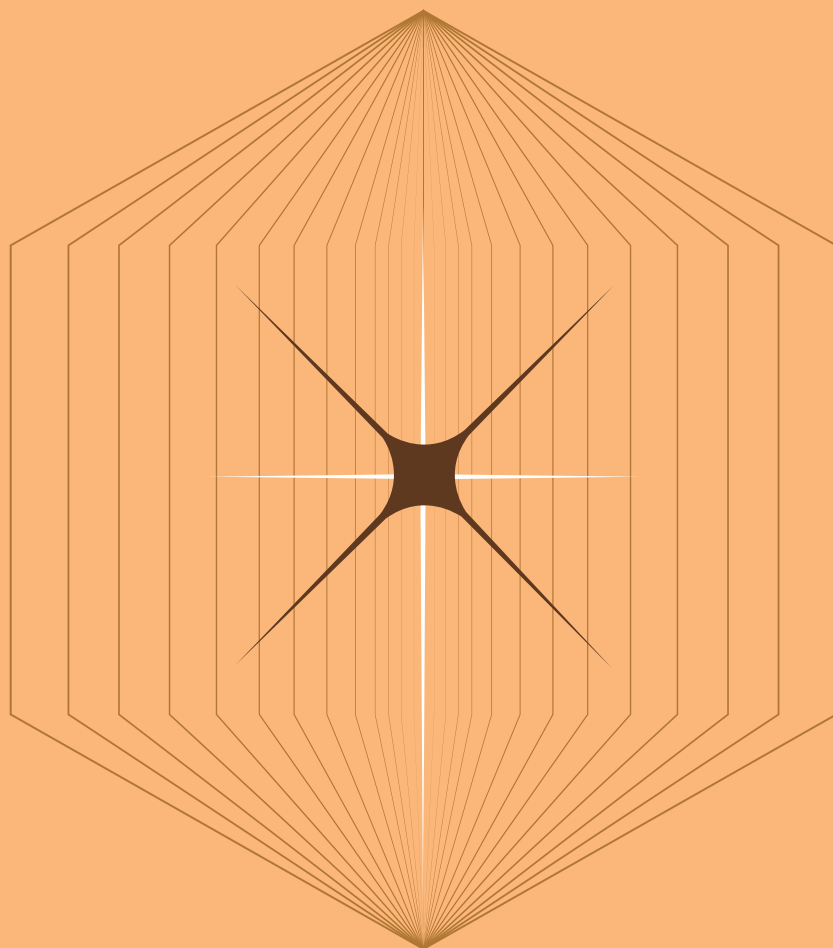


수학의 신



중학 수학

2·2

정답과 해설

바른 정답

01 삼각형의 성질

STEP 1 핵심 문제 ▶ 20~21쪽

- 01 ④ 02 110° 03 60° 04 22°
 05 $\angle BDC = 72^\circ$, $\overline{AD} = 8\text{ cm}$ 06 ③ 07 54 cm^2 08 5 cm
 09 40° 10 12 cm 11 ④ 12 30 cm^2

STEP 2 고난도 문제 ▶ 22~24쪽

- 01 30 cm 02 36° 03 ⑤ 04 57° 05 30° 06 25°
 07 16 08 8 cm 09 ① 10 $\overline{AE} = \overline{AF}$ 인 이등변삼각형
 11 26 cm 12 54 cm^2 13 $\frac{25}{2}\text{ cm}^2$ 14 18 cm^2
 15 15° 16 6 cm^2 17 24 cm 18 5 cm

STEP 3 최고난도 문제 ▶ 25쪽

- 01 135° 02 10° 03 3 cm 04 ③ 05 ① 06 2

02 삼각형의 외심과 내심

STEP 1 핵심 문제 ▶ 26~27쪽

- 01 ③ 02 10 cm 03 120° 04 75° 05 180° 06 ④, ⑤
 07 31° 08 ② 09 56 cm^2 10 8 cm 11 ③
 12 $29\pi\text{ cm}^2$

STEP 2 고난도 문제 ▶ 28~32쪽

- 01 10 cm^2 02 22° 03 ② 04 61° 05 $52\pi\text{ cm}^2$
 06 ④ 07 ④ 08 85° 09 ② 10 ③ 11 5
 12 17° 13 34° 14 3 15 186° 16 ③ 17 142°
 18 9 cm 19 $(4-\pi)\text{ cm}^2$ 20 $\frac{3}{2}\pi\text{ cm}^2$ 21 $\frac{7}{5}$
 22 5 23 9 cm^2 24 $\frac{5}{3}\text{ cm}$ 25 15° 26 129° 27 68°
 28 42 29 96 30 $5:1$

STEP 3 최고난도 문제 ▶ 33쪽

- 01 $\frac{20}{3}$ 02 75° 03 60° 04 56.5° 05 $\frac{10}{9}$ 06 8

03 평행사변형

STEP 1 핵심 문제 ▶ 34~35쪽

- 01 ④ 02 13 cm 03 ④ 04 ③ 05 ⑤ 06 20
 07 ②, ④ 08 ③ 09 ② 10 28 cm^2 11 8 cm^2 12 ④

STEP 2 고난도 문제 ▶ 36~38쪽

- 01 ③ 02 24 cm 03 36° 04 3 cm 05 12 cm 06 ④
 07 ② 08 7 09 90° 10 ① 11 풀이 참조
 12 평행사변형 13 40 cm 14 6 초 후 15 16 cm^2
 16 27 cm^2 17 ④ 18 54 cm^2

STEP 3 최고난도 문제 ▶ 39쪽

- 01 11 02 52° 03 30° 04 100° 05 80 cm^2
 06 14 cm^2

04 여러 가지 사각형

STEP 1 핵심 문제 ▶ 40~41쪽

- 01 84 02 38° 03 ③, ⑤ 04 ⑤ 05 ② 06 34
 07 직사각형 08 ①, ③ 09 ①, ⑤ 10 ④ 11 8cm^2
 12 12cm^2

STEP 2 고난도 문제 ▶ 42~46쪽

- 01 64° 02 $\overline{DF}$ 03 ③ 04 50° 05 54° 06 ④
 07 8 cm 08 48cm^2 09 ⑤ 10 ③ 11 50° 12 $5\pi\text{cm}$
 13 45° 14 18cm^2 15 ② 16 71° 17 30° 18 38°
 19 ③ 20 ④ 21 24 22 ⑤ 23 40cm^2
 24 16cm^2 25 10cm^2 26 $\frac{3}{2}\pi\text{cm}^2$ 27 3cm^2 28 4cm^2
 29 15cm^2 30 5

STEP 3 최고난도 문제 ▶ 47쪽

- 01 15cm^2 02 $\frac{144}{5}\text{cm}$ 03 6 04 x 05 5 cm
 06 14cm^2

단원 마스터 ▶ 48~51쪽

- 01 105° 02 43° 03 7 cm 04 24cm^2 05 $\neg, \supset$ 06 13 cm
 07 70° 08 ④ 09 156° 10 28cm^2 11 ③ 12 ②
 13 4 cm 14 ③ 15 32° 16 ②, ④ 17 5초 후 18 ①
 19 ③ 20 12cm^2 21 105° 22 63° 23 36 cm 24 ④

05 도형의 닮음

STEP 1 핵심 문제 ▶ 54~55쪽

- 01 ③, ⑤ 02 ⑤ 03 10π 04 32cm^2 05 54cm^3 06 ③
 07 12 cm 08 ④ 09 27 10 $\frac{10}{3}\text{cm}$ 11 ②
 12 560cm^2

STEP 2 고난도 문제 ▶ 56~60쪽

- 01 10 cm 02 ② 03 1 : 7 04 84cm^2 05 70cm^2 06 ⑤
 07 $16\pi\text{cm}^2$ 08 ③ 09 1 : 3 10 $111\pi\text{cm}^3$
 11 1 : 4 12 4 13 1 14 128 15 $\frac{3}{2}$ 16 $\frac{3}{2}$
 17 $\frac{9}{2}\text{cm}$ 18 ② 19 $\frac{32}{5}$ 20 8 cm 21 ④ 22 ②
 23 $\frac{324}{25}\text{cm}^2$ 24 $\frac{45}{4}$ 25 $\frac{6}{5}\text{cm}$ 26 12
 27 5760m^3 28 $\frac{49}{54}$ 배 29 ④

STEP 3 최고난도 문제 ▶ 61쪽

- 01 20cm^2 02 27 03 27 cm 04 4 : 5 05 $\frac{5}{7}a$ 06 6

06 평행선 사이의 선분의 길이의 비

STEP 1 핵심 문제 ▶ 62~63쪽

- 01 $\frac{11}{3}$ 02 $\frac{40}{3}$ 03 17 04 8 05 ②, ④ 06 ④
 07 20cm^2 08 $\frac{1}{2}S$ 09 ② 10 $x=8, y=14$
 11 ② 12 $\frac{36}{5}$ 13 ③

바른 정답

STEP 2 고난도 문제 ▶ 64~68쪽

- 01 1 cm 02 3 cm 03 ③ 04 4:2:3 05 $\frac{360}{23}$ cm
 06 ② 07 25 08 $\frac{36}{7}$ 09 ③, ⑤ 10 $\frac{72}{7}$ cm 11 7:6
 12 2 cm 13 5 14 8 cm 15 ③ 16 2
 17 $\frac{26}{7}$ cm² 18 ⑤ 19 ⑤ 20 3:5 21 ②
 22 ② 23 $\frac{45}{2}$ 24 36 cm² 25 4 26 $\frac{3}{2}$ cm
 27 24 cm² 28 2 cm

STEP 3 최고난도 문제 ▶ 69쪽

- 01 12 cm 02 $\frac{3}{2}$ 03 3:1 04 230 05 320

07 삼각형의 무게중심

STEP 1 핵심 문제 ▶ 70~71쪽

- 01 3 cm 02 8 cm 03 10 cm 04 12 cm 05 5 06 ③
 07 ③ 08 18 09 ② 10 3 cm² 11 ⑤
 12 48 cm²

STEP 2 고난도 문제 ▶ 72~76쪽

- 01 ③ 02 ④ 03 3 cm 04 ② 05 ③ 06 ③
 07 48 cm² 08 1 cm² 09 7 cm 10 ② 11 3 cm 12 8 cm
 13 $\frac{27}{7}$ cm² 14 $\frac{5}{2}$ 15 ② 16 64π cm²
 17 20π cm 18 $\frac{10}{3}$ cm 19 ③ 20 10 cm 21 14
 22 7 23 ④ 24 ⑤ 25 36 cm² 26 4 cm² 27 4 cm²
 28 46 29 ④ 30 $\frac{8}{3}$ cm²

STEP 3 최고난도 문제 ▶ 77쪽

- 01 3 cm 02 1 cm 03 5 cm 04 10 05 10 cm²
 06 $\frac{1}{3}$ cm³

08 피타고라스 정리

STEP 1 핵심 문제 ▶ 78~79쪽

- 01 ③ 02 ③ 03 15 04 $\frac{15}{4}$ 05 ㄱ, ㄷ 06 36
 07 60 cm² 08 7 09 ④ 10 6 cm² 11 ⑤ 12 16 cm
 13 15 cm

STEP 2 고난도 문제 ▶ 80~84쪽

- 01 12 cm 02 $\frac{65}{3}$ cm² 03 8 04 10 cm
 05 18 cm² 06 9 cm² 07 20 08 ⑤ 09 13 cm 10 $\frac{12}{5}$
 11 $\frac{52}{5}$ 12 ① 13 $\frac{15}{4}$ cm² 14 3 cm
 15 $\frac{289}{2}$ cm² 16 ④ 17 9 m 18 58 cm² 19 ①, ⑤
 20 5 21 9 22 ③ 23 20 24 90 cm² 25 ②
 26 2(P+Q) 27 17 cm 28 15π cm 29 10

STEP 3 최고난도 문제 ▶ 85쪽

- 01 ② 02 $\frac{45}{4}$ 03 $\frac{2}{3}$ cm 04 3 cm 05 258
 06 50 cm

단원 마스터 ▶ 86~89쪽

- 01 ㄱ, ㄷ 02 ③ 03 108cm^3 04 $8:3$ 05 ②
 06 ① 07 12cm 08 ② 09 63cm^2 10 ③ 11 $5:6$
 12 $\frac{3}{2}$ 13 4cm 14 84 15 $24\pi\text{cm}$ 16 ②
 17 8cm^2 18 ② 19 $\frac{600}{17}\text{cm}^2$ 20 $\frac{96}{25}\text{cm}$
 21 ④ 22 65 23 ④ 24 38cm^2

09 경우의수

STEP 1 핵심 문제 ▶ 92~93쪽

- 01 ② 02 (1) 9 (2) 3 03 7 04 288 05 ③
 06 12 07 ③ 08 17 09 ② 10 80 11 ③
 12 ②

STEP 2 고난도 문제 ▶ 94~98쪽

- 01 10 02 2 03 ③ 04 51점 05 ① 06 ③
 07 9 08 ② 09 ④ 10 47 11 35개 12 ②
 13 72 14 384 15 ③ 16 72 17 ③ 18 ④
 19 540 20 78 21 182 22 12 23 5860 24 ④
 25 ② 26 6 27 34 28 ② 29 110 30 100
 31 ④

STEP 3 최고난도 문제 ▶ 99쪽

- 01 21 02 9 03 3360 04 1989 05 420 06 35

10 확률

STEP 1 핵심 문제 ▶ 100~101쪽

- 01 ③ 02 ② 03 ④ 04 $\frac{3}{5}$ 05 $\frac{7}{10}$ 06 $\frac{3}{10}$
 07 ④ 08 ③ 09 $\frac{1}{12}$ 10 $\frac{3}{4}$ 11 ③ 12 $\frac{12}{25}$
 13 $\frac{3}{10}$

STEP 2 고난도 문제 ▶ 102~106쪽

- 01 ③ 02 7 03 $\frac{1}{3}$ 04 $\frac{5}{36}$ 05 $\frac{1}{2}$ 06 $\frac{3}{8}$
 07 $\frac{1}{2}$ 08 $\frac{98}{125}$ 09 $\frac{4}{5}$ 10 $\frac{5}{8}$ 11 ③ 12 $\frac{5}{36}$
 13 ④ 14 ③ 15 $\frac{35}{72}$ 16 $\frac{1}{5}$ 17 ③ 18 ②
 19 $\frac{117}{125}$ 20 $\frac{5}{12}$ 21 ① 22 $\frac{7}{16}$ 23 $\frac{11}{72}$ 24 $\frac{5}{12}$
 25 $\frac{8}{27}$ 26 $\frac{7}{15}$ 27 $\frac{7}{40}$ 28 8 29 민혁

STEP 3 최고난도 문제 ▶ 107쪽

- 01 30 02 $\frac{1}{6}$ 03 $\frac{28}{55}$ 04 $\frac{7}{45}$ 05 $\frac{55}{324}$ 06 $\frac{19}{81}$

단원 마스터 ▶ 108~111쪽

- 01 6 02 ④ 03 8 04 9 05 16 06 18
 07 24 08 ④ 09 66번째 10 72 11 ② 12 ⑤
 13 ③ 14 $10, 8$ 15 $\frac{1}{2}$ 16 ⑤ 17 $\frac{17}{18}$ 18 ⑤
 19 $\frac{67}{256}$ 20 $\frac{3}{8}$ 21 $\frac{49}{72}$ 22 ① 23 $\frac{21}{32}$ 24 $\frac{11}{35}$

01 삼각형의 성질

STEP 1 핵심 문제

▶ 20~21쪽

- 01 ④ 02 110° 03 60° 04 22°
 05 $\angle BDC = 72^\circ$, $\overline{AD} = 8\text{ cm}$ 06 ③ 07 54 cm^2
 08 5 cm 09 40° 10 12 cm 11 ④ 12 30 cm^2

01 답 ④

- ① 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로 $\overline{BD} = \overline{CD}$
 ②, ③ $\triangle ABP$ 와 $\triangle ACP$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAP = \angle CAP$, $\overline{AP}$ 는 공통이므로
 $\triangle ABP \cong \triangle ACP$ (SAS 합동)
 $\therefore \angle ABP = \angle ACP$, $\overline{BP} = \overline{CP}$
 ⑤ $\triangle PBD$ 와 $\triangle PCD$ 에서
 $\overline{BD} = \overline{CD}$, $\angle PDB = \angle PDC = 90^\circ$, $\overline{PD}$ 는 공통이므로
 $\triangle PBD \cong \triangle PCD$ (SAS 합동)
 따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

비법 NOTE

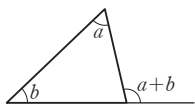
$\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서
 $(\angle A \text{의 이등분선}) = (\overline{BC} \text{의 수직이등분선})$
 $= (\text{꼭짓점 A에서 } \overline{BC} \text{에 그은 수선})$
 $= (\text{꼭짓점 A와 } \overline{BC} \text{의 중점을 지나는 직선})$

02 답 110°

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{DA} = \overline{DB}$ 이므로
 $\angle BAD = \angle B = 35^\circ$
 $\therefore \angle ADC = \angle B + \angle BAD = 35^\circ + 35^\circ = 70^\circ$
 따라서 $\triangle ADC$ 에서 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 이므로
 $\angle ACD = \angle ADC = 70^\circ$
 $\therefore \angle x = 180^\circ - \angle ACD = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

개념 NOTE

(삼각형의 한 외각의 크기)
 $= (\text{그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합})$



03 답 60°

$\triangle DAO$ 에서 $\overline{AD} = \overline{OD}$ 이므로
 $\angle DAO = \angle DOA = 20^\circ$
 $\therefore \angle EDO = \angle DAO + \angle DOA = 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ$
 $\triangle OED$ 에서 $\overline{OD} = \overline{OE}$ 이므로
 $\angle OED = \angle ODE = 40^\circ$
 따라서 $\triangle EAO$ 에서
 $\angle EOB = \angle EAO + \angle AEO = 20^\circ + 40^\circ = 60^\circ$

04 답 22°

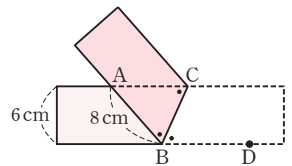
$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 44^\circ) = 68^\circ$
 $\therefore \angle DBC = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 68^\circ = 34^\circ$
 이때 $\angle ACE = 180^\circ - \angle ACB = 180^\circ - 68^\circ = 112^\circ$ 이므로
 $\angle DCE = \frac{1}{2} \angle ACE = \frac{1}{2} \times 112^\circ = 56^\circ$
 따라서 $\triangle DBC$ 에서 $34^\circ + \angle x = 56^\circ$ 이므로
 $\angle x = 22^\circ$

05 답 $\angle BDC = 72^\circ$, $\overline{AD} = 8\text{ cm}$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle ABC = \angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 36^\circ) = 72^\circ$
 $\therefore \angle ABD = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ$
 즉, $\angle A = \angle ABD$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 $\overline{AD} = \overline{BD}$ 인 이등변삼각형이다.
 또 $\triangle ABD$ 에서 $\angle BDC = \angle A + \angle ABD = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ$
 따라서 $\angle C = \angle BDC$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 $\overline{BC} = \overline{BD}$ 인 이등변삼각형이다.
 $\therefore \overline{AD} = \overline{BD} = \overline{BC} = 8\text{ cm}$

06 답 ③

오른쪽 그림과 같이 점 D를 정하면
 $\angle ABC = \angle CBD$ (접은 각)
 $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$ 이므로
 $\angle ACB = \angle CBD$ (엇각)
 따라서 $\angle ABC = \angle ACB$ 이므로
 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다.
 $\therefore \overline{AC} = \overline{AB} = 8\text{ cm}$



$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times 6 = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24(\text{cm}^2)$

07 답 54 cm^2

$\triangle BEM$ 과 $\triangle CDM$ 에서
 $\angle BEM = \angle CDM = 90^\circ$, $\overline{BM} = \overline{CM}$,
 $\angle BME = \angle CMD$ (맞꼭지각)이므로
 $\triangle BEM \cong \triangle CDM$ (RHA 합동)
 즉, $\overline{EM} = \overline{DM} = 6\text{ cm}$, $\overline{BE} = \overline{CD} = 9\text{ cm}$ 이고,
 $\overline{AM} = \overline{AE} - \overline{EM} = 18 - 6 = 12(\text{cm})$
 $\therefore \triangle ABM = \frac{1}{2} \times \overline{AM} \times \overline{BE} = \frac{1}{2} \times 12 \times 9 = 54(\text{cm}^2)$

08 답 5 cm

$\triangle ABD$ 와 $\triangle BCE$ 에서
 $\angle ADB = \angle BEC = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{BC}$,
 $\angle ABD = 90^\circ - \angle EBC = \angle BCE$ 이므로
 $\triangle ABD \cong \triangle BCE$ (RHA 합동)
 따라서 $\overline{BD} = \overline{CE} = 8\text{ cm}$, $\overline{BE} = \overline{AD} = 3\text{ cm}$ 이므로
 $\overline{DE} = \overline{BD} - \overline{BE} = 8 - 3 = 5(\text{cm})$

09 답 40°

△DBM과 △ECM에서
 $\angle BDM = \angle CEM = 90^\circ$, $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{MD} = \overline{ME}$ 이므로
 $\triangle DBM \equiv \triangle ECM$ (RHS 합동)
 즉, $\angle DBM = \angle ECM$ 이므로

$$\triangle ABC \text{에서 } \angle DBM = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 80^\circ) = 50^\circ$$

따라서 △DBM에서
 $\angle BMD = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$

다른 풀이

사각형 ADME에서
 $\angle DME = 360^\circ - (90^\circ + 80^\circ + 90^\circ) = 100^\circ$
 이때 $\triangle DBM \equiv \triangle ECM$ (RHS 합동)이므로
 $\angle BMD = \angle CME = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 100^\circ) = 40^\circ$

10 답 12 cm

△ADE와 △ACE에서
 $\angle ADE = \angle ACE = 90^\circ$, $\overline{AE}$ 는 공통,
 $\overline{AD} = \overline{AC}$ 이므로

$\triangle ADE \equiv \triangle ACE$ (RHS 합동) ①

$$\therefore \overline{DE} = \overline{CE}$$

이때 $\overline{AD} = \overline{AC} = 6 \text{ cm}$ 이므로

$$\overline{BD} = \overline{AB} - \overline{AD} = 10 - 6 = 4(\text{cm}) \quad \dots\dots ②$$

$$\begin{aligned} \therefore (\triangle BED \text{의 둘레의 길이}) &= \overline{BD} + \overline{BE} + \overline{DE} \\ &= 4 + \overline{BE} + \overline{CE} \\ &= 4 + \overline{BC} \\ &= 4 + 8 = 12(\text{cm}) \quad \dots\dots ③ \end{aligned}$$

채점 기준

① $\triangle ADE \equiv \triangle ACE$ 임을 알기	30 %
② $\overline{BD}$ 의 길이 구하기	30 %
③ $\triangle BED$ 의 둘레의 길이 구하기	40 %

11 답 ④

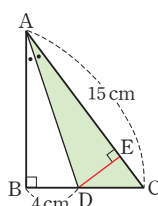
① 주어진 조건에서 $\angle AOP = \angle BOP$
 ②, ③, ⑤ △AOP와 △BOP에서
 $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$, $\overline{OP}$ 는 공통,
 $\angle AOP = \angle BOP$ 이므로
 $\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ (RHA 합동)
 $\therefore \overline{PA} = \overline{PB}$, $\angle APO = \angle BPO$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

12 답 30 cm²

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 E라 하자.

△ABD와 △AED에서
 $\angle ABD = \angle AED = 90^\circ$, $\overline{AD}$ 는 공통,
 $\angle BAD = \angle EAD$ 이므로
 $\triangle ABD \equiv \triangle AED$ (RHA 합동)



따라서 $\overline{DE} = \overline{DB} = 4 \text{ cm}$ 이므로

$$\begin{aligned} \triangle ADC &= \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{DE} \\ &= \frac{1}{2} \times 15 \times 4 = 30(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

STEP 2 **고난도 문제**

▶ 22~24쪽

- 01 30 cm 02 36° 03 ⑤ 04 57° 05 30° 06 25°
 07 16 08 8 cm 09 ① 10 $\overline{AE} = \overline{AF}$ 인 이등변삼각형
 11 26 cm 12 54 cm² 13 $\frac{25}{2} \text{ cm}^2$ 14 18 cm²
 15 15° 16 6 cm² 17 24 cm 18 5 cm

01 답 30 cm

△ABC에서 $\overline{AP} \perp \overline{BC}$, $\overline{BP} = \overline{CP}$

따라서 $\triangle ABP = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{DP} = \frac{1}{2} \times \overline{BP} \times \overline{AP}$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times 25 \times 12 = \frac{1}{2} \times \overline{BP} \times 20$$

$$10\overline{BP} = 150 \quad \therefore \overline{BP} = 15(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{BC} = 2\overline{BP} = 2 \times 15 = 30(\text{cm})$$

02 답 36°

△ABE와 △ACD에서

$$\overline{AB} = \overline{AC}, \overline{BE} = \overline{BA} = \overline{CA} = \overline{CD},$$

$$\overline{AB} = \overline{AC} \text{이므로 } \angle ABE = \angle ACD$$

$$\therefore \triangle ABE \equiv \triangle ACD \text{ (SAS 합동)}$$

따라서 $\overline{AE} = \overline{AD}$ 이므로 △ADE는 이등변삼각형이다.

$$\therefore \angle ADE = \angle AED = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 36^\circ) = 72^\circ$$

이때 △ABE에서 $\overline{BA} = \overline{BE}$ 이므로

$$\angle BAE = \angle BEA = 72^\circ$$

$$\therefore \angle BAD = \angle BAE - \angle DAE = 72^\circ - 36^\circ = 36^\circ$$

다른 풀이

$$\triangle ABC \text{에서 } \overline{AB} = \overline{AC} \text{이므로 } \angle B = \angle C \quad \dots\dots ㉠$$

$$\triangle ABE \text{에서 } \overline{BA} = \overline{BE} \text{이므로 } \angle BAE = \angle BEA$$

$$\therefore \angle B + 2\angle BEA = 180^\circ \quad \dots\dots ㉡$$

$$\triangle ACD \text{에서 } \overline{CA} = \overline{CD} \text{이므로 } \angle CAD = \angle CDA$$

$$\therefore \angle C + 2\angle CDA = 180^\circ \quad \dots\dots ㉢$$

$$㉠, ㉡, ㉢ \text{에서 } \angle BEA = \angle CDA$$

따라서 $\angle AED = \angle ADE$ 이므로 △ADE는 이등변삼각형이다.

03 답 ⑤

△ABC에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$$

$$\therefore \angle QBC = \angle ABC - \angle ABQ = 70^\circ - 27^\circ = 43^\circ$$

한편 $\triangle PBC$ 와 $\triangle QCB$ 에서

$$\overline{PB} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \overline{QC}, \angle PBC = \angle QCB,$$

$\overline{BC}$ 는 공통이므로

$$\triangle PBC \equiv \triangle QCB \text{ (SAS 합동)}$$

$$\therefore \angle PCB = \angle QCB = 43^\circ$$

따라서 $\triangle OBC$ 에서

$$\angle x = 180^\circ - (43^\circ + 43^\circ) = 94^\circ$$

다른 풀이

$\triangle ABQ$ 와 $\triangle ACP$ 에서

$\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle A$ 는 공통,

$$\overline{AQ} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \overline{AP} \text{이므로}$$

$$\triangle ABQ \equiv \triangle ACP \text{ (SAS 합동)}$$

$$\therefore \angle ACP = \angle ABQ = 27^\circ$$

$$\text{또 } \triangle ABQ \text{에서 } \angle BQC = 40^\circ + 27^\circ = 67^\circ$$

$$\text{따라서 } \triangle QOC \text{에서 } \angle x = 67^\circ + 27^\circ = 94^\circ$$

04 답 57°

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 48^\circ) = 66^\circ \quad \dots\dots ①$$

한편 $\triangle BED$ 와 $\triangle CFE$ 에서

$\overline{BD} = \overline{CE}$, $\angle B = \angle C$, $\overline{BE} = \overline{CF}$ 이므로

$$\triangle BED \equiv \triangle CFE \text{ (SAS 합동)} \quad \dots\dots ②$$

$$\therefore \overline{DE} = \overline{EF}, \angle BDE = \angle CEF$$

따라서 $\triangle DEF$ 는 $\overline{DE} = \overline{EF}$ 인 이등변삼각형이고

$$\begin{aligned} \angle DEF &= 180^\circ - (\angle BED + \angle CEF) \\ &= 180^\circ - (\angle BED + \angle BDE) \\ &= \angle B = 66^\circ \end{aligned} \quad \dots\dots ③$$

$$\therefore \angle EDF = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 66^\circ) = 57^\circ \quad \dots\dots ④$$

채점 기준

① $\angle B$ 의 크기 구하기	20%
② $\triangle BED \equiv \triangle CFE$ 임을 알기	20%
③ $\angle DEF$ 의 크기 구하기	40%
④ $\angle EDF$ 의 크기 구하기	20%

05 답 30°

$\angle DAC = \angle x$ 라 하면

$$\angle BAD = 2\angle DAC = 2\angle x$$

$\triangle ADC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{DC}$ 이므로

$$\angle DCA = \angle DAC = \angle x$$

$$\therefore \angle ADB = \angle x + \angle x = 2\angle x$$

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 이므로

$$\angle ABD = \angle ADB = 2\angle x$$

따라서 $\triangle ABD$ 에서

$$2\angle x + 2\angle x + 2\angle x = 180^\circ \text{이므로}$$

$$6\angle x = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 30^\circ$$

$$\therefore \angle DAC = 30^\circ$$

06 답 25°

$\triangle CBD$ 에서 $\overline{CB} = \overline{CD}$ 이므로

$$\angle DBC = \angle D = \angle x \text{라 하면}$$

$$\angle DCE = \angle x + \angle x = 2\angle x$$

이때 $\angle ACD = \angle DCE = 2\angle x$ 이므로

$$\angle ACB = 180^\circ - (\angle ACD + \angle DCE) = 180^\circ - 4\angle x$$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle ABC = \angle ACB = 180^\circ - 4\angle x$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - 2 \times (180^\circ - 4\angle x) = 8\angle x - 180^\circ$$

따라서 $\angle A : \angle D = 4 : 5$ 이므로

$$(8\angle x - 180^\circ) : \angle x = 4 : 5$$

$$40\angle x - 900^\circ = 4\angle x, 36\angle x = 900^\circ$$

$$\therefore \angle x = 25^\circ$$

$$\therefore \angle D = 25^\circ$$

07 답 16

$$\overline{AP} + \overline{AC} = \overline{AP} + \overline{AB} = \overline{AP} + 2\overline{AP} = 3\overline{AP} = 30 \text{이므로}$$

$$\overline{AP} = 10$$

$$\therefore \overline{BP} = \overline{AP} = 10$$

$\overline{BP} + \overline{BC} = 34$ 에서

$$10 + \overline{BC} = 34 \quad \therefore \overline{BC} = 24$$

이때 $\overline{AM}$ 은 꼭지각의 이등분선이므로

$$\overline{BM} = \overline{CM} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 24 = 12$$

따라서 $\overline{AM} + \overline{BM} = 28$ 에서

$$\overline{AM} + 12 = 28 \quad \therefore \overline{AM} = 16$$

08 답 8cm

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle B = \angle C$$

두 직각삼각형 FDB , EDC 에서

$$\angle F = 90^\circ - \angle B = 90^\circ - \angle C = \angle DEC$$

이때 $\angle AEF = \angle DEC$ (맞꼭지각)이므로

$$\angle F = \angle AEF$$

따라서 $\triangle AEF$ 는 $\overline{AE} = \overline{AF}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\overline{AE} = \overline{AF} = 4 \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{EC} = \overline{AC} - \overline{AE}$$

$$= \overline{AB} - \overline{AE}$$

$$= 12 - 4 = 8(\text{cm})$$

09 답 ①

$\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C$ 이므로

$$\overline{AC} = \overline{AB} = 10 \text{ cm}$$

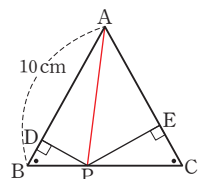
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AP}$ 를 그으면

$$\triangle ABC = \triangle ABP + \triangle APC \text{이므로}$$

$$40 = \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{PD} + \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{PE}$$

$$40 = 5(\overline{PD} + \overline{PE})$$

$$\therefore \overline{PD} + \overline{PE} = 8(\text{cm})$$



10 답 $\overline{AE}=\overline{AF}$ 인 이등변삼각형

$\angle ABE=\angle EBD=\angle a$ 라 하면

직각삼각형 ABF에서

$$\angle AFB=90^\circ-\angle a$$

직각삼각형 EBD에서

$$\angle BED=90^\circ-\angle a$$

$$\therefore \angle AEF=\angle BED=90^\circ-\angle a \text{ (맞꼭지각)}$$

따라서 $\angle AFE=\angle AEF$ 이므로 $\triangle AEF$ 는 $\overline{AE}=\overline{AF}$ 인 이등변삼각형이다.

11 답 26 cm

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 이므로

$$\angle B=\angle C$$

$\overline{AB}\parallel\overline{FE}$ 이므로 $\angle B=\angle FEC$ (동위각)

$\overline{AC}\parallel\overline{DE}$ 이므로 $\angle C=\angle DEB$ (동위각)

$$\therefore \angle B=\angle DEB, \angle FEC=\angle C$$

따라서 $\triangle DBE$ 는 $\overline{DB}=\overline{DE}$ 인 이등변삼각형이고, $\triangle FEC$ 는 $\overline{FE}=\overline{FC}$ 인 이등변삼각형이다.

$$\begin{aligned} \therefore (\text{사각형 ADEF의 둘레의 길이}) &= \overline{AD} + \overline{DE} + \overline{EF} + \overline{FA} \\ &= \overline{AD} + \overline{DB} + \overline{CF} + \overline{FA} \\ &= \overline{AB} + \overline{AC} \\ &= 13 + 13 = 26(\text{cm}) \end{aligned}$$

12 답 54 cm^2

오른쪽 그림과 같이 $\overline{FG}$ 의 연장선 위에 두 점

I, J를 잡으면

$$\angle EFB=\angle EFI \text{ (접은 각)}$$

$\overline{EH}\parallel\overline{FG}$ 이므로

$$\angle BEF=\angle EFI \text{ (엇각)}$$

$$\therefore \angle BEF=\angle EFB \text{ 이므로}$$

$\triangle BEF$ 는 $\overline{BE}=\overline{BF}$ 인 이등변삼각형이다.

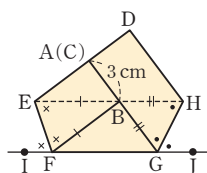
같은 방법으로 하면 $\angle BHG=\angle HGB$ 이므로 $\triangle BGH$ 는 $\overline{BG}=\overline{BH}$ 인 이등변삼각형이다.

이때 $\overline{EH}+\overline{FG}=15\text{ cm}$ 이므로 [그림 1]의 직사각형 ABCD의 가로

$$\begin{aligned} \overline{BF}+\overline{FG}+\overline{GB}+\overline{BA} &= \overline{EB}+\overline{FG}+\overline{BH}+\overline{BA} \\ &= (\overline{EB}+\overline{BH})+\overline{FG}+\overline{BA} \\ &= (\overline{EH}+\overline{FG})+\overline{BA} \\ &= 15+3=18(\text{cm}) \end{aligned}$$

따라서 구하는 넓이는

$$18 \times 3 = 54(\text{cm}^2)$$



13 답 $\frac{25}{2}\text{ cm}^2$

$\triangle ADB$ 와 $\triangle BEC$ 에서

$$\angle ADB=\angle BEC=90^\circ, \overline{AB}=\overline{BC},$$

$$\angle BAD=90^\circ-\angle ABD=\angle CBE \text{ 이므로}$$

$\triangle ADB\equiv\triangle BEC$ (RHA 합동)

$$\therefore \overline{BE}=\overline{AD}=4\text{ cm}$$

이때 $\triangle BEC$ 의 넓이가 6 cm^2 이므로

$$\frac{1}{2} \times 4 \times \overline{CE}=6, 2\overline{CE}=6$$

$$\therefore \overline{CE}=3(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{BD}=\overline{CE}=3\text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle ABC &= (\text{사다리꼴 ADEC의 넓이}) - (\triangle ADB + \triangle BEC) \\ &= \frac{1}{2} \times (4+3) \times (3+4) - 2 \times 6 \\ &= \frac{49}{2} - 12 \\ &= \frac{25}{2}(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

14 답 18 cm^2

$\triangle ABF$ 와 $\triangle BCG$ 에서

$$\angle AFB=\angle BGC=90^\circ, \overline{AB}=\overline{BC},$$

$$\angle BAF=90^\circ-\angle ABF=\angle CBG \text{ 이므로}$$

$\triangle ABF\equiv\triangle BCG$ (RHA 합동)

$$\therefore \overline{BF}=\overline{CG}=9\text{ cm}, \overline{BG}=\overline{AF}=12\text{ cm}$$

$$\therefore \overline{FG}=\overline{BG}-\overline{BF}=12-9=3(\text{cm})$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle AFG &= \frac{1}{2} \times \overline{FG} \times \overline{AF} \\ &= \frac{1}{2} \times 3 \times 12 \\ &= 18(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

채점 기준

① $\overline{BF}$, $\overline{BG}$ 의 길이 구하기	50 %
② $\overline{FG}$ 의 길이 구하기	20 %
③ $\triangle AFG$ 의 넓이 구하기	30 %

15 답 15°

$\triangle AED$ 와 $\triangle CFD$ 에서

$$\angle DAE=\angle DCF=90^\circ,$$

$$\overline{DE}=\overline{DF}, \overline{AD}=\overline{CD} \text{ 이므로}$$

$\triangle AED\equiv\triangle CFD$ (RHS 합동)

$$\therefore \angle CDF=\angle ADE \text{ 이므로}$$

$$\angle EDF=\angle EDC+\angle CDF$$

$$=\angle EDC+\angle ADE$$

$$=\angle ADC=90^\circ$$

따라서 $\triangle DEF$ 는 $\overline{DE}=\overline{DF}$ 인 직각이등변삼각형이므로

$$\angle DFE=\frac{1}{2} \times (180^\circ-90^\circ)=45^\circ$$

이때 $\triangle DCF$ 에서 $\angle CDF=\angle ADE=30^\circ$ 이므로

$$\angle DFC=90^\circ-30^\circ=60^\circ$$

$$\therefore \angle BFE=\angle DFC-\angle DFE$$

$$=60^\circ-45^\circ=15^\circ$$

16 답 6 cm^2

$\triangle ACD$ 와 $\triangle AED$ 에서

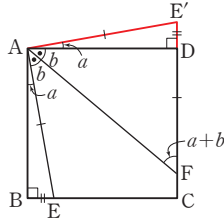
$$\angle ACD=\angle AED=90^\circ, \overline{AD} \text{ 는 공통}, \overline{CD}=\overline{ED} \text{ 이므로}$$

$\triangle ACD\equiv\triangle AED$ (RHS 합동)

$$\therefore \overline{AE}=\overline{AC}=12\text{ cm}$$

04 답 ③

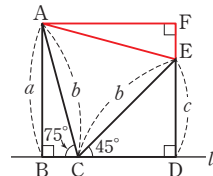
오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$ 의 연장선 위에 $\overline{BE}=\overline{DE}'$ 이 되도록 점 E' 을 잡으면 $\triangle ABE$ 와 $\triangle ADE'$ 에서 $\overline{AB}=\overline{AD}$, $\angle ABE=\angle ADE'=90^\circ$, $\overline{BE}=\overline{DE}'$ 이므로 $\triangle ABE\equiv\triangle ADE'$ (SAS 합동)
 $\therefore \overline{AE}=\overline{AE}'$



$\angle BAE=\angle DAE'=\angle a$, $\angle DAF=\angle EAF=\angle b$ 라 하면
 $\angle BAF=\angle a+\angle b=\angle FAE'$
 또 $\overline{AB}\parallel\overline{DC}$ 이므로 $\angle AFD=\angle BAF=\angle a+\angle b$ (엇각)
 따라서 $\angle E'AF=\angle E'FA$ 이므로 $\triangle E'AF$ 는 $\overline{AE'}=\overline{E'F}$ 인 이등변삼각형이다.
 $\therefore \overline{AE}=\overline{AE'}=\overline{E'F}=\overline{DE'}+\overline{DF}=\overline{BE}+\overline{DF}$

05 답 ①

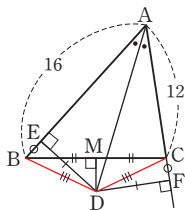
오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{DE}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 F라 하자.
 $\angle ACE=180^\circ-(75^\circ+45^\circ)=60^\circ$ 이고,
 $\overline{AC}=\overline{CE}$ 이므로 $\triangle ACE$ 는 정삼각형이다.
 $\therefore \overline{AE}=b$, $\angle CAE=60^\circ$



$\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC=180^\circ-(90^\circ+75^\circ)=15^\circ$ 이므로
 $\angle FAE=90^\circ-(15^\circ+60^\circ)=15^\circ$
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle AFE$ 에서
 $\overline{AC}=\overline{AE}$, $\angle ABC=\angle AFE=90^\circ$,
 $\angle BAC=\angle FAE=15^\circ$ 이므로
 $\triangle ABC\equiv\triangle AFE$ (RHA 합동)
 $\therefore \overline{AB}=\overline{AF}$
 $\therefore \overline{BD}=\overline{AF}=\overline{AB}=a$

06 답 2

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$, $\overline{CD}$ 를 그으면
 $\triangle ADE$ 와 $\triangle ADF$ 에서
 $\angle AED=\angle AFD=90^\circ$,
 $\overline{AD}$ 는 공통, $\angle DAE=\angle DAF$ 이므로
 $\triangle ADE\equiv\triangle ADF$ (RHA 합동)
 $\therefore \overline{DE}=\overline{DF}$, $\overline{AE}=\overline{AF}$



$\triangle BDM$ 과 $\triangle CDM$ 에서
 $\angle BMD=\angle CMD=90^\circ$, $\overline{BM}=\overline{CM}$, $\overline{DM}$ 은 공통이므로
 $\triangle BDM\equiv\triangle CDM$ (SAS 합동)
 $\therefore \overline{BD}=\overline{CD}$
 또 $\triangle BDE$ 와 $\triangle CDF$ 에서
 $\angle BED=\angle CFD=90^\circ$, $\overline{BD}=\overline{CD}$, $\overline{DE}=\overline{DF}$ 이므로
 $\triangle BDE\equiv\triangle CDF$ (RHS 합동)
 $\therefore \overline{BE}=\overline{CF}$
 이때 $\overline{BE}=\overline{CF}=x$ 라 하면 $\overline{AE}=16-x$, $\overline{AF}=12+x$ 이므로
 $16-x=12+x$, $2x=4$ $\therefore x=2$
 $\therefore \overline{CF}=2$

02 삼각형의 외심과 내심

STEP 1 핵심 문제

▶ 26~27쪽

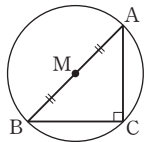
- 01 ③ 02 10 cm 03 120° 04 75° 05 180° 06 ④, ⑤
 07 31° 08 ② 09 56 cm^2 10 8 cm 11 ③
 12 $29\pi\text{ cm}^2$

01 답 ③

- ① 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같으므로 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$
 ② $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$ 이므로 $\angle OBE=\angle OCE$
 ④ $\triangle OAF$ 와 $\triangle OCF$ 에서 $\angle OFA=\angle OFC=90^\circ$, $\overline{OF}$ 는 공통, $\overline{OA}=\overline{OC}$ 이므로 $\triangle OAF\equiv\triangle OCF$ (RHS 합동)
 ⑤ $\triangle OBE$ 와 $\triangle OCE$ 에서 $\angle OEB=\angle OEC=90^\circ$, $\overline{OE}$ 는 공통, $\overline{OB}=\overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBE\equiv\triangle OCE$ (RHS 합동)
 $\therefore \triangle OBE=\triangle OCE$
 따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

02 답 10 cm

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$ 의 중점을 M이라 하면 점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이다.
 이때 $\triangle ABC$ 의 외접원의 지름이 $\overline{AB}$ 이므로
 $10\pi=\pi\times\overline{AB}$
 $\therefore \overline{AB}=10(\text{cm})$

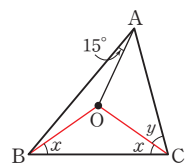


03 답 120°

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$
 $\triangle OCB$ 에서 $\angle OBC=\angle OCB=\angle x$ 라 하면
 $\triangle OAB$ 에서 $\angle OAB=\angle OBA=\angle x+36^\circ$
 $\triangle OCA$ 에서 $\angle OAC=\angle OCA=\angle x+24^\circ$
 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC=180^\circ-(36^\circ+24^\circ)=120^\circ$
 이때 $\angle BAC=\angle OAB+\angle OAC$ 이므로
 $(\angle x+36^\circ)+(\angle x+24^\circ)=120^\circ$
 $2\angle x=60^\circ$ $\therefore \angle x=30^\circ$
 따라서 $\triangle OCB$ 에서 $\angle BOC=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)=120^\circ$

04 답 75°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 를 긋고
 $\angle OBC=\angle x$, $\angle OCA=\angle y$ 라 하면
 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\angle x+\angle y+15^\circ=90^\circ$
 $\therefore \angle x+\angle y=75^\circ$



이때 $\angle OCB = \angle OBC = \angle x$ 이므로
 $\angle C = \angle x + \angle y = 75^\circ$

[다른 풀이]

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 를 그으면

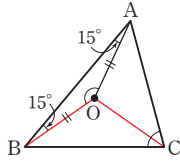
점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\overline{OA} = \overline{OB}$$

$$\triangle OAB \text{에서 } \angle OBA = \angle OAB = 15^\circ$$

$$\therefore \angle AOB = 180^\circ - (15^\circ + 15^\circ) = 150^\circ$$

$$\therefore \angle C = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 150^\circ = 75^\circ$$



05 답 180°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$ 를 그으면

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$$

$$\triangle OAB \text{에서 } \angle OAB = \angle OBA = 36^\circ$$

$$\triangle OAC \text{에서 } \angle OAC = \angle OCA = 24^\circ$$

따라서 $\angle x = \angle OAB + \angle OAC = 36^\circ + 24^\circ = 60^\circ$ 이므로

$$\angle y = 2 \angle BAC = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$$

[다른 풀이1]

$\angle OBC = \angle OCB = \angle z$ 라 하면

$\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC + \angle BCA + \angle CAB = 180^\circ$ 이므로

$$36^\circ + \angle z + \angle z + 24^\circ + 60^\circ = 180^\circ$$

$$2 \angle z = 60^\circ \quad \therefore \angle z = 30^\circ$$

따라서 $\triangle OBC$ 에서

$$\angle y = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$$

[다른 풀이2]

$\angle OBC = \angle OCB = \angle z$ 라 하면

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$36^\circ + \angle z + 24^\circ = 90^\circ \quad \therefore \angle z = 30^\circ$$

따라서 $\triangle OBC$ 에서

$$\angle y = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$$

06 답 ④, ⑤

④ 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같으므로

$$\overline{ID} = \overline{IE} = \overline{IF}$$

⑤ $\triangle IEC$ 와 $\triangle IFC$ 에서

$$\angle IEC = \angle IFC = 90^\circ, \overline{IC} \text{는 공통}, \overline{IE} = \overline{IF} \text{이므로}$$

$$\triangle IEC \equiv \triangle IFC \text{ (RHS 합동)}$$

따라서 옳은 것은 ④, ⑤이다.

07 답 31°

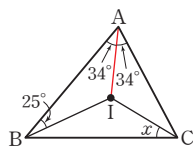
오른쪽 그림과 같이 $\overline{IA}$ 를 그으면 점 I는

$\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle IAB = \angle IAC = \frac{1}{2} \times 68^\circ = 34^\circ$$

따라서 $34^\circ + 25^\circ + \angle x = 90^\circ$ 이므로

$$\angle x = 31^\circ$$



[다른 풀이]

$$\triangle IAB \text{에서 } \angle AIB = 180^\circ - (34^\circ + 25^\circ) = 121^\circ$$

$$\angle AIB = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle ACB \text{이므로}$$

$$121^\circ = 90^\circ + \angle x \quad \therefore \angle x = 31^\circ$$

08 답 ②

점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$90^\circ + \frac{1}{2} \angle ABC = 112^\circ$$

$$90^\circ + \angle IBC = 112^\circ \quad \therefore \angle IBC = 22^\circ$$

[다른 풀이]

$$\triangle AIC \text{에서 } \angle IAC + \angle ICA = 180^\circ - 112^\circ = 68^\circ$$

따라서 $\angle IBC + \angle IAC + \angle ICA = 90^\circ$ 이므로

$$\angle IBC + 68^\circ = 90^\circ \quad \therefore \angle IBC = 22^\circ$$

09 답 56 cm²

$\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (20 + 16 + 12) = 24r \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{이때 } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 16 \times 12 = 96 \text{ (cm}^2\text{)} \text{이므로}$$

$$24r = 96 \quad \therefore r = 4$$

$$\therefore (\text{색칠한 부분의 넓이}) = \triangle IAC + \triangle IBC$$

$$= \frac{1}{2} \times 12 \times 4 + \frac{1}{2} \times 16 \times 4$$

$$= 24 + 32$$

$$= 56 \text{ (cm}^2\text{)}$$

10 답 8 cm

$\overline{BD} = \overline{BE} = x$ cm라 하면

$$\overline{AF} = \overline{AD} = \overline{AB} - \overline{BD} = 10 - x \text{ (cm)}$$

$$\overline{CF} = \overline{CE} = \overline{BC} - \overline{BE} = 14 - x \text{ (cm)}$$

이때 $\overline{AF} + \overline{CF} = \overline{AC}$ 이므로

$$(10 - x) + (14 - x) = 8$$

$$2x = 16 \quad \therefore x = 8$$

$$\therefore \overline{BD} = 8 \text{ cm}$$

11 답 ③

점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle DBI = \angle IBC, \angle ECI = \angle ICB$$

이때 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\angle DIB = \angle IBC \text{ (엇각)}, \angle EIC = \angle ICB \text{ (엇각)}$$

$$\therefore \angle DBI = \angle DIB, \angle ECI = \angle EIC$$

따라서 $\triangle DIB$, $\triangle EIC$ 는 각각 이등변삼각형이므로

$$\overline{DI} = \overline{DB}, \overline{EI} = \overline{EC}$$

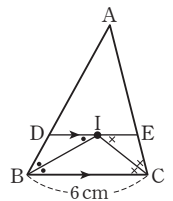
$$\therefore (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이}) = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}$$

$$= (\overline{AD} + \overline{DB}) + \overline{BC} + (\overline{AE} + \overline{EC})$$

$$= (\overline{AD} + \overline{DI}) + \overline{BC} + (\overline{AE} + \overline{EI})$$

$$= (\overline{AD} + \overline{DI} + \overline{EI} + \overline{AE}) + \overline{BC}$$

$$= 20 + 6 = 26 \text{ (cm)}$$



12 답 29π cm²

△ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R cm라 하면

$$R = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 10 = 5$$

$$\therefore (\text{외접원의 넓이}) = \pi \times 5^2 = 25\pi (\text{cm}^2)$$

△ABC의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (10 + 8 + 6) = 12r (\text{cm}^2)$$

$$\text{이때 } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24 (\text{cm}^2) \text{이므로}$$

$$12r = 24 \quad \therefore r = 2$$

$$\therefore (\text{내접원의 넓이}) = \pi \times 2^2 = 4\pi (\text{cm}^2)$$

따라서 △ABC의 외접원과 내접원의 넓이의 합은

$$25\pi + 4\pi = 29\pi (\text{cm}^2)$$

채점 기준

① 외접원의 넓이 구하기	40 %
② 내접원의 넓이 구하기	50 %
③ 외접원과 내접원의 넓이의 합 구하기	10 %

STEP 2 고난도 문제

▶ 28~32쪽

01 10 cm ²	02 22°	03 ②	04 61°		
05 52π cm ²	06 ④	07 ④	08 85°	09 ②	
10 ③	11 5	12 17°	13 34°	14 3	15 186°
16 ③	17 142°	18 9 cm	19 (4-π) cm ²		
20 $\frac{3}{2}\pi$ cm ²	21 $\frac{7}{5}$	22 5	23 9 cm ²	24 $\frac{5}{3}$ cm	
25 15°	26 129°	27 68°	28 42	29 96	30 5:1

01 답 10 cm²

점 O는 △ABC의 외심이므로

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$$

△OAF와 OCF에서

$$\angle OFA = \angle OFC = 90^\circ, \overline{OF} \text{는 공통}, \overline{OA} = \overline{OC} \text{이므로}$$

$$\triangle OAF \equiv \triangle OCF \text{ (RHS 합동)}$$

같은 방법으로 하면 △OAD ≡ △OBD, △OBE ≡ △OCE

$$\therefore \triangle OAF + \triangle OBD + \triangle OBE = \frac{1}{2} \triangle ABC$$

$$= \frac{1}{2} \times 32 = 16 (\text{cm}^2)$$

$$\text{이때 } \triangle OAF = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6 (\text{cm}^2) \text{이므로}$$

$$(\text{사각형 ODBE의 넓이}) = \triangle OBD + \triangle OBE$$

$$= 16 - \triangle OAF$$

$$= 16 - 6 = 10 (\text{cm}^2)$$

02 답 22°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 를 그으면

점 O는 △ABC의 외심이므로

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$$

$$\triangle OCA \text{에서 } \angle OAC = \angle OCA = 40^\circ$$

$$\triangle OBC \text{에서 } \angle OBC = \angle OCB = 18^\circ$$

이때 $\angle OAB = \angle OBA = \angle x$ 라 하면

$$\angle A - \angle B = (\angle x + 40^\circ) - (\angle x + 18^\circ)$$

$$= \angle x + 40^\circ - \angle x - 18^\circ = 22^\circ$$

채점 기준

① $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ 임을 알기	30 %
② $\angle OAC$, $\angle OBC$ 의 크기 구하기	30 %
③ $\angle A - \angle B$ 의 크기 구하기	40 %

03 답 ②

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OC}$ 를 그으면

점 O는 △ABC의 외심이므로

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$$

△OAB에서

$$\angle OAB = \angle OBA = 15^\circ + 25^\circ = 40^\circ \text{이므로}$$

$$\angle BOA = 180^\circ - (40^\circ + 40^\circ) = 100^\circ$$

또 △OBC에서 $\angle OCB = \angle OBC = 15^\circ$ 이므로

$$\angle BOC = 180^\circ - (15^\circ + 15^\circ) = 150^\circ$$

$$\therefore \angle AOC = \angle BOC - \angle BOA = 150^\circ - 100^\circ = 50^\circ$$

$$\text{따라서 } \triangle OAC \text{에서 } \angle OAC = \angle OCA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 50^\circ) = 65^\circ$$

$$\therefore \angle A = \angle BAO + \angle OAC = 40^\circ + 65^\circ = 105^\circ$$

다른 풀이

점 O는 △ABC의 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OC}$

△BOC에서 $\angle OCB = \angle OBC = 15^\circ$

$$\therefore \angle BOC = 180^\circ - (15^\circ + 15^\circ) = 150^\circ$$

또 점 O는 △ABC의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

△OAB에서 $\angle OAB = \angle OBA$

△OAC에서 $\angle OAC = \angle OCA$

$$\therefore \angle OBA + \angle OCA = \angle OAB + \angle OAC = \angle BAC$$

따라서 사각형 ABOC에서

$$\angle BOC + \angle OBA + \angle BAC + \angle OCA = 360^\circ \text{이므로}$$

$$150^\circ + (\angle OBA + \angle OCA) + \angle BAC = 360^\circ$$

$$150^\circ + 2\angle BAC = 360^\circ, 2\angle BAC = 210^\circ$$

$$\therefore \angle BAC = 105^\circ$$

04 답 61°

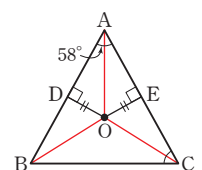
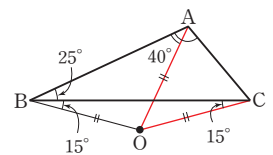
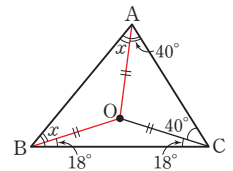
오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 를 그으면

점 O는 △ABC의 외심이므로

$$\angle OAB + \angle OCB + \angle OAC = 90^\circ$$

즉, $\angle OCB + \angle BAC = 90^\circ$ 이므로

$$\angle OCB + 58^\circ = 90^\circ \quad \therefore \angle OCB = 32^\circ$$



$\triangle OAD$ 와 $\triangle OAE$ 에서
 $\angle ADO = \angle AEO = 90^\circ$, $\overline{AO}$ 는 공통, $\overline{OD} = \overline{OE}$ 이므로
 $\triangle OAD \cong \triangle OAE$ (RHS 합동)

$$\therefore \angle OAD = \angle OAE = \frac{1}{2} \times 58^\circ = 29^\circ$$

이때 $\triangle OCA$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OCE = \angle OAE = 29^\circ$$

$$\therefore \angle C = \angle OCE + \angle OCB = 29^\circ + 32^\circ = 61^\circ$$

[다른 풀이]

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\angle BOC = 2\angle A = 2 \times 58^\circ = 116^\circ$$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OCB = \angle OBC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 116^\circ) = 32^\circ$$

05 답 52π cm²

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$ 를 그으면

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OA} = 12 \text{ cm}$$

$\triangle OAB$ 에서 $\angle OAB = \angle OBA = 40^\circ$

$\triangle OCA$ 에서 $\angle OAC = \angle OCA = 25^\circ$

따라서 $\angle BAC = \angle OAB + \angle OAC = 40^\circ + 25^\circ = 65^\circ$ 이므로

$$\angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 65^\circ = 130^\circ$$

$$\therefore (\text{부채꼴 BOC의 넓이}) = \pi \times 12^2 \times \frac{130}{360} = 52\pi (\text{cm}^2)$$

[다른 풀이]

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$40^\circ + \angle OBC + 25^\circ = 90^\circ \quad \therefore \angle OBC = 25^\circ$$

이때 $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OCB = \angle OBC = 25^\circ$$

$$\therefore \angle BOC = 180^\circ - (25^\circ + 25^\circ) = 130^\circ$$

06 답 ④

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$$

또 점 O'은 $\triangle AOC$ 의 외심이므로

$$\overline{O'O} = \overline{O'C}$$

$\triangle O'OC$ 에서 $\angle O'OC = \angle O'CO = 26^\circ$

$$\therefore \angle OO'C = 180^\circ - (26^\circ + 26^\circ) = 128^\circ$$

$$\therefore \angle OAC = \frac{1}{2} \angle OO'C = \frac{1}{2} \times 128^\circ = 64^\circ$$

이때 $\triangle AOC$ 에서 $\angle OCA = \angle OAC = 64^\circ$

따라서 $\triangle AOC$ 에서

$$\angle AOB = 64^\circ + 64^\circ = 128^\circ$$

07 답 ④

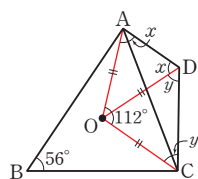
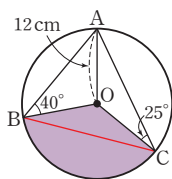
오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OC}$, $\overline{OD}$ 를 그으면

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\angle AOC = 2\angle B = 2 \times 56^\circ = 112^\circ$$

또 점 O는 $\triangle ACD$ 의 외심이므로

$$\overline{OA} = \overline{OC} = \overline{OD}$$



$\triangle ODA$ 에서 $\angle OAD = \angle ODA = \angle x$,

$\triangle OCD$ 에서 $\angle ODC = \angle OCD = \angle y$ 라 하면

사각형 AOCD에서

$$\angle x + 112^\circ + \angle y + (\angle x + \angle y) = 360^\circ$$

$$2(\angle x + \angle y) = 248^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 124^\circ$$

$$\therefore \angle D = \angle x + \angle y = 124^\circ$$

[다른 풀이]

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\angle AOC = 2\angle B = 2 \times 56^\circ = 112^\circ$$

또 점 O는 $\triangle ACD$ 의 외심이므로

$$\angle D = \frac{1}{2} \times (360^\circ - 112^\circ) = 124^\circ$$

비법 NOTE

점 O가 둔각삼각형 ABC의 외심일 때,

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} \text{이므로}$$

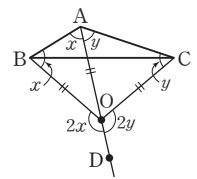
$$\angle OAB = \angle OBA = \angle x,$$

$$\angle OAC = \angle OCA = \angle y \text{라 하면}$$

$$\triangle OAB \text{에서 } \angle BOD = 2\angle x$$

$$\triangle OCA \text{에서 } \angle COD = 2\angle y$$

$$\therefore \angle BOD + \angle COD = 2\angle x + 2\angle y \\ = 2(\angle x + \angle y) = 2\angle BAC$$



08 답 85°

오른쪽 그림과 같이 A, B, C, D 공장을

각각 점 A, B, C, D, 본사를 점 O라 하자.

$\overline{AC}$, $\overline{BD}$ 를 긋고, $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 E

라 하면 각 공장은 본사로부터 같은 거리에

있으므로 점 O는 $\triangle ABC$, $\triangle DBC$ 의

외심이다.

$\triangle ABC$ 에서 $40^\circ + 20^\circ + \angle OCA = 90^\circ$ 이므로

$$\angle OCA = 30^\circ$$

$\triangle DBC$ 에서 $20^\circ + 55^\circ + \angle OBD = 90^\circ$ 이므로

$$\angle OBD = 15^\circ$$

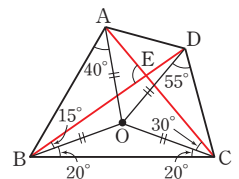
$$\text{즉, } \angle ACB = \angle OCA + \angle OCB = 30^\circ + 20^\circ = 50^\circ,$$

$$\angle DBC = \angle OBD + \angle OBC = \angle OBD + \angle OCB = 15^\circ + 20^\circ = 35^\circ$$

이므로

$$\triangle BCE \text{에서 } \angle BEA = 50^\circ + 35^\circ = 85^\circ$$

따라서 구하는 각의 크기는 85° 이다.



