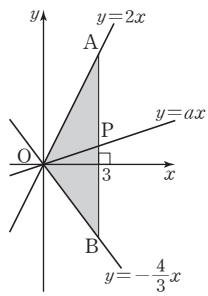
점 D의 y좌표는 $-\frac{7}{4}a=-\frac{7}{4}\times 3=-\frac{21}{4}$

따라서 두 점 C, D의 y좌표의 합은

$-\frac{9}{4}+\left(-\frac{21}{4}\right)=-\frac{15}{2}$

651 답 $\frac{1}{3}$

오른쪽 그림과 같이 $y=ax$의 그래프가 선분 AB와 만나는 점을 P라 하면 세 점 A, B, P의 x좌표가 모두 3이므로



$y=2x$에 $x=3$을 대입하면

$y=2\times3=6$ $\therefore$ A(3, 6)

$y=-\frac{4}{3}x$에 $x=3$을 대입하면

$y=-\frac{4}{3}\times3=-4$ $\therefore$ B(3, −4)

$y=ax$에 $x=3$을 대입하면

$y=3a$ $\therefore$ P(3, 3a)

이때 (삼각형 AOP의 넓이)$=\frac{1}{2}\times$(삼각형 AOB의 넓이)이므로

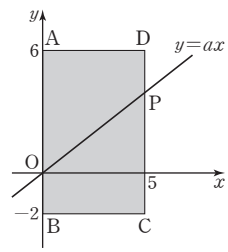
$\frac{1}{2}\times(6-3a)\times3=\frac{1}{2}\times\left[\frac{1}{2}\times\{6-(-4)\}\times3\right]$

$9-\frac{9}{2}a=\frac{15}{2}$, $-\frac{9}{2}a=-\frac{3}{2}$

$\therefore a=\frac{1}{3}$

652 답 ④

오른쪽 그림과 같이 $y=ax$의 그래프가 선분 CD와 만나는 점을 P라 하자.



$y=ax$에 $x=5$를 대입하면

$y=5a$ $\therefore$ P(5, 5a)

이때 A(0, 6), B(0, −2), C(5, −2), D(5, 6)이고

(사다리꼴 AOPD의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times$(직사각형 ABCD의 넓이)

이므로

$\frac{1}{2}\times\{6+(6-5a)\}\times5=\frac{1}{2}\times[5\times\{6-(-2)\}]$

$30-\frac{25}{2}a=20$, $-\frac{25}{2}a=-10$

$\therefore a=\frac{4}{5}$

653 답 (1) 40만 톤 (2) 15시간

그래프가 원점을 지나는 직선이므로 $y=ax$로 놓자.

$y=ax$의 그래프가 점 (3, 20)을 지나므로 $y=ax$에 $x=3$, $y=20$을 대입하면

$20=3a$ $\therefore a=\frac{20}{3}$ $\therefore y=\frac{20}{3}x$

(1) $y=\frac{20}{3}x$에 $x=6$을 대입하면

$y=\frac{20}{3}\times6=40$

따라서 수문을 6시간 동안 열었을 때 방류하는 물의 양은 40만 톤이다.

(2) $y=\frac{20}{3}x$에 $y=100$을 대입하면

$100=\frac{20}{3}x$ $\therefore x=15$

따라서 100만 톤의 물을 방류하는 데 15시간이 걸린다.

654 답 (1) $y=18x$ (2) 16 L

(1) 3 L의 연료로 54 km를 달릴 수 있으므로 1 L의 연료로 18 km를 달릴 수 있다.

즉, x L의 연료로 $18x$ km를 달릴 수 있으므로

$y=18x$ …… ⓘ

(2) $y=18x$에 $y=288$을 대입하면

$288=18x$ $\therefore x=16$

따라서 필요한 연료의 양은 16 L이다. …… ⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ x와 y 사이의 관계식 구하기	50 %
ⓘⓘ 288 km를 달리는 데 필요한 연료의 양 구하기	50 %

655 답 ⑤

y는 x에 정비례하므로 $y=ax$로 놓자.

$y=ax$에 $x=20$, $y=5$를 대입하면

$5=20a$ $\therefore a=\frac{1}{4}$

$y=\frac{1}{4}x$에 $y=12$를 대입하면

$12=\frac{1}{4}x$ $\therefore x=48$

따라서 늘어난 용수철의 길이가 12 cm가 되게 하려면 48 g의 추를 매달아야 한다.

656 답 ④

백열등 대신 엘이디 등을 x시간 동안 사용할 때, 절약할 수 있는 전력량을 y Wh라 하면 x시간에 $26x$ Wh를 절약할 수 있으므로

$y=26x$

이 식에 $x=9$를 대입하면

$y=26\times9=234$

따라서 9시간 동안 사용하면 234 Wh를 절약할 수 있다.

