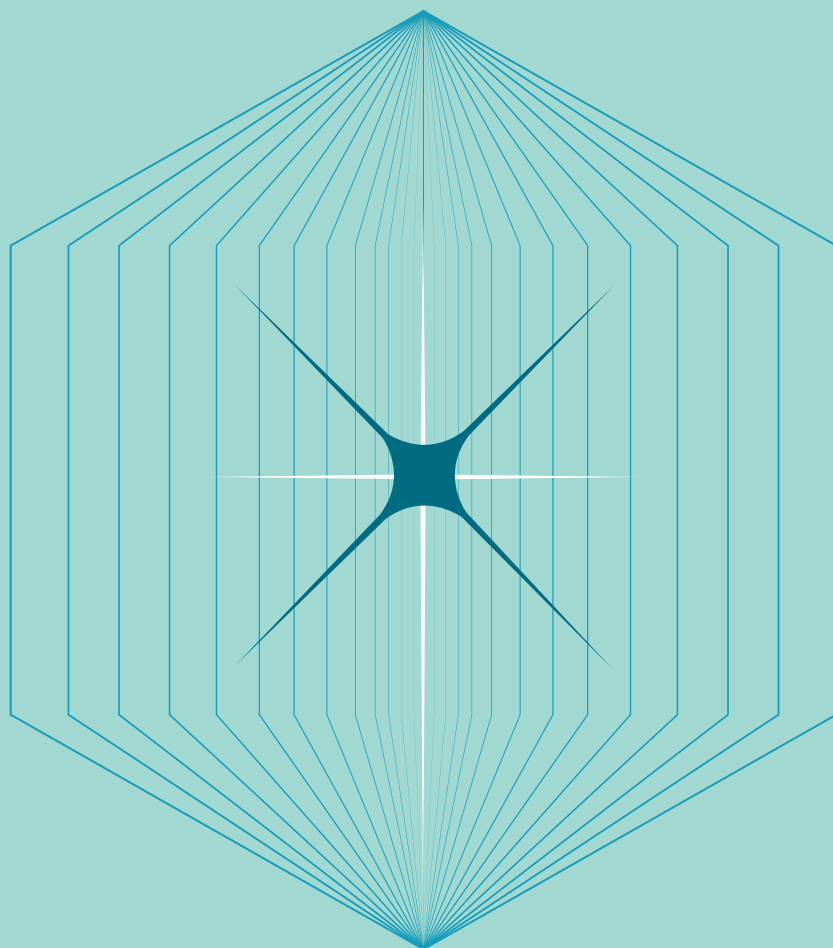


수학의 신



중학 수학

1·2

정답과 해설

바른 정답

01 기본도형

STEP 1 핵심 문제 ▶ 20~21쪽

01 ⑤ 02 25 03 ①, ③ 04 30 05 3 cm 06 ⑤
07 ② 08 30° 09 6쌍 10 30° 11 126 12 ④

STEP 2 고난도 문제 ▶ 22~26쪽

01 18 02 $5n+9$ 03 45 04 26 05 36
06 20 07 8 08 133 09 35 10 12 cm 11 $\frac{3}{2}$ 배
12 ③ 13 풀이 참조 14 $\frac{2}{3}$ 15 10
16 $\neg$, $\perp$, $\supset$ 17 $\overline{GH}=4$, $\overline{HI}=3$ 18 65° 19 ②
20 47.5° 21 2시 43 $\frac{7}{11}$ 분 22 16° 23 7 24 5쌍
25 ④ 26 $40^\circ < \angle AOB < 60^\circ$ 27 35 28 144°
29 ④ 30 50

STEP 3 최고난도 문제 ▶ 27쪽

01 46 02 78 03 24 04 $\angle x=75^\circ$, $\angle y=105^\circ$
05 3시 20분

02 위치관계

STEP 1 핵심 문제 ▶ 28~29쪽

01 ③, ⑤ 02 $\perp$, $\subset$ 03 ③ 04 5 05 ④ 06 6
07 ③, ⑤ 08 ② 09 240° 10 125° 11 65° 12 31°
13 $l \parallel m$, $p \parallel r$

STEP 2 고난도 문제 ▶ 30~34쪽

01 6 02 $a \parallel e$ 03 17 04 최솟값: 4, 최댓값: 6
05 3 06 ①, ③ 07 $\overline{MD}$, $\overline{MJ}$, $\overline{DE}$ (또는 $\overline{DC}$) 08 ③
09 17 10 4 11 ③ 12 195° 13 3
14 ②, ③ 15 $\perp$, $\supset$ 16 235° 17 115° 18 20°
19 78.75° 20 25° 21 40° 22 279° 23 720° 24 60°
25 18° 26 25° 27 75° 28 90° 29 106° 30 88°

STEP 3 최고난도 문제 ▶ 35쪽

01 13 02 8번째 03 32° 04 92° 05 215° 06 201°

03 작도와 합동

STEP 1 핵심 문제 ▶ 36~37쪽

01 ②, ④ 02 ⑤ 03 $\neg$, $\perp$, $\supset$
04 $\odot \rightarrow \square \rightarrow \bigcirc \rightarrow \oplus \rightarrow \ominus \rightarrow \oplus$ 05 4
06 $\perp$, $\supset$ 07 $\supset$, $\square$, $\supset$ 08 ② 09 7 cm, 78°
10 ② 11 (가) $\overline{CD}$, (나) $\triangle ACD$, (다) SAS
12 $\triangle PAB \cong \triangle PDC$, SAS 합동

STEP 2 고난도 문제 ▶ 38~42쪽

01 ③ 02 ③ 03 $\perp$, $\subset$, $\supset$ 04 풀이 참조
05 $\odot \rightarrow \square \rightarrow \oplus \rightarrow \ominus \rightarrow \bigcirc \rightarrow \oplus$ 06 ②, ⑤ 07 8
08 7 09 9 10 16, 23 11 3 12 4
13 15 cm² 14 17 cm 15 24 cm² 16 12 cm 17 4 cm 18 20°
19 8 cm 20 ④ 21 $\perp$, $\subset$ 22 30° 23 110° 24 66°
25 47° 26 20 cm 27 75° 28 90° 29 12 cm²

* STEP 3 **최고난도** 문제 ▶ 43쪽

01 5 cm 02 $n+2$ 03 64 cm^2 04 $a+b-c$ 05 160°
06 32

* 단원 마스터 ▶ 44~47쪽

01 ② 02 ⑤ 03 18 cm 04 $\frac{a+b}{2}$ 05 $\frac{240}{13}$ 분 06 240°
07 ② 08 ④ 09 5개 10 $\overline{CH}, \overline{GH}, \overline{HI}, \overline{IJ}, \overline{DI}, \overline{EJ}$
11 90° 12 60° 13 44° 14 180°
15 $\angle x=84^\circ, \angle y=126^\circ$ 16 200° 17 ②, ③ 18 2
19 ④ 20 60° 21 25 cm^2 22 13 cm 23 96 m^2 24 6

04 **다각형**

* STEP 1 **핵심** 문제 ▶ 50~51쪽

01 ①, ④ 02 정구각형 03 ④ 04 10 05 118°
06 63° 07 112 08 35 09 100° 10 1800° 11 96°
12 ⑤ 13 72°

* STEP 2 **고난도** 문제 ▶ 52~58쪽

01 10 02 14 03 8 04 ① 05 ⑤ 06 105
07 ② 08 35 09 160 10 79 11 92° 12 34°
13 116° 14 ③ 15 90° 16 105° 17 27° 18 20°
19 54° 20 ③ 21 124° 22 ⑤ 23 180° 24 104°
25 360° 26 1080° 27 330° 28 360° 29 540°
30 1080° 31 360° 32 ③, ④ 33 ⑤ 34 ③ 35 60°
36 135 37 48° 38 144° 39 36° 40 10 41 10
42 12

* STEP 3 **최고난도** 문제 ▶ 59쪽

01 74 02 275 03 54° 04 60° 05 540° 06 338°

05 **원과 부채꼴**

* STEP 1 **핵심** 문제 ▶ 60~61쪽

01 ② 02 60° 03 2 04 96° 05 ④
06 $40\pi\text{ cm}, 60\pi\text{ cm}^2$ 07 ③ 08 96 cm^2 09 45°
10 $(2\pi+4)\text{ cm}$ 11 32 cm^2 12 $\frac{25}{3}\pi\text{ cm}^2$
13 $24\pi\text{ cm}$

* STEP 2 **고난도** 문제 ▶ 62~66쪽

01 40° 02 45° 03 120° 04 $9\pi\text{ cm}$
05 4 cm 06 ③ 07 14 cm 08 6
09 9 : 2 10 96° 11 3 : 1 12 3 13 $(9\pi+24)\text{ cm}$
14 $12\pi\text{ cm}$ 15 $\frac{405}{4}\pi\text{ cm}^2$ 16 $27\pi\text{ cm}^2$
17 $(144+9\pi)\text{ cm}^2$ 18 $\frac{112}{9}\pi\text{ cm}^2$ 19 $\frac{3}{2}\pi\text{ cm}$
20 $(24\pi-32)\text{ cm}^2$ 21 $(16\pi-\frac{64}{3})\text{ cm}^2$ 22 $12\pi\text{ cm}$
23 $6\pi\text{ cm}$ 24 $8\pi\text{ cm}$ 25 12 26 $(24+4\pi)\text{ cm}$
27 $(\frac{164}{5}\pi+30)\text{ m}^2$ 28 $(160+16\pi)\text{ cm}^2$ 29 $(14-\pi)\text{ cm}^2$
30 7000 m^2

* STEP 3 **최고난도** 문제 ▶ 67쪽

01 4바퀴 02 $32\pi+5$ 03 $\frac{32}{9}\pi\text{ cm}^2$ 04 $\frac{38}{3}\pi\text{ cm}$
05 $12\pi\text{ cm}$ 06 $16\pi\text{ cm}$

바른 정답

단원 마스터

▶ 68~71쪽

- 01 108° 02 24 03 76° 04 100° 05 99° 06 90°
 07 10° 08 720° 09 105° 10 정십오각형 11 207°
 12 66° 13 150° 14 ③, ④ 15 3 cm 16 $(56\pi + 160) \text{ m}^2$
 17 $(48 - 12\pi) \text{ cm}^2$ 18 80° 19 $\frac{\pi}{2} \text{ cm}^2$
 20 $6\pi \text{ cm}$, $2\pi \text{ cm}^2$ 21 $(\pi - 2) \text{ cm}^2$ 22 $(32\pi - 64) \text{ cm}^2$
 23 $24\pi \text{ cm}^2$ 24 $(48 + 8\pi) \text{ cm}$, $(96 + 16\pi) \text{ cm}^2$

06 다면체와 회전체

STEP 1 핵심 문제

▶ 74~75쪽

- 01 ④ 02 22 03 16 04 ② 05 면 ⑥, ⑨, ⑩
 06 ① 07 ④ 08 ④ 09 ②, ④ 10 ②, ⑤
 11 18 cm^2 12 ①

STEP 2 고난도 문제

▶ 76~80쪽

- 01 1 02 14 03 7 04 ② 05 101 06 ⑤
 07 풀이 참조 08 72 cm 09 30 10 $\neg$, $\sqsubset$ 11 12
 12 280 13 ②, ④ 14 60° 15 ① 16 $\neg$, $\sqsubset$
 17 60 cm 18 40 cm 19 $\neg$, $\sqsubset$ 20 ④ 21 $\neg$, $\sqsubset$, $\square$, $\boxplus$
 22 ② 23 $40\pi \text{ cm}^2$ 24 $\frac{144}{25}\pi \text{ cm}^2$ 25 59
 26 12 cm 27 4 28 $100\pi \text{ cm}^2$

STEP 3 최고난도 문제

▶ 81쪽

- 01 최댓값: 13, 최솟값: 11 02 241 03 32 cm^3
 04 74 05 $(576\pi - 960) \text{ cm}^2$ 06 $25\pi \text{ cm}^2$

07 입체도형의 겹넓이와 부피

STEP 1 핵심 문제

▶ 82~83쪽

- 01 8 02 $108\pi \text{ cm}^2$ 03 120 04 $(74 + 14\pi) \text{ cm}^2$
 05 $83\pi \text{ cm}^3$ 06 9 07 117 cm^2 08 ④
 09 4 10 $33\pi \text{ cm}^2$ 11 $64\pi \text{ cm}^2$
 12 $\frac{56}{3}\pi \text{ cm}^3$ 13 $\frac{16}{3}\pi \text{ cm}^3$, $16\pi \text{ cm}^3$

STEP 2 고난도 문제

▶ 84~88쪽

- 01 168000원 02 96 cm^2 03 376 cm^2
 04 $(138 + 18n) \text{ cm}^2$ 05 275 cm^3
 06 450 cm^3 07 $(40\pi + 80) \text{ cm}^3$ 08 352 cm^3
 09 $(120\pi - 240) \text{ cm}^3$ 10 $(3\pi + 48) \text{ cm}^3$ 11 ④
 12 $45\pi \text{ cm}^2$ 13 40 14 ① 15 $\frac{8}{3} \text{ cm}$ 16 ①
 17 $(36\pi + 24) \text{ cm}^3$ 18 14 cm 19 4 20 60
 21 $76\pi \text{ cm}^2$ 22 $\frac{112}{9}\pi \text{ cm}^3$ 23 ①
 24 125000원 25 ③ 26 $144\pi \text{ cm}^2$
 27 $54\pi \text{ cm}^3$ 28 6 29 $\frac{8}{3} \text{ cm}$ 30 $60\pi \text{ cm}^3$