09 답 ②

점 O는 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$$

이때 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로

$$\triangle ABO = \triangle OBC = 28 \text{ cm}^2$$

$$\therefore \triangle ABC = \triangle ABO + \triangle OBC = 28 + 28 = 56 (\text{cm}^2)$$

$$\text{따라서 } \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times 14 = 56 \text{이므로}$$

$$7\overline{AB} = 56 \quad \therefore \overline{AB} = 8 (\text{cm})$$

17 답 142°

두 점 I, I'은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$ 의 내심이므로 $\overline{BE}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이고, $\overline{DE}$ 는 $\angle D$ 의 이등분선이다.

즉, 세 점 A, B, D는 한 직선 위에 있으므로 점 E는 $\triangle DBC$ 의 내심이다.

따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\angle ACB = 180^\circ - (88^\circ + 40^\circ) = 52^\circ$ 이므로
 $\angle BED = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle BCD = 90^\circ + \angle ACB = 90^\circ + 52^\circ = 142^\circ$

18 답 9 cm

오른쪽 그림과 같이 $\overline{IB}$, $\overline{IC}$ 를 그으면

점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$\angle ABI = \angle IBD$

$\overline{AB} \parallel \overline{ID}$ 이므로 $\angle DIB = \angle ABI$ (엇각)

즉, $\triangle DIB$ 에서 $\angle DBI = \angle DIB$ 이므로

$\overline{DB} = \overline{DI}$

같은 방법으로 하면 $\triangle EIC$ 에서 $\angle ECI = \angle EIC$ 이므로 $\overline{EC} = \overline{EI}$

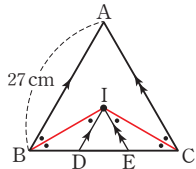
이때 $\overline{AB} \parallel \overline{ID}$ 이므로 $\angle IDE = \angle B = 60^\circ$ (동위각)

$\overline{AC} \parallel \overline{IE}$ 이므로 $\angle IED = \angle C = 60^\circ$ (동위각)

따라서 $\triangle IDE$ 는 정삼각형이다.

$\therefore \overline{DB} = \overline{DI} = \overline{DE} = \overline{EI} = \overline{EC}$

$\therefore \overline{DE} = \frac{1}{3} \overline{BC} = \frac{1}{3} \overline{AB} = \frac{1}{3} \times 27 = 9(\text{cm})$



19 답 $(4-\pi) \text{ cm}^2$

$\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라 하면

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (13+5+12) = 15r(\text{cm}^2)$

이때 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30(\text{cm}^2)$ 이므로

$15r = 30 \quad \therefore r = 2$

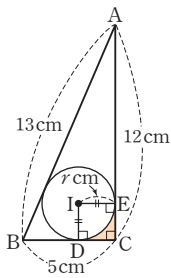
오른쪽 그림과 같이 점 I에서 $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하면 사각형 IDCE는 한 변의 길이가 2cm인 정사각형이므로

(색칠한 부분의 넓이)

$= (\text{사각형 IDCE의 넓이})$

$- (\text{부채꼴 DIE의 넓이})$

$= 2 \times 2 - \pi \times 2^2 \times \frac{1}{4} = 4 - \pi(\text{cm}^2)$



20 답 $\frac{3}{2} \pi \text{ cm}^2$

점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 90^\circ = 135^\circ$

$\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라 하면

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (6+10+8) = 12r(\text{cm}^2)$

이때 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24(\text{cm}^2)$ 이므로

$12r = 24 \quad \therefore r = 2$

$\therefore (\text{색칠한 부분의 넓이}) = \pi \times 2^2 \times \frac{135}{360} = \frac{3}{2} \pi(\text{cm}^2)$

21 답 $\frac{7}{5}$

$\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$

$\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 r

라 하고, 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BI}$, $\overline{CI}$ 를

그으면

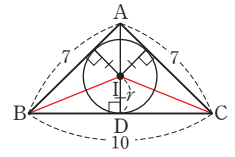
$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (7+10+7) = 12r$

$\triangle IBC = \frac{1}{2} \times 10 \times r = 5r$

이때 밑변이 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 높이의 비와 같으므로

$\overline{AD} : \overline{ID} = 12r : 5r = 12 : 5$

따라서 $\overline{AI} : \overline{ID} = (12-5) : 5 = 7 : 5$ 이므로 $\frac{\overline{AI}}{\overline{DI}} = \frac{7}{5}$



22 답 5

오른쪽 그림과 같이 $\overline{ID}$ 를 그으면 사각형

$\triangle DBEI$ 는 정사각형이므로

$\overline{BD} = \overline{BE} = \overline{IE} = 1$

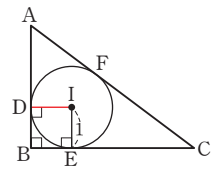
$\overline{AD} = \overline{AF} = a$, $\overline{CE} = \overline{CF} = b$ 라 하면

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 1 \times \{(a+1) + (1+b) + (a+b)\}$

$= \frac{1}{2} (2a+2b+2) = a+b+1$

즉, $a+b+1=6$ 이므로 $a+b=5$

$\therefore \overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = a+b=5$



23 답 9 cm^2

오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내접원과

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 접점을 각각 E, F라 하고, 내

접원의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라 하면

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (9+12+15)$

$= 18r(\text{cm}^2)$

이때 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 9 \times 12 = 54(\text{cm}^2)$ 이므로

$18r = 54 \quad \therefore r = 3$

한편 사각형 EBFI는 정사각형이므로 $\overline{BE} = \overline{BF} = \overline{EI} = 3 \text{ cm}$

$\therefore \overline{AP} = \overline{AE} = \overline{AB} - \overline{BE} = 9 - 3 = 6(\text{cm})$,

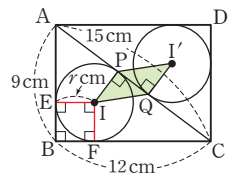
$\overline{CP} = \overline{CF} = \overline{BC} - \overline{BF} = 12 - 3 = 9(\text{cm})$

같은 방법으로 하면 $\triangle ACD$ 에서 $\overline{CQ} = 6 \text{ cm}$

따라서 $\overline{PQ} = \overline{CP} - \overline{CQ} = 9 - 6 = 3(\text{cm})$ 이므로

(사각형 PIQI'의 넓이) $= \triangle PIQ + \triangle PQI' = 2 \triangle PIQ$

$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 3 \right) = 9(\text{cm}^2)$



24 답 $\frac{5}{3} \text{ cm}$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{IB}$, $\overline{IC}$ 를 그으면 점 I

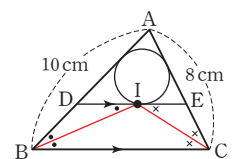
는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$\angle DBI = \angle IBC$, $\angle ECI = \angle ICB$

이때 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$\angle DIB = \angle IBC$ (엇각), $\angle EIC = \angle ICB$ (엇각)

$\therefore \angle DBI = \angle DIB$, $\angle ECI = \angle EIC$



즉, $\triangle DIB$, $\triangle EIC$ 는 각각 이등변삼각형이므로

$$\overline{DI} = \overline{DB}, \overline{EI} = \overline{EC}$$

$$\begin{aligned} \therefore (\triangle ADE \text{의 둘레의 길이}) &= \overline{AD} + \overline{DE} + \overline{AE} \\ &= \overline{AD} + (\overline{DI} + \overline{EI}) + \overline{AE} \\ &= (\overline{AD} + \overline{DB}) + (\overline{EC} + \overline{AE}) \\ &= \overline{AB} + \overline{AC} = 10 + 8 = 18(\text{cm}) \end{aligned}$$

$\triangle ADE$ 의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\frac{1}{2} \times r \times 18 = 15 \quad \therefore r = \frac{5}{3}$$

따라서 구하는 반지름의 길이는 $\frac{5}{3}$ cm이다.

25 답 15°

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle ACB = \angle ABC = 70^\circ$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - (70^\circ + 70^\circ) = 40^\circ$$

점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\angle BOC = 2\angle A = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OBC = \angle OCB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 80^\circ) = 50^\circ$$

점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle IBC = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$$

$$\therefore \angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 50^\circ - 35^\circ = 15^\circ$$

26 답 129°

$\triangle ABC$ 에서 $\angle ACB = 180^\circ - (56^\circ + 90^\circ) = 34^\circ$

점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle ICB = \frac{1}{2} \angle ACB = \frac{1}{2} \times 34^\circ = 17^\circ \quad \dots\dots ①$$

점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OC}$

$$\triangle OBC \text{에서 } \angle OBC = \angle OCB = 34^\circ \quad \dots\dots ②$$

$$\text{따라서 } \triangle PBC \text{에서 } \angle BPC = 180^\circ - (17^\circ + 34^\circ) = 129^\circ \quad \dots\dots ③$$

채점 기준

① $\angle ICB$ 의 크기 구하기	40%
② $\angle OBC$ 의 크기 구하기	40%
③ $\angle BPC$ 의 크기 구하기	20%

27 답 68°

점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle BAE = \angle CAE = 34^\circ$$

$$\therefore \angle DAE = \angle BAE - \angle BAD = 34^\circ - 23^\circ = 11^\circ$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$ 를 그으면 점 O 는

$\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$

$$\therefore \angle ABO = \angle BAO = 23^\circ$$

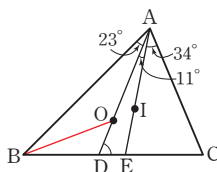
$$\text{이때 } \angle ABO + \angle OBC + \angle CAO = 90^\circ$$

이므로

$$23^\circ + \angle OBC + (11^\circ + 34^\circ) = 90^\circ$$

$$\therefore \angle OBC = 22^\circ$$

$$\text{따라서 } \triangle ABD \text{에서 } \angle ADE = 23^\circ + (23^\circ + 22^\circ) = 68^\circ$$



다른 풀이

점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle BAC = 2\angle CAE = 2 \times 34^\circ = 68^\circ$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 를 그으면

점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 68^\circ = 136^\circ$$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OBC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 136^\circ) = 22^\circ$$

$\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로

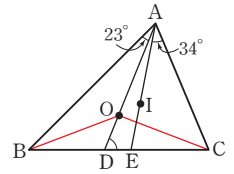
$$\angle OBA = \angle OAB = 23^\circ$$

$$\therefore \angle ABD = \angle OBA + \angle OBC$$

$$= 23^\circ + 22^\circ = 45^\circ$$

따라서 $\triangle ABD$ 에서

$$\angle ADE = 23^\circ + 45^\circ = 68^\circ$$



28 답 42

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 를 그으

면 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$$

$\triangle OAB$ 에서

$$\angle OBA = \angle OAB = 28^\circ$$

$\triangle OBC$ 에서 $\angle OBC = \angle OCB$

$\triangle OCA$ 에서 $\angle OCA = \angle OAC$

이때 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이므로 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선은 $\angle ACB$ 를 이등분한다.

즉, 점 O 는 $\angle ACB$ 의 이등분선 위의 점이므로

$$\angle OCA = \angle OCB$$

$$\therefore \angle OBC = \angle OCB = \angle OCA = \angle OAC$$

따라서 $\triangle ABC$ 에서 $2\angle OAB + 4\angle OAC = 180^\circ$ 이므로

$$2 \times 28^\circ + 4\angle OAC = 180^\circ$$

$$4\angle OAC = 124^\circ \quad \therefore \angle OAC = 31^\circ$$

$$\therefore \angle ACB = 2\angle OAC = 2 \times 31^\circ = 62^\circ$$

한편 $\triangle ACD$ 에서 $\angle CAD + 40^\circ = 62^\circ$ 이므로

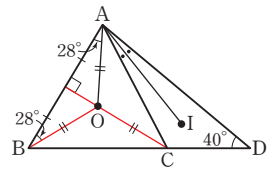
$$\angle CAD = 22^\circ$$

점 I 는 $\triangle ACD$ 의 내심이므로

$$\angle CAI = \frac{1}{2} \angle CAD = \frac{1}{2} \times 22^\circ = 11^\circ$$

$$\therefore \angle OAI = \angle OAC + \angle CAI = 31^\circ + 11^\circ = 42^\circ$$

$$\therefore x = 42$$



29 답 96

오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 세 변 AB , BC , CA 와 내접원 I 의 접점을 각각 D , E , F 라 하자.

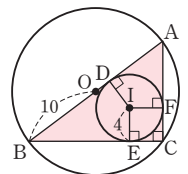
사각형 $IECF$ 는 정사각형이므로

$$\overline{EC} = \overline{FC} = \overline{IE} = 4$$

$$\overline{BC} = x, \overline{AC} = y \text{라 하면}$$

$$\overline{BD} = \overline{BE} = \overline{BC} - \overline{EC} = x - 4,$$

$$\overline{AD} = \overline{AF} = \overline{AC} - \overline{FC} = y - 4$$



이때 $\overline{AB} = 2\overline{OB} = 2 \times 10 = 20$ 이므로
 $(x-4) + (y-4) = 20 \quad \therefore x+y=28$
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times (x+y+20)$
 $= \frac{1}{2} \times 4 \times 48 = 96$

30 답 5:1

$\triangle ABC$ 의 외접원의 지름의 길이는
 $\overline{AC} = 30$
 $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (18+24+30) = 36r(\text{cm}^2)$
 이때 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 24 \times 18 = 216(\text{cm}^2)$ 이므로
 $36r = 216 \quad \therefore r = 6$
 호 AC의 길이는 $\triangle ABC$ 의 외접원의 둘레의 길이의 $\frac{1}{2}$ 이므로
 $\widehat{AC} = \frac{1}{2} \times (\pi \times 30) = 15\pi(\text{cm})$
 호 DE의 길이는 $\triangle ABC$ 의 내접원의 둘레의 길이의 $\frac{1}{4}$ 이므로
 $\widehat{DE} = \frac{1}{4} \times (2\pi \times 6) = 3\pi(\text{cm})$
 $\therefore \widehat{AC} : \widehat{DE} = 15\pi : 3\pi = 5 : 1$

STEP 3 최고난도 문제

▶ 33쪽

01 $\frac{20}{3}$ 02 75° 03 60° 04 56.5° 05 $\frac{10}{9}$ 06 8

01 답 $\frac{20}{3}$

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\overline{CE} = \overline{AE} = 5, \overline{CF} = \overline{BF} = 8$
 $\therefore \overline{AC} = 2 \times 5 = 10, \overline{BC} = 2 \times 8 = 16$
 또 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$ 이고, $\overline{OA}$ 는 $\angle A$ 의 수직이등분선이다.
 $\triangle OAD$ 와 $\triangle OAE$ 에서
 $\angle ODA = \angle OEA = 90^\circ, \overline{OA}$ 는 공통, $\angle OAD = \angle OAE$ 이므로
 $\triangle OAD \cong \triangle OAE$ (RHA 합동)
 $\therefore \overline{OD} = \overline{OE}$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}, \overline{OC}$ 를 그으면

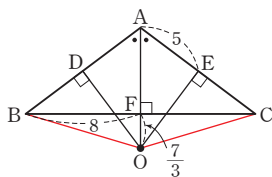
$\triangle ABC$

$$= \triangle OAB + \triangle OAC - \triangle OBC$$

이므로

$$48 = \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{OD} + \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{OE} - \frac{1}{2} \times 16 \times \frac{7}{3}$$

$$5(\overline{OD} + \overline{OE}) = \frac{200}{3}, \quad 10\overline{OD} = \frac{200}{3} \quad \therefore \overline{OD} = \frac{20}{3}$$



02 답 75°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$ 의 중점을 M이라 하면 점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로 $\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC}$

$\triangle ABM$ 에서

$$\angle BAM = \angle ABM = 30^\circ \text{이므로}$$

$$\angle AMC = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$$

$\triangle AMC$ 에서

$$\angle ACM = \angle CAM = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$$

즉, $\triangle AMC$ 는 정삼각형이므로 $\overline{MA} = \overline{MC} = \overline{AC}$

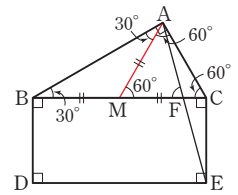
또 $\overline{BC} = 2\overline{BD} = 2\overline{CE}$ 이고, $\overline{BC} = 2\overline{MC} = 2\overline{AC}$ 이므로 $\overline{AC} = \overline{CE}$

이때 $\triangle AEC$ 는 이등변삼각형이고, $\angle ACE = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$ 이므로

$$\angle CAE = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 150^\circ) = 15^\circ$$

따라서 $\triangle AFC$ 에서

$$\angle AFB = 15^\circ + 60^\circ = 75^\circ$$



03 답 60°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AO}$ 를 긋고,

$\angle DBE = \angle x, \angle ECD = \angle y$ 라 하면

$\triangle DBE, \triangle ECD$ 는 각각 이등변삼각형이므로

$$\angle DEB = \angle DBE = \angle x,$$

$$\angle EDC = \angle ECD = \angle y$$

이때 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$$

즉, $\triangle OAB, \triangle OAC$ 는 각각 이등변삼각형이므로

$$\angle OAB = \angle OBA = \angle x, \angle OAC = \angle OCA = \angle y$$

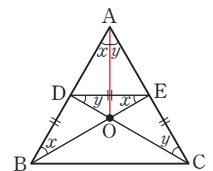
한편 $\angle BOC = 2\angle A = 2(\angle x + \angle y)$ 이므로

$$\angle DOE = \angle BOC = 2(\angle x + \angle y) \text{ (맞꼭지각)}$$

따라서 $\triangle DOE$ 에서 $\angle y + \angle x + (2\angle x + 2\angle y) = 180^\circ$ 이므로

$$3(\angle x + \angle y) = 180^\circ \quad \therefore \angle x + \angle y = 60^\circ$$

$$\therefore \angle A = \angle x + \angle y = 60^\circ$$



04 답 56.5°

$\triangle ABD$ 는 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle ABD = \angle ADB$$

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle DBC$ (엇각)

$$\therefore \angle ABD = \angle DBC$$

이때 두 점 I, I'은 각각 $\triangle ABD, \triangle DBC$ 의 내심이므로

$$\angle ABI = \angle IBD = \angle DBI' = \angle I'BC$$

$$\therefore \angle ADB = \angle ABD = \angle IBI' = 46^\circ$$

$$\angle ADB = \angle ABD = \angle ABI + \angle IBD = \angle DBI' + \angle IBD = \angle IBI'$$

즉, $\triangle ABD$ 에서 $\angle BAD = 180^\circ - (46^\circ + 46^\circ) = 88^\circ$ 이므로

$$\angle IAD = \frac{1}{2} \angle BAD = \frac{1}{2} \times 88^\circ = 44^\circ$$

한편 $\triangle BCD$ 는 $\overline{BD} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle BCD = \angle BDC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 46^\circ) = 67^\circ$$

이때 $\angle BDI' = \frac{1}{2} \angle BDC = \frac{1}{2} \times 67^\circ = 33.5^\circ$ 이므로
 $\angle ADE = \angle ADB + \angle BDI' = 46^\circ + 33.5^\circ = 79.5^\circ$ ③
 따라서 $\triangle AED$ 에서
 $\angle AED = 180^\circ - (44^\circ + 79.5^\circ) = 56.5^\circ$ ④

채점 기준

① $\angle ADB, \angle ABD$ 의 크기 구하기	30 %
② $\angle IAD$ 의 크기 구하기	20 %
③ $\angle ADE$ 의 크기 구하기	30 %
④ $\angle AED$ 의 크기 구하기	20 %

05 10/9

오른쪽 그림과 같이 세 원 중 두 원의 중심을 각각 O, O'이라 하고, 반지름의 길이를 r라 하면

$$\triangle OBC = \frac{1}{2} \times 8 \times r = 4r \quad \dots\dots ㉑$$

$$\triangle O'CA = \frac{1}{2} \times 6 \times r = 3r \quad \dots\dots ㉒$$

$$(\text{사각형 } O'ABO \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (4r + 10) \times r = 2r^2 + 5r \quad \dots\dots ㉓$$

꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AC} = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{CH} \text{이므로}$$

$$\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{CH}, \quad 24 = 5\overline{CH}$$

$$\therefore \overline{CH} = \frac{24}{5}$$

$$\therefore \triangle CO'O = \frac{1}{2} \times 4r \times \left(\frac{24}{5} - r \right) = \frac{48}{5}r - 2r^2 \quad \dots\dots ㉔$$

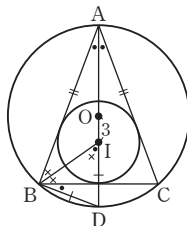
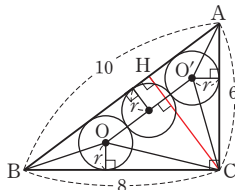
㉑, ㉒, ㉓, ㉔에서 $\triangle ABC$ 의 넓이는

$$4r + 3r + (2r^2 + 5r) + \left(\frac{48}{5}r - 2r^2 \right) = \frac{108}{5}r$$

이때 $\triangle ABC$ 의 넓이는 24이므로

$$\frac{108}{5}r = 24 \quad \therefore r = \frac{10}{9}$$

따라서 구하는 반지름의 길이는 $\frac{10}{9}$ 이다.



06 8

$\triangle ABC$ 의 외접원의 둘레의 길이가 22π 이므로

$$2\pi \times \overline{OD} = 22\pi \quad \therefore \overline{OD} = 11$$

오른쪽 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle BAI = \angle CAI = \angle CBD,$$

$$\angle ABI = \angle IBC$$

이때 $\triangle ABI$ 에서

$$\angle BID = \angle BAI + \angle ABI \text{이므로}$$

$$\angle IBD = \angle IBC + \angle CBD$$

$$= \angle ABI + \angle BAI$$

$$= \angle BID$$

따라서 $\triangle BDI$ 는 $\overline{DB} = \overline{DI}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\overline{BD} = \overline{DI} = \overline{OD} - \overline{OI} = 11 - 3 = 8$$

03 평행사변형

STEP 1 핵심 문제

▶ 34~35쪽

01 ④	02 13 cm	03 ④	04 ③	05 ⑤	06 20
07 ②, ④	08 ③	09 ②	10 28 cm^2	11 8 cm^2	
12 ④					

01 ④

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle DBC = 35^\circ$ (엇각)

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\angle BAC = \angle ACD = \angle y$ (엇각)

따라서 $\triangle ABD$ 에서 $\angle x + (\angle y + 40^\circ) + 35^\circ = 180^\circ$

$$\therefore \angle x + \angle y = 105^\circ$$

02 13 cm

$\overline{AB} \parallel \overline{EC}$ 이므로 $\angle CEB = \angle ABE$ (엇각)

$$\therefore \angle CBE = \angle CEB$$

따라서 $\triangle CEB$ 는 $\overline{CB} = \overline{CE}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\overline{BC} = \overline{CE} = \overline{CD} + \overline{DE} = \overline{AB} + \overline{DE} = 9 + 4 = 13(\text{cm})$$

03 ④

$\angle ADC = \angle B = 56^\circ$ 이므로

$$\angle ADF = \frac{1}{2} \angle ADC = \frac{1}{2} \times 56^\circ = 28^\circ$$

$\triangle AFD$ 에서 $\angle DAF = 90^\circ - 28^\circ = 62^\circ$

또 $\angle BAD + \angle B = 180^\circ$ 이므로

$$\angle BAD + 56^\circ = 180^\circ \quad \therefore \angle BAD = 124^\circ$$

$$\therefore \angle BAF = \angle BAD - \angle DAF = 124^\circ - 62^\circ = 62^\circ$$

$$\therefore x = 62$$

한편 $\overline{AB} = \overline{DC} = y, \overline{AD} = \overline{BC} = 11$ 이므로

$$2(y + 11) = 36, y + 11 = 18 \quad \therefore y = 7$$

$$\therefore x + y = 62 + 7 = 69$$

04 ③

$\angle DAB + \angle B = 180^\circ$ 이고,

$\angle DAB : \angle B = 5 : 4$ 이므로

$$\angle B = 180^\circ \times \frac{4}{9} = 80^\circ$$

이때 $\triangle BPA$ 는 $\overline{AB} = \overline{BP}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle x = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 80^\circ) = 50^\circ$$

05 ⑤

①, ③ $\triangle AOE$ 와 $\triangle COF$ 에서

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\angle EAO = \angle FCO$ (엇각),

$\overline{OA} = \overline{OC}, \angle AOE = \angle COF$ (맞꼭지각)

$\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF$ (ASA 합동)

$$\therefore \overline{AE} = \overline{CF}, \overline{OE} = \overline{OF}$$

②, ④ $\triangle BOE$ 와 $\triangle DOF$ 에서
 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\angle EBO = \angle FDO$ (엇각),
 $\overline{OB} = \overline{OD}$, $\angle BOE = \angle DOF$ (맞꼭지각)
 $\therefore \triangle BOE \cong \triangle DOF$ (ASA 합동)
 $\therefore \overline{BE} = \overline{DF}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

06 답 20

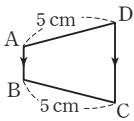
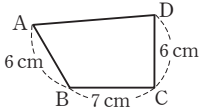
$\overline{AE} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\angle E = \angle EDC$ (엇각) $\therefore \angle BDE = \angle E$
따라서 $\triangle BED$ 는 $\overline{BD} = \overline{BE}$ 인 이등변삼각형이다. ①
 $\therefore \overline{BE} = \overline{BD} = 2\overline{OD} = 2 \times 10 = 20$ ②

채점 기준

① $\overline{BD} = \overline{BE}$ 임을 알기	50%
② $\overline{BE}$ 의 길이 구하기	50%

07 답 ②, ④

- ① 오른쪽 그림과 같은 $\square ABCD$ 는
 $\overline{AB} = 6 \text{ cm}$, $\overline{BC} = 7 \text{ cm}$, $\overline{CD} = 6 \text{ cm}$ 이
지만 평행사변형이 아니다.
- ② $\angle C = 360^\circ - (110^\circ + 70^\circ + 70^\circ) = 110^\circ$
즉, 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이다.
- ③ 두 대각선이 서로를 이등분하지 않으므로 평행사변형이 아니다.
- ④ $\angle A + \angle B = 180^\circ$ 에서 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이고, $\overline{AD} = \overline{BC} = 5 \text{ cm}$
즉, 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다.
- ⑤ 오른쪽 그림과 같은 $\square ABCD$ 는 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$,
 $\overline{AD} = \overline{BC} = 5 \text{ cm}$ 이지만 평행사변형이 아니다.



따라서 평행사변형인 것은 ②, ④이다.

08 답 ③

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\overline{AE} \parallel \overline{FC}$ ㉠
 $\angle BFA = \angle EAF$ (엇각)이므로 $\angle BAF = \angle BFA$
즉, $\triangle BFA$ 는 $\overline{BA} = \overline{BF}$ 인 이등변삼각형이다.
이때 $\angle B = 60^\circ$ 이므로 $\angle BAF = \angle BFA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$
즉, $\triangle BFA$ 는 정삼각형이다.
 $\therefore \overline{AF} = \overline{BF} = \overline{AB} = 6 \text{ cm}$
한편 $\angle D = \angle B = 60^\circ$ 이므로 같은 방법으로 하면 $\triangle DEC$ 도 정삼각형이다.
 $\therefore \overline{ED} = \overline{EC} = \overline{CD} = \overline{AB} = 6 \text{ cm}$
 $\therefore \overline{AE} = \overline{FC} = \overline{AD} - \overline{ED} = 8 - 6 = 2 \text{ (cm)}$ ㉡
㉠, ㉡에서 $\square AFCE$ 는 평행사변형이므로
 $(\square AFCE \text{의 둘레의 길이}) = 2 \times (6 + 2) = 16 \text{ (cm)}$

09 답 ②

①, ③, ④ $\triangle ABE$ 와 $\triangle CDF$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\angle ABE = \angle CDF$ (엇각), $\overline{BE} = \overline{DF}$
 $\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF$ (SAS 합동)
 $\therefore \overline{AE} = \overline{CF}$

⑤ $\square ABCD$ 가 평행사변형이므로
 $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ ㉢
이때 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 이므로
 $\overline{OE} = \overline{OB} - \overline{BE} = \overline{OD} - \overline{DF} = \overline{OF}$ ㉣
㉢, ㉣에서 $\square AECF$ 는 평행사변형이다.
 $\therefore \overline{AF} = \overline{CE}$

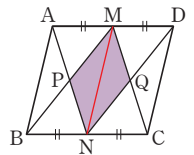
따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

10 답 28 cm^2

$\triangle AOE$ 와 $\triangle COF$ 에서
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle EAO = \angle FCO$ (엇각),
 $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\angle AOE = \angle COF$ (맞꼭지각)
 $\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF$ (ASA 합동)
따라서 $\triangle AOE = \triangle COF$ 이므로
 $\triangle BOC = \triangle BOF + \triangle COF$
 $= \triangle BOF + \triangle AOE$
 $= 7 \text{ (cm}^2\text{)}$
 $\therefore \square ABCD = 4\triangle BOC = 4 \times 7 = 28 \text{ (cm}^2\text{)}$

11 답 8 cm^2

오른쪽 그림과 같이 $\overline{MN}$ 을 그으면
 $\overline{AM} \parallel \overline{BN}$, $\overline{AM} = \overline{BN}$ 이고,
 $\overline{MD} \parallel \overline{NC}$, $\overline{MD} = \overline{NC}$ 이므로
 $\square ABNM$, $\square MNCD$ 는 평행사변형이다.
 $\therefore \square PNQM = \triangle MPN + \triangle MQN$
 $= \frac{1}{4} \square ABNM + \frac{1}{4} \square MNCD$
 $= \frac{1}{4} (\square ABNM + \square MNCD)$
 $= \frac{1}{4} \square ABCD$
 $= \frac{1}{4} \times 32 = 8 \text{ (cm}^2\text{)}$



12 답 ④

$\square ABCD = 12 \times 9 = 108 \text{ (cm}^2\text{)}$ 이고,
 $\triangle PDA + \triangle PBC = \frac{1}{2} \square ABCD$ 이므로
 $36 + \triangle PBC = \frac{1}{2} \times 108$
 $\therefore \triangle PBC = 18 \text{ (cm}^2\text{)}$

* STEP 2 고난도 문제

▶ 36~38쪽

01 ③	02 24 cm	03 36°	04 3 cm	05 12 cm	06 ④
07 ②	08 7	09 90°	10 ①	11 풀이 참조	
12 평행사변형	13 40 cm	14 6초 후	15 16 cm^2		
16 27 cm^2	17 ④	18 54 cm^2			

01 답 ③

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle BEA = \angle DAE$ (엇각)
 $\therefore \angle BAE = \angle BEA$
 즉, $\triangle BEA$ 는 $\overline{BA} = \overline{BE}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{BE} = \overline{BA} = 15 \text{ cm}$
 이때 $\overline{BE} : \overline{EC} = 3 : 2$ 이므로
 $15 : \overline{EC} = 3 : 2, 3\overline{EC} = 30 \quad \therefore \overline{EC} = 10(\text{cm})$
 또 $\overline{AB} \parallel \overline{DF}$ 이므로 $\angle AFD = \angle BAF$ (엇각)이고,
 $\angle CEF = \angle BEA$ (맞꼭지각)이므로
 $\angle CEF = \angle CFE$
 따라서 $\triangle CEF$ 는 $\overline{CE} = \overline{CF}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{CF} = \overline{CE} = 10 \text{ cm}$

02 답 24 cm

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle B = \angle C$
 $\overline{AB} \parallel \overline{FE}$ 이므로 $\angle FEC = \angle B$ (동위각)
 또 $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 이므로 $\angle DEB = \angle C$ (동위각)
 $\therefore \angle B = \angle DEB = \angle FEC = \angle C$
 따라서 $\triangle DBE$ 는 $\overline{DB} = \overline{DE}$ 인 이등변삼각형이고,
 $\triangle FEC$ 는 $\overline{FE} = \overline{FC}$ 인 이등변삼각형이다.
 $\therefore (\square ADEF \text{의 둘레의 길이}) = \overline{AD} + \overline{DE} + \overline{FE} + \overline{AF}$

$$= (\overline{AD} + \overline{DB}) + (\overline{AF} + \overline{FC})$$

$$= \overline{AB} + \overline{AC}$$

$$= 12 + 12 = 24(\text{cm})$$

03 답 36°

$\angle A = \frac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ$
 이때 $\triangle ABE$ 는 $\overline{AB} = \overline{AE}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle AEB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 108^\circ) = 36^\circ$
 따라서 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle EBF = \angle AEB = 36^\circ$ (엇각)

개념 NOTE

정다각형의 한 내각의 크기와 한 외각의 크기

- (1) 정 n 각형의 한 내각의 크기 $\rightarrow \frac{180^\circ \times (n-2)}{n}$
 (2) 정 n 각형의 한 외각의 크기 $\rightarrow \frac{360^\circ}{n}$

04 답 3 cm

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle BEA = \angle DAE$ (엇각)
 $\therefore \angle BAE = \angle BEA$
 즉, $\triangle BEA$ 는 $\overline{BA} = \overline{BE}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{BE} = \overline{BA} = 5 \text{ cm}$
 $\therefore \overline{CE} = \overline{BC} - \overline{BE} = \overline{AD} - \overline{BE} = 7 - 5 = 2(\text{cm})$
 또 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle CFD = \angle ADF$ (엇각)
 $\therefore \angle CDF = \angle CFD$
 따라서 $\triangle CDF$ 는 $\overline{CD} = \overline{CF}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{CF} = \overline{CD} = \overline{AB} = 5 \text{ cm}$
 $\therefore \overline{EF} = \overline{CF} - \overline{CE} = 5 - 2 = 3(\text{cm})$

다른 풀이

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle BEA = \angle DAE$ (엇각)
 $\therefore \angle BAE = \angle BEA$
 즉, $\triangle BEA$ 는 $\overline{BA} = \overline{BE}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{BE} = \overline{BA} = 5 \text{ cm}$
 또 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle CFD = \angle ADF$ (엇각)
 $\therefore \angle CDF = \angle CFD$
 따라서 $\triangle CDF$ 는 $\overline{CD} = \overline{CF}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{CF} = \overline{CD} = \overline{AB} = 5 \text{ cm}$
 이때 $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CF} - \overline{EF}$ 이므로
 $7 = 5 + 5 - \overline{EF} \quad \therefore \overline{EF} = 3(\text{cm})$

05 답 12 cm

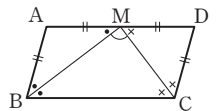
$\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ 이므로 $\angle DEA = \angle BAE$ (엇각)
 $\therefore \angle DAE = \angle DEA$
 즉, $\triangle DAE$ 는 $\overline{DA} = \overline{DE}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{DE} = \overline{DA} = 9 \text{ cm}$ ①
 $\overline{AB} \parallel \overline{FC}$ 이므로 $\angle CFB = \angle ABF$ (엇각)
 $\therefore \angle CBF = \angle CFB$
 따라서 $\triangle CFB$ 는 $\overline{CB} = \overline{CF}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{CF} = \overline{CB} = \overline{AD} = 9 \text{ cm}$ ②
 이때 $\overline{DC} = \overline{AB} = 6 \text{ cm}$ 이므로
 $\overline{FE} = \overline{DE} + \overline{CF} - \overline{DC} = 9 + 9 - 6 = 12(\text{cm})$ ③

채점 기준

① $\overline{DE}$ 의 길이 구하기	30 %
② $\overline{CF}$ 의 길이 구하기	30 %
③ $\overline{FE}$ 의 길이 구하기	40 %

06 답 ④

오른쪽 그림에서 점 M은 $\overline{AD}$ 의 중점이고
 $\overline{BC} = 2\overline{AB}$ 이므로
 $\overline{AB} = \overline{AM} = \overline{DM} = \overline{DC}$
 즉, $\triangle ABM$ 과 $\triangle DCM$ 은 모두 이등변삼각형이므로
 $\angle ABM = \angle AMB, \angle DCM = \angle DMC$
 또 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle MBC = \angle AMB$ (엇각), $\angle MCB = \angle DMC$ (엇각)
 $\therefore \angle ABM = \angle MBC, \angle DCM = \angle MCB$
 이때 $\angle B + \angle C = 180^\circ$ 이므로
 $(\angle ABM + \angle MBC) + (\angle DCM + \angle MCB) = 180^\circ$
 $2\angle MBC + 2\angle MCB = 180^\circ$
 $\therefore \angle MBC + \angle MCB = 90^\circ$
 따라서 $\triangle MBC$ 에서
 $\angle BMC = 180^\circ - (\angle MBC + \angle MCB) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$



07 답 ②

$\angle AFB = 180^\circ - 138^\circ = 42^\circ$ 이고, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle FBE = \angle AFB = 42^\circ$ (엇각)
 $\therefore \angle ABE = 2\angle FBE = 2 \times 42^\circ = 84^\circ$

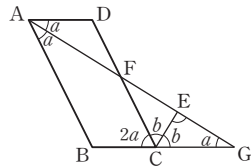
이때 $\angle FAB + \angle ABE = 180^\circ$ 이므로
 $\angle FAB + 84^\circ = 180^\circ \quad \therefore \angle FAB = 96^\circ$
 $\therefore \angle BAE = \frac{1}{2} \angle FAB = \frac{1}{2} \times 96^\circ = 48^\circ$
 따라서 $\triangle ABE$ 에서
 $\angle AEC = 84^\circ + 48^\circ = 132^\circ$

08 답 7

$\triangle AED$ 에서 $\angle ADE = \angle AED$ ㉠
 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\angle EAB = \angle AED$ (엇각) ㉡
 $\square ABCD$ 에서 $\angle ADE = \angle CBA$ ㉢
 $\therefore \angle EAB = \angle CBA$
 $\triangle EAB$ 와 $\triangle CBA$ 에서
 $\overline{AE} = \overline{AD} = \overline{BC}$, $\angle EAB = \angle CBA$,
 $\overline{AB}$ 는 공통이므로
 $\triangle EAB \cong \triangle CBA$ (SAS 합동)
 $\therefore \overline{BE} = \overline{AC} = 7$

09 답 90°

$\angle DAF = \angle a$, $\angle DCE = \angle b$ 라 하면
 $\angle DCB = \angle DAB = 2\angle a$
 이때 $\angle DCB + \angle DCG = 180^\circ$ 이므로
 $2\angle a + 2\angle b = 180^\circ$
 $\therefore \angle a + \angle b = 90^\circ$
 한편 $\overline{AD} \parallel \overline{BG}$ 이므로 $\angle CGF = \angle DAF = \angle a$ (엇각)
 따라서 $\triangle ECG$ 에서
 $\angle CEG = 180^\circ - (\angle a + \angle b) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$



10 답 ①

$\square ABCD$ 는 평행사변형이므로
 $\overline{BO} = \frac{1}{2} \overline{BD} = \frac{1}{2} \times 8 = 4(\text{cm})$
 $\square OECD$ 는 평행사변형이므로
 $\overline{BD} \parallel \overline{EC} \quad \therefore \overline{BO} \parallel \overline{EC}$
 또 $\overline{EC} = \overline{OD} = \overline{BO}$ 이므로 $\square BECO$ 는 평행사변형이다.
 $\therefore \overline{BF} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 6 = 3(\text{cm})$,
 $\overline{OF} = \frac{1}{2} \overline{OE} = \frac{1}{2} \overline{DC} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 4 = 2(\text{cm})$
 $\therefore (\triangle OBF \text{의 둘레의 길이}) = \overline{BO} + \overline{BF} + \overline{OF}$
 $= 4 + 3 + 2 = 9(\text{cm})$

11 답 풀이 참조

$\triangle AEF$ 와 $\triangle CGH$ 에서
 $\overline{AE} = \overline{CG}$, $\overline{AF} = \overline{AB} + \overline{BF} = \overline{CD} + \overline{DH} = \overline{CH}$,
 $\overline{ED} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle FAE = \angle ABC$ (엇각),
 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\angle ABC = \angle HCG$ (동위각)
 $\therefore \angle FAE = \angle HCG$
 $\therefore \triangle AEF \cong \triangle CGH$ (SAS 합동)
 $\therefore \overline{EF} = \overline{GH}$

..... ①

또 $\triangle EDH$ 와 $\triangle GBF$ 에서
 $\overline{DH} = \overline{BF}$, $\overline{ED} = \overline{EA} + \overline{AD} = \overline{GC} + \overline{CB} = \overline{GB}$,
 $\overline{AB} \parallel \overline{CH}$ 이므로 $\angle EDH = \angle DAB$,
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle DAB = \angle GBF$
 $\therefore \angle EDH = \angle GBF$
 $\therefore \triangle EDH \cong \triangle GBF$ (SAS 합동)
 $\therefore \overline{EH} = \overline{GF}$ ②

따라서 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 $\square EFGH$ 는 평행사변형이다. ③

채점 기준

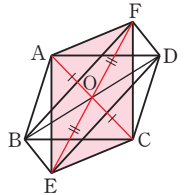
① $\overline{EF} = \overline{GH}$ 임을 알기	40 %
② $\overline{EH} = \overline{GF}$ 임을 알기	40 %
③ $\square EFGH$ 가 평행사변형임을 증명하기	20 %

12 답 평행사변형

평행사변형의 두 대각선은 서로를 이등분하므로 $\overline{BD}$ 를 대각선으로 하는 두 평행사변형 $ABCD$ 와 $BEDF$ 의 두 대각선의 교점은 일치한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$, $\overline{EF}$ 를 긋고,
 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$, $\overline{EF}$ 의 교점을 O 라 하면
 $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OE} = \overline{OF}$

따라서 $\square AECF$ 는 두 대각선이 서로를 이등분하므로 평행사변형이다.



13 답 40 cm

$\square AHGD$, $\square DIFE$ 는 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 모두 평행사변형이다.

$\therefore \overline{AD} = \overline{HG}$, $\overline{AH} = \overline{DG}$, $\overline{DI} = \overline{EF}$, $\overline{DE} = \overline{IF}$
 따라서 $\triangle HBG$, $\triangle IGF$, $\triangle EFC$ 의 둘레의 길이의 합은
 $(\overline{HB} + \overline{BG} + \overline{HG}) + (\overline{IG} + \overline{GF} + \overline{IF}) + (\overline{EF} + \overline{FC} + \overline{EC})$
 $= (\overline{HB} + \overline{IG} + \overline{EF}) + (\overline{BG} + \overline{GF} + \overline{FC}) + (\overline{HG} + \overline{IF} + \overline{EC})$
 $= (\overline{HB} + \overline{IG} + \overline{DI}) + \overline{BC} + (\overline{AD} + \overline{DE} + \overline{EC})$
 $= (\overline{HB} + \overline{DG}) + \overline{BC} + \overline{AC} = (\overline{HB} + \overline{AH}) + \overline{BC} + \overline{AC}$
 $= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = 10 + 16 + 14 = 40(\text{cm})$

14 답 6초 후

점 P가 점 A를 출발하여 x 초 동안 움직이면 점 Q는 $(x-3)$ 초 동안 움직이므로

점 P가 움직인 거리는 $\overline{AP} = 2x \text{ cm}$

점 Q가 움직인 거리는 $\overline{BQ} = 4(x-3) \text{ cm}$

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 에서 $\overline{AP} \parallel \overline{QC}$ 이므로 $\square AQCP$ 가 평행사변형이 되려면 $\overline{AP} = \overline{QC}$ 이어야 한다.

$\overline{QC} = \overline{BC} - \overline{BQ}$ 이므로

$\overline{AP} = \overline{BC} - \overline{BQ}$ 에서

$$2x = 24 - 4(x-3), \quad 2x = 36 - 4x$$

$$6x = 36 \quad \therefore x = 6$$

따라서 점 P가 점 A를 출발한 지 6초 후에 $\square AQCP$ 가 평행사변형이 된다.

15 답 16 cm²

$\overline{AE} \parallel \overline{FC}$, $\overline{AE} = \overline{FC}$ 이므로 $\square AECF$ 는 평행사변형이다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 O라 하면

$\triangle AOH$ 와 $\triangle COG$ 에서

$\overline{AF} \parallel \overline{EC}$ 이므로 $\angle OAH = \angle OCG$ (엇각),

$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\angle AOH = \angle COG$ (맞꼭지각)

$\therefore \triangle AOH \cong \triangle COG$ (ASA 합동)

따라서 $\triangle AOH = \triangle COG$ 이므로

$\square AEGH = \square AEGO + \triangle AOH$

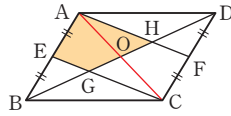
$= \square AEGO + \triangle COG$

$= \triangle AEC = \frac{1}{2} \triangle ABC$

$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \square ABCD$

$= \frac{1}{4} \square ABCD$

$= \frac{1}{4} \times 64 = 16(\text{cm}^2)$



16 답 27 cm²

$\overline{AM} \parallel \overline{DN}$, $\overline{AM} = \overline{DN}$ 이므로 $\square AMND$ 는 평행사변형이다.

$\therefore \triangle OMN = \frac{1}{4} \square AMND$

$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \square ABCD$

$= \frac{1}{8} \square ABCD$

$= \frac{1}{8} \times 24 = 3(\text{cm}^2)$

한편 $\triangle AMD$ 와 $\triangle BMF$ 에서

$\overline{AD} \parallel \overline{FE}$ 이므로 $\angle DAM = \angle FBM$ (엇각),

$\overline{AM} = \overline{BM}$, $\angle AMD = \angle BMF$ (맞꼭지각)

$\therefore \triangle AMD \cong \triangle BMF$ (ASA 합동)

같은 방법으로 하면 $\triangle AND \cong \triangle ENC$ (ASA 합동)

이때 $\triangle AMD = \triangle AND = \frac{1}{2} \square AMND = \frac{1}{4} \square ABCD$ 이므로

$\triangle BMF = \triangle ENC = \frac{1}{4} \square ABCD = \frac{1}{4} \times 24 = 6(\text{cm}^2)$

또 $\square MBCN = \frac{1}{2} \square ABCD = \frac{1}{2} \times 24 = 12(\text{cm}^2)$ 이므로

$\triangle OFE = \triangle OMN + \square MBCN + \triangle BMF + \triangle ENC$
 $= 3 + 12 + 6 + 6 = 27(\text{cm}^2)$

17 답 ④

$\triangle PDA + \triangle PBC = \frac{1}{2} \square ABCD$ 이고,

$\triangle BCD = \frac{1}{2} \square ABCD$ 이므로

$\triangle PDA + \triangle PBC = \triangle BCD$

이때 $\square PBCD = \triangle PBC + \triangle PCD = \triangle PBD + \triangle BCD$ 이므로

$\triangle PBC + \triangle PCD = \triangle PBD + (\triangle PDA + \triangle PBC)$

$\therefore \triangle PBD = \triangle PCD - \triangle PDA$

$= 36 - 20 = 16(\text{cm}^2)$

18 답 54 cm²

$\triangle PDA + \triangle PBC = \frac{1}{2} \square ABCD = \triangle AQD$ 이고,

$\triangle AQD = \triangle PDA + \triangle PQD$

$= \triangle PDA + 2\triangle PDA = 3\triangle PDA$

이므로

$\triangle PDA + \triangle PBC = 3\triangle PDA$

$\therefore \triangle PDA = \frac{1}{2} \triangle PBC = \frac{1}{2} \times 18 = 9(\text{cm}^2)$

$\therefore \square ABCD = 2\triangle AQD = 2 \times 3\triangle PDA$

$= 6\triangle PDA = 6 \times 9 = 54(\text{cm}^2)$

점 Q에서 $\overline{AD}$ 에 내린 수선의

발을 H라 하면

$\square ABCD = \overline{AD} \times \overline{QH}$,

$\triangle AQD = \frac{1}{2} \times \overline{AD} \times \overline{QH}$

$\therefore \square ABCD = 2\triangle AQD$

STEP 3 최고난도 문제

▶ 39쪽

- 01 11 02 52° 03 30° 04 100° 05 80 cm²
 06 14 cm²

01 답 11

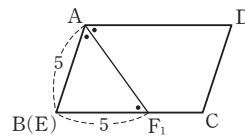
$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle DAF = \angle AFB$ (엇각)

$\therefore \angle EAF = \angle AFB$

즉, $\triangle AEF$ 는 $\overline{EA} = \overline{EF}$ 인 이등변삼각형이다.

(i) 점 E가 점 B에 위치한 경우

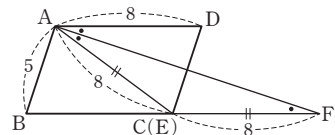
점 F의 위치를 F_1 이라 하면



점 F_1 은 점 B로부터 5만큼 떨어진 지점에 있게 된다.

(ii) 점 E가 점 C에 위치한 경우

점 F의 위치를 F_2 라 하면

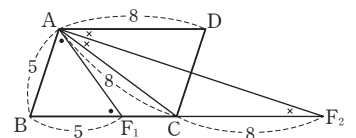


점 F_2 는 점 C로부터 8만큼 떨어진 지점에 있게 된다.

(i), (ii)에서 점 F가 움직인 거

리는 $\overline{F_1F_2}$ 의 길이와 같다.

$\therefore \overline{F_1F_2} = (8 - 5) + 8 = 11$



Idea 02 답 52°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$ 의 연장선과

$\overline{BM}$ 의 연장선의 교점을 P라 하자.

$\triangle DMP$ 와 $\triangle CMB$ 에서

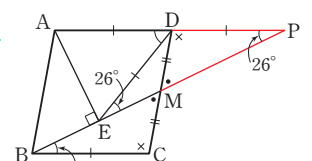
$\overline{AP} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$\angle PDM = \angle BCM$ (엇각)

$\overline{DM} = \overline{CM}$,

$\angle DMP = \angle CMB$ (맞꼭지각)

$\therefore \triangle DMP \cong \triangle CMB$ (ASA 합동)



주어진 도형에서 각의 크기 또는 변의 길이를 구할 수 없을 때는 연장선을 그어 합동인 삼각형을 찾는다.

$$\therefore \overline{DP} = \overline{CB}$$

이때 $\overline{AD} = \overline{BC}$ 에서 $\overline{AD} = \overline{DP}$ 이므로 점 D는 직각삼각형 AEP의 외심이다.

$$\therefore \overline{AD} = \overline{DE} = \overline{DP}$$

한편 $\overline{AP} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle APE = \angle MBC = 26^\circ$ 이고,

$$\overline{DE} = \overline{DP}$$
이므로

$$\angle DEP = \angle DPE = 26^\circ$$

따라서 $\triangle DEP$ 에서 $\angle ADE = 26^\circ + 26^\circ = 52^\circ$

03 답 30°

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서

$\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

점 O는 직각삼각형 AHC의 외심

이므로

$$\overline{OA} = \overline{OC} = \overline{OH}$$

한편 $\angle HAC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ 이므로 $\triangle OAH$ 는 정삼각형이다.

$$\therefore \overline{OA} = \overline{OH} = \overline{AH}$$

또 $\triangle OHC$ 에서 $\angle OHC = \angle OCH = 30^\circ$ 이므로

$$\triangle OBH$$
에서 $\angle BOH = 30^\circ - 15^\circ = 15^\circ$

이때 $\angle OBH = \angle BOH$ 이므로

$$\overline{BH} = \overline{OH}$$

즉, $\triangle ABH$ 는 $\overline{BH} = \overline{AH}$ 인 직각이등변삼각형이므로

$$\angle ABH = \angle BAH = 45^\circ$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ABH - \angle DBC = 45^\circ - 15^\circ = 30^\circ$$

따라서 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로

$$\angle BDC = \angle ABD = 30^\circ \text{ (엇각)}$$

04 답 100°

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DBE$ 에서

$$\overline{AB} = \overline{DB}, \overline{BC} = \overline{BE},$$

$$\angle ABC = 60^\circ - \angle EBA = \angle DBE \text{ 이므로}$$

$$\triangle ABC \equiv \triangle DBE \text{ (SAS 합동)} \quad \text{..... ㉠}$$

$\triangle ABC$ 와 $\triangle FEC$ 에서

$$\overline{AC} = \overline{FC}, \overline{BC} = \overline{EC},$$

$$\angle ACB = 60^\circ - \angle ECA = \angle FCE \text{ 이므로}$$

$$\triangle ABC \equiv \triangle FEC \text{ (SAS 합동)} \quad \text{..... ㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡에서 } \triangle ABC \equiv \triangle DBE \equiv \triangle FEC$$

$$\therefore \overline{DE} = \overline{AC} = \overline{AF}, \overline{EF} = \overline{BA} = \overline{DA}$$

따라서 $\square AFED$ 는 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

$$\text{㉠에서 } \angle BDE = \angle BAC = 100^\circ \text{ 이므로}$$

$$\angle ADE = \angle BDE - \angle BDA$$

$$= 100^\circ - 60^\circ = 40^\circ$$

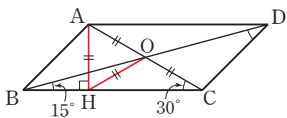
이때 $\square AFED$ 가 평행사변형이므로

$$\angle DEF + \angle ADE = 180^\circ \text{에서}$$

$$\angle DEF + 40^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle DEF = 140^\circ$$

$$\therefore \angle DEF - \angle ADE = 140^\circ - 40^\circ = 100^\circ$$



다른 풀이1

$$\angle DAB = \angle FAC = 60^\circ \text{ 이므로}$$

$$\angle DAF = 360^\circ - (60^\circ + 100^\circ + 60^\circ) = 140^\circ$$

$$\angle DEF = \angle DAF = 140^\circ$$

이때 $\angle ADE + \angle DEF = 180^\circ$ 이므로

$$\angle ADE + 140^\circ = 180^\circ \quad \therefore \angle ADE = 40^\circ$$

$$\therefore \angle DEF - \angle ADE = 140^\circ - 40^\circ = 100^\circ$$

다른 풀이2

$$\triangle ABC \equiv \triangle DBE \equiv \triangle FEC \text{ 이므로}$$

$$\angle ADE = \angle BDE - \angle BDA = 100^\circ - 60^\circ = 40^\circ$$

이때 오각형 EDBCF의 내각의 합이 540° 이므로

$$\angle DEF = 540^\circ - (\angle BDE + \angle EFC + \angle DBA + \angle ACF$$

$$+ \angle ABC + \angle ACB)$$

$$= 540^\circ - (100^\circ + 100^\circ + 60^\circ + 60^\circ + 80^\circ) = 140^\circ$$

$$\therefore \angle DEF - \angle ADE = 140^\circ - 40^\circ = 100^\circ$$

05 Idea 답 80 cm²

오른쪽 그림과 같이 점 M을 지나고

$\overline{AB}$ 와 평행한 직선이 $\overline{BC}$ 와 만나는

점을 F, $\overline{AD}$ 의 연장선과 만나는 점을

G라 하면 $\overline{AG} \parallel \overline{BF}$, $\overline{AB} \parallel \overline{GF}$ 이므

로 $\square ABFG$ 는 평행사변형이다.

$\triangle DMG$ 와 $\triangle CMF$ 에서

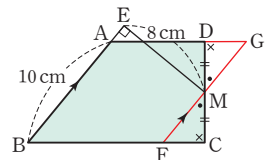
$$\overline{DG} \parallel \overline{FC} \text{ 이므로 } \angle GDM = \angle FCM \text{ (엇각)}$$

$$\overline{DM} = \overline{CM}, \angle DMG = \angle CMF \text{ (맞꼭지각)}$$

$$\therefore \triangle DMG \equiv \triangle CMF \text{ (ASA 합동)}$$

따라서 $\square ABCD$ 의 넓이와 $\square ABFG$ 의 넓이가 서로 같으므로

$$\square ABCD = \square ABFG = \overline{AB} \times \overline{EM} = 10 \times 8 = 80 (\text{cm}^2)$$



06 답 14 cm²

$$\overline{AD} = \overline{BC}, \overline{AB} = \overline{DC} \text{ 이므로}$$

$\square ABCD$ 는 평행사변형이다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{EF}$ 를 그으면

$$\overline{AF} \parallel \overline{BE} \text{ 이므로}$$

$$\angle BEA = \angle FAE \text{ (엇각)}$$

$$\therefore \angle BAE = \angle BEA$$

즉, $\triangle BEA$ 는 $\overline{BA} = \overline{BE}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\overline{BE} = \overline{BA} = 8 \text{ cm}$$

또 $\overline{AF} \parallel \overline{BE}$ 이므로 $\angle AFB = \angle EBF$ (엇각)

$$\therefore \angle ABF = \angle AFB$$

즉, $\triangle ABF$ 는 $\overline{AB} = \overline{AF}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\overline{AF} = \overline{AB} = 8 \text{ cm}$$

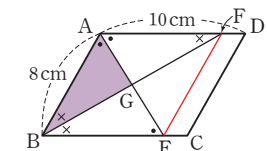
따라서 $\overline{AF} \parallel \overline{BE}$, $\overline{AF} = \overline{BE}$ 이므로 $\square ABEF$ 도 평행사변형이다.

이때 $\overline{AD} : \overline{AF} = 10 : 8$ 이므로

두 평행사변형 ABCD, ABEF의 높이가 같으므로
두 평행사변형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같다.

$$\square ABEF = \frac{8}{10} \square ABCD = \frac{8}{10} \times 70 = 56 (\text{cm}^2)$$

$$\therefore \triangle GAB = \frac{1}{4} \square ABEF = \frac{1}{4} \times 56 = 14 (\text{cm}^2)$$



04 여러 가지 사각형

STEP 1 핵심 문제

▶ 40~41쪽

- 01 84 02 38° 03 ③, ⑤ 04 ⑤ 05 ② 06 34
 07 직사각형 08 ①, ③ 09 ①, ⑤ 10 ④ 11 8cm²
 12 12cm²

01 답 84

$\angle DAB = 90^\circ$ 이므로 $\angle OAB = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$
 $\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로
 $\angle OBA = \angle OAB = 60^\circ \quad \therefore x = 60$
 이때 $\angle AOB = 180^\circ - (60^\circ + 60^\circ) = 60^\circ$ 이므로 $\triangle OAB$ 는 정삼각형이다.
 즉, $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{AB} = 8\text{cm}$ 이므로 $y = 8$
 따라서 $\overline{BD} = \overline{AC} = 2\overline{OA} = 2 \times 8 = 16(\text{cm})$ 이므로 $z = 16$
 $\therefore x + y + z = 60 + 8 + 16 = 84$

02 답 38°

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle ACB = \angle DAC = 52^\circ$ (엇각)
 $\triangle OBC$ 에서 $\angle BOC = 180^\circ - (38^\circ + 52^\circ) = 90^\circ$
 $\therefore \overline{AC} \perp \overline{BD}$
 즉, $\square ABCD$ 는 마름모이므로 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$
 따라서 $\triangle BCD$ 에서 $\angle BDC = \angle DBC = 38^\circ$

03 답 ③, ⑤

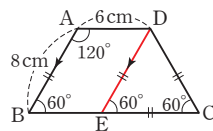
- ① $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이면 평행사변형 $ABCD$ 는 마름모가 된다.
 이때 $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이면 마름모 $ABCD$ 는 정사각형이 된다.
 ② $\angle B = 90^\circ$ 이면 평행사변형 $ABCD$ 는 직사각형이 된다.
 이때 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이면 직사각형 $ABCD$ 는 정사각형이 된다.
 ③ 평행사변형 $ABCD$ 가 직사각형이 되는 조건이다.
 ④ $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이면 평행사변형 $ABCD$ 는 직사각형이 된다.
 이때 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이면 직사각형 $ABCD$ 는 정사각형이 된다.
 ⑤ 평행사변형 $ABCD$ 가 마름모가 되는 조건이다.
 따라서 평행사변형 $ABCD$ 가 정사각형이 되는 조건이 아닌 것은 ③, ⑤이다.

04 답 ⑤

- ① $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이고, $\angle ABC = \angle DCB$ 이므로
 $\angle BAD = 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - \angle DCB = \angle ADC$
 ②, ③ $\triangle ABC$ 와 $\triangle DCB$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\angle ABC = \angle DCB$, $\overline{BC}$ 는 공통이므로
 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ (SAS 합동)
 $\therefore \overline{AC} = \overline{DB}$
 ④ $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ 이므로 $\angle ACB = \angle DBC$
 즉, $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$
 따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

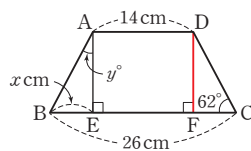
05 답 ②

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 D 를 지나고 $\overline{AB}$ 에 평행한 직선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 E 라 하면 $\square ABED$ 는 평행사변형이므로 $\overline{BE} = \overline{AD} = 6\text{cm}$
 이때 $\angle A + \angle B = 180^\circ$ 이므로
 $120^\circ + \angle B = 180^\circ \quad \therefore \angle B = 60^\circ$
 즉, $\angle C = \angle B = 60^\circ$ 이고, $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ 이므로
 $\angle DEC = \angle B = 60^\circ$ (동위각)
 $\triangle DEC$ 에서 $\angle EDC = 180^\circ - (60^\circ + 60^\circ) = 60^\circ$
 따라서 $\triangle DEC$ 는 정삼각형이므로 $\overline{EC} = \overline{DC} = \overline{AB} = 8\text{cm}$
 $\therefore (\square ABCD \text{의 둘레의 길이}) = \overline{AB} + \overline{BE} + \overline{EC} + \overline{CD} + \overline{DA}$
 $= 8 + 6 + 8 + 8 + 6 = 36(\text{cm})$



06 답 34

$\angle B = \angle C = 62^\circ$ 이므로
 $\triangle ABE$ 에서 $\angle BAE = 90^\circ - 62^\circ = 28^\circ \quad \therefore y = 28$
 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 F 라 하면
 $\overline{EF} = \overline{AD} = 14\text{cm}$
 $\triangle ABE$ 와 $\triangle DCF$ 에서
 $\angle AEB = \angle DFC = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\angle B = \angle C$ 이므로
 $\triangle ABE \cong \triangle DCF$ (RHA 합동)
 $\therefore \overline{BE} = \overline{CF} = \frac{1}{2}(\overline{BC} - \overline{EF}) = \frac{1}{2} \times (26 - 14) = 6(\text{cm})$
 $\therefore x = 6$
 $\therefore x + y = 6 + 28 = 34$

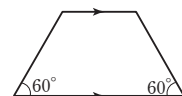
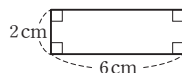


07 답 직사각형

$\angle DAB + \angle ABC = 180^\circ$ 이므로
 $\angle EAB + \angle EBA = 90^\circ$
 $\triangle ABE$ 에서 $\angle AEB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$
 $\therefore \angle HEF = \angle AEB = 90^\circ$ (맞꼭지각) ㉠
 같은 방법으로 하면 $\angle HGF = 90^\circ$ ㉡
 또 $\angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$ 이므로
 $\angle HBC + \angle HCB = 90^\circ$
 $\triangle HBC$ 에서 $\angle BHC = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$
 $\therefore \angle EHG = 90^\circ$ ㉢
 같은 방법으로 하면 $\angle EFG = 90^\circ$ ㉣
 ㉠~㉣에서 $\square EFGH$ 는 네 내각이 모두 직각이므로 직사각형이다.