657 답 ⑤

(톱니바퀴 A의 톱니의 수)$\times$(톱니바퀴 A의 회전수)

$=$(톱니바퀴 B의 톱니의 수)$\times$(톱니바퀴 B의 회전수)이므로

$50\times x=30\times y$ $\therefore y=\frac{5}{3}x$

658 답 (1) $y=\frac{9}{2}x$ (2) 10 cm

(1) $y=\frac{1}{2}\times x\times9$이므로 $y=\frac{9}{2}x$

(2) $y=\frac{9}{2}x$에 $y=45$를 대입하면

$45=\frac{9}{2}x$ $\therefore x=10$

따라서 선분 BP의 길이는 10 cm이다.

659 답 ④

두 그래프 모두 원점을 지나는 직선이므로 1반의 그래프가 나타내는 식을 $y=ax$, 2반의 그래프가 나타내는 식을 $y=bx$로 놓자.

1반의 그래프가 점 (30, 30)을 지나므로 $y=ax$에 $x=30$, $y=30$을 대입하면

$30=30a$ $\therefore a=1$ $\therefore y=x$

2반의 그래프가 점 (30, 24)를 지나므로 $y=bx$에 $x=30$, $y=24$를 대입하면

$24=30b$ $\therefore b=\frac{4}{5}$ $\therefore y=\frac{4}{5}x$

학교에서 체험 학습 장소까지의 거리는 56 km이므로

$y=x$에 $y=56$을 대입하면 $x=56$

$y=\frac{4}{5}x$에 $y=56$을 대입하면

$56=\frac{4}{5}x$ $\therefore x=70$

따라서 체험 학습 장소까지 가는 데 걸리는 시간은 1반 버스가 56분, 2반 버스가 70분이므로 2반 버스는 1반 버스가 체험 학습 장소에 도착한 지 $70-56=14$(분) 후에 도착한다.

660 답 ㄱ, ㄹ

두 그래프 모두 원점을 지나는 직선이므로 도영이의 그래프가 나타내는 식을 $y=ax$, 지율이의 그래프가 나타내는 식을 $y=bx$로 놓자.

도영이의 그래프가 점 (2, 800)을 지나므로 $y=ax$에 $x=2$, $y=800$을 대입하면

$800=2a$ $\therefore a=400$ $\therefore y=400x$

지율이의 그래프가 점 (2, 200)을 지나므로 $y=bx$에 $x=2$, $y=200$을 대입하면

$200=2b$ $\therefore b=100$ $\therefore y=100x$

ㄱ. 도영이는 1분 동안 400 m를 갔으므로 도영이의 속력은 분속 400 m이다.

ㄴ. 지율이는 1분 동안 100 m를 갔으므로 지율이의 속력은 분속 100 m이다.

ㄷ. 역에서 도서관까지의 거리는 2.4 km, 즉 2400 m이므로

$y=400x$에 $y=2400$을 대입하면

$2400=400x$ $\therefore x=6$

따라서 도영이는 출발한 지 6분 후에 도서관에 도착한다.

ㄹ. $y=100x$에 $y=2400$을 대입하면

$2400=100x$ $\therefore x=24$

따라서 지율이는 출발한 지 24분 후에 도서관에 도착하므로 도영이보다 $24-6=18$(분) 늦게 도서관에 도착한다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

661 답 ②, ④

④ $xy=-6$에서 $y=-\frac{6}{x}$

⑤ $\frac{y}{x}=10$에서 $y=10x$

따라서 y가 x에 반비례하는 것은 ②, ④이다.

662 답 $y=\frac{8}{x}$

y는 x에 반비례하므로 $y=\frac{a}{x}$로 놓고 $x=2$, $y=4$를 대입하면

$4=\frac{a}{2}$ $\therefore a=8$

따라서 x와 y 사이의 관계식은 $y=\frac{8}{x}$이다.

663 답 ㄱ, ㄴ, ㄹ

ㄴ. $y=-\frac{2}{x}$에서 $xy=-2$이므로 xy의 값이 일정하다.

ㄷ. y는 x에 반비례하므로 x의 값이 4배가 되면 y의 값은 $\frac{1}{4}$배가 된다.

ㄹ. $y=-\frac{2}{x}$에 $x=-8$을 대입하면 $y=-\frac{2}{-8}=\frac{1}{4}$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.

664 답 ③

① $y=3x$ ② $y=5x$ ③ $y=\frac{2}{x}$

④ $y=8x$ ⑤ $y=13x$

따라서 y가 x에 반비례하는 것은 ③이다.