STEP 3 최고난도 문제

▶ 89쪽

- 01 14개 02 3 : 2 03 $\frac{1701}{2}\pi \text{ cm}^3$ 04 1 : 5
 05 35 : 21 : 15

단원 마스터 ▶ 90~93쪽

- 01 21 02 육각형 03 ④ 04 ⑤ 05 ①, ⑤ 06 13
 07 ⑤ 08 ②, ⑤ 09 $(4\pi - 8) \text{ cm}^2$ 10 $72\pi \text{ cm}^3$
 11 864 cm^2 12 16 cm^3 13 2^{10} 배 14 $\frac{500}{3} \text{ cm}^3$
 15 965 cm^3 16 180 cm^3 17 $64\pi \text{ cm}^2$
 18 $250\pi \text{ cm}^3$ 19 21초 20 $\frac{56}{9}$ 21 23 : 20 : 17
 22 $63\pi \text{ cm}^2$ 23 $\frac{104}{25} \text{ cm}$ 24 $144\pi \text{ cm}^3$

08 자료의 정리와 해석

STEP 1 핵심 문제 ▶ 96~97쪽

- 01 12 02 1.2 mm 03 7 04 ㄴ, ㄷ
 05 166 cm 06 ④ 07 5명 08 ③ 09 ③
 10 ①, ④ 11 5 : 2 12 4배 13 ㄱ, ㄷ

STEP 2 고난도 문제 ▶ 98~102쪽

- 01 ② 02 ② 03 3 : 2 04 중앙값: 7, 최빈값: 8
 05 $79 \leq A \leq 80$ 06 309 07 23 08 30
 09 6, 16 10 4, 18 11 13 12 3 13 8 14 10개
 15 29권 16 87000원 17 ③, ④ 18 12명
 19 13, 8 20 3 21 12명 22 18 23 60점 24 20명
 25 28명 26 1회 27 ③, ④ 28 8.7%

STEP 3 최고난도 문제 ▶ 103쪽

- 01 $\frac{23}{8}$ 02 20, 24, 36, 70, 70 03 7가지 04 37개
 05 9 06 180

09 상대도수

STEP 1 핵심 문제 ▶ 104~105쪽

- 01 0.2 02 ④ 03 8, 125 04 ② 05 20% 06 30명
 07 ③ 08 40세 이상 50세 미만 09 2 : 3 10 46
 11 ㄴ, ㄷ 12 150

STEP 2 고난도 문제 ▶ 106~108쪽

- 01 40회 02 28명 03 160명 04 11명 05 13명 06 50명
 07 5명 08 9명 09 32% 10 40등 11 5 : 8 12 75명
 13 0.25 14 11 : 8 15 A 동아리: 18명, B 동아리: 3명
 16 320 17 2학년, 22명

STEP 3 최고난도 문제 ▶ 109쪽

- 01 풀이 참조 02 시안 A 03 100명
 04 $A=0.52, B=0.16$ 05 ㄴ, ㄷ

단원 마스터 ▶ 110~113쪽

- 01 ②, ⑤ 02 2 03 32 04 $\frac{15}{2}$
 05 (17, 20), (19, 17) 06 25 07 51분
 08 ②, ⑤ 09 $A=3, B=2$ 10 ㄴ, ㄷ 11 21명 12 30명
 13 ④ 14 ③, ④ 15 $\frac{61x+y}{75}$ 16 7명
 17 남학생: 25명, 여학생: 20명 18 22 19 0.4
 20 A: 60%, B: 58%, A 지역 21 A 학교, 91명
 22 ④, ⑤

01 기본도형

STEP 1 핵심 문제

▶ 20~21쪽

- 01 ⑤ 02 25 03 ①, ③ 04 30 05 3 cm 06 ⑤
07 ② 08 30° 09 6쌍 10 30° 11 126 12 ④

01 답 ⑤

- ㄱ. 교점은 선과 선 또는 선과 면이 만나는 경우에 생긴다.
ㄴ. 직육면체에서 교점의 개수는 꼭짓점의 개수와 같다.
ㄷ. 면과 면이 만나면 직선 또는 곡선이 생긴다.
ㄹ. 점이 연속적으로 움직인 자리는 선이 된다.
따라서 옳은 것은 ㄷ, ㄹ이다.

02 답 25

- $a = (\text{교점의 개수}) = (\text{꼭짓점의 개수}) = 9$
 $b = (\text{교선의 개수}) = (\text{모서리의 개수}) = 16$
 $\therefore a + b = 9 + 16 = 25$

03 답 ①, ③

- ① $\overrightarrow{AB}$ 와 $\overrightarrow{BA}$ 는 시작점과 뻗어 나가는 방향이 모두 다르므로 $\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{BA}$
③ $\overrightarrow{CA}$ 와 $\overrightarrow{BA}$ 는 시작점이 다르므로 $\overrightarrow{CA} \neq \overrightarrow{BA}$
따라서 옳지 않은 것은 ①, ③이다.

참고 시작점과 뻗어 나가는 방향이 모두 같아야 같은 반직선이다.

04 답 30

- 직선은 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BE}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CE}, \overrightarrow{DE}$ 의 10개
이므로 $a = 10$
반직선은 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{EA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CB},$
 $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{DB}, \overrightarrow{BE}, \overrightarrow{EB}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{CE}, \overrightarrow{EC}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{ED}$ 의 20개이므로
 $b = 20$
 $\therefore a + b = 10 + 20 = 30$

[다른 풀이] 반직선의 개수 구하기

- $\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{BA}$ 이므로 반직선의 개수는 직선의 개수의 2배이다.
즉, 반직선의 개수는 $10 \times 2 = 20$ 이다.

비법 NOTE

어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않을 때 두 점을 이어서 만들 수 있는 직선, 반직선, 선분의 개수

- • (직선의 개수) = (선분의 개수)
• (반직선의 개수) = (직선의 개수) $\times$ 2

05 답 3 cm

- $\overline{AM} = \overline{MB} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 24 = 12(\text{cm})$
 $\overline{AP} = \overline{PM} = \frac{1}{2} \overline{AM} = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm})$

- $\overline{PQ} = \frac{1}{2} \overline{PB} = \frac{1}{2} \times (24 - 6) = 9(\text{cm})$
 $\therefore \overline{MQ} = \overline{PQ} - \overline{PM} = 9 - 6 = 3(\text{cm})$

06 답 ⑤

- ①, ② 두 점 C, D는 $\overline{AB}$ 의 삼등분점이므로
 $\overline{AC} = \overline{CD} = \overline{DB} = \frac{1}{3} \overline{AB}$
③ $\overline{AD} = \overline{AC} + \overline{CD} = \overline{CD} + \overline{DB} = \overline{CB}$
④ $\overline{CB} = \overline{CD} + \overline{DB} = \frac{1}{3} \overline{AB} + \frac{1}{3} \overline{AB} = \frac{2}{3} \overline{AB}$
 $\therefore \overline{AB} = \frac{3}{2} \overline{CB}$
⑤ $\overline{CD} = \overline{DB}$ 이므로 $\overline{DB} = \frac{1}{2} \overline{CB}$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

07 답 ②

- $\angle a : \angle b = 2 : 3 = 6 : 9$, $\angle a : \angle c = 6 : 5$ 이므로
 $\angle a : \angle b : \angle c = 6 : 9 : 5$
 $\therefore \angle b = 180^\circ \times \frac{9}{6+9+5} = 81^\circ$

비법 NOTE

세 자연수의 비

- $a : b = m : n$ 이고, $a : c = p : q$ 일 때,
 $a : b = mp : np$ 이고, $a : c = mq : nq$ 이므로
 $a : b : c = mp : np : mq$

m 과 p 가 서로소가 아닌 경우에는 m, p 의 최소공배수를 구하면 세 수의 비를 가장 간단한 자연수의 비로 나타낼 수 있다.

08 답 30°

- $\angle COE = \angle COD + 90^\circ$ 에서 $6 \angle COD = \angle COD + 90^\circ$
 $5 \angle COD = 90^\circ \quad \therefore \angle COD = 18^\circ$ ①
 $\angle AOB + \angle BOC + \angle COD = 90^\circ$ 에서
 $\angle AOB + \angle BOC + 18^\circ = 90^\circ$
 $5 \angle BOC + \angle BOC = 72^\circ$
 $6 \angle BOC = 72^\circ \quad \therefore \angle BOC = 12^\circ$ ②
 $\therefore \angle BOD = \angle BOC + \angle COD = 12^\circ + 18^\circ = 30^\circ$ ③

채점 기준

① $\angle COD$ 의 크기 구하기	40 %
② $\angle BOC$ 의 크기 구하기	40 %
③ $\angle BOD$ 의 크기 구하기	20 %

09 답 6쌍

- $\angle AOC$ 와 $\angle BOD$, $\angle AOF$ 와 $\angle BOE$, $\angle DOF$ 와 $\angle COE$,
 $\angle AOD$ 와 $\angle BOC$, $\angle COF$ 와 $\angle DOE$, $\angle FOB$ 와 $\angle EOA$ 의 6쌍
이다.

[다른 풀이]

- 세 직선이 한 점에서 만날 때 생기는 맞꼭지각의 쌍의 수는
 $3 \times (3 - 1) = 3 \times 2 = 6(\text{쌍})$

비법 NOTE

n 개의 서로 다른 직선이 한 점에서 만날 때 생기는 맞꼭지각의 쌍의 수
 $\rightarrow n(n-1)$ 쌍

10 답 30°

맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로
 $(2\angle x - 25^\circ) + (\angle x + 20^\circ) + (\angle x + 15^\circ) + \angle x + (\angle x - 10^\circ) = 180^\circ$
 $6\angle x = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 30^\circ$

11 답 126

$3x + 90 + 2x = 180$ 이므로
 $5x = 90 \quad \therefore x = 18$
 맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로
 $y = 3x + 90 = 3 \times 18 + 90 = 144$
 $\therefore y - x = 144 - 18 = 126$

12 답 ④

④ 점 B와 직선 CD 사이의 거리는 $\overline{BH}$ 의 길이이다.
 따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

STEP 2 고난도 문제

▶ 22~26쪽

- | | | | | |
|--|--|-------------------------|-----------------------|---|
| 01 18 | 02 $5n+9$ | 03 45 | 04 26 | 05 36 |
| 06 20 | 07 8 | 08 133 | 09 35 | 10 12 cm 11 $\frac{3}{2}$ 배 |
| 12 ③ | 13 풀이 참조 | 14 $\frac{2}{3}$ | 15 10 | |
| 16 $\neg, \perp, \sphericalangle$ | 17 $\overline{GH}=4, \overline{HI}=3$ | 18 65° | 19 ② | |
| 20 47.5° | 21 2시 $43\frac{7}{11}$ 분 | 22 16° | 23 7 | 24 5쌍 |
| 25 ④ | 26 $40^\circ < \angle AOB < 60^\circ$ | 27 35 | 28 144° | |
| 29 ④ | 30 50 | | | |

01 답 18

$a = (\text{교점의 개수}) = (\text{꼭짓점의 개수}) = 8$
 $b = (\text{교선의 개수}) = (\text{모서리의 개수}) = 13$
 $c = (\text{면의 개수}) = 7$
 $d = (\text{한 꼭짓점에서 만나는 교선의 개수의 최댓값}) = 4$
 $\therefore a + b - c + d = 8 + 13 - 7 + 4 = 18$

02 답 $5n+9$

n 각형에서
 $a = (\text{교점의 개수}) = (\text{꼭짓점의 개수}) = n+1$
 $b = (\text{교선의 개수}) = (\text{모서리의 개수}) = 2n$
 원기둥에서 교점은 없고, 교선의 개수는 2이므로 $c=0, d=2$
 $\therefore a + 2b + 3c + 4d = n+1 + 4n + 0 + 8 = 5n+9$

03 답 45

교점의 개수가 최대가 되려면 추가로 그리는 직선이 이미 그려진 모든 직선과 만나야 한다.
 즉, n 번째 직선을 그릴 때 교점은 최대 $(n-1)$ 개 증가한다.
 직선이 2개일 때, 교점은 1개
 직선이 3개일 때, 교점은 $1+2=3$ (개)
 직선이 4개일 때, 교점은 $1+2+3=6$ (개)
 $\vdots$
 직선이 10개일 때, 교점은 $1+2+3+\cdots+9=45$ (개)

04 답 26

직선은 $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}, \overline{AE}, \overline{BC}, \overline{BD}, \overline{BE}, \overline{CD}$ 의 8개이므로
 $x=8$ ①
 반직선은 $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}, \overline{AE}, \overline{BA}, \overline{BC}, \overline{BD}, \overline{BE}, \overline{CA}, \overline{CB}, \overline{CD}, \overline{DA}, \overline{DB}, \overline{DC}, \overline{DE}, \overline{EA}, \overline{EB}, \overline{EC}$ 의 18개이므로
 $y=18$ ②
 $\therefore x+y=8+18=26$ ③

채점 기준

① x 의 값 구하기	40%
② y 의 값 구하기	40%
③ $x+y$ 의 값 구하기	20%

05 답 36

선분은 $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}, \overline{AE}, \overline{BC}, \overline{BD}, \overline{BE}, \overline{CD}, \overline{CE}, \overline{DE}$ 의 10개이므로
 $a=10$
 직선은 $\overline{AB}, \overline{AD}, \overline{AE}, \overline{BD}, \overline{BE}, \overline{CD}, \overline{CE}, \overline{DE}$ 의 8개이므로
 $b=8$
 반직선은 $\overline{AB}, \overline{AD}, \overline{AE}, \overline{BA}, \overline{BC}, \overline{BD}, \overline{BE}, \overline{CA}, \overline{CD}, \overline{CE}, \overline{DA}, \overline{DB}, \overline{DC}, \overline{DE}, \overline{EA}, \overline{EB}, \overline{EC}, \overline{ED}$ 의 18개이므로
 $c=18$
 $\therefore a+b+c=10+8+18=36$

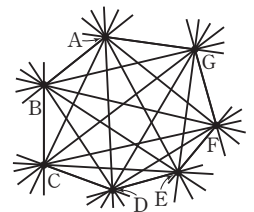
06 답 20

오른쪽 그림과 같이 7개의 점 A, B, C, D, E, F, G 중 어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않을 때 만들 수 있는 서로 다른 직선의 개수가 최대가 된다.