08 답 ①, ③

- ① 오른쪽 그림과 같은 직사각형은 마름모가 아니다.
 ② 마름모는 한 쌍의 대변이 평행하므로 사다리꼴이다.
 ③ 오른쪽 그림과 같은 등변사다리꼴은 평행사변형이 아니다.
 ⑤ 정사각형은 네 내각이 모두 직각이므로 직사각형이다.
 따라서 옳지 않은 것은 ①, ③이다.



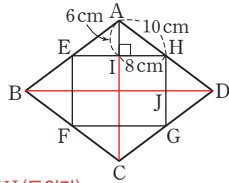
09 답 ①, ⑤

- ① 평행사변형의 두 대각선은 서로를 이등분하지만 두 대각선의 길이가 항상 같은 것은 아니다.
 ⑤ 등변사다리꼴의 두 대각선의 길이는 같지만 항상 서로 수직인 것은 아니다.
 따라서 옳지 않은 것은 ①, ⑤이다.

10 답 ④

마름모의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 직사각형이므로 □EFGH는 직사각형이다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ 를 긋고 $\overline{AC}$ 와 $\overline{EH}$ 의 교점을 I, $\overline{BD}$ 와 $\overline{HG}$ 의 교점을 J라 하면



$\triangle AIH \equiv \triangle HJD$ (RHA 합동)이므로
 $\overline{HJ} = \overline{AI} = 6 \text{ cm}$ $\angle AIH = \angle HJD = 90^\circ$,
 $\overline{AH} = \overline{HD}$, $\angle HAI = \angle DHJ$ (동위각)
 또 $\triangle AIH \equiv \triangle AIE \equiv \triangle GJD$ 이므로

$$\overline{EI} = \overline{HI} = 8 \text{ cm}, \overline{GJ} = \overline{AI} = 6 \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{EH} = \overline{EI} + \overline{HI} = 8 + 8 = 16(\text{cm}),$$

$$\overline{HG} = \overline{HJ} + \overline{GJ} = 6 + 6 = 12(\text{cm})$$

$$\therefore (\square EFGH \text{의 둘레의 길이}) = 2 \times (16 + 12) = 56(\text{cm})$$

11 답 8 cm^2

$\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 이므로 $\triangle ACD = \triangle ACE$

$$\therefore \square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$$

$$= \triangle ABC + \triangle ACE = \triangle ABE$$

$$\therefore \triangle AFD = \square ABCD - \square ABCF$$

$$= \triangle ABE - \square ABCF$$

$$= 40 - 32 = 8(\text{cm}^2)$$

12 답 12 cm^2

$\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로

$$\triangle ABM = \frac{1}{2} \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 36 = 18(\text{cm}^2)$$

이때 $\overline{AP} : \overline{PM} = 1 : 2$ 이므로 $\triangle ABP : \triangle PBM = 1 : 2$

$$\therefore \triangle PBM = \frac{2}{3} \triangle ABM = \frac{2}{3} \times 18 = 12(\text{cm}^2)$$

STEP 2 고난도 문제

▶ 42~46쪽

01 64°	02 $\overline{DF}$	03 ③	04 50°	05 54°	06 ④
07 8 cm	08 48 cm^2	09 ⑤	10 ③	11 50°	
12 $5\pi \text{ cm}$	13 45°	14 18 cm^2	15 ②	16 71°	
17 30°	18 38°	19 ③	20 ④	21 24	22 ⑤
23 40 cm^2	24 16 cm^2	25 10 cm^2			
26 $\frac{3}{2}\pi \text{ cm}^2$	27 3 cm^2	28 4 cm^2	29 15 cm^2		
30 5					

01 답 64°

$\angle DCE = 90^\circ$ 이고, $\angle GAE = \angle DCE$ (접은 각)이므로

$$\angle BAE = \angle GAB - \angle GAE = 128^\circ - 90^\circ = 38^\circ$$

$$\triangle ABE \text{에서 } \angle AEC = 38^\circ + 90^\circ = 128^\circ$$

이때 $\angle AEF = \angle CEF$ (접은 각)이므로

$$\angle AEF = \frac{1}{2} \angle AEC = \frac{1}{2} \times 128^\circ = 64^\circ$$

02 답 $\overline{DF}$

$\angle ACE = \angle DCE = \angle a$ 라 하면 $\angle ADC = 90^\circ$ 이므로

$$\triangle CDE \text{에서 } \angle CED = 90^\circ - \angle a$$

$$\triangle CFH \text{에서 } \angle CFH = 90^\circ - \angle a$$

이때 $\angle EFD = \angle CFH = 90^\circ - \angle a$ (맞꼭지각)이므로

$$\angle DEF = \angle EFD$$

$$\therefore \overline{DE} = \overline{DF}$$

Idea 03 답 ③

$$\overline{BE} = \frac{1}{2} \overline{EC} \text{에서 } \overline{BE} : \overline{EC} = 1 : 2$$

$$\overline{BE} = k, \overline{EC} = 2k (k > 0) \text{라 하면}$$

$$\overline{BC} = 3k \text{이고, } \overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3 \text{이므로}$$

$$\overline{AB} = 2k$$

점 F는 $\overline{DC}$ 의 중점이므로 $\overline{CF} = \overline{DF} = k$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$ 를 그으면

$\triangle ABE$ 와 $\triangle ECF$ 에서

$$\overline{AB} = \overline{EC}, \angle ABE = \angle ECF = 90^\circ,$$

$$\overline{BE} = \overline{CF} \text{이므로}$$

$$\triangle ABE \equiv \triangle ECF \text{ (SAS 합동)}$$

즉, $\overline{AE} = \overline{EF}$ 이므로 $\triangle AEF$ 는 이등변삼각형이다.

$$\therefore \angle EAF = \angle EFA$$

또 $\angle CEF = \angle BAE$ 이므로

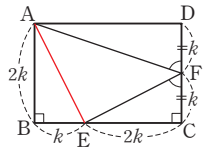
$$\angle CEF + \angle BEA = \angle BAE + \angle BEA = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$$\therefore \angle AEF = 180^\circ - (\angle CEF + \angle BEA) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$$\text{따라서 } \triangle AEF \text{에서 } \angle EFA = \angle EAF = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ$$

이므로

$$\angle AFD + \angle CFE = 180^\circ - \angle EFA = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$



04 답 50°

$\triangle ABE$ 와 $\triangle ADF$ 에서

$$\angle AEB = \angle AFD = 90^\circ, \overline{AB} = \overline{AD}, \angle B = \angle D \text{이므로}$$

$$\triangle ABE \equiv \triangle ADF \text{ (RHA 합동)}$$

즉, $\overline{AE} = \overline{AF}$ 이므로 $\triangle AEF$ 는 이등변삼각형이다.

$$\therefore \angle AEF = \angle AFE$$

이때 □ABCD는 마름모이고, $\angle B = 80^\circ$ 이므로

$$\angle BAD = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

$\triangle ABE$ 와 $\triangle ADF$ 에서

$$\angle BAE = \angle DAF = 90^\circ - 80^\circ = 10^\circ \text{이므로}$$

$$\angle EAF = 100^\circ - (10^\circ + 10^\circ) = 80^\circ$$

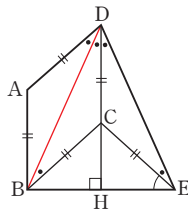
$$\text{따라서 } \triangle AEF \text{에서 } \angle AFE = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 80^\circ) = 50^\circ$$

05 답 54°

△APD가 정삼각형이므로
 $\angle BAP = \angle BAD - \angle PAD = 96^\circ - 60^\circ = 36^\circ$
 △ABP는 $\overline{AB} = \overline{AP}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle x = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 36^\circ) = 72^\circ$
 이때 $\angle BAD + \angle ADC = 180^\circ$ 이므로
 $\angle ADC = 180^\circ - 96^\circ = 84^\circ$
 $\therefore \angle PDC = \angle ADC - \angle ADP$
 $= 84^\circ - 60^\circ = 24^\circ$
 △DPC는 $\overline{DP} = \overline{DC}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle DCP = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 24^\circ) = 78^\circ$
 이때 $\angle BCD = \angle BAD = 96^\circ$ 이므로
 $\angle y = \angle BCD - \angle DCP = 96^\circ - 78^\circ = 18^\circ$
 $\therefore \angle x - \angle y = 72^\circ - 18^\circ = 54^\circ$

06 답 ④

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$ 를 그으면
 □ABCD는 마름모이므로
 △ABD ≌ △CBD (SSS 합동)
 $\therefore \angle ADB = \angle CDB$
 두 점 C, D는 $\overline{BE}$ 의 수직이등분선 위의 점이
 므로
 $\overline{BD} = \overline{ED}$, $\overline{BC} = \overline{EC}$
 △BCD와 △ECD에서
 $\overline{BD} = \overline{ED}$, $\overline{BC} = \overline{EC}$, $\overline{CD}$ 는 공통이므로
 △BCD ≌ △ECD (SSS 합동)
 $\therefore \angle BDC = \angle EDC$
 이때 $\angle ADE = 72^\circ$ 이므로
 $\angle ADB = \angle BDC = \angle EDC = \frac{1}{3} \angle ADE = \frac{1}{3} \times 72^\circ = 24^\circ$
 즉, △DEH와 △DBH에서
 $\angle DEH = \angle DBH = 90^\circ - 24^\circ = 66^\circ$
 한편 △CBE는 $\overline{BC} = \overline{EC}$ 인 이등변삼각형이고,
 $\overline{BC} = \overline{DC} = \overline{EC}$ 이므로 △ECD도 이등변삼각형이다.
 따라서 $\angle DEC = \angle EDC = 24^\circ$ 이므로
 $\angle CEB = \angle DEH - \angle DEC = 66^\circ - 24^\circ = 42^\circ$



07 답 8 cm

△BEF에서 $\overline{BE} = \overline{BF}$ 이므로
 $\angle BEF = \angle BFE$
 이때 $\angle CFD = \angle BFE$ (맞꼭지각), $\angle FCD = \angle BEF$ (엇각)이므로
 $\angle CFD = \angle FCD$
 따라서 △DFC는 $\overline{DF} = \overline{DC}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{DF} = \overline{DC} = \overline{BC} = 10$ cm
 $\therefore \overline{BD} = \overline{BF} + \overline{DF} = 6 + 10 = 16$ (cm)
 $\therefore \overline{OD} = \frac{1}{2} \overline{BD} = \frac{1}{2} \times 16 = 8$ (cm)

08 답 48 cm²

△OBP와 △ODP에서
 $\overline{OB} = \overline{OD}$, $\overline{BP} = \overline{DP}$, $\overline{OP}$ 는 공통이므로
 △OBP ≌ △ODP (SSS 합동) ①
 이때 $\angle POB + \angle POD = 180^\circ$ 이므로 $\angle POB = \angle POD = 90^\circ$
 따라서 평행사변형의 두 대각선이 서로 수직이므로 □ABCD는 마
 림모이다. ②
 $\therefore \overline{AC} = 2\overline{OA} = 2 \times 4 = 8$ (cm), $\overline{BD} = 2\overline{OB} = 2 \times 6 = 12$ (cm)
 $\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BD} = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 = 48$ (cm²) ③

채점 기준

① △OBP ≌ △ODP임을 알기	30 %
② 평행사변형 ABCD가 마름모임을 알기	30 %
③ □ABCD의 넓이 구하기	40 %

09 답 ⑤

① △ABG와 △ECG에서
 $\overline{AB} \parallel \overline{FE}$ 이므로 $\angle ABG = \angle ECG$ (엇각),
 $\angle BAG = \angle CEG$ (엇각), $\overline{AB} = \overline{EC}$
 $\therefore \triangle ABG \equiv \triangle ECG$ (ASA 합동) $\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{EC}$
 $\therefore \overline{BG} = \overline{CG}$
 이때 $\overline{BC} = 2\overline{AB}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{BG}$
 ②, ③ △ABH와 △DFH에서
 $\overline{AB} \parallel \overline{FE}$ 이므로 $\angle BAH = \angle FDH$ (엇각),
 $\angle ABH = \angle DFH$ (엇각), $\overline{AB} = \overline{DF}$
 $\therefore \triangle ABH \equiv \triangle DFH$ (ASA 합동) $\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{DF}$
 $\therefore \overline{AH} = \overline{DH}$
 $\therefore \overline{AH} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \overline{BG}$
 즉, $\overline{AH} \parallel \overline{BG}$, $\overline{AH} = \overline{BG}$ 이므로 □ABGH는 평행사변형이다.
 $\therefore \overline{AB} \parallel \overline{HG}$
 이때 $\overline{AB} = \overline{BG}$, 즉 이웃하는 두 변의 길이가 같으므로 평행사변
 형 ABGH는 마름모이다.
 $\therefore \overline{AG} \perp \overline{BH}$
 ④ △FPE에서 $\angle FPE = 90^\circ$ 이므로
 $\angle PFE + \angle PEF = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$
 따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

10 답 ③

$\angle PBC = \angle PCB = 60^\circ$ 이므로
 $\angle ABP = \angle DCP = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$
 이때 $\overline{BA} = \overline{BP}$, $\overline{CD} = \overline{CP}$ 이므로
 $\angle APB = \angle DPC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$
 따라서 $\angle BPC = 60^\circ$ 이므로
 $\angle APD = 360^\circ - (75^\circ + 60^\circ + 75^\circ) = 150^\circ$

11 답 50°

△ABF에서 $\angle ABF = 90^\circ$ 이므로
 $\angle BAF = 180^\circ - (90^\circ + 40^\circ) = 50^\circ$

$\triangle ABE$ 와 $\triangle CBE$ 에서
 $\overline{AB}=\overline{CB}$, $\angle ABE=\angle CBE=45^\circ$, $\overline{BE}$ 는 공통이므로
 $\triangle ABE\equiv\triangle CBE$ (SAS 합동)
 $\therefore \angle BCE=\angle BAE=50^\circ$

다른 풀이

$\triangle ADE$ 와 $\triangle CDE$ 에서
 $\overline{AD}=\overline{CD}$, $\angle ADE=\angle CDE=45^\circ$, $\overline{DE}$ 는 공통이므로
 $\triangle ADE\equiv\triangle CDE$ (SAS 합동)
 $\therefore \angle DAE=\angle DCE$ ㉠
 이때 $\overline{AD}\parallel\overline{BC}$ 이므로
 $\angle DAE=\angle F=40^\circ$ (엇각) ㉡
 ㉠, ㉡에서 $\angle DCE=\angle DAE=40^\circ$
 $\therefore \angle BCE=\angle BCD-\angle DCE=90^\circ-40^\circ=50^\circ$

12 답 5π cm

부채꼴의 반지름의 길이를 r cm라 하면
 $\overline{BD}=r$ cm이므로 $\overline{AC}=\overline{BD}=r$ cm
 이때 정사각형 ABCD의 넓이가 50 cm^2 이므로
 $\frac{1}{2}\times r\times r=50$, $r^2=100$
 이때 $r>0$ 이므로 $r=10$
 따라서 구하는 부채꼴의 호의 길이는
 $2\pi\times 10\times\frac{90}{360}=5\pi(\text{cm})$

개념 NOTE

정사각형은 마름모이므로
 (정사각형의 넓이) $=\frac{1}{2}\times(\text{한 대각선의 길이})\times(\text{다른 대각선의 길이})$

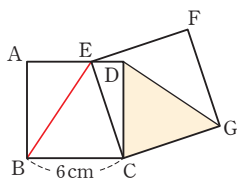
13 답 45°

$\overline{AE}=\overline{AB}=\overline{AD}$ 이므로 $\triangle AED$ 는 $\overline{AE}=\overline{AD}$ 인 이등변삼각형이다.
 $\angle AED=\angle ADE=\angle a$ 라 하면
 $\triangle AED$ 에서 $\angle EAD=180^\circ-2\angle a$
 $\therefore \angle EAB=\angle EAD-\angle BAD$
 $= (180^\circ-2\angle a)-90^\circ=90^\circ-2\angle a$
 따라서 $\triangle AEB$ 에서 $\angle AEB=\angle ABE=\angle a+\angle x$ 이므로
 $(90^\circ-2\angle a)+2(\angle a+\angle x)=180^\circ$
 $2\angle x=90^\circ \quad \therefore \angle x=45^\circ$

14 답 18 cm²

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$ 를 그으면
 $\triangle BCE$ 와 $\triangle DCG$ 에서
 $\overline{BC}=\overline{DC}$, $\overline{CE}=\overline{CG}$,
 $\angle BCE=90^\circ-\angle ECD=\angle DCG$
 이므로
 $\triangle BCE\equiv\triangle DCG$ (SAS 합동)

$\therefore \triangle DCG=\triangle BCE=\frac{1}{2}\square ABCD$
 $=\frac{1}{2}\times 6\times 6=18(\text{cm}^2)$

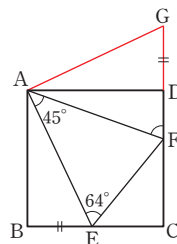


15 답 ②

$\triangle OBP$ 와 $\triangle OCQ$ 에서
 $\overline{OB}=\overline{OC}$, $\angle OBP=\angle OCQ=45^\circ$,
 $\angle BOP=90^\circ-\angle POC=\angle COQ$ 이므로
 $\triangle OBP\equiv\triangle OCQ$ (ASA 합동)
 $\therefore \square OPCQ=\triangle OPC+\triangle OCQ=\triangle OPC+\triangle OBP$
 $=\triangle OBC=\frac{1}{4}\square ABCD$
 $=\frac{1}{4}\times 8\times 8=16(\text{cm}^2)$
 $\therefore (\text{색칠한 부분의 넓이})=\square OEFG-\square OPCQ$
 $=8\times 8-16=48(\text{cm}^2)$

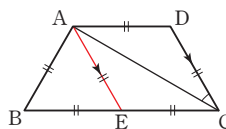
16 답 71°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$ 의 연장선 위에
 $\overline{BE}=\overline{DG}$ 가 되도록 점 G를 잡으면
 $\triangle ABE$ 와 $\triangle ADG$ 에서
 $\overline{AB}=\overline{AD}$, $\angle ABE=\angle ADG=90^\circ$,
 $\overline{BE}=\overline{DG}$
 $\therefore \triangle ABE\equiv\triangle ADG$ (SAS 합동)
 $\therefore \overline{AE}=\overline{AG}$, $\angle BAE=\angle DAG$
 $\triangle AGF$ 와 $\triangle AEF$ 에서
 $\overline{AG}=\overline{AE}$, $\overline{AF}$ 는 공통,
 $\angle GAF=\angle GAD+\angle DAF=\angle EAB+\angle DAF$
 $=\angle DAB-\angle FAE=90^\circ-45^\circ=45^\circ=\angle EAF$
 $\therefore \triangle AGF\equiv\triangle AEF$ (SAS 합동)
 $\therefore \angle AFD=\angle AFE=180^\circ-(64^\circ+45^\circ)=71^\circ$



17 답 30°

$\overline{AB}=\overline{DC}$ 이므로 사다리꼴 ABCD는 등
 변사다리꼴이고, 오른쪽 그림과 같이 꼭
 짓점 A를 지나고 $\overline{DC}$ 에 평행한 직선이
 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 E라 하면
 $\square AECD$ 는 평행사변형이다. $\rightarrow \overline{AD}\parallel\overline{EC}$, $\overline{AE}\parallel\overline{DC}$
 $\therefore \overline{AD}=\overline{EC}$, $\overline{AE}=\overline{DC}$
 또 $\overline{AB}=\overline{AD}=\overline{EC}$ 이고, $\overline{BC}=2\overline{AB}$ 이므로 $\overline{BC}=2\overline{EC}$
 $\therefore \overline{BE}=\overline{EC}$
 즉, $\overline{AB}=\overline{BE}=\overline{AE}$ 이므로 $\triangle ABE$ 는 정삼각형이다.
 $\therefore \angle DCB=\angle B=60^\circ$
 이때 $\overline{AD}\parallel\overline{BC}$ 이므로 $\angle D+\angle DCB=180^\circ$
 $\angle D+60^\circ=180^\circ \quad \therefore \angle D=120^\circ$
 따라서 $\triangle DAC$ 에서 $\overline{AD}=\overline{DC}$ 이므로
 $\angle ACD=\frac{1}{2}\times(180^\circ-120^\circ)=30^\circ$



18 답 38°

$\overline{AE}\parallel\overline{DB}$ 이므로 $\angle DBC=\angle E=38^\circ$ (동위각)
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DCB$ 에서
 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\angle ABC=\angle DCB$, $\overline{BC}$ 는 공통이므로
 $\triangle ABC\equiv\triangle DCB$ (SAS 합동)

..... ①

$\therefore \angle ACB = \angle DBC = 38^\circ$ ②
 따라서 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle DAC = \angle ACB = 38^\circ$ (엇각) ③

채점 기준

① $\angle DBC$ 의 크기 구하기	20%
② $\angle ACB$ 의 크기 구하기	60%
③ $\angle DAC$ 의 크기 구하기	20%

19 답 ③

$\angle DBC = \angle x$ 라 하면
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle DBC = \angle x$ (엇각)
 $\triangle ABD$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 이므로
 $\angle ABD = \angle ADB = \angle x$
 이때 $\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC = \angle x + \angle x = 2\angle x$ 이므로
 $\angle C = \angle ABC = 2\angle x$
 $\triangle BCD$ 에서 $\overline{BD} = \overline{BC}$ 이므로
 $\angle BDC = \angle C = 2\angle x$
 따라서 $\triangle BCD$ 에서 $\angle x + 2\angle x + 2\angle x = 180^\circ$ 이므로
 $5\angle x = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 36^\circ$
 $\therefore \angle DBC = 36^\circ$

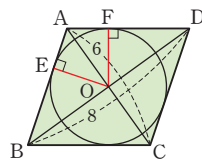
20 답 ④

$\overline{AM} \parallel \overline{NC}$, $\overline{AM} = \overline{NC}$ 이므로 $\square ANCM$ 은 평행사변형이고,
 $\overline{MD} \parallel \overline{BN}$, $\overline{MD} = \overline{BN}$ 이므로 $\square MBND$ 는 평행사변형이다.
 이때 $\overline{EN} \parallel \overline{MF}$, $\overline{ME} \parallel \overline{FN}$ 이므로 $\square ENFM$ 은 평행사변형이다.
 또 $\overline{AM} \parallel \overline{BN}$, $\overline{AM} = \overline{BN}$, $\overline{AB} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \overline{AM}$ 이므로 $\square ABNM$
 은 마름모이다.
 $\therefore \angle MEN = 90^\circ$
 즉, $\square ENFM$ 은 한 내각이 직각인 평행사변형이므로 직사각형이다.
 따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

21 답 24

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다.

오른쪽 그림과 같이 원 O 와 $\overline{AB}$, $\overline{AD}$ 의 접
 점을 각각 E , F 라 하고, $\overline{OE}$, $\overline{OF}$ 를 그으면
 $\triangle AOE$ 와 $\triangle AOF$ 에서



$\angle AEO = \angle AFO = 90^\circ$,

$\overline{AO}$ 는 공통, $\overline{OE} = \overline{OF}$ 이므로

$\triangle AOE \cong \triangle AOF$ (RHS 합동)

$\therefore \overline{AE} = \overline{AF}$ ㉠

$\triangle BOE$ 와 $\triangle DOF$ 에서

$\angle BEO = \angle DFO = 90^\circ$, $\overline{BO} = \overline{DO}$, $\overline{OE} = \overline{OF}$ 이므로

$\triangle BOE \cong \triangle DOF$ (RHS 합동)

$\therefore \overline{BE} = \overline{DF}$ ㉡

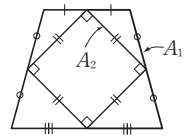
㉠, ㉡에서 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 이므로 평행사변형 $ABCD$ 는 마름모이다.

$\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BD} = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$

22 답 ⑤

- ① 평행사변형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 평행사변형이므로 A_1 이 평행사변형이면 A_2 , A_3 도 평행사변형이다.
- ② 직사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 마름모이므로 A_1 이 직사각형이면 A_2 는 마름모이다.
마름모의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 직사각형이므로 A_2 가 마름모이면 A_3 은 직사각형이다.
즉, A_3 은 직사각형이므로 A_4 는 마름모이다.
- ③ 정사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 정사각형이므로 A_1 이 정사각형이면 A_2 , A_3 , ..., A_n 도 정사각형이다.
- ④ 등변사다리꼴의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 마름모이므로 A_1 이 등변사다리꼴이면 A_2 는 마름모이다.
 A_2 는 마름모이므로 A_3 은 직사각형이다.
 A_3 은 직사각형이므로 A_4 는 마름모이다.
 A_4 는 마름모이므로 A_5 는 직사각형이다.
:
 A_{2n} 은 마름모이다.

- ⑤ 오른쪽 그림과 같이 A_2 는 정사각형이지만 A_1 은 등변사다리꼴인 경우도 있다.
즉, A_2 가 정사각형이라 해서 A_1 이 항상 정사각형인 것은 아니다.



따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

23 답 40 cm²

정사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 정사각형이므로 $\square A_2B_2C_2D_2$ 는 정사각형이다.

$$\begin{aligned}
 \therefore \square A_2B_2C_2D_2 &= \frac{1}{2} \times \overline{B_2D_2} \times \overline{A_2C_2} \\
 &= \frac{1}{2} \times \overline{A_1D_1} \times \overline{A_1B_1} \\
 &= \frac{1}{2} \square A_1B_1C_1D_1
 \end{aligned}$$

같은 방법으로 하면

$\square A_3B_3C_3D_3$, $\square A_4B_4C_4D_4$ 는 모두 정사각형이므로

$$\square A_3B_3C_3D_3 = \frac{1}{2} \square A_2B_2C_2D_2 = \frac{1}{2^2} \square A_1B_1C_1D_1$$

$$\square A_4B_4C_4D_4 = \frac{1}{2} \square A_3B_3C_3D_3 = \frac{1}{2^3} \square A_1B_1C_1D_1$$

$$\therefore \square A_1B_1C_1D_1 = 2^3 \square A_4B_4C_4D_4 = 2^3 \times 5 = 40 (\text{cm}^2)$$

24 답 16 cm²

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AF}$ 를 그으면

$\overline{EF} \parallel \overline{AD}$ 이므로

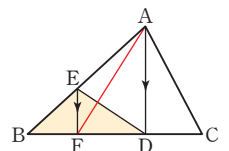
$\triangle EFD = \triangle EFA$

$$\begin{aligned}
 \therefore \triangle EBD &= \triangle EBF + \triangle EFD \\
 &= \triangle EBF + \triangle EFA \\
 &= \triangle ABF
 \end{aligned}$$

이때 $\overline{BF} : \overline{FC} = 2 : 5$ 이므로 $\triangle ABF : \triangle AFC = 2 : 5$

$$\therefore \triangle ABF = \frac{2}{7} \triangle ABC = \frac{2}{7} \times 56 = 16 (\text{cm}^2)$$

$$\therefore \triangle EBD = \triangle ABF = 16 \text{ cm}^2$$



25 답 10 cm²

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 그으면

$\overline{AD} \parallel \overline{CF}$ 이므로

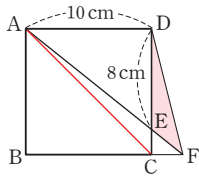
$$\triangle DCF = \triangle ACF$$

$$\triangle DEF + \triangle ECF = \triangle ACE + \triangle ECF$$

$$\therefore \triangle DEF = \triangle ACE$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle ACE &= \frac{1}{2} \times (10 - 8) \times 10 \\ &= 10(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

$$\therefore \triangle DEF = \triangle ACE = 10 \text{ cm}^2$$



26 답 $\frac{3}{2}\pi \text{ cm}^2$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 를 그으면

$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 이므로

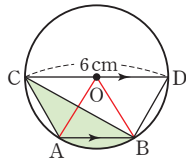
$$\triangle CAB = \triangle OAB$$

즉, 색칠한 부분의 넓이는 부채꼴 AOB의 넓이와 같다.

이때 $\widehat{AB}$ 의 길이가 원 O의 둘레의 길이의 $\frac{1}{6}$ 이므로

$$\angle AOB = \frac{1}{6} \times 360^\circ = 60^\circ$$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{색칠한 부분의 넓이}) &= \pi \times 3^2 \times \frac{60}{360} \\ &= \frac{3}{2}\pi(\text{cm}^2) \end{aligned}$$



27 답 3 cm²

$\overline{BD} : \overline{DC} = 3 : 2$ 이므로

$$\triangle ABD : \triangle ADC = 3 : 2$$

$$\therefore \triangle ADC = \frac{2}{5} \triangle ABC = \frac{2}{5} \times 40 = 16(\text{cm}^2)$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CP}$ 를 그으면

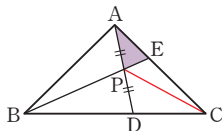
$\overline{AP} = \overline{PD}$ 이므로

$$\begin{aligned} \triangle APC &= \frac{1}{2} \triangle ADC = \frac{1}{2} \times 16 \\ &= 8(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

이때 $\overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 5$ 이므로

$$\triangle APE : \triangle PCE = 3 : 5$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle APE &= \frac{3}{8} \triangle APC = \frac{3}{8} \times 8 \\ &= 3(\text{cm}^2) \end{aligned}$$



28 답 4 cm²

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로

$$\triangle AED = \triangle BED$$

$$\triangle AFD + \triangle DFE = \triangle BEF + \triangle DFE$$

$$\therefore \triangle AFD = \triangle BEF \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이때 $\triangle ABD = \triangle DBC$ 이므로

$$\triangle ABF + \triangle AFD = \triangle BCE + \triangle BEF + \triangle DFE$$

$$20 + \triangle AFD = 16 + \triangle BEF + \triangle DFE$$

$$20 = 16 + \triangle DFE \quad (\because \textcircled{1})$$

$$\therefore \triangle DFE = 20 - 16 = 4(\text{cm}^2)$$

다른 풀이

$$\triangle ABE = \frac{1}{2} \square ABCD = \triangle BCD \text{이므로}$$

$$\triangle ABF + \triangle FBE = \triangle DFE + \triangle FBE + \triangle BCE$$

$$20 + \triangle FBE = \triangle DFE + \triangle FBE + 16$$

$$20 = \triangle DFE + 16$$

$$\therefore \triangle DFE = 20 - 16 = 4(\text{cm}^2)$$

29 답 15 cm²

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$, $\overline{BN}$ 을 그으면

$$\triangle MCN = \frac{1}{2} \triangle BCN$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \triangle BCD$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{8} \square ABCD$$

$$\therefore \square ABCD = 8 \triangle MCN = 8 \times 5 = 40(\text{cm}^2)$$

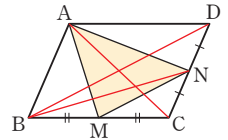
$$\therefore \triangle AMN = \triangle AMC + \triangle ANC - \triangle MCN$$

$$= \frac{1}{2} \triangle ABC + \frac{1}{2} \triangle ACD - 5$$

$$= \frac{1}{2} (\triangle ABC + \triangle ACD) - 5$$

$$= \frac{1}{2} \square ABCD - 5$$

$$= \frac{1}{2} \times 40 - 5 = 15(\text{cm}^2)$$



30 답 5

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 O라

하면 마름모 ABCD에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로

$$\triangle ABO = \triangle CBO,$$

$$\triangle AMO = \triangle CMO$$

$$\therefore \triangle ABM = \triangle ABO - \triangle AMO$$

$$= \triangle CBO - \triangle CMO$$

$$= \triangle CBM \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

또 $\overline{BN} = \overline{CN}$ 이므로

$$\triangle ABN = \triangle ACN, \triangle MBN = \triangle MCN$$

$$\therefore \triangle ABM = \triangle ABN - \triangle MBN$$

$$= \triangle ACN - \triangle MCN$$

$$= \triangle ACM \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에서 $\triangle ABM = \triangle ACM = \triangle CBM$ 이므로

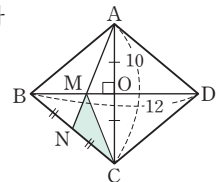
$$\triangle CBM = \frac{1}{3} \triangle ABC = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \square ABCD = \frac{1}{6} \square ABCD$$

$$\therefore \triangle CMN = \frac{1}{2} \triangle CBM = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{12} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{12} \times \left(\frac{1}{2} \times \overline{BD} \times \overline{AC} \right)$$

$$= \frac{1}{12} \times \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 10 \right) = 5$$



STEP 3 **최고난도 문제**

▶ 47쪽

01 15 cm^2 02 $\frac{144}{5}\text{ cm}$ 03 6 04 x
05 5 cm 06 14 cm^2

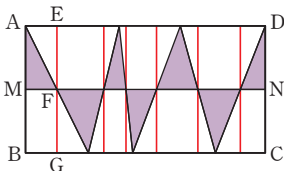
01 **답** 15 cm^2

오른쪽 그림과 같이 점 F를 지나고 $\overline{AB}$ 에 평행한 $\overline{EG}$ 를 그으면 두 점 M, F는 각각 $\overline{AB}$ 와 $\overline{EG}$ 의 중점이므로

$$\begin{aligned}\triangle AMF &= \frac{1}{2} \square AMFE \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \square ABGE \\ &= \frac{1}{4} \square ABGE\end{aligned}$$

같은 방법으로 $\overline{EG}$ 와 평행한 선분을 그으면 $\square EGCD$ 에서 색칠한 부분의 넓이는 $\square EGCD$ 의 넓이의 $\frac{1}{4}$ 이다.

$$\therefore (\text{색칠한 부분의 넓이}) = \frac{1}{4} \square ABCD = \frac{1}{4} \times 60 = 15(\text{cm}^2)$$



02 **답** $\frac{144}{5}\text{ cm}$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$, $\overline{PC}$, $\overline{PD}$ 를 그으면

$$\begin{aligned}\square ABCD &= \triangle PAB + \triangle PBC + \triangle PCD + \triangle PDA \\ &= \frac{1}{2} \times 15 \times \overline{PE} + \frac{1}{2} \times 15 \times \overline{PF} \\ &\quad + \frac{1}{2} \times 15 \times \overline{PG} + \frac{1}{2} \times 15 \times \overline{PH}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= \frac{1}{2} \times 15 \times (\overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH}) \\ &= \frac{15}{2} (\overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH})\end{aligned}$$

$$\text{이때 } \square ABCD = \frac{1}{2} \times 24 \times 18 = 216(\text{cm}^2) \text{ 이므로}$$

$$\frac{15}{2} (\overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH}) = 216$$

$$\therefore \overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH} = \frac{144}{5}(\text{cm})$$

[다른 풀이]

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로 점 P는 $\overline{EG}$ 위의 점이다.

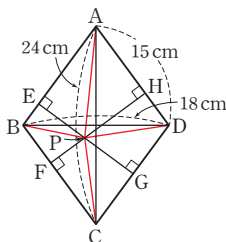
즉, $\overline{PE} + \overline{PG} = \overline{EG}$ 이므로 $\square ABCD$ 의 넓이에서

$$\overline{CD} \times \overline{EG} = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BD}$$

$$15 \overline{EG} = \frac{1}{2} \times 24 \times 18, \quad 15 \overline{EG} = 216 \quad \therefore \overline{EG} = \frac{72}{5}(\text{cm})$$

$$\text{같은 방법으로 하면 } \overline{HF} = \frac{72}{5}\text{ cm}$$

$$\begin{aligned}\therefore \overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH} &= (\overline{PE} + \overline{PG}) + (\overline{PF} + \overline{PH}) \\ &= \overline{EG} + \overline{HF} \\ &= \frac{72}{5} + \frac{72}{5} = \frac{144}{5}(\text{cm})\end{aligned}$$



Idea 03 **답** 6

$\square ABCD$ 를 점 B를 중심으로 시계 반대 방향으로 90° 만큼 회전시키면 오른쪽 그림과 같다.

$$\begin{aligned}\angle FBA &= \angle F'BA', \\ \angle CBE &= \angle ABE' \text{ 이므로} \\ \angle FBE' &= \angle FBA + \angle ABE' = \angle FBA + \angle CBE \\ &= \angle ABC - \angle EBF = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ\end{aligned}$$

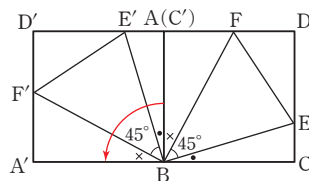
$\triangle BFE$ 와 $\triangle BFE'$ 에서

$\overline{BE} = \overline{BE'}$, $\angle FBE = \angle FBE'$, $\overline{BF}$ 는 공통이므로

$\triangle BFE \equiv \triangle BFE'$ (SAS 합동)

$$\therefore \overline{EF} = \overline{E'F}$$

$$\begin{aligned}\therefore (\triangle DEF \text{의 둘레의 길이}) &= \overline{DE} + \overline{EF} + \overline{DF} \\ &= \overline{D'E'} + \overline{E'F} + \overline{DF} \\ &= \overline{D'D} = 3 + 3 = 6\end{aligned}$$



04 **답** x

$\triangle OAB$ 와 $\triangle ODC$ 에서

$$\overline{OA} = \overline{OD}, \quad \overline{OB} = \overline{OC},$$

$$\angle AOB = \angle DOC = 90^\circ \text{ 이므로}$$

$\triangle OAB \equiv \triangle ODC$ (SAS 합동)

$$\therefore \angle OAB = \angle ODC, \quad \angle OBA = \angle OCD$$

$\triangle OCD$ 에서 $\angle COD = \angle OQC = 90^\circ$ 이므로

$$\angle OCD = \angle DOQ, \quad \angle ODC = \angle QOC$$

이때 $\angle POA = \angle QOC$ (맞꼭지각)이므로

$$\angle PAO = \angle POA$$

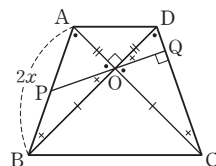
즉, $\triangle POA$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{PA} = \overline{PO}$

또 $\angle POB = \angle DOQ$ (맞꼭지각)이므로

$$\angle PBO = \angle POB$$

즉, $\triangle PBO$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{PB} = \overline{PO}$

$$\therefore \overline{PO} = \overline{PA} = \overline{PB} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 2x = x$$



05 **답** 5 cm

오른쪽 그림과 같이 $\overline{DF}$ 를 그으면 점

D는 직각삼각형 EBF의 외심이므로

$$\overline{DB} = \overline{DE} = \overline{DF}$$

이때 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\angle ADB = \angle DBC \text{ (엇각)}$$

또 $\triangle DBF$ 에서 $\angle DBC = \angle DFB$ 이므로

$$\angle ADB = \angle DFB$$

한편 $\triangle ABD$ 와 $\triangle CDF$ 에서

$$\angle ADB = \angle CFD, \quad \overline{BD} = \overline{DF},$$

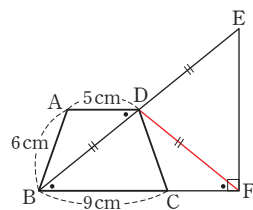
$$\angle ABD = \angle ABC - \angle DBC$$

$$= \angle DCB - \angle DFC \rightarrow \triangle CDF \text{에서 } \angle DCB = \angle CDF + \angle DFC$$

$$= \angle CDF$$

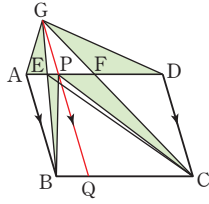
$\therefore \triangle ABD \equiv \triangle CDF$ (ASA 합동)

$$\therefore \overline{CF} = \overline{AD} = 5\text{ cm}$$



06 답 14 cm²

오른쪽 그림과 같이 점 G를 지나고 $\overline{AB}$ 에
평행한 직선을 그어 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점
을 각각 P, Q라 하면 $\overline{AB} \parallel \overline{GQ}$ 이므로



$$\begin{aligned}\triangle ABG &= \triangle ABP \\ \therefore \triangle GAE &= \triangle ABG - \triangle ABE \\ &= \triangle ABP - \triangle ABE \\ &= \triangle EBP\end{aligned}$$

또 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 에서
 $\overline{GQ} \parallel \overline{DC}$ 이므로

$$\begin{aligned}\triangle GCD &= \triangle PCD \\ \therefore \triangle GFD &= \triangle GCD - \triangle FCD \\ &= \triangle PCD - \triangle FCD \\ &= \triangle PCF\end{aligned}$$

..... ①

한편 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\begin{aligned}\triangle EBP &= \triangle ECP \\ \therefore \triangle GAE + \triangle GFD &= \triangle EBP + \triangle PCF \\ &= \triangle ECP + \triangle PCF \\ &= \triangle ECF\end{aligned}$$

..... ②

$\overline{AE} : \overline{EF} : \overline{FD} = 1 : 2 : 3$ 이므로

$$\begin{aligned}\triangle ECF &= \frac{2}{6} \triangle ACD \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \square ABCD \\ &= \frac{1}{6} \square ABCD \\ &= \frac{1}{6} \times 84 = 14 (\text{cm}^2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \triangle GAE + \triangle GFD &= \triangle ECF \\ &= 14 (\text{cm}^2)\end{aligned}$$

..... ③

채점 기준

① $\triangle GAE$, $\triangle GFD$ 와 넓이가 같은 삼각형 찾기	40 %
② $\triangle GAE$ 와 $\triangle GFD$ 의 넓이의 합과 넓이가 같은 삼각형 찾기	30 %
③ $\triangle GAE$ 와 $\triangle GFD$ 의 넓이의 합 구하기	30 %

단원 마스터

▶ 48~51쪽

01 105°	02 43°	03 7 cm	04 24 cm ²	05 ㄱ, ㄴ
06 13 cm	07 70°	08 ④	09 156°	10 28 cm ²
11 ③	12 ②	13 4 cm	14 ③	15 32°
16 ②, ④				
17 5초 후	18 ①	19 ③	20 12 cm ²	21 105°
22 63°	23 36 cm	24 ④		

01 답 105°

$\angle B = \angle x$ 라 하면

$\triangle DBE$ 에서 $\overline{DB} = \overline{DE}$ 이므로

$$\angle DEB = \angle B = \angle x$$

$$\therefore \angle ADE = \angle B + \angle DEB$$

$$= \angle x + \angle x$$

$$= 2\angle x$$

$\triangle DEA$ 에서 $\overline{ED} = \overline{EA}$ 이므로

$$\angle DAE = \angle ADE = 2\angle x$$

$$\triangle ABE \text{에서 } \angle AEC = \angle B + \angle BAE = \angle x + 2\angle x = 3\angle x$$

$\triangle AEC$ 에서 $\overline{AE} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle ACE = \angle AEC = 3\angle x$$

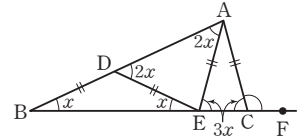
이때 $\angle ACE = \angle B + 50^\circ$ 이므로

$$3\angle x = \angle x + 50^\circ, 2\angle x = 50^\circ$$

$$\therefore \angle x = 25^\circ$$

$$\therefore \angle ACF = 180^\circ - 3\angle x$$

$$= 180^\circ - 3 \times 25^\circ = 105^\circ$$



02 답 43°

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 48^\circ) = 66^\circ$$

$$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 66^\circ = 33^\circ$$

이때 $\angle ACE = 3\angle ACD$ 이고,

$$\angle ACE = 180^\circ - 66^\circ = 114^\circ \text{이므로}$$

$$\angle ACD = \frac{1}{3} \angle ACE = \frac{1}{3} \times 114^\circ = 38^\circ$$

따라서 $\triangle DBC$ 에서

$$\begin{aligned}\angle BDC &= 180^\circ - (33^\circ + 66^\circ + 38^\circ) \\ &= 43^\circ\end{aligned}$$

03 답 7 cm

$\triangle ADC$ 에서 $\angle CAD = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$

즉, $\angle DAC = \angle DCA$ 이므로 $\triangle DAC$ 는 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 인 직각이등변
삼각형이다. ①

이때 $\triangle AFE$ 와 $\triangle CFD$ 에서

$$\angle AEF = \angle CDF = 90^\circ,$$

$$\angle AFE = \angle CFD (\text{맞꼭지각}) \text{이므로}$$

$$\angle EAF = \angle DCF$$

..... ②

따라서 $\triangle ABD$ 와 $\triangle CFD$ 에서

$$\angle BAD = \angle FCD, \overline{AD} = \overline{CD},$$

$$\angle ADB = \angle CDF = 90^\circ \text{이므로}$$

$$\triangle ABD \cong \triangle CFD (\text{ASA 합동})$$

$$\therefore \overline{CF} = \overline{AB} = 4 + 3 = 7 (\text{cm})$$

..... ③

채점 기준

① $\overline{AD} = \overline{CD}$ 임을 알기	30 %
② $\angle EAF = \angle DCF$ 임을 알기	30 %
③ $\overline{CF}$ 의 길이 구하기	40 %

04 답 24 cm²

오른쪽 그림에서 직사각형 ABCD의 가로와 세로의 길이의 비가 3 : 1이므로

$$\overline{BC} = 3\overline{AB} = 3\overline{CG} = 3 \times 6 = 18(\text{cm})$$

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\angle AFE = \angle FEC (\text{엇각}), \angle AFE = \angle EFC (\text{접은 각})$$

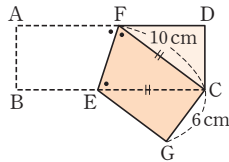
즉, $\angle FEC = \angle EFC$ 이므로 $\triangle CFE$ 는 $\overline{CF} = \overline{CE}$ 인 이등변삼각형이다.

$$\therefore \overline{EC} = \overline{CF} = 10 \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{EG} = \overline{BE} = \overline{BC} - \overline{EC} = 18 - 10 = 8(\text{cm})$$

이때 $\angle CGE = \angle ABE = 90^\circ$ 이므로

$$\triangle EGC = \frac{1}{2} \times \overline{EG} \times \overline{CG} = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24(\text{cm}^2)$$



05 답 ㄱ, ㄴ

ㄴ, ㄴ. $\triangle OAE$ 와 $\triangle OAD$ 에서

$$\angle OEA = \angle ODA = 90^\circ,$$

$\overline{OA}$ 는 공통,

$$\angle OAE = \angle OAD \text{이므로}$$

$\triangle OAE \equiv \triangle OAD$ (RHA 합동)

$$\therefore \overline{OE} = \overline{OD} \quad \dots\dots ㉠$$

$\triangle OCD$ 와 $\triangle OCF$ 에서

$$\angle ODC = \angle OFC = 90^\circ, \overline{OC} \text{는 공통}, \angle OCD = \angle OCF \text{이므로}$$

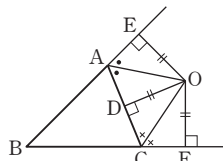
$\triangle OCD \equiv \triangle OCF$ (RHA 합동)

$$\therefore \overline{OD} = \overline{OF} \quad \dots\dots ㉡$$

$$㉠, ㉡ \text{에서 } \overline{OE} = \overline{OD} = \overline{OF}$$

$$\text{ㄷ. } \overline{AC} = \overline{AD} + \overline{CD} = \overline{AE} + \overline{CF}$$

따라서 옳지 않은 것은 ㄱ, ㄴ이다.



06 답 13 cm

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AC}$ 에

내린 수선의 발을 E라 하면

$\triangle ABD$ 와 $\triangle AED$ 에서

$$\angle ABD = \angle AED = 90^\circ,$$

$\overline{AD}$ 는 공통, $\angle BAD = \angle EAD$ 이므로

$\triangle ABD \equiv \triangle AED$ (RHA 합동)

$$\therefore \overline{AB} = \overline{AE}, \overline{BD} = \overline{ED}$$

이때 $\triangle ABC$ 가 직각이등변삼각형이므로

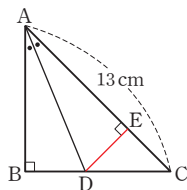
$$\angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ$$

$$\text{즉, } \triangle EDC \text{에서 } \angle EDC = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$$

따라서 $\triangle EDC$ 는 $\overline{ED} = \overline{EC}$ 인 직각이등변삼각형이므로

$$\overline{BD} = \overline{ED} = \overline{EC}$$

$$\therefore \overline{AB} + \overline{BD} = \overline{AE} + \overline{EC} = \overline{AC} = 13(\text{cm})$$



07 답 70°

점 M은 직각삼각형의 빗변의 중점이므로 $\triangle ABC$ 의 외심이다.

$\triangle MBC$ 에서 $\overline{MB} = \overline{MC}$ 이므로 $\angle MCB = \angle B = 55^\circ$

$$\therefore \angle x = \angle B + \angle MCB = 55^\circ + 55^\circ = 110^\circ$$

또 $\triangle HBC$ 에서 $\angle HCB = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$ 이므로

$$\angle y = \angle MCB - \angle HCB = 55^\circ - 35^\circ = 20^\circ$$

$$\therefore \angle x - 2\angle y = 110^\circ - 2 \times 20^\circ = 70^\circ$$

08 답 ④

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$ 를 그으면

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$$

$\triangle OBC$ 에서 $\angle OBC = \angle OCB = 16^\circ$

$\triangle OAB$ 에서 $\angle OAB = \angle OBA = 38^\circ + 16^\circ = 54^\circ$

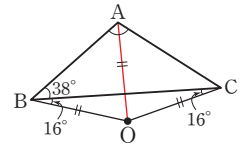
$\triangle OCA$ 에서 $\angle OAC = \angle OCA = \angle x$ 라 하면

$$\angle BCA = \angle OCA - \angle BCO = \angle x - 16^\circ$$

이때 $\triangle ABC$ 에서 $38^\circ + (54^\circ + \angle x) + (\angle x - 16^\circ) = 180^\circ$ 이므로

$$2\angle x = 104^\circ \quad \therefore \angle x = 52^\circ$$

$$\therefore \angle A = \angle OAB + \angle OAC = 54^\circ + 52^\circ = 106^\circ$$



09 답 156°

$\angle AIB + \angle BIC + \angle CIA = 360^\circ$ 이고,

$\angle AIB : \angle BIC : \angle CIA = 4 : 5 : 6$ 이므로

$$\angle AIB = 360^\circ \times \frac{4}{4+5+6} = 360^\circ \times \frac{4}{15} = 96^\circ,$$

$$\angle BIC = 360^\circ \times \frac{5}{4+5+6} = 360^\circ \times \frac{5}{15} = 120^\circ,$$

$$\angle CIA = 360^\circ \times \frac{6}{4+5+6} = 360^\circ \times \frac{6}{15} = 144^\circ \quad \dots\dots ㉠$$

이때 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle ABC = 2(\angle CIA - 90^\circ) = 2 \times (144^\circ - 90^\circ) = 108^\circ,$$

$$\angle CIA = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle ABC \text{이므로 } \angle ABC = 2(\angle CIA - 90^\circ)$$

$$\angle ACB = 2(\angle AIB - 90^\circ) = 2 \times (96^\circ - 90^\circ) = 12^\circ,$$

$$\angle BAC = 2(\angle BIC - 90^\circ) = 2 \times (120^\circ - 90^\circ) = 60^\circ \quad \dots\dots ㉡$$

$$\therefore \angle ABC - \angle ACB + \angle BAC = 108^\circ - 12^\circ + 60^\circ$$

$$= 156^\circ \quad \dots\dots ㉢$$

채점 기준

① $\angle AIB, \angle BIC, \angle CIA$ 의 크기 각각 구하기	40 %
② $\angle ABC, \angle ACB, \angle BAC$ 의 크기 각각 구하기	40 %
③ $\angle ABC - \angle ACB + \angle BAC$ 의 크기 구하기	20 %

10 답 28 cm²

$\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\frac{1}{2} \times r \times (15 + 13 + 14) = 84$$

$$21r = 84 \quad \therefore r = 4$$

$$\therefore \overline{ID} = \overline{IE} = 4 \text{ cm}$$

$\overline{BD} = \overline{BE} = x$ cm라 하면

$$\overline{AF} = \overline{AD} = \overline{AB} - \overline{BD} = 15 - x(\text{cm}),$$

$$\overline{CF} = \overline{CE} = \overline{BC} - \overline{BE} = 13 - x(\text{cm})$$

이때 $\overline{AF} + \overline{CF} = \overline{AC}$ 이므로

$$(15 - x) + (13 - x) = 14$$

$$2x = 14 \quad \therefore x = 7$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{IB}$ 를 그으면

$\angle IDB = \angle IEB = 90^\circ$ 이므로

$\square DBEI$

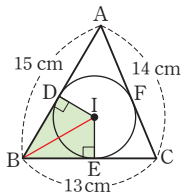
$= \triangle IBD + \triangle IBE$

$= 2\triangle IBE$ $\rightarrow \triangle IBD = \triangle IBE$ 이므로 $\triangle IBD = \triangle IBE$

$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times \overline{BE} \times \overline{IE} \right)$

$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 7 \times 4 \right)$

$= 28(\text{cm}^2)$



11 답 ③

오른쪽 그림과 같이 $\overline{IB}$, $\overline{IC}$ 를 그으면 점

I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$\angle DBI = \angle IBC$,

$\angle ECI = \angle ICB$

이때 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$\angle DIB = \angle IBC$ (엇각),

$\angle EIC = \angle ICB$ (엇각)

$\therefore \angle DBI = \angle DIB, \angle ECI = \angle EIC$

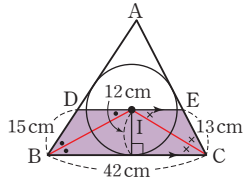
따라서 $\triangle DBI, \triangle EIC$ 는 각각 이등변삼각형이므로

$\overline{DI} = \overline{DB} = 15 \text{ cm}$,

$\overline{EI} = \overline{EC} = 13 \text{ cm}$

$\therefore \overline{DE} = \overline{DI} + \overline{IE} = 15 + 13 = 28(\text{cm})$

$\therefore \square DBCE = \frac{1}{2} \times (28 + 42) \times 12$
 $= 420(\text{cm}^2)$



12 답 ②

$\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC = 180^\circ - (50^\circ + 64^\circ) = 66^\circ$

점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$\angle BAI = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} \times 66^\circ = 33^\circ$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$ 를 그으면

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

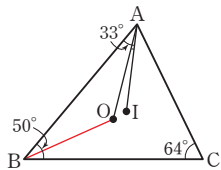
$\angle AOB = 2\angle C = 2 \times 64^\circ = 128^\circ$

$\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로

$\angle OAB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 128^\circ) = 26^\circ$

$\therefore \angle OAI = \angle BAI - \angle OAB$

$= 33^\circ - 26^\circ = 7^\circ$



13 답 4 cm

$\triangle FEC$ 에서 $\overline{FE} = \overline{FC}$ 이므로

$\angle E = \angle C$

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로

$\angle ABE = \angle C$ (동위각)

즉, $\angle E = \angle ABE$ 이므로 $\triangle AEB$ 는 $\overline{AE} = \overline{AB}$ 인 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{AE} = \overline{AB} = \overline{DC} = 6 \text{ cm}$ 이므로

$\overline{AF} = \overline{EF} - \overline{AE} = 10 - 6 = 4(\text{cm})$

14 답 ③

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$ 의 연장선과 $\overline{DF}$ 의

연장선의 교점을 P라 하면

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$\angle DFC = \angle ADF$ (엇각),

$\overline{AP} \parallel \overline{DC}$ 이므로

$\angle BPF = \angle FDC$ (엇각), $\angle BFP = \angle DFC$ (맞꼭지각)

즉, $\triangle APD, \triangle BPF, \triangle CDF$ 는 각각 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{BF} = \overline{BP} = \overline{AP} - \overline{AB} = \overline{AD} - \overline{AB} = 10 - 7 = 3(\text{cm})$

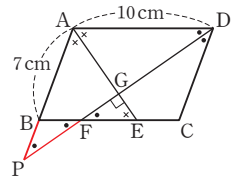
이때 $\triangle APD$ 에서 $\overline{AG} \perp \overline{PD}$ 이므로

$\angle PAG = \angle DAG$

또 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle AEB = \angle DAE$ (엇각)

따라서 $\triangle ABE$ 는 $\overline{BA} = \overline{BE}$ 인 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{EF} = \overline{BE} - \overline{BF} = \overline{BA} - \overline{BF} = 7 - 3 = 4(\text{cm})$



15 답 32°

$\angle D = \angle B = 64^\circ$ 이므로

$\triangle ACD$ 에서 $2\angle DAE + 52^\circ + 64^\circ = 180^\circ$

$2\angle DAE = 64^\circ \quad \therefore \angle DAE = 32^\circ$

따라서 $\overline{AD} \parallel \overline{BE}$ 이므로

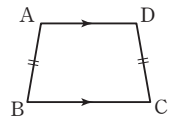
$\angle AEC = \angle DAE = 32^\circ$ (엇각)

16 답 ②, ④

① 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다.

② 오른쪽 그림과 같은 $\square ABCD$ 는

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}, \overline{AB} = \overline{DC}$ 이지만 평행사변형이 아니다.

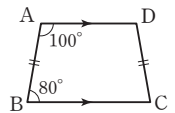


③ $\angle A + \angle D = 180^\circ$ 이면 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이다.

즉, 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다.

④ 오른쪽 그림과 같은 $\square ABCD$ 는

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}, \angle A + \angle B = 180^\circ$ 이지만 평행사변형이 아니다.



⑤ $\angle ABD = \angle BDC$ 이면 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이고,

$\angle DAC = \angle ACB$ 이면 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이다.

즉, 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다.

따라서 평행사변형이 아닌 것은 ②, ④이다.

17 답 5초 후

$\overline{AP} \parallel \overline{QC}$ 이므로 $\overline{AQ} \parallel \overline{PC}$ 이려면 $\square APCQ$ 가 평행사변형이어야 한다.

$\therefore \overline{AP} = \overline{CQ}$

점 Q가 점 C를 출발하여 $\overline{AP} = \overline{CQ}$ 가 될 때까지 걸린 시간을 x초라 하면 두 점 P, Q가 움직인 거리는 각각

$\overline{AP} = 3(x+5) \text{ cm}, \overline{CQ} = 6x \text{ cm}$ 이므로

$3(x+5) = 6x, 3x + 15 = 6x$

$3x = 15 \quad \therefore x = 5$

따라서 처음으로 $\overline{AQ} \parallel \overline{PC}$ 가 되는 것은 점 Q가 출발한 지 5초 후이다.

18 답 ①

$\triangle AOE$ 와 $\triangle COF$ 에서
 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\angle EAO = \angle FCO$ (엇각),
 $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\angle AOE = \angle COF$ (맞꼭지각)
 $\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF$ (ASA 합동)
 따라서 $\triangle AOE = \triangle COF$ 이므로
 (색칠한 부분의 넓이) $= \triangle EOB + \triangle COF$
 $= \triangle EOB + \triangle AOE$
 $= \triangle AOB$
 $= \frac{1}{4} \square ABCD$
 $= \frac{1}{4} \times (18 \times 12)$
 $= 54(\text{cm}^2)$

19 답 ③

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle DEC = \angle ADE$ (엇각)
 즉, $\angle EDC = \angle DEC$ 이므로 $\triangle DEC$ 는 $\overline{CD} = \overline{CE}$ 인 이등변삼각형이다.
 이때 $\overline{AB} : \overline{BC} = 4 : 5$ 이므로
 $\overline{CE} = \overline{CD} = \overline{AB} = 4k$, $\overline{AD} = \overline{BC} = 5k$ ($k > 0$)라 하면
 $\triangle DEC = \frac{1}{2} \times 4k \times 4k = 8k^2$,
 $\square ABED = \frac{1}{2} \times \{5k + (5k - 4k)\} \times 4k = 12k^2$
 $\therefore \triangle DEC : \square ABED = 8k^2 : 12k^2 = 2 : 3$

20 답 12cm^2

$\triangle BJE$ 와 $\triangle CIE$ 에서
 $\overline{BE} = \overline{CE}$, $\angle EBJ = \angle ECI = 45^\circ$,
 $\angle BEJ = 90^\circ - \angle JEC = \angle CEI$ 이므로
 $\triangle BJE \cong \triangle CIE$ (ASA 합동)
 $\therefore \square EJCI = \triangle JCE + \triangle CIE$
 $= \triangle JCE + \triangle BJE$
 $= \triangle BCE$
 $= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2(\text{cm}^2)$
 같은 방법으로 하면 $\triangle KA'G \cong \triangle LB'G$ (ASA 합동)이므로
 $\square A'LGK = \triangle A'LG + \triangle KA'G$
 $= \triangle A'LG + \triangle LB'G$
 $= \triangle A'B'G$
 $= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2(\text{cm}^2)$ ①
 이때 $\overline{AB} = \overline{EF}$, $\overline{EH} = 2\overline{EF}$ 이므로
 $\square EFGH = 2\square ABCD$
 따라서 $\square ABCD = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8(\text{cm}^2)$ 이므로
 $\square EFGH = 2 \times 8 = 16(\text{cm}^2)$ ②
 $\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)
 $= \square EFGH - \square EJCI - \square A'LGK$
 $= 16 - 2 - 2 = 12(\text{cm}^2)$ ③

채점 기준

① $\square EJCI$ 와 $\square A'LGK$ 의 넓이 구하기	50 %
② $\square EFGH$ 의 넓이 구하기	30 %
③ 색칠한 부분의 넓이 구하기	20 %

21 답 105°

$\angle ADC = 90^\circ$ 이고, $\overline{DA} = \overline{DC}$ 이므로 $\triangle DAC$ 는 직각이등변삼각형이다.
 즉, $\angle DAC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ$ 이므로
 $\angle EAC = \angle DAC - \angle DAE = 45^\circ - 15^\circ = 30^\circ$
 이때 $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 이므로 $\angle DEA = \angle EAC = 30^\circ$ (엇각)
 따라서 $\triangle ACE$ 에서 $\overline{AC} = \overline{AE}$ 이므로
 $\angle AEC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$
 $\therefore \angle DEC = \angle DEA + \angle AEC = 30^\circ + 75^\circ = 105^\circ$

22 답 63°

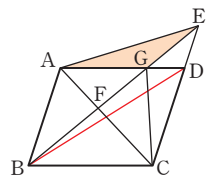
$\overline{AD} \parallel \overline{BE}$, $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ 이므로 $\square ABED$ 는 평행사변형이다.
 $\therefore \overline{AD} = \overline{BE} = \overline{EC}$
 또 $\overline{AD} \parallel \overline{EC}$, $\overline{AD} = \overline{EC}$ 이므로 $\square AECD$ 는 평행사변형이다.
 $\therefore \overline{AE} \parallel \overline{DC}$
 이때 $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ 이므로 $\angle BAE = \angle AED = 45^\circ$ (엇각)
 따라서 $\triangle ABE$ 에서 $\angle AEB = 180^\circ - (72^\circ + 45^\circ) = 63^\circ$ 이므로
 $\angle C = \angle AEB = 63^\circ$ (동위각)

23 답 36cm

$\square ABCD$ 는 직사각형이므로 $\overline{AO} = \overline{CO}$
 $\triangle AOE$ 와 $\triangle COF$ 에서
 $\angle EAO = \angle FCO$ (엇각), $\overline{AO} = \overline{CO}$,
 $\angle AOE = \angle COF = 90^\circ$ 이므로
 $\triangle AOE \cong \triangle COF$ (ASA 합동)
 $\therefore \overline{AE} = \overline{CF}$
 따라서 $\square AFCE$ 는 $\overline{AE} \parallel \overline{CF}$, $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로 평행사변형이다.
 이때 두 대각선이 수직이므로 평행사변형 $AFCE$ 는 마름모이다.
 $\therefore (\square AFCE \text{의 둘레의 길이}) = 4\overline{AE}$
 $= 4(\overline{AD} - \overline{DE})$
 $= 4 \times (12 - 3)$
 $= 4 \times 9 = 36(\text{cm})$

24 답 ④

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$ 를 그으면
 $\overline{AB} \parallel \overline{EC}$ 이므로 $\triangle ABD \cong \triangle ECE$
 $\triangle ABG + \triangle BDG = \triangle ABG + \triangle AGE$
 $\therefore \triangle BDG \cong \triangle AGE$
 또 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\triangle BDG \cong \triangle CDG$
 $\therefore \triangle AGE \cong \triangle BDG \cong \triangle CDG$
 따라서 $\triangle AGE$ 와 넓이가 같은 것은 ④이다.