665 답 2

ㄱ. $y=24-x$

ㄴ. $y=16x$

ㄷ. $y=\frac{350}{x}$

ㄹ. $\frac{1}{2}\times x\times y=20$이므로 $y=\frac{40}{x}$

ㅁ. $y=70x$

ㅂ. $y=3x$

ㅅ. $y=\frac{1}{2}\times x\times 8$이므로 $y=4x$

따라서 정비례하는 것은 ㄴ, ㅁ, ㅂ, ㅅ의 4개이고, 반비례하는 것은 ㄷ, ㄹ의 2개이므로

$a=4$, $b=2$

$\therefore a-b=4-2=2$

666 답 −4

y가 x에 반비례하므로 $y=\frac{a}{x}$로 놓고 $x=10$, $y=-2$를 대입하면

$-2=\frac{a}{10}$ $\therefore a=-20$

$\therefore y=-\frac{20}{x}$ …… ⓘ

따라서 $y=-\frac{20}{x}$에 $y=5$를 대입하면

$5=-\frac{20}{x}$ $\therefore x=-4$ …… ⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ x와 y 사이의 관계식 구하기	50 %
ⓘⓘ $y=5$일 때 x의 값 구하기	50 %

다른 풀이

y가 x에 반비례하면 xy의 값이 일정하므로

$10\times(-2)=x\times 5$ $\therefore x=-4$

667 답 6

y가 x에 반비례하므로 $y=\frac{a}{x}$로 놓고 $x=-3$, $y=6$을 대입하면

$6=\frac{a}{-3}$ $\therefore a=-18$ $\therefore y=-\frac{18}{x}$

$y=-\frac{18}{x}$에 $x=p$, $y=2$를 대입하면

$2=-\frac{18}{p}$ $\therefore p=-9$

$y=-\frac{18}{x}$에 $x=1$, $y=q$를 대입하면

$q=-\frac{18}{1}=-18$

$y=-\frac{18}{x}$에 $x=6$, $y=r$를 대입하면

$r=-\frac{18}{6}=-3$

$\therefore p-q+r=-9-(-18)+(-3)=6$

668 답 ③

$y=-\frac{3}{x}$의 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지나는 한 쌍의 매끄러운 곡선이다.

또 $x=-3$일 때 $y=-\frac{3}{-3}=1$이므로 그래프는 점 $(-3, 1)$을 지난다.

따라서 구하는 그래프는 ③이다.

669 답 ①

$y=\frac{12}{x}$에 각 점의 좌표를 대입하면

① $-\frac{5}{6}\neq\frac{12}{-10}$ ② $-3=\frac{12}{-4}$

③ $4=\frac{12}{3}$ ④ $\frac{3}{2}=\frac{12}{8}$

⑤ $1=\frac{12}{12}$

따라서 $y=\frac{12}{x}$의 그래프 위의 점이 아닌 것은 ①이다.

670 답 ③, ⑤

① 원점을 지나지 않는다.

② $y=\frac{4}{x}$에 $x=2$를 대입하면 $y=2$

즉, 점 $(2, 2)$를 지난다.

④ 제1사분면과 제3사분면을 지난다.

따라서 $y=\frac{4}{x}$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은 ③, ⑤이다.

671 답 ㄱ, ㄹ, ㅂ

정비례 관계 $y=ax$의 그래프와 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프는

$a>0$일 때 제1사분면과 제3사분면을 지나고,

$a<0$일 때 제2사분면과 제4사분면을 지난다.

따라서 제2사분면과 제4사분면을 지나는 것은 ㄱ, ㄹ, ㅂ이다.

672 답 ③

①, ②, ④, ⑤ 제2사분면과 제4사분면을 지난다.

③ 제1사분면과 제3사분면을 지난다.

따라서 그래프가 지나는 사분면이 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.