이때 직선은 $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}, \overline{AE}, \overline{AF}, \overline{AG}, \overline{BC}, \overline{BD}, \overline{BE}, \overline{BF}, \overline{BG}, \overline{CD}, \overline{CE}, \overline{CF}, \overline{CG}, \overline{DE}, \overline{DF}, \overline{DG}, \overline{EF}, \overline{EG}, \overline{FG}$ 의 21개이므로
 $M=21$

오른쪽 그림과 같이 7개의 점이 한 직선 위에 있을 때 만들 수 있는 서로 다른 직선의 개수가 최소가 되므로 $m=1$

$\therefore M-m=21-1=20$



07 **Idea** 8

서로 다른 선분의 개수와 직선의 개수를 각각 구하는 것이 아니라
개수의 차를 구하는 것이므로 선분의 개수와 직선의 개수가 다르게
나타나는 경우만 생각하면 된다.

문제에 주어진 네 개의 직선 중 서로 다른 직선 위에 있는 두 점을
이어서 만들 수 있는 서로 다른 선분의 개수와 직선의 개수는 서로
같다.

그러나 오른쪽 그림과 같이 한 직선 위에 있 는 세 점 A, B, C 중 두 점을 이어서 만들
수 있는 서로 다른 선분은 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ 의 3개, 직선은 $\overleftrightarrow{AC}$ 의 1개
이다.

따라서 한 직선 위에 있는 세 점 중 두 점을 이어서 만들 수 있는 서
로 다른 선분의 개수와 직선의 개수의 차는 2이고, 문제에 주어진
직선이 4개 있으므로 구하는 개수의 차는 $2 \times 4 = 8$ 이다.

08 **답** 133

두 점을 이어서 만들 수 있는 서로 다른 선분은 다음과 같다.

점 A_1 을 왼쪽 끝점으로 하는 선분은
 $\overline{A_1A_2}$, $\overline{A_1A_3}$, $\overline{A_1A_4}$, ..., $\overline{A_1A_{15}}$ 의 14개,

점 A_2 를 왼쪽 끝점으로 하는 선분은
 $\overline{A_2A_3}$, $\overline{A_2A_4}$, $\overline{A_2A_5}$, ..., $\overline{A_2A_{15}}$ 의 13개,

⋮

점 A_{14} 를 왼쪽 끝점으로 하는 선분은 $\overline{A_{14}A_{15}}$ 의 1개이므로
서로 다른 선분의 개수는

$$a = 14 + 13 + 12 + \cdots + 3 + 2 + 1 = 105$$

두 점을 이어서 만들 수 있는 서로 다른 반직선은 다음과 같다.

점 A_1 을 시작점으로 하는 반직선은 $\overrightarrow{A_1A_2}$ 의 1개,

점 $A_2, A_3, \dots, A_{14}$ 를 시작점으로 하는 반직선은 각각 2개,

점 A_{15} 를 시작점으로 하는 반직선은 $\overrightarrow{A_{15}A_1}$ 의 1개이므로

서로 다른 반직선의 개수는

$$b = 1 + 2 \times 13 + 1 = 28$$

$$\therefore a + b = 105 + 28 = 133$$

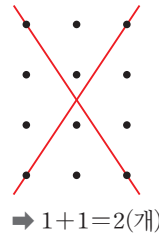
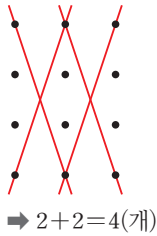
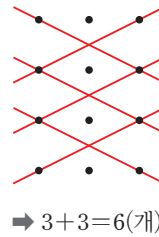
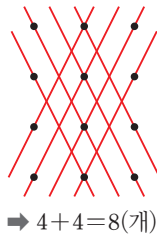
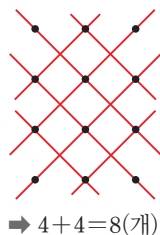
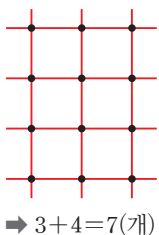
비법 NOTE

$14 + 13 + 12 + \cdots + 3 + 2 + 1$ 은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} &14 + 13 + 12 + \cdots + 3 + 2 + 1 \\ &= (14 + 1) + (13 + 2) + (12 + 3) + \cdots + (8 + 7) \\ &= \underbrace{15 + 15 + 15 + \cdots + 15}_{7\text{개}} = 15 \times 7 = 105 \end{aligned}$$

09 **답** 35

두 점을 이어서 만들 수 있는 서로 다른 직선은 다음과 같다.



따라서 구하는 서로 다른 직선의 개수는

$$7 + 8 + 8 + 6 + 4 + 2 = 35$$

10 **답** 12 cm

$$\overline{BC} = 2\overline{AB}, \overline{CD} = 2\overline{DE} \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} \overline{AE} &= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE} \\ &= \overline{AB} + 2\overline{AB} + 2\overline{DE} + \overline{DE} \\ &= 3\overline{AB} + 3\overline{DE} \\ &= 3(\overline{AB} + \overline{DE}) = 18(\text{cm}) \end{aligned}$$

$$\therefore \overline{AB} + \overline{DE} = 6 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{이때 } \overline{BD} &= \overline{BC} + \overline{CD} = 2\overline{AB} + 2\overline{DE} = 2(\overline{AB} + \overline{DE}) \text{이므로} \\ \overline{BD} &= 2 \times 6 = 12(\text{cm}) \end{aligned}$$

다른 풀이

$$\overline{AB} + \overline{DE} = 6 \text{ cm이므로}$$

$$\overline{BD} = \overline{AE} - (\overline{AB} + \overline{DE}) = 18 - 6 = 12(\text{cm})$$

11 **답** $\frac{3}{2}$ 배

$$\overline{AB} = 6\overline{AM}, \overline{AB} = 2\overline{MN} \text{이므로}$$

$$6\overline{AM} = 2\overline{MN} \quad \therefore \overline{AM} = \frac{1}{3}\overline{MN}$$

$$\begin{aligned} \overline{NB} &= \overline{AB} - (\overline{AM} + \overline{MN}) \\ &= 2\overline{MN} - \left(\frac{1}{3}\overline{MN} + \overline{MN} \right) \\ &= \frac{2}{3}\overline{MN} \end{aligned}$$

$$\therefore \overline{MN} = \frac{3}{2}\overline{NB}$$

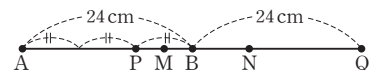
따라서 $\overline{MN}$ 은 $\overline{NB}$ 의 $\frac{3}{2}$ 배이다.

12 **답** ③

$$\overline{AP} = 2\overline{PB} \text{에서 } \overline{AP} : \overline{PB} = 2 : 1$$

$$2\overline{BQ} = \overline{AQ} \text{에서 } \overline{BQ} : \overline{AQ} = 1 : 2$$

또 점 P는 $\overline{AB}$ 위의 점이고 점 Q는 $\overline{AB}$ 의 연장선 위의 점이므로
각 점의 위치를 나타내면 다음 그림과 같다.



$$\overline{PB} = \frac{1}{3}\overline{AB} = \frac{1}{3} \times 24 = 8(\text{cm})$$

$$\overline{BQ} = \overline{AB} = 24 \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{PQ} = \overline{PB} + \overline{BQ} = 8 + 24 = 32(\text{cm})$$

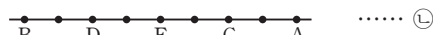
$$\text{따라서 } \overline{PM} = \frac{1}{2}\overline{PB} = \frac{1}{2} \times 8 = 4(\text{cm}) \text{ 이고}$$

$$\overline{PN} = \frac{1}{2}\overline{PQ} = \frac{1}{2} \times 32 = 16(\text{cm}) \text{ 이므로}$$

$$\overline{MN} = \overline{PN} - \overline{PM} = 16 - 4 = 12(\text{cm})$$

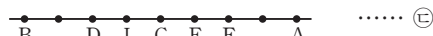
13 답 풀이 참조

(가)에서 두 점 C, E의 위치는 다음 그림과 같은 두 가지 경우가 있다.



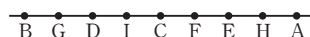
(나)에서 $\overline{AF} : \overline{DF} = 1 : 1$ 이므로 점 F는 $\overline{AD}$ 의 중점이다.

즉, 두 점 I, F를 ㉠, ㉡에 각각 나타내면 다음 그림과 같다.



(다)에서 점 E는 $\overline{FH}$ 의 중점이므로 ㉢에는 점 H를 나타낼 수 없다.

따라서 점 H를 ㉣에 나타낸 후 남은 위치에 점 G를 나타내면 다음 그림과 같다.



14 답 $\frac{2}{3}$

$\overline{AB} = a$, $\overline{BC} = b$, $\overline{CD} = c$ 라 하자.

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{BC} + \overline{CD}}{\overline{AB} + \overline{BC}} = \frac{2}{3} \text{ 이므로 } \frac{b}{a} = \frac{2}{3} \text{ 에서}$$

$$a = 3k, b = 2k (k > 0) \text{로 놓으면}$$

$$\frac{b+c}{a+b} = \frac{2}{3} \text{ 에서 } \frac{2k+c}{3k+2k} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2k+c}{5k} = \frac{2}{3}, 6k+3c=10k \quad \therefore c = \frac{4}{3}k$$

$$\therefore \frac{\overline{CD}}{\overline{BC}} = \frac{c}{b} = \frac{\frac{4}{3}k}{2k} = \frac{2}{3}$$

15 답 10

$\overline{AB} = a$, $\overline{BC} = b$ 라 하자.

$$\overline{MB} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2}a, \overline{BN} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2}b \text{ 이므로}$$

$$\overline{MN} = \overline{MB} + \overline{BN} = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b = \frac{1}{2}(a+b)$$

이때 $\overline{MP} : \overline{PN} = 2 : 1$ 이므로

$$\overline{PN} = \frac{1}{3}\overline{MN} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}(a+b) = \frac{1}{6}(a+b)$$

$$\therefore \overline{PC} = \overline{PN} + \overline{NC} = \overline{PN} + \frac{1}{2}\overline{BC}$$

$$= \frac{1}{6}(a+b) + \frac{1}{2}b = \frac{1}{6}a + \frac{2}{3}b$$

따라서 $m = \frac{1}{6}$, $n = \frac{2}{3}$ 이므로

$$12m + 12n = 12 \times \frac{1}{6} + 12 \times \frac{2}{3} = 10$$

16 답 ㄱ, ㄴ, ㄷ

오른쪽 그림과 같이 선분 AB를 6등분 하는 점을 차례로 C, D, E, F, G라 하면



$$\text{ㄱ. } A * (A \odot B) = A * E = D = A \triangle B$$

$$\text{ㄴ. } (A \odot B) \triangle B = E \triangle B = F = A * B$$

$$\text{ㄷ. } (B * A) \odot A = D \odot A = C$$

$$B \triangle A = F$$

$$\therefore (B * A) \odot A \neq B \triangle A$$

$$\text{ㄹ. } B \odot (A \triangle B) = B \odot D = F = B \triangle A$$

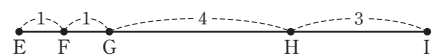
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

17 답 $\overline{GH} = 4$, $\overline{HI} = 3$

길이가 9인 선분을 나타내려면 $\overline{EI} = 9$ 이어야 하므로

$$\overline{GH} + \overline{HI} = 7$$

다음 그림과 같이 $\overline{GH} = 4$, $\overline{HI} = 3$ 이면



$$\overline{EF} = 1, \overline{EG} = 2, \overline{HI} = 3, \overline{GH} = 4, \overline{FH} = 5, \overline{EH} = 6, \overline{GI} = 7,$$

$\overline{FI} = 8$, $\overline{EI} = 9$ 와 같이 길이가 1, 2, 3, ..., 9인 선분을 모두 나타낼 수 있다.

18 답 65°

$$\angle BOC + \angle COD = 90^\circ, \angle COD + \angle DOE = 90^\circ \text{ 이므로}$$

$$\angle BOC = \angle DOE$$

이때 $\angle BOC + \angle DOE = 50^\circ$ 이므로

$$\angle BOC = \frac{1}{2} \times 50^\circ = 25^\circ$$

$$\therefore \angle AOB = 90^\circ - \angle BOC = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$$

(다른 풀이)

$$\angle BOD + \angle COE = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \text{ 이므로}$$

$$(\angle BOC + \angle COD) + (\angle COD + \angle DOE) = 180^\circ$$

$$\angle BOC + \angle DOE + 2\angle COD = 180^\circ$$

이때 $\angle BOC + \angle DOE = 50^\circ$ 이므로

$$50^\circ + 2\angle COD = 180^\circ, 2\angle COD = 130^\circ$$

$$\therefore \angle COD = 65^\circ$$

$$\therefore \angle AOB = 90^\circ - \angle BOC$$

$$= 90^\circ - (90^\circ - \angle COD)$$

$$= \angle COD = 65^\circ$$

19 답 ②

$\angle BOC = \angle a$ 라 하면

$$\angle AOC = 3\angle BOC = 3\angle a \text{ 이고 } \angle BOD = 60^\circ \text{ 이므로}$$

$$\angle COD = 60^\circ - \angle a$$

또 $\angle AOC + \angle COE = 180^\circ$ 이므로

$$\angle COE = 180^\circ - \angle AOC$$

$$= 180^\circ - 3\angle a$$

$$= 3(60^\circ - \angle a)$$

$$= 3\angle COD$$

따라서 $\angle COE$ 의 크기는 $\angle COD$ 의 크기의 3배이다.

20 답 47.5°

일일 생활 계획표는 24시간으로 짜여 있으므로 1시간에 대한 각의 크기는 $\frac{360^\circ}{24}=15^\circ$ 이고 10분에 대한 각의 크기는 $\frac{15^\circ}{6}=2.5^\circ$ 이다.
일일 생활 계획표에서의 영어 공부 시간은 3시간 10분이므로
 $\angle x = 15^\circ \times 3 + 2.5^\circ \times 1 = 47.5^\circ$

21 Idea 답 2시 43 $\frac{7}{11}$ 분

시계의 시침과 분침이 12를 가리킬 때부터 각각 움직인 각도의 차가 180° 가 되도록 식을 세운다.