05 도형의 닮음

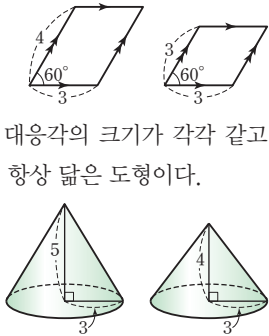
STEP 1 핵심 문제

▶ 54~55쪽

- 01 ③, ⑤ 02 ⑤ 03 10π 04 32cm^2 05 54cm^3
 06 ③ 07 12cm 08 ④ 09 27 10 $\frac{10}{3}\text{cm}$
 11 ② 12 560cm^2

01 답 ③, ⑤

- ① 꼭지각의 크기가 같은 두 이등변삼각형은 대응하는 두 밑각의 크기도 각각 같으므로 항상 닮은 도형이다.
 ③ 오른쪽 그림과 같은 두 평행사변형은 한 내각의 크기가 같지만 닮은 도형이 아니다.
 ④ 한 내각의 크기가 같은 두 마름모는 대응각의 크기가 각각 같고 대응변의 길이의 비가 모두 같으므로 항상 닮은 도형이다.
 ⑤ 오른쪽 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이는 같지만 높이가 다른 두 원뿔은 닮은 도형이 아니다.



따라서 항상 닮은 도형이라 할 수 없는 것은 ③, ⑤이다.

비법 NOTE

다음 도형은 항상 닮은 도형이다.

- (1) 두 원 (2) 중심각의 크기가 같은 두 부채꼴
 (3) 두 직각이등변삼각형 (4) 변의 개수가 같은 두 정다각형
 (5) 두 구 (6) 면의 개수가 같은 두 정다면체

02 답 ⑤

- ① $\angle EFG = \angle ABC = 110^\circ$
 ② $\square ABCD$ 에서 $\angle DAB = 360^\circ - (110^\circ + 85^\circ + 65^\circ) = 100^\circ$ 이므로 $\angle AEF = \angle DAB = 100^\circ$
 ③, ⑤ $\overline{AD} : \overline{EA} = 2 : 1$ 이므로 $\square ABCD$ 와 $\square EFGA$ 의 닮음비는 $2 : 1$ 이다.
 즉, $\overline{DC} : \overline{AG} = 2 : 1$ 이므로
 $6 : \overline{AG} = 2 : 1$, $2\overline{AG} = 6$
 $\therefore \overline{AG} = 3(\text{cm})$
 ④ $\overline{BC}$ 의 대응변은 $\overline{FG}$ 이다.
 따라서 옳은 것은 ⑤이다.

03 답 10π

두 원뿔 A, B의 닮음비는 모선의 길이의 비와 같으므로
 $12 : 15 = 4 : 5$
 원뿔 B의 밑면의 반지름의 길이를 r 라 하면
 $4 : r = 4 : 5 \quad \therefore r = 5$
 $\therefore$ (원뿔 B의 밑면의 둘레의 길이) $= 2\pi \times 5 = 10\pi$

04 답 32cm^2

$\square ABCD$ 와 $\square A'BC'D'$ 의 닮음비가

$$\overline{BC} : \overline{BC'} = (6+4) : 6 = 5 : 3 \text{이므로 닮이의 비는 } 5^2 : 3^2 = 25 : 9$$

즉, $\square ABCD : 18 = 25 : 9$ 이므로

$$\square ABCD = 50(\text{cm}^2)$$

$$\therefore (\text{색칠한 부분의 넓이}) = \square ABCD - \square A'BC'D' = 50 - 18 = 32(\text{cm}^2)$$

05 답 54cm^3

두 직육면체 A, B의 겹넓이의 비가 $90 : 160 = 9 : 16 = 3^2 : 4^2$ 이므로 닮음비는 $3 : 4$ 이다. ①

즉, 두 직육면체 A, B의 부피의 비는

$$3^3 : 4^3 = 27 : 64 \quad \dots\dots ②$$

직육면체 A의 부피를 $x\text{cm}^3$ 라 하면

$$x : 128 = 27 : 64$$

$$\therefore x = 54$$

따라서 직육면체 A의 부피는 54cm^3 이다. ③

채점 기준

① 두 직육면체 A, B의 닮음비 구하기	30%
② 두 직육면체 A, B의 부피의 비 구하기	30%
③ 직육면체 A의 부피 구하기	40%

06 답 ③

①, ④, ⑤ $\triangle ABC$ 와 $\triangle EBD$ 에서

$$\overline{AB} : \overline{EB} = (6+6) : 8 = 3 : 2,$$

$$\overline{BC} : \overline{BD} = (8+1) : 6 = 3 : 2,$$

$\angle B$ 는 공통이므로

$\triangle ABC \sim \triangle EBD$ (SAS 닮음)

$$\therefore \angle C = \angle EDB$$

즉, $\triangle ABC$ 와 $\triangle EBD$ 의 닮음비는 $3 : 2$ 이다.

② $\overline{AC} : \overline{ED} = \overline{BC} : \overline{BD}$ 이므로

$$\overline{ED} \times \overline{BC} = \overline{AC} \times \overline{BD}$$

$$\therefore \frac{\overline{ED}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{BC}}$$

③ $\overline{AC} : \overline{ED} = 3 : 2$ 이므로

$$\overline{AC} : 5 = 3 : 2, 2\overline{AC} = 15$$

$$\therefore \overline{AC} = \frac{15}{2}$$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

07 답 12cm

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DAC$ 에서

$\angle CBA = \angle CAD$, $\angle C$ 는 공통이므로

$\triangle ABC \sim \triangle DAC$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AC} : \overline{DC} = \overline{BC} : \overline{AC}$ 이므로

$$\overline{AC} : 8 = (10+8) : \overline{AC}, \overline{AC}^2 = 144$$

이때 $\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = 12(\text{cm})$

08 답 ④

△ADB와 △BEC에서
 $\angle ADB = \angle BEC = 90^\circ$,
 $\angle DAB = 90^\circ - \angle ABD = \angle ECB$ 이므로
 $\triangle ADB \sim \triangle BEC$ (AA 닮음)
 따라서 $\overline{AD} : \overline{BE} = \overline{BD} : \overline{CE}$ 이므로
 $12 : \overline{BE} = 16 : 20$, $16\overline{BE} = 240$
 $\therefore \overline{BE} = 15(\text{cm})$

09 답 27

$\overline{AB}^2 = \overline{BH} \times \overline{BC}$ 이므로
 $20^2 = 16 \times \overline{BC} \quad \therefore \overline{BC} = 25$
 $\therefore \overline{CH} = \overline{BC} - \overline{BH} = 25 - 16 = 9$
 $\overline{AH}^2 = \overline{HB} \times \overline{HC}$ 이므로
 $x^2 = 16 \times 9 = 144$
 이때 $x > 0$ 이므로 $x = 12$
 $\overline{AC}^2 = \overline{CH} \times \overline{CB}$ 이므로
 $y^2 = 9 \times 25 = 225$
 이때 $y > 0$ 이므로 $y = 15$
 $\therefore x + y = 12 + 15 = 27$

10 답 $\frac{10}{3}\text{cm}$

△ABD'과 △D'CE에서
 $\angle ABD' = \angle D'CE = 90^\circ$,
 $\angle BAD' = 90^\circ - \angle AD'B = \angle CD'E$ 이므로
 $\triangle ABD' \sim \triangle D'CE$ (AA 닮음)
 따라서 $\overline{AB} : \overline{D'C} = \overline{AD'} : \overline{D'E}$ 이고,
 $\overline{D'C} = \overline{BC} - \overline{BD'} = \overline{AD} - \overline{BD'} = 10 - 8 = 2(\text{cm})$ 이므로
 $6 : 2 = 10 : \overline{D'E}$, $6\overline{D'E} = 20$
 $\therefore \overline{D'E} = \frac{10}{3}(\text{cm})$
 $\therefore \overline{DE} = \overline{D'E} = \frac{10}{3}\text{cm}$

11 답 ②

△ACF와 △DEF에서
 $\angle ACF = \angle DEF = 90^\circ$, $\angle AFC = \angle DFE$ (맞꼭지각)이므로
 $\triangle ACF \sim \triangle DEF$ (AA 닮음)
 따라서 $\overline{AC} : \overline{DE} = \overline{CF} : \overline{EF}$ 이므로
 $(\overline{AB} + 28) : 12 = 45 : 9$, $9(\overline{AB} + 28) = 540$
 $\overline{AB} + 28 = 60 \quad \therefore \overline{AB} = 32(\text{m})$

12 답 560cm^2

축척이 $\frac{1}{5000}$ 이므로 지도에서의 땅의 넓이와 실제 땅의 넓이의 비는
 $1 : 5000^2 = 1 : 25000000$
 지도에서 땅의 넓이를 $x\text{cm}^2$ 라 하면
 $x : 14000000000 = 1 : 25000000$
 $25x = 14000 \quad \therefore x = 560$
 따라서 지도에서 땅의 넓이는 560cm^2 이다.

STEP 2 고난도 문제

▶ 56~60쪽

01 10 cm	02 ②	03 1 : 7	04 84cm^2	05 70cm^2
06 ⑤	07 $16\pi\text{cm}^2$	08 ③	09 1 : 3	
10 $111\pi\text{cm}^3$	11 1 : 4	12 4	13 1	14 128
15 $\frac{3}{2}$	16 $\frac{3}{2}$	17 $\frac{9}{2}\text{cm}$	18 ②	19 $\frac{32}{5}$
20 8 cm				
21 ④	22 ②	23 $\frac{324}{25}\text{cm}^2$	24 $\frac{45}{4}$	25 $\frac{6}{5}\text{cm}$
26 12	27 5760m^3	28 $\frac{49}{54}$ 배	29 ④	

01 답 10 cm

□ABCD와 □FCDE의 닮음비는
 $\overline{AB} : \overline{FC} = 12 : 8 = 3 : 2$
 따라서 $\overline{BC} : \overline{CD} = 3 : 2$ 이므로
 $\overline{BC} : 12 = 3 : 2$, $2\overline{BC} = 36$
 $\therefore \overline{BC} = 18(\text{cm})$
 $\therefore \overline{BF} = \overline{BC} - \overline{FC} = 18 - 8 = 10(\text{cm})$

02 답 ②

B4 용지의 짧은 변의 길이를 a 라 하면 B6 용지의 짧은 변의 길이는 $\frac{1}{2}a$ 이고, B8 용지의 짧은 변의 길이는 $\frac{1}{4}a$ 이다.
 따라서 B8 용지와 B4 용지의 닮음비는
 $\frac{1}{4}a : a = 1 : 4$

03 답 1 : 7

각 사분원은 중심각의 크기가 모두 같은 부채꼴이므로 서로 닮은 도형이다.
 즉, 사분원의 호의 길이의 비는 사분원의 반지름의 길이의 비와 같다.
 4번째 그린 사분원의 반지름의 길이는 3,
 5번째 그린 사분원의 반지름의 길이는 5,
 6번째 그린 사분원의 반지름의 길이는 $3 + 5 = 8$,
 7번째 그린 사분원의 반지름의 길이는 $5 + 8 = 13$,
 8번째 그린 사분원의 반지름의 길이는 $8 + 13 = 21$
 따라서 4번째 그린 사분원의 호의 길이와 8번째 그린 사분원의 호의 길이의 비는
 $3 : 21 = 1 : 7$

04 답 84cm^2

큰 정사각형과 작은 정사각형의 닮음비가 $4 : 1$ 이므로
 넓이의 비는 $4^2 : 1^2 = 16 : 1$ ①
 작은 정사각형 한 개의 넓이를 $x\text{cm}^2$ 라 하면
 $96 : x = 16 : 1$, $16x = 96 \quad \therefore x = 6$ ②
 따라서 작은 정사각형 한 개의 넓이가 6cm^2 이므로 남은 종이의 넓이는
 $96 - 2 \times 6 = 84(\text{cm}^2)$ ③

채점 기준

① 큰 정사각형과 작은 정사각형의 넓이의 비 구하기	40%
② 작은 정사각형 한 개의 넓이 구하기	30%
③ 남은 종이의 넓이 구하기	30%

05 답 70 cm²

AB, CD, AC를 각각 지름으로 하는 반원은 모두 닮은 도형이고, 그 닮음비는 $\overline{AB} : \overline{CD} : \overline{AC} = 4 : 2 : 1$ 이므로

넓이의 비는 $4^2 : 2^2 : 1^2 = 16 : 4 : 1$

AC를 지름으로 하는 반원의 넓이를 $x \text{ cm}^2$ 라 하면

$$28 : x = 4 : 1, 4x = 28$$

$$\therefore x = 7$$

이때 $\overline{AC} = \overline{DB}$ 이므로 DB를 지름으로 하는 반원의 넓이도 7 cm^2 이다.

또 AB를 지름으로 하는 반원의 넓이를 $y \text{ cm}^2$ 라 하면

$$y : 7 = 16 : 1 \quad \therefore y = 112$$

$$\therefore (\text{색칠한 부분의 넓이}) = 112 - (7 + 7 + 28) = 70 (\text{cm}^2)$$

06 답 ⑤

$$\textcircled{1} \overline{GH} = \overline{JK} = 6 \text{이므로}$$

$$\overline{AB} : \overline{GH} = 3 : 6 = 1 : 2$$

즉, 두 삼각기둥의 닮음비는 1 : 2이다.

$$\textcircled{2} \overline{AC} : \overline{GI} = 1 : 2 \text{이고, } \overline{GI} = \overline{JL} = 12 \text{이므로}$$

$$\overline{AC} : 12 = 1 : 2, 2\overline{AC} = 12 \quad \therefore \overline{AC} = 6$$

$$\textcircled{3} \overline{CB} : \overline{IH} = 1 : 2 \text{이므로}$$

$$4 : \overline{IH} = 1 : 2 \quad \therefore \overline{IH} = 8$$

$$\textcircled{4} \overline{BE} : \overline{HK} = 1 : 2 \text{이므로}$$

$$\overline{BE} : 16 = 1 : 2, 2\overline{BE} = 16 \quad \therefore \overline{BE} = 8$$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

07 답 16π cm²

원뿔 모양으로 물이 담긴 부분과 원뿔 모양의 그릇은 서로 닮은 도형이고, 그릇의 높이의 $\frac{2}{5}$ 만큼 물을 채웠으므로 닮음비는

$$\frac{2}{5} : 1 = 2 : 5$$

수면의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라 하면

$$2r : 20 = 2 : 5, 10r = 40$$

$$\therefore r = 4$$

$$\therefore (\text{수면의 넓이}) = \pi \times 4^2 = 16\pi (\text{cm}^2)$$

08 답 ③

두 용기 A, B의 닮음비가 4 : 10 = 2 : 5이므로

$$\text{부피의 비는 } 2^3 : 5^3 = 8 : 125$$

따라서 용기 B의 부피는 용기 A의 부피의 $\frac{125}{8} = 15.625(\text{배})$ 이므로 용기 B에 간장을 가득 채우려면 용기 A로 간장을 가득 담아 최소한 16번 부어야 한다.

09 답 1 : 3

상자 A에 들어 있는 공과 상자 B에 들어 있는 공 1개는 각각 닮은 도형이고, 닮음비가 3 : 1이므로 겹넓이의 비는

$$3^2 : 1^2 = 9 : 1 \quad \text{지름의 길이의 비}$$

이때 두 상자 A, B에 들어 있는 공의 개수는 각각 1, 27이므로 두 상자 A, B 각각에 들어 있는 공 전체의 겹넓이의 비는

$$(9 \times 1) : (1 \times 27) = 9 : 27 = 1 : 3$$

10 답 111π cm³

주어진 원뿔대의 두 밑면의 넓이가 각각 $16\pi \text{ cm}^2$, $64\pi \text{ cm}^2$ 이므로 반지름의 길이는 각각 4 cm, 8 cm이다.

오른쪽 그림과 같이 원뿔대의 모선을 연장하여 원뿔을 그려 보면

△ADG에서

$$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BE} : \overline{DG}$$

$$= 4 : 8$$

$$= 1 : 2$$

$$\therefore \overline{AD} = 2\overline{AB}$$

즉, $\overline{AB} = \overline{BD}$ 이고, $\overline{BC} = \overline{CD}$ 이므로

$$\overline{AB} = \overline{BD} = 2\overline{BC}$$

이때 $\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC} = 2\overline{BC} + \overline{BC} = 3\overline{BC}$ 이므로

$$\overline{AB} : \overline{AC} = 2\overline{BC} : 3\overline{BC} = 2 : 3$$

△ACF에서 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BE} : \overline{CF}$ 이므로

$$2 : 3 = 4 : \overline{CF}, 2\overline{CF} = 12$$

$$\therefore \overline{CF} = 6(\text{cm})$$

즉, $\overline{BE} : \overline{CF} : \overline{DG} = 4 : 6 : 8 = 2 : 3 : 4$ 이므로 작은 원뿔의 부피를 V_1 , 입체도형 P의 부피를 V_2 , 입체도형 Q의 부피를 V_3 이라 하면 부피의 비는

$$V_1 : V_2 : V_3 = 2^3 : (3^3 - 2^3) : (4^3 - 3^3) = 8 : 19 : 37$$

이때 입체도형 P의 부피가 $57\pi \text{ cm}^3$ 이므로

$$57\pi : V_3 = 19 : 37$$

$$\therefore V_3 = 111\pi (\text{cm}^3)$$

따라서 입체도형 Q의 부피는 $111\pi \text{ cm}^3$ 이다.

11 답 1 : 4

한 모서리의 길이가 1인 정사면체와 한 모서리의 길이가 2인 정사면체의 부피의 비는

$$1^3 : 2^3 = 1 : 8$$

한 모서리의 길이가 1인 정사면체의 부피를 a , 한 모서리의 길이가 2인 정사면체의 부피를 $8a$ 라 하면

(한 모서리의 길이가 1인 정팔면체의 부피)

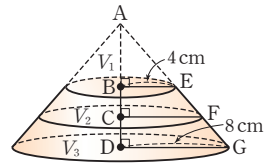
= (한 모서리의 길이가 2인 정사면체의 부피)

− (한 모서리의 길이가 1인 정사면체 4개의 부피)

$$= 8a - 4 \times a = 4a$$

따라서 한 모서리의 길이가 1인 정사면체 한 개와 한 모서리의 길이가 1인 정팔면체 한 개의 부피의 비는

$$a : 4a = 1 : 4$$



12 답 4

$\overline{AD} : \overline{BD} = 1 : 3$ 이므로

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD} = a$,

$\overline{BD} = 3a (a > 0)$ 라 하면

$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BD} = a + 3a = 4a$

이때 $\overline{AB} : \overline{AC} = 2 : 1$ 이므로

$4a : \overline{AC} = 2 : 1, 2\overline{AC} = 4a \quad \therefore \overline{AC} = 2a$

$\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 에서

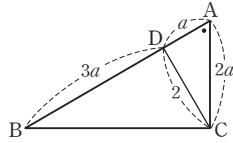
$\overline{AB} : \overline{AC} = 2 : 1, \overline{AC} : \overline{AD} = 2a : a = 2 : 1,$

$\angle A$ 는 공통이므로

$\triangle ABC \sim \triangle ACD$ (SAS 닮음)

따라서 $\overline{BC} : \overline{CD} = 2 : 1$ 이므로

$\overline{BC} : 2 = 2 : 1 \quad \therefore \overline{BC} = 4$



13 답 1

$\triangle AEF$ 와 $\triangle AEC$ 에서

$\angle AEF = \angle AEC = 90^\circ, \overline{AE}$ 는 공통,

$\angle FAE = \angle CAE$ 이므로

$\triangle AEF \cong \triangle AEC$ (ASA 합동)

따라서 $\overline{EF} = \overline{EC}$ 이고 $\overline{AF} = \overline{AC} = 6$ 이므로

$\overline{BF} = \overline{AB} - \overline{AF} = 8 - 6 = 2$

$\triangle CME$ 와 $\triangle CBF$ 에서

$\overline{CE} : \overline{CF} = 1 : 2, \overline{CM} : \overline{CB} = 1 : 2,$

$\angle C$ 는 공통이므로

$\triangle CME \sim \triangle CBF$ (SAS 닮음)

따라서 $\overline{EM} : \overline{FB} = 1 : 2$ 이므로

$\overline{EM} : 2 = 1 : 2 \quad \therefore \overline{EM} = 1$

14 답 128

$\triangle ADF$ 와 $\triangle AEG$ 에서

$\overline{AE} = 2\overline{AD}$ 이므로 $\overline{AD} : \overline{AE} = 1 : 2,$

$\overline{AG} = 2\overline{AF}$ 이므로 $\overline{AF} : \overline{AG} = 1 : 2,$

$\angle A$ 는 공통이므로

$\triangle ADF \sim \triangle AEG$ (SAS 닮음)

이때 $\triangle ADF$ 와 $\triangle AEG$ 의 닮음비가 $1 : 2$ 이므로

넓이의 비는 $1^2 : 2^2 = 1 : 4$

$\therefore \square DEGF = \triangle AEG - \triangle ADF$

$= 4\triangle ADF - \triangle ADF$

$= 3\triangle ADF$

즉, $3\triangle ADF = 24$ 이므로 $\triangle ADF = 8$

또 $\triangle ADF$ 와 $\triangle ABC$ 에서

$\overline{AB} = 2\overline{AE} = 4\overline{AD}$ 이므로 $\overline{AD} : \overline{AB} = 1 : 4,$

$\overline{AC} = 2\overline{AG} = 4\overline{AF}$ 이므로 $\overline{AF} : \overline{AC} = 1 : 4,$

$\angle A$ 는 공통이므로

$\triangle ADF \sim \triangle ABC$ (SAS 닮음)

이때 $\triangle ADF$ 와 $\triangle ABC$ 의 닮음비가 $1 : 4$ 이므로

넓이의 비는 $1^2 : 4^2 = 1 : 16$

$\therefore \triangle ABC = 16\triangle ADF = 16 \times 8 = 128$

15 답 $\frac{3}{2}$

$\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

$\angle B = \angle C$

$\triangle ABD$ 와 $\triangle DCE$ 에서 $\angle B = \angle C,$

$\triangle ABD$ 에서 $\angle ADC = \angle B + \angle BAD$ 이고,

$\angle ADC = \angle ADE + \angle CDE = \angle B + \angle CDE$ 이므로

$\angle BAD = \angle CDE$

$\therefore \triangle ABD \sim \triangle DCE$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{DC} = \overline{BD} : \overline{CE}$ 이므로

$12 : 6 = 3 : \overline{CE}, 12\overline{CE} = 18 \quad \therefore \overline{CE} = \frac{3}{2}$

16 답 $\frac{3}{2}$

$\triangle ABE$ 와 $\triangle ACD$ 에서

$\overline{AB} = \overline{AC}, \angle BAE = \angle CAD = 60^\circ, \overline{AE} = \overline{AD}$ 이므로

$\triangle ABE \cong \triangle ACD$ (SAS 합동) ㉠

또 $\triangle ABE$ 와 $\triangle FCE$ 에서

$\angle AEB = \angle FEC$ (맞꼭지각),

㉠에서 $\angle ABE = \angle ACD = \angle FCE$ 이므로

$\triangle ABE \sim \triangle FCE$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AE} : \overline{FE} = \overline{AB} : \overline{FC}$ 이고,

$\overline{AE} = \overline{AD} = 4$ 이므로

$4 : \overline{FE} = 6 : \overline{FC}, 4\overline{FC} = 6\overline{FE} \quad \therefore \frac{\overline{FC}}{\overline{FE}} = \frac{3}{2}$

17 답 $\frac{9}{2}$ cm

$\triangle ABC \sim \triangle DCE$ 이므로

$\overline{AB} : \overline{DC} = \overline{BC} : \overline{CE}$

$5 : \overline{DC} = 4 : 6, 4\overline{DC} = 30 \quad \therefore \overline{DC} = \frac{15}{2} \text{ (cm)}$

$\triangle ABE$ 와 $\triangle FCE$ 에서

$\angle ABE = \angle FCE, \angle E$ 는 공통이므로

$\triangle ABE \sim \triangle FCE$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{FC} = \overline{BE} : \overline{CE}$ 이므로

$5 : \overline{FC} = (4 + 6) : 6, 10\overline{FC} = 30$

$\therefore \overline{FC} = 3 \text{ (cm)}$

$\therefore \overline{DF} = \overline{DC} - \overline{FC} = \frac{15}{2} - 3 = \frac{9}{2} \text{ (cm)}$

18 답 ②

$\triangle ABC$ 와 $\triangle ADF$ 에서

$\square BEFD$ 는 마름모이므로 $\angle B = 180^\circ - \angle BDF = \angle ADF,$

$\angle A$ 는 공통

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ADF$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DF}$ 이므로 마름모 BEFD의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$15 : (15 - x) = 9 : x, 15x = 135 - 9x$

$24x = 135 \quad \therefore x = \frac{45}{8}$

$\therefore (\square BEFD \text{의 둘레의 길이}) = 4 \times \frac{45}{8} = \frac{45}{2} \text{ (cm)}$

19 답 $\frac{32}{5}$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$ 의 연장선과 $\overline{CD}$ 의 연장선의 교점을 P라 하면

$$\angle B = \angle BCD \text{이므로}$$

$$\overline{PB} = \overline{PC}$$

$\triangle PAD$ 와 $\triangle PCA$ 에서

$$\angle PDA = 180^\circ - \angle ADC$$

$$= 180^\circ - \angle BAC$$

$$= \angle PAC,$$

$\angle P$ 는 공통이므로

$\triangle PAD \sim \triangle PCA$ (AA 답음)

따라서 $\overline{PA} : \overline{PC} = \overline{AD} : \overline{CA}$ 이므로

$$(\overline{PC} - 4) : \overline{PC} = 3 : 5, 5\overline{PC} - 20 = 3\overline{PC}$$

$$2\overline{PC} = 20 \quad \therefore \overline{PC} = 10$$

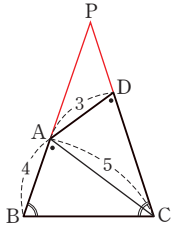
$$\therefore \overline{PA} = \overline{PB} - \overline{AB} = \overline{PC} - \overline{AB} = 10 - 4 = 6$$

또 $\overline{PA} : \overline{PC} = \overline{PD} : \overline{PA}$ 이므로

$$6 : 10 = \overline{PD} : 6, 10\overline{PD} = 36$$

$$\therefore \overline{PD} = \frac{18}{5}$$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{PC} - \overline{PD} = 10 - \frac{18}{5} = \frac{32}{5}$$



20 답 8 cm

$\overline{DB} = x$ cm, $\overline{EC} = y$ cm라 하면

$$\overline{A'D} = \overline{AD} = \overline{AB} - \overline{DB} = 15 - x \text{ (cm)},$$

$$\overline{A'E} = \overline{AE} = \overline{AC} - \overline{EC} = 15 - y \text{ (cm)}$$

$\triangle A'DB$ 와 $\triangle EA'C$ 에서

$$\angle B = \angle C = 60^\circ,$$

$$\angle BDA' = 180^\circ - (\angle DBA' + \angle DA'B)$$

$$= 180^\circ - (\angle DA'E + \angle DA'B) = \angle CA'E \text{이므로}$$

$\triangle A'DB \sim \triangle EA'C$ (AA 답음)

따라서 $\overline{A'B} : \overline{EC} = \overline{DB} : \overline{A'C}$ 이고,

$$\overline{A'C} = \overline{BC} - \overline{BA'} = \overline{AB} - \overline{BA'} = 15 - 10 = 5 \text{ (cm)이므로}$$

$$10 : y = x : 5 \quad \therefore xy = 50 \quad \dots\dots ㉠$$

또 $\overline{A'D} : \overline{EA'} = \overline{A'B} : \overline{EC}$ 이므로

$$(15 - x) : (15 - y) = 10 : y$$

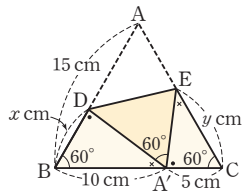
$$150 - 10y = 15y - xy$$

$$\therefore 25y = 150 + xy \quad \dots\dots ㉡$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$$25y = 150 + 50 = 200 \quad \therefore y = 8$$

$$\therefore \overline{EC} = 8 \text{ cm}$$



21 답 ④

오른쪽 그림에서 $\overline{AB} \parallel \overline{ED}$ 이므로

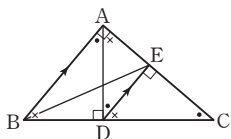
$$\angle DEC = \angle BAC = 90^\circ \text{ (동위각)}$$

(i) $\triangle ABC$ 와 $\triangle DBA$ 에서

$$\angle BAC = \angle BDA = 90^\circ,$$

$$\angle ABC \text{는 공통이므로}$$

$\triangle ABC \sim \triangle DBA$ (AA 답음)



(ii) $\triangle ABC$ 와 $\triangle DAC$ 에서

$$\angle BAC = \angle ADC = 90^\circ, \angle C \text{는 공통이므로}$$

$\triangle ABC \sim \triangle DAC$ (AA 답음)

(iii) $\triangle ABC$ 와 $\triangle EDC$ 에서

$$\angle BAC = \angle DEC = 90^\circ, \angle C \text{는 공통이므로}$$

$\triangle ABC \sim \triangle EDC$ (AA 답음)

(iv) $\triangle ABC$ 와 $\triangle EAD$ 에서

$$\angle BAC = \angle AED = 90^\circ,$$

$$\angle ACB = 90^\circ - \angle EDC = \angle EDA \text{이므로}$$

$\triangle ABC \sim \triangle EAD$ (AA 답음)

(i)~(iv)에서 $\triangle ABC$ 와 서로 닮은 삼각형은

$\triangle DBA, \triangle DAC, \triangle EDC, \triangle EAD$ 의 4개이다.

22 답 ②

$\triangle CFD$ 와 $\triangle ABD$ 에서

$$\angle CDF = \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\angle FCD = 90^\circ - \angle CFD$$

$$= 90^\circ - \angle AFE = \angle BAD \text{이므로}$$

$\triangle CFD \sim \triangle ABD$ (AA 답음)

따라서 $\overline{FD} : \overline{BD} = \overline{CD} : \overline{AD}$ 이므로

$$4 : 6 = 6 : (\overline{AF} + 4), 4\overline{AF} + 16 = 36$$

$$4\overline{AF} = 20 \quad \therefore \overline{AF} = 5 \text{ (cm)}$$

23 답 $\frac{324}{25} \text{ cm}^2$

$\triangle ABC$ 와 $\triangle ADF$ 에서

$$\angle C = \angle AFD = 90^\circ, \angle A \text{는 공통이므로}$$

$\triangle ABC \sim \triangle ADF$ (AA 답음)

..... ①

따라서 $\overline{BC} : \overline{DF} = \overline{AC} : \overline{AF}$ 이므로 정사각형 DECF의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$$9 : x = 6 : (6 - x), 54 - 9x = 6x$$

$$15x = 54 \quad \therefore x = \frac{18}{5}$$

..... ②

$$\therefore \square DECF = \frac{18}{5} \times \frac{18}{5} = \frac{324}{25} \text{ (cm}^2\text{)}$$

..... ③

채점 기준

① $\triangle ABC \sim \triangle ADF$ 임을 알기	40 %
② $\square DECF$ 의 한 변의 길이 구하기	40 %
③ $\square DECF$ 의 넓이 구하기	20 %

24 답 $\frac{45}{4}$

$$\angle PBD = \angle DBC \text{ (접은 각)}$$

$$\overline{AD} \parallel \overline{BC} \text{이므로 } \angle PDB = \angle DBC \text{ (엇각)}$$

$$\therefore \angle PBD = \angle PDB$$

즉, $\triangle PBD$ 는 $\overline{PB} = \overline{PD}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\overline{BH} = \overline{DH} = \frac{1}{2} \overline{BD} = \frac{1}{2} \times 30 = 15$$

한편 $\triangle PBH$ 와 $\triangle DBC$ 에서

$$\angle PHB = \angle DCB = 90^\circ, \angle PBH = \angle DBC \text{이므로}$$

$\triangle PBH \sim \triangle DBC$ (AA 답음)

따라서 $\overline{BH} : \overline{BC} = \overline{PH} : \overline{DC}$ 이므로
 $15 : 24 = \overline{PH} : 18$, $24\overline{PH} = 270$
 $\therefore \overline{PH} = \frac{45}{4}$

25 답 $\frac{6}{5}\text{cm}$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{CH}$ 이므로
 $\overline{AH}^2 = 4 \times 1 = 4$
 이때 $\overline{AH} > 0$ 이므로 $\overline{AH} = 2(\text{cm})$
 점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로
 $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times (4+1) = \frac{5}{2}(\text{cm})$

$$\therefore \overline{MH} = \overline{CM} - \overline{CH} = \frac{5}{2} - 1 = \frac{3}{2}(\text{cm})$$

따라서 $\triangle HAM$ 에서 $\overline{MH} \times \overline{AH} = \overline{AM} \times \overline{HG}$ 이므로

$$\frac{3}{2} \times 2 = \frac{5}{2} \times \overline{HG}, \quad \frac{5}{2}\overline{HG} = 3$$

$$\therefore \overline{HG} = \frac{6}{5}(\text{cm})$$

26 답 12

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AM}$, $\overline{BM}$ 을 그으면

$\triangle AEM$ 과 $\triangle ADM$ 에서

$$\angle AEM = \angle ADM = 90^\circ,$$

$\overline{AM}$ 은 공통, $\overline{EM} = \overline{DM}$ 이므로

$\triangle AEM \cong \triangle ADM$ (RHS 합동)

$$\therefore \overline{AE} = \overline{AD} = 4, \quad \angle AME = \angle AMD$$

또 $\triangle EBM$ 과 $\triangle CBM$ 에서

$$\angle BEM = \angle BCM = 90^\circ, \quad \overline{BM}$$
은 공통,

$\overline{EM} = \overline{CM}$ 이므로

$\triangle EBM \cong \triangle CBM$ (RHS 합동)

$$\therefore \overline{BE} = \overline{BC} = 9, \quad \angle BME = \angle BMC$$

㉠, ㉡에서

$$\angle AME + \angle BME = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$$

직각삼각형 AMB에서

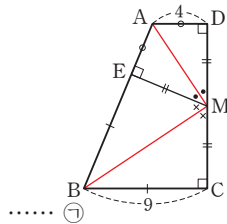
$$\overline{EM}^2 = \overline{AE} \times \overline{BE}$$
이므로

$$\overline{EM}^2 = 4 \times 9, \quad \overline{EM}^2 = 36$$

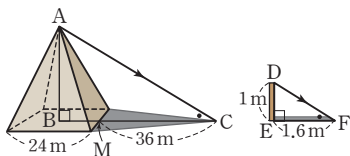
이때 $\overline{EM} > 0$ 이므로 $\overline{EM} = 6$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{CM} + \overline{MD} = 2\overline{EM} = 2 \times 6 = 12$$

↪ $\overline{CM} = \overline{DM} = \overline{EM}$



27 답 5760m^3



위의 그림의 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 에서

$$\angle ABC = \angle DEF = 90^\circ, \quad \angle ACB = \angle DFE$$
이므로

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ (AA 닮음)

$$\text{즉, } \overline{AB} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{EF} \text{이고, } \overline{BM} = \frac{1}{2} \times 24 = 12(\text{m}) \text{이므로}$$

$$\overline{AB} : 1 = (12 + 36) : 1.6, \quad 1.6\overline{AB} = 48$$

$$\therefore \overline{AB} = 30(\text{m})$$

따라서 피라미드의 부피는

$$\frac{1}{3} \times 24 \times 24 \times 30 = 5760(\text{m}^3)$$

28 답 $\frac{49}{54}$ 배

오른쪽 그림에서

$$\overline{AB} = 3 - 1.6 = 1.4(\text{m}),$$

$$\overline{AD} = 3 - 1.2 = 1.8(\text{m})$$

민호가 움직인 시간은 60초, 윤아가

움직인 시간은 70초이므로 민호와

윤아가 움직인 거리는 각각 $60y\text{m}$, $70x\text{m}$ 이다.

$$\therefore \overline{BC} = 60y\text{m}, \quad \overline{DE} = 70x\text{m}$$

$\triangle ABC$ 와 $\triangle ADE$ 에서

$$\angle ABC = \angle ADE = 90^\circ,$$

$\angle A$ 는 공통이므로

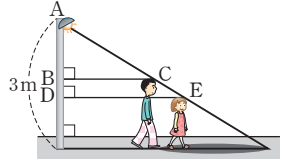
$\triangle ABC \sim \triangle ADE$ (AA 닮음)

$$\text{즉, } \overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DE} \text{이므로}$$

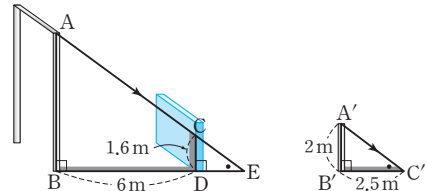
$$1.4 : 1.8 = 60y : 70x, \quad 108y = 98x$$

$$\therefore y = \frac{49}{54}x$$

따라서 민호의 속력은 윤아의 속력의 $\frac{49}{54}$ 배이다.



29 답 ④



위의 그림과 같이 벽면에 생긴 그림자가 지면에 생겼다고 할 때,
 $\overline{AC}$ 의 연장선과 $\overline{BD}$ 의 연장선의 교점을 E라 하면

$\triangle CDE$ 와 $\triangle A'B'C'$ 에서

$$\angle CDE = \angle A'B'C' = 90^\circ,$$

$$\angle CED = \angle A'C'B' \text{이므로}$$

$\triangle CDE \sim \triangle A'B'C'$ (AA 닮음)

$$\text{즉, } \overline{CD} : \overline{A'B'} = \overline{DE} : \overline{B'C'} \text{이므로}$$

$$1.6 : 2 = \overline{DE} : 2.5, \quad 2\overline{DE} = 4$$

$$\therefore \overline{DE} = 2(\text{m})$$

또 $\triangle ABE$ 와 $\triangle CDE$ 에서

$$\angle ABE = \angle CDE = 90^\circ, \quad \angle E \text{는 공통이므로}$$

$\triangle ABE \sim \triangle CDE$ (AA 닮음)

$$\text{즉, } \overline{AB} : \overline{CD} = \overline{BE} : \overline{DE} \text{이므로}$$

$$\overline{AB} : 1.6 = (6 + 2) : 2, \quad 2\overline{AB} = 12.8$$

$$\therefore \overline{AB} = 6.4(\text{m})$$

따라서 철봉의 높이는 6.4m이다.

이때 $\square ABCD$ 가 평행사변형이므로
 $\overline{AD} = \overline{BC} = 2a (a > 0)$ 라 하면 $\overline{CG} = a$

또 $\triangle AFD$ 와 $\triangle GFC$ 에서

$\overline{AD} \parallel \overline{BG}$ 이므로 $\angle DAF = \angle CGF$ (엇각),

$\angle AFD = \angle GFC$ (맞꼭지각)

$\therefore \triangle AFD \sim \triangle GFC$ (AA 닮음)

$\therefore \overline{FA} : \overline{FG} = \overline{AD} : \overline{GC} = 2a : a = 2 : 1$ ㉔

㉓에서 $\overline{EG} = \frac{3}{5} \overline{AG}$

㉔에서 $\overline{FG} = \frac{1}{3} \overline{AG}$

$\therefore \overline{EF} = \overline{EG} - \overline{FG} = \frac{3}{5} \overline{AG} - \frac{1}{3} \overline{AG} = \frac{4}{15} \overline{AG}$

$\therefore \overline{EF} : \overline{FG} = \frac{4}{15} \overline{AG} : \frac{1}{3} \overline{AG} = 4 : 5$

05 **답** $\frac{5}{7}a$

정사면체에서 실이 지나는 부분을 전개도로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.

$\triangle B'AG$ 와 $\triangle B'BE$ 에서

$\angle B'AG = \angle B'BE = 60^\circ$,

$\angle BB'E$ 는 공통이므로

$\triangle B'AG \sim \triangle B'BE$ (AA 닮음)

즉, $\overline{AG} : \overline{BE} = \overline{B'A} : \overline{B'B} = 1 : 2$ 이고,

$\overline{BE} : \overline{EC} = 5 : 1$ 에서 $\overline{BE} = \frac{5}{6}a$, $\overline{EC} = \frac{1}{6}a$ 이므로

$\overline{AG} : \frac{5}{6}a = 1 : 2$, $2\overline{AG} = \frac{5}{6}a \quad \therefore \overline{AG} = \frac{5}{12}a$

또 $\triangle AFG$ 와 $\triangle CFE$ 에서

$\angle FAG = \angle FCE = 60^\circ$,

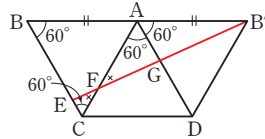
$\angle AFG = \angle CFE$ (맞꼭지각)이므로

$\triangle AFG \sim \triangle CFE$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AF} : \overline{CF} = \overline{AG} : \overline{CE} = \frac{5}{12}a : \frac{1}{6}a = 5 : 2$ 이고,

$\overline{AC} = a$ 이므로

$\overline{AF} = \frac{5}{7} \overline{AC} = \frac{5}{7}a$



06 **답** 6

직각삼각형 BCD에서

$\overline{DG}^2 = \overline{BG} \times \overline{CG}$ ㉓

$\triangle HBG$ 와 $\triangle CFG$ 에서

$\angle HGB = \angle CGF = 90^\circ$,

$\angle BHG = 90^\circ - \angle HBG$

$= \angle BCE = \angle FCG$ 이므로

$\triangle HBG \sim \triangle CFG$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{BG} : \overline{FG} = \overline{HG} : \overline{CG}$ 이므로

$\overline{BG} \times \overline{CG} = \overline{FG} \times \overline{HG}$ ㉔

㉓, ㉔에서

$\overline{DG}^2 = \overline{BG} \times \overline{CG} = \overline{FG} \times \overline{HG} = 3 \times (9 + 3) = 36$

이때 $\overline{DG} > 0$ 이므로 $\overline{DG} = 6$

06 * 평행선 사이의 선분의 길이의 비

STEP 1 핵심 문제

▶ 62~63쪽

01 $\frac{11}{3}$ 02 $\frac{40}{3}$ 03 17 04 8 05 ②, ④ 06 ④

07 20 cm^2 08 $\frac{1}{2}S$ 09 ② 10 $x=8, y=14$

11 ② 12 $\frac{36}{5}$ 13 ③

01 **답** $\frac{11}{3}$

$\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{DE} : \overline{BC}$ 이므로

$8 : (8+4) = x : 10$, $12x = 80 \quad \therefore x = \frac{20}{3}$

$\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$ 이므로

$8 : 4 = 6 : y$, $8y = 24 \quad \therefore y = 3$

$\therefore x - y = \frac{20}{3} - 3 = \frac{11}{3}$

02 **답** $\frac{40}{3}$

$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle EBC = \angle DEB$ (엇각)

즉, $\triangle BCE$ 는 이등변삼각형이므로

$\overline{CE} = \overline{CB} = 8$

..... ①

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AE} : \overline{AC} = \overline{DE} : \overline{BC} = 5 : 8$

..... ②

따라서 $\overline{AE} : (\overline{AE} + 8) = 5 : 8$ 이므로

$8\overline{AE} = 5\overline{AE} + 40$, $3\overline{AE} = 40$

$\therefore \overline{AE} = \frac{40}{3}$

..... ③

채점 기준

① CE의 길이 구하기	40 %
② AE : AC 구하기	30 %
③ AE의 길이 구하기	30 %

03 **답** 17

$\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 이므로 $\overline{AB} : \overline{BD} = \overline{AC} : \overline{CE}$

$12 : 4 = x : 3$, $4x = 36 \quad \therefore x = 9$

$\overline{FG} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\overline{AB} : \overline{AF} = \overline{AC} : \overline{AG}$

$12 : y = 9 : 6$, $9y = 72 \quad \therefore y = 8$

$\therefore x + y = 9 + 8 = 17$

04 **답** 8

$\overline{CG} = x$ 라 하면 $\overline{BG} = \overline{BC} - \overline{CG} = 12 - x$

$\triangle ABG$ 에서 $\overline{AF} : \overline{AG} = \overline{DF} : \overline{BG}$ 이므로

$\overline{AF} : \overline{AG} = 3 : (12 - x)$ ㉓

$\triangle AGC$ 에서 $\overline{AF} : \overline{AG} = \overline{FE} : \overline{GC}$ 이므로

$\overline{AF} : \overline{AG} = 6 : x$ ㉔

㉠, ㉡에서 $3 : (12 - x) = 6 : x$
 $3x = 72 - 6x, 9x = 72 \quad \therefore x = 8$
 $\therefore \overline{CG} = 8$

05 답 ②, ④

- ① $\overline{AB} : \overline{AD} = (15 - 5) : 5 = 2 : 1$,
 $\overline{AC} : \overline{AE} = 9 : 3 = 3 : 1$ 이므로
 $\overline{AB} : \overline{AD} \neq \overline{AC} : \overline{AE}$
 즉, $\overline{BC}$ 와 $\overline{DE}$ 는 평행하지 않다.
- ② $\overline{AB} : \overline{BD} = 4 : 1.5 = 8 : 3$,
 $\overline{AC} : \overline{CE} = 3.2 : 1.2 = 8 : 3$ 이므로
 $\overline{AB} : \overline{BD} = \overline{AC} : \overline{CE}$
 $\therefore \overline{BC} \parallel \overline{DE}$
- ③ $\overline{AD} : \overline{BD} = 8 : 2 = 4 : 1$,
 $\overline{AE} : \overline{CE} = (4 + 1) : 1 = 5 : 1$ 이므로
 $\overline{AD} : \overline{BD} \neq \overline{AE} : \overline{CE}$
 즉, $\overline{BC}$ 와 $\overline{DE}$ 는 평행하지 않다.
- ④ $\overline{AB} : \overline{AD} = 5 : (12.5 - 5) = 2 : 3$,
 $\overline{AC} : \overline{AE} = (15 - 9) : 9 = 2 : 3$ 이므로
 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE}$
 $\therefore \overline{BC} \parallel \overline{DE}$
- ⑤ $\overline{AD} : \overline{DB} = 8 : 5$,
 $\overline{AE} : \overline{EC} = 7 : (13 - 7) = 7 : 6$ 이므로
 $\overline{AD} : \overline{DB} \neq \overline{AE} : \overline{EC}$
 즉, $\overline{BC}$ 와 $\overline{DE}$ 는 평행하지 않다.
 따라서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 인 것은 ②, ④이다.

06 답 ④

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이므로
 $10 : 15 = 4 : \overline{CD}, 10\overline{CD} = 60 \quad \therefore \overline{CD} = 6$
 이때 $\overline{AE} : \overline{CE} = \overline{BA} : \overline{BC} = 10 : (4 + 6) = 1 : 1$ 이므로
 $\overline{CE} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 15 = \frac{15}{2}$

[다른 풀이]

$\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{DC} = 4 + 6 = 10$
 따라서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{BC} = 10$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{CE} = \overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 15 = \frac{15}{2}$ ↳ 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.

07 답 20 cm^2

$\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 8 : 10 = 4 : 5$ ①
 이때 $\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ADC$ 이고,
 $\triangle ABD : \triangle ADC = \overline{BD} : \overline{CD} = 4 : 5$ 이므로 ②
 $\triangle ADC = \frac{5}{9}\triangle ABC = \frac{5}{9} \times 36 = 20 (\text{cm}^2)$ ③

채점 기준

① $\overline{BD} : \overline{CD}$ 구하기	40%
② $\triangle ABD : \triangle ADC$ 구하기	30%
③ $\triangle ADC$ 의 넓이 구하기	30%

08 답 $\frac{1}{2}S$

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이므로
 $3 : 2 = \overline{BD} : 3, 2\overline{BD} = 9 \quad \therefore \overline{BD} = \frac{9}{2}$
 $\therefore \overline{BC} = \overline{BD} - \overline{CD} = \frac{9}{2} - 3 = \frac{3}{2}$
 따라서 $\triangle ABC : \triangle ACD = \overline{BC} : \overline{CD} = \frac{3}{2} : 3$ 이므로
 $\triangle ABC : S = \frac{3}{2} : 3, 3\triangle ABC = \frac{3}{2}S$
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2}S$

09 답 ②

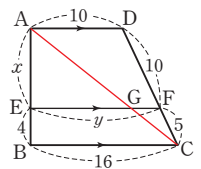
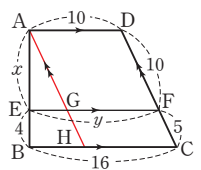
$6 : (16 - 6) = 4 : x$ 이므로
 $6 : 10 = 4 : x, 6x = 40 \quad \therefore x = \frac{20}{3}$
 또 $6 : y = 4 : \left(\frac{20}{3} + 2\right)$ 이므로
 $6 : y = 4 : \frac{26}{3}, 4y = 52 \quad \therefore y = 13$
 $\therefore y - x = 13 - \frac{20}{3} = \frac{19}{3}$

10 답 $x = 8, y = 14$

$\overline{AE} : \overline{EB} = \overline{DF} : \overline{FC}$ 이므로
 $x : 4 = 10 : 5, 5x = 40 \quad \therefore x = 8$
 오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 $\overline{DC}$ 에 평행한 직선을 그어 $\overline{EF}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 G, H라 하면
 $\overline{GF} = \overline{HC} = \overline{AD} = 10$
 $\therefore \overline{BH} = \overline{BC} - \overline{HC} = 16 - 10 = 6$
 $\triangle ABH$ 에서 $\overline{AE} : \overline{AB} = \overline{EG} : \overline{BH}$ 이므로
 $8 : (8 + 4) = \overline{EG} : 6, 12\overline{EG} = 48 \quad \therefore \overline{EG} = 4$
 $\therefore y = \overline{EG} + \overline{GF} = 4 + 10 = 14$

[다른 풀이]

$\overline{AE} : \overline{EB} = \overline{DF} : \overline{FC}$ 이므로
 $x : 4 = 10 : 5, 5x = 40 \quad \therefore x = 8$
 오른쪽 그림과 같이 대각선 $\overline{AC}$ 를 그어 $\overline{EF}$ 와 만나는 점을 G라 하자.
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AE} : \overline{AB} = \overline{EG} : \overline{BC}$ 이므로
 $8 : (8 + 4) = \overline{EG} : 16, 12\overline{EG} = 128$
 $\therefore \overline{EG} = \frac{32}{3}$
 $\triangle ACD$ 에서 $\overline{CF} : \overline{CD} = \overline{GF} : \overline{AD}$ 이므로
 $5 : (5 + 10) = \overline{GF} : 10, 15\overline{GF} = 50 \quad \therefore \overline{GF} = \frac{10}{3}$
 $\therefore y = \overline{EG} + \overline{GF} = \frac{32}{3} + \frac{10}{3} = 14$



11 답 ②

$\triangle DBC$ 에서 $\overline{DF} : \overline{DC} = \overline{PF} : \overline{BC}$ 이므로
 $4 : (4 + 2) = \overline{PF} : 9, 6\overline{PF} = 36 \quad \therefore \overline{PF} = 6 (\text{cm})$

$\triangle ACD$ 에서 $\overline{CF} : \overline{CD} = \overline{QF} : \overline{AD}$ 이므로
 $2 : (2+4) = \overline{QF} : 6$, $6\overline{QF} = 12$ $\therefore \overline{QF} = 2(\text{cm})$
 $\therefore \overline{PQ} = \overline{PF} - \overline{QF} = 6 - 2 = 4(\text{cm})$

12 답 $\frac{36}{5}$

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{OA} : \overline{OC} = \overline{AD} : \overline{BC} = 6 : 9 = 2 : 3$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AO} : \overline{AC} = \overline{EO} : \overline{BC}$ 이므로
 $2 : (2+3) = \overline{EO} : 9$, $5\overline{EO} = 18$ $\therefore \overline{EO} = \frac{18}{5}$
 $\triangle ACD$ 에서 $\overline{CO} : \overline{CA} = \overline{OF} : \overline{AD}$ 이므로
 $3 : (3+2) = \overline{OF} : 6$, $5\overline{OF} = 18$ $\therefore \overline{OF} = \frac{18}{5}$
 $\therefore \overline{EF} = \overline{EO} + \overline{OF} = \frac{18}{5} + \frac{18}{5} = \frac{36}{5}$

13 답 ③

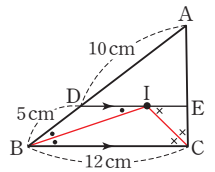
- ① $\triangle ABE$ 와 $\triangle CDE$ 에서
 $\angle BAE = \angle DCE$ (엇각), $\angle ABE = \angle CDE$ (엇각)이므로
 $\triangle ABE \sim \triangle CDE$ (AA 닮음)
 ② $\triangle CAB$ 와 $\triangle CEF$ 에서
 $\angle CAB = \angle CEF$ (동위각), $\angle C$ 는 공통이므로
 $\triangle CAB \sim \triangle CEF$ (AA 닮음)
 ③ $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로
 $\overline{AE} : \overline{CE} = \overline{AB} : \overline{CD} = 4 : 6 = 2 : 3$
 ④ $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로
 $\overline{DB} : \overline{DE} = \overline{CA} : \overline{CE} = (3+2) : 3 = 5 : 3$
 ⑤ $\triangle ABC$ 에서 $\overline{EF} : \overline{AB} = \overline{CE} : \overline{CA}$ 이므로
 $\overline{EF} : 4 = 3 : (3+2)$, $5\overline{EF} = 12$ $\therefore \overline{EF} = \frac{12}{5}(\text{cm})$
 따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

01 답 1 cm

$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{DE} : \overline{BC}$
 $2 : (2+3) = \overline{DE} : 5$, $5\overline{DE} = 10$ $\therefore \overline{DE} = 2(\text{cm})$
 이때 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$, $\overline{EG} \parallel \overline{AB}$, $\overline{DF} \parallel \overline{AC}$ 이므로 $\square DBGE$, $\square DFCE$
 는 모두 평행사변형이다.
 따라서 $\overline{BG} = \overline{FC} = \overline{DE} = 2 \text{ cm}$ 이므로
 $\overline{GF} = \overline{BC} - (\overline{BG} + \overline{FC}) = 5 - (2+2) = 1(\text{cm})$

02 답 3 cm

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{DE} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{AB}$
 $\overline{DE} : 12 = 10 : (10+5)$, $15\overline{DE} = 120$ $\therefore \overline{DE} = 8(\text{cm})$
 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로 오른쪽 그림과
 같이 $\overline{IB}$, $\overline{IC}$ 를 그으면
 $\angle DBI = \angle IBC$, $\angle ECI = \angle ICB$
 이때 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle DIB = \angle IBC$ (엇각),
 $\angle EIC = \angle ICB$ (엇각)
 따라서 $\triangle DBI$, $\triangle EIC$ 는 각각 이등변삼각형이므로
 $\overline{DI} = \overline{DB} = 5 \text{ cm}$, $\overline{EI} = \overline{EC}$
 $\therefore \overline{EC} = \overline{EI} = \overline{DE} - \overline{DI} = 8 - 5 = 3(\text{cm})$



03 답 ③

$\overline{AE} : \overline{EC} = 1 : 3$ 이므로
 $\overline{AE} : \overline{AC} = 1 : (1+3) = 1 : 4$
 $\therefore \overline{AE} = \frac{1}{4} \overline{AC} = \frac{1}{4} \times 16 = 4$
 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC} = 1 : 4$
 $\overline{DF} \parallel \overline{AC}$ 이므로 $\overline{CF} : \overline{CB} = \overline{AD} : \overline{AB} = 1 : 4$
 $\overline{GF} \parallel \overline{AB}$ 이므로 $\overline{CG} : \overline{CA} = \overline{CF} : \overline{CB} = 1 : 4$
 $\therefore \overline{CG} = \frac{1}{4} \overline{CA} = \frac{1}{4} \times 16 = 4$
 $\therefore \overline{EG} = \overline{AC} - (\overline{AE} + \overline{CG}) = 16 - (4+4) = 8$

04 답 4 : 2 : 3

$\triangle ADC$ 에서 $\overline{DC} \parallel \overline{FE}$ 이므로
 $\overline{AE} : \overline{EC} = \overline{AF} : \overline{FD} = 2 : 1$
 이때 $\overline{AF} = 2k$, $\overline{FD} = k (k > 0)$ 라 하면
 $\overline{AD} = \overline{AF} + \overline{FD} = 2k + k = 3k$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 이므로
 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC} = 2 : 1$
 즉, $3k : \overline{DB} = 2 : 1$ 이므로
 $2\overline{DB} = 3k$ $\therefore \overline{DB} = \frac{3}{2}k$
 $\therefore \overline{AF} : \overline{FD} : \overline{DB} = 2k : k : \frac{3}{2}k = 4 : 2 : 3$

05 답 $\frac{360}{23} \text{ cm}$

$\triangle AFG$ 에서 $\overline{FG} \parallel \overline{DH}$ 이므로
 $\overline{AD} : \overline{DF} = \overline{AH} : \overline{HG} = 3 : 1$

STEP 2 고난도 문제

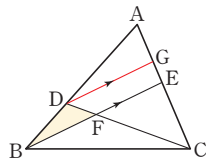
▶ 64~68쪽

- | | | | |
|--------------------------------|-----------------------------|--------------------------------|-------------------|
| 01 1 cm | 02 3 cm | 03 ③ | 04 4 : 2 : 3 |
| 05 $\frac{360}{23} \text{ cm}$ | 06 ② | 07 25 | 08 $\frac{36}{7}$ |
| 09 ③, ⑤ | | | |
| 10 $\frac{72}{7} \text{ cm}$ | 11 7 : 6 | 12 2 cm | 13 5 |
| 14 8 cm | | | |
| 15 ③ | 16 2 | 17 $\frac{26}{7} \text{ cm}^2$ | 18 ⑤ |
| 19 ⑤ | | | |
| 20 3 : 5 | 21 ② | 22 ② | 23 $\frac{45}{2}$ |
| 24 36 cm^2 | | | |
| 25 4 | 26 $\frac{3}{2} \text{ cm}$ | 27 24 cm^2 | 28 2 cm |

즉, $15 : \overline{DF} = 3 : 1$ 이므로
 $3\overline{DF} = 15 \quad \therefore \overline{DF} = 5(\text{cm})$
 또 $\triangle BCD$ 에서 $\overline{DC} \parallel \overline{FG}$ 이므로
 $\overline{BG} : \overline{GC} = \overline{BF} : \overline{FD}$
 $9 : \overline{GC} = 3 : 5, 3\overline{GC} = 45 \quad \therefore \overline{GC} = 15(\text{cm})$
 따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{DE} : \overline{BC}$
 $15 : (15 + 5 + 3) = \overline{DE} : (9 + 15)$
 $15 : 23 = \overline{DE} : 24, 23\overline{DE} = 360$
 $\therefore \overline{DE} = \frac{360}{23}(\text{cm})$

06 **답 ②**

오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나고 $\overline{BE}$ 에
 평행한 직선을 그어 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 G
 라 하면



$\triangle ABE$ 에서 $\overline{DG} \parallel \overline{BE}$ 이므로
 $\overline{AG} : \overline{GE} = \overline{AD} : \overline{DB} = 7 : 3$
 이때 $\overline{AG} = 7k, \overline{GE} = 3k (k > 0)$ 라 하면
 $\overline{AE} = \overline{AG} + \overline{GE} = 7k + 3k = 10k$
 이때 $\overline{AE} : \overline{EC} = 4 : 5$ 이므로
 $10k : \overline{EC} = 4 : 5, 4\overline{EC} = 50k \quad \therefore \overline{EC} = \frac{25}{2}k$
 $\triangle CGD$ 에서 $\overline{FE} \parallel \overline{DG}$ 이므로
 $\overline{CF} : \overline{FD} = \overline{CE} : \overline{EG} = \frac{25}{2}k : 3k = 25 : 6$
 따라서 $\triangle FBC : \triangle DBF = \overline{CF} : \overline{FD} = 25 : 6$ 이므로
 $50 : \triangle DBF = 25 : 6, 25\triangle DBF = 300$
 $\therefore \triangle DBF = 12(\text{cm}^2)$

07 **답 25**

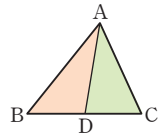
$\overline{DG} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\triangle EDG \sim \triangle EBC$ (AA 답음)
 이때 $\overline{DE} : \overline{DB} = 1 : 4$ 이므로 $\angle EDG = \angle EBC$ (동위각), $\angle E$ 는 공통
 $\triangle EDG$ 와 $\triangle EBC$ 의 답음비는
 $\overline{ED} : \overline{EB} = 1 : (1 + 4) = 1 : 5$
 즉, $\overline{DG} : \overline{BC} = 1 : 5$ 이므로
 $1 : \overline{BC} = 1 : 5 \quad \therefore \overline{BC} = 5$
 또 $\overline{FD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\triangle AFD \sim \triangle ABC$ (AA 답음)
 $\overline{FD} : \overline{BC} = 2 : 5$ 이므로 $\angle AFD = \angle ABC$ (동위각), $\angle A$ 는 공통
 $\triangle AFD$ 와 $\triangle ABC$ 의 답음비는 $2 : 5$
 $\therefore \overline{AF} : \overline{FB} = 2 : (5 - 2) = 2 : 3$
 즉, $\triangle AFD : \triangle BDF = 2 : 3$ 이고, $\triangle AFD = 3$ 이므로
 $3 : \triangle BDF = 2 : 3, 2\triangle BDF = 9$
 $\therefore \triangle BDF = \frac{9}{2}$
 한편 $\overline{FD} : \overline{DG} = 2 : 1$ 이므로
 $\triangle BDF : \triangle CGD = 2 : 1$
 즉, $\frac{9}{2} : \triangle CGD = 2 : 1$ 이므로
 $2\triangle CGD = \frac{9}{2} \quad \therefore \triangle CGD = \frac{9}{4}$

이때 $\overline{EG} : \overline{GC} = \overline{ED} : \overline{DB} = 1 : 4$ 이므로
 $\triangle EDG : \triangle CGD = 1 : 4$
 즉, $\triangle EDG : \frac{9}{4} = 1 : 4$ 이므로
 $4\triangle EDG = \frac{9}{4} \quad \therefore \triangle EDG = \frac{9}{16}$
 따라서 $p = 16, q = 9$ 이므로
 $p + q = 16 + 9 = 25$

개념 NOTE

높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의
 비와 같다.