673 답 ②

$y=-\frac{16}{x}$의 그래프가 두 점 $(-4, a)$, $(b, -8)$을 지나므로

$y=-\frac{16}{x}$에 $x=-4$, $y=a$를 대입하면

$a=-\frac{16}{-4}=4$

$y=-\frac{16}{x}$에 $x=b$, $y=-8$을 대입하면

$-8=-\frac{16}{b}$ $\therefore b=2$

$\therefore a+b=4+2=6$

674 답 −15

$y=\frac{a}{x}$에 $x=2$, $y=-6$을 대입하면

$-6=\frac{a}{2}$ $\therefore a=-12$ $\therefore y=-\frac{12}{x}$

$y=-\frac{12}{x}$에 $x=-8$, $y=b$를 대입하면

$b=-\frac{12}{-8}=\frac{3}{2}$

$y=-\frac{12}{x}$에 $x=c$, $y=-4$를 대입하면

$-4=-\frac{12}{c}$ $\therefore c=3$

$\therefore ab+c=-12\times\frac{3}{2}+3=-15$

675 답 16

$y=ax$에 $x=-2$, $y=12$를 대입하면

$12=-2a$ $\therefore a=-6$ ····· ⓘ

$y=\frac{b}{x}$에 $x=5$, $y=2$를 대입하면

$2=\frac{b}{5}$ $\therefore b=10$ ····· ⓘⓘ

$\therefore b-a=10-(-6)=16$ ····· ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ a의 값 구하기	40 %
ⓘⓘ b의 값 구하기	40 %
ⓘⓘⓘ $b-a$의 값 구하기	20 %

676 답 ⑤

$y=ax$에 $x=2$, $y=-6$을 대입하면

$-6=2a$ $\therefore a=-3$

$y=\frac{b}{x}$에 $x=2$, $y=-6$을 대입하면

$-6=\frac{b}{2}$ $\therefore b=-12$

$\therefore ab=-3\times(-12)=36$

677 답 ㄴ, ㅁ

반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$ $(a\neq0)$의 그래프는 a의 절댓값이 클수록 원점에서 멀다.

이때 $|-1|<|2|<|3|<|-5|<|7|<|-12|$이므로 그래프가 원점에 가장 가까운 것은 ㄴ, 원점에서 가장 먼 것은 ㅁ이다.

678 답 ③

$y=\frac{a}{x}$의 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지나므로 $a>0$

또 $y=\frac{a}{x}$의 그래프가 $y=\frac{3}{x}$의 그래프보다 원점에 가까우므로

$|a|<|3|$ $\therefore a<3$

따라서 a의 값이 될 수 있는 것은 ③이다.

679 답 ⑤

$y=ax$, $y=bx$의 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지나므로

$a>0$, $b>0$

또 $y=ax$의 그래프가 $y=bx$의 그래프보다 y축에 가까우므로

$|a|>|b|$ $\therefore a>b$

$y=\frac{c}{x}$, $y=\frac{d}{x}$의 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지나므로

$c<0$, $d<0$

또 $y=\frac{c}{x}$의 그래프가 $y=\frac{d}{x}$의 그래프보다 원점에 가까우므로

$|c|<|d|$ $\therefore c>d$

$\therefore d<c<b<a$

680 답 $y=\frac{14}{x}$

그래프가 좌표축에 가까워지면서 한없이 뻗어 나가는 한 쌍의 매끄러운 곡선이므로 $y=\frac{a}{x}$로 놓자.

$y=\frac{a}{x}$의 그래프가 점 $(2, 7)$을 지나므로 $y=\frac{a}{x}$에 $x=2$, $y=7$을 대입하면

$7=\frac{a}{2}$ $\therefore a=14$

따라서 x와 y 사이의 관계식은 $y=\frac{14}{x}$이다.

681 답 ②

그래프가 좌표축에 가까워지면서 한없이 뻗어 나가는 한 쌍의 매끄러운 곡선이므로 $y=\frac{a}{x}$로 놓자.

$y=\frac{a}{x}$의 그래프가 점 $(-3, 5)$를 지나므로 $y=\frac{a}{x}$에 $x=-3$, $y=5$를 대입하면

$5=\frac{a}{-3}$ $\therefore a=-15$ $\therefore y=-\frac{15}{x}$

따라서 $y=-\frac{15}{x}$에 $x=\frac{5}{2}$, $y=k$를 대입하면

$k=-15\div\frac{5}{2}=-15\times\frac{2}{5}=-6$

682 답 ㄱ, ㄹ

ㄱ. 그래프 (가)는 좌표축에 가까워지면서 한없이 뻗어 나가는 한 쌍의 매끄러운 곡선이므로 $y=\frac{a}{x}$로 놓자.

$y=\frac{a}{x}$의 그래프가 점 $(-1, 3)$을 지나므로 $y=\frac{a}{x}$에 $x=-1$, $y=3$을 대입하면

$3=\frac{a}{-1}$ $\therefore a=-3$ $\therefore y=-\frac{3}{x}$

ㄴ. 그래프 (나)는 좌표축에 가까워지면서 한없이 뻗어 나가는 한 쌍의 매끄러운 곡선이므로 $y=\frac{b}{x}$로 놓자.

$y=\frac{b}{x}$의 그래프가 점 $(2, 3)$을 지나므로 $y=\frac{b}{x}$에 $x=2$, $y=3$을 대입하면

$3=\frac{b}{2}$ $\therefore b=6$ $\therefore y=\frac{6}{x}$

ㄷ. 그래프 (다)는 원점을 지나는 직선이므로 $y=cx$로 놓자.