2시 x 분에 시침과 분침이 180° 를 이룬다고 하면 시침이 12를 가리킬 때부터 2시간 x 분 동안 움직인 각도는

$$30^\circ \times 2 + 0.5^\circ \times x$$

분침이 12를 가리킬 때부터 x 분 동안 움직인 각도는 $6^\circ \times x$

이때 시침과 분침이 이루는 각의 크기가 180° 이므로

$$6^\circ \times x - (30^\circ \times 2 + 0.5^\circ \times x) = 180^\circ \text{에서}$$

$$5.5^\circ \times x = 240^\circ$$

$$\therefore x = \frac{480}{11} = 43 \frac{7}{11}$$

따라서 구하는 시각은 2시 43 $\frac{7}{11}$ 분이다.

비법 NOTE

시침과 분침이 움직인 각도

(1) 시침은 1시간, 즉 60분 동안 $\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$ 만큼 움직인다.

→ 시침은 1분에 $\frac{30^\circ}{60} = 0.5^\circ$ 만큼 움직인다.

(2) 분침은 1시간, 즉 60분 동안 360° 만큼 움직인다.

→ 분침은 1분에 $\frac{360^\circ}{60} = 6^\circ$ 만큼 움직인다.

22 답 16°

오른쪽 그림에서 $\angle PQB' = \angle a$,

$\angle C'QD = \angle b$ 라 하면

$\angle PQB = \angle PQB' = \angle a$ (접은 각),

$\angle DQC = \angle DQC' = \angle b$ (접은 각)

이므로 $2\angle a + 44^\circ + 2\angle b = 180^\circ$

$$2\angle a + 2\angle b = 136^\circ \quad \therefore \angle a + \angle b = 68^\circ$$

삼각형 PQB' 에서 $\angle x + \angle a + 90^\circ = 180^\circ$

$$\therefore \angle x + \angle a = 90^\circ \quad \dots\dots \text{㉠}$$

삼각형 DQC' 에서 $\angle y + \angle b + 90^\circ = 180^\circ$

$$\therefore \angle y + \angle b = 90^\circ \quad \dots\dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡에서 $\angle x + \angle y + \angle a + \angle b = 180^\circ$

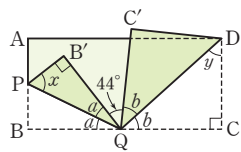
즉, $\angle x + \angle y + 68^\circ = 180^\circ$ 이므로 $\angle x + \angle y = 112^\circ$

이때 $\angle x : \angle y = 4 : 3$ 이므로

$$\angle x = 112^\circ \times \frac{4}{4+3} = 64^\circ,$$

$$\angle y = 112^\circ \times \frac{3}{4+3} = 48^\circ$$

$$\therefore \angle x - \angle y = 64^\circ - 48^\circ = 16^\circ$$



23 답 7

$$\frac{q}{p} = \frac{r}{q} = \frac{s}{r} = \frac{3}{4} \text{이므로}$$

$$\frac{q}{p} = \frac{3}{4} \text{에서 } q = \frac{3}{4}p \quad \dots\dots \text{㉠}$$

$$\frac{r}{q} = \frac{3}{4} \text{에서 } r = \frac{3}{4}q \quad \dots\dots \text{㉡}$$

$$\frac{s}{r} = \frac{3}{4} \text{에서 } s = \frac{3}{4}r \quad \dots\dots \text{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢을 변끼리 각각 더하면

$$q + r + s = \frac{3}{4}(p + q + r) \text{이고 } p + q + r \neq 0 \text{이므로}$$

$$\frac{\angle BOE}{\angle AOD} = \frac{q + r + s}{p + q + r} = \frac{3}{4}$$

따라서 $a = 3, b = 4$ 이므로

$$a + b = 3 + 4 = 7$$

24 답 5쌍

둔각인 맞꼭지각은

$$\angle AOG = \angle BOH = 115^\circ, \angle COB = \angle DOA = 155^\circ,$$

$$\angle EOB = \angle FOA = 115^\circ, \angle COF = \angle DOE = 140^\circ,$$

$$\angle GOF = \angle HOE = 130^\circ$$

의 5쌍이 생긴다.

25 답 ④

오른쪽 그림과 같이 세 직선의 교점을 각각

A, B, C라 하면 맞꼭지각의 크기는 서로 같

으므로

$$\angle BAC = 115^\circ$$

$$\angle ABC = 180^\circ - \angle y$$

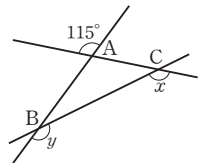
$$\angle ACB = 180^\circ - \angle x$$

삼각형 ABC에서

$$\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$$

$$115^\circ + (180^\circ - \angle y) + (180^\circ - \angle x) = 180^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 295^\circ$$



26 답 $40^\circ < \angle AOB < 60^\circ$

맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로

$$\angle AOB = \angle AOC - \angle BOC = \angle AOC - \angle EOF = 90^\circ - \angle EOF$$

따라서 $\angle EOF = 30^\circ$ 일 때 $\angle AOB = 60^\circ$ 이고, $\angle EOF = 50^\circ$ 일 때

$$\angle AOB = 40^\circ \text{이므로}$$

$$40^\circ < \angle AOB < 60^\circ$$

27 답 35

$\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CD}$ 이므로 $\angle AOD = 90^\circ$

$$\therefore \angle AOE = \angle EOD - \angle AOD = (4x^\circ - 30^\circ) - 90^\circ = 4x^\circ - 120^\circ$$

맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로

$$\angle BOF = \angle AOE = 4x^\circ - 120^\circ$$

$\angle GOB + \angle BOF = 90^\circ$ 에서

$$2x + (4x - 120) = 90, 6x = 210$$

$$\therefore x = 35$$

28 **답 144°**

$$4\angle AOH = \angle HOF \text{ 이므로 } \angle HOF = \frac{4}{5}\angle AOF$$

$$4\angle BOD = \angle DOF \text{ 이므로 } \angle DOF = \frac{4}{5}\angle BOF$$

맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로

$$\begin{aligned} \angle COG &= \angle HOD = \angle HOF + \angle DOF \\ &= \frac{4}{5}\angle AOF + \frac{4}{5}\angle BOF = \frac{4}{5}(\angle AOF + \angle BOF) \\ &= \frac{4}{5} \times 180^\circ = 144^\circ \end{aligned}$$

29 **답 ④**

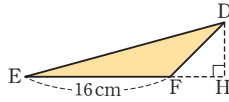
오른쪽 그림과 같이 삼각형 DEF의 점 D에서 $\overleftrightarrow{EF}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 D와 $\overleftrightarrow{EF}$ 사이의 거리는 삼각형 DEF의 높이와 같으므로 $\overline{DH}$ 의 길이이다.

이때 두 삼각형 ABC와 DEF의 넓이가 같으므로

$$\frac{1}{2} \times 8 \times 12 = \frac{1}{2} \times 16 \times \overline{DH}$$

$$8\overline{DH} = 48 \quad \therefore \overline{DH} = 6 \text{ cm}$$

따라서 점 D와 $\overleftrightarrow{EF}$ 사이의 거리는 6 cm이다.

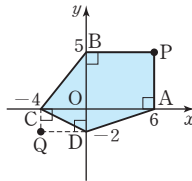


30 **답 50**

두 점 P, Q에서 각각 x 축과 y 축에 내린 수선의 발은 오른쪽 그림과 같다.

따라서 오각형 APBCD의 넓이는 사각형 APBC의 넓이와 삼각형 ACD의 넓이의 합과 같으므로

$$\frac{1}{2} \times (6+10) \times 5 + \frac{1}{2} \times 10 \times 2 = 50$$



STEP 3 **최고난도 문제**

▶ 27쪽

01 46 **02** 78 **03** 24 **04** $\angle x = 75^\circ$, $\angle y = 105^\circ$

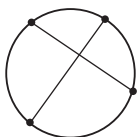
05 3시 20분

01 **답 46**

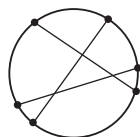
8개의 서로 만나지 않는 선분으로 원을 나눌 때 영역의 개수는 최소이고, 이 경우에 9개의 영역으로 나누어진다.

$$\therefore a=9$$

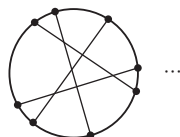
또 다음 그림과 같이 새로운 선분을 다른 선분과 모두 만나게 그으면 선분의 개수만큼 새로운 영역이 더 생긴다.



[선분 2개일 때]



[선분 3개일 때]



[선분 4개일 때]

선분 2개로 나누어지는 영역의 최대 개수는 4

선분 3개로 나누어지는 영역의 최대 개수는 $4+3=7$

선분 4개로 나누어지는 영역의 최대 개수는 $4+3+4=11$

⋮

따라서 선분 8개로 나누어지는 영역의 최대 개수는

$$b=4+3+4+5+6+7+8=37$$

$$\therefore a+b=9+37=46$$

비법 NOTE

새로운 선분이 기존의 모든 선분과 만나게 그으면 선분의 개수만큼 새로운 영역이 추가된다.

선분의 개수를 기준으로 나누어지는 영역의 최대 개수를 살펴보면 다음 표와 같다.

선분의 개수	늘어나는 영역의 수	나누어지는 영역의 최대 개수
0		1
1	+1	$1+1=2$
2	+2	$1+1+2=4$
3	+3	$1+1+2+3=7$
4	+4	$1+1+2+3+4=11$
⋮	⋮	⋮
8	+8	$1+1+2+3+4+\cdots+8=37$

02 **답 78**

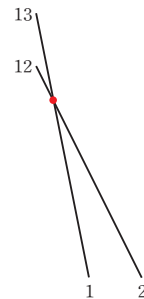
주어진 규칙에 따라 두 점을 각각 연결하여 선분을 그을 때, 선분의 개수에 따른 교점의 개수는 다음과 같다.

(i) 선분이 1개인 경우



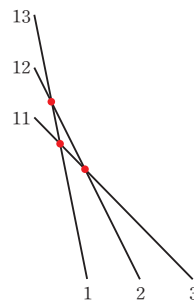
→ 교점이 없다.

(ii) 선분 2개가 만나는 경우



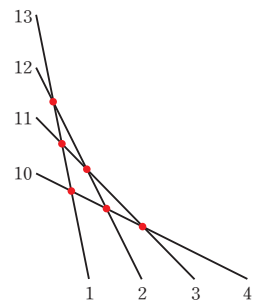
→ 1개

(iii) 선분 3개가 만나는 경우



→ $1+2=3(\text{개})$

(iv) 선분 4개가 만나는 경우



→ $1+2+3=6(\text{개})$

⋮

따라서 선분 13개가 만날 때, 교점의 개수는

$$1+2+3+\cdots+12=78$$

03 답 24

$\overline{BC}=a$, $\overline{AM}=x$, $\overline{CN}=y$ 라 하면
 $\overline{AD}=4a$, $\overline{BM}=\overline{AM}=x$ 이므로 $\overline{AB}=2x$
 $\overline{DN}=\overline{CN}=y$ 이므로 $\overline{CD}=2y$
 $\overline{AB}+\overline{CD}=2x+2y=2(x+y)$,
 $\overline{AD}-\overline{BC}=4a-a=3a$
 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}-\overline{BC}$ 이므로
 $2(x+y)=3a \quad \therefore x+y=\frac{3}{2}a$
 $\overline{MN}=\overline{MB}+\overline{BC}+\overline{CN}$
 $=x+a+y$
 $=a+\frac{3}{2}a=\frac{5}{2}a$
 $\overline{MN}=20$ 이므로 $\frac{5}{2}a=20 \quad \therefore a=8$
 $\therefore \overline{AB}+\overline{CD}=3a=3 \times 8=24$

04 답 $\angle x=75^\circ$, $\angle y=105^\circ$

오른쪽 그림과 같이 시계 모양의 문자판의 중심에서 1시, 3시, 6시, 10시에 보조선을 그으면 원의 반지름의 길이는 모두 같으므로 4개의 이등변삼각형이 만들어진다.

이때 1시간에 대한 각의 크기는 $\frac{360^\circ}{12}=30^\circ$ 이므로

$$\angle a = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ,$$

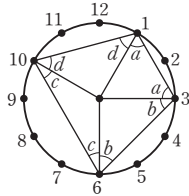
$$\angle b = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ,$$

$$\angle c = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 120^\circ) = 30^\circ,$$

$$\angle d = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ$$

$$\therefore \angle x = \angle c + \angle d = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ,$$

$$\angle y = \angle a + \angle b = 60^\circ + 45^\circ = 105^\circ$$



05 답 3시 20분

분침은 1시간 동안 360° 를 움직이므로 1분에 $\frac{360^\circ}{60}=6^\circ$ 를 움직이고,

시침은 1시간 동안 $\frac{360^\circ}{10}=36^\circ$ 를 움직이므로 1분에 $\frac{36^\circ}{60}=0.6^\circ$ 를 움직인다.

3시 x 분에 시침과 분침이 일치한다고 하면 시침이 움직인 각도는

$$36^\circ \times 3 + 0.6^\circ \times x \text{이고, 분침이 움직인 각도는 } 6^\circ \times x \text{이므로}$$

$$36^\circ \times 3 + 0.6^\circ \times x = 6^\circ \times x$$

$$5.4^\circ \times x = 108^\circ \quad \therefore x = 20$$

따라서 3시 20분에 시침과 분침이 일치한다.

02 위치관계

STEP 1 핵심 문제

▶ 28~29쪽

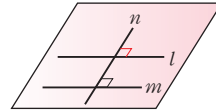
- 01 ③, ⑤ 02 $\perp$, $\sqsubset$ 03 ③ 04 5 05 ④ 06 6
 07 ③, ⑤ 08 ② 09 240° 10 125° 11 65° 12 31°
 13 $l \parallel m$, $p \parallel r$

01 답 ③, ⑤

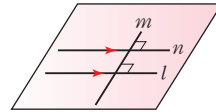
- ① 점 A는 직선 l 위에 있지 않다.
 ② 직선 n 은 두 점 A, B를 지난다.
 ④ 세 점 B, C, D를 지나는 직선은 직선 l 이다.
 따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

02 답 $\perp$, $\sqsubset$

$\perp$, $l \parallel m$, $m \perp n$ 이면 다음 그림과 같이 $l \perp n$ 이다.