→ $\triangle ABD : \triangle ADC = \overline{BD} : \overline{DC}$



08 **답 $\frac{36}{7}$**

$\overline{AF} : \overline{FD} = 3 : 1$ 이므로
 $\overline{AF} = 3k, \overline{FD} = k (k > 0)$ 라 하면
 $\overline{BC} = \overline{AD} = \overline{AF} + \overline{FD} = 3k + k = 4k$
 이때 $\overline{BC} : \overline{CE} = 3 : 1$ 이므로
 $4k : \overline{CE} = 3 : 1, 3\overline{CE} = 4k \quad \therefore \overline{CE} = \frac{4}{3}k$
 한편 $\overline{AD} \parallel \overline{BE}$ 이므로
 $\overline{BG} : \overline{DG} = \overline{BE} : \overline{DA} = (4k + \frac{4}{3}k) : 4k = 4 : 3$
 즉, $\overline{BG} : \overline{BD} = 4 : (4 + 3) = 4 : 7$ 이므로
 $\overline{BG} = \frac{4}{7}\overline{BD} = \frac{4}{7} \times 19 = \frac{76}{7}$
 또 $\overline{BH} : \overline{DH} = \overline{BE} : \overline{DF} = (4k + \frac{4}{3}k) : k = 16 : 3$
 즉, $\overline{BH} : \overline{BD} = 16 : (16 + 3) = 16 : 19$ 이므로
 $\overline{BH} = \frac{16}{19}\overline{BD} = \frac{16}{19} \times 19 = 16$
 $\therefore \overline{GH} = \overline{BH} - \overline{BG} = 16 - \frac{76}{7} = \frac{36}{7}$

09 **답 ③, ⑤**

① $\overline{CE} : \overline{EB} = 7 : 5, \overline{CF} : \overline{FA} = 4 : 5$ 이므로
 $\overline{CE} : \overline{EB} \neq \overline{CF} : \overline{FA}$
 즉, $\overline{AB}$ 와 $\overline{EF}$ 는 평행하지 않다.
 ②, ④ $\overline{AD} : \overline{DB} = 3.5 : 2.5 = 7 : 5,$
 $\overline{AF} : \overline{FC} = 5 : 4$ 이므로
 $\overline{AD} : \overline{DB} \neq \overline{AF} : \overline{FC}$
 즉, $\overline{BC}$ 와 $\overline{DF}$ 는 평행하지 않으므로
 $\angle C \neq \angle AFD$
 ③ $\overline{BD} : \overline{DA} = 2.5 : 3.5 = 5 : 7, \overline{BE} : \overline{EC} = 5 : 7$ 이므로
 $\overline{BD} : \overline{DA} = \overline{BE} : \overline{EC}$
 $\therefore \overline{AC} \parallel \overline{DE}$
 ⑤ $\triangle BCA$ 와 $\triangle BED$ 에서
 $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 이므로 $\angle BAC = \angle BDE$ (동위각),
 $\angle B$ 는 공통
 $\therefore \triangle BCA \sim \triangle BED$ (AA 답음)
 따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

10 답 $\frac{72}{7}$ cm

$\overline{AP} : \overline{AB} = \overline{AS} : \overline{AC}$ 이므로 $\overline{PS} \parallel \overline{BC}$

즉, $\overline{PS} \parallel \overline{QR}$, $\overline{PQ} \parallel \overline{SR}$ 이고 $\angle PQR = 90^\circ$ 이므로 $\square PQRS$ 는 직사각형이다.

$\overline{PQ} = x$ cm라 하면 $\overline{PQ} : \overline{QR} = 1 : 2$ 이므로 $\overline{QR} = 2x$ cm

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AH}$ 와 $\overline{PS}$ 의 교점을 H'

이라 하면 $\triangle ABH$ 에서 $\overline{PH'} \parallel \overline{BH}$ 이므로

$$\overline{AP} : \overline{AB} = \overline{AH'} : \overline{AH} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{PS} \parallel \overline{BC}$ 이므로

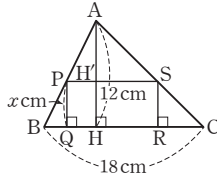
$$\overline{AP} : \overline{AB} = \overline{PS} : \overline{BC} \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에서 $\overline{AH'} : \overline{AH} = \overline{PS} : \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{PS} = \overline{QR} = 2x$ cm

$$(12 - x) : 12 = 2x : 18, 24x = 216 - 18x$$

$$42x = 216 \quad \therefore x = \frac{36}{7}$$

$$\therefore \overline{QR} = 2x = 2 \times \frac{36}{7} = \frac{72}{7} \text{ (cm)}$$



11 답 7 : 6

점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다.

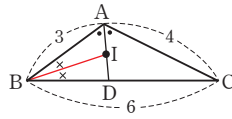
즉, $\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 3 : 4$ 이므로

$$\overline{BD} = \frac{3}{7} \overline{BC} = \frac{3}{7} \times 6 = \frac{18}{7}$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BI}$ 를 그으면 $\triangle ABD$

에서 $\overline{BI}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이므로

$$\overline{AI} : \overline{ID} = \overline{BA} : \overline{BD} = 3 : \frac{18}{7} = 7 : 6$$



개념 NOTE

삼각형의 내심은 세 내각의 이등분선의 교점이다.

12 답 2 cm

$\triangle ABD$ 와 $\triangle CBA$ 에서

$\angle BAD = \angle BCA$, $\angle B$ 는 공통이므로

$\triangle ABD \sim \triangle CBA$ (AA 닮음)

즉, $\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{BD} : \overline{BA}$ 이므로

$$6 : 9 = \overline{BD} : 6, 9\overline{BD} = 36 \quad \therefore \overline{BD} = 4 \text{ (cm)}$$

또 $\overline{AD} : \overline{CA} = \overline{BD} : \overline{BA} = 4 : 6 = 2 : 3$ 이고,

$\triangle ADC$ 에서 $\overline{AE}$ 는 $\angle DAC$ 의 이등분선이므로

$$\overline{DE} : \overline{CE} = \overline{AD} : \overline{AC} = 2 : 3$$

이때 $\overline{DC} = \overline{BC} - \overline{BD} = 9 - 4 = 5 \text{ (cm)}$ 이므로

$$\overline{DE} = \frac{2}{5} \overline{DC} = \frac{2}{5} \times 5 = 2 \text{ (cm)}$$

13 답 5

$\triangle ABD$ 와 $\triangle CBD$ 에서

$\angle BAD = \angle BCD = 90^\circ$, $\overline{BD}$ 는 공통,

$\angle ABD = \angle CBD$ 이므로

$\triangle ABD \cong \triangle CBD$ (RHA 합동)

$$\therefore \overline{BA} = \overline{BC} = \overline{BF} + \overline{FC} = 6 + 4 = 10$$

..... ①

$\triangle BFE$ 와 $\triangle BCD$ 에서

$\angle BFE = \angle BCD = 90^\circ$, $\angle DBC$ 는 공통이므로

$\triangle BFE \sim \triangle BCD$ (AA 닮음)

즉, $\overline{EF} : \overline{DC} = \overline{BF} : \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{EF} : 5 = 6 : (6 + 4), 10\overline{EF} = 30 \quad \therefore \overline{EF} = 3 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\triangle BFA$ 에서 $\overline{BE}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이므로

$$\overline{BF} : \overline{BA} = \overline{FE} : \overline{AE}$$

$$6 : 10 = 3 : \overline{AE}, 6\overline{AE} = 30 \quad \therefore \overline{AE} = 5 \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

채점 기준

① $\overline{BA}$ 의 길이 구하기	30 %
② $\overline{EF}$ 의 길이 구하기	30 %
③ $\overline{AE}$ 의 길이 구하기	40 %

14 답 8 cm

$\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이므로

$$\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 5 : 4$$

이때 $\triangle DBF$ 와 $\triangle DCE$ 에서

$\angle BFD = \angle CED = 90^\circ$,

$\angle BDF = \angle CDE$ (맞꼭지각)이므로

$\triangle DBF \sim \triangle DCE$ (AA 닮음)

즉, $\overline{DF} : \overline{DE} = \overline{BD} : \overline{CD} = 5 : 4$ 이므로

$$\overline{DE} = \frac{4}{9} \overline{EF} = \frac{4}{9} \times \frac{9}{5} = \frac{4}{5} \text{ (cm)}$$

또 $\triangle ABF$ 와 $\triangle ACE$ 에서

$\angle AFB = \angle AEC = 90^\circ$, $\angle BAF = \angle CAE$ 이므로

$\triangle ABF \sim \triangle ACE$ (AA 닮음)

$\overline{AE} = x$ cm라 하면 $\overline{AF} : \overline{AE} = \overline{AB} : \overline{AC}$ 이므로

$$\left(x + \frac{9}{5}\right) : x = 5 : 4, 5x = 4x + \frac{36}{5} \quad \therefore x = \frac{36}{5}$$

$$\therefore \overline{AE} = \frac{36}{5} \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{AD} = \overline{AE} + \overline{DE} = \frac{36}{5} + \frac{4}{5} = 8 \text{ (cm)}$$

15 답 ③

$\overline{AC} : \overline{AB} = \overline{DC} : \overline{DB}$ 이므로

$$\overline{AC} : 4 = (10 + 5) : 10, 10\overline{AC} = 60 \quad \therefore \overline{AC} = 6$$

$\triangle ADC$ 에서 $\overline{AD} \parallel \overline{EB}$ 이므로

$$\overline{AE} : \overline{EC} = \overline{DB} : \overline{BC} = 10 : 5 = 2 : 1$$

$$\therefore \overline{EC} = \frac{1}{3} \overline{AC} = \frac{1}{3} \times 6 = 2$$

16 답 2

$\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 외각의 이등분선이므로

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BE} : \overline{CE}$$

$$4 : 2 = (\overline{BC} + 3) : 3, 2\overline{BC} + 6 = 12$$

$$2\overline{BC} = 6 \quad \therefore \overline{BC} = 3$$

또 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이므로

$$\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 4 : 2 = 2 : 1$$

$$\therefore \overline{BD} = \frac{2}{3} \overline{BC} = \frac{2}{3} \times 3 = 2$$

17 답 $\frac{26}{7}\text{cm}^2$

$\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 외각의 이등분선이므로

$$\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 6 : 3 = 2 : 1$$

즉, $\overline{BC} = \overline{CD}$ 이므로 $\triangle ABC = \frac{1}{2}\triangle ABD$

이때 $\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이므로

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BE} : \overline{CE}$$

$$6 : 3 = 3 : \overline{CE}, 6\overline{CE} = 9 \quad \therefore \overline{CE} = \frac{3}{2}(\text{cm})$$

또 $\overline{BF}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이므로

$$\overline{AF} : \overline{CF} = \overline{BA} : \overline{BC} = 6 : \left(3 + \frac{3}{2}\right) = 4 : 3$$

따라서 $\triangle ABC : \triangle ABF = \overline{AC} : \overline{AF} = (4+3) : 4 = 7 : 4$ 이므로

$$\begin{aligned} \triangle ABF &= \frac{4}{7}\triangle ABC = \frac{4}{7} \times \frac{1}{2}\triangle ABD \\ &= \frac{2}{7}\triangle ABD = \frac{2}{7} \times 13 = \frac{26}{7}(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

18 Idea 답 ⑤

오른쪽 그림과 같이 점 H를 지나고 직선 AC에 평행한 직선을 그어 두 직선 m, n 과 만나는 점을 각각 I, J라 하면

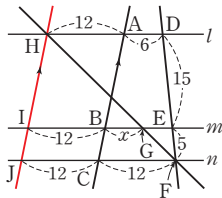
$$\begin{aligned} \overline{HG} : \overline{HF} &= \overline{DE} : \overline{DF} \\ &= 15 : (15+5) = 3 : 4 \end{aligned}$$

이때 $\overline{IB} = \overline{JC} = \overline{HA} = 12$ 이고,

$$\overline{IG} : \overline{JF} = \overline{HG} : \overline{HF} \text{이므로}$$

$$(12+x) : (12+12) = 3 : 4, 48+4x=72$$

$$4x=24 \quad \therefore x=6$$



19 답 ⑤

오른쪽 그림과 같이 두 직선 $y=6, y=3$ 이 y 축과 만나는 점을 각각 E, F라 하자.

반비례 관계 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프와 직선 $y=6$

이 만나는 점 A의 좌표가 $\left(\frac{a}{6}, 6\right)$ 이므로

$$\overline{EA} = \frac{a}{6}$$

반비례 관계 $y = -\frac{2a}{x}$ 의 그래프와 직선 $y=6$ 이 만나는 점 B의 좌표가 $\left(-\frac{a}{3}, 6\right)$ 이므로

$$\overline{BE} = \frac{a}{3}$$

$$\therefore \overline{BA} = \overline{BE} + \overline{EA} = \frac{a}{3} + \frac{a}{6} = \frac{a}{2}$$

한편 $\triangle CDO$ 와 $\triangle ABO$ 에서

$\overline{BA} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\angle DCO = \angle BAO$ (동위각),

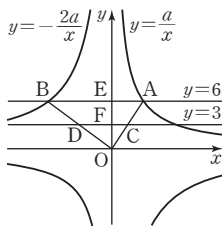
$\angle BOA$ 는 공통

$\therefore \triangle CDO \sim \triangle ABO$ (AA 닮음)

이때 $\triangle CDO$ 와 $\triangle ABO$ 의 닮음비가

$$\overline{OC} : \overline{OA} = \overline{OF} : \overline{OE} = 3 : 6 = 1 : 2 \text{이므로}$$

넓이의 비는 $1^2 : 2^2 = 1 : 4$



$$\therefore \square ABDC = \triangle ABO - \triangle CDO = \triangle ABO - \frac{1}{4}\triangle ABO$$

$$= \frac{3}{4}\triangle ABO = \frac{3}{4} \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{a}{2} \times 6\right) = \frac{9}{8}a$$

따라서 $\frac{9}{8}a = 27$ 이므로 $a = 24$

20 답 3:5

오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 직선 BH에 평행한 직선을 그어 세 직선 l, m, n 과 만나는 점을 각각 O, P, Q라 하면

$$\begin{aligned} \overline{AO} : \overline{OP} : \overline{PQ} &= \overline{BD} : \overline{DF} : \overline{FH} \\ &= 2 : 3 : 2 \end{aligned}$$

$$\therefore \overline{AO} : \overline{AP} : \overline{AQ} = 2 : (2+3) : (2+3+2) = 2 : 5 : 7$$

이때 $\overline{QH} = \overline{PF} = \overline{OD} = \overline{AB} = 5$ 이고,

$$\overline{GQ} = \overline{GH} - \overline{QH} = 19 - 5 = 14 \text{이므로}$$

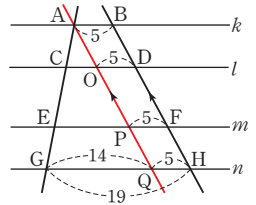
$$\overline{CO} : \overline{GQ} = \overline{AO} : \overline{AQ} \text{에서}$$

$$\overline{CO} : 14 = 2 : 7, 7\overline{CO} = 28 \quad \therefore \overline{CO} = 4$$

$$\text{또 } \overline{EP} : \overline{GQ} = \overline{AP} : \overline{AQ} \text{에서}$$

$$\overline{EP} : 14 = 5 : 7, 7\overline{EP} = 70 \quad \therefore \overline{EP} = 10$$

$$\begin{aligned} \therefore \overline{CD} : \overline{EF} &= (\overline{CO} + \overline{OD}) : (\overline{EP} + \overline{PF}) \\ &= (4+5) : (10+5) = 3 : 5 \end{aligned}$$



21 답 ②

$\overline{EB} = x$ cm라 하면 $\overline{AE} = (8-x)$ cm

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AE} : \overline{AB} = \overline{EP} : \overline{BC}$ 이므로

$$(8-x) : 8 = \overline{EP} : 12, 8\overline{EP} = 96 - 12x$$

$$\therefore \overline{EP} = 12 - \frac{3}{2}x(\text{cm})$$

또 $\overline{CF} : \overline{CD} = \overline{BE} : \overline{BA} = x : 8$ 이고,

$\triangle ACD$ 에서 $\overline{CF} : \overline{CD} = \overline{PF} : \overline{AD}$ 이므로

$$x : 8 = \overline{PF} : 10, 8\overline{PF} = 10x \quad \therefore \overline{PF} = \frac{5}{4}x(\text{cm})$$

이때 $\overline{EP} : \overline{PF} = 2 : 1$ 이므로

$$\left(12 - \frac{3}{2}x\right) : \frac{5}{4}x = 2 : 1, 12 - \frac{3}{2}x = \frac{5}{2}x$$

$$4x = 12 \quad \therefore x = 3$$

$$\therefore \overline{EB} = 3 \text{ cm}$$

22 답 ②

오른쪽 그림과 같이 $\overline{PQ}$ 의 연장선과 $\overline{AB}$ 가 만나는 점을 E라 하면

$$\overline{BP} = \frac{2}{7}\overline{BD} \text{에서 } \overline{BP} : \overline{BD} = 2 : 7$$

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BP} : \overline{BD} = \overline{EP} : \overline{AD}$ 이므로

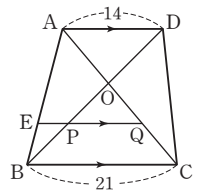
$$2 : 7 = \overline{EP} : 14, 7\overline{EP} = 28 \quad \therefore \overline{EP} = 4$$

이때 $\overline{AE} : \overline{AB} = \overline{DP} : \overline{DB} = (7-2) : 7 = 5 : 7$ 이고,

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AE} : \overline{AB} = \overline{EQ} : \overline{BC}$ 이므로

$$5 : 7 = \overline{EQ} : 21, 7\overline{EQ} = 105 \quad \therefore \overline{EQ} = 15$$

$$\therefore \overline{PQ} = \overline{EQ} - \overline{EP} = 15 - 4 = 11$$



23 답 $\frac{45}{2}$

$\overline{BR} : \overline{BA} = 2 : (2+3+1) = 1 : 3$ 이고,
 $\triangle ABD$ 에서 $\overline{RG} : \overline{AD} = \overline{BR} : \overline{BA}$ 이므로
 $\overline{RG} : 9 = 1 : 3, 3\overline{RG} = 9 \quad \therefore \overline{RG} = 3$
 $\therefore \overline{GS} = \overline{RS} - \overline{RG} = 15 - 3 = 12$
 $\overline{DG} : \overline{DB} = \overline{AR} : \overline{AB} = (1+3) : (1+3+2) = 2 : 3$ 이고,
 $\triangle DBC$ 에서 $\overline{DG} : \overline{DB} = \overline{GS} : \overline{BC}$ 이므로
 $2 : 3 = 12 : y, 2y = 36 \quad \therefore y = 18$
 또 $\overline{AP} : \overline{AB} = 1 : (1+3+2) = 1 : 6$ 이고,
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AP} : \overline{AB} = \overline{PE} : \overline{BC}$ 이므로
 $1 : 6 = \overline{PE} : 18, 6\overline{PE} = 18 \quad \therefore \overline{PE} = 3$
 $\overline{BP} : \overline{BA} = (2+3) : (2+3+1) = 5 : 6$ 이고,
 $\triangle ABD$ 에서 $\overline{BP} : \overline{BA} = \overline{PF} : \overline{AD}$ 이므로
 $5 : 6 = \overline{PF} : 9, 6\overline{PF} = 45 \quad \therefore \overline{PF} = \frac{15}{2}$
 $\therefore x = \overline{PF} - \overline{PE} = \frac{15}{2} - 3 = \frac{9}{2}$
 $\therefore x + y = \frac{9}{2} + 18 = \frac{45}{2}$

24 답 36 cm^2

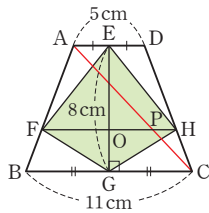
$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이고, $\overline{AF} : \overline{FB} = \overline{DH} : \overline{HC} = 2 : 1$ 이므로
 $\overline{AD} \parallel \overline{FH} \parallel \overline{BC}$
 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 그어 $\overline{FH}$ 와 만나는 점을 P라 하면
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AF} : \overline{AB} = \overline{FP} : \overline{BC}$ 이므로
 $2 : (2+1) = \overline{FP} : 11, 3\overline{FP} = 22$
 $\therefore \overline{FP} = \frac{22}{3} (\text{cm})$
 $\triangle ACD$ 에서 $\overline{CH} : \overline{CD} = \overline{PH} : \overline{AD}$ 이므로
 $1 : (1+2) = \overline{PH} : 5, 3\overline{PH} = 5 \quad \therefore \overline{PH} = \frac{5}{3} (\text{cm})$
 $\therefore \overline{FH} = \overline{FP} + \overline{PH} = \frac{22}{3} + \frac{5}{3} = 9 (\text{cm})$
 $\therefore \square EFGH = \triangle EFH + \triangle GHF$

$$= \frac{1}{2} \times \overline{FH} \times \overline{EO} + \frac{1}{2} \times \overline{FH} \times \overline{GO}$$

$$= \frac{1}{2} \times \overline{FH} \times (\overline{EO} + \overline{GO}) \quad \begin{matrix} \perp \overline{FH} \parallel \overline{BC} \text{이므로} \\ \angle EOH = \angle EGC = 90^\circ (\text{동위각}) \end{matrix}$$

$$= \frac{1}{2} \times \overline{FH} \times \overline{EG}$$

$$= \frac{1}{2} \times 9 \times 8 = 36 (\text{cm}^2)$$



25 답 4

$\triangle ABP \sim \triangle DCP$ (AA 답음)이므로
 $\overline{BP} : \overline{CP} = \overline{AB} : \overline{DC} = 12 : 6 = 2 : 1$
 $\triangle BDC$ 에서 $\overline{BQ} : \overline{QD} = \overline{BP} : \overline{PC} = 2 : 1$ 이고, $\overline{BN} = \overline{NQ}$ 이므로
 $\overline{BN} : \overline{NQ} : \overline{QD} = 1 : 1 : 1$
 또 $\triangle ABD$ 에서 $\overline{AP} : \overline{PD} = \overline{BQ} : \overline{QD} = 2 : 1$ 이고, $\overline{AM} = \overline{MP}$ 이므로
 $\overline{AM} : \overline{MP} : \overline{PD} = 1 : 1 : 1$
 $\therefore \overline{AB} \parallel \overline{MN} \parallel \overline{PQ}$

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{DN} : \overline{DB} = \overline{MN} : \overline{AB}$ 이므로
 $(1+1) : (1+1+1) = \overline{MN} : 12$
 $3\overline{MN} = 24 \quad \therefore \overline{MN} = 8$
 또 $\triangle MND$ 에서 $\overline{DQ} : \overline{DN} = \overline{PQ} : \overline{MN}$ 이므로
 $1 : (1+1) = \overline{PQ} : 8, 2\overline{PQ} = 8 \quad \therefore \overline{PQ} = 4$
 $\therefore \overline{MN} - \overline{PQ} = 8 - 4 = 4$

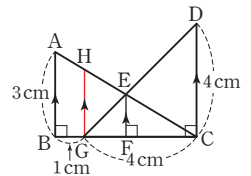
26 답 $\frac{3}{2} \text{ cm}$

동위각의 크기가 90° 로 같으므로
 $\overline{AB} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{DC}$
 $\overline{EF} = x \text{ cm}$ 라 하면
 $\triangle GCD$ 에서 $\overline{GF} : \overline{GC} = \overline{EF} : \overline{DC}$ 이므로
 $\overline{GF} : 4 = x : 4, 4\overline{GF} = 4x \quad \therefore \overline{GF} = x (\text{cm})$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{EF} : \overline{AB} = \overline{CF} : \overline{CB}$ 이므로
 $x : 3 = (4-x) : (4+1), 5x = 12 - 3x$
 $8x = 12 \quad \therefore x = \frac{3}{2}$
 $\therefore \overline{EF} = \frac{3}{2} \text{ cm}$

다른 풀이

오른쪽 그림과 같이 점 G를 지나고 $\overline{AB}$ 에 평행한 직선을 그어 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 H라 하자.

$\triangle CAB$ 에서 $\overline{AB} \parallel \overline{HG}$ 이므로
 $\overline{CG} : \overline{CB} = \overline{HG} : \overline{AB}$
 $4 : (4+1) = \overline{HG} : 3, 5\overline{HG} = 12 \quad \therefore \overline{HG} = \frac{12}{5} (\text{cm})$
 이때 $\triangle HGE \sim \triangle CDE$ (AA 답음)이므로
 $\overline{GE} : \overline{DE} = \overline{HG} : \overline{CD} = \frac{12}{5} : 4 = 3 : 5$
 $\triangle GCD$ 에서 $\overline{EF} \parallel \overline{DC}$ 이므로
 $\overline{GE} : \overline{GD} = \overline{EF} : \overline{DC}$
 $3 : (3+5) = \overline{EF} : 4, 8\overline{EF} = 12 \quad \therefore \overline{EF} = \frac{3}{2} (\text{cm})$



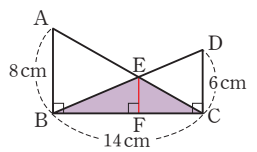
27 답 24 cm^2

오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 F라 하면 동위각의 크기가 90° 로 같으므로
 $\overline{AB} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{DC}$

이때 $\triangle ABE \sim \triangle CDE$ (AA 답음)이므로
 $\overline{BE} : \overline{DE} = \overline{AB} : \overline{CD} = 8 : 6 = 4 : 3$
 $\triangle BCD$ 에서 $\overline{BE} : \overline{BD} = \overline{EF} : \overline{DC}$ 이므로
 $4 : (4+3) = \overline{EF} : 6, 7\overline{EF} = 24 \quad \therefore \overline{EF} = \frac{24}{7} (\text{cm})$
 $\therefore \triangle EBC = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{EF} = \frac{1}{2} \times 14 \times \frac{24}{7} = 24 (\text{cm}^2)$

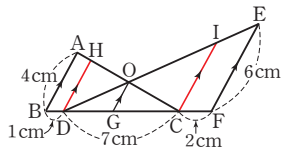
다른 풀이

$\overline{AE} : \overline{CE} = \overline{AB} : \overline{CD} = 8 : 6 = 4 : 3$ 이므로
 $\triangle ABE : \triangle EBC = \overline{AE} : \overline{EC} = 4 : 3$
 $\therefore \triangle EBC = \frac{3}{7} \triangle ABC = \frac{3}{7} \times \left(\frac{1}{2} \times 14 \times 8 \right) = 24 (\text{cm}^2)$



28 답 2cm

오른쪽 그림과 같이 점 D, C를 지나고 $\overline{OG}$ 에 평행한 직선을 그어 $\overline{AC}$, $\overline{DE}$ 와 만나는 점을 각각 H, I라 하자.



$\triangle DFE$ 에서 $\overline{IC} \parallel \overline{EF}$ 이므로

$$\overline{DC} : \overline{DF} = \overline{IC} : \overline{EF}$$

$$7 : (7+2) = \overline{IC} : 6, 9\overline{IC} = 42 \quad \therefore \overline{IC} = \frac{14}{3}(\text{cm})$$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} \parallel \overline{HD}$ 이므로 $\overline{CD} : \overline{CB} = \overline{HD} : \overline{AB}$

$$7 : (7+1) = \overline{HD} : 4, 8\overline{HD} = 28 \quad \therefore \overline{HD} = \frac{7}{2}(\text{cm}) \quad \dots\dots ①$$

이때 $\triangle HDO \sim \triangle CIO$ (AA 닮음)이므로

$$\overline{DO} : \overline{IO} = \overline{HD} : \overline{CI} = \frac{7}{2} : \frac{14}{3} = 3 : 4 \quad \dots\dots ②$$

$\triangle DCI$ 에서 $\overline{OG} \parallel \overline{IC}$ 이므로 $\overline{DO} : \overline{DI} = \overline{OG} : \overline{IC}$

$$3 : (3+4) = \overline{OG} : \frac{14}{3}, 7\overline{OG} = 14 \quad \therefore \overline{OG} = 2(\text{cm}) \quad \dots\dots ③$$

채점 기준

① $\overline{IC}$, $\overline{HD}$ 의 길이 구하기	40%
② $\overline{DO} : \overline{IO}$ 구하기	30%
③ $\overline{OG}$ 의 길이 구하기	30%

STEP 3 최고난도 문제

▶ 69쪽

01 12cm 02 $\frac{3}{2}$ 03 3:1 04 230 05 320

01 답 12cm

$\angle ABD = \angle EDF = \angle GFH = 60^\circ$ 이므로

$$\overline{AB} \parallel \overline{ED} \parallel \overline{GF}$$

이때 $\overline{BD} = \overline{AB} = 9\text{cm}$ 이므로

$$\overline{CD} = \overline{BC} - \overline{BD} = 27 - 9 = 18(\text{cm})$$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{CB} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{ED}$ 이므로

$$27 : 18 = 9 : \overline{ED}, 27\overline{ED} = 162 \quad \therefore \overline{ED} = 6(\text{cm})$$

즉, $\overline{DF} = \overline{ED} = 6\text{cm}$ 이므로

$$\overline{CF} = \overline{CD} - \overline{DF} = 18 - 6 = 12(\text{cm})$$

$\triangle CED$ 에서 $\overline{CD} : \overline{CF} = \overline{ED} : \overline{GF}$ 이므로

$$18 : 12 = 6 : \overline{GF}, 18\overline{GF} = 72 \quad \therefore \overline{GF} = 4(\text{cm})$$

$$\therefore (\triangle GFH \text{의 둘레의 길이}) = 3 \times 4 = 12(\text{cm})$$

02 답 $\frac{3}{2}$

오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나고 $\overline{BE}$ 에 평행한 직선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 G라 하면

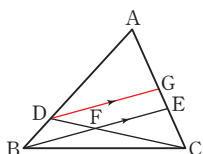
$\triangle ABE$ 에서 $\overline{DG} \parallel \overline{BE}$ 이므로

$$\overline{AG} : \overline{GE} = \overline{AD} : \overline{DB} = 3 : 1$$

이때 $\overline{GE} = k$ 라 하면

$$\overline{AG} = 3k, \overline{AE} = 4k \text{이고}, \overline{AE} : \overline{EC} = 2 : 1 \text{이므로}$$

$$\overline{EC} = \frac{1}{2}\overline{AE} = \frac{1}{2} \times 4k = 2k$$



$\triangle CGD$ 에서 $\overline{DG} \parallel \overline{FE}$ 이므로

$$\overline{DF} : \overline{FC} = \overline{GE} : \overline{EC} = k : 2k = 1 : 2 \quad \therefore \frac{\overline{DF}}{\overline{FC}} = \frac{1}{2} \quad \dots\dots ㉠$$

또 점 E를 지나고 $\overline{CD}$ 에 평행한 직선이 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 H라 하면

$\triangle ADC$ 에서 $\overline{HE} \parallel \overline{DC}$ 이므로

$$\overline{AH} : \overline{HD} = \overline{AE} : \overline{EC} = 2 : 1$$

이때 $\overline{HD} = m$ 이라 하면

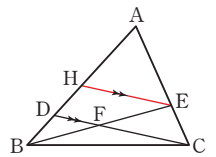
$$\overline{AH} = 2m, \overline{AD} = 3m \text{이고}, \overline{AD} : \overline{DB} = 3 : 1 \text{이므로}$$

$$\overline{DB} = \frac{1}{3}\overline{AD} = \frac{1}{3} \times 3m = m$$

$\triangle BEH$ 에서 $\overline{DF} \parallel \overline{HE}$ 이므로

$$\overline{BF} : \overline{FE} = \overline{BD} : \overline{DH} = m : m = 1 : 1 \quad \therefore \frac{\overline{BF}}{\overline{FE}} = 1 \quad \dots\dots ㉡$$

$$\text{㉠, ㉡에서 } \frac{\overline{DF}}{\overline{FC}} + \frac{\overline{BF}}{\overline{FE}} = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$



03 답 3:1

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이므로

$$\overline{BE} : \overline{CE} = \overline{AB} : \overline{AC} = 10 : 14 = 5 : 7$$

$$\therefore \overline{BE} = \frac{5}{12}\overline{BC} = \frac{5}{12} \times 12 = 5 \quad \dots\dots ①$$

$\triangle ABE$ 와 $\triangle EBD$ 에서 $\angle B$ 는 공통 $\dots\dots ㉠$

$\triangle AEC$ 에서 $\angle AEB = \angle EAC + \angle ACE$ 이고,

$\angle AEB = \angle AED + \angle BED$ 이므로

$$\angle EAC + \angle ACE = \angle AED + \angle BED$$

이때 $\angle ACE = \angle AED$ 이므로 $\angle EAC = \angle BED$

$$\therefore \angle BAE = \angle EAC = \angle BED \quad \dots\dots ㉡$$

㉠, ㉡에서 $\triangle ABE \sim \triangle EBD$ (AA 닮음)

즉, $\overline{AB} : \overline{EB} = \overline{EB} : \overline{DB}$ 이므로

$$10 : 5 = 5 : \overline{DB}, 10\overline{DB} = 25 \quad \therefore \overline{DB} = \frac{5}{2} \quad \dots\dots ②$$

$$\therefore \overline{AD} = \overline{AB} - \overline{DB} = 10 - \frac{5}{2} = \frac{15}{2} \quad \dots\dots ③$$

$$\therefore \overline{AD} : \overline{DB} = \frac{15}{2} : \frac{5}{2} = 3 : 1 \quad \dots\dots ④$$

채점 기준

① $\overline{BE}$ 의 길이 구하기	30%
② $\overline{DB}$ 의 길이 구하기	40%
③ $\overline{AD}$ 의 길이 구하기	20%
④ $\overline{AD} : \overline{DB}$ 구하기	10%

04 답 230

(i) 오른쪽 그림과 같이 주어진 조형물에서 오른쪽 위로 향하는 다리만 생각해 보자.

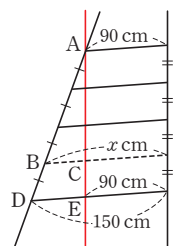
점 A를 지나고 오른쪽 기둥에 평행한 직선을 그으면 $\triangle ADE$ 에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 이므로

$$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DE}$$

$$3 : 4 = \overline{BC} : (150 - 90)$$

$$4\overline{BC} = 180 \quad \therefore \overline{BC} = 45(\text{cm})$$

$$\therefore x = 45 + 90 = 135$$



(ii) 오른쪽 그림과 같이 주어진 조형물에서 오른쪽 아래로 향하는 다리만 생각해 보자.

점 F를 지나고 오른쪽 기둥에 평행한 직선을

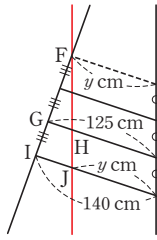
그으면 $\triangle FIJ$ 에서 $\overline{GH} \parallel \overline{IJ}$ 이므로

$$\overline{FG} : \overline{FI} = \overline{GH} : \overline{IJ}$$

$$2 : 3 = (125 - y) : (140 - y)$$

$$375 - 3y = 280 - 2y \quad \therefore y = 95$$

(i), (ii)에서 $x + y = 135 + 95 = 230$



05 답 320

$\triangle ACD$ 에서 $\overline{AD} \parallel \overline{EF}$ 이므로

$$\overline{CD} : \overline{CF} = \overline{AD} : \overline{EF} = 4 : 3$$

$$\therefore \overline{CF} : \overline{FD} = 3 : (4 - 3) = 3 : 1$$

..... ㉠

$\triangle DBC$ 에서 $\overline{EF} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{EF} : \overline{BC} = \overline{DF} : \overline{DC} = 1 : (1 + 3) = 1 : 4$$

즉, $3 : \overline{BC} = 1 : 4$ 이므로

$$\overline{BC} = 12$$

한편 $\triangle EGF \sim \triangle CGB$ (AA 닮음)이므로

$$\overline{FG} : \overline{BG} = \overline{EG} : \overline{CG} = \overline{EF} : \overline{CB} = 3 : 12 = 1 : 4 \quad \text{..... ㉡}$$

또 $\triangle AED \sim \triangle CEB$ (AA 닮음)이므로

$$\overline{AD} : \overline{CB} = \overline{DE} : \overline{BE} = 4 : 12 = 1 : 3 \quad \text{..... ㉢}$$

이때 $\triangle EGF$ 의 넓이를 S 라 하면

㉠에서

$$\triangle EBG = 4\triangle EGF = 4S, \triangle FGC = 4\triangle EGF = 4S$$

㉡에서

$$\begin{aligned} \triangle DEF &= \frac{1}{3}\triangle ECF = \frac{1}{3}(\triangle EGF + \triangle FGC) \\ &= \frac{1}{3} \times (S + 4S) = \frac{5}{3}S \end{aligned}$$

$$\therefore \triangle ABE = \triangle ABD - \triangle AED = \triangle ACD - \triangle AED$$

$$= \triangle DEC = \triangle DEF + \triangle EGF + \triangle FGC$$

$$= \frac{5}{3}S + S + 4S = \frac{20}{3}S$$

㉢에서 $\triangle EGF$ 와 $\triangle CGB$ 의 닮음비가 $1 : 4$ 이므로

$$\text{넓이의 비는 } 1^2 : 4^2 = 1 : 16$$

$$\therefore \triangle CGB = 16\triangle EGF = 16S$$

㉢에서 $\triangle AED$ 와 $\triangle CEB$ 의 닮음비가 $1 : 3$ 이므로

$$\text{넓이의 비는 } 1^2 : 3^2 = 1 : 9$$

$$\therefore \triangle AED = \frac{1}{9}\triangle CEB = \frac{1}{9}(\triangle EBG + \triangle CGB)$$

$$= \frac{1}{9} \times (4S + 16S) = \frac{20}{9}S$$

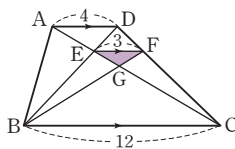
따라서 사다리꼴 $ABCD$ 의 넓이는

$$\begin{aligned} &\triangle ABE + \triangle EBG + \triangle CGB + \triangle FGC + \triangle EGF \\ &\quad + \triangle DEF + \triangle AED \end{aligned}$$

$$= \frac{20}{3}S + 4S + 16S + 4S + S + \frac{5}{3}S + \frac{20}{9}S = \frac{320}{9}S$$

$$\text{즉, } k = \frac{320}{9} \text{이므로}$$

$$9k = 9 \times \frac{320}{9} = 320$$



07 삼각형의 무게중심

STEP 1 핵심 문제

▶ 70~71쪽

- 01 3 cm 02 8 cm 03 10 cm 04 12 cm 05 5 06 ③
07 ③ 08 18 09 ② 10 3 cm² 11 ⑤ 12 48 cm²

01 답 3 cm

$\triangle EBC$ 에서 $\overline{BD} = \overline{DC}$, $\overline{FD} \parallel \overline{EC}$ 이므로

$$\overline{FD} = \frac{1}{2}\overline{EC} = \frac{1}{2} \times 4 = 2(\text{cm}) \quad \text{..... ①}$$

$\triangle AFD$ 에서 $\overline{AG} = \overline{GD}$, $\overline{EG} \parallel \overline{FD}$ 이므로

$$\overline{EG} = \frac{1}{2}\overline{FD} = \frac{1}{2} \times 2 = 1(\text{cm}) \quad \text{..... ②}$$

$$\therefore \overline{GC} = \overline{EC} - \overline{EG} = 4 - 1 = 3(\text{cm}) \quad \text{..... ③}$$

채점 기준

① FD의 길이 구하기	40 %
② EG의 길이 구하기	40 %
③ GC의 길이 구하기	20 %

02 답 8 cm

오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 $\overline{BC}$ 에 평행한 직선을 그어 $\overline{DE}$ 와 만나는 점을 G라 하자.

$\triangle AFG$ 와 $\triangle CFE$ 에서

$$\angle AFG = \angle CFE \text{ (맞꼭지각)},$$

$$\overline{AF} = \overline{CF}, \angle GAF = \angle ECF \text{ (엇각)이므로}$$

$$\triangle AFG \cong \triangle CFE \text{ (ASA 합동)}$$

$$\therefore \overline{GA} = \overline{EC}$$

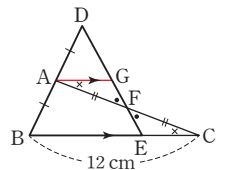
$\triangle DBE$ 에서 $\overline{DA} = \overline{AB}$, $\overline{AG} \parallel \overline{BE}$ 이므로

$$\overline{BE} = 2\overline{AG} = 2\overline{CE}$$

이때 $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 2\overline{EC} + \overline{EC} = 3\overline{EC}$ 이므로

$$3\overline{EC} = 12 \quad \therefore \overline{EC} = 4(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{BE} = 2\overline{EC} = 2 \times 4 = 8(\text{cm})$$



03 답 10 cm

($\triangle DEF$ 의 둘레의 길이) = $\overline{DE} + \overline{EF} + \overline{FD}$

$$= \frac{1}{2}\overline{AC} + \frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{BC}$$

$$= \frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{AB} + \overline{BC})$$

$$= \frac{1}{2} \times (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이})$$

$$= \frac{1}{2} \times 20 = 10(\text{cm})$$

개념 NOTE

삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분은 나머지 한 변과 평행하고, 그 길이는 나머지 한 변의 길이의 $\frac{1}{2}$ 이다.

04 답 12 cm

△ABC와 △ACD에서

$$\overline{EF} = \overline{HG} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 16 = 8(\text{cm})$$

△ABD와 △BCD에서

$$\overline{EH} = \overline{FG} = \frac{1}{2} \overline{BD}$$

이때 (□EFGH의 둘레의 길이) = $\overline{EF} + \overline{FG} + \overline{GH} + \overline{HE}$ 이므로

$$28 = 8 + \frac{1}{2} \overline{BD} + 8 + \frac{1}{2} \overline{BD}, \quad 28 = 16 + \overline{BD}$$

$$\therefore \overline{BD} = 12(\text{cm})$$

05 답 5

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{DN} = \overline{NC}$ 이므로

$\overline{AD} \parallel \overline{MN} \parallel \overline{BC}$

..... ①

△ABD에서 $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{AD} \parallel \overline{MP}$ 이므로

$$\overline{MP} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \overline{MQ} = \overline{MP} + \overline{PQ} = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2}$$

..... ②

△ABC에서 $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{MQ} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{BC} = 2\overline{MQ} = 2 \times \frac{5}{2} = 5$$

..... ③

채점 기준

① $\overline{AD} \parallel \overline{MN} \parallel \overline{BC}$ 임을 알기

20 %

② $\overline{MQ}$ 의 길이 구하기

50 %

③ $\overline{BC}$ 의 길이 구하기

30 %

개념 NOTE

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AN}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 R라 하면

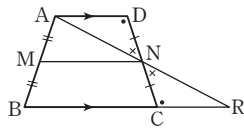
△AND ≌ △RNC (ASA 합동)이므로

$$\overline{AN} = \overline{RN}$$

따라서 △ABR에서 $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{AN} = \overline{NR}$ 이므로

$$\overline{MN} \parallel \overline{BR}$$

$$\therefore \overline{AD} \parallel \overline{MN} \parallel \overline{BC}$$



06 답 ③

△ABE = △EBF = △FBD이므로

$$\triangle ABC = 2\triangle ABD = 2 \times 3\triangle EBF$$

$$= 6\triangle EBF = 6 \times 4 = 24(\text{cm}^2)$$

07 답 ③

$\overline{CD}$ 는 △ABC의 중선이고, 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 점 D는 직각삼각형 ABC의 외심이다.

$$\therefore \overline{CD} = \overline{AD} = \overline{BD} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm})$$

점 G는 △ABC의 무게중심이므로

$$\overline{CG} = \frac{2}{3} \overline{CD} = \frac{2}{3} \times 6 = 4(\text{cm})$$

08 답 18

점 G'은 △GBC의 무게중심이므로

$$\overline{GD} = \frac{3}{2} \overline{GG'} = \frac{3}{2} \times 4 = 6$$

점 G는 △ABC의 무게중심이므로

$$\overline{AD} = 3\overline{GD} = 3 \times 6 = 18$$

09 답 ②

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BG}$ 의 연장선과 $\overline{AC}$ 의 교점을 E라 하자.

점 G는 △ABC의 무게중심이므로

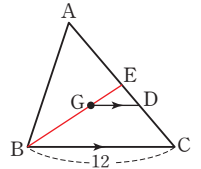
$$\overline{BG} : \overline{GE} = 2 : 1$$

△EBC에서 $\overline{GD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{GD} : \overline{BC} = \overline{EG} : \overline{EB} = 1 : (1+2) = 1 : 3$$

즉, $\overline{GD} : 12 = 1 : 3$ 이므로

$$3\overline{GD} = 12 \quad \therefore \overline{GD} = 4$$



10 답 3 cm²

△BDE에서 $\overline{BG} : \overline{GE} = 2 : 1$ 이므로

△GBD : △GDE = 2 : 1

$$\therefore \triangle GDE = \frac{1}{2} \triangle GBD = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \triangle ABC$$

$$= \frac{1}{12} \triangle ABC = \frac{1}{12} \times 36 = 3(\text{cm}^2)$$

11 답 ⑤

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 긋고, $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$

의 교점을 O라 하면 두 점 P, Q는 각각

△ABC, △ACD의 무게중심이다.

즉, $\overline{BO} = 3\overline{PO}$, $\overline{OD} = 3\overline{OQ}$ 이므로

$$\overline{BD} = \overline{BO} + \overline{OD} = 3\overline{PO} + 3\overline{OQ}$$

$$= 3(\overline{PO} + \overline{OQ}) = 3\overline{PQ}$$

$$= 3 \times 6 = 18$$

△BCD에서 $\overline{BM} = \overline{MC}$, $\overline{DN} = \overline{NC}$ 이므로

$$\overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{BD} = \frac{1}{2} \times 18 = 9$$

다른 풀이

△BCD에서 $\overline{BM} = \overline{MC}$, $\overline{DN} = \overline{NC}$ 이므로

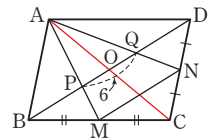
$$\overline{BD} \parallel \overline{MN}$$

따라서 △AMN에서 $\overline{PQ} \parallel \overline{MN}$ 이므로

$$\overline{PQ} : \overline{MN} = \overline{AP} : \overline{AM} = 2 : 3$$

즉, $6 : \overline{MN} = 2 : 3$ 이므로

$$2\overline{MN} = 18 \quad \therefore \overline{MN} = 9$$



12 답 48 cm²

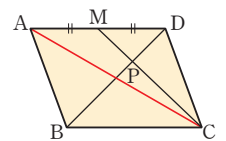
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 그으면 점 P는

△ACD의 무게중심이므로

$$\square ABCD = 2\triangle ACD = 2 \times 6\triangle MPD$$

$$= 12\triangle MPD = 12 \times 4$$

$$= 48(\text{cm}^2)$$



- 01 ③ 02 ④ 03 3 cm 04 ② 05 ③ 06 ③
 07 48 cm² 08 1 cm² 09 7 cm 10 ② 11 3 cm
 12 8 cm 13 $\frac{27}{7}$ cm² 14 $\frac{5}{2}$ 15 ②
 16 64π cm² 17 20π cm 18 $\frac{10}{3}$ cm
 19 ③ 20 10 cm 21 14 22 7 23 ④ 24 ⑤
 25 36 cm² 26 4 cm² 27 4 cm² 28 46 29 ④
 30 $\frac{8}{3}$ cm²

01 답 ③

△ACD에서 $\overline{AM}=\overline{MD}$, $\overline{AP}=\overline{PC}$ 이므로
 $\overline{MP} \parallel \overline{DC}$

∴ $\angle APM = \angle ACD = 40^\circ$ (동위각)

△ABC에서 $\overline{AP}=\overline{PC}$, $\overline{BN}=\overline{NC}$ 이므로
 $\overline{AB} \parallel \overline{PN}$

∴ $\angle NPC = \angle BAC = 78^\circ$ (동위각)

∴ $\angle APN = 180^\circ - \angle NPC = 180^\circ - 78^\circ = 102^\circ$

이때 □ABCD는 등변사다리꼴이므로 $\overline{AB}=\overline{DC}$ 이고,

$\overline{PN}=\frac{1}{2}\overline{AB}$, $\overline{MP}=\frac{1}{2}\overline{DC}$ 이므로 △MNP는 $\overline{MP}=\overline{PN}$ 인 이등변 삼각형이다.

$$\begin{aligned} \therefore \angle PMN &= \frac{1}{2} \times \{180^\circ - (\angle APM + \angle APN)\} \\ &= \frac{1}{2} \times \{180^\circ - (40^\circ + 102^\circ)\} \\ &= 19^\circ \end{aligned}$$

02 답 ④

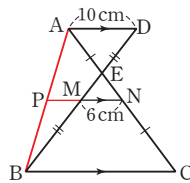
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$ 와 $\overline{MN}$ 의 연장선의 교점을 P라 하면

△ABD에서 $\overline{DM}=\overline{MB}$, $\overline{AD} \parallel \overline{PM}$ 이므로

$$\overline{PM} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{PN} = \overline{PM} + \overline{MN} = 5 + 6 = 11(\text{cm})$$

△ABC에서 $\overline{AN}=\overline{NC}$, $\overline{PN} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{BC} = 2\overline{PN} = 2 \times 11 = 22(\text{cm})$



03 답 3 cm

△ABF에서 $\overline{AD}=\overline{DB}$, $\overline{AE}=\overline{EF}$ 이므로
 $\overline{DE} \parallel \overline{BF}$

$\overline{GF} = x$ cm라 하면

△DCE에서 $\overline{CF}=\overline{FE}$, $\overline{DE} \parallel \overline{GF}$ 이므로

$$\overline{DE} = 2\overline{GF} = 2x(\text{cm})$$

△ABF에서 $\overline{BF} = 2\overline{DE}$ 이므로

$$9 + x = 2 \times 2x, 3x = 9 \quad \therefore x = 3$$

$$\therefore \overline{GF} = 3 \text{ cm}$$

04 답 ②

오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나고 $\overline{BC}$ 에 평행한 직선을 그어 $\overline{AF}$ 와 만나는 점을 G라 하자.

△DEG ≌ △CEF (ASA 합동)이므로

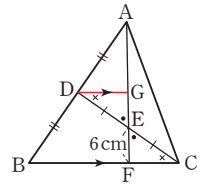
$$\overline{GE} = \overline{FE} = 6 \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{GF} = \overline{GE} + \overline{EF} = 6 + 6 = 12(\text{cm})$$

△ABF에서 $\overline{AD}=\overline{DB}$, $\overline{DG} \parallel \overline{BF}$ 이므로

$$\overline{AG} = \overline{GF} = 12 \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{AE} = \overline{AG} + \overline{GE} = 12 + 6 = 18(\text{cm})$$



05 답 ③

$\overline{AF} : \overline{FB} = 1 : 2$ 이므로 △AFC : △FBC = 1 : 2

$$\therefore \triangle AFC = \frac{1}{3}\triangle ABC = \frac{1}{3} \times 24 = 8(\text{cm}^2)$$

△BCF에서 $\overline{BD}=\overline{DF}$, $\overline{DE} \parallel \overline{FC}$ 이므로 $\overline{BE}=\overline{EC}$

△BGA에서 $\overline{FE} \parallel \overline{AG}$ 이므로

$$\overline{BE} : \overline{EG} = \overline{BF} : \overline{FA} = 2 : 1$$

$$\therefore \overline{EG} = \overline{GC}$$

△CFE에서 $\overline{CG}=\overline{GE}$, $\overline{FE} \parallel \overline{HG}$ 이므로 $\overline{CH}=\overline{HF}$

$$\therefore \triangle AHC = \frac{1}{2}\triangle AFC = \frac{1}{2} \times 8 = 4(\text{cm}^2)$$

06 답 ③

$$\overline{DF} = \frac{1}{2}\overline{BC} \text{이므로 } \overline{DF} = \overline{BE} = \overline{EC}$$

$$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{AC} \text{이므로 } \overline{DE} = \overline{AF} = \overline{FC}$$

$$\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{AB} \text{이므로 } \overline{EF} = \overline{AD} = \overline{DB}$$

따라서 △ADF ≌ △DBE ≌ △FEC ≌ △EFD (SSS 합동)이므로

$$\triangle ADF = \triangle DBE = \triangle FEC = \triangle EFD$$

$$\therefore \triangle DEF = \frac{1}{4}\triangle ABC = \frac{1}{4} \times 36 = 9(\text{cm}^2)$$

07 답 48 cm²

마름모의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 직사각형이므로 □EFGH는 직사각형이다.

$$\triangle ABD \text{에서 } \overline{EH} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm})$$

$$\triangle ABC \text{에서 } \overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 16 = 8(\text{cm})$$

$$\therefore \square EFGH = 6 \times 8 = 48(\text{cm}^2)$$

참고 $\overline{AE}=\overline{EB}$, $\overline{BF}=\overline{FC}$, $\overline{CG}=\overline{GD}$, $\overline{DH}=\overline{HA}$ 에서

$\overline{AC} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{HG}$, $\overline{BD} \parallel \overline{EH} \parallel \overline{FG}$ 이므로

□EFGH는 평행사변형이다.

이때 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이고, $\overline{EF} \parallel \overline{AC}$, $\overline{EH} \parallel \overline{BD}$ 이므로

$$\overline{EF} \perp \overline{EH}$$

즉, $\angle HEF = 90^\circ$ 이므로 □EFGH는 직사각형이다.

08 답 1 cm²

$\overline{AE} \parallel \overline{GC}$, $\overline{AE}=\overline{GC}$ 에서 □AECG는 평행사변형이므로

$$\overline{PS} \parallel \overline{QR}$$

$\overline{HD} \parallel \overline{BF}$, $\overline{HD} = \overline{BF}$ 에서 $\square H B F D$ 는 평행사변형이므로
 $\overline{PQ} \parallel \overline{SR}$

즉, $\square P Q R S$ 는 평행사변형이므로 $\overline{SR} = \overline{PQ}$
 $\triangle ABP$ 에서 $\overline{BE} = \overline{EA}$, $\overline{EQ} \parallel \overline{AP}$ 이므로 $\overline{BQ} = \overline{QP}$
 $\triangle DRC$ 에서 $\overline{DG} = \overline{GC}$, $\overline{SG} \parallel \overline{RC}$ 이므로 $\overline{DS} = \overline{SR}$
 $\therefore \overline{BQ} = \overline{QP} = \overline{RS} = \overline{SD} \quad \dots\dots \textcircled{1}$

또 $\triangle ASD$ 에서 $\overline{AH} = \overline{HD}$, $\overline{PH} \parallel \overline{SD}$ 이므로
 $\overline{PH} = \frac{1}{2} \overline{SD} \quad \dots\dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에서 $\overline{BQ} : \overline{QP} : \overline{PH} = \overline{SD} : \overline{SD} : \frac{1}{2} \overline{SD} = 2 : 2 : 1$

$\therefore \overline{BP} : \overline{PH} = (2+2) : 1 = 4 : 1$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle APH &= \frac{1}{5} \triangle ABH = \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} \triangle ABD \\ &= \frac{1}{10} \triangle ABD = \frac{1}{10} \times \frac{1}{2} \square ABCD \\ &= \frac{1}{20} \square ABCD = \frac{1}{20} \times 20 = 1(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

09 답 7 cm

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{DN} = \overline{NC}$ 이므로

$\overline{AD} \parallel \overline{MN} \parallel \overline{BC}$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{MQ} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{MQ} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 14 = 7(\text{cm})$$

이때 $\overline{MP} = \overline{PQ}$ 이므로

$$\overline{MP} = \frac{1}{2} \overline{MQ} = \frac{1}{2} \times 7 = \frac{7}{2}(\text{cm})$$

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{MP} \parallel \overline{AD}$ 이므로

$$\overline{AD} = 2 \overline{MP} = 2 \times \frac{7}{2} = 7(\text{cm})$$

10 idea 2

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선이 $\overline{MN}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 H, H'이라 하고, $\overline{AC}$ 를 그어 $\overline{MN}$ 과 만나는 점을 P라 하자.

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{DN} = \overline{NC}$ 이므로

$\overline{AD} \parallel \overline{MN} \parallel \overline{BC}$

$\triangle ABH'$ 에서 $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{MH} \parallel \overline{BH'}$ 이므로

$\overline{AH} = \overline{HH'}$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{MP} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{MP} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 6 = 3(\text{cm})$$

$\triangle ACD$ 에서 $\overline{DN} = \overline{NC}$, $\overline{AD} \parallel \overline{PN}$ 이므로

$$\overline{PN} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 2 = 1(\text{cm})$$

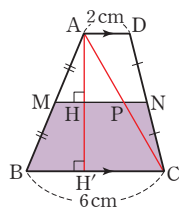
$$\therefore \overline{MN} = \overline{MP} + \overline{PN} = 3 + 1 = 4(\text{cm})$$

이때 $\overline{AH} = \overline{HH'} = h$ cm라 하면

$$\square AMND = \frac{1}{2} \times (2+4) \times h = 9 \text{이므로}$$

$$3h = 9 \quad \therefore h = 3$$

$$\therefore \square MBCN = \frac{1}{2} \times (4+6) \times 3 = 15(\text{cm}^2)$$



11 답 3 cm

$\triangle AFG$ 에서 $\overline{AD} = \overline{DF}$, $\overline{AE} = \overline{EG}$ 이므로

$$\overline{FG} = 2 \overline{DE} = 2 \times 3 = 6(\text{cm})$$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AF} = \overline{FB}$, $\overline{AG} = \overline{GC}$ 이므로
 $\overline{FG} \parallel \overline{BC}$

$$\therefore \overline{BC} = 2 \overline{FG} = 2 \times 6 = 12(\text{cm})$$

이때 $\overline{FG} \parallel \overline{BC}$, $\overline{FH} = \overline{HB}$, $\overline{GI} = \overline{IC}$ 이므로

$\overline{FG} \parallel \overline{HI} \parallel \overline{BC}$

$\triangle FBC$ 에서 $\overline{FH} = \overline{HB}$, $\overline{HQ} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{HQ} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm})$$

$\triangle FBG$ 에서 $\overline{FH} = \overline{HB}$, $\overline{FG} \parallel \overline{HP}$ 이므로

$$\overline{HP} = \frac{1}{2} \overline{FG} = \frac{1}{2} \times 6 = 3(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{PQ} = \overline{HQ} - \overline{HP} = 6 - 3 = 3(\text{cm})$$

12 답 8 cm

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{AP} : \overline{PD} = 3 : 2$ 이므로

$$\triangle ABP : \triangle PBD = 3 : 2$$

즉, $12 : \triangle PBD = 3 : 2$ 이므로

$$3 \triangle PBD = 24 \quad \therefore \triangle PBD = 8(\text{cm}^2)$$

$$\therefore \triangle ABD = \triangle ABP + \triangle PBD = 12 + 8 = 20(\text{cm}^2)$$

따라서 $\triangle ADC = \triangle ABD = 20 \text{ cm}^2$ 이고,

$$\overline{CD} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm}) \text{이므로}$$

$$\frac{1}{2} \times 5 \times \overline{AH} = 20 \quad \therefore \overline{AH} = 8(\text{cm})$$

13 답 $\frac{27}{7} \text{ cm}^2$

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 12 \times 9 = 54(\text{cm}^2)$$

이때 $\overline{BD}$ 는 $\triangle ABC$ 의 중선이므로

$$\triangle ABD = \frac{1}{2} \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 54 = 27(\text{cm}^2) \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

한편 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BE}$ 는 $\angle ABC$ 의 이등분선이므로

$$\overline{AE} : \overline{CE} = \overline{BA} : \overline{BC} = 9 : 12 = 3 : 4$$

$$\therefore \triangle ABE = \frac{3}{7} \triangle ABC = \frac{3}{7} \times 54 = \frac{162}{7}(\text{cm}^2) \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\therefore \triangle BDE = \triangle ABD - \triangle ABE$$

$$= 27 - \frac{162}{7} = \frac{27}{7}(\text{cm}^2) \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

채점 기준

① $\triangle ABD$ 의 넓이 구하기	40 %
② $\triangle ABE$ 의 넓이 구하기	40 %
③ $\triangle BDE$ 의 넓이 구하기	20 %

14 답 $\frac{5}{2}$

점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로 $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$

$$\therefore \overline{GD} = \frac{1}{3} \overline{AD} = \frac{1}{3} \times 15 = 5$$

또 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AF} = \overline{FB}$, $\overline{AE} = \overline{EC}$ 이므로

$\overline{FE} \parallel \overline{BC}$

△GHF와 △GDC에서

∠FGH = ∠CGD (맞꼭지각),

∠HFG = ∠DCG (엇각)이므로

△GHF ∽ △GDC (AA 닮음)

따라서 $\overline{FG} : \overline{CG} = \overline{HG} : \overline{DG}$ 이므로

점 G가 △ABC의 무게중심이므로 $\overline{FG} : \overline{CG} = 1 : 2$

$$1 : 2 = \overline{HG} : 5, 2\overline{HG} = 5 \quad \therefore \overline{HG} = \frac{5}{2}$$

15 답 ②

$\overline{GM}$ 은 △GBC의 중선이고, 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로
점 M은 직각삼각형 GBC의 외심이다.

$$\therefore \overline{GM} = \overline{BM} = \overline{CM} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 24 = 12(\text{cm})$$

이때 점 G'은 △GBC의 무게중심이므로

$$\overline{GG'} = \frac{2}{3}\overline{GM} = \frac{2}{3} \times 12 = 8(\text{cm})$$

또 점 G는 △ABC의 무게중심이므로

$$\overline{AG} = 2\overline{GM} = 2 \times 12 = 24(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AG'} = \overline{AG} + \overline{GG'} = 24 + 8 = 32(\text{cm})$$

16 답 $64\pi \text{ cm}^2$

원 O의 넓이가 $16\pi \text{ cm}^2$ 이므로

$$\pi \times \overline{OG}^2 = 16\pi \quad \therefore \overline{OG} = 4(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{GD} = 2\overline{OG} = 2 \times 4 = 8(\text{cm})$$

점 G는 △ABC의 무게중심이므로

$$\overline{AG} = 2\overline{GD} = 2 \times 8 = 16(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AO'} = \frac{1}{2}\overline{AG} = \frac{1}{2} \times 16 = 8(\text{cm})$$

$$\therefore (\text{원 O'의 넓이}) = \pi \times 8^2 = 64\pi(\text{cm}^2)$$

다른 풀이

원 O와 원 O'의 닮음비가 $\overline{GD} : \overline{AG} = 1 : 2$ 이므로

넓이의 비는 $1^2 : 2^2 = 1 : 4$

즉, $16\pi : (\text{원 O'의 넓이}) = 1 : 4$ 이므로

$$(\text{원 O'의 넓이}) = 16\pi \times 4 = 64\pi(\text{cm}^2)$$

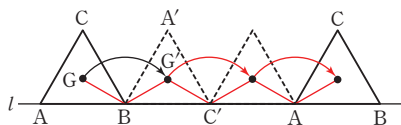
개념 NOTE

서로 닮은 두 평면도형의 닮음비가 $m : n$ 이면 넓이의 비는

$$\Rightarrow m^2 : n^2$$

17 답 $20\pi \text{ cm}$

△ABC는 정삼각형이므로 점 G가 움직인 거리는 다음 그림에서
부채꼴 GBG'의 호의 길이의 3배와 같다.