$y=cx$의 그래프가 점 $(-1, 2)$를 지나므로 $y=cx$에 $x=-1$, $y=2$를 대입하면

$2=-c$ $\therefore c=-2$ $\therefore y=-2x$

ㄹ. 그래프 (라)는 원점을 지나는 직선이므로 $y=dx$로 놓자.

$y=dx$의 그래프가 점 $(3, 1)$을 지나므로 $y=dx$에 $x=3$, $y=1$을 대입하면

$1=3d$ $\therefore d=\frac{1}{3}$ $\therefore y=\frac{1}{3}x$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

683 답 24

점 P의 y좌표가 -3이므로 $y=\frac{a}{x}$에 $y=-3$을 대입하면

$-3=\frac{a}{x}$ $\therefore x=-\frac{a}{3}$ …… ⓘ

점 Q의 y좌표가 -6이므로 $y=\frac{a}{x}$에 $y=-6$을 대입하면

$-6=\frac{a}{x}$ $\therefore x=-\frac{a}{6}$ …… ⓘⓘ

두 점 P, Q의 x좌표의 차가 -4이므로

$-\frac{a}{3}-\left(-\frac{a}{6}\right)=-4$, $-\frac{a}{6}=-4$

$\therefore a=24$ …… ⓘⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 점 P의 x좌표를 a에 대한 식으로 나타내기	30 %
ⓘⓘ 점 Q의 x좌표를 a에 대한 식으로 나타내기	30 %
ⓘⓘⓘ a의 값 구하기	40 %

684 답 24

$y=\frac{2}{3}x$의 그래프 위의 점 P의 x좌표가 6이므로 $y=\frac{2}{3}x$에 $x=6$을 대입하면

$y=\frac{2}{3}\times6=4$ $\therefore$ P$(6, 4)$

이때 $y=\frac{a}{x}$의 그래프가 점 P$(6, 4)$를 지나므로 $y=\frac{a}{x}$에 $x=6$, $y=4$를 대입하면

$4=\frac{a}{6}$ $\therefore a=24$

685 답 ①

$y=-\frac{18}{x}$의 그래프가 점 $(b, 6)$을 지나므로 $y=-\frac{18}{x}$에 $x=b$, $y=6$을 대입하면

$6=-\frac{18}{b}$ $\therefore b=-3$

이때 $y=ax$의 그래프가 점 $(-3, 6)$을 지나므로 $y=ax$에 $x=-3$, $y=6$을 대입하면

$6=-3a$ $\therefore a=-2$

$\therefore a+b=-2+(-3)=-5$

686 답 ②, ⑤

② $y=\frac{a}{x}$에 $x=1$을 대입하면 $y=a$

즉, 점 $(1, a)$를 지난다.

⑤ a의 절댓값이 클수록 원점에서 멀다.

참고 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프는 a의 값의 부호에 관계없이 항상 점 $(1, a)$를 지난다.

687 답 12

$y=\frac{18}{x}$의 그래프에서 x좌표와 y좌표가 모두 정수이려면 $|x|$는 18의 약수이어야 하므로 x의 값은

$-18, -9, -6, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 6, 9, 18$

따라서 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점은

$(-18, -1), (-9, -2), (-6, -3), (-3, -6), (-2, -9), (-1, -18), (1, 18), (2, 9), (3, 6), (6, 3), (9, 2), (18, 1)$

의 12개이다.

참고 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프 위의 점 (m, n) 중에서 m, n이 모두 정수이려면 $|m|$은 $|a|$의 약수이어야 한다.