$\sqsubset$, $l \perp m$, $m \perp n$ 이면 다음 그림과 같이 $l \parallel n$ 이다.



따라서 옳지 않은 것은 $\perp$, $\sqsubset$ 이다.

03 답 ③

- ① 만나지 않는 두 직선은 서로 평행하거나 꼬인 위치에 있다.
 ② 한 직선에 수직인 두 직선은 서로 평행하거나 한 점에서 만나거나 꼬인 위치에 있다.
 ④ 꼬인 위치에 있는 두 직선은 한 평면 위에 있지 않다.
 ⑤ 한 평면 위에 있으면서 만나지 않는 두 직선은 서로 평행하다.
 따라서 옳은 것은 ③이다.

04 답 5

모서리 AF와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{EH}$, $\overline{CD}$, $\overline{GH}$, $\overline{CG}$, $\overline{DH}$ 의 5개이다.

05 답 ④

- ① 모서리 AB와 평행한 면은 면 CGH, 면 DEFGH의 2개이다.
 ② 면 DEFGH와 평행한 모서리는 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 의 3개이다.
 ③ 모서리 CH와 수직으로 만나는 모서리는 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$, $\overline{DH}$, $\overline{GH}$ 의 4개이다.
 ④ 모서리 BF와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{CH}$, $\overline{DH}$, $\overline{DE}$, $\overline{GH}$ 의 6개이다.
 ⑤ 모서리 BE와 한 점에서 만나는 면은 면 ABC, 면 BFGC, 면 DEFGH의 3개이다.
 따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

06 답 6

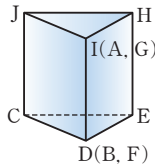
주어진 전개도로 만든 삼각기둥은 오른쪽 그림과 같다.

$\overline{AB}$ 와 평행한 모서리는 $\overline{JC}$, $\overline{HE}$ 의 2개이므로 $x=2$ ①

$\overline{JI}$ 와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{CE}$, $\overline{DE}$, $\overline{HE}$ 의 3개이므로 $y=3$ ②

면 $HEFG$ 와 평행한 모서리는 $\overline{JC}$ 의 1개이므로 $z=1$ ③

$\therefore x+y+z=2+3+1=6$ ④



채점 기준

① x 의 값 구하기	30%
② y 의 값 구하기	30%
③ z 의 값 구하기	30%
④ $x+y+z$ 의 값 구하기	10%

07 답 ③, ⑤

- ① 두 평면 P 와 Q 는 한 직선에서 만나거나 평행하다.
 - ② 두 평면 P 와 Q 는 평행하다.
 - ④ 두 직선 l, m 은 한 점에서 만나거나 꼬인 위치에 있다.
- 따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

08 답 ②

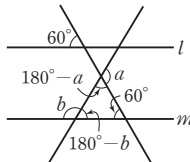
- ② $\angle a$ 의 엃각은 $\angle i$ 이다.
- 따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

09 답 240°

오른쪽 그림에서 $l \parallel m$ 이고 삼각형의 세 각의 크기의 합은 180° 이므로

$$(180^\circ - \angle a) + (180^\circ - \angle b) + 60^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle a + \angle b = 420^\circ - 180^\circ = 240^\circ$$



10 답 125°

$\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 이므로

$$\angle DBC = \angle ADE = 60^\circ (\text{동위각})$$

$$\therefore \angle IBC = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$$

$$\angle ECB = \angle AED = 50^\circ (\text{동위각})$$

$$\therefore \angle ICB = \frac{1}{2} \times 50^\circ = 25^\circ$$

따라서 삼각형 IBC 에서

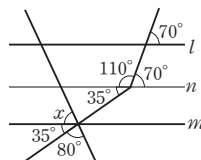
$$\angle x = 180^\circ - (30^\circ + 25^\circ) = 125^\circ$$

11 답 65°

오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m 에 평행한 직선 n 을 그으면

$$\angle x + 35^\circ + 80^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle x = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$$



12 답 31°

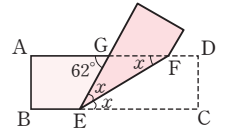
오른쪽 그림에서 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\angle FEC = \angle GFE = \angle x (\text{엇각})$$

$$\angle GEF = \angle FEC = \angle x (\text{접은 각})$$

$$\angle GEC = \angle AGE (\text{엇각}) \text{이므로}$$

$$2\angle x = 62^\circ \quad \therefore \angle x = 31^\circ$$

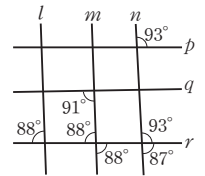


13 답 $l \parallel m, p \parallel r$

오른쪽 그림에서 두 직선 l, m 이 직선 r 와 만날 때, 동위각의 크기가 88° 로 같으므로

$$l \parallel m$$

또 두 직선 p, r 가 직선 n 과 만날 때, 동위각의 크기가 93° 로 같으므로 $p \parallel r$



STEP 2 고난도 문제

▶ 30~34쪽

01 6	02 $a \parallel e$	03 17	04 최솟값: 4, 최댓값: 6
05 3	06 ①, ③	07 $\overline{MD}, \overline{MJ}, \overline{DE}$ (또는 $\overline{DC}$)	08 ③
09 17	10 4	11 ③	12 195°
13 3	14 ②, ③	15 $\perp, \supset$	16 235°
17 115°	18 20°	19 78.75°	20 25°
21 40°	22 279°	23 720°	24 60°
25 18°	26 25°	27 75°	28 90°
29 106°	30 88°		

01 답 6

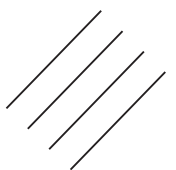
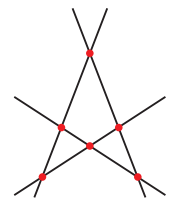
교점의 개수가 최대가 될 때는 오른쪽 그림과 같이 어느 두 직선도 평행하지 않고 어느 세 직선도 한 점에서 만나지 않도록 그릴 때이므로 교점의 최대 개수는 6이다.

$$\therefore M=6$$

교점의 개수가 최소가 될 때는 오른쪽 그림과 같이 4개의 직선이 모두 평행하도록 그릴 때이므로 교점의 최소 개수는 0이다.

$$\therefore m=0$$

$$\therefore M+m=6+0=6$$



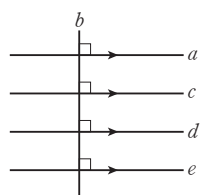
채점 기준

① M 의 값 구하기	40%
② m 의 값 구하기	40%
③ $M+m$ 의 값 구하기	20%

02 답 $a \parallel e$

주어진 조건을 모두 만족시키는 5개의 직선 a, b, c, d, e 의 위치 관계는 오른쪽 그림과 같다.

$$\therefore a \parallel e$$



03 답 17

- (i) 네 점 A, B, C, D 중 세 점으로 결정되는 평면
네 점은 모두 평면 P 위의 점이다. $\Rightarrow$ 1개
- (ii) 네 점 A, B, C, D 중 두 점과 점 E로 결정되는 평면
평면 ABE, 평면 ACE, 평면 ADE, 평면 BCE, 평면 BDE,
평면 CDE $\Rightarrow$ 6개
- (iii) 네 점 A, B, C, D 중 두 점과 점 F로 결정되는 평면
평면 ABF, 평면 ACF, 평면 ADF, 평면 BCF, 평면 BDF,
평면 CDF $\Rightarrow$ 6개
- (iv) 네 점 A, B, C, D 중 한 점과 두 점 E, F로 결정되는 평면
평면 AEF, 평면 BEF, 평면 CEF, 평면 DEF $\Rightarrow$ 4개
- (i)~(iv)에서 구하는 평면의 개수는
 $1+6+6+4=17$

04 답 최솟값: 4, 최댓값: 6

직육면체의 8개의 꼭짓점 중 두 점을 이은 선분이 직육면체의 모서리인 경우 최솟값을 갖는다.

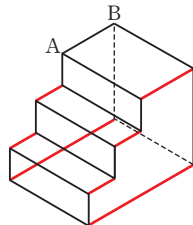
예를 들어 $\overline{AD}$ 와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{BF}$, $\overline{CG}$, $\overline{EF}$, $\overline{HG}$ 의 4개이므로 a 의 최솟값은 4이다.

직육면체의 8개의 꼭짓점 중 두 점을 이은 선분이 직육면체의 대각선 또는 각 면의 대각선인 경우 최댓값을 갖는다.

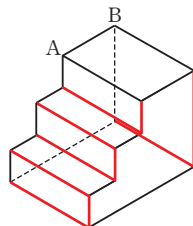
예를 들어 $\overline{DF}$ 와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AE}$, $\overline{CG}$, $\overline{EH}$, $\overline{HG}$ 의 6개이므로 a 의 최댓값은 6이다.

05 답 3

모서리 AB와 평행한 모서리를 색선으로 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로
 $a=7$



모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 모서리를 색선으로 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로
 $b=10$
 $\therefore b-a=10-7=3$

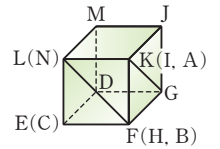


06 답 ①, ③

- ① 모서리 CD와 모서리 IJ는 꼬인 위치에 있다.
- ③ 모서리 DK와 수직으로 만나는 모서리는 $\overline{AD}$, $\overline{HK}$, $\overline{CD}$, $\overline{EG}$, $\overline{FG}$, $\overline{JK}$ 의 6개이다.
- ④ 모서리 CD와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{EF}$, $\overline{FG}$, $\overline{AH}$, $\overline{BI}$, $\overline{HI}$, $\overline{FJ}$, $\overline{JK}$, $\overline{HK}$, $\overline{IJ}$ 의 9개이다.
- 따라서 옳지 않은 것은 ①, ③이다.

07 답 $\overline{MD}$, $\overline{MJ}$, $\overline{DE}$ (또는 $\overline{DC}$)

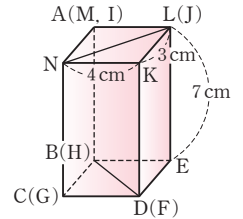
주어진 전개도로 정육면체를 만들면 오른쪽 그림과 같다.



$\overline{BN}$ 과 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{MD}$, $\overline{MJ}$, $\overline{JG}$, $\overline{JK}$, $\overline{DG}$, $\overline{DE}$ 이고, $\overline{GI}$ 와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{MD}$, $\overline{ML}$, $\overline{MJ}$, $\overline{NC}$, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$ 이므로 $\overline{BN}$, $\overline{GI}$ 와 동시에 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{MD}$, $\overline{MJ}$, $\overline{DE}$ 이다.

08 답 ③

주어진 전개도로 직육면체를 만들면 오른쪽 그림과 같다.



- ② 선분 JI와 평행한 면은 면 EFGH, 면 NCDK의 2개이다.
- ③ 선분 NL과 선분 FH는 꼬인 위치에 있다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

09 답 17

면 DGJE와 평행한 모서리는 $\overline{AK}$, $\overline{KN}$, $\overline{NF}$, $\overline{AF}$, $\overline{BC}$, $\overline{BL}$, $\overline{LM}$, $\overline{MI}$, $\overline{HI}$, $\overline{CH}$ 의 10개이므로

$$a=10 \quad \dots\dots ①$$

면 AKNF와 수직인 모서리는 $\overline{AB}$, $\overline{KL}$, $\overline{MN}$, $\overline{IJ}$, $\overline{EF}$, $\overline{HG}$, $\overline{CD}$ 의 7개이므로

$$b=7 \quad \dots\dots ②$$

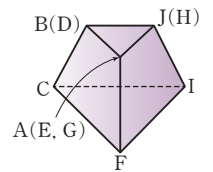
$$\therefore a+b=10+7=17 \quad \dots\dots ③$$

채점 기준

① a 의 값 구하기	40%
② b 의 값 구하기	40%
③ $a+b$ 의 값 구하기	20%

10 답 4

주어진 전개도로 입체도형을 만들면 오른쪽 그림과 같다.



모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{JI}$, $\overline{FI}$, $\overline{CI}$ 의 3개이므로 $a=3$

모서리 CI와 평행한 면은 면 BAJ의 1개이므로 $b=1$

$$\therefore a+b=3+1=4$$

11 답 ③

$\overline{BE}$ 는 평면 P와 점 E에서 만난다. 즉, $\overline{BE}$ 와 평면 P가 수직이려면 $\overline{BE}$ 가 점 E를 지나는 평면 P 위의 서로 다른 두 선분과 수직이어야 하므로 $\overline{BE}$ 가 $\overline{DE}$, $\overline{EF}$ 와 각각 서로 수직이면 된다.

따라서 필요한 조건은 ㄷ, ㄹ이다.

12 답 195°

면 ABFE와 FG가 수직이므로 $\overline{AF}$ 와 $\overline{FG}$ 가 이루는 각의 크기는 90° 이다.

$$\therefore \angle x = 90^\circ$$

삼각형 AFH는 $\overline{AF} = \overline{FH} = \overline{AH}$ 인 정삼각형이므로 $\overline{AF}$ 와 $\overline{FH}$ 가 이루는 각의 크기는 60° 이다.

$$\therefore \angle y = 60^\circ$$

삼각형 AFE는 $\overline{AE} = \overline{FE}$ 인 직각이등변삼각형이므로 $\overline{AF}$ 와 $\overline{FE}$ 가 이루는 각의 크기는 45° 이다.

$$\therefore \angle z = 45^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y + \angle z = 90^\circ + 60^\circ + 45^\circ = 195^\circ$$

13 답 3

주어진 정사각형 모양의 종이를 입체도형을 만들면 오른쪽 그림과 같다.