정삼각형의 무게중심과 내심은 일치하므로 두 점 G, G'은 각각
△ABC, △A'BC'의 내심이다.

즉, $\angle GBA = \angle GBC = 30^\circ$, $\angle G'BA' = \angle G'BC' = 30^\circ$ 이므로

$$\angle GBG' = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$$

또 점 G는 △ABC의 무게중심이고, 한 중선의 길이가 15 cm이므로

$$\overline{BG} = \frac{2}{3} \times 15 = 10(\text{cm})$$

$$\therefore \widehat{GG'} = 2\pi \times 10 \times \frac{120}{360} = \frac{20}{3}\pi(\text{cm})$$

따라서 점 G가 움직인 거리는

$$3 \times \frac{20}{3}\pi = 20\pi(\text{cm})$$

18 답 $\frac{10}{3} \text{ cm}$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BG}$ 과 $\overline{BG'}$ 의 연장선
과 $\overline{AC}$ 의 교점을 각각 E, F라 하면

$\overline{BE}$, $\overline{BF}$ 는 각각 △ABD, △BCD의 중
선이므로

$$\overline{EF} = \overline{ED} + \overline{DF} = \frac{1}{2}\overline{AD} + \frac{1}{2}\overline{DC}$$

$$= \frac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{DC}) = \frac{1}{2}\overline{AC}$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm})$$

이때 두 점 G, G'이 각각 △ABD, △BCD의 무게중심이므로

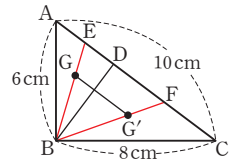
$$\overline{BG} : \overline{GE} = \overline{BG'} : \overline{G'F} = 2 : 1$$

따라서 △BFE에서 $\overline{GG'} \parallel \overline{EF}$ 이므로

$$\overline{GG'} : \overline{EF} = \overline{BG} : \overline{BE} = 2 : 3$$

즉, $\overline{GG'} : 5 = 2 : 3$ 이므로

$$3\overline{GG'} = 10 \quad \therefore \overline{GG'} = \frac{10}{3}(\text{cm})$$



19 답 ③

점 G는 △ABC의 무게중심이므로

$$\overline{GD} = \frac{1}{2}\overline{BG} = \frac{1}{2} \times 6 = 3(\text{cm})$$

이때 $\overline{BD}$ 는 △ABC의 중선이고, 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점
이므로 점 D는 △ABC의 외심이다.

즉, $\overline{AD} = \overline{CD} = \overline{BD} = 6 + 3 = 9(\text{cm})$ 이므로

$$\overline{AC} = 2\overline{AD} = 2 \times 9 = 18(\text{cm})$$

△ABC에서 $\overline{EF} \parallel \overline{AC}$ 이므로

$$\overline{EF} : \overline{AC} = \overline{BE} : \overline{BA} = \overline{BG} : \overline{BD} = 2 : 3$$

즉, $\overline{EF} : 18 = 2 : 3$ 이므로

$$3\overline{EF} = 36 \quad \therefore \overline{EF} = 12(\text{cm})$$

20 답 10 cm

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AC}$ 에
내린 수선의 발을 E라 하자.

△ABC에서

$$\overline{CD} = \overline{DB}, \overline{ED} \parallel \overline{AB}$$

AD는 △ABC의 중선이다.

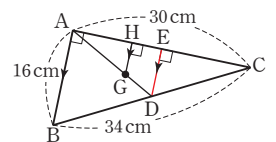
$$\overline{AE} = \overline{EC} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 30 = 15(\text{cm})$$

또 △ADE에서 $\overline{GH} \parallel \overline{DE}$ 이므로

$$\overline{AH} : \overline{AE} = \overline{AG} : \overline{AD} = 2 : 3$$

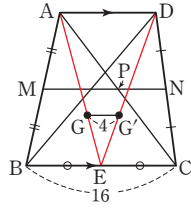
즉, $\overline{AH} : 15 = 2 : 3$ 이므로

$$3\overline{AH} = 30 \quad \therefore \overline{AH} = 10(\text{cm})$$



21 **idea** 답 14

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$ 의 중점을 E라 하면
두 점 G, G'은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle DBC$ 의 무게
중심이므로 AG의 연장선과 DG'의 연장선은
점 E에서 만난다.



$\triangle AED$ 에서
 $\overline{AG} : \overline{GE} = \overline{DG'} : \overline{G'E} = 2 : 1$ 이므로
 $\overline{GG'} \parallel \overline{AD}$
따라서 $\overline{GG'} : \overline{AD} = \overline{GE} : \overline{AE} = 1 : 3$ 이므로
 $4 : \overline{AD} = 1 : 3 \quad \therefore \overline{AD} = 12$
한편 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{DN} = \overline{NC}$ 이므로
 $\overline{AD} \parallel \overline{MN} \parallel \overline{BC}$
이때 $\overline{AC}$ 와 $\overline{MN}$ 의 교점을 P라 하면
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{MP} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{MP} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 16 = 8$
 $\triangle ACD$ 에서 $\overline{DN} = \overline{NC}$, $\overline{AD} \parallel \overline{PN}$ 이므로
 $\overline{PN} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$
 $\therefore \overline{MN} = \overline{MP} + \overline{PN} = 8 + 6 = 14$

22 **idea** 답 7

$\triangle FDC$ 에서 $\overline{FG} : \overline{GC} = 1 : 2$ 이므로
 $\triangle GFD : \triangle GDC = 1 : 2$
 $\therefore \triangle GFD = \frac{1}{2} \triangle GDC = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \triangle ABC = \frac{1}{12} \triangle ABC$
이때 $\triangle GCA = \frac{1}{3} \triangle ABC$ 이므로
 $\triangle GFD + \triangle GCA = \frac{1}{12} \triangle ABC + \frac{1}{3} \triangle ABC$
 $= \frac{5}{12} \triangle ABC$
따라서 $a = 5$, $b = 12$ 이므로
 $b - a = 12 - 5 = 7$

23 **idea** 답 ④

$\triangle AED$ 에서 $\overline{AD} : \overline{GD} = 3 : 1$ 이므로
 $\triangle AED : \triangle EDG = 3 : 1$
 $\therefore \triangle AED = 3 \triangle EDG = 3 \times 8 = 24(\text{cm}^2)$
 $\triangle ABD$ 에서 $\overline{EG} \parallel \overline{BD}$ 이므로
 $\overline{AE} : \overline{EB} = \overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$
따라서 $\triangle AED : \triangle EBD = 2 : 1$ 이므로
 $\triangle EBD = \frac{1}{2} \triangle AED = \frac{1}{2} \times 24 = 12(\text{cm}^2)$

24 **idea** 답 ⑤

$\triangle EDG$ 에서 $\overline{ED} : \overline{G'D} = 3 : 1$ 이므로
 $\triangle EDG : \triangle G'DG = 3 : 1$
 $\therefore \triangle EDG = 3 \triangle G'DG = 3 \times 2 = 6(\text{cm}^2)$
 $\triangle EDC$ 에서 $\overline{EG} : \overline{GC} = 1 : 2$ 이므로
 $\triangle EDG : \triangle GDC = 1 : 2$

$\therefore \triangle GDC = 2 \triangle EDG = 2 \times 6 = 12(\text{cm}^2)$
 $\therefore \triangle ABC = 6 \triangle GDC = 6 \times 12 = 72(\text{cm}^2)$

25 **idea** 답 36 cm^2

점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$$\triangle ABG = \triangle AGC = \triangle GBC = \frac{1}{3} \triangle ABC$$

이때 $\overline{BE} = \overline{EG}$, $\overline{CF} = \overline{FG}$ 이므로

$$\begin{aligned} \triangle AEG &= \frac{1}{2} \triangle ABG = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \triangle ABC \\ &= \frac{1}{6} \triangle ABC \quad \dots\dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \triangle AGF &= \frac{1}{2} \triangle AGC = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \triangle ABC \\ &= \frac{1}{6} \triangle ABC \quad \dots\dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

또 $\triangle GEF$ 와 $\triangle GBC$ 에서

$$\overline{GE} : \overline{GB} = \overline{GF} : \overline{GC} = 1 : 2,$$

$\angle BGC$ 는 공통이므로

$\triangle GEF \sim \triangle GBC$ (SAS 닮음)

이때 $\triangle GEF$ 와 $\triangle GBC$ 의 닮음비는 $1 : 2$ 이므로

$$\triangle GEF : \triangle GBC = 1^2 : 2^2 = 1 : 4$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle GEF &= \frac{1}{4} \triangle GBC = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \triangle ABC \\ &= \frac{1}{12} \triangle ABC \quad \dots\dots \textcircled{3} \end{aligned}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ 에서

$$\begin{aligned} \triangle AEF &= \triangle AEG + \triangle AGF + \triangle GEF \\ &= \frac{1}{6} \triangle ABC + \frac{1}{6} \triangle ABC + \frac{1}{12} \triangle ABC \\ &= \frac{5}{12} \triangle ABC \quad \dots\dots \textcircled{4} \end{aligned}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{12}{5} \triangle AEF = \frac{12}{5} \times 15 = 36(\text{cm}^2) \quad \dots\dots \textcircled{5}$$

채점 기준

① $\triangle AEG$ 와 $\triangle AGF$ 의 넓이가 $\triangle ABC$ 의 넓이의 몇 배인지 구하기	30 %
② $\triangle GEF$ 의 넓이가 $\triangle ABC$ 의 넓이의 몇 배인지 구하기	40 %
③ $\triangle AEF$ 의 넓이가 $\triangle ABC$ 의 넓이의 몇 배인지 구하기	20 %
④ $\triangle ABC$ 의 넓이 구하기	10 %

26 **idea** 답 4 cm^2

$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이고, 점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$$\triangle ABI \text{와 } \triangle AIC \text{에서 } \overline{DG} : \overline{BI} = \overline{AG} : \overline{AI} = \overline{GE} : \overline{IC}$$

이때 $\overline{AI}$ 가 $\triangle ABC$ 의 중선이므로 $\overline{BI} = \overline{IC}$

$$\therefore \overline{DG} = \overline{GE}$$

$\triangle ADE$ 에서 $\overline{DG} = \overline{GE}$, $\overline{AD} \parallel \overline{FG}$ 이므로

$$\overline{AF} = \overline{FE} = \frac{1}{2} \overline{AE} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

또 $\triangle AIC$ 에서 $\overline{GE} \parallel \overline{IC}$ 이므로

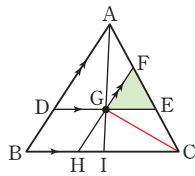
$$\overline{AE} : \overline{EC} = \overline{AG} : \overline{GI} = 2 : 1$$

$$\therefore \overline{EC} = \frac{1}{2} \overline{AE} \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에서 $\overline{AF} = \overline{FE} = \overline{EC}$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{GC}$ 를 그으면

$$\begin{aligned}\triangle FGE &= \frac{1}{3} \triangle AGC = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \triangle ABC \\ &= \frac{1}{9} \triangle ABC = \frac{1}{9} \times 36 \\ &= 4(\text{cm}^2)\end{aligned}$$



27 답 4 cm²

$\triangle MCN$ 과 $\triangle BCD$ 에서

$\overline{CM} : \overline{CB} = \overline{CN} : \overline{CD} = 1 : 2$, $\angle BCD$ 는 공통이므로

$\triangle MCN \sim \triangle BCD$ (SAS 닮음)

이때 $\triangle MCN$ 과 $\triangle BCD$ 의 닮음비가 1 : 2이므로

넓이의 비는 $1^2 : 2^2 = 1 : 4$

$$\therefore \triangle BCD = 4 \triangle MCN = 4 \times 3 = 12(\text{cm}^2)$$

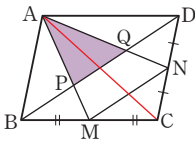
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 그으면 두 점 P,

Q는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$ 의 무게중심이

므로 $\overline{BP} = \overline{PQ} = \overline{QD}$

따라서 $\triangle ABD = \triangle BCD = 12 \text{ cm}^2$ 이므로

$$\triangle APQ = \frac{1}{3} \triangle ABD = \frac{1}{3} \times 12 = 4(\text{cm}^2)$$



28 답 46

점 M은 $\overline{AD}$ 의 중점이므로

$$\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 40 = 20$$

또 점 P는 $\triangle ABD$ 의 무게중심이므로

$$\overline{AP} = \frac{2}{3} \overline{AO} = \frac{2}{3} \times 21 = 14$$

한편 $\overline{MD} = \overline{BN}$, $\overline{MD} \parallel \overline{BN}$ 이므로 $\square MBND$ 는 평행사변형이다.

$$\therefore \overline{PM} = \frac{1}{3} \overline{BM} = \frac{1}{3} \overline{DN} = \frac{1}{3} \times 36 = 12$$

$$\therefore (\triangle APM \text{의 둘레의 길이}) = \overline{AM} + \overline{AP} + \overline{PM} \\ = 20 + 14 + 12 = 46$$

29 답 ④

점 P는 $\triangle ABD$ 의 무게중심이므로

$$\begin{aligned}\triangle ABP &= \frac{1}{3} \triangle ABD = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \square ABCD \\ &= \frac{1}{6} \square ABCD = \frac{1}{6} \times 48 = 8(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{PD}$, $\overline{QD}$ 를 그으면

$$\triangle POD = \triangle PDM = \frac{1}{6} \triangle ABD$$

$$= \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{12} \square ABCD = \frac{1}{12} \times 48 = 4(\text{cm}^2)$$

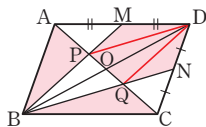
또 점 Q는 $\triangle BCD$ 의 무게중심이므로

$$\triangle BCQ = \frac{1}{3} \triangle BCD = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{6} \square ABCD = \frac{1}{6} \times 48 = 8(\text{cm}^2)$$

$$\triangle QDO = \triangle QND = \frac{1}{6} \triangle BCD = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{12} \square ABCD = \frac{1}{12} \times 48 = 4(\text{cm}^2)$$



따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$\begin{aligned}\triangle ABP + \triangle POD + \triangle PDM + \triangle BCQ + \triangle QDO + \triangle QND \\ = 8 + 4 + 4 + 8 + 4 + 4 = 32(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

30 답 $\frac{8}{3} \text{ cm}^2$

$\triangle FEA$ 와 $\triangle FCD$ 에서

$\angle EAF = \angle CDF = 90^\circ$, $\overline{EA} = \overline{CD}$,

$\angle AEF = \angle DCF$ (엇각)이므로

$\triangle FEA \cong \triangle FCD$ (ASA 합동)

따라서 $\overline{AF} = \overline{DF}$, $\overline{AO} = \overline{OC}$ 이므로 점 G는 $\triangle ACD$ 의 무게중심이다.

$$\begin{aligned}\therefore \triangle GOC &= \frac{1}{6} \triangle ACD = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} \square ABCD \\ &= \frac{1}{12} \square ABCD = \frac{1}{12} \times (8 \times 4) \\ &= \frac{8}{3}(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

STEP 3 최고난도 문제

▶ 77쪽

- 01 3 cm 02 1 cm 03 5 cm 04 10 05 10 cm²
06 $\frac{1}{3} \text{ cm}^3$

01 답 3 cm

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BN}$ 의 연장선과 $\overline{AC}$ 의 교점을 D라 하자.

$\triangle ABN$ 과 $\triangle ADN$ 에서

$\angle BAN = \angle DAN$, $\overline{AN}$ 은 공통,

$\angle ANB = \angle AND = 90^\circ$ 이므로

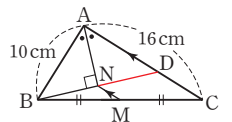
$\triangle ABN \cong \triangle ADN$ (ASA 합동)

이때 $\overline{AD} = \overline{AB} = 10 \text{ cm}$ 이므로

$$\overline{DC} = \overline{AC} - \overline{AD} = 16 - 10 = 6(\text{cm})$$

$\triangle BCD$ 에서 $\overline{BM} = \overline{MC}$, $\overline{NM} \parallel \overline{DC}$ 이므로

$$\overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{CD} = \frac{1}{2} \times 6 = 3(\text{cm})$$



02 답 1 cm

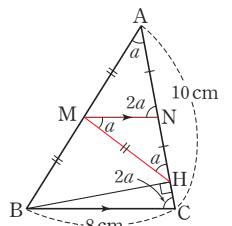
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점을 각각 M, N이라 하고, $\overline{MN}$, $\overline{MH}$ 를 각각 그으면

$\triangle ABC$ 에서

$\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{AN} = \overline{NC}$ 이므로

$$\overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 8 = 4(\text{cm}) \quad \dots \textcircled{7}$$

이때 점 M은 직각삼각형 ABH의 빗변의 중점이므로 $\triangle ABH$ 의 외심이다.



즉, $\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MH}$ 이므로 $\triangle AMH$ 는 이등변삼각형이다.

$\angle A = \angle a$ 라 하면

$\angle MHA = \angle A = \angle a$

또 $\angle C = 2\angle A = 2\angle a$ 이고, $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$\angle ANM = \angle C = 2\angle a$ (동위각)

이때 $\triangle MHN$ 에서 $2\angle a = \angle NMH + \angle a$ 이므로

$\angle NMH = \angle a$

따라서 $\angle NMH = \angle NHM = \angle a$ 이므로

$\overline{HN} = \overline{MN} = 4\text{ cm}$ ($\because$ ㉞)

$\therefore \overline{HC} = \overline{NC} - \overline{HN} = \frac{1}{2}\overline{AC} - \overline{HN} = \frac{1}{2} \times 10 - 4 = 1(\text{cm})$

03 답 5 cm

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$ 의 연장선과 $\overline{AF}$ 의 연장선의 교점을 P라 하면

$\triangle ABP$ 에서

$\overline{FC} = \frac{1}{2}\overline{DC} = \frac{1}{2}\overline{AB}$ 이고,

$\overline{AB} \parallel \overline{FC}$ 이므로

$\overline{BC} = \overline{CP}$, $\overline{AF} = \overline{FP}$

$\triangle AHE$ 와 $\triangle PHB$ 에서

$\angle AHE = \angle PHB$ (맞꼭지각),

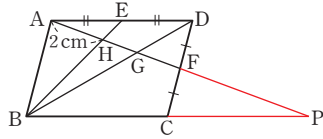
$\angle AEH = \angle PBH$ (엇각)이므로

$\triangle AHE \sim \triangle PHB$ (AA 답음)

즉, $\overline{AH} : \overline{PH} = \overline{AE} : \overline{PB} = \frac{1}{2}\overline{BC} : 2\overline{BC} = 1 : 4$ 이므로

$\overline{AP} = 5\overline{AH} = 5 \times 2 = 10(\text{cm})$

$\therefore \overline{AF} = \frac{1}{2}\overline{AP} = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm})$



04 Idea 답 10

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BG}$, $\overline{CG}$ 의 연장선과 $\overline{AC}$, $\overline{AB}$ 의 교점을 각각 N, M이라 하고, $\overline{MN}$ 과 $\overline{AD}$ 의 교점을 F라 하자.

$\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{AN} = \overline{NC}$ 이므로

$\overline{MN} \parallel \overline{BC}$

$\triangle ABD$ 에서

$\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{MF} \parallel \overline{BD}$ 이므로

$\overline{AF} = \overline{FD} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2} \times 18 = 9$

이때 점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$\overline{AG} = \frac{2}{3}\overline{AD} = \frac{2}{3} \times 18 = 12$

$\therefore \overline{FG} = \overline{AG} - \overline{AF} = 12 - 9 = 3$

두 점 R, Q는 각각 $\triangle GAB$, $\triangle GCA$ 의 무게중심이므로

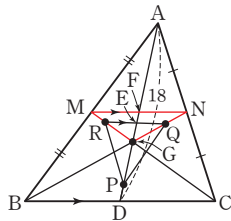
$\overline{GR} : \overline{RM} = 2 : 1$, $\overline{GQ} : \overline{QN} = 2 : 1$

따라서 $\overline{RQ} \parallel \overline{MN}$ 이므로

$\overline{GE} : \overline{EF} = 2 : 1$

$\therefore \overline{FE} = \frac{1}{3}\overline{FG} = \frac{1}{3} \times 3 = 1$

$\therefore \overline{AE} = \overline{AF} + \overline{FE} = 9 + 1 = 10$



05 답 10 cm²

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$, $\overline{BG}$ 를 긋고,

두 대각선 AC와 BD의 교점을 O라 하면

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BE} : \overline{EA} = \overline{BF} : \overline{FC}$ 이므로

$\overline{EF} \parallel \overline{AC}$

이때 $\triangle ABO$ 에서 $\overline{BE} = \overline{EA}$, $\overline{EP} \parallel \overline{AO}$ 이므로

$\overline{BP} = \overline{PO}$ ㉞

한편 점 Q는 $\triangle ACD$ 의 무게중심이므로

$\overline{DQ} : \overline{QO} = 2 : 1$ ㉟

$\overline{BO} = \overline{DO}$ 이므로 ㉞, ㉟에서

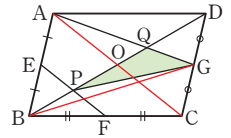
$\overline{BP} : \overline{PO} : \overline{OQ} : \overline{QD} = \frac{1}{2}\overline{BO} : \frac{1}{2}\overline{BO} : \frac{1}{3}\overline{BO} : \frac{2}{3}\overline{BO}$
 $= 3 : 3 : 2 : 4$

$\therefore \overline{BD} : \overline{PQ} = (3+3+2+4) : (3+2) = 12 : 5$

$\therefore \triangle PGQ = \frac{5}{12}\triangle BGD = \frac{5}{12} \times \frac{1}{2}\triangle BCD$

$= \frac{5}{24}\triangle BCD = \frac{5}{24} \times \frac{1}{2}\square ABCD$

$= \frac{5}{48}\square ABCD = \frac{5}{48} \times 96 = 10(\text{cm}^2)$



06 답 1/3 cm³

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$ 의 중점을 M이라 하면

두 점 P, R는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ABD$ 의

무게중심이므로 $\overline{CP}$ 의 연장선과 $\overline{DR}$ 의 연장

선은 점 M에서 만난다.

$\triangle MCD$ 에서

$\overline{MP} : \overline{MC} = \overline{MR} : \overline{MD} = 1 : 3$ 이므로

$\overline{PR} : \overline{CD} = 1 : 3$

$\therefore \overline{PR} = \frac{1}{3}\overline{CD}$

같은 방법으로 하면

$\overline{RQ} = \frac{1}{3}\overline{BC}$, $\overline{PQ} = \frac{1}{3}\overline{BD}$

따라서 $\triangle PQR \sim \triangle DBC$ (SSS 답음)이고,

답음비는 $\overline{PR} : \overline{DC} = \frac{1}{3}\overline{CD} : \overline{CD} = 1 : 3$ 이다.

마찬가지로 $\triangle OPQ \sim \triangle ADB$, $\triangle OQR \sim \triangle ABC$,

$\triangle ORP \sim \triangle ACD$ 이고, 답음비는 모두 1 : 3이다.

이때 두 사면체 O-PQR와 A-DBC는 닮은 도형이고,

답음비는 1 : 3이므로 부피의 비는

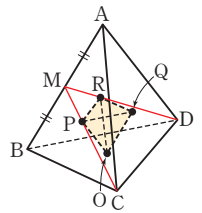
$1^3 : 3^3 = 1 : 27$

$\therefore (\text{사면체 O-PQR의 부피}) = \frac{1}{27} \times (\text{사면체 A-DBC의 부피})$
 $= \frac{1}{27} \times 9 = \frac{1}{3}(\text{cm}^3)$

개념 NOTE

서로 닮은 두 입체도형의 답음비가 $m : n$ 이면 부피의 비는

$\Rightarrow m^3 : n^3$



08 피타고라스 정리

STEP 1 핵심 문제

▶ 78~79쪽

- 01 ③ 02 ③ 03 15 04 $\frac{15}{4}$ 05 ㄱ, ㄴ 06 36
 07 60 cm^2 08 7 09 ④ 10 6 cm^2 11 ⑤
 12 16 cm 13 15 cm

01 답 ③

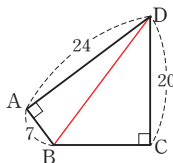
직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC}^2 = 3^2 + 2^2 = 13$
 따라서 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는
 $\overline{AC}^2 = 13$

02 답 ③

$\triangle ADC$ 에서 $\overline{AC}^2 = 17^2 - 8^2 = 225$
 이때 $\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = 15$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}^2 = 25^2 - 15^2 = 400$
 이때 $\overline{BC} > 0$ 이므로 $\overline{BC} = 20$
 $\therefore \overline{BD} = \overline{BC} - \overline{CD} = 20 - 8 = 12$

03 답 15

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$ 를 그으면
 $\triangle ABD$ 에서 $\overline{BD}^2 = 7^2 + 24^2 = 625$
 이때 $\overline{BD} > 0$ 이므로 $\overline{BD} = 25$
 $\triangle BCD$ 에서 $\overline{BC}^2 = 25^2 - 20^2 = 225$
 이때 $\overline{BC} > 0$ 이므로 $\overline{BC} = 15$



04 답 $\frac{15}{4}$

$\triangle ABH$ 에서 $\overline{BH}^2 = 5^2 - 3^2 = 16$
 이때 $\overline{BH} > 0$ 이므로 $\overline{BH} = 4$
 $\overline{AB}^2 = \overline{BH} \times \overline{BC}$ 이므로
 $5^2 = 4 \times \overline{BC} \quad \therefore \overline{BC} = \frac{25}{4}$
 따라서 $\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{AH} \times \overline{BC}$ 이므로
 $5 \times x = 3 \times \frac{25}{4} \quad \therefore x = \frac{15}{4}$

다른 풀이

$\triangle ABH$ 에서 $\overline{BH}^2 = 5^2 - 3^2 = 16$
 이때 $\overline{BH} > 0$ 이므로 $\overline{BH} = 4$
 $\triangle ABH$ 와 $\triangle CAH$ 에서
 $\angle AHB = \angle CHA = 90^\circ$,
 $\angle ABH = 90^\circ - \angle BAH = \angle CAH$ 이므로
 $\triangle ABH \sim \triangle CAH$ (AA 닮음)
 즉, $\overline{BH} : \overline{AH} = \overline{AB} : \overline{CA}$ 이므로
 $4 : 3 = 5 : x, 4x = 15 \quad \therefore x = \frac{15}{4}$

05 답 ㄱ, ㄴ

$\triangle EAD = \frac{1}{2} \square ADEB = \triangle EBA \quad \dots\dots ㉠$
 $\overline{DC} \parallel \overline{EB}$ 이므로 $\triangle EBA = \triangle EBC \quad \dots\dots ㉡$
 $\triangle EBC$ 와 $\triangle ABF$ 에서
 $\overline{EB} = \overline{AB}, \overline{BC} = \overline{BF}, \angle EBC = 90^\circ + \angle ABC = \angle ABF$ 이므로
 $\triangle EBC = \triangle ABF$ (SAS 합동)
 $\therefore \triangle EBC = \triangle ABF \quad \dots\dots ㉢$
 $\overline{BF} \parallel \overline{AM}$ 이므로
 $\triangle ABF = \triangle BFL = \frac{1}{2} \square BFML = \triangle FML \quad \dots\dots ㉣$
 ㉠~㉣에서
 $\triangle EAD = \triangle EBA = \triangle EBC = \triangle ABF = \triangle BFL = \triangle FML$
 따라서 $\triangle EAD$ 와 넓이가 같지 않은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

06 답 36

$\triangle AEH \cong \triangle BFE \cong \triangle CGF \cong \triangle DHG$ (SAS 합동)이므로
 $\square EFGH$ 는 정사각형이다.
 $\square EFGH$ 의 넓이가 45이므로 $\overline{EH}^2 = 45$
 $\triangle AEH$ 에서 $\overline{AE}^2 = 45 - 3^2 = 36$
 이때 $\overline{AE} > 0$ 이므로 $\overline{AE} = 6$
 따라서 $\overline{AB} = \overline{AE} + \overline{EB} = 6 + 3 = 9$ 이므로
 $\square ABCD$ 의 둘레의 길이는 $4 \times 9 = 36$

07 답 60 cm^2

$8^2 + 15^2 = 17^2$ 이므로 주어진 삼각형은 빗변의 길이가 17 cm인 직각 삼각형이다.
 따라서 구하는 삼각형의 넓이는
 $\frac{1}{2} \times 8 \times 15 = 60 (\text{cm}^2)$

08 답 7

x 가 가장 긴 변의 길이이므로
 $6 < x < 6 + 4 \quad \therefore 6 < x < 10 \quad \dots\dots ㉠$
 $\angle A < 90^\circ$ 이므로 $x^2 < 6^2 + 4^2 \quad \therefore x^2 < 52 \quad \dots\dots ㉡$
 따라서 ㉠, ㉡을 모두 만족시키는 자연수 x 의 값은 7이다.

09 답 ④

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{DB}, \overline{AE} = \overline{EC}$ 이므로
 $\overline{DE} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 14 = 7$
 $\therefore \overline{BE}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 = 7^2 + 14^2 = 245$

10 답 6 cm^2

$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 이므로
 $11^2 + 10^2 = \overline{AD}^2 + 14^2, \overline{AD}^2 = 25$
 이때 $\overline{AD} > 0$ 이므로 $\overline{AD} = 5 (\text{cm}) \quad \dots\dots ①$
 $\triangle AOD$ 에서 $\overline{AO}^2 = 5^2 - 3^2 = 16$
 이때 $\overline{AO} > 0$ 이므로 $\overline{AO} = 4 (\text{cm}) \quad \dots\dots ②$
 $\therefore \triangle AOD = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6 (\text{cm}^2) \quad \dots\dots ③$

채점 기준

① AD의 길이 구하기	50%
② AO의 길이 구하기	30%
③ △AOD의 넓이 구하기	20%

11 답 ⑤

$$\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{DP}^2 \text{ 이므로}$$

$$\overline{AP}^2 + 8^2 = \overline{BP}^2 + 9^2$$

$$\therefore \overline{AP}^2 - \overline{BP}^2 = 81 - 64 = 17$$

12 답 16 cm

$\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{12}{2}\right)^2 = 18\pi (\text{cm}^2)$$

따라서 $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이는

$$50\pi - 18\pi = 32\pi (\text{cm}^2)$$

$$\text{즉, } \frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{1}{2}\overline{BC}\right)^2 = 32\pi \text{ 이므로 } \overline{BC}^2 = 256$$

이때 $\overline{BC} > 0$ 이므로 $\overline{BC} = 16(\text{cm})$

[다른 풀이]

$\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{1}{2}\overline{AC}\right)^2 = 50\pi \text{ 이므로 } \overline{AC}^2 = 400$$

이때 $\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = 20(\text{cm})$

$$\triangle ABC \text{에서 } \overline{BC}^2 = 20^2 - 12^2 = 256$$

이때 $\overline{BC} > 0$ 이므로 $\overline{BC} = 16(\text{cm})$

13 답 15 cm

색칠한 부분의 넓이는 $\triangle ABC$ 의 넓이와 같으므로

$$\frac{1}{2} \times 9 \times \overline{AC} = 54 \quad \therefore \overline{AC} = 12(\text{cm})$$

따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}^2 = 9^2 + 12^2 = 225$

이때 $\overline{BC} > 0$ 이므로 $\overline{BC} = 15(\text{cm})$

STEP 2 고난도 문제

▶ 80~84쪽

01 12 cm	02 $\frac{65}{3} \text{ cm}^2$	03 8	04 10 cm
05 18 cm^2	06 9 cm^2	07 20	08 ⑤
09 13 cm			
10 $\frac{12}{5}$	11 $\frac{52}{5}$	12 ①	13 $\frac{15}{4} \text{ cm}^2$
14 3 cm			
15 $\frac{289}{2} \text{ cm}^2$	16 ④	17 9 m	18 58 cm^2
19 ①, ⑤	20 5	21 9	22 ③
23 20	24 90 cm^2		
25 ②	26 $2(P+Q)$	27 17 cm	28 $15\pi \text{ cm}$
29 10			

01 답 12 cm

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CG}$ 의 연장선과 $\overline{AB}$ 의 교점을 D라 하자.

점 G는 직각삼각형 ABC의 무게중심이므로

$$\overline{CD} = \frac{3}{2}\overline{CG} = \frac{3}{2} \times 5 = \frac{15}{2} (\text{cm})$$

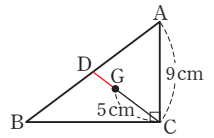
점 D는 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$$\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD} = \frac{15}{2} \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BD} = \frac{15}{2} + \frac{15}{2} = 15 (\text{cm})$$

따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}^2 = 15^2 - 9^2 = 144$

이때 $\overline{BC} > 0$ 이므로 $\overline{BC} = 12(\text{cm})$



02 답 $\frac{65}{3} \text{ cm}^2$

$$\triangle ABC \text{에서 } \overline{BC}^2 = 13^2 - 5^2 = 144$$

이때 $\overline{BC} > 0$ 이므로 $\overline{BC} = 12(\text{cm})$

$\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이므로

$$\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 5 : 13$$

$$\therefore \overline{CD} = \frac{13}{18}\overline{BC} = \frac{13}{18} \times 12 = \frac{26}{3} (\text{cm})$$

$$\therefore \triangle ADC = \frac{1}{2} \times \frac{26}{3} \times 5 = \frac{65}{3} (\text{cm}^2)$$

03 답 8

$\triangle APD$ 에서 $\overline{AD} = 8$ 이므로

$$\overline{DP}^2 = 10^2 - 8^2 = 36$$

이때 $\overline{DP} > 0$ 이므로 $\overline{DP} = 6$

$$\therefore \overline{PC} = \overline{DC} - \overline{DP} = 8 - 6 = 2$$

한편 $\triangle APD$ 와 $\triangle QPC$ 에서

$$\angle ADP = \angle QCP = 90^\circ,$$

$$\angle APD = \angle QPC \text{ (맞꼭지각) 이므로}$$

$$\triangle APD \sim \triangle QPC \text{ (AA 닮음)}$$

이때 $\triangle APD$ 와 $\triangle QPC$ 의 닮음비가

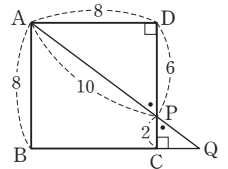
$$\overline{DP} : \overline{CP} = 6 : 2 = 3 : 1 \text{ 이므로}$$

$$8 : \overline{CQ} = 3 : 1, 3\overline{CQ} = 8 \quad \therefore \overline{CQ} = \frac{8}{3}$$

$$10 : \overline{QP} = 3 : 1, 3\overline{QP} = 10 \quad \therefore \overline{QP} = \frac{10}{3}$$

$$\therefore (\triangle PCQ \text{의 둘레의 길이}) = \overline{PC} + \overline{CQ} + \overline{QP}$$

$$= 2 + \frac{8}{3} + \frac{10}{3} = 8$$



04 답 10 cm

$$\overline{BE}^2 = \overline{BD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2$$

$$= 5^2 + 5^2 = 50$$

$$\overline{BG}^2 = \overline{BF}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{EF}^2$$

$$= 50 + 5^2 = 75$$

$$\overline{BI}^2 = \overline{BH}^2 = \overline{BG}^2 + \overline{GH}^2$$

$$= 75 + 5^2 = 100$$

이때 $\overline{BI} > 0$ 이므로 $\overline{BI} = 10(\text{cm})$

05 답 18 cm²

오른쪽 그림에서 $\triangle ABP \equiv \triangle PCD$ 이므로

$$\overline{AP} = \overline{PD}, \angle APD = 90^\circ$$

$$\hookrightarrow 180^\circ - (\angle + \angle) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

즉, $\triangle APD$ 는 직각이등변삼각형이고,
넓이가 10 cm²이므로

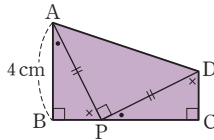
$$\frac{1}{2} \times \overline{AP} \times \overline{PD} = 10, \frac{1}{2} \overline{AP}^2 = 10 \quad \therefore \overline{AP}^2 = 20 \quad \dots\dots ①$$

$$\triangle ABP \text{에서 } \overline{BP}^2 = 20 - 4^2 = 4$$

$$\text{이때 } \overline{BP} > 0 \text{이므로 } \overline{BP} = 2(\text{cm}) \quad \dots\dots ②$$

따라서 $\overline{CD} = \overline{BP} = 2 \text{ cm}$, $\overline{PC} = \overline{AB} = 4 \text{ cm}$ 이므로

$$\square ABCD = \frac{1}{2} \times (4+2) \times (2+4) = 18(\text{cm}^2) \quad \dots\dots ③$$



채점 기준

① $\overline{AP}^2$ 의 값 구하기	40%
② $\overline{BP}$ 의 길이 구하기	30%
③ $\square ABCD$ 의 넓이 구하기	30%

06 답 9 cm²

$$\triangle ABC \text{에서 } \overline{AC}^2 = 3^2 + 3^2 = 18$$

$$\triangle ACD \text{에서 } \overline{AD}^2 = 18 + 3^2 = 27$$

$$\triangle ADE \text{에서 } \overline{AE}^2 = 27 + 3^2 = 36$$

이때 $\overline{AE} > 0$ 이므로 $\overline{AE} = 6(\text{cm})$

$$\therefore \triangle AEF = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9(\text{cm}^2)$$

07 답 20

$\overline{BH} = a(a > 0)$ 라 하면

$$\overline{HC} = \overline{BC} - \overline{BH} = 8 - a$$

$$\triangle ABH \text{에서 } \overline{AH}^2 = x^2 - a^2$$

$$\triangle AHC \text{에서 } \overline{AH}^2 = y^2 - (8-a)^2$$

$$\therefore x^2 - a^2 = y^2 - (8-a)^2 \quad \dots\dots ㉠$$

$$\triangle DBH \text{에서 } \overline{DH}^2 = 6^2 - a^2$$

$$\triangle DHC \text{에서 } \overline{DH}^2 = 4^2 - (8-a)^2$$

$$\therefore 6^2 - a^2 = 4^2 - (8-a)^2 \quad \dots\dots ㉡$$

$$\text{㉠} - \text{㉡} \text{을 하면 } x^2 - 6^2 = y^2 - 4^2$$

$$\therefore x^2 - y^2 = 20$$

08 답 ⑤

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$$\overline{BE} = \overline{ED} \text{이므로}$$

$$\triangle DEC = \triangle BCE = 33$$

$$\therefore \triangle DBC = \triangle BCE + \triangle DEC = 33 + 33 = 66$$

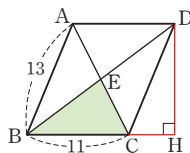
$$\text{즉, } \triangle DBC = \frac{1}{2} \times 11 \times \overline{DH} = 66 \text{이므로}$$

$$11 \overline{DH} = 132 \quad \therefore \overline{DH} = 12$$

$$\text{또 } \overline{DC} = \overline{AB} = 13 \text{이므로}$$

$$\triangle DCH \text{에서 } \overline{CH}^2 = 13^2 - 12^2 = 25$$

이때 $\overline{CH} > 0$ 이므로 $\overline{CH} = 5$



$$\therefore \overline{BH} = \overline{BC} + \overline{CH} = 11 + 5 = 16$$

$$\text{따라서 } \triangle DBH \text{에서 } \overline{BD}^2 = 16^2 + 12^2 = 400$$

이때 $\overline{BD} > 0$ 이므로 $\overline{BD} = 20$

09 답 13 cm

오른쪽 그림과 같이 두 점 D, E에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 F, G라 하고,

$\overline{DF}$ 와 $\overline{EG}$ 의 교점을 H라 하면

$$\overline{FD} = \overline{BC} = 25 \text{ cm},$$

$$\overline{FH} = \overline{AE} = 16 \text{ cm} \text{이므로}$$

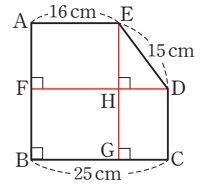
$$\overline{HD} = \overline{FD} - \overline{FH} = 25 - 16 = 9(\text{cm})$$

$$\triangle EHD \text{에서 } \overline{EH}^2 = 15^2 - 9^2 = 144$$

이때 $\overline{EH} > 0$ 이므로 $\overline{EH} = 12(\text{cm})$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{HG} = \overline{EG} - \overline{EH} = 25 - 12 = 13(\text{cm})$$

$$\hookrightarrow \overline{EG} = \overline{AB} = \overline{BC} = 25 \text{ cm}$$



10 답 $\frac{12}{5}$

오른쪽 그림과 같이 일차방정식

$-4x + 3y = 12$ 의 그래프가 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자.

$y = 0$ 을 $-4x + 3y = 12$ 에 대입하면

$$-4x = 12 \quad \therefore x = -3$$

즉, 점 A의 좌표는 $(-3, 0)$ 이므로

$$\overline{AO} = 3$$

$$\dots\dots ①$$

$x = 0$ 을 $-4x + 3y = 12$ 에 대입하면

$$3y = 12 \quad \therefore y = 4$$

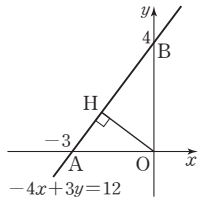
즉, 점 B의 좌표는 $(0, 4)$ 이므로 $\overline{BO} = 4$

$$\triangle AOB \text{에서 } \overline{AB}^2 = 3^2 + 4^2 = 25$$

이때 $\overline{AB} > 0$ 이므로 $\overline{AB} = 5$

따라서 $\overline{OA} \times \overline{OB} = \overline{AB} \times \overline{OH}$ 이므로

$$3 \times 4 = 5 \times \overline{OH} \quad \therefore \overline{OH} = \frac{12}{5} \quad \dots\dots ④$$



채점 기준

① AO의 길이 구하기	20%
② BO의 길이 구하기	20%
③ AB의 길이 구하기	30%
④ OH의 길이 구하기	30%

개념 NOTE

일차방정식 $ax + by + c = 0$ 의 그래프에서

(1) x 절편: 그래프가 x 축과 만나는 점의 x 좌표 $\rightarrow y = 0$ 일 때, x 의 값

(2) y 절편: 그래프가 y 축과 만나는 점의 y 좌표 $\rightarrow x = 0$ 일 때, y 의 값

11 답 $\frac{52}{5}$

$$\triangle AHM \text{에서 } \overline{AM}^2 = 8^2 + 6^2 = 100$$

이때 $\overline{AM} > 0$ 이므로 $\overline{AM} = 10$

$$\text{또 } \overline{AH}^2 = \overline{AI} \times \overline{AM} \text{이므로}$$

$$8^2 = \overline{AI} \times 10 \quad \therefore \overline{AI} = \frac{32}{5}$$

한편 점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로
 $\overline{BM} = \overline{CM} = \overline{AM} = 10$
 따라서 $\overline{BH} = \overline{BM} - \overline{HM} = 10 - 6 = 4$ 이므로
 $\overline{AI} + \overline{BH} = \frac{32}{5} + 4 = \frac{52}{5}$

12 답 ①

오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{AC}$ 에 내린
 수선의 발을 H라 하면

$$\triangle ACB \text{에서 } \overline{AC}^2 = 3^2 + 4^2 = 25$$

이때 $\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = 5$

즉, 점 A는 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프 위의 점이고,

y좌표가 5이므로

$$A\left(\frac{a}{5}, 5\right)$$

또 $\overline{BC} \times \overline{AB} = \overline{AC} \times \overline{BH}$ 이므로

$$3 \times 4 = 5 \times \overline{BH} \quad \therefore \overline{BH} = \frac{12}{5}$$

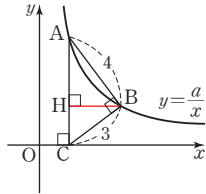
$$\triangle BHC \text{에서 } \overline{HC}^2 = 3^2 - \left(\frac{12}{5}\right)^2 = \frac{81}{25}$$

이때 $\overline{HC} > 0$ 이므로 $\overline{HC} = \frac{9}{5}$

따라서 점 B의 좌표는 $\left(\frac{a+12}{5}, \frac{9}{5}\right)$ 이고, 점 B는 $y = \frac{a}{x}$, 즉 $xy = a$
 의 그래프 위의 점이므로

$$\frac{a+12}{5} \times \frac{9}{5} = a, \quad 9a + 108 = 25a$$

$$16a = 108 \quad \therefore a = \frac{27}{4}$$



13 답 $\frac{15}{4} \text{ cm}^2$

$\overline{BE} = \overline{BC} = 17 \text{ cm}$ 이므로

$$\triangle ABE \text{에서 } \overline{AE}^2 = 17^2 - 8^2 = 225$$

이때 $\overline{AE} > 0$ 이므로 $\overline{AE} = 15 \text{ (cm)}$

$$\therefore \overline{DE} = \overline{AD} - \overline{AE} = 17 - 15 = 2 \text{ (cm)}$$

$\triangle ABE$ 와 $\triangle DEF$ 에서

$$\angle A = \angle D = 90^\circ,$$

$$\angle ABE = 90^\circ - \angle AEB = \angle DEF \text{이므로}$$

$\triangle ABE \sim \triangle DEF$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{AE} : \overline{DF}$ 이므로

$$8 : 2 = 15 : \overline{DF}, \quad 8\overline{DF} = 30 \quad \therefore \overline{DF} = \frac{15}{4} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \triangle DEF = \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{15}{4} = \frac{15}{4} \text{ (cm}^2\text{)}$$

[다른 풀이]

$\triangle ABE$ 와 $\triangle DEF$ 의 닮음비는

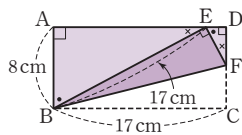
$$\overline{AB} : \overline{DE} = 8 : 2 = 4 : 1 \text{이므로}$$

넓이의 비는 $4^2 : 1^2 = 16 : 1$

$$\text{따라서 } \triangle ABE = \frac{1}{2} \times 8 \times 15 = 60 \text{ (cm}^2\text{)} \text{이므로}$$

$$60 : \triangle DEF = 16 : 1, \quad 16\triangle DEF = 60$$

$$\therefore \triangle DEF = \frac{15}{4} \text{ (cm}^2\text{)}$$



14 답 3 cm

$\overline{CE} = \overline{BC} = 15 \text{ cm}$ 이므로

$$\triangle CDE \text{에서 } \overline{DE}^2 = 15^2 - 12^2 = 81$$

이때 $\overline{DE} > 0$ 이므로 $\overline{DE} = 9 \text{ (cm)}$

$\triangle CDE$ 의 내접원 O의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라 하면

$$\triangle CDE = \frac{1}{2} \times r \times (12 + 9 + 15) = 18r \text{ (cm)}$$

$$\text{이때 } \triangle CDE = \frac{1}{2} \times 9 \times 12 = 54 \text{ (cm}^2\text{)} \text{이므로}$$

$$18r = 54 \quad \therefore r = 3$$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 3 cm이다.

15 답 $\frac{289}{2} \text{ cm}^2$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$,

$\overline{DE}$ 에 내린 수선의 발을 각각 L, M이라 하면

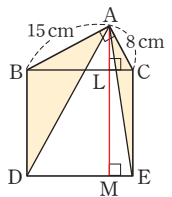
$$\triangle ABC \text{에서 } \overline{BC}^2 = 15^2 + 8^2 = 289$$

이때 $\overline{BC} > 0$ 이므로 $\overline{BC} = 17 \text{ (cm)}$

$$\therefore (\text{색칠한 부분의 넓이}) = \triangle ABD + \triangle AEC$$

$$= \frac{1}{2} \square BDML + \frac{1}{2} \square LMEC$$

$$= \frac{1}{2} \square BDEC = \frac{1}{2} \times 17^2 = \frac{289}{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$



16 답 ④

$\triangle ABE \equiv \triangle BCF \equiv \triangle CDG \equiv \triangle DAH$ 이므로 $\square EFGH$ 는 정사각
 형이다.

$$\textcircled{1} \triangle ABE \text{에서 } \overline{BE}^2 = 5^2 - 4^2 = 9$$

이때 $\overline{BE} > 0$ 이므로 $\overline{BE} = 3$

$$\therefore \overline{AH} = \overline{BE} = 3$$

$$\textcircled{2} \overline{HE} = \overline{AE} - \overline{AH} = 4 - 3 = 1$$

$$\textcircled{3} \triangle ABE = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$$

$$\textcircled{4} \triangle ABH = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{2}$$

$$\textcircled{5} \square EFGH = \overline{HE}^2 = 1^2 = 1$$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

17 답 9 m

직각삼각형에서 빗변을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이가 나머지
 두 변을 각각 한 변으로 하는 두 정사각형의 넓이의 합과 같으므로

오른쪽 그림과 같이 각 꽃발의 넓이

를 $S_1, S_2, S_3, \dots, S_{10}$ 이라 하면

(채송화가 심어진 꽃발의 넓이의 합)

$$= (S_1 + S_2) + S_4 + (S_6 + S_7) + S_9$$

$$= (S_3 + S_4) + (S_8 + S_9)$$

$$= S_5 + S_{10}$$

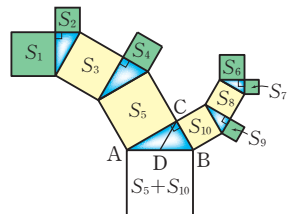
그런데 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 $S_5 + S_{10}$ 이고,

$$S_5 + S_{10} = 324 \text{ (m}^2\text{)} \text{이므로 } \overline{AB}^2 = 324$$

이때 $\overline{AB} > 0$ 이므로 $\overline{AB} = 18 \text{ (m)}$

점 D는 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$$(\text{다리의 길이}) = \overline{CD} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 18 = 9 \text{ (m)}$$



18 답 58 cm²

$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$, $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH}$,
 $\overline{AH} = \overline{BE} = \overline{CF} = \overline{DG}$ 이므로

$\triangle AEH \cong \triangle BFE \cong \triangle CGF \cong \triangle DHG$ (SAS 합동)

즉, $\angle HEF = \angle EFG = \angle FGH = \angle GHE = 90^\circ$,

$\overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{HE}$ 이므로 $\square EFGH$ 는 정사각형이다. ①

한편 정사각형 모양의 색종이 ABCD에서 네 점 A, B, C, D를 각각 P, Q, R, S에 오도록 접었으므로

$\triangle PEH \cong \triangle QFE \cong \triangle RGF \cong \triangle SHG$

즉, $\angle SPQ = \angle PQR = \angle QRS = \angle RSP = 90^\circ$,

$\overline{PQ} = \overline{QR} = \overline{RS} = \overline{SP}$ 이므로 $\square PQRS$ 는 정사각형이다.

이때 $\square PQRS$ 의 넓이가 16 cm²이므로 한 변의 길이는 4 cm이다.

..... ②

$\overline{AE} = \overline{PE} = x$ cm라 하면 $\overline{PQ} = 4$ cm이고, $\overline{BE} = \overline{QE}$ 이므로

$x + (x + 4) = 10$, $2x = 6$ $\therefore x = 3$

$\therefore \overline{BF} = \overline{AE} = 3$ cm, $\overline{BE} = 10 - 3 = 7$ (cm)

$\triangle BFE$ 에서 $\overline{EF}^2 = 3^2 + 7^2 = 58$

..... ③

$\therefore \square EFGH = \overline{EF}^2 = 58$ (cm²)

..... ④

채점 기준

① $\square EFGH$ 가 정사각형임을 알기	30 %
② $\square PQRS$ 가 정사각형임을 알고, 한 변의 길이 구하기	30 %
③ $\overline{EF}^2$ 의 값 구하기	30 %
④ $\square EFGH$ 의 넓이 구하기	10 %

19 답 ①, ⑤

① $1 < x < \frac{5}{2}$ 이면 $4^2 > 3^2 + x^2$, 즉 $\overline{BC}^2 > \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2$ 이므로

$\triangle ABC$ 는 $\angle A > 90^\circ$ 인 둔각삼각형이다.

$\therefore \angle B < 90^\circ$

② $4^2 = 3^2 + 7$, 즉 $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

$\therefore \angle B + \angle C = 90^\circ$

③ $\frac{8}{3} < x < 4$ 이면 $4^2 < 3^2 + x^2$, 즉 $\overline{BC}^2 < \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2$ 이므로

$\triangle ABC$ 는 $\angle A < 90^\circ$ 인 예각삼각형이다.

$\therefore \angle C < 90^\circ$

④ $5^2 = 3^2 + 4^2$, 즉 $\overline{CA}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

$\therefore \angle B - \angle A = \angle C$

⑤ $5 < x < 7$ 이면 $x^2 > 3^2 + 4^2$, 즉 $\overline{CA}^2 > \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 $\angle B > 90^\circ$ 인 둔각삼각형이다.

$\therefore \angle A + \angle C < 90^\circ$

따라서 옳지 않은 것은 ①, ⑤이다.

20 답 5

주어진 5개의 선분 중에서 3개를 골라 삼각형을 만들 수 있는 경우를 순서쌍으로 각각 나타내면

(i) 가장 긴 변의 길이가 11일 때,

(11, 4, 8), (11, 4, 9), (11, 6, 8), (11, 6, 9), (11, 8, 9)

(ii) 가장 긴 변의 길이가 9일 때,

(9, 4, 6), (9, 4, 8), (9, 6, 8)

(iii) 가장 긴 변의 길이가 8일 때,

(8, 4, 6)

(i), (ii), (iii)에서

$11^2 > 4^2 + 8^2 \Rightarrow$ 둔각삼각형,

$11^2 > 4^2 + 9^2 \Rightarrow$ 둔각삼각형,

$11^2 > 6^2 + 8^2 \Rightarrow$ 둔각삼각형,

$11^2 > 6^2 + 9^2 \Rightarrow$ 둔각삼각형,

$11^2 < 8^2 + 9^2 \Rightarrow$ 예각삼각형,

$9^2 > 4^2 + 6^2 \Rightarrow$ 둔각삼각형,

$9^2 > 4^2 + 8^2 \Rightarrow$ 둔각삼각형,

$9^2 < 6^2 + 8^2 \Rightarrow$ 예각삼각형,

$8^2 > 4^2 + 6^2 \Rightarrow$ 둔각삼각형

따라서 $a = 2$, $b = 7$ 이므로

$b - a = 7 - 2 = 5$

21 답 9

$\triangle ADE$ 와 $\triangle ABC$ 에서

$\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC} = 1 : 3$, $\angle A$ 는 공통이므로

$\triangle ADE \sim \triangle ABC$ (SAS 닮음)

즉, $\overline{DE} : \overline{BC} = 1 : 3$ 이므로

$\overline{DE} = a$, $\overline{BC} = 3a$ ($a > 0$)라 하면

$\overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{CD}^2$ 에서

$a^2 + (3a)^2 = 90$, $10a^2 = 90$, $a^2 = 9$

이때 $a > 0$ 이므로 $a = 3$

$\therefore \overline{BC} = 3 \times 3 = 9$

22 답 ③

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BD}^2 = 15^2 + 20^2 = 625$

이때 $\overline{BD} > 0$ 이므로 $\overline{BD} = 25$

$\overline{AB} \times \overline{AD} = \overline{AE} \times \overline{BD}$ 이므로

$15 \times 20 = \overline{AE} \times 25$ $\therefore \overline{AE} = 12$

또 $\triangle ABE$ 에서 $\overline{BE}^2 = 15^2 - 12^2 = 81$

이때 $\overline{BE} > 0$ 이므로 $\overline{BE} = 9$

$\therefore \overline{DE} = \overline{BD} - \overline{BE} = 25 - 9 = 16$

따라서 $\overline{AE}^2 + \overline{CE}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{DE}^2$ 이므로

$12^2 + \overline{CE}^2 = 9^2 + 16^2$ $\therefore \overline{CE}^2 = 193$

23 Idea 답 20

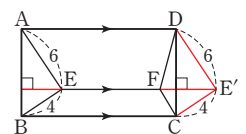
오른쪽 그림과 같이 $\overline{EF}$ 의 연장선은 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$ 와 서로 수직으로 만나므로 $\overline{EF}$ 의 연장선 위에 $\triangle ABE \cong \triangle DCE'$ 이 되도록 점 E' 을 잡으면 $\overline{E'F} \perp \overline{DC}$ 이다.

이때 $\square DFCE'$ 에서

$\overline{DF}^2 + \overline{CE'}^2 = \overline{DE'}^2 + \overline{CF}^2$ 이므로

$\overline{DF}^2 + 4^2 = 6^2 + \overline{CF}^2 \rightarrow \overline{DE'} = \overline{AE} = 6$, $\overline{CE'} = \overline{BE} = 4$

$\therefore \overline{DF}^2 - \overline{CF}^2 = 36 - 16 = 20$

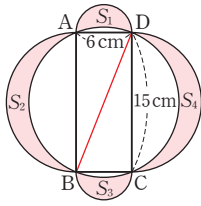


24 답 90 cm²

오른쪽 그림과 같이 색칠한 부분의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3, S_4 라 하자.

이때 $\overline{BD}$ 를 그으면 $\triangle ABD, \triangle BCD$ 는 직각삼각형이므로

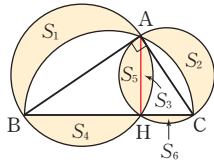
$$\begin{aligned} S_1 + S_2 &= \triangle ABD, S_3 + S_4 = \triangle BCD \\ \therefore (\text{색칠한 부분의 넓이}) &= S_1 + S_2 + S_3 + S_4 \\ &= \triangle ABD + \triangle BCD \\ &= \square ABCD \\ &= 6 \times 15 = 90(\text{cm}^2) \end{aligned}$$



25 답 ②

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AH}$ 를 긋고, 색칠한 부분의 넓이를 각각 $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$ 이라 하면 (색칠한 부분의 넓이)

$$\begin{aligned} &= (S_1 + S_2) + (S_3 + S_4) + (S_5 + S_6) \\ &= \triangle ABC + \{(\overline{AB} \text{를 지름으로 하는 반원의 넓이}) - \triangle ABH\} \\ &\quad + \{(\overline{AC} \text{를 지름으로 하는 반원의 넓이}) - \triangle AHC\} \\ &= \{\triangle ABC - (\triangle ABH + \triangle AHC)\} \\ &\quad + \{(\overline{AB} \text{를 지름으로 하는 반원의 넓이}) \\ &\quad + (\overline{AC} \text{를 지름으로 하는 반원의 넓이})\} \\ &= (\overline{BC} \text{를 지름으로 하는 반원의 넓이}) \\ &= \frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{12}{2}\right)^2 = 18\pi(\text{cm}^2) \end{aligned}$$



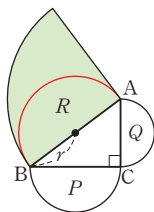
26 답 2(P+Q)

오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 R 라 하면 $R = P + Q$
 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$R = \frac{1}{2} \times \pi \times r^2 = \frac{1}{2} \pi r^2 \quad \therefore P + Q = \frac{1}{2} \pi r^2$$

이때 $\overline{AB} = 2r$ 이므로 주어진 사분원의 넓이는

$$\frac{1}{4} \times \pi \times (2r)^2 = \pi r^2 = 2(P + Q)$$



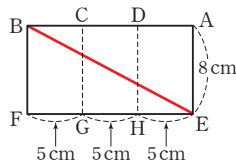
27 답 17 cm

선이 지나는 부분의 전개도는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 최단 거리는 $\overline{BE}$ 의 길이이다.

$$\triangle BFE \text{에서} \quad \overline{BE}^2 = (5+5+5)^2 + 8^2 = 289$$

이때 $\overline{BE} > 0$ 이므로 $\overline{BE} = 17(\text{cm})$

따라서 구하는 최단 거리는 17 cm이다.