688 답 16

점 B의 x좌표를 $k(k>0)$라 하면 $B\left(k, \frac{16}{k}\right)$

따라서 직사각형 AOCB의 넓이는

$k\times\frac{16}{k}=16$

689 답 ④

$y=\frac{a}{x}$의 그래프가 점 $Q(5, 4)$를 지나므로 $y=\frac{a}{x}$에 $x=5$, $y=4$를 대입하면

$4=\frac{a}{5}$ $\therefore a=20$ $\therefore y=\frac{20}{x}$

점 P의 y좌표가 10이므로 $y=\frac{20}{x}$에 $y=10$을 대입하면

$10=\frac{20}{x}$ $\therefore x=2$

$\therefore P(2, 10)$

따라서 직사각형 PAQB의 넓이는

$(5-2)\times(10-4)=3\times6=18$

690 답 8

점 C의 x좌표가 2이므로 $y=\frac{24}{x}$에 $x=2$를 대입하면

$y=\frac{24}{2}=12$ $\therefore C(2, 12)$

따라서 직사각형 AOBC의 넓이는

$2\times12=24$

점 E의 x좌표가 2이므로 $y=\frac{a}{x}$에 $x=2$를 대입하면

$y=\frac{a}{2}$ $\therefore E\left(2, \frac{a}{2}\right)$

따라서 직사각형 DOBE의 넓이는

$2\times\frac{a}{2}=a$

이때 직사각형 AOBC의 넓이는 직사각형 DOBE의 넓이의 3배이므로

$24=3a$ $\therefore a=8$

691 답 −8

$y=\frac{a}{x}$의 그래프가 제2사분면과 제4사분면을 지나므로 $a<0$

점 A의 x좌표가 -4이므로 $y=\frac{a}{x}$에 $x=-4$를 대입하면

$y=\frac{a}{-4}$ $\therefore A\left(-4, -\frac{a}{4}\right)$

점 C의 x좌표가 4이므로 $y=\frac{a}{x}$에 $x=4$를 대입하면

$y=\frac{a}{4}$ $\therefore C\left(4, \frac{a}{4}\right)$

이때 직사각형 ABCD의 넓이가 32이므로

$\{4-(-4)\}\times\left(-\frac{a}{4}-\frac{a}{4}\right)=32$

$8\times\left(-\frac{a}{2}\right)=32$, $-4a=32$

$\therefore a=-8$

692 답 30

점 A의 x좌표가 3이므로 $y=\frac{a}{x}$에 $x=3$을 대입하면

$y=\frac{a}{3}$ $\therefore A\left(3, \frac{a}{3}\right)$

점 C의 x좌표가 6이므로 $y=\frac{a}{x}$에 $x=6$을 대입하면

$y=\frac{a}{6}$ $\therefore C\left(6, \frac{a}{6}\right)$ …… ⓘ

이때 직사각형 ABCD의 넓이가 15이므로

$(6-3)\times\left(\frac{a}{3}-\frac{a}{6}\right)=15$

$3\times\frac{a}{6}=15$, $\frac{a}{2}=15$

$\therefore a=30$ …… ⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ 두 점 A, C의 좌표를 a를 사용하여 나타내기	40 %
ⓘⓘ a의 값 구하기	60 %

693 답 ④

점 A의 x좌표가 1이므로 $y=4x$에 $x=1$을 대입하면

$y=4\times1=4$ $\therefore A(1, 4)$

즉, 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 4이다.

따라서 점 D의 x좌표는 $1+4=5$, y좌표는 4이므로 $y=\frac{a}{x}$에 $x=5$, $y=4$를 대입하면

$4=\frac{a}{5}$ $\therefore a=20$

694 답 ④

① ㉠에 알맞은 수는 $\frac{3300}{2}=1650$이다.

② ㉡에 알맞은 수는 $\frac{3300}{3}=1100$이다.

③ ㉢에 알맞은 수는 $\frac{3300}{4}=825$이다.

④ $y=\frac{3300}{x}$에 $x=15$를 대입하면

$y=\frac{3300}{15}=220$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

695 답 $y=\frac{150}{x}$, 30 cm³

y는 x에 반비례하므로 $y=\frac{a}{x}$로 놓자.

$y=\frac{a}{x}$에 $x=3$, $y=50$을 대입하면

$50=\frac{a}{3}$ $\therefore a=150$ $\therefore y=\frac{150}{x}$

$y=\frac{150}{x}$에 $x=5$를 대입하면

$y=\frac{150}{5}=30$

따라서 압력이 5기압일 때, 이 기체의 부피는 30 cm³이다.

696 답 ③

매분 20 L씩 36분 동안 넣은 물의 양과 매분 x L씩 y분 동안 넣은 물의 양은 같으므로

$20\times36=x\times y$ $\therefore y=\frac{720}{x}$

697 답 ③

(톱니바퀴 A의 톱니의 수)×(톱니바퀴 A의 회전수)
=(톱니바퀴 B의 톱니의 수)×(톱니바퀴 B의 회전수)이므로

$30\times4=x\times y$ $\therefore y=\frac{120}{x}$

$y=\frac{120}{x}$에 $x=20$을 대입하면

$y=\frac{120}{20}=6$

따라서 톱니바퀴 B는 매분 6번 회전한다.