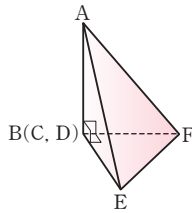
면 CEF와 수직인 면은 면 ABE, 면 ADF의 2개이므로

$$a = 2$$

모서리 AF와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{BE}$ 의 1개이므로

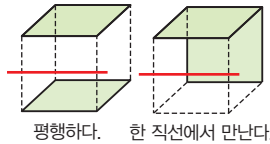
$$b = 1$$

$$\therefore a + b = 2 + 1 = 3$$

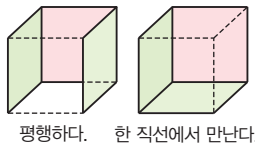


14 답 ②, ③

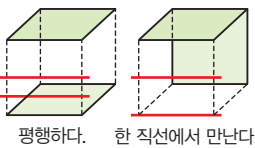
① 한 직선과 평행한 서로 다른 두 평면은 오른쪽 그림과 같이 평행하거나 한 직선에서 만난다.



④ 한 평면과 수직인 서로 다른 두 평면은 오른쪽 그림과 같이 평행하거나 한 직선에서 만난다.



⑤ 평행한 두 직선과 만나지 않는 서로 다른 두 평면은 오른쪽 그림과 같이 평행하거나 한 직선에서 만난다.



따라서 항상 평행한 것은 ②, ③이다.

비밀 NOTE

공간에서 항상 평행하거나 수직인 위치 관계

(1) 항상 평행한 위치 관계

- ① 한 직선과 평행한 서로 다른 두 직선
- ② 한 평면과 수직인 서로 다른 두 직선
- ③ 한 평면과 평행한 서로 다른 두 평면
- ④ 한 직선과 수직인 서로 다른 두 평면

(2) 항상 수직인 위치 관계

- ① 한 평면에 평행한 평면과 수직인 직선
- ② 한 평면에 평행한 평면과 수직인 평면

15 답 ㄴ, ㄷ

ㄱ. $\angle a$ 의 동위각은 $\angle i$, $\angle f$, $\angle m$ 이다.

ㄴ. $\angle b$ 의 엇각은 $\angle e$, $\angle q$ 의 2개이다.

ㄷ. $\angle c$ 의 동위각은 $\angle k$, $\angle h$, $\angle p$ 의 3개이다.

ㄹ. $\angle g$ 는 $\angle b$, $\angle p$ 의 동위각이다.

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

16 답 235°

$\angle c$ 의 엇각은 $\angle e$, $\angle l$ 이므로

$$\begin{aligned} \angle e + \angle l &= (180^\circ - \angle h) + (180^\circ - \angle i) \\ &= 360^\circ - (\angle h + \angle i) \end{aligned}$$

이때 삼각형의 세 각의 크기의 합은 180° 이므로

$$\angle h + \angle i = 180^\circ - \angle c = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$$

$$\therefore \angle e + \angle l = 360^\circ - 125^\circ = 235^\circ$$

17 답 115°

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle DBC = 20^\circ$ (엇각)

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\angle ABD = \angle BDC = 30^\circ$ (엇각)

삼각형 ABD에서

$$2\angle BAE + 30^\circ + 20^\circ = 180^\circ \quad \therefore \angle BAE = 65^\circ$$

삼각형 ABE에서

$$\begin{aligned} \angle AEB &= 180^\circ - (\angle BAE + \angle ABE) \\ &= 180^\circ - (65^\circ + 50^\circ) = 65^\circ \end{aligned}$$

$$\therefore \angle x = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$$

18 답 20°

$l \parallel m$ 이므로 $\angle a = 60^\circ$ (엇각)

이때 $\angle a : \angle b = 2 : 3$ 에서 $60^\circ : \angle b = 2 : 3$ 이므로

$$2\angle b = 180^\circ \quad \therefore \angle b = 90^\circ$$

삼각형의 세 각의 크기의 합은 180° 이므로

$$\angle x + 70^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle x = 180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$$

19 답 78.75°

$3\angle DAB = 5\angle ABC$ 이므로 $\angle DAB : \angle ABC = 5 : 3$

$\angle DAB = 5\angle a$, $\angle ABC = 3\angle a$ 라 하면

$$\angle DAE = \angle EAB = \frac{1}{2}\angle DAB = \frac{5}{2}\angle a$$

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle BEA = \angle DAE = \frac{5}{2}\angle a$ (엇각)

삼각형 ABE에서

$$\frac{5}{2}\angle a + 3\angle a + \frac{5}{2}\angle a = 180^\circ, \quad 8\angle a = 180^\circ \quad \therefore \angle a = 22.5^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = 3\angle a = 67.5^\circ, \quad \angle EAB = \frac{5}{2}\angle a = 56.25^\circ$$

$\overline{AB} \parallel \overline{DF}$ 이므로 $\angle ECF = \angle ABC = 67.5^\circ$ (엇각)

$$\angle GCF = 2\angle ECG \text{이므로 } \angle GCF = \frac{2}{3}\angle ECF = \frac{2}{3} \times 67.5^\circ = 45^\circ$$

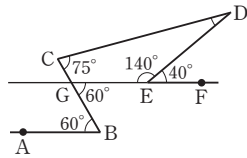
$\angle GFC = \angle EAB = 56.25^\circ$ (엇각)이므로 삼각형 GFC에서

$$\begin{aligned} \angle x &= 180^\circ - (\angle GCF + \angle GFC) \\ &= 180^\circ - (45^\circ + 56.25^\circ) = 78.75^\circ \end{aligned}$$

20 답 25°

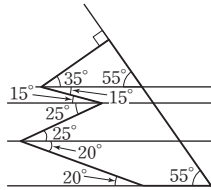
오른쪽 그림과 같이 직선 EF를 그어
 $\overline{BC}$ 와의 교점을 G라 하면 $\overline{BA} \parallel \overline{EF}$ 이
 므로

$$\begin{aligned} \angle EGB &= \angle ABG = 60^\circ \text{ (엇각)} \\ \therefore \angle CGE &= 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ \\ \text{따라서 사각형 CGED에서} \\ 75^\circ + 120^\circ + 140^\circ + \angle CDE &= 360^\circ \\ \therefore \angle CDE &= 360^\circ - 335^\circ = 25^\circ \end{aligned}$$



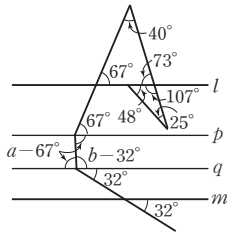
21 답 40°

오른쪽 그림과 같이 평행한 직선을 그으면
 $\angle x = 15^\circ + 25^\circ$
 $= 40^\circ$



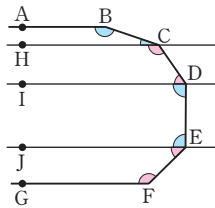
22 답 279°

오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m 에 평행
 한 두 직선 p, q 를 그으면
 $(\angle a - 67^\circ) + (\angle b - 32^\circ) = 180^\circ$
 $\therefore \angle a + \angle b = 180^\circ + 99^\circ = 279^\circ$



23 답 720°

다음 그림과 같이 점 C, D, E를 각각 지나고 $\overline{BA}, \overline{FG}$ 에 평행한
 세 직선 $\overline{CH}, \overline{DI}, \overline{EJ}$ 를 긋자.



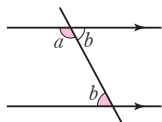
평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 같은 쪽에 있는 안쪽의
 두 각의 크기의 합은 180° 이므로

$$\begin{aligned} \angle ABC + \angle BCD + \angle CDE + \angle DEF + \angle EFG \\ &= (\angle ABC + \angle BCH) + (\angle HCD + \angle CDI) \\ &\quad + (\angle IDE + \angle DEJ) + (\angle JEF + \angle EFG) \\ &= 180^\circ + 180^\circ + 180^\circ + 180^\circ \\ &= 720^\circ \end{aligned}$$

비법 NOTE

오른쪽 그림과 같이 평행한 두 직선이 다른 한 직선과
 만날 때, 같은 쪽에 있는 안쪽의 두 각의 크기의 합은
 180° 이다.

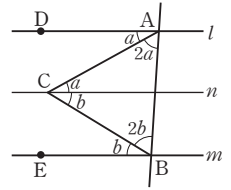
$$\Rightarrow \angle a + \angle b = 180^\circ$$



24 답 60°

오른쪽 그림과 같이 점 C를 지나고 두 직선
 l, m 에 평행한 직선 n 을 긋자.

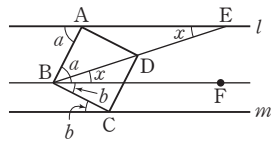
$$\begin{aligned} \angle CAD &= \angle a, \angle CBE = \angle b \text{라 하면} \\ \angle CAD &= \frac{1}{2} \angle BAC \text{에서} \\ \angle BAC &= 2 \angle CAD = 2 \angle a \\ \angle CBE &= \frac{1}{2} \angle ABC \text{에서} \\ \angle ABC &= 2 \angle CBE = 2 \angle b \\ \text{이때 삼각형 ACB에서 } 3 \angle a + 3 \angle b &= 180^\circ \text{이므로} \\ \angle a + \angle b &= 60^\circ \\ \therefore \angle ACB &= \angle a + \angle b = 60^\circ \end{aligned}$$



25 답 18°

오른쪽 그림과 같이 점 B를 지나고
 두 직선 l, m 에 평행한 직선 BF를
 긋자.

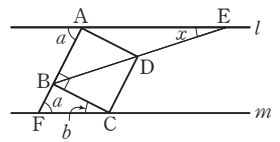
$$\begin{aligned} \angle ABF &= \angle a \text{ (엇각)}, \\ \angle CBF &= \angle b \text{ (엇각)이고} \\ \angle ABC &= 90^\circ \text{이므로 } \angle a + \angle b = 90^\circ \\ \text{이때 } \angle a : \angle b &= 7 : 3 \text{이므로} \\ \angle b &= 90^\circ \times \frac{3}{7+3} = 27^\circ \\ \text{또 } \angle DBF &= \angle x \text{ (엇각)이므로} \\ \angle x + \angle b &= 45^\circ \text{에서 } \angle x + 27^\circ = 45^\circ \\ \therefore \angle x &= 18^\circ \end{aligned}$$



다른 풀이

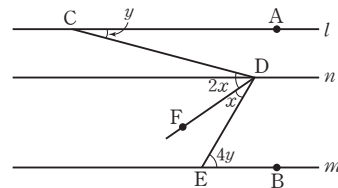
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$ 의 연장선과
 직선 m 이 만나는 점을 F라 하자.

$$\begin{aligned} \angle AFC &= \angle a \text{ (엇각)} \\ \text{삼각형 BFC에서} \\ \angle a + \angle b &= 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \\ \text{이때 } \angle a : \angle b &= 7 : 3 \text{이므로} \\ \angle a &= 90^\circ \times \frac{7}{7+3} = 63^\circ \\ \text{이때 } \angle EAB &= 180^\circ - 63^\circ = 117^\circ, \angle ABE = 45^\circ \text{이므로} \\ \text{삼각형 ABE에서} \\ \angle x &= 180^\circ - (\angle EAB + \angle ABE) \\ &= 180^\circ - (117^\circ + 45^\circ) = 18^\circ \end{aligned}$$



26 답 25°

다음 그림과 같이 점 D를 지나고 두 직선 l, m 에 평행한 직선 n 을
 긋자.



$$\begin{aligned} \angle FDE &= \angle x, \angle ACD = \angle y \text{라 하면} \\ \angle CDF &= 2 \angle x, \angle DEB = 4 \angle y \end{aligned}$$

$$2\angle x + \angle x = \angle y + 4\angle y \text{ 이므로 } 3\angle x = 5\angle y$$

$$\text{즉, } \angle x : \angle y = 5 : 3$$

$$\text{이때 } \angle x + \angle y = 40^\circ \text{ 이므로 } \angle x = 40^\circ \times \frac{5}{5+3} = 25^\circ$$

$$\therefore \angle FDE = \angle x = 25^\circ$$

27 답 75°

$$\angle DAP = \angle a \text{ 라 하면 } \angle GAP = 5\angle DAP \text{ 이므로}$$

$$\angle GAD = \angle GAP - \angle DAP$$

$$= 5\angle DAP - \angle DAP$$

$$= 4\angle DAP = 4\angle a$$

정사각형 AEF G는 정사각형 ABCD를 점 A를 중심으로 회전시킨 것이고, $l \parallel m$ 이므로

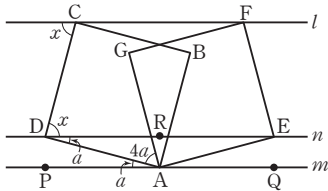
$$\angle EAQ = \angle DAP = \angle a$$

$$\text{이때 } \angle GAP + \angle EAQ = 90^\circ \text{ 이므로}$$

$$5\angle a + \angle a = 90^\circ, 6\angle a = 90^\circ$$

$$\therefore \angle a = 15^\circ$$

다음 그림과 같이 두 직선 l, m 에 평행한 직선 n 을 긋고 이 직선 위의 한 점을 R라 하자.



$$\angle ADR = \angle a = 15^\circ \text{ (엇각), } \angle CDR = \angle x \text{ (엇각) 이고}$$

$$\angle CDA = 90^\circ \text{ 이므로}$$

$$\angle x + 15^\circ = 90^\circ \quad \therefore \angle x = 75^\circ$$

28 답 90°

종이를 접을 때 생기는 접은 각의 크기는 같으므로 $\angle a, \angle b$ 와 크기가 같은 각을 표시하면 오른쪽 그림과 같다.