28 답 15π cm

밑면의 둘레의 길이는

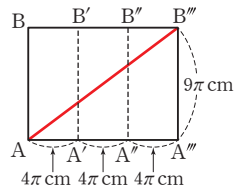
$$2\pi \times 2 = 4\pi(\text{cm})$$

선이 지나는 부분의 전개도는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 최단 거리는 $\overline{AB''}$ 의 길이이다.

$$\begin{aligned} \triangle AA''B'' \text{에서} \quad \overline{AB''}^2 &= (4\pi + 4\pi + 4\pi)^2 + (9\pi)^2 \\ &= 225\pi^2 \end{aligned}$$

이때 $\overline{AB''} > 0$ 이므로 $\overline{AB''} = 15\pi(\text{cm})$

따라서 구하는 최단 거리는 15π cm이다.



29 답 10

오른쪽 그림과 같이 점 A와 x축에 대하여 대칭인 점을 A'이라 하면

A'(-4, -3)이므로

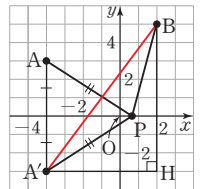
$$\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP} \geq \overline{A'B}$$

점 H(2, -3)을 잡으면

$$\triangle A'HB \text{에서} \quad \overline{A'B}^2 = 6^2 + 8^2 = 100$$

이때 $\overline{A'B} > 0$ 이므로 $\overline{A'B} = 10$

따라서 구하는 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최소 길이는 10이다.

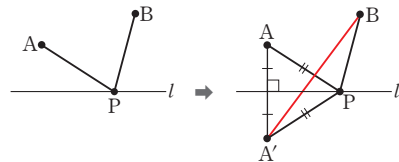


비법 NOTE

평면도형에서의 최단 거리 구하기

두 점 A, B가 직선 l에 대하여 같은 쪽에 있고 점 P가 직선 l 위를 움직일 때, $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최소 길이

▶ 점 A와 직선 l에 대하여 대칭인 점을 A'이라 하면 $\overline{AP} = \overline{A'P}$ 이므로 $\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP} \geq \overline{A'B}$ 이다. 즉, 점 P가 $\overline{A'B}$ 과 직선 l의 교점일 때 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 길이는 최소가 되고, 이때의 최소 길이는 $\overline{A'B}$ 의 길이와 같다.



STEP 3 최고난도 문제

▶ 85쪽

- 01 ② 02 $\frac{45}{4}$ 03 $\frac{2}{3}$ cm 04 3 cm 05 258
06 50 cm

01 답 ②

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{CD}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 F라 하자.

$\triangle ADE$ 와 $\triangle BDF$ 에서

$$\angle AED = \angle BFD = 90^\circ,$$

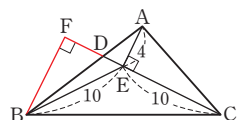
$$\angle ADE = \angle BDF (\text{맞꼭지각}) \text{이므로}$$

$$\triangle ADE \sim \triangle BDF (\text{AA 닮음})$$

이때 $\overline{BD} = 2\overline{AD}$ 에서 $\overline{AD} : \overline{BD} = 1 : 2$ 이므로

$$\overline{AE} : \overline{BF} = 1 : 2$$

$$\therefore \overline{BF} = 2\overline{AE} = 2 \times 4 = 8$$



$$\triangle BEF \text{에서 } \overline{EF}^2 = 10^2 - 8^2 = 36$$

$$\text{이때 } \overline{EF} > 0 \text{이므로 } \overline{EF} = 6$$

$$\overline{DE} : \overline{DF} = \overline{AD} : \overline{BD} = 1 : 2 \text{이므로}$$

$$\overline{DE} = \frac{1}{3} \overline{EF} = \frac{1}{3} \times 6 = 2, \overline{DF} = \frac{2}{3} \overline{EF} = \frac{2}{3} \times 6 = 4$$

$$\therefore \triangle ABC = \triangle ADC + \triangle DBC$$

$$= \frac{1}{2} \times (2+10) \times 4 + \frac{1}{2} \times (2+10) \times 8$$

$$= 24 + 48 = 72$$

[다른 풀이]

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AE}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 F라 하자.

$\overline{BD} = 2\overline{AD}$ 에서 $\overline{AD} : \overline{BD} = 1 : 2$ 이고,

$\overline{DE} \parallel \overline{BF}$ 이므로 $\overline{AE} : \overline{EF} = 1 : 2$

$$\therefore \overline{EF} = 2\overline{AE} = 2 \times 4 = 8$$

$$\triangle EBF \text{에서 } \overline{BF}^2 = 10^2 - 8^2 = 36$$

$$\text{이때 } \overline{BF} > 0 \text{이므로 } \overline{BF} = 6$$

한편 $\triangle ABF$ 에서 $\overline{BF} \parallel \overline{DE}$ 이므로

$$\overline{DE} : \overline{BF} = \overline{AD} : \overline{AB} = 1 : (1+2) = 1 : 3$$

$$\text{즉, } \overline{DE} : 6 = 1 : 3 \text{이므로}$$

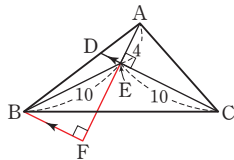
$$3\overline{DE} = 6 \quad \therefore \overline{DE} = 2$$

$$\therefore \triangle ADC = \frac{1}{2} \times (2+10) \times 4 = 24$$

따라서 $\triangle ADC : \triangle DBC = \overline{AD} : \overline{DB} = 1 : 2$ 이므로

$$\triangle DBC = 2\triangle ADC = 2 \times 24 = 48$$

$$\therefore \triangle ABC = \triangle ADC + \triangle DBC = 24 + 48 = 72$$



02 답 45/4

오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나고 $\overline{PQ}$ 에 평행한 직선이 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 각각 E, F라 하면 $\square PEDQ$ 는 평행사변형이므로 $\overline{PQ} = \overline{ED}$ 이다.

$$\triangle ACD \text{에서 } \overline{AC}^2 = 9^2 + 12^2 = 225$$

$$\text{이때 } \overline{AC} > 0 \text{이므로 } \overline{AC} = 15$$

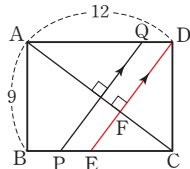
$$\text{또 } \overline{AD} \times \overline{CD} = \overline{AC} \times \overline{DF} \text{이므로}$$

$$12 \times 9 = 15 \times \overline{DF} \quad \therefore \overline{DF} = \frac{36}{5}$$

$$\triangle DEC \text{에서 } \overline{DC}^2 = \overline{DF} \times \overline{DE} \text{이므로}$$

$$9^2 = \frac{36}{5} \times \overline{DE} \quad \therefore \overline{DE} = \frac{45}{4}$$

$$\therefore \overline{PQ} = \overline{ED} = \frac{45}{4}$$



[다른 풀이]

$\triangle ACD$ 와 $\triangle DEC$ 에서

$$\angle ADC = \angle DCE = 90^\circ,$$

$$\angle DAC = 90^\circ - \angle ACD = \angle CDE \text{이므로}$$

$$\triangle ACD \sim \triangle DEC \text{ (AA 닮음)}$$

따라서 $\overline{AD} : \overline{DC} = \overline{AC} : \overline{DE}$ 이므로

$$12 : 9 = 15 : \overline{DE}, 12\overline{DE} = 135$$

$$\therefore \overline{DE} = \frac{45}{4}$$

03 답 2/3 cm

오른쪽 그림과 같이 양 끝의 두 원의 중심을 각각 P, Q, 세 점 P, Q, B에서 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 에 내린 수선의 발을 차례로 D, E, F라 하고, $\overline{PQ}$ 와 $\overline{BF}$ 의 교점을 H라 하자.

원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\overline{PD} = \overline{QE} = \overline{HF} = r \text{ cm}, \overline{PQ} = 10r \text{ cm}$$

$$\triangle ABC \text{에서 } \overline{AC}^2 = 6^2 + 8^2 = 100$$

$$\text{이때 } \overline{AC} > 0 \text{이므로 } \overline{AC} = 10(\text{cm})$$

$$\text{한편 } \overline{AB} \times \overline{BC} = \overline{AC} \times \overline{BF} \text{이므로}$$

$$6 \times 8 = 10 \times \overline{BF} \quad \therefore \overline{BF} = \frac{24}{5}(\text{cm})$$

이때 $\triangle ABC = \square APQC + \triangle PAB + \triangle QBC + \triangle PBQ$ 이므로

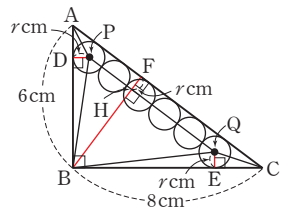
$$\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = \frac{1}{2} \times (10 + 10r) \times r + \frac{1}{2} \times 6 \times r + \frac{1}{2} \times 8 \times r$$

$$+ \frac{1}{2} \times 10r \times \left(\frac{24}{5} - r \right)$$

$$24 = (5r + 5r^2) + 3r + 4r + (24r - 5r^2)$$

$$36r = 24 \quad \therefore r = \frac{2}{3}$$

따라서 원의 반지름의 길이는 $\frac{2}{3}$ cm이다.



04 답 3 cm

$$\overline{AE} : \overline{AP} = 4 : 3 \text{이므로}$$

$$\overline{AE} = 4a \text{ cm}, \overline{AP} = 3a \text{ cm} (a > 0) \text{라 하면}$$

$$\triangle AEP \text{에서 } \overline{EP}^2 = (3a)^2 + (4a)^2 = 25a^2$$

$$\text{이때 } \overline{EP} > 0 \text{이므로 } \overline{EP} = 5a(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{EB} = \overline{EP} = 5a \text{ cm}$$

$$\text{즉, } \overline{AB} = \overline{AE} + \overline{EB} = 18(\text{cm}) \text{이므로}$$

$$4a + 5a = 18, 9a = 18 \quad \therefore a = 2$$

$$\therefore \overline{AE} = 8 \text{ cm}, \overline{AP} = 6 \text{ cm}, \overline{EP} = 10 \text{ cm}$$

한편 $\triangle AEP$ 와 $\triangle DPQ$ 에서

$$\angle A = \angle D = 90^\circ, \angle AEP = 90^\circ - \angle APE = \angle DPQ \text{이므로}$$

$$\triangle AEP \sim \triangle DPQ \text{ (AA 닮음)}$$

따라서 오른쪽 그림에서

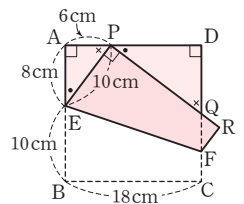
$$\overline{AE} : \overline{DP} = \overline{EP} : \overline{PQ} \text{이므로}$$

$$8 : (18 - 6) = 10 : \overline{PQ}, 8\overline{PQ} = 120$$

$$\therefore \overline{PQ} = 15(\text{cm})$$

$$\text{이때 } \overline{PR} = \overline{BC} = 18 \text{ cm이므로}$$

$$\overline{QR} = \overline{PR} - \overline{PQ} = 18 - 15 = 3(\text{cm})$$



05 답 258

$$\square DBAI = 8^2 = 64, \square ACGH = 5^2 = 25 \text{이므로}$$

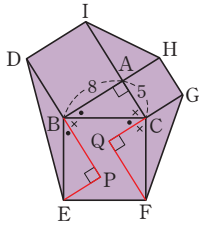
$$\square BEFC = \square DBAI + \square ACGH = 64 + 25 = 89$$

$$\text{또 } \overline{AI} = \overline{AB} = 8, \overline{AH} = \overline{AC} = 5,$$

$$\angle IAH = \angle BAC = 90^\circ \text{ (맞꼭지각)이므로}$$

$$\triangle AHI = \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 5 = 20$$

오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{DB}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 P, 점 F에서 $\overline{GC}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 Q라 하면



$\triangle PBE$ 와 $\triangle ABC$ 에서

$$\angle BPE = \angle BAC = 90^\circ, \overline{BE} = \overline{BC},$$

$$\angle PBE = 90^\circ - \angle PBC = \angle ABC \text{ 이므로}$$

$\triangle PBE \cong \triangle ABC$ (RHA 합동)

$$\therefore \overline{PE} = \overline{AC} = 5$$

$$\therefore \triangle DEB = \frac{1}{2} \times \overline{DB} \times \overline{PE} = \frac{1}{2} \times 8 \times 5 = 20$$

같은 방법으로 하면 $\triangle QFC \cong \triangle ABC$ (RHA 합동)이므로

$$\overline{QF} = \overline{AB} = 8$$

$$\therefore \triangle CFG = \frac{1}{2} \times \overline{CG} \times \overline{QF} = \frac{1}{2} \times 5 \times 8 = 20$$

$\therefore$ (육각형 DEFGHI의 넓이)

$$= \square DBAI + \square ACGH + \square BEFC + \triangle ABC + \triangle AHI + \triangle DEB + \triangle CFG$$

$$= 64 + 25 + 89 + 20 + 20 + 20 + 20$$

$$= 258$$

06 답 50 cm

오른쪽 그림과 같은 원뿔대의 옆면의 전개도에서 구하는 최단 거리는 $\overline{AM}$ 의 길이와 같다.

처음 원뿔의 꼭짓점을 O라 하면 원뿔대의 두 밑면의 반지름의 길이는 각각

5 cm, 10 cm이므로

$$\overline{OB} : \overline{OA} = 5 : 10 = 1 : 2$$

$$\text{즉, } \overline{OB} : (\overline{OB} + 20) = 1 : 2 \text{ 이므로}$$

$$\overline{OB} + 20 = 2\overline{OB} \quad \therefore \overline{OB} = 20(\text{cm})$$

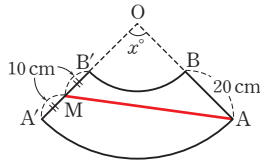
$\angle A'OA = x^\circ$ 라 하면 부채꼴의 호의 길이는 밑면인 원의 둘레의 길이와 같으므로

$$2\pi \times (20 + 20) \times \frac{x}{360} = 2\pi \times 10 \quad \therefore x = 90$$

$$\text{따라서 } \triangle OMA \text{에서 } \overline{AM}^2 = 40^2 + (20 + 10)^2 = 2500$$

이때 $\overline{AM} > 0$ 이므로 $\overline{AM} = 50(\text{cm})$

따라서 구하는 최단 거리는 50 cm이다.



01 답 ㄱ, ㄷ

ㄱ, ㄷ. $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 의 닮음비는

$$\overline{AB} : \overline{EF} = 6 : 14 = 3 : 7$$

$$\text{즉, } \overline{AD} : \overline{EH} = \overline{CD} : \overline{GH} = 3 : 7 \text{ 이므로}$$

$$7\overline{AD} = 3\overline{EH}$$

$$\therefore \angle B = \angle F = 115^\circ, \angle D = \angle H = 135^\circ \text{ 이므로}$$

$$\angle C = 360^\circ - (68^\circ + 115^\circ + 135^\circ) = 42^\circ$$

$$\text{ㄷ. } \overline{BC} : \overline{FG} = 3 : 7 \text{ 이므로}$$

$$\overline{BC} : 21 = 3 : 7, 7\overline{BC} = 63 \quad \therefore \overline{BC} = 9(\text{cm})$$

따라서 옳지 않은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

02 답 ③

세 원의 닮음비가 1 : 2 : 3이므로

$$\text{넓이의 비는 } 1^2 : 2^2 : 3^2 = 1 : 4 : 9$$

두 번째로 큰 원의 넓이를 $x \text{ cm}^2$ 라 하면

$$x : 72\pi = 4 : 9, 9x = 288\pi \quad \therefore x = 32\pi$$

또 가장 작은 원의 넓이를 $y \text{ cm}^2$ 라 하면

$$y : 72\pi = 1 : 9, 9y = 72\pi \quad \therefore y = 8\pi$$

$$\therefore (\text{색칠한 부분의 넓이}) = 32\pi - 8\pi = 24\pi(\text{cm}^2)$$

03 답 108 cm³

세 원뿔 A, A+B, A+B+C는 서로 닮은 도형이고, 닮음비가

$$1 : (1+2) : (1+2+3) = 1 : 3 : 6 \text{ 이므로}$$

$$\text{부피의 비는 } 1^3 : 3^3 : 6^3 = 1 : 27 : 216$$

..... ①

따라서 세 입체도형 A, B, C의 부피의 비는

$$1 : (27-1) : (216-27) = 1 : 26 : 189$$

..... ②

이때 처음 원뿔의 부피를 $x \text{ cm}^3$ 라 하면

$$13 : x = 26 : 216 \quad \therefore x = 108$$

따라서 처음 원뿔의 부피는 108 cm³이다.

..... ③

채점 기준

① 세 원뿔의 부피의 비 구하기	40 %
② 세 입체도형 A, B, C의 부피의 비 구하기	30 %
③ 처음 원뿔의 부피 구하기	30 %

04 답 8 : 3

$\triangle AFD$ 와 $\triangle EFC$ 에서

$$\angle AFD = \angle EFC (\text{맞꼭지각}),$$

$$\angle ADF = \angle ECF (\text{엇각}) \text{ 이므로}$$

$$\therefore \overline{AD} \parallel \overline{BE}$$

$$\triangle AFD \sim \triangle EFC (\text{AA 닮음})$$

따라서 $\triangle AFD$ 와 $\triangle EFC$ 의 닮음비는

$$\overline{DF} : \overline{CF} = \triangle EDF : \triangle EFC = 5 : 3 \text{ 이므로}$$

$$\overline{AD} : \overline{EC} = 5 : 3$$

$$\text{이때 } \overline{AD} = \overline{BC} \text{ 이므로}$$

$$\overline{BC} : \overline{EC} = 5 : 3$$

$$\therefore \overline{BE} : \overline{CE} = (5+3) : 3 = 8 : 3$$

단원 마스터

▶ 86~89쪽

01 ㄱ, ㄷ 02 ③ 03 108 cm³ 04 8 : 3 05 ②

06 ① 07 12 cm 08 ② 09 63 cm² 10 ③

11 5 : 6 12 $\frac{3}{2}$ 13 4 cm 14 84 15 24π cm

16 ② 17 8 cm² 18 ② 19 $\frac{600}{17}$ cm² 20 $\frac{96}{25}$ cm

21 ④ 22 65 23 ④ 24 38 cm²

05 답 ②

△ABC와 △DPC에서
 $\angle ACB = \angle DCP = 90^\circ$,
 $\angle BAC = 90^\circ - \angle APE = 90^\circ - \angle DPC = \angle PDC$ 이므로
 $\triangle ABC \sim \triangle DPC$ (AA 닮음)
 따라서 $\overline{AC} : \overline{DC} = \overline{BC} : \overline{PC}$ 이므로
 $(\overline{AP} + 3) : 5 = 5 : 3$, $3\overline{AP} + 9 = 25$
 $3\overline{AP} = 16 \quad \therefore \overline{AP} = \frac{16}{3}(\text{cm})$

06 답 ①

△PBQ와 △CBA에서
 $\angle PQB = \angle CAB = 90^\circ$, $\angle B$ 는 공통이므로
 $\triangle PBQ \sim \triangle CBA$ (AA 닮음)
 따라서 $\overline{PB} : \overline{CB} = \overline{BQ} : \overline{BA}$ 이므로
 $4 : 10 = \overline{BQ} : 6$, $10\overline{BQ} = 24 \quad \therefore \overline{BQ} = \frac{12}{5}(\text{cm})$
 이때 $\overline{DQ} = \overline{BQ} = \frac{12}{5} \text{cm}$ 이므로
 $\overline{CD} = \overline{BC} - \overline{BD} = \overline{BC} - 2\overline{BQ}$
 $= 10 - 2 \times \frac{12}{5} = \frac{26}{5}(\text{cm})$

07 답 12 cm

$\overline{AE} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 18 = 9(\text{cm})$
 이때 □ABCD는 평행사변형이므로 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$
 $\therefore \overline{AF} : \overline{CF} = \overline{AE} : \overline{BE} = 9 : 18 = 1 : 2$
 따라서 △ACD에서 $\overline{AD} \parallel \overline{FG}$ 이므로
 $\overline{CF} : \overline{CA} = \overline{FG} : \overline{AD}$
 $2 : (2+1) = \overline{FG} : 18$, $3\overline{FG} = 36 \quad \therefore \overline{FG} = 12(\text{cm})$

08 답 ②

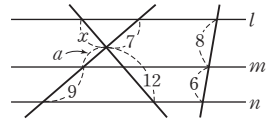
△ABC에서 $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$ 이므로
 $\overline{BD} : \overline{DA} = \overline{BE} : \overline{EC} = 10 : 5 = 2 : 1$
 △ABE에서 $\overline{DF} \parallel \overline{AE}$ 이므로
 $\overline{BF} : \overline{FE} = \overline{BD} : \overline{DA} = 2 : 1$
 $\therefore \overline{EF} = \frac{1}{3} \overline{BE} = \frac{1}{3} \times 10 = \frac{10}{3}(\text{cm})$

09 답 63 cm²

$\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이므로
 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$
 $8 : 6 = 4 : \overline{CD}$, $8\overline{CD} = 24 \quad \therefore \overline{CD} = 3(\text{cm})$
 또 $\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 외각의 이등분선이므로
 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BE} : \overline{CE}$
 $8 : 6 = (7 + \overline{CE}) : \overline{CE}$, $8\overline{CE} = 42 + 6\overline{CE}$
 $2\overline{CE} = 42 \quad \therefore \overline{CE} = 21(\text{cm})$
 따라서 △ABD : △ACE = $\overline{BD} : \overline{CE}$ 이므로
 $12 : \triangle ACE = 4 : 21$, $4\triangle ACE = 252$
 $\therefore \triangle ACE = 63(\text{cm}^2)$

10 답 ③

오른쪽 그림에서
 $(7+a) : 9 = 8 : 6$ 이므로
 $42 + 6a = 72$, $6a = 30 \quad \therefore a = 5$
 따라서 $x : 12 = 7 : (5+9)$ 이므로
 $x : 12 = 7 : 14$, $14x = 84 \quad \therefore x = 6$

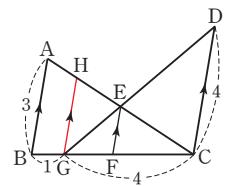


11 답 5:6

$\overline{AE} : \overline{EB} = m : n$ (m, n 은 자연수)이라 하고,
 $\overline{EP} = \overline{PQ} = \overline{QF} = a \text{cm}$ 라 하면
 △ABC에서 $\overline{AE} : \overline{AB} = \overline{EQ} : \overline{BC}$ 이므로
 $m : (m+n) = 2a : 12$
 $\therefore 2a(m+n) = 12m \quad \dots\dots ㉠$
 △ABD에서 $\overline{BE} : \overline{BA} = \overline{EP} : \overline{AD}$ 이므로
 $n : (n+m) = a : 5$
 $\therefore a(m+n) = 5n \quad \dots\dots ㉡$
 ㉡을 ㉠에 대입하면
 $10n = 12m \quad \therefore n = \frac{6}{5}m$
 $\therefore \overline{AE} : \overline{EB} = m : \frac{6}{5}m = 5 : 6$

12 답 $\frac{3}{2}$

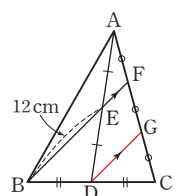
오른쪽 그림과 같이 점 G를 지나고 $\overline{AB}$ 에
 평행한 직선을 그어 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 H
 라 하자.



△ABC에서 $\overline{AB} \parallel \overline{HG}$ 이므로
 $\overline{CG} : \overline{CB} = \overline{HG} : \overline{AB}$
 $4 : (4+1) = \overline{HG} : 3$
 $5\overline{HG} = 12 \quad \therefore \overline{HG} = \frac{12}{5}$
 이때 △HGE ∼ △CDE (AA 닮음)이므로
 $\overline{GE} : \overline{DE} = \overline{HG} : \overline{CD} = \frac{12}{5} : 4 = 3 : 5$
 따라서 △GCD에서 $\overline{EF} \parallel \overline{DC}$ 이므로
 $\overline{GE} : \overline{GD} = \overline{EF} : \overline{DC}$
 $3 : (3+5) = \overline{EF} : 4$, $8\overline{EF} = 12 \quad \therefore \overline{EF} = \frac{3}{2}$

13 답 4 cm

오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나고 $\overline{BF}$ 에 평행
 한 직선을 그어 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 G라 하자.



$\overline{EF} = a \text{cm}$ 라 하면
 △ADG에서 $\overline{AE} = \overline{ED}$, $\overline{EF} \parallel \overline{DG}$ 이므로
 $\overline{DG} = 2\overline{EF} = 2a(\text{cm}) \quad \dots\dots ㉠$
 △BCF에서 $\overline{BD} = \overline{DC}$, $\overline{BF} \parallel \overline{DG}$ 이므로
 $\overline{BF} = 2\overline{DG} = 2 \times 2a = 4a(\text{cm}) \quad \dots\dots ㉡$
 따라서 $\overline{BF} = \overline{BE} + \overline{EF}$ 이므로
 $4a = 12 + a$, $3a = 12 \quad \therefore a = 4$
 $\therefore \overline{EF} = 4 \text{cm} \quad \dots\dots ㉢$

채점 기준

① $EF=a$ cm로 놓고, $\overline{DG}$ 의 길이를 a 를 사용하여 나타내기	40%
② $\overline{BF}$ 의 길이를 a 를 사용하여 나타내기	40%
③ EF 의 길이 구하기	20%

14 답 84

세 점 A_1, B_1, C_1 은 각각 $\overline{BC}, \overline{CA}, \overline{AB}$ 의 중점이므로

$$\overline{A_1B_1} = \frac{1}{2}\overline{AB}, \overline{B_1C_1} = \frac{1}{2}\overline{BC}, \overline{C_1A_1} = \frac{1}{2}\overline{CA}$$

즉, $\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle ABC$ (SSS 닮음)이고, 닮음비가 1:2이므로 넓이의 비는 $1^2:2^2=1:4$

$$\therefore \triangle A_1B_1C_1 = \frac{1}{4}\triangle ABC = \frac{1}{4} \times 256 = 64$$

같은 방법으로 하면

$$\triangle A_2B_2C_2 = \frac{1}{4}\triangle A_1B_1C_1 = \frac{1}{4} \times 64 = 16$$

$$\triangle A_3B_3C_3 = \frac{1}{4}\triangle A_2B_2C_2 = \frac{1}{4} \times 16 = 4$$

$$\therefore \triangle A_1B_1C_1 + \triangle A_2B_2C_2 + \triangle A_3B_3C_3 = 64 + 16 + 4 = 84$$

15 답 24π cm

점 F는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 정삼각형의 외심과 무게중심은 일치하므로 점 F는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다. ①

즉, $\overline{CF} : \overline{EF} = 2 : 1$ 이므로

$$\overline{CF} : 6 = 2 : 1 \quad \therefore \overline{CF} = 12(\text{cm}) \quad \dots\dots ②$$

따라서 $\overline{CF}$ 가 $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름이므로 구하는 둘레의 길이는

$$2\pi \times 12 = 24\pi(\text{cm}) \quad \dots\dots ③$$

채점 기준

① 점 F가 $\triangle ABC$ 의 무게중심임을 알기	40%
② $\overline{CF}$ 의 길이 구하기	30%
③ $\triangle ABC$ 의 외접원의 둘레의 길이 구하기	30%

16 답 ②

두 점 G, G'은 각각 $\triangle ABC, \triangle DBC$ 의 무게중심이므로

$$\overline{MG} : \overline{MA} = \overline{MG'} : \overline{MD} = 1 : 3$$

따라서 $\triangle AMD$ 에서 $\overline{GG'} \parallel \overline{AD}$ 이므로

$$\overline{GG'} : \overline{AD} = \overline{MG} : \overline{MA} = 1 : 3$$

즉, $\overline{GG'} : 30 = 1 : 3$ 이므로

$$3\overline{GG'} = 30 \quad \therefore \overline{GG'} = 10(\text{cm})$$

17 답 8cm^2

$$\triangle ABD = \triangle ADC = 36\text{cm}^2 \text{이므로}$$

$$\triangle ABC = 2\triangle ADC = 2 \times 36 = 72(\text{cm}^2)$$

$$\therefore \triangle GPQ = \frac{1}{3}\triangle ABG = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}\triangle ABC$$

$$= \frac{1}{9}\triangle ABC = \frac{1}{9} \times 72$$

$$= 8(\text{cm}^2)$$

18 답 ②

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}, \overline{BN}$ 을 그으면

두 점 P, Q는 각각 $\triangle ABC, \triangle ACD$ 의 무게중심이므로

$$\overline{BP} = \overline{PQ} = \overline{QD}$$

$$\therefore \triangle PBC + \triangle NQD = \triangle QCD + \triangle NQD$$

$$= \triangle NCD = \frac{1}{2}\triangle ACD$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\square ABCD$$

$$= \frac{1}{4}\square ABCD$$

$$= \frac{1}{4} \times 48 = 12(\text{cm}^2) \quad \dots\dots ㉠$$

또 $\overline{AM} = \overline{MB}$ 이므로

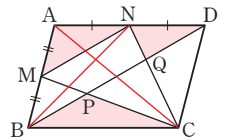
$$\triangle AMN = \frac{1}{2}\triangle ABN = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\triangle ABD$$

$$= \frac{1}{4}\triangle ABD = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}\square ABCD$$

$$= \frac{1}{8}\square ABCD = \frac{1}{8} \times 48 = 6(\text{cm}^2) \quad \dots\dots ㉡$$

㉠, ㉡에서 색칠한 부분의 넓이는

$$\triangle PBC + \triangle NQD + \triangle AMN = 12 + 6 = 18(\text{cm}^2)$$



19 답 $\frac{600}{17}\text{cm}^2$

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이고, $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{AD} \perp \overline{CD}$

$$\text{또 } \overline{BD} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 20 = 10(\text{cm}) \text{이므로}$$

$$\triangle ABD \text{에서 } \overline{AD}^2 = 26^2 - 10^2 = 576$$

$$\text{이때 } \overline{AD} > 0 \text{이므로 } \overline{AD} = 24(\text{cm}) \quad \dots\dots ①$$

$$\therefore \triangle ABD = \frac{1}{2} \times 10 \times 24 = 120(\text{cm}^2) \quad \dots\dots ②$$

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{DE}$ 는 $\angle ADB$ 의 이등분선이므로

$$\overline{AE} : \overline{BE} = \overline{AD} : \overline{BD} = 24 : 10 = 12 : 5$$

$$\therefore \triangle EBD = \frac{5}{17}\triangle ABD = \frac{5}{17} \times 120 = \frac{600}{17}(\text{cm}^2) \quad \dots\dots ③$$

채점 기준

① $\overline{AD}$ 의 길이 구하기	40%
② $\triangle ABD$ 의 넓이 구하기	20%
③ $\triangle EBD$ 의 넓이 구하기	40%

20 답 $\frac{96}{25}\text{cm}$

$$\triangle ABD \text{에서 } \overline{BD}^2 = 8^2 + 6^2 = 100$$

$$\text{이때 } \overline{BD} > 0 \text{이므로 } \overline{BD} = 10(\text{cm})$$

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{AB} \times \overline{AD} = \overline{AE} \times \overline{BD}$ 이므로

$$6 \times 8 = \overline{AE} \times 10 \quad \therefore \overline{AE} = \frac{24}{5}(\text{cm})$$

또 $\overline{AD}^2 = \overline{DE} \times \overline{DB}$ 이므로

$$8^2 = \overline{DE} \times 10 \quad \therefore \overline{DE} = \frac{32}{5}(\text{cm})$$

$\triangle AED$ 에서 $\overline{AE} \times \overline{DE} = \overline{AD} \times \overline{EF}$ 이므로

$$\frac{24}{5} \times \frac{32}{5} = 8 \times \overline{EF} \quad \therefore \overline{EF} = \frac{96}{25}(\text{cm})$$

21 답 ④

오른쪽 그림과 같이 원뿔의 꼭짓점을 A라 하고, 꼭짓점 A에서 원뿔의 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하면

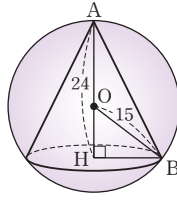
$$\overline{OA} = \overline{OB} = 15 \text{이므로}$$

$$\overline{OH} = \overline{AH} - \overline{OA} = 24 - 15 = 9$$

$$\triangle OHB \text{에서 } \overline{BH}^2 = 15^2 - 9^2 = 144$$

이때 $\overline{BH} > 0$ 이므로 $\overline{BH} = 12$

$$\therefore (\text{원뿔의 부피}) = \frac{1}{3} \times (\pi \times 12^2) \times 24 = 1152\pi$$



22 답 65

오른쪽 그림과 같이 점 G에서 $\overline{DC}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle DHG$ 에서

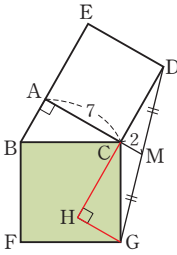
$$\overline{DM} = \overline{MG}, \overline{CM} \parallel \overline{HG} \text{이므로}$$

$$\overline{HG} = 2\overline{CM} = 2 \times 2 = 4$$

$$\text{또 } \overline{CH} = \overline{DC} = \overline{AC} = 7 \text{이므로}$$

$$\triangle CHG \text{에서 } \overline{CG}^2 = 7^2 + 4^2 = 65$$

$$\therefore \square BFGC = \overline{CG}^2 = 65$$



23 답 ④

오른쪽 그림과 같이 $\overline{DE}$ 를 그으면

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AE} = \overline{EC}$, $\overline{BD} = \overline{DC}$ 이므로

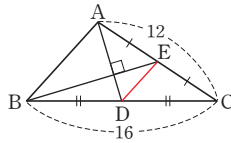
$$\overline{DE} = \frac{1}{2} \overline{AB}$$

$\square ABDE$ 에서

$$\overline{AB}^2 + \overline{DE}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{BD}^2 \text{이므로}$$

$$\overline{AB}^2 + \left(\frac{1}{2} \overline{AB}\right)^2 = 6^2 + 8^2 \quad \overline{AE} = \frac{1}{2} \times 12 = 6, \overline{BD} = \frac{1}{2} \times 16 = 8$$

$$\frac{5}{4} \overline{AB}^2 = 100 \quad \therefore \overline{AB}^2 = 80$$



24 답 38 cm^2

오른쪽 그림과 같이 각 영역의 넓이를

S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 라 하면

($\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)

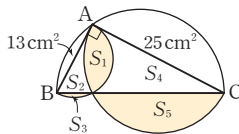
+ ($\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)

= ($\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)

이므로

$$(S_1 + S_2 + S_3) + (S_1 + S_4 + S_5) = S_1 + S_2 + S_4 + 13 + 25$$

$$\therefore S_1 + S_3 + S_5 = 13 + 25 = 38 (\text{cm}^2)$$



09 경우의 수

STEP 1 핵심 문제

▶ 92~93쪽

- 01 ② 02 (1) 9 (2) 3 03 7 04 288 05 ③
06 12 07 ③ 08 17 09 ② 10 80 11 ③
12 ②

01 답 ②

두 주사위에서 나오는 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면 두 눈의 수의 곱이 6인 경우는

(1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1)

따라서 구하는 경우의 수는 4이다.

02 답 (1) 9 (2) 3

(1) 400원을 지불하는 방법을 표로 나타내면 다음과 같다.

100원(개)	4	3	3	2	2	1	1	0	0
50원(개)	0	2	1	4	3	6	5	8	7
10원(개)	0	0	5	0	5	0	5	0	5

..... ①

따라서 볼펜값을 지불하는 방법의 수는 9이다.

..... ②

(2) 10원짜리, 50원짜리, 100원짜리 동전을 각각 1개 이상 사용하여 볼펜값을 지불하는 방법의 수는 3이다.

..... ③

채점 기준

① 400원을 지불하는 방법을 표로 나타내기	60%
② 볼펜값을 지불하는 방법의 수 구하기	20%
③ 주어진 동전을 각각 1개 이상 사용하여 볼펜값을 지불하는 방법의 수 구하기	20%

03 답 7

14의 약수는 1, 2, 7, 14이고, a, b 의 값은 1, 2, 3, 4, 5, 6이므로 $a+b$ 의 값으로 가능한 것은 2 또는 7이다.

(i) $a+b=2$ 인 경우

$1+1=2$ 이므로 가능한 순서쌍은 (1, 1)의 1개

(ii) $a+b=7$ 인 경우

$1+6=2+5=3+4=7$ 이므로 가능한 순서쌍은 (1, 6), (2, 5),

(3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)의 6개

(i), (ii)에서 가능한 모든 순서쌍 (a, b)의 개수는

$$1+6=7$$

04 답 288

동전 1개를 던질 때 일어나는 모든 경우는 앞면과 뒷면의 2가지이고, 주사위 1개를 던질 때 일어나는 모든 경우는 1, 2, 3, 4, 5, 6의 6가지이므로 구하는 경우의 수는

$$2 \times 2 \times 2 \times 6 \times 6 = 288$$

05 답 ③

A 지점에서 P 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 3

P 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 3

따라서 구하는 경우의 수는

$$3 \times 3 = 9$$

다른 풀이

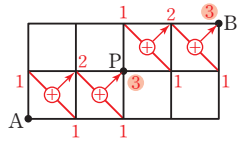
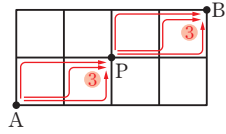
최단 거리로 가는 경우의 수는 진행 방향의 수끼리의 합으로 구할 수도 있다.

A 지점에서 P 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 3

P 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 3

따라서 구하는 경우의 수는

$$3 \times 3 = 9$$



06 답 12

처음과 마지막 주자가 남학생인 경우의 수는

(수호, □, □, □, 민재), (민재, □, □, □, 수호)의 2

..... ①

여학생 3명이 달리는 순서를 정하는 경우의 수는

$$3 \times 2 \times 1 = 6$$

..... ②

따라서 구하는 경우의 수는

$$2 \times 6 = 12$$

..... ③

채점 기준

① 처음과 마지막 주자가 남학생인 경우의 수 구하기	40%
② 여학생이 달리는 순서를 정하는 경우의 수 구하기	40%
③ 5명이 달리는 순서를 정할 때, 처음과 마지막 주자가 남학생인 경우의 수 구하기	20%

07 답 ③

모음인 A, I를 1개로 생각하여 5개의 문자를 한 줄로 나열하는 경우의 수는 $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

이때 A와 I가 자리를 바꾸는 경우의 수는 2

따라서 구하는 경우의 수는

$$120 \times 2 = 240$$

08 답 17

(i) 1□□인 경우

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 1을 제외한 4개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 1과 십의 자리의 숫자를 제외한 3개이므로

$$4 \times 3 = 12(\text{개})$$

(ii) 21□인 경우

213, 214, 215의 3개

(iii) 23□인 경우

231, 234의 2개

(i), (ii), (iii)에서 235보다 작은 자연수의 개수는

$$12 + 3 + 2 = 17$$

09 답 ②

짝수가 되려면 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 0 또는 2 또는 4이다.

(i) □□0인 경우

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 5개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 백의 자리의 숫자를 제외한 4개이므로

$$5 \times 4 = 20(\text{개})$$

(ii) □□2인 경우

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 2를 제외한 4개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 2와 백의 자리의 숫자를 제외한 4개이므로

$$4 \times 4 = 16(\text{개})$$

(iii) □□4인 경우

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 4를 제외한 4개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 4와 백의 자리의 숫자를 제외한 4개이므로

$$4 \times 4 = 16(\text{개})$$

(i), (ii), (iii)에서 짝수의 개수는

$$20 + 16 + 16 = 52$$

10 답 80

남학생 5명 중에서 회장 1명, 부회장 1명을 뽑는 경우의 수는

$$5 \times 4 = 20$$

여학생 4명 중에서 회장 1명을 뽑는 경우의 수는 4

따라서 구하는 경우의 수는

$$20 \times 4 = 80$$

11 답 ③

A를 제외한 5명의 학생 중에서 대의원 2명을 뽑는 경우의 수와 같

$$\text{으므로 } \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

12 답 ②

8개의 점 중에서 3개의 점을 택하는 경우의 수는

$$\frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$$

이때 한 직선 위에 있는 3개의 점을 택하는 경우에는 삼각형이 만들어지지 않으므로 삼각형이 만들어지지 않는 경우의 수는 4

따라서 만들 수 있는 삼각형의 개수는

$$56 - 4 = 52$$

* STEP 2 고난도 문제

▶ 94~98쪽

01 10	02 2	03 ③	04 51점	05 ①	06 ③
07 9	08 ②	09 ④	10 47	11 35개	12 ②
13 72	14 384	15 ③	16 72	17 ③	18 ④
19 540	20 78	21 182	22 12	23 5860	24 ④
25 ②	26 6	27 34	28 ②	29 110	30 100
31 ④					

이때 1부터 100까지의 자연수 중 17의 배수는

17, 34, 51, 68, 85의 5개이다.

(ii) x 를 260으로 나누는 경우

$260 = 2^2 \times 5 \times 13$ 이므로 $\frac{x}{260}$ 를 유한소수로 나타낼 수 있으려면

x 는 13의 배수이어야 한다.

이때 1부터 100까지의 자연수 중 13의 배수는

13, 26, 39, 52, 65, 78, 91의 7개이다.

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$$5 + 7 = 12$$

개념 NOTE

유한소수로 나타낼 수 있는 분수

정수가 아닌 유리수를 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

09 답 ④

(i) 반찬①이 제육볶음이 아닌 경우

밥, 국, 제육볶음을 제외한 반찬①, 반찬②를 하나씩 고르면 되므로

$$2 \times 3 \times 2 \times 3 = 36(\text{가지})$$

(ii) 반찬①이 제육볶음인 경우

밥, 국, 반찬②, 후식을 하나씩 고르면 되므로

$$2 \times 3 \times 3 \times 2 = 36(\text{가지})$$

(i), (ii)에서 짤 수 있는 식단의 종류는

$$36 + 36 = 72(\text{가지})$$

10 답 47

500원짜리 동전 5개, 100원짜리 동전 3개, 50원짜리 동전 1개로 지불할 수 있는 방법의 수는 각각 6, 4, 2이다.

따라서 돈을 지불하는 방법의 수는

$$6 \times 4 \times 2 = 48$$

이때 0원을 지불하는 경우는 제외해야 하므로 구하는 방법의 수는

$$48 - 1 = 47$$

비법 NOTE

500원, 100원, 50원짜리 동전 중 일부 동전은 지불하지 않아도 되므로 각각의 동전을 0개 지불하는 경우를 포함하여 모든 방법의 수를 구한 후, 500원, 100원, 50원짜리 동전을 모두 지불하지 않는 경우를 제외한다.

11 답 35개

크기와 모양이 다른 조각품은 $2 \times 4 = 8(\text{개})$

크기와 색깔이 다른 조각품은 $2 \times 3 = 6(\text{개})$

크기와 재질이 다른 조각품은 $2 \times 1 = 2(\text{개})$

모양과 색깔이 다른 조각품은 $4 \times 3 = 12(\text{개})$

모양과 재질이 다른 조각품은 $4 \times 1 = 4(\text{개})$

색깔과 재질이 다른 조각품은 $3 \times 1 = 3(\text{개})$

$$\therefore 8 + 6 + 2 + 12 + 4 + 3 = 35(\text{개})$$

12 답 ②

A 지점에서 P 지점까지 최단 거리로 가려면 반드시 ①을 지나야 한다.

A 지점에서 C 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 2

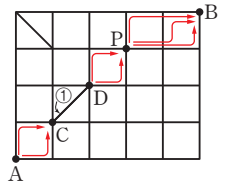
C 지점에서 D 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 1

D 지점에서 P 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 2

P 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 3

따라서 구하는 경우의 수는

$$2 \times 1 \times 2 \times 3 = 12$$



13 답 72

A 지점에서 출발하여 B 지점을 거쳐 다시 A 지점으로 돌아오는 방법은 다음과 같다.

(i) $A \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow A$ 로 이동하는 경우

$$2 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2 \times 1 = 24(\text{가지})$$

(ii) $A \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow A$ 로 이동하는 경우

$$2 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2 \times 1 = 24(\text{가지})$$

(iii) $A \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow A$ 로 이동하는 경우

$$1 \times 2 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 = 24(\text{가지})$$

(iv) $A \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow A$ 로 이동하는 경우

그런데 A에서 D까지 가는 방법이 1가지이므로 조건에 맞지 않는다.

(i)~(iv)에서 구하는 방법의 수는

$$24 + 24 + 24 = 72$$

14 답 384

(i) 맨 앞에 모음, 맨 뒤에 자음이 오는 경우

맨 앞에 올 수 있는 문자는 i, e의 2개, 맨 뒤에 올 수 있는 문자는 s, l, n, t의 4개이므로

$$2 \times 4 \times (4 \times 3 \times 2 \times 1) = 192$$

↳ 맨 앞과 맨 뒤에 오는 문자를 제외한 나머지 4개의 문자를 한 줄로 나열하는 경우의 수

(ii) 맨 앞에 자음, 맨 뒤에 모음이 오는 경우

맨 앞에 올 수 있는 문자는 s, l, n, t의 4개, 맨 뒤에 올 수 있는 문자는 i, e의 2개이므로

$$4 \times 2 \times (4 \times 3 \times 2 \times 1) = 192$$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$$192 + 192 = 384$$

15 답 ③

(i) B와 C가 모두 당변을 하는 경우

A, B, C 세 명이 당변을 하므로 당변을 정하는 경우의 수는

$$3 \times 2 \times 1 = \boxed{6}$$

(ii) B는 당변을 하고, C는 당변을 하지 않는 경우

A, B가 당변을 하고, C는 당변을 하지 않으므로

A, B, D가 당변을 정하는 경우의 수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$

A, B, E가 당변을 정하는 경우의 수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$

즉, 당변을 정하는 경우의 수는

$$6+6=\boxed{12}$$

(iii) C는 당변을 하고, B는 당변을 하지 않는 경우

A, C가 당변을 하고, B는 당변을 하지 않으므로

$$A, C, D가 당변을 정하는 경우의 수는 3 \times 2 \times 1 = 6$$

$$A, C, E가 당변을 정하는 경우의 수는 3 \times 2 \times 1 = 6$$

즉, 당변을 정하는 경우의 수는

$$6+6=12$$

(i), (ii), (iii)에서 당변을 정하는 경우의 수는

$$6+12+12=\boxed{30}$$

따라서 $a=6$, $b=12$, $c=30$ 이므로

$$a+b+c=6+12+30=48$$

16 답 72

‘남여남여남여’의 순서로 한 줄로 세울 때, 남학생 3명을 한 줄로 세우는 경우의 수는

$$3 \times 2 \times 1 = 6$$

이때 여학생 3명을 한 줄로 세우는 경우의 수는

$$3 \times 2 \times 1 = 6$$

즉, ‘남여남여남여’의 순서로 한 줄로 세우는 경우의 수는

$$6 \times 6 = 36$$

같은 방법으로 하면 ‘여남여남여남’의 순서로 한 줄로 세우는 경우의 수는

$$(3 \times 2 \times 1) \times (3 \times 2 \times 1) = 36$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$36+36=72$$

17 답 ③

2명씩 짝을 이루어 3줄로 서므로 유미와 예지가 짝을 이루어 첫 번째, 두 번째, 세 번째 줄 중에서 한 줄을 택하는 경우의 수는 3

이때 유미와 예지가 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 2

또 나머지 4명이 2명씩 짝을 이루어 2줄을 서는 경우는 4명이 한 줄로 서는 경우의 수와 같으므로

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$3 \times 2 \times 24 = 144$$

18 답 ④

자녀를 x 명이라 하면 부모님을 1명으로 생각하여 $(x+1)$ 명을 한 줄로 세우는 경우의 수는

$$(x+1) \times x \times (x-1) \times \cdots \times 2 \times 1$$

이때 부모님이 자리를 바꾸는 경우의 수는 2이므로

$$\{(x+1) \times x \times (x-1) \times \cdots \times 2 \times 1\} \times 2 = 240$$

$$(x+1) \times x \times (x-1) \times \cdots \times 2 \times 1 = 120$$

$$(x+1) \times x \times (x-1) \times \cdots \times 2 \times 1 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

즉, $x+1=5$ 이므로

$$x=4$$

따라서 자녀는 모두 4명이다.

19 답 540

A에 칠할 수 있는 색은 5가지

B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 4가지

C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 3가지

D에 칠할 수 있는 색은 A, C에 칠한 색을 제외한 3가지

E에 칠할 수 있는 색은 C, D에 칠한 색을 제외한 3가지

따라서 구하는 경우의 수는

$$5 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 = 540$$

20 답 78

만들 수 있는 모든 네 자리의 자연수의 개수는

$$4 \times 4 \times 3 \times 2 = 96$$

이때 십의 자리의 숫자가 3인 네 자리의 자연수는 $\square\square 3\square$ 의 꼴

이므로 그 개수는 $3 \times 3 \times 2 = 18$

따라서 구하는 자연수의 개수는

$$96 - 18 = 78$$

21 답 182

각 자리의 숫자가 0이 아닌 서로 다른 숫자로 이루어진 세 자리의 자연수는 1, 2, 3, ..., 9의 9개의 숫자 중에서 서로 다른 3개의 숫자를 뽑아 세 자리의 자연수를 만든 것이다.

이때 320 초과 640 미만인 수의 개수는 다음과 같이 경우를 나누어 생각한다.

(i) 32□, 34□, 35□, 36□, 37□, 38□, 39□인 경우

각 경우에 대하여 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리와 십의 자리의 숫자를 제외한 7개이므로

$$7 \times 7 = 49(\text{개})$$

(ii) 4□□인 경우

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 4를 제외한 8개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 4와 십의 자리의 숫자를 제외한 7개이므로

$$8 \times 7 = 56(\text{개})$$

(iii) 5□□인 경우

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 5를 제외한 8개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 5와 십의 자리의 숫자를 제외한 7개이므로

$$8 \times 7 = 56(\text{개})$$

(iv) 61□, 62□, 63□인 경우

각 경우에 대하여 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리와 십의 자리의 숫자를 제외한 7개이므로

$$7 \times 3 = 21(\text{개})$$

(i)~(iv)에서 320 초과 640 미만인 자연수의 개수는

$$49+56+56+21=182$$

22 답 12

3의 배수가 되려면 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이어야 한다.

(i) 각 자리의 숫자의 합이 3인 경우

12, 21, 30의 3개

(ii) 각 자리의 숫자의 합이 6인 경우

15, 24, 42, 51, 60의 5개

(iii) 각 자리의 숫자의 합이 9인 경우

36, 45, 54, 63의 4개

(i), (ii), (iii)에서 3의 배수의 개수는

$$3+5+4=12$$

비법 NOTE

배수의 판정

- (1) 2의 배수: 일의 자리의 숫자가 0 또는 2의 배수인 수
- (2) 3의 배수: 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수인 수
- (3) 4의 배수: 끝의 두 자리의 수가 00 또는 4의 배수인 수
- (4) 5의 배수: 끝의 한 자리의 숫자가 0 또는 5인 수
- (5) 9의 배수: 각 자리의 숫자의 합이 9의 배수인 수

23 답 5860

(i) 2□□□인 경우

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 2를 제외한 5개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 2와 백의 자리의 숫자를 제외한 4개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 2와 백의 자리와 십의 자리의 숫자를 제외한 3개이므로

$$5 \times 4 \times 3 = 60(\text{개})$$

(ii) 3□□□인 경우

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 3을 제외한 5개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 3과 백의 자리의 숫자를 제외한 4개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 3과 백의 자리와 십의 자리의 숫자를 제외한 3개이므로

$$5 \times 4 \times 3 = 60(\text{개})$$

(iii) 5□□□인 경우

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 5를 제외한 5개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 5와 백의 자리의 숫자를 제외한 4개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 5와 백의 자리와 십의 자리의 숫자를 제외한 3개이므로

$$5 \times 4 \times 3 = 60(\text{개})$$

(i), (ii), (iii)에서 $60+60+60=180(\text{개})$ 이므로 180번째로 나타나는 수는 천의 자리의 숫자가 5인 수 중에서 가장 큰 수인 5863이다.

따라서 179번째로 나타나는 수는 5862이므로 178번째로 나타나는 수는 5860이다.

24 답 ④

(i) □00□인 경우

천의 자리와 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 9개이므로

$$9 \times 9 = 81(\text{개})$$

(ii) □11□, □22□, □33□, ..., □99□인 경우

각 경우에 대하여 천의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 백의 자리, 십의 자리의 숫자를 제외한 8개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리와 십의 자리의 숫자를 제외한 9개이므로

$$8 \times 9 \times 9 = 648(\text{개})$$

(i), (ii)에서 구하는 네 자리의 자연수의 개수는

$$81+648=729$$

25 답 ②

7명의 학생 중에서 3명의 학생을 뽑는 경우의 수는

$$\frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$$

이때 뽑은 3명의 학생을 키가 작은 학생부터 순서대로 세우는 경우의 수는 1

따라서 구하는 경우의 수는

$$35 \times 1 = 35$$

26 답 6

자기 모자에 적힌 번호와 같은 번호가 적힌 의자에 앉는 2명을 뽑는 경우의 수는

$$\frac{4 \times 3}{2} = 6$$

만약 1, 2번이 적힌 모자를 쓴 학생이 각각 1, 2번이 적힌 의자에 앉는다면 3, 4번이 적힌 모자를 쓴 학생은 자기 모자에 적힌 번호와 다른 번호가 적힌 의자에 앉아야 한다.

이때 3, 4번이 적힌 모자를 쓴 학생이 자기 모자에 적힌 번호와 다른 번호가 적힌 의자에 앉는 경우는 오른쪽과 같으므로 경우의 수는 1

따라서 구하는 경우의 수는

$$6 \times 1 = 6$$

의자 번호	3	4
모자 번호	4	3

27 답 34

(i) A 도시에서 세 곳의 유적지를 선택하는 경우의 수는

$$\frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1} = 4$$

(ii) B 도시에서 세 곳의 유적지를 선택하는 경우의 수는

$$\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$$

(iii) C 도시에서 세 곳의 유적지를 선택하는 경우의 수는

$$\frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$$

(i), (ii), (iii)에서 구하는 경우의 수는

$$4+10+20=34$$

28 답 ②

부부끼리를 제외한 남자와 여자가 악수를 하는 경우의 수와 여자끼리 악수를 하는 경우의 수를 더하면 된다.

(i) 부부끼리를 제외한 남자와 여자가 악수를 하는 경우의 수는

$$4 \times 3 = 12 \rightarrow \text{부부가 아닌 남자 1명과 여자 1명을 뽑는 경우의 수와 같다.}$$

(ii) 여자 4명끼리 악수를 하는 경우의 수는

$$\frac{4 \times 3}{2} = 6$$

(i), (ii)에서 구하는 횟수는

$$12+6=18$$

다른 풀이

8명이 악수를 하는 경우의 수에서 남자끼리 악수를 하는 경우의 수와 부부끼리 악수를 하는 경우의 수를 빼면 된다.

(i) 8명이 악수를 하는 경우의 수는

$$\frac{8 \times 7}{2} = 28$$

(ii) 남자끼리 악수를 하는 경우의 수는

$$\frac{4 \times 3}{2} = 6$$

(iii) 부부끼리 악수를 하는 경우의 수는 부부가 모두 4쌍이므로

4

(i), (ii), (iii)에서 구하는 횟수는

$$28 - 6 - 4 = 18$$

29 답 110

10개의 점 중에서 3개의 점을 택하는 경우의 수는

$$\frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$$

이때 반원의 지름 위에 있는 5개의 점 A, B, C, D, E 중에서 3개의 점을 택하는 경우에는 삼각형이 만들어지지 않으므로 삼각형이 만들어지지 않는 경우의 수는

$$\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$$

따라서 구하는 삼각형의 개수는

$$120 - 10 = 110$$

30 답 100

가로 방향의 5개의 직선 중에서 2개, 세로 방향의 5개의 직선 중에서 2개를 각각 택하면 서로 다른 직사각형을 만들 수 있다.

가로 방향의 5개의 직선 중에서 2개를 택하는 경우의 수는

$$\frac{5 \times 4}{2} = 10$$

세로 방향의 5개의 직선 중에서 2개를 택하는 경우의 수는

$$\frac{5 \times 4}{2} = 10$$

따라서 만들 수 있는 직사각형의 개수는

$$10 \times 10 = 100$$

31 답 ④

평행한 두 직선을 x, y 라 하고, 나머지 직선을 각각 a, b, c, d, e, f 라 하면 한 점에서 만나지 않고 평행하지 않은 세 직선은 하나의 삼각형을 만들 수 있다.

(i) x, y 중에서 1개와 a, b, c, d, e, f 중에서 2개를 택하는 경우의 수는

$$2 \times \frac{6 \times 5}{2} = 30$$

(ii) a, b, c, d, e, f 중에서 3개를 택하는 경우의 수는

$$\frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$$

(i), (ii)에서 구하는 삼각형의 개수는

$$30 + 20 = 50$$

다른 풀이

(i) 8개의 직선 중에서 3개의 직선을 택하는 경우의 수는

$$\frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$$

(ii) 평행한 두 직선과 나머지 한 직선을 택하는 경우의 수는

6

(i), (ii)에서 구하는 삼각형의 개수는

$$56 - 6 = 50$$

STEP 3 최고난도 문제

▶ 99쪽

01 21

02 9

03 3360

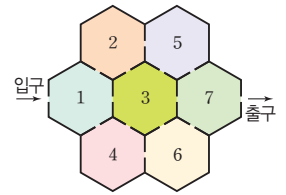
04 1989

05 420

06 35

01 답 21

오른쪽 그림과 같이 각각의 방에 번호를 붙이고, 입구에서 출구까지 가는 동안 거쳐서 가는 방의 개수가 3, 4, 5, 6, 7인 경우로 나누어 나타내면

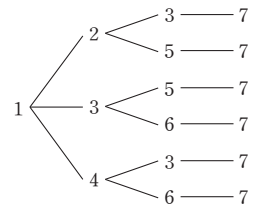


(i) 3개의 방을 거쳐서 가는 경우

$1 \rightarrow 3 \rightarrow 7$ 의 1가지

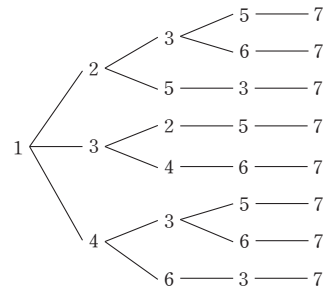
(ii) 4개의 방을 거쳐서 가는 경우

가능한 경로를 나뉘어 나타내면 오른쪽과 같으므로 6가지이다.



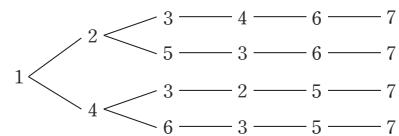
(iii) 5개의 방을 거쳐서 가는 경우

가능한 경로를 나뉘어 나타내면 오른쪽과 같으므로 8가지이다.



(iv) 6개의 방을 거쳐서 가는 경우

가능한 경로를 나뉘어 나타내면 다음과 같으므로 4가지이다.



(v) 7개의 방을 거쳐서 가는 경우

$1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 7$,

$1 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 7$ 의 2가지

(i)~(v)에서 구하는 경우의 수는

$$1 + 6 + 8 + 4 + 2 = 21$$

02 답 9

주사위를 던져서 나오는 눈의 수가 홀수이면 x 축의 양의 방향으로 이동하므로 홀수의 합이 2가 되는 경우는 1의 눈이 2번 나오는 경우이다.

또 주사위를 던져서 나오는 눈의 수가 짝수이면 y 축의 양의 방향으로 이동하므로 짝수의 합이 4가 되는 경우는 2의 눈이 두 번 나오거나 4의 눈이 한 번 나오는 경우이다.

즉, 구하는 경우의 수는 1, 1, 2, 2를 한 줄로 나열하는 경우의 수와 1, 1, 4를 한 줄로 나열하는 경우의 수를 합한 것과 같다.

- (i) 1, 1, 2, 2를 한 줄로 나열하는 경우를 순서쌍으로 나타내면
 (1, 1, 2, 2), (1, 2, 1, 2), (1, 2, 2, 1), (2, 1, 1, 2),
 (2, 1, 2, 1), (2, 2, 1, 1)의 6가지
- (ii) 1, 1, 4를 한 줄로 나열하는 경우를 순서쌍으로 나타내면
 (1, 1, 4), (1, 4, 1), (4, 1, 1)의 3가지
- (i), (ii)에서 구하는 경우의 수는
 $6+3=9$

03 답 3360

7마리의 동물을 서로 다른 우리에 넣는 모든 경우의 수는 7마리의 동물을 한 줄로 세우는 경우의 수와 같으므로

$$7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$$

그런데 강아지와 고양이를 번끼리 이웃하지 않게 넣는 경우의 수는 모든 경우의 수에서 강아지와 고양이를 번끼리 이웃하게 넣는 경우의 수를 제외한 경우의 수와 같다.