698 답 (1) $y=\frac{280}{x}$ (2) 210분

(1) (시간)$=\frac{\text{(거리)}}{\text{(속력)}}$이므로 $y=\frac{280}{x}$ …… ⓘ

(2) $y=\frac{280}{x}$에 $x=80$을 대입하면

$y=\frac{280}{80}=\frac{7}{2}$

따라서 시속 80 km로 이동하면 국립 공원까지 가는 데 $\frac{7}{2}$시간, 즉 210분이 걸린다. …… ⓘⓘ

채점 기준	
ⓘ x와 y 사이의 관계식 구하기	50 %
ⓘⓘ 시속 80 km로 이동할 때 국립 공원까지 가는 데 걸리는 시간 구하기	50 %

699 답 $\frac{17}{1000}$ m 이상 17 m 이하

음파의 파장을 y m, 진동수를 x Hz라 하면 y는 x에 반비례하므로

$y=\frac{a}{x}$로 놓자.

$y=\frac{a}{x}$에 $x=10$, $y=34$를 대입하면

$34=\frac{a}{10}$ $\therefore a=340$ $\therefore y=\frac{340}{x}$

$y=\frac{340}{x}$에 $x=20$을 대입하면 $y=\frac{340}{20}=17$

$y=\frac{340}{x}$에 $x=20000$을 대입하면 $y=\frac{340}{20000}=\frac{17}{1000}$

따라서 사람이 귀로 들을 수 있는 음파의 파장의 범위는 $\frac{17}{1000}$ m 이상 17 m 이하이다.

최고수준 도전 기출 147~148쪽

700 답 (10, 10)

전략 점 A의 x좌표를 a라 하고, 두 선분 AB, BC의 길이가 4임을 이용하여 네 점 A, B, C, D의 좌표를 a를 사용하여 나타낸다.

점 A의 x좌표를 a라 하면 점 A는 $y=\frac{5}{3}x$의 그래프 위의 점이므로

$A\left(a, \frac{5}{3}a\right)$

선분 AB의 길이가 4이므로 점 B의 y좌표는 $\frac{5}{3}a-4$

$\therefore B\left(a, \frac{5}{3}a-4\right)$

선분 BC의 길이가 4이므로 점 C의 x좌표는 $a+4$

$\therefore C\left(a+4, \frac{5}{3}a-4\right)$

이때 점 C는 $y=\frac{3}{5}x$의 그래프 위의 점이므로 $y=\frac{3}{5}x$에

$x=a+4$, $y=\frac{5}{3}a-4$를 대입하면

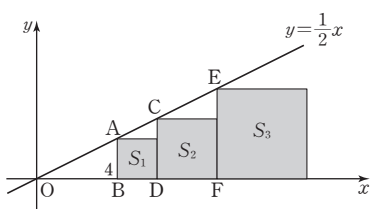
$\frac{5}{3}a-4=\frac{3}{5}(a+4)$

양변에 15를 곱하면 $25a-60=9a+36$

$16a=96$ $\therefore a=6$

따라서 점 D의 좌표는 $\left(a+4, \frac{5}{3}a\right)$, 즉 (10, 10)이다.

701 답 ③



위의 그림에서 점 A의 x좌표가 4이고 점 A는 $y=\frac{1}{2}x$의 그래프 위의 점이므로

A(4, 2)

즉, 선분 BD의 길이가 2이므로 점 D의 x좌표는 $4+2=6$

점 C의 x좌표가 6이고 점 C는 $y=\frac{1}{2}x$의 그래프 위의 점이므로

C(6, 3)

즉, 선분 DF의 길이가 3이므로 점 F의 x좌표는 6+3=9

점 E의 x좌표가 9이고 점 E는 $y=\frac{1}{2}x$의 그래프 위의 점이므로

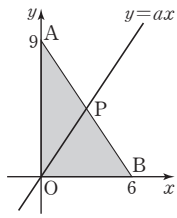
$\mathrm{E}\left(9, \frac{9}{2}\right)$

$\therefore S_1+S_2+S_3=2\times2+3\times3+\frac{9}{2}\times\frac{9}{2}$

$=4+9+\frac{81}{4}=\frac{133}{4}$

702 답 $\frac{3}{2}$

오른쪽 그림과 같이 $y=ax$의 그래프와 선분 AB가 만나는 점을 P라 하고, 점 P의 좌표를 (m, n) $(m>0, n>0)$이라 하자.