$$\text{이때 } \angle ABC = \angle BDE \text{ (동위각) 이므로}$$

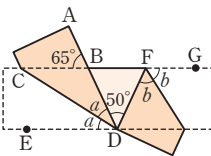
$$\angle a + \angle a = 65^\circ, 2\angle a = 65^\circ \quad \therefore \angle a = 32.5^\circ$$

$$\text{또 } \angle GFD = \angle FDE \text{ (엇각) 이므로}$$

$$\angle b + \angle b = 2\angle a + 50^\circ = 65^\circ + 50^\circ = 115^\circ$$

$$2\angle b = 115^\circ \quad \therefore \angle b = 57.5^\circ$$

$$\therefore \angle a + \angle b = 32.5^\circ + 57.5^\circ = 90^\circ$$



29 답 106°

오른쪽 그림에서

$$\overline{AD} \parallel \overline{BC} \text{ 이므로}$$

$$\angle IJB = \angle FIJ = 33^\circ \text{ (엇각)}$$

$$\angle IJF = \angle IJB$$

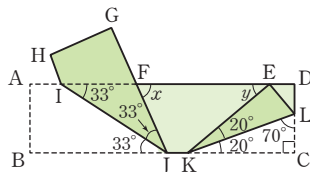
$$= 33^\circ \text{ (접은 각)}$$

$$\angle EFJ = \angle FJB \text{ (엇각) 이므로}$$

$$\angle x = 33^\circ + 33^\circ = 66^\circ$$

$$\text{삼각형 LKC에서 } \angle LKC = 180^\circ - (90^\circ + 70^\circ) = 20^\circ \text{ 이므로}$$

$$\angle EKL = \angle LKC = 20^\circ \text{ (접은 각)}$$



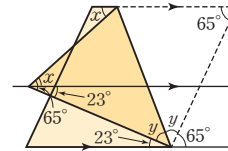
$$\angle KEF = \angle EKC \text{ (엇각) 이므로}$$

$$\angle y = 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 66^\circ + 40^\circ = 106^\circ$$

30 답 88°

다음 그림과 같이 평행사변형의 밑변에 평행한 직선을 긋자.



$$\angle x + 23^\circ = 65^\circ \quad \therefore \angle x = 42^\circ$$

$$23^\circ + 2\angle y + 65^\circ = 180^\circ$$

$$2\angle y = 92^\circ \quad \therefore \angle y = 46^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 42^\circ + 46^\circ = 88^\circ$$

채점 기준

① 평행사변형의 밑변에 평행한 직선 긋기	20%
② $\angle x, \angle y$ 의 크기 구하기	60%
③ $\angle x + \angle y$ 의 크기 구하기	20%

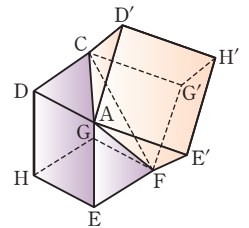
* STEP 3 최고난도 문제

▶ 35쪽

01 13 02 8번째 03 32° 04 92° 05 215° 06 201°

01 답 13

오른쪽 그림에서 두 입체도형의 대칭성을 이용하여 모서리 DH와 꼬인 위치에 있는 모서리를 찾으면 $\overline{AC}, \overline{AF}, \overline{CF}, \overline{EF}, \overline{GF}, \overline{AD'}, \overline{AE'}, \overline{E'H'}, \overline{CD'}, \overline{G'H'}, \overline{E'F}, \overline{CG'}, \overline{G'F}$ 의 13개이다.



다른 풀이

DH를 제외한 모서리의 개수는 20, DH와 한 점에서 만나는 모서리는 $\overline{DC}, \overline{DA}, \overline{HG}, \overline{HE}, \overline{D'H'}$ 의 5개, DH와 평행한 모서리는 $\overline{AE}, \overline{CG}$ 의 2개이므로 꼬인 위치에 있는 모서리의 개수는

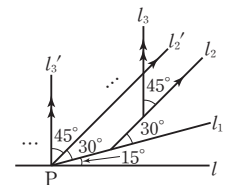
$$20 - (5 + 2) = 13$$

02 답 8번째

오른쪽 그림과 같이 점 P를 지나고 $l_2 \parallel l_2', l_3 \parallel l_3', \dots$ 이 되도록 반직선 $l_2', l_3', \dots$ 을 긋자.

직선 l 과 반직선 l_1 이 이루는 각 15° 부터 $(x-1)$ 번째 반직선과 x 번째 반직선이 이루는 각의 크기까지 차례로 더하면

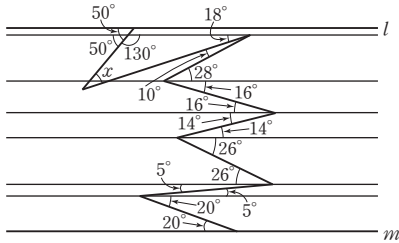
$$15^\circ + 15^\circ \times 2 + 15^\circ \times 3 + \dots + 15^\circ \times x \text{ 이다.}$$



이 값이 $180^\circ, 360^\circ, 540^\circ, \dots$, 즉 $180^\circ \times n$ (n 은 자연수)일 때 x 번째 반직선은 직선 l 과 평행하게 된다.
 이때 $15^\circ + 30^\circ + 45^\circ + 60^\circ + 75^\circ + 90^\circ + 105^\circ + 120^\circ = 540^\circ$ 이므로
 8번째 반직선이 처음으로 직선 l 과 평행하게 된다.

03 답 32°

다음 그림과 같이 두 직선 l, m 에 평행한 직선을 긋자.



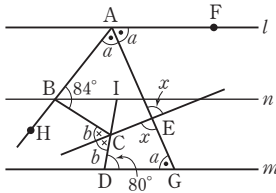
삼각형의 세 각의 크기의 합은 180° 이므로

$$130^\circ + \angle x + 18^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle x = 180^\circ - 148^\circ = 32^\circ$$

04 답 92°

다음 그림과 같이 두 직선 l, m 에 평행한 직선 n 을 긋고, $\overline{AE}$ 의 연장선과 직선 m 이 만나는 점을 G , $\overline{AB}$ 의 연장선 위의 한 점을 H , $\overline{DC}$ 의 연장선과 직선 n 이 만나는 점을 I 라 하자.



$\bullet = \angle a, \times = \angle b$ 라 하면

$\angle CBH = 180^\circ - 84^\circ = 96^\circ$ 이고 $\angle IBH = 2\angle a$ (동위각)이므로

$$\angle IBC = 2\angle a - 96^\circ, \angle BCI = 180^\circ - 2\angle b$$

$$\angle BIC = \angle CDG = 80^\circ \text{ (엇각)}$$

따라서 삼각형 BCI에서

$$(2\angle a - 96^\circ) + (180^\circ - 2\angle b) + 80^\circ = 180^\circ$$

$$2(\angle a - \angle b) = 16^\circ \quad \therefore \angle a - \angle b = 8^\circ$$

사각형 CDGE에서

$$(180^\circ - \angle b) + 80^\circ + \angle a + \angle x = 360^\circ \text{ 이므로}$$

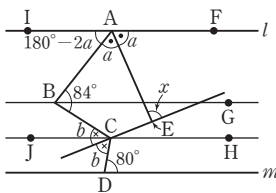
$$260^\circ + (\angle a - \angle b) + \angle x = 360^\circ$$

$$260^\circ + 8^\circ + \angle x = 360^\circ$$

$$\therefore \angle x = 92^\circ$$

다른 풀이

다음 그림과 같이 두 직선 l, m 에 평행한 직선 BG, CH 를 긋자.



$\bullet = \angle a, \times = \angle b$ 라 하면

$$\angle ABG = \angle IAB = 180^\circ - 2\angle a \text{ 이므로}$$

$$\angle BCJ = \angle GBC = 84^\circ - (180^\circ - 2\angle a) = 2\angle a - 96^\circ$$

이때 $\angle BCD = \angle BCJ + \angle JCD$ 이므로

$$2\angle b = (2\angle a - 96^\circ) + 80^\circ \quad \therefore \angle b = \angle a - 8^\circ$$

사각형 ABCE에서

$$\angle a + 84^\circ + (180^\circ - \angle b) + (180^\circ - \angle x) = 360^\circ$$

$$\angle a + 84^\circ + (180^\circ - \angle a + 8^\circ) + (180^\circ - \angle x) = 360^\circ$$

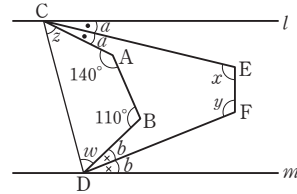
$$452^\circ - \angle x = 360^\circ$$

$$\therefore \angle x = 92^\circ$$

05 답 215°

다음 그림과 같이 $\overline{CD}$ 를 긋고, $\angle ACD = \angle z$, $\angle BDC = \angle w$,

$\bullet = \angle a, \times = \angle b$ 라 하자.



사각형 ACDB에서

$$140^\circ + 110^\circ + \angle z + \angle w = 360^\circ \text{ 이므로}$$

$$\angle z + \angle w = 110^\circ$$

$l \parallel m$ 이므로

$$2\angle a + \angle z + \angle w + 2\angle b = 180^\circ$$

$$2\angle a + 2\angle b + 110^\circ = 180^\circ$$

$$2\angle a + 2\angle b = 70^\circ \quad \therefore \angle a + \angle b = 35^\circ$$

따라서 사각형 CDFE에서

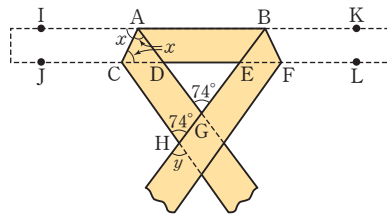
$$\angle x + \angle y + \angle a + \angle b + \angle z + \angle w = 360^\circ$$

$$\angle x + \angle y + 35^\circ + 110^\circ = 360^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 360^\circ - 145^\circ = 215^\circ$$

06 답 201°

접었던 종이테이프를 다시 펼치면 다음 그림과 같다.



$\overline{IK} \parallel \overline{JL}$ 이므로 $\angle IAC = \angle ACD = \angle x$ (엇각)

$$\angle CAD = \angle IAC = \angle x \text{ (접은 각)}$$

$$\therefore \angle GAB = 180^\circ - (\angle IAC + \angle CAD) = 180^\circ - 2\angle x$$

접은 모양의 좌우가 대칭이므로

$$\angle GBA = \angle GAB = 180^\circ - 2\angle x$$

삼각형 AGB에서 $\angle GAB + 74^\circ + \angle GBA = 180^\circ$ 이므로

$$(180^\circ - 2\angle x) + 74^\circ + (180^\circ - 2\angle x) = 180^\circ$$

$$4\angle x = 254^\circ \quad \therefore \angle x = 63.5^\circ$$

$\overline{AG} \parallel \overline{CH}$ 이므로 $\angle CHG = \angle AGE = 74^\circ$ (동위각)

$$\therefore \angle y = \angle CHG = 74^\circ \text{ (맞꼭지각)}$$

$$\therefore 2\angle x + \angle y = 2 \times 63.5^\circ + 74^\circ = 201^\circ$$

03 작도와 합동

STEP 1 핵심 문제

▶ 36~37쪽

01 ㉔, ㉕ 02 ㉔ 03 ㉔, ㉕, ㉖

04 ㉔ → ㉕ → ㉖ → ㉗ → ㉘ → ㉙ 05 4 06 ㉔, ㉕

07 ㉔, ㉕, ㉖ 08 ㉔ 09 7 cm, 78° 10 ㉔

11 (가) $\overline{CD}$, (나) $\triangle ACD$, (다) SAS

12 $\triangle PAB \cong \triangle PDC$, SAS 합동

01 답 ㉔, ㉕

㉔ 작도할 때는 각도기를 사용하지 않는다.
㉕ 선분의 길이를 옮길 때는 컴퍼스를 사용한다.
따라서 옳지 않은 것은 ㉔, ㉕이다.

02 답 ㉔

직선 l 위에 점 C 를 끝점으로 하여 $\overline{AB}$ 의 길이를 한 번 옮기고, 이때 생긴 교점을 끝점으로 하여 $\overline{AB}$ 의 길이를 한 번 더 옮기면 된다.
따라서 선분의 길이를 옮길 때 사용하는 컴퍼스가 필요하다.

03 답 ㉔, ㉕, ㉖

㉔. 두 점 O, P 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 같은 원을 각각 그렸으므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{PC} = \overline{PD}$
㉕. 점 D 를 중심으로 하고 $\overline{AB}$ 의 길이를 반지름으로 하는 원을 그렸으므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$
㉖. 크기가 같은 각을 작도하였으므로 $\angle AOB = \angle CPD$
따라서 옳은 것은 ㉔, ㉕, ㉖이다.

04 답 ㉔ → ㉕ → ㉖ → ㉗ → ㉘ → ㉙

오른쪽 그림은 '서로 다른 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 엇각의 크기가 같으면 두 직선은 평행하다.'는 성질을 이용하여 작도한 것이다.

㉔ 점 P 를 지나는 직선을 그어 직선 l 과의 교점을 A 라 한다.

㉕ 점 A 를 중심으로 하는 원을 그려 $\overline{PA}$, 직선 l 과의 교점을 각각 B, C 라 한다.

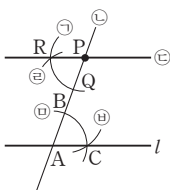
㉖ 점 P 를 중심으로 하고 $\overline{AB}$ 의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 $\overline{PA}$ 와의 교점을 Q 라 한다.

㉗ 컴퍼스를 사용하여 $\overline{BC}$ 의 길이를 잰다.

㉘ 점 Q 를 중심으로 하고 $\overline{BC}$ 의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 ㉔의 원과의 교점을 R 라 한다.

㉙ 두 점 P, R 를 지나는 직선을 그으면 $\overline{PR}$ 가 점 P 를 지나고 직선 l 에 평행한 직선이다.

따라서 작도 순서는 ㉔ → ㉕ → ㉖ → ㉗ → ㉘ → ㉙이다.



05 답 4

삼각형에서 한 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 합보다 작으므로 $x < 4 + 9$ 에서 $x < 13$

$\therefore x = 1, 2, 3, \dots, 9$ ($\because x$ 는 한 자리의 자연수)

$9 < 4 + x$ 에서 $x = 6, 7, 8, 9$ ($\because x$ 는 한 자리의 자연수)

$4 < x + 9$ 는 항상 성립한다.

따라서 x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는 6, 7, 8, 9의 4개이다.

06 답 ㉔, ㉕

한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어질 때는 선분을 작도한 후 두 각을 작도하거나 한 각을 작도한 후 선분을 작도하고 나머지 각을 작도하면 된다.