강아지와 고양이를 번끼리 이웃하게 넣는 경우는

(1번 우리, 2번 우리), (1번 우리, 4번 우리),

(2번 우리, 3번 우리), (2번 우리, 5번 우리),

(4번 우리, 5번 우리), (4번 우리, 6번 우리),

(6번 우리, 7번 우리)

의 7가지이고, 각 경우에 강아지와 고양이의 자리를 바꾸어 넣을 수 있으므로 그 경우의 수는

$$7 \times 2 = 14$$

이때 나머지 5마리의 동물을 남은 우리에 넣는 경우의 수는 5마리의 동물을 한 줄로 세우는 경우의 수와 같으므로

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

즉, 강아지와 고양이를 번끼리 이웃하게 넣는 경우의 수는

$$14 \times 120 = 1680$$

따라서 강아지와 고양이를 번끼리 이웃하지 않게 넣는 경우의 수는
 $5040 - 1680 = 3360$

04 답 1989

a, b, c, d, e 는 각각 0, 1, 2, ..., 9의 10개의 수가 될 수 있으므로 $\boxed{a}\boxed{b}$ 와 $\boxed{c}\boxed{d}$ 가 같은 경우와 $\boxed{a}\boxed{b}$ 와 $\boxed{d}\boxed{e}$ 가 같은 경우를 찾아 보면

(i) $\boxed{a}\boxed{b}$ 와 $\boxed{c}\boxed{d}$ 가 같은 경우

$a(c)$ 가 될 수 있는 수는 10개, $b(d)$ 가 될 수 있는 수는 10개이고, 이때 e 가 될 수 있는 수는 10개이므로 행운의 수의 개수는

$$10 \times 10 \times 10 = 1000 \quad \dots\dots ①$$

(ii) $\boxed{a}\boxed{b}$ 와 $\boxed{d}\boxed{e}$ 가 같은 경우

$a(d)$ 가 될 수 있는 수는 10개, $b(e)$ 가 될 수 있는 수는 10개이고, 이때 c 가 될 수 있는 수는 10개이므로 행운의 수의 개수는

$$10 \times 10 \times 10 = 1000 \quad \dots\dots ②$$

그런데 (i), (ii)에서 $a=b=c=d=e$ 인 경우의 10개가 중복되므로 제외해야 한다.

또 $\boxed{0}\boxed{0}-\boxed{0}\boxed{0}\boxed{0}$ 인 경우도 제외해야 하므로 구하는 행운의 수의 개수는

$$1000 + 1000 - 10 - 1 = 1989 \quad \dots\dots ③$$

채점 기준

① $\boxed{a}\boxed{b}$ 와 $\boxed{c}\boxed{d}$ 가 같은 경우의 행운의 수의 개수 구하기	40 %
② $\boxed{a}\boxed{b}$ 와 $\boxed{d}\boxed{e}$ 가 같은 경우의 행운의 수의 개수 구하기	40 %
③ 행운의 수의 개수 구하기	20 %

05 답 420

A에 칠할 수 있는 색은 5가지, B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 4가지, C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 3가지, D에 칠할 수 있는 색은 A, C에 칠한 색을 제외한 3가지이다.

이때 E에 칠할 수 있는 색은 A, B, D에 칠한 색을 제외한 색이므로 B, D에 같은 색을 칠하는 경우와 다른 색을 칠하는 경우로 나누어 생각한다.

(i) D에 B와 다른 색을 칠하는 경우

D에 칠할 수 있는 색은 A, B, C에 칠한 색을 제외한 2가지, E에 칠할 수 있는 색은 A, B, D에 칠한 색을 제외한 2가지이다.

즉, A, B, C, D, E를 칠하는 경우의 수는

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 2 = 240$$

(ii) D에 B와 같은 색을 칠하는 경우

D에 칠할 수 있는 색은 B에 칠한 색과 같으므로 1가지, E에 칠할 수 있는 색은 A, B, D에 칠한 색을 제외한 3가지이다.

즉, A, B, C, D, E를 칠하는 경우의 수는

$$5 \times 4 \times 3 \times 1 \times 3 = 180$$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$$240 + 180 = 420$$

06 답 35

네 개의 점을 연결하여 사각형을 만들려면 위에 있는 평행선에서 두 개의 점을, 아래에 있는 평행선에서 두 개의 점을 택해야 한다.

위에 있는 평행선에서 두 개의 점을 택하였을 때 두 점 사이의 거리를 a cm, 아래에 있는 평행선에서 두 개의 점을 택하였을 때 두 점 사이의 거리를 b cm라 하자.

네 개의 점을 연결하여 만든 사각형의 넓이는 6cm^2 이므로

$$\frac{1}{2} \times (a+b) \times 2 = 6 \quad \therefore a+b=6$$

그런데 a, b 는 $1 \leq a \leq 5, 1 \leq b \leq 5$ 인 자연수이므로

$a+b=6$ 인 경우를 구해 보면

(i) $a=1, b=5$ 인 경우

$$5 \times 1 = 5(\text{가지})$$

(ii) $a=2, b=4$ 인 경우

$$4 \times 2 = 8(\text{가지})$$

(iii) $a=3, b=3$ 인 경우

$$3 \times 3 = 9(\text{가지})$$

(iv) $a=4, b=2$ 인 경우

$$2 \times 4 = 8(\text{가지})$$

(v) $a=5, b=1$ 인 경우

$$1 \times 5 = 5(\text{가지})$$

(i)~(v)에서 구하는 경우의 수는

$$5 + 8 + 9 + 8 + 5 = 35$$

STEP 1 핵심 문제

▶ 100~101쪽

- 01 ③ 02 ② 03 ④ 04 $\frac{3}{5}$ 05 $\frac{7}{10}$ 06 $\frac{3}{10}$
 07 ④ 08 ③ 09 $\frac{1}{12}$ 10 $\frac{3}{4}$ 11 ③ 12 $\frac{12}{25}$
 13 $\frac{3}{10}$

01 답 ③

모든 경우의 수는 $\frac{5 \times 4}{2} = 10$

광수를 대표로 뽑는 경우의 수는 광수를 제외한 4명 중에서 나머지 대표 1명을 뽑는 경우의 수와 같으므로 4

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

02 답 ②

모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$

$-2x + y = -1$, 즉 $2x - y = 1$ 을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 는 $(1, 1), (2, 3), (3, 5)$ 의 3가지

따라서 구하는 확률은

$$\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

03 답 ④

① 주사위의 눈의 수는 모두 7 미만이므로 그 확률은 1이다.

② 모든 경우의 수는 $3 \times 3 = 9$ 이고, 비기는 경우를 순서쌍으로 나타내면 (가위, 가위), (바위, 바위), (보, 보)의 3가지이므로 그 확률은 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ 이다.

③ 모든 경우의 수는 $2 \times 2 = 4$ 이고, 모두 앞면이 나오는 경우는 (앞면, 앞면)의 1가지이므로 그 확률은 $\frac{1}{4}$ 이다.

④ 두 주사위의 눈의 수의 합은 항상 2 이상이므로 두 눈의 수의 합이 1일 확률은 0이다.

⑤ 모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$ 이고, 나오는 두 눈의 수의 차가 5인 경우는 $(1, 6), (6, 1)$ 의 2가지이므로 그 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다. 따라서 확률이 0인 것은 ④이다.

04 답 $\frac{3}{5}$

모든 경우의 수는 $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ ①

A와 B가 이웃하여 서는 경우의 수는 $(4 \times 3 \times 2 \times 1) \times 2 = 48$ 이므로 그 확률은 $\frac{48}{120} = \frac{2}{5}$ ②

따라서 구하는 확률은

$$1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \quad \text{..... ③}$$

채점 기준

① 모든 경우의 수 구하기	20%
② A와 B가 이웃하여 설 확률 구하기	50%
③ A와 B가 이웃하여 서지 않을 확률 구하기	30%

05 답 $\frac{7}{10}$

모든 경우의 수는 $\frac{5 \times 4}{2} = 10$

2개 모두 새 전전지가 나오는 경우의 수는 $\frac{3 \times 2}{2} = 3$ 이므로 그 확률은

$$\frac{3}{10}$$

따라서 구하는 확률은

$$1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$$

06 답 $\frac{3}{10}$

모든 경우의 수는 $5 \times 4 = 20$

4의 배수인 경우는 12, 24, 32, 52의 4가지이므로 그 확률은 $\frac{4}{20}$

9의 배수인 경우는 45, 54의 2가지이므로 그 확률은 $\frac{2}{20}$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{4}{20} + \frac{2}{20} = \frac{3}{10}$$

07 답 ④

모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$

나오는 눈의 수의 합이 소수인 경우를 순서쌍으로 나타내면

(i) 두 눈의 수의 합이 2인 경우

$(1, 1)$ 의 1가지이므로 그 확률은 $\frac{1}{36}$

(ii) 두 눈의 수의 합이 3인 경우

$(1, 2), (2, 1)$ 의 2가지이므로 그 확률은 $\frac{2}{36}$

(iii) 두 눈의 수의 합이 5인 경우

$(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)$ 의 4가지이므로 그 확률은 $\frac{4}{36}$

(iv) 두 눈의 수의 합이 7인 경우

$(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)$ 의 6가지이므로 그 확률은 $\frac{6}{36}$

(v) 두 눈의 수의 합이 11인 경우

$(5, 6), (6, 5)$ 의 2가지이므로 그 확률은 $\frac{2}{36}$

(i)~(v)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{36} + \frac{2}{36} + \frac{4}{36} + \frac{6}{36} + \frac{2}{36} = \frac{5}{12}$$

08 답 ③

서로 다른 동전 2개를 던질 때, 모든 경우의 수는 $2 \times 2 = 4$ 이고 같은 면이 나오는 경우는 (앞면, 앞면), (뒷면, 뒷면)의 2가지이므로 그

$$\text{확률은 } \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

주사위 1개를 던질 때, 6의 약수의 눈이 나오는 경우는 1, 2, 3, 6의 4가지이므로 그 확률은 $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

09 답 $\frac{1}{12}$

(i) 4등분된 원판에서 3의 배수, 즉 3이 적힌 부분을 맞힐 확률은

$$\frac{1}{4}$$

(ii) 6등분된 원판에서 3의 배수, 즉 3, 6이 적힌 부분을 맞힐 확률은

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

10 답 $\frac{3}{4}$

A, B 두 이벤트에 모두 당첨되지 않을 확률은

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{2}{3}\right) = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$$

따라서 구하는 확률은

$$1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

11 답 ③

(i) 성규의 필통을 선택하여 연필 1자루를 꺼낼 확률은

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$$

(ii) 영지의 필통을 선택하여 연필 1자루를 꺼낼 확률은

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$$

12 답 $\frac{12}{25}$

(i) 첫 번째에는 흰 공, 두 번째에는 검은 공을 꺼낼 확률은

$$\frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{25} \quad \dots\dots ①$$

처음 꺼낸 공을 다시 넣으므로 두 번째 꺼낼 때도 공의 개수는 5이다.

(ii) 첫 번째에는 검은 공, 두 번째에는 흰 공을 꺼낼 확률은

$$\frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{25} \quad \dots\dots ②$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{6}{25} + \frac{6}{25} = \frac{12}{25} \quad \dots\dots ③$$

채점 기준

① 첫 번째에는 흰 공, 두 번째에는 검은 공을 꺼낼 확률 구하기	40%
② 첫 번째에는 검은 공, 두 번째에는 흰 공을 꺼낼 확률 구하기	40%
③ 두 공의 색깔이 서로 다를 확률 구하기	20%

13 답 $\frac{3}{10}$

(i) 인애가 아몬드가 들어 있는 초콜릿을 꺼낸 후 유미도 아몬드가 들어 있는 초콜릿을 꺼낼 확률은

$$\frac{3}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{1}{15}$$

(ii) 인애가 아몬드가 들어 있지 않은 초콜릿을 꺼낸 후 유미가 아몬드가 들어 있는 초콜릿을 꺼낼 확률은

$$\frac{7}{10} \times \frac{3}{9} = \frac{7}{30}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{15} + \frac{7}{30} = \frac{3}{10}$$

* STEP 2 고난도 문제

▶ 102~106쪽

01 ③	02 7	03 $\frac{1}{3}$	04 $\frac{5}{36}$	05 $\frac{1}{2}$	06 $\frac{3}{8}$
07 $\frac{1}{2}$	08 $\frac{98}{125}$	09 $\frac{4}{5}$	10 $\frac{5}{8}$	11 ③	12 $\frac{5}{36}$
13 ④	14 ③	15 $\frac{35}{72}$	16 $\frac{1}{5}$	17 ③	18 ②
19 $\frac{117}{125}$	20 $\frac{5}{12}$	21 ①	22 $\frac{7}{16}$	23 $\frac{11}{72}$	24 $\frac{5}{12}$
25 $\frac{8}{27}$	26 $\frac{7}{15}$	27 $\frac{7}{40}$	28 8	29 민혁	

01 답 ③

모든 경우의 수는 $9 \times 9 = 81$

5의 배수는 일의 자리의 숫자가 0 또는 5인 수이므로

(i) ☐ 0인 경우

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 9개

(ii) ☐ 5인 경우

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 5를 제외한 8개

(i), (ii)에서 5의 배수인 경우의 수는 $9 + 8 = 17$

따라서 구하는 확률은 $\frac{17}{81}$

02 답 7

흰 공을 x 개 더 넣는다고 하면

$$\frac{6}{8+6+x} = \frac{2}{7}, \quad 42 = 28 + 2x$$

$$2x = 14 \quad \therefore x = 7$$

따라서 더 넣어야 하는 흰 공의 개수는 7이다.

03 답 $\frac{1}{3}$

모든 경우의 수는 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

4명의 학생을 키가 작은 학생부터 차례로 A, B, C, D라 하면 왼쪽에서 3번째 학생이 자신과 이웃한 두 학생보다 키가 작으려면 3번째 학생은 A 또는 B이어야 한다.

(i) 3번째 학생이 A, 즉 $\square\square A\square$ 인 경우

$$3 \times 2 \times 1 = 6(\text{가지})$$

(ii) 3번째 학생이 B, 즉 $\square\square B\square$ 인 경우

ACBD, AD BC의 2가지

(i), (ii)에서 왼쪽에서 3번째 학생이 자신과 이웃한 두 학생보다 키가 작은 경우의 수는

$$6 + 2 = 8$$

따라서 구하는 확률은 $\frac{8}{24} = \frac{1}{3}$

다른 풀이

왼쪽에서 2번째, 3번째, 4번째 학생들의 키만 비교하면 3명의 학생 중에서

2번째 학생의 키가 가장 작을 확률은 $\frac{1}{3}$

3번째 학생의 키가 가장 작을 확률은 $\frac{1}{3}$

4번째 학생의 키가 가장 작을 확률은 $\frac{1}{3}$

따라서 왼쪽에서 3번째 학생이 자신과 이웃한 두 학생보다 키가 작을 확률은 $\frac{1}{3}$ 이다.

04 답 $\frac{5}{36}$

모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$

..... ①

연립방정식 $\begin{cases} x+y=2 \\ ax+3y=b \end{cases}$ 즉 $\begin{cases} 3x+3y=6 \\ ax+3y=b \end{cases}$ 의 해가 없으려면

$$a=3, 6 \neq b$$

이를 만족시키는 순서쌍 (a, b) 는

$(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5)$ 의 5가지

..... ②

따라서 구하는 확률은 $\frac{5}{36}$

..... ③

채점 기준

① 모든 경우의 수 구하기	30%
② $a=3, 6 \neq b$ 인 경우의 수 구하기	50%
③ 연립방정식의 해가 없을 확률 구하기	20%

개념 NOTE

연립방정식에서 어느 한 일차방정식의 양변에 적당한 수를 곱했을 때,

(1) 두 일차방정식의 x, y 의 계수와 상수항이 각각 같으면

→ 연립방정식의 해가 무수히 많다.

(2) 두 일차방정식의 x, y 의 계수는 각각 같고, 상수항이 다르면

→ 연립방정식의 해가 없다.

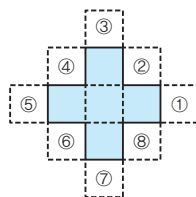
05 답 $\frac{1}{2}$

처음 정사각형 5개로 이루어진 평면도형에 정사각형 1개를 하나 이상의 변끼리 꼭 맞게 붙이는 경우는 오른쪽 그림과 같이 8가지이다.

이때 정육면체의 전개도가 되는 경우는

①, ③, ⑤, ⑦의 4가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$



06 답 $\frac{3}{8}$

모든 경우의 수는 $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

동전을 던져 앞면, 뒷면이 나오는 횟수를 각각 x, y 라 하면

$$x+y=4 \quad \text{..... ㉠}$$

점 P는 앞면이 나오면 +2만큼, 뒷면이 나오면 -1만큼 움직이고 4번 움직인 후 점 P에 대응하는 수가 2이어야 하므로

$$2x-y=2 \quad \text{..... ㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$x=2, y=2$$

즉, 앞면이 2번, 뒷면이 2번 나오는 경우는

(앞면, 앞면, 뒷면, 뒷면), (앞면, 뒷면, 앞면, 뒷면),

(앞면, 뒷면, 뒷면, 앞면), (뒷면, 앞면, 앞면, 뒷면),

(뒷면, 앞면, 뒷면, 앞면), (뒷면, 뒷면, 앞면, 앞면)

의 6가지이다.

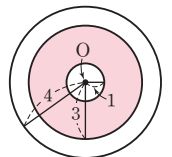
따라서 구하는 확률은

$$\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

07 답 $\frac{1}{2}$

$1 \leq OP \leq 3$ 인 경우는 점 P가 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 있을 때이므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned} \frac{(\text{색칠한 부분의 넓이})}{(\text{원 O의 넓이})} &= \frac{\pi \times 3^2 - \pi \times 1^2}{\pi \times 4^2} \\ &= \frac{8\pi}{16\pi} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$



08 답 $\frac{98}{125}$

어느 면에도 색칠되지 않은 작은 정육면체는 큰 정육면체의 겉면에 위치한 정육면체를 제외한 것이므로 그 개수는

$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

즉, 한 개의 작은 정육면체를 임의로 선택할 때, 어느 면에도 색칠되어 있지 않은 정육면체일 확률은

$$\frac{27}{125}$$

따라서 구하는 확률은

$$1 - \frac{27}{125} = \frac{98}{125}$$

09 답 $\frac{4}{5}$

모든 경우의 수는 $\frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$

세 수가 연속하지 않는 경우를 순서쌍으로 나타내면

$(1, 3, 5), (1, 3, 6), (1, 4, 6), (2, 4, 6)$ 의 4가지이므로 그 확률은

$$\frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

따라서 구하는 확률은

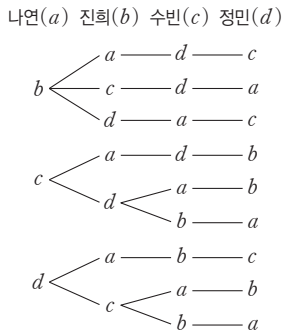
$$1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

10 Idea $\frac{5}{8}$

모든 경우의 수는 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

나연, 진희, 수빈, 정민이가 준비한 선물을 각각 a, b, c, d 라 하면
4명 모두 자신이 준비한 선물을 갖지 않는 경우를 나뭇가지 모양의 그림으로 나타내면 오른쪽과 같으므로 그 경우의 수는 9이다.

즉, 4명 모두 자신이 준비한 선물을 갖지 않을 확률은 $\frac{9}{24} = \frac{3}{8}$
따라서 구하는 확률은 $1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$



11 답 ③

모든 경우의 수는 $5 \times 4 = 20$

(i) $\frac{y}{x}$ 가 순환소수인 경우

분모에 2 또는 5 이외의 소인수가 있는 경우이므로 $x=3$
즉, 순서쌍 (x, y) 는 $(3, 1), (3, 2), (3, 4), (3, 5)$ 의 4가지이므로 그 확률은 $\frac{4}{20}$

(ii) $\frac{y}{x}$ 가 4의 약수인 경우

4의 약수는 1, 2, 4이므로 순서쌍 (x, y) 는

① $\frac{y}{x}=1$ 일 때, 뽑은 카드를 다시 넣지 않으므로 $\frac{y}{x}=1$, 즉 $y=x$ 가 될 수 없다.

② $\frac{y}{x}=2$ 일 때, $(1, 2), (2, 4)$ 의 2가지

③ $\frac{y}{x}=4$ 일 때, $(1, 4)$ 의 1가지

①, ②, ③에서 $2+1=3$ (가지)이므로 그 확률은 $\frac{3}{20}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{4}{20} + \frac{3}{20} = \frac{7}{20}$$

12 답 $\frac{5}{36}$

모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$ ①

x 에 대한 방정식 $ax+b=0$ 의 해는 $x=-\frac{b}{a}$

(i) 해가 $x=-3$ 인 경우

$-\frac{b}{a}=-3$, 즉 $b=3a$ 를 만족시키는 순서쌍 (a, b) 는

$(1, 3), (2, 6)$ 의 2가지이므로 그 확률은 $\frac{2}{36}$ ②

(ii) 해가 $x=-2$ 인 경우

$-\frac{b}{a}=-2$, 즉 $b=2a$ 를 만족시키는 순서쌍 (a, b) 는

$(1, 2), (2, 4), (3, 6)$ 의 3가지이므로 그 확률은 $\frac{3}{36}$ ③

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{2}{36} + \frac{3}{36} = \frac{5}{36} \text{ ④}$$

채점 기준

① 모든 경우의 수 구하기	20%
② 해가 $x=-3$ 일 확률 구하기	30%
③ 해가 $x=-2$ 일 확률 구하기	30%
④ 해가 $x=-3$ 또는 $x=-2$ 일 확률 구하기	20%

13 답 ④

모든 경우의 수는 $3 \times 3 \times 3 = 27$

A, B, C가 가위바위보를 내는 것을 순서쌍으로 나타내면

(i) 한 사람이 다른 두 사람을 이기는 경우

(가위, 보, 보), (보, 가위, 보), (보, 보, 가위),

(바위, 가위, 가위), (가위, 바위, 가위), (가위, 가위, 바위),

(보, 바위, 바위), (바위, 보, 바위), (바위, 바위, 보)

의 9가지이므로 그 확률은 $\frac{9}{27}$

(ii) 두 사람이 다른 한 사람을 이기는 경우

(가위, 가위, 보), (가위, 보, 가위), (보, 가위, 가위),

(바위, 바위, 가위), (바위, 가위, 바위), (가위, 바위, 바위),

(보, 보, 바위), (보, 바위, 보), (바위, 보, 보)

의 9가지이므로 그 확률은 $\frac{9}{27}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{9}{27} + \frac{9}{27} = \frac{2}{3}$$

다른 풀이

모든 경우의 수는 $3 \times 3 \times 3 = 27$

세 사람이 가위바위보를 하여 비기려면 모두 같은 것을 내거나 모두 다른 것을 내어야 한다.

(i) 세 사람이 모두 같은 것을 내는 경우의 수는 3이므로 그 확률은

$$\frac{3}{27}$$

(ii) 세 사람이 모두 다른 것을 내는 경우의 수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$ 이므로

그 확률은 $\frac{6}{27}$

(i), (ii)에서 세 사람이 가위바위보를 하여 비길 확률은

$$\frac{3}{27} + \frac{6}{27} = \frac{1}{3}$$

따라서 구하는 확률은

$$1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

14 답 ③

모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$

$a^2 \times 3^b \times 5$ 가 $2^2 \times 3^5$ 의 배수이려면 a 는 2의 배수이어야 한다.

(i) $a=2$ 인 경우

$2^2 \times 3^b \times 5$ 가 $2^2 \times 3^5$ 의 배수가 되도록 하는 b 의 값은 5, 6의 2가

지이므로 그 확률은 $\frac{2}{36}$

(ii) $a=4$ 인 경우

$4^2 \times 3^b \times 5$, 즉 $2^4 \times 3^b \times 5$ 가 $2^2 \times 3^5$ 의 배수가 되도록 하는 b 의 값

은 5, 6의 2가지이므로 그 확률은 $\frac{2}{36}$

(iii) $a=6$ 인 경우

$6^2 \times 3^b \times 5$, 즉 $2^2 \times 3^{b+2} \times 5$ 가 $2^2 \times 3^5$ 의 배수가 되도록 하는 b 의

값은 3, 4, 5, 6의 4가지이므로 그 확률은 $\frac{4}{36}$

(i), (ii), (iii)에서 구하는 확률은

$$\frac{2}{36} + \frac{2}{36} + \frac{4}{36} = \frac{2}{9}$$

15 답 $\frac{35}{72}$

토요일에 비가 오지 않을 확률은 $1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$

두 사람 모두 토요일에 모자를 쓸 확률은 $\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{8}$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{7}{9} \times \frac{5}{8} = \frac{35}{72}$$

16 답 $\frac{1}{5}$

남학생 5명 중에서 대표 1명을 뽑을 때, A 또는 C가 대표로 뽑힐 확률은

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$$

여학생 4명 중에서 대표 2명을 뽑는 경우의 수는 $\frac{4 \times 3}{2} = 6$

이때 I가 반드시 대표로 뽑히는 경우의 수는 3이므로 그 확률은

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{2}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{5}$$

17 답 ③

이번에 들어오는 기차 A가 정시보다 일찍 도착할 확률은

$$1 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4} \right) = \frac{1}{12}$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{1}{12} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{48}$$

18 답 ②

B 문제를 맞힐 확률을 x 라 하면

A, B 두 문제를 모두 틀릴 확률은 $\frac{3}{25}$ 이므로

$$\left(1 - \frac{3}{5} \right) \times (1 - x) = \frac{3}{25}$$

$$\frac{2}{5} - \frac{2}{5}x = \frac{3}{25}, \quad \frac{2}{5}x = \frac{7}{25} \quad \therefore x = \frac{7}{10}$$

따라서 A 문제는 틀리고 B 문제는 맞힐 확률은

$$\left(1 - \frac{3}{5} \right) \times \frac{7}{10} = \frac{2}{5} \times \frac{7}{10} = \frac{7}{25}$$

19 답 $\frac{117}{125}$

이 선수가 자유투를 1번 던졌을 때 성공시키는 확률은 $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

이때 이 선수가 3번의 자유투를 모두 성공시키지 못할 확률은

$$\left(1 - \frac{3}{5} \right) \times \left(1 - \frac{3}{5} \right) \times \left(1 - \frac{3}{5} \right) = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{8}{125}$$

따라서 구하는 확률은

$$1 - \frac{8}{125} = \frac{117}{125}$$

20 답 $\frac{5}{12}$

$a+b$ 가 짝수이려면 a, b 가 모두 홀수이거나 a, b 가 모두 짝수이어야 한다.

(i) a, b 가 모두 홀수일 확률은

$$\frac{2}{3} \times \left(1 - \frac{3}{4} \right) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$$

(ii) a, b 가 모두 짝수일 확률은

$$\left(1 - \frac{2}{3} \right) \times \frac{3}{4} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$$

21 답 ①

(i) A가 3회에서 표적을 맞춰 이기는 경우

A와 B가 1회와 2회에서 모두 표적을 맞히지 못하고, A가 3회에서 표적을 맞춰야 하므로 그 확률은

$$\left(1 - \frac{1}{3} \right) \times \left(1 - \frac{1}{4} \right) \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

(ii) A가 5회에서 표적을 맞춰 이기는 경우

A와 B가 1회부터 4회까지 모두 표적을 맞히지 못하고, A가 5회에서 표적을 맞춰야 하므로 그 확률은

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{1}{3} \right) \times \left(1 - \frac{1}{4} \right) \times \left(1 - \frac{1}{3} \right) \times \left(1 - \frac{1}{4} \right) \times \frac{1}{3} \\ = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12} \end{aligned}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{1}{4}$$

22 답 $\frac{7}{16}$

(i) A 팀이 부전승으로 올라가는 경우

A 팀이 부전승으로 올라갈 확률은 $\frac{1}{3}$

결승전에 B 팀이 올라가고, A 팀이 우승할 확률은

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$$

결승전에 C 팀이 올라가고, A 팀이 우승할 확률은

$$\left(1 - \frac{3}{4} \right) \times \left(1 - \frac{1}{4} \right) = \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{16}$$

즉, A 팀이 부전승으로 올라가고 우승할 확률은

$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{3}{8} + \frac{3}{16} \right) = \frac{1}{3} \times \frac{9}{16} = \frac{3}{16}$$

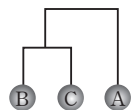
(ii) B 팀이 부전승으로 올라가는 경우

B 팀이 부전승으로 올라갈 확률은 $\frac{1}{3}$

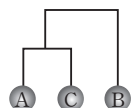
A 팀이 C 팀과 B 팀을 차례로 이기고

우승할 확률은

$$\left(1 - \frac{1}{4} \right) \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$$



..... ①



즉, B 팀이 부전승으로 올라가고 A 팀이 우승할 확률은

$$\frac{1}{3} \times \frac{3}{8} = \frac{1}{8} \quad \dots\dots ②$$

(iii) C 팀이 부전승으로 올라가는 경우

C 팀이 부전승으로 올라갈 확률은 $\frac{1}{3}$

A 팀이 B 팀과 C 팀을 차례로 이기고

우승할 확률은

$$\frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$$

즉, C 팀이 부전승으로 올라가고 A 팀이 우승할 확률은

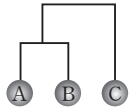
$$\frac{1}{3} \times \frac{3}{8} = \frac{1}{8} \quad \dots\dots ③$$

(i), (ii), (iii)에서 A 팀이 우승할 확률은

$$\frac{3}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{16} \quad \dots\dots ④$$

채점 기준

① A 팀이 부전승으로 올라갈 때, A 팀이 우승할 확률 구하기	30%
② B 팀이 부전승으로 올라갈 때, A 팀이 우승할 확률 구하기	30%
③ C 팀이 부전승으로 올라갈 때, A 팀이 우승할 확률 구하기	30%
④ A 팀이 우승할 확률 구하기	10%



23 답 $\frac{11}{72}$

(가)의 경우를 $\rightarrow$ 라 하면 그 확률은

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(나)의 경우를 $\uparrow$ 라 하면 그 확률은

$$\frac{1}{6}$$

(다)의 경우를 $\times$ 라 하면 그 확률은

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

한 개의 주사위를 3번 던질 때, 점 P가 직선 $y=x+1$ 위에 있으면 점 P의 좌표는 (0, 1) 또는 (1, 2)이어야 한다.

(i) 점 P의 좌표가 (0, 1)인 경우

$$(\uparrow, \times, \times) \text{인 경우: } \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{24}$$

$$(\times, \uparrow, \times) \text{인 경우: } \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{24}$$

$$(\times, \times, \uparrow) \text{인 경우: } \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{24}$$

$$\text{즉, 구하는 확률은 } \frac{1}{24} + \frac{1}{24} + \frac{1}{24} = \frac{1}{8}$$

(ii) 점 P의 좌표가 (1, 2)인 경우

$$(\uparrow, \uparrow, \rightarrow) \text{인 경우: } \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{108}$$

$$(\uparrow, \rightarrow, \uparrow) \text{인 경우: } \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{108}$$

$$(\rightarrow, \uparrow, \uparrow) \text{인 경우: } \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{108}$$

$$\text{즉, 구하는 확률은 } \frac{1}{108} + \frac{1}{108} + \frac{1}{108} = \frac{1}{36}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{36} = \frac{11}{72}$$

24 답 $\frac{5}{12}$

(i) 동전의 앞면이 나오는 경우

동전의 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$

주사위에서 나오는 눈의 수의 2배만큼 움직이므로 시계 방향으로 2, 4, 6, 8, 10, 12만큼 움직일 수 있다.

이때 점 P가 꼭짓점 C에 도착하는 경우는 2, 6, 10의 3가지이므로

$$\text{그 확률은 } \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\text{즉, 구하는 확률은 } \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

(ii) 동전의 뒷면이 나오는 경우

동전의 뒷면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$

주사위에서 나오는 눈의 수만큼 움직이므로 시계 반대 방향으로 1, 2, 3, 4, 5, 6만큼 움직일 수 있다.

이때 점 P가 꼭짓점 C에 도착하는 경우는 2, 6의 2가지이므로

$$\text{그 확률은 } \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\text{즉, 구하는 확률은 } \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}$$

25 답 $\frac{8}{27}$

화살이 빨간색을 맞힐 확률은 $\frac{5}{9}$,

초록색을 맞힐 확률은 $\frac{2}{9}$,

파란색을 맞힐 확률은 $\frac{2}{9}$ 이다.

$$(i) (4점, 2점)을 얻을 확률은 $\frac{5}{9} \times \frac{2}{9} = \frac{10}{81}$$$

$$(ii) (3점, 3점)을 얻을 확률은 $\frac{2}{9} \times \frac{2}{9} = \frac{4}{81}$$$

$$(iii) (2점, 4점)을 얻을 확률은 $\frac{2}{9} \times \frac{5}{9} = \frac{10}{81}$$$

(i), (ii), (iii)에서 구하는 확률은

$$\frac{10}{81} + \frac{4}{81} + \frac{10}{81} = \frac{8}{27}$$

26 답 $\frac{7}{15}$

(i) 1회에 A가 이기는 경우

10장의 카드 중에서 9 이상의 숫자가 적힌 카드는 2장이므로 그 확률은 $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

(ii) 3회에 A가 이기는 경우

A와 B가 1회와 2회에 모두 9 미만의 숫자가 적힌 카드를 뽑고, A가 3회에 9 이상의 숫자가 적힌 카드를 뽑으면 되므로 그 확률은

$$\frac{8}{10} \times \frac{7}{9} \times \frac{2}{8} = \frac{7}{45}$$

(iii) 5회에 A가 이기는 경우

A와 B가 1회부터 4회까지 모두 9 미만의 숫자가 적힌 카드를 뽑고, A가 5회에 9 이상의 숫자가 적힌 카드를 뽑으면 되므로 그 확률은

$$\frac{8}{10} \times \frac{7}{9} \times \frac{6}{8} \times \frac{5}{7} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{9}$$

(i), (ii), (iii)에서 5회 이내에 A가 이길 확률은

$$\frac{1}{5} + \frac{7}{45} + \frac{1}{9} = \frac{7}{15}$$

27 답 7/40

(i) 민우와 경민이가 당첨 제비를 뽑을 확률은

$$\frac{3}{10} \times \frac{2}{9} \times \frac{7}{8} = \frac{7}{120}$$

(ii) 민우와 주현이가 당첨 제비를 뽑을 확률은

$$\frac{3}{10} \times \frac{7}{9} \times \frac{2}{8} = \frac{7}{120}$$

(iii) 경민이와 주현이가 당첨 제비를 뽑을 확률은

$$\frac{7}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{2}{8} = \frac{7}{120}$$

(i), (ii), (iii)에서 구하는 확률은

$$\frac{7}{120} + \frac{7}{120} + \frac{7}{120} = \frac{7}{40}$$

28 답 8

노란 구슬의 개수를 x 라 하면

두 번 모두 노란 구슬을 꺼낼 확률은

$$\frac{x}{10} \times \frac{x}{10} = \frac{x^2}{100}$$

적어도 한 번은 빨간 구슬이 나올 확률은 $\frac{9}{25}$ 이므로

$$1 - \frac{x^2}{100} = \frac{9}{25}, \frac{x^2}{100} = \frac{16}{25}, x^2 = 64$$

이때 $x > 0$ 이므로 $x = 8$

따라서 노란 구슬의 개수는 8이다.

29 답 민혁

(i) 수민이가 미션을 성공할 확률은

$$\frac{6}{18} \times \frac{9}{18} \times \frac{6}{18} = \frac{1}{18}$$

(ii) 성빈이가 미션을 성공할 확률은

$$\frac{6}{18} \times \frac{6}{18} \times \frac{3}{18} = \frac{1}{54}$$

(iii) 민혁이가 미션을 성공할 확률은

$$\frac{9}{18} \times \frac{9}{18} \times \frac{6}{18} = \frac{1}{12}$$

(i), (ii), (iii)에서 미션을 성공할 확률이 가장 큰 학생은 민혁이다.

STEP 3 최고난도 문제

▶ 107쪽

01 30 02 1/6 03 28/55 04 7/45 05 55/324 06 19/81

01 답 30

처음 주머니에 들어 있는 파란 공과 빨간 공의 개수를 각각 x, y 라 하면

$$\frac{y}{x+y} = \frac{2}{5}, 5y = 2x + 2y$$

$$\therefore 2x - 3y = 0 \quad \dots\dots \textcircled{A}$$

처음 주머니에 빨간 공 20개를 더 넣으면 빨간 공의 개수는 $y + 20$ 이므로

$$\frac{y+20}{x+y+20} = \frac{4}{7}, 7y + 140 = 4x + 4y + 80$$

$$\therefore 4x - 3y = 60 \quad \dots\dots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A}, \textcircled{B}$ 을 연립하여 풀면

$$x = 30, y = 20$$

따라서 처음 주머니에 들어 있는 파란 공의 개수는 30이다.

02 답 1/6

모든 경우의 수는 $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ ①

1부터 5까지의 수험 번호를 각각 발급받은 수험생을 차례로 ①, ②, ③, ④, ⑤라 하면 5명 중 자신의 수험 번호와 같은 숫자가 적힌 자리에 앉을 2명을 뽑는 경우의 수는 $\frac{5 \times 4}{2} = 10$ ②

만약 ①, ②가 자신의 수험 번호와 같은 숫자가 적힌 자리에 앉았다면 ③, ④, ⑤는 자신의 수험 번호와 다른 숫자가 적힌 자리에 앉아야 한다.

이때 ③, ④, ⑤가 자신의 수험 번호 1 2 3 4 5와 다른 숫자가 적힌 자리에 앉는 경우 ① — ② < ④ — ⑤ — ③
⑤ — ③ — ④
우리는 오른쪽과 같으므로 경우의 수

는 2이다. ③

따라서 조건을 만족시키는 경우의 수는 $10 \times 2 = 20$ 이므로 구하는

확률은 $\frac{20}{120} = \frac{1}{6}$ ④

채점 기준

① 모든 경우의 수 구하기	20%
② 5명의 수험생 중 자신의 수험 번호와 같은 숫자가 적힌 자리에 앉는 2명을 뽑는 경우의 수 구하기	30%
③ ①, ②를 제외한 나머지 3명은 자신의 수험 번호와 다른 숫자가 적힌 자리에 앉는 경우의 수 구하기	30%
④ 주어진 조건을 만족시키도록 앉을 확률 구하기	20%

03 답 28/55

12개의 점 중에서 3개의 점을 택하여 만들 수 있는 삼각형의 개수는

$$\frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2 \times 1} = 220$$

(i) 처음 정십이각형과 한 변을 공유하는 경우

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 기준으로 $\overline{AB}$

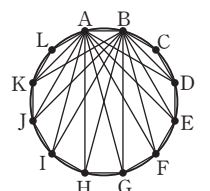
와 이웃한 두 꼭짓점 C와 L을 제외하고

나머지 8개의 꼭짓점 중 하나를 연결하여

처음 정십이각형과 한 변을 공유하는 삼

각형을 만들 수 있으므로 $\triangle ABD,$

$\triangle ABE, \triangle ABF, \dots, \triangle ABK$ 의 8개

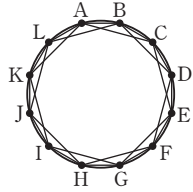


같은 방법으로 하면 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, ..., $\overline{LA}$ 의 11개의 변을 기준으로 삼각형을 각각 8개씩 만들 수 있다.

즉, 구하는 삼각형의 개수는

$$12 \times 8 = 96$$

- (ii) 처음 정십이각형과 두 변을 공유하는 경우
오른쪽 그림과 같이 이웃한 세 꼭짓점을 연결하면 처음 정십이각형과 두 변을 공유하는 삼각형을 만들 수 있으므로
 $\triangle ABC$, $\triangle BCD$, $\triangle CDE$, ..., $\triangle LAB$ 의 12개



- (i), (ii)에서 처음 정십이각형과 공유하는 변이 있는 삼각형의 개수는
 $96 + 12 = 108$ 이므로 그 확률은

$$\frac{108}{220} = \frac{27}{55}$$

따라서 구하는 확률은

$$1 - \frac{27}{55} = \frac{28}{55}$$

04 $\frac{7}{45}$

꼭짓점 A에 이웃한 꼭짓점은 5개가 있으므로 점 P가 꼭짓점 A에서 이웃한 꼭짓점으로 이동할 확률은 각각 $\frac{1}{5}$ 로 모두 같고, 5개의 꼭짓점 B, C, D, E, F에 이웃한 꼭짓점은 각각 3개이므로 점 P가 5개의 꼭짓점 B, C, D, E, F에서 이웃한 꼭짓점으로 이동할 확률은 각각 $\frac{1}{3}$ 로 모두 같다.

점 P가 3초 후에 꼭짓점 B에 있으려면 꼭짓점 A에서 출발하여 3번만 이동하여 꼭짓점 B에 도착해야 한다.

- (i) $A \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow B$, $A \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow B$,
 $A \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow B$, $A \rightarrow E \rightarrow A \rightarrow B$,
 $A \rightarrow F \rightarrow A \rightarrow B$ 인 경우

각각의 확률이 $\frac{1}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{75}$ 로 모두 같으므로 그 확률은

$$5 \times \frac{1}{75} = \frac{1}{15}$$

- (ii) $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow B$, $A \rightarrow B \rightarrow F \rightarrow B$,
 $A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B$, $A \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow B$ 인 경우

각각의 확률이 $\frac{1}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{45}$ 로 모두 같으므로 그 확률은

$$4 \times \frac{1}{45} = \frac{4}{45}$$

- (i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{15} + \frac{4}{45} = \frac{7}{45}$$

05 $\frac{55}{324}$

화살을 A 부분에 맞힐 확률은

$$1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{6}$$

5발의 화살을 쏘아 24점을 얻으려면 7점 1번, 5점 1번, 4점 3번을 맞히거나 5점 4번, 4점 1번을 맞혀야 한다.

- (i) 7점 1번, 5점 1번, 4점 3번을 맞히는 경우

화살을 쏘아 7점 1번, 5점 1번, 4점 3번을 맞힐 확률은

$$\frac{1}{6} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{144}$$

이때 5발의 화살이 꽂히는 순서를 생각하면 그 경우의 수는

$$5 \times 4 = 20 \text{이므로 구하는 확률은 } 20 \times \frac{1}{144} = \frac{5}{36}$$

5개의 자리에서 7점, 5점을 놓을 자리를 먼저
택하고, 나머지 자리에 4점을 놓으면 된다.

- (ii) 5점 4번, 4점 1번을 맞히는 경우

화살을 쏘아 5점 4번, 4점 1번을 맞힐 확률은

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{162}$$

이때 5발의 화살이 꽂히는 순서를 생각하면 그 경우의 수는 5이

$$\text{므로 구하는 확률은 } 5 \times \frac{1}{162} = \frac{5}{162}$$

- (i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{5}{36} + \frac{5}{162} = \frac{55}{324}$$

06 $\frac{19}{81}$

일규가 이긴 횟수를 x , 승훈이가 이긴 횟수를 y , 비긴 횟수를 z 라 하면

$$x + y + z = 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

일규가 이긴 경우는 승훈이가 진 경우와 같고, 승훈이가 이긴 경우는 일규가 진 경우와 같으므로

$$\text{일규가 올라간 계단의 수는 } 2x - y$$

$$\text{승훈이가 올라간 계단의 수는 } 2y - x$$

가위바위보를 4번 한 후에 두 사람이 같은 계단에 있어야 하므로

$$2x - y = 2y - x, \quad 3x = 3y$$

$$\therefore x = y \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 을 만족시키는 순서쌍 (x, y, z) 는 $(2, 2, 0)$, $(1, 1, 2)$, $(0, 0, 4)$ 이다.

일규를 기준으로 승패를 생각해 보면 일규가 이길 확률, 질 확률,

비길 확률은 각각 $\frac{1}{3}$ 이므로

- (i) 일규가 2번 이기고 2번 진 경우

(승, 승, 패, 패), (승, 패, 승, 패), (승, 패, 패, 승),

(패, 승, 승, 패), (패, 승, 패, 승), (패, 패, 승, 승)

의 6가지이므로 그 확률은

$$6 \times \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \right) = \frac{2}{27}$$

- (ii) 일규가 1번 이기고 1번 지고 2번 비긴 경우

(승, 패, 무, 무), (승, 무, 패, 무), (승, 무, 무, 패),

(패, 승, 무, 무), (무, 승, 패, 무), (무, 승, 무, 패),

(패, 무, 승, 무), (무, 패, 승, 무), (무, 무, 승, 패),

(패, 무, 무, 승), (무, 패, 무, 승), (무, 무, 패, 승)

의 12가지이므로 그 확률은

$$12 \times \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \right) = \frac{4}{27}$$

- (iii) 4번 모두 비긴 경우

(무, 무, 무, 무)의 1가지이므로 그 확률은

$$1 \times \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{81}$$

(i), (ii), (iii)에서 구하는 확률은

$$\frac{2}{27} + \frac{4}{27} + \frac{1}{81} = \frac{19}{81}$$

단원 마스터 ▶ 108~111쪽					
01 6	02 ④	03 8	04 9	05 16	06 18
07 24	08 ④	09 66번째	10 72	11 ②	
12 ⑤	13 ③	14 10, 8	15 $\frac{1}{2}$	16 ⑤	17 $\frac{17}{18}$
18 ⑤	19 $\frac{67}{256}$	20 $\frac{3}{8}$	21 $\frac{49}{72}$	22 ①	23 $\frac{21}{32}$
24 $\frac{11}{35}$					

01 답 6

각각의 주머니에서 꺼낸 3개의 공에 적혀 있는 숫자의 합이 5가 되는 경우를 순서쌍으로 나타내면

(1, 1, 3), (1, 2, 2), (1, 3, 1), (2, 1, 2), (2, 2, 1), (3, 1, 1)

따라서 구하는 경우의 수는 6이다.

02 답 ④

두 직선 $y=x+a$ 와 $y=bx$ 의 교점의 x 좌표가 2일 때, y 좌표는 각각 $2+a$, $2b$ 이므로

$$2+a=2b \quad \therefore a=2b-2$$

이를 만족시키는 경우를 순서쌍 (a, b) 로 나타내면

(2, 2), (4, 3), (6, 4), (8, 5)

따라서 구하는 경우의 수는 4이다.

03 답 8

지불할 수 있는 금액을 표로 나타내면 다음과 같다.

50원(개) \ 100원(개)	1	2	3	4
1	150원	200원	250원	300원
2	250원	300원	350원	400원
3	350원	400원	450원	500원

즉, 지불할 수 있는 모든 금액은 150원, 200원, 250원, 300원, 350원, 400원, 450원, 500원이다.

따라서 구하는 경우의 수는 8이다.

04 답 9

96을 소인수분해 하면 $2^5 \times 3$ 이므로 곱하는 세 자연수 중 가장 작은 자연수가 1, 2, 3인 경우로 나누어 생각한다.

가장 작은 자연수가 4이면 $4 \times 4 \times 6$ 이 되어 조건을 만족시키지 않는다.

(i) 가장 작은 자연수가 1인 경우

$$1 \times 2 \times (2^4 \times 3) = 1 \times 2 \times 48, 1 \times 3 \times 2^5 = 1 \times 3 \times 32,$$

$$1 \times 2^2 \times (2^3 \times 3) = 1 \times 4 \times 24, 1 \times (2 \times 3) \times 2^4 = 1 \times 6 \times 16,$$

$$1 \times 2^3 \times (2^2 \times 3) = 1 \times 8 \times 12 \text{의 } 5 \text{가지}$$

(ii) 가장 작은 자연수가 2인 경우

$$2 \times 3 \times 2^4 = 2 \times 3 \times 16, 2 \times 2^2 \times (2^2 \times 3) = 2 \times 4 \times 12,$$

$$2 \times (2 \times 3) \times 2^3 = 2 \times 6 \times 8 \text{의 } 3 \text{가지}$$

(iii) 가장 작은 자연수가 3인 경우

$$3 \times 2^2 \times 2^3 = 3 \times 4 \times 8 \text{의 } 1 \text{가지}$$

(i), (ii), (iii)에서 구하는 방법의 수는

$$5+3+1=9$$

05 답 16

원판 A에서 바늘이 가리키는 수가 6의 약수인 경우는

1, 2, 3, 6의 4가지

원판 B에서 바늘이 가리키는 수가 4의 배수인 경우는

4, 8, 12, 16의 4가지

따라서 구하는 경우의 수는

$$4 \times 4 = 16$$

06 답 18

오른쪽 그림에서 경표가 A → B의 최단 거리로 이동하는 경우의 수와 헤리가 B → A의 최단 거리로 이동하는 경우의 수는 각각 6이므로 전체 경우의 수는

$$6 \times 6 = 36 \quad \dots\dots ①$$

이때 경표와 헤리가 움직이는 속력이 같으므로 오른쪽 그림의 세 지점 P, Q, R에서 만날 수 있다.

(i) P 지점에서 만나는 경우

경표가 A → P → B의 최단 거리로 가는

경우의 수는 1

헤리가 B → P → A의 최단 거리로 가는 경우의 수는 1

즉, P 지점에서 만나는 경우의 수는

$$1 \times 1 = 1$$

(ii) Q 지점에서 만나는 경우

경표가 A → Q → B의 최단 거리로 가는 경우의 수는

$$2 \times 2 = 4$$

헤리가 B → Q → A의 최단 거리로 가는 경우의 수는

$$2 \times 2 = 4$$

즉, Q 지점에서 만나는 경우의 수는

$$4 \times 4 = 16$$

(iii) R 지점에서 만나는 경우

P 지점에서 만나는 경우의 수와 같으므로 1

(i), (ii), (iii)에서 세 지점 P, Q, R에서 만나는 경우의 수는

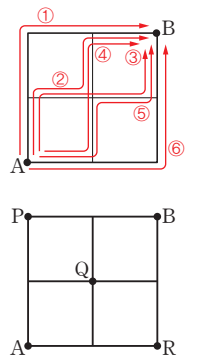
$$1+16+1=18 \quad \dots\dots ②$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$36-18=18 \quad \dots\dots ③$$

채점 기준

① 전체 경우의 수 구하기	30 %
② 두 사람이 세 지점 P, Q, R에서 만나는 경우의 수 구하기	50 %
③ 주어진 조건을 만족시키는 경우의 수 구하기	20 %



07 답 24

색깔과 모양이 모두 달라야 하므로 각 색깔별로 모양이 다른 스티커를 하나씩 고르면

첫 번째 가로줄에서 고를 수 있는 스티커는 4가지
두 번째 가로줄에서 고를 수 있는 스티커는 3가지
세 번째 가로줄에서 고를 수 있는 스티커는 2가지
네 번째 가로줄에서 고를 수 있는 스티커는 1가지
따라서 구하는 경우의 수는 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

08 답 ④

5개 중 2개의 자리에 윗정리와 주리를 먼저 세우고 나머지 3개의 자리에 정민, 은영, 현미를 조건에 맞게 세우면 된다.

- (i) 윗정리와 주리를 먼저 세우는 경우의 수는 $5 \times 4 = 20$
(ii) 나머지 3개의 자리 중 가운데 자리에 은영이를 세우고, 그 앞쪽, 뒤쪽 자리에 각각 정민, 현미를 세우는 경우의 수는 1
(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는
 $20 \times 1 = 20$

09 답 66번째

- (i) A□□□□인 경우: $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (개)
(ii) E□□□□인 경우: $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (개)
(iii) KA□□□인 경우: $3 \times 2 \times 1 = 6$ (개)
(iv) KE□□□인 경우: $3 \times 2 \times 1 = 6$ (개)
(v) KOA□□인 경우: $2 \times 1 = 2$ (개)
(vi) KOE□□인 경우: $2 \times 1 = 2$ (개)
(i)~(vi)에서 $24 + 24 + 6 + 6 + 2 + 2 = 64$ (개)
따라서 KORAE가 65번째이므로 KOREA는 66번째로 나타난다.

10 답 72

A에 칠할 수 있는 색은 4가지
B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지
C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 2가지
D에 칠할 수 있는 색은 C에 칠한 색을 제외한 1가지
따라서 구하는 경우의 수는 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

11 답 ②

- (i) 1□□□인 경우
십의 자리에 올 수 있는 숫자는 1을 제외한 5개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 1과 십의 자리의 숫자를 제외한 4개이므로
 $5 \times 4 = 20$ (개)
(ii) 2□□□인 경우
십의 자리에 올 수 있는 숫자는 2를 제외한 5개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 2와 십의 자리의 숫자를 제외한 4개이므로
 $5 \times 4 = 20$ (개)
(iii) 30□□인 경우
301, 302, 304의 3개
(i), (ii), (iii)에서 305보다 작은 자연수의 개수는
 $20 + 20 + 3 = 43$

12 답 ⑤

8개의 점 중에서 3개의 점을 택하는 경우의 수는
 $\frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$
직선 l 위의 5개의 점 중에서 3개의 점을 택하는 경우의 수는
 $\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$
직선 m 위의 3개의 점 중에서 3개의 점을 택하는 경우의 수는 1
따라서 구하는 삼각형의 개수는
 $56 - (10 + 1) = 45$

다른 풀이

직선 l 위의 두 점과 직선 m 위의 한 점을 택하는 경우의 수는
 $\frac{5 \times 4}{2} \times 3 = 30$
직선 l 위의 한 점과 직선 m 위의 두 점을 택하는 경우의 수는
 $5 \times \frac{3 \times 2}{2} = 15$
따라서 구하는 삼각형의 개수는 $30 + 15 = 45$

13 답 ③

길이가 1cm인 철사 10개를 모두 사용하여 만들 수 있는 3개의 선분의 길이를 순서쌍으로 나타내면
(1cm, 1cm, 8cm), (1cm, 2cm, 7cm), (1cm, 3cm, 6cm),
(1cm, 4cm, 5cm), (2cm, 2cm, 6cm), (2cm, 3cm, 5cm),
(2cm, 4cm, 4cm), (3cm, 3cm, 4cm)의 8가지
이 중에서 삼각형이 만들어지는 경우는 (2cm, 4cm, 4cm),
(3cm, 3cm, 4cm)의 2가지
따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

개념 NOTE

세 변의 길이가 주어졌을 때, 삼각형이 될 수 있는 조건
→ (가장 긴 변의 길이) < (다른 두 변의 길이의 합)

14 답 10, 8

주머니 속에 들어 있는 흰 바둑돌의 개수를 x , 검은 바둑돌의 개수를 y 라 하면
(가)에서 주머니 속에 남아 있는 흰 바둑돌의 개수는 $x-4$ 이고, 검은 바둑돌의 개수는 y 이므로 전체 바둑돌의 개수는
 $(x-4) + y = x + y - 4$
이때 남은 바둑돌 중에서 흰 바둑돌을 꺼낼 확률은 $\frac{3}{7}$ 이므로
 $\frac{x-4}{x+y-4} = \frac{3}{7}, 7x-28=3x+3y-12$
 $\therefore 4x-3y=16 \quad \dots\dots \textcircled{1}$
(나)에서 주머니 속에 남아 있는 흰 바둑돌의 개수는 x 이고, 검은 바둑돌의 개수는 $y-2$ 이므로 전체 바둑돌의 개수는
 $x + (y-2) = x + y - 2$
이때 남은 바둑돌 중에서 검은 바둑돌을 꺼낼 확률은 $\frac{3}{8}$ 이므로
 $\frac{y-2}{x+y-2} = \frac{3}{8}, 8y-16=3x+3y-6$
 $\therefore 3x-5y=-10 \quad \dots\dots \textcircled{2}$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$x=10, y=8$$

따라서 흰 바둑돌의 개수는 10이고, 검은 바둑돌의 개수는 8이다.

15 답 $\frac{1}{2}$

오른쪽 그림과 같이 점 P에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\triangle PBC = \frac{1}{2} \times 5 \times \overline{PH} = \frac{5}{2} \overline{PH} \quad \dots\dots ①$$

이때 $\triangle PBC$ 의 넓이가 10보다 작으려면

$$0 < \frac{5}{2} \overline{PH} < 10 \quad \therefore 0 < \overline{PH} < 4 \quad \dots\dots ②$$

따라서 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$ 의 중점을 각각 M, N이라 하면 점 P는 직사각형 MBCN의 내부에 존재해야 하므로 구하는 확률은

$$\frac{\square MBCN}{\square ABCD} = \frac{5 \times 4}{5 \times 8} = \frac{1}{2} \quad \dots\dots ③$$

채점 기준

① $\triangle PBC$ 의 넓이를 높이에 대한 식으로 나타내기	30%
② $\triangle PBC$ 의 넓이가 10보다 작기 위한 높이의 범위 구하기	30%
③ $\triangle PBC$ 의 넓이가 10보다 작을 확률 구하기	40%

16 답 ⑤

모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$

$3a - 2b > 7$ 을 만족시키는 순서쌍 (a, b) 는

$(4, 1), (4, 2), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5)$ 의 10가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

17 답 $\frac{17}{18}$

모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$

직선 $y = ax - b$ 가 점 $(3, 5)$ 를 지나면

$$5 = 3a - b$$

이를 만족시키는 순서쌍 (a, b) 는 $(2, 1), (3, 4)$ 의 2가지이므로

그 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

따라서 구하는 확률은

$$1 - \frac{1}{18} = \frac{17}{18}$$

18 답 ⑤

모든 경우의 수는 $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

(i) 도가 나오는 경우

$(\text{배}, \text{등}, \text{등}, \text{등}), (\text{등}, \text{배}, \text{등}, \text{등}), (\text{등}, \text{등}, \text{배}, \text{등}),$

$(\text{등}, \text{등}, \text{등}, \text{배})$ 의 4가지이므로 그 확률은 $\frac{4}{16}$

(ii) 개가 나오는 경우

$(\text{배}, \text{배}, \text{등}, \text{등}), (\text{배}, \text{등}, \text{배}, \text{등}), (\text{배}, \text{등}, \text{등}, \text{배}),$

$(\text{등}, \text{배}, \text{배}, \text{등}), (\text{등}, \text{배}, \text{등}, \text{배}), (\text{등}, \text{등}, \text{배}, \text{배})$ 의 6가지이므로

그 확률은 $\frac{6}{16}$ $\rightarrow$ 윗가락 4개 중 2개의 배가 나오는 경우의 수는 $\frac{4 \times 3}{2} = 6$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{4}{16} + \frac{6}{16} = \frac{5}{8}$$

19 답 $\frac{67}{256}$

(i) 네 문제를 모두 틀릴 확률은

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \\ &= \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \\ &= \frac{81}{256} \end{aligned}$$

(ii) 한 문제만 맞힐 확률은

$$\begin{aligned} & 4 \times \frac{1}{4} \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \\ &= 4 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \\ &= \frac{27}{64} \end{aligned}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$1 - \left(\frac{81}{256} + \frac{27}{64}\right) = \frac{67}{256}$$

20 답 $\frac{3}{8}$

문화 상품권이 있는 곳에 도착하는 경우는 오른쪽 그림과 같이 ①번 경로로 가는 경우 또는 ②번 경로로 가는 경우가 있다.

(i) ①번 경로로 갈 확률은 갈림길이 2곳이 있으므로

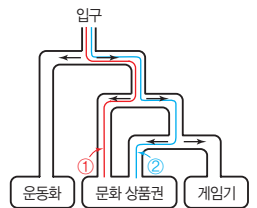
$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

(ii) ②번 경로로 갈 확률은 갈림길이 3곳이 있으므로

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$



21 답 $\frac{49}{72}$

A, B 주머니에서 모두 흰 공을 꺼낼 확률은

$$\frac{4}{9} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{18} \quad \dots\dots ①$$

A, B 주머니에서 모두 검은 공을 꺼낼 확률은

$$\frac{2}{9} \times \frac{2}{8} = \frac{1}{18} \quad \dots\dots ②$$

A, B 주머니에서 모두 노란 공을 꺼낼 확률은

$$\frac{3}{9} \times \frac{5}{8} = \frac{5}{24} \quad \dots\dots ③$$

즉, 두 공의 색깔이 서로 같을 확률은

$$\frac{1}{18} + \frac{1}{18} + \frac{5}{24} = \frac{23}{72}$$

따라서 구하는 확률은

$$1 - \frac{23}{72} = \frac{49}{72} \quad \dots\dots ④$$

채점 기준

① A, B 주머니에서 모두 흰 공을 꺼낼 확률 구하기	20%
② A, B 주머니에서 모두 검은 공을 꺼낼 확률 구하기	20%
③ A, B 주머니에서 모두 노란 공을 꺼낼 확률 구하기	20%
④ 두 공의 색깔이 서로 다를 확률 구하기	40%

22 답 ①

화살을 차례로 2발 쏠 때, 맞힌 부분에 적힌 수의 합이 3이 되는 경우는 (0, 3), (3, 0), (1, 2), (2, 1), (-1, 4), (4, -1)이다.

(i) (0, 3) 또는 (3, 0)을 쏠 확률은

$$\left(\frac{1}{8} \times \frac{2}{8}\right) + \left(\frac{2}{8} \times \frac{1}{8}\right) = \frac{1}{16}$$

(ii) (1, 2) 또는 (2, 1)을 쏠 확률은

$$\left(\frac{1}{8} \times \frac{1}{8}\right) + \left(\frac{1}{8} \times \frac{1}{8}\right) = \frac{1}{32}$$

(iii) (-1, 4) 또는 (4, -1)을 쏠 확률은

$$\left(\frac{2}{8} \times \frac{1}{8}\right) + \left(\frac{1}{8} \times \frac{2}{8}\right) = \frac{1}{16}$$

(i), (ii), (iii)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{16} = \frac{5}{32}$$

23 답 $\frac{21}{32}$

눈이 오는 경우를 ○, 눈이 오지 않는 경우를 ×라 하면 1월 5일에 눈이 오고, 같은 달 8일에 눈이 오지 않는 경우와 각각의 확률은 다음과 같다.

5일	6일	7일	8일	확률
○	○	○	×	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8}$
○	○	×	×	$\frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{16}$
○	×	○	×	$\left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{4} \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{16}$
○	×	×	×	$\left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{9}{32}$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{1}{8} + \frac{3}{16} + \frac{1}{16} + \frac{9}{32} = \frac{21}{32}$$

24 답 $\frac{11}{35}$

빨간 공이 6개 있으므로 놀이는 최대 7회까지만 할 수 있다.

따라서 B는 2회 또는 5회에서 파란 공을 꺼내야 놀이에서 이길 수 있다.

(i) 2회에서 B가 이길 확률은

$$\frac{6}{10} \times \frac{4}{9} = \frac{4}{15}$$

(ii) 5회에서 B가 이길 확률은

$$\frac{6}{10} \times \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} \times \frac{3}{7} \times \frac{4}{6} = \frac{1}{21}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{4}{15} + \frac{1}{21} = \frac{11}{35}$$