(삼각형 AOB의 넓이)$=\frac{1}{2}\times6\times9=27$에서

(삼각형 AOP의 넓이)$=\frac{1}{2}\times27=\frac{27}{2}$이므로

$\frac{1}{2}\times9\times m=\frac{27}{2}$ $\therefore m=3$

또 (삼각형 POB의 넓이)$=\frac{27}{2}$이므로

$\frac{1}{2}\times6\times n=\frac{27}{2}$ $\therefore n=\frac{9}{2}$

따라서 $y=ax$의 그래프가 점 $\mathrm{P}\left(3, \frac{9}{2}\right)$를 지나므로 $y=ax$에

$x=3$, $y=\frac{9}{2}$를 대입하면

$\frac{9}{2}=3a$ $\therefore a=\frac{3}{2}$

703 답 ④

$y=ax$의 그래프가 점 $(-4, c)$를 지나므로 $y=ax$에 $x=-4$, $y=c$를 대입하면

$c=-4a$

$y=\frac{b}{x}$의 그래프가 점 $(-4, c)$를 지나므로 $y=\frac{b}{x}$에 $x=-4$, $y=c$를 대입하면

$c=\frac{b}{-4}$

즉, $c=-4a=\frac{b}{-4}$이므로 a, b의 부호는 서로 같고 c의 부호는 다르다.

따라서 $\frac{a}{b}>0$, $bc<0$이므로 점 $\left(\frac{a}{b}, bc\right)$는 제4사분면 위의 점이다.

704 답 $\frac{3}{4}\le a\le3$

$y=\frac{12}{x}$의 그래프가 점 B$(k, 3)$을 지나므로 $y=\frac{12}{x}$에 $x=k$, $y=3$을 대입하면

$3=\frac{12}{k}$ $\therefore k=4$

(i) $y=ax$의 그래프가 점 A(2, 6)을 지날 때,

$y=ax$에 $x=2$, $y=6$을 대입하면

$6=2a$ $\therefore a=3$

(ii) $y=ax$의 그래프가 점 B(4, 3)을 지날 때,

$y=ax$에 $x=4$, $y=3$을 대입하면

$3=4a$ $\therefore a=\frac{3}{4}$

(i), (ii)에서 $y=ax$의 그래프가 선분 AB와 만나기 위한 상수 a의 값의 범위는

$\frac{3}{4}\le a\le3$

705 답 ⑤

$y=\frac{a}{x}$에서 $xy=a$이므로 이 그래프 위의 점의 x좌표와 y좌표의 곱은 항상 a로 일정하다.

즉, 두 직사각형 AODP와 BOEQ의 넓이가 서로 같다.

$\therefore$ (직사각형 CDEQ의 넓이)

=(직사각형 BOEQ의 넓이)−(직사각형 BODC의 넓이)

=(직사각형 AODP의 넓이)−(직사각형 BODC의 넓이)

=(직사각형 ABCP의 넓이)

=20

706 답 ⑤

전략 삼각형 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_{n-1}\mathrm{B}_n$의 넓이를 이용하여 두 점 A_n, B_n의 좌표를 구한다.

점 A_1의 y좌표가 2이므로 $y=\frac{2}{x}$에 $y=2$를 대입하면

$2=\frac{2}{x}$ $\therefore x=1$

$\therefore \mathrm{A}_1(1, 2)$, $\mathrm{B}_1(1, 0)$

두 점 A_2, B_2의 x좌표를 b_2라 하면

$\mathrm{A}_2\left(b_2, \frac{2}{b_2}\right)$, $\mathrm{B}_2(b_2, 0)$

삼각형 $\mathrm{A}_2\mathrm{B}_1\mathrm{B}_2$의 넓이가 $\frac{1}{2}$이므로

$\frac{1}{2}\times(b_2-1)\times\frac{2}{b_2}=\frac{1}{2}$

$b_2-1=\frac{1}{2}b_2$, $\frac{1}{2}b_2=1$ $\therefore b_2=2$

두 점 A_3, B_3의 x좌표를 b_3이라 하면

$\mathrm{A}_3\left(b_3, \frac{2}{b_3}\right)$, $\mathrm{B}_3(b_3, 0)$

삼각형 $\mathrm{A}_3\mathrm{B}_2\mathrm{B}_3$의 넓이가 $\frac{1}{3}$이므로

$\frac{1}{2}\times(b_3-2)\times\frac{2}{b_3}=\frac{1}{3}$

$b_3-2=\frac{1}{3}b_3$, $\frac{2}{3}b_3=2$ $\therefore b_3=3$

⋮

즉, 두 점 A_n, B_n의 x좌표가 n이므로

$\mathrm{A}_{24}\left(24, \frac{1}{12}\right)$, $\mathrm{B}_{24}(24, 0)$

사각형 $\mathrm{A}_1\mathrm{B}_1\mathrm{B}_{24}\mathrm{A}_{24}$의 넓이는

→사다리꼴

$\frac{1}{2}\times\left(2+\frac{1}{12}\right)\times(24-1)=\frac{1}{2}\times\frac{25}{12}\times23=\frac{575}{24}$

따라서 $p=575$, $q=24$이므로

$p+q=575+24=599$