따라서 옳은 것은 ㉔, ㉕이다.

07 답 ㉔, ㉕, ㉖

㉔. 세 각의 크기가 주어지면 모양은 같고 크기가 다른 삼각형이 무수히 많이 만들어진다.

㉕. $6 > 2 + 3$ 이므로 $\triangle ABC$ 가 만들어지지 않는다.

㉖. 두 변의 길이와 그 끼인각이 아닌 다른 한 각의 크기가 주어졌으므로 $\triangle ABC$ 가 하나로 정해지지 않는다.

㉗. $140^\circ + 75^\circ > 180^\circ$ 이므로 $\triangle ABC$ 가 만들어지지 않는다.

따라서 $\triangle ABC$ 가 하나로 정해지는 것은 ㉔, ㉕, ㉖이다.

08 답 ㉔

㉔ 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어졌으므로 $\triangle ABC$ 가 하나로 정해진다.

㉕ $\angle C$ 는 $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$ 의 끼인각이 아니므로 $\triangle ABC$ 가 하나로 정해지지 않는다.

㉖ 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어졌으므로 $\triangle ABC$ 가 하나로 정해진다.

㉗ $\angle A$ 와 $\angle C$ 의 크기가 주어졌으므로 $\angle B$ 의 크기도 알 수 있다. 즉, 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어진 것과 같으므로 $\triangle ABC$ 가 하나로 정해진다.

㉘ $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 크기가 주어졌으므로 $\angle A$ 의 크기도 알 수 있다. 즉, 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어진 것과 같으므로 $\triangle ABC$ 가 하나로 정해진다.

따라서 필요한 조건이 아닌 것은 ㉕이다.

09 답 7 cm, 78°

$\overline{AB}$ 의 대응변은 $\overline{DE}$ 이므로

$\overline{AB} = \overline{DE} = 7$ cm

$\angle F$ 의 대응각은 $\angle C$ 이므로

$\angle F = \angle C = 180^\circ - (57^\circ + 45^\circ) = 78^\circ$

10 답 ②

$\triangle BAC$ 와 $\triangle BDE$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{DB}$, $\angle B$ 는 공통, $\overline{BC} = \overline{BE}$
 $\therefore \triangle BAC \equiv \triangle BDE$ (SAS 합동)
 따라서 필요한 나머지 한 조건은 ②이다.

11 답 (가) $\overline{CD}$, (나) $\angle ACD$, (다) SAS

$\triangle BCD$ 와 $\triangle ACE$ 에서
 $\triangle ABC$ 가 정삼각형이므로 $\overline{BC} = \overline{AC}$
 $\triangle DCE$ 가 정삼각형이므로 $\overline{CD} = \overline{CE}$
 또 $\angle BCD = 60^\circ + \angle ACD = \angle ACE$
 $\therefore \triangle BCD \equiv \triangle ACE$ (SAS 합동)

12 답 $\triangle PAB \equiv \triangle PDC$, SAS 합동

$\triangle PAB$ 와 $\triangle PDC$ 에서
 사각형 $ABCD$ 는 정사각형이므로
 $\overline{AB} = \overline{DC}$ ㉠
 $\triangle PBC$ 는 정삼각형이므로
 $\overline{PB} = \overline{PC}$ ㉡
 $\angle ABP = 90^\circ - \angle PBC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$,
 $\angle DCP = 90^\circ - \angle PCB = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$
 이므로 $\angle ABP = \angle DCP$ ㉢
 ㉠, ㉡, ㉢에서 $\triangle PAB \equiv \triangle PDC$ (SAS 합동) ①
 ②

채점 기준

① $\triangle PAB$ 와 $\triangle PDC$ 가 합동인 이유 보이기	80%
② 두 삼각형이 합동임을 기호 $\equiv$ 를 사용하여 나타내고 합동 조건 말하기	20%

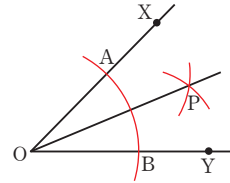
STEP 2 고난도 문제

▶ 38~42쪽

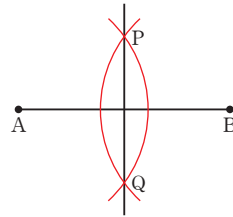
- 01 ③ 02 ③ 03 ㄴ, ㄷ, ㄹ 04 풀이 참조
 05 ㄴ → ㉠ → ㉡ → ㉢ → ㉣ → ㉤ 06 ②, ⑤ 07 8
 08 7 09 9 10 16, 23 11 3 12 4
 13 15 cm^2 14 17 cm 15 24 cm^2 16 12 cm
 17 4 cm 18 20° 19 8 cm 20 ④ 21 ㄴ, ㄷ 22 30°
 23 110° 24 66° 25 47° 26 20 cm 27 75° 28 90°
 29 12 cm^2

01 답 ③

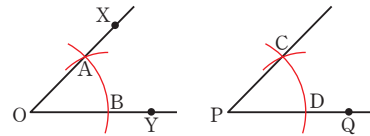
ㄱ. 각의 이등분선의 작도는 다음 그림과 같고, 컴퍼스의 최소 사용 횟수는 3이다.



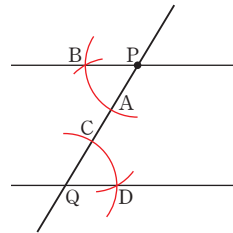
ㄴ. 선분의 수직이등분선의 작도는 다음 그림과 같고, 컴퍼스의 최소 사용 횟수는 2이다.



ㄷ. 크기가 같은 각의 작도는 다음 그림과 같고, 컴퍼스의 최소 사용 횟수는 4이다.



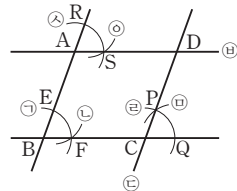
ㄹ. 평행선의 작도는 다음 그림과 같고, 컴퍼스의 최소 사용 횟수는 4이다.



따라서 컴퍼스를 사용해야 하는 최소 횟수를 모두 더하면
 $3 + 2 + 4 + 4 = 13$

02 답 ③

평행사변형은 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형이므로 '서로 다른 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 동위각의 크기가 같으면 두 직선이 평행하다.'는 성질을 이용하여 작도한 것이다.



- ㉠ 점 B를 중심으로 하는 원을 그려 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 와의 교점을 각각 E, F라 한다.
 ㉡ 점 C를 중심으로 하고 $\overline{BE}$ 의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 $\overline{BC}$ 와의 교점을 Q라 한다.
 ㉢ 점 A를 중심으로 하고 $\overline{BE}$ 의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 $\overline{AB}$ 와의 교점을 R라 한다.

- ㉔ 컴퍼스를 사용하여 $\overline{EF}$ 의 길이를 잰다.
 ㉕ 점 Q를 중심으로 하고 $\overline{EF}$ 의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려
 ㉖의 원과의 교점을 P라 한다.
 ㉗ 점 R를 중심으로 하고 $\overline{EF}$ 의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려
 ㉘의 원과의 교점을 S라 한다.
 ㉙ 두 점 C, P를 지나는 직선을 그린다.
 ㉚ 두 점 A, S를 지나는 직선을 그려 ㉙의 직선과의 교점을 D라 한다.

$\angle B$ 의 크기와 크기가 같은 각을 동위각의 위치에 작도하였으므로 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 가 되어 사각형 ABCD는 평행사변형이 된다.
 위의 작도 순서에서 ㉕ $\leftrightarrow$ ㉘, ㉖ $\leftrightarrow$ ㉗, ㉙ $\leftrightarrow$ ㉚이므로
 작도 순서는 ㉗ $\rightarrow$ (㉕ $\leftrightarrow$ ㉘) $\rightarrow$ ㉙ $\rightarrow$ (㉖ $\leftrightarrow$ ㉗) $\rightarrow$ (㉙ $\leftrightarrow$ ㉚)이다.
 따라서 옳지 않은 것은 ㉓이다.

03 답 나, 다, 라

라. 작도 순서는 다음과 같다.

- ㉔ 점 O를 중심으로 하는 원을 그려 $\overline{OX}$ 와 $\overline{OY}$ 와의 교점을 각각 A, B라 한다.
 ㉕ 점 P를 중심으로 하고 $\overline{OA}$ 의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 $\overline{PQ}$ 와의 교점을 C라 한다.
 ㉖ 컴퍼스를 사용하여 $\overline{AB}$ 의 길이를 잰다.
 ㉗ 점 C를 중심으로 하고 $\overline{AB}$ 의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 ㉕의 원과의 교점을 D라 한다.
 ㉘ 점 D를 중심으로 하고 $\overline{AB}$ 의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 ㉕의 원과의 교점을 E라 한다.
 ㉙ $\overline{PE}$ 를 그리면 $\angle EPC$ 의 크기는 $\angle XOY$ 의 크기의 2배가 된다.
 즉, ㉔ $\rightarrow$ ㉕ $\rightarrow$ ㉖ $\rightarrow$ ㉗ $\rightarrow$ ㉘ $\rightarrow$ ㉙이다.

㉑. $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{PC} = \overline{PD} = \overline{PE}$

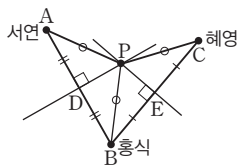
㉒. $\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{DE}$

㉓. $\angle AOB = \angle EPD = \angle DPC$

따라서 옳은 것은 나, 다, 라이다.

04 답 풀이 참조

자동차의 위치를 점 P라 하고, 서연, 홍식, 혜영이의 위치를 각각 점 A, B, C라 하자. 점 P는 세 점 A, B, C로부터 같은 거리에 있으므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 수직이등분선을 작도하면 두 직선의 교점이 자동차의 위치 P가 된다.



참고 $\triangle ADP$ 와 $\triangle BDP$ 에서

$\overline{AD} = \overline{BD}$, $\angle ADP = \angle BDP = 90^\circ$, $\overline{DP}$ 는 공통이므로

$\triangle ADP \cong \triangle BDP$ (SAS 합동)

$\therefore \overline{AP} = \overline{BP}$

같은 방법으로 하면 $\triangle BEP$ 와 $\triangle CEP$ 에서 $\overline{BP} = \overline{CP}$

따라서 $\overline{AP} = \overline{BP} = \overline{CP}$

05 답 ㉔ $\rightarrow$ ㉕ $\rightarrow$ ㉖ $\rightarrow$ ㉗ $\rightarrow$ ㉘ $\rightarrow$ ㉙

각의 이등분선의 작도를 이용하여 평각을 이등분한 직각을 작도할 수 있으므로 점 B에서 $\overline{XY}$ 에 수선을 긋는다.

$\overline{BM} = \overline{GM}$ 인 점 G를 잡고 $\overline{AG}$ 와 $\overline{XY}$ 의 교점을 P라 하면

$\angle BPY = \angle GPY$ 이다.

이때 $\angle APX = \angle GPY$ (맞꼭지각)이므로 $\angle APX = \angle BPY$ 이다.

따라서 작도 순서는 ㉔ $\rightarrow$ ㉕ $\rightarrow$ ㉖ $\rightarrow$ ㉗ $\rightarrow$ ㉘ $\rightarrow$ ㉙이다.

참고 $\triangle PBM$ 과 $\triangle PGM$ 에서 $\overline{BM} = \overline{GM}$, $\angle PMB = \angle PMG = 90^\circ$,

$\overline{PM}$ 은 공통이므로 $\triangle PBM \cong \triangle PGM$ (SAS 합동)

$\therefore \angle BPY = \angle GPY$

06 답 ㉔, ㉕

㉔ 주어진 그림은 정삼각형의 세 각의 크기가 모두 60° 임을 이용하여 작도한 것이다.

㉕ 점 O를 중심으로 하는 원을 그려 $\overline{OX}$, $\overline{OY}$ 와의 교점을 각각 A, B라 한다.

㉖ 두 점 A, B를 중심으로 하고 $\overline{OA}$ 의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 ㉕의 원과의 교점을 각각 P, Q라 한다.

㉗ 두 점 O, P를 지나는 $\overline{OP}$, 두 점 O, Q를 지나는 $\overline{OQ}$ 를 그리면 $\angle AOQ = \angle QOP = \angle POB$ 이다.

즉, 작도 순서는 ㉔ $\rightarrow$ ㉕ $\rightarrow$ ㉖이다.

㉑ $\overline{OP}$, $\overline{OQ}$ 가 $\angle AOB$ 의 삼등분선이므로

$\angle AOQ = \angle QOP = \angle POB = \frac{1}{3} \angle AOB$

$\therefore \angle AOP = \angle AOQ + \angle QOP = \frac{2}{3} \angle AOB$

㉒ $\triangle AOQ$ 와 $\triangle POQ$ 에서

$\overline{AO} = \overline{PO}$, $\angle AOQ = \angle POQ$, $\overline{OQ}$ 는 공통이므로

$\triangle AOQ \cong \triangle POQ$ (SAS 합동)

즉, $\overline{AQ} = \overline{PQ}$ 이므로 $\triangle APQ$ 에서

$\overline{AP} < \overline{AQ} + \overline{PQ} = 2\overline{PQ}$

㉓ $\overline{OA} = \overline{OQ}$ 이므로 $\triangle AOQ$ 는 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle OAQ = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle AOQ)$

$= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$

㉔ 세 점 O, A, B를 중심으로 하고 반지름의 길이가 같은 원을 각각 그렸으므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{AB}$ 이다.

즉, $\triangle AOB$ 는 정삼각형이다.

따라서 옳지 않은 것은 ㉔, ㉕이다.

07 답 8

(i) 가장 긴 변의 길이가 14 cm일 때,

$\left. \begin{array}{l} 14 > 5 + 6 \\ 14 = 5 + 9 \end{array} \right\} \rightarrow \text{삼각형을 만들 수 없다.}$

$\left. \begin{array}{l} 14 < 5 + 10 \\ 14 < 6 + 9 \\ 14 < 6 + 10 \\ 14 < 9 + 10 \end{array} \right\} \rightarrow \text{삼각형을 만들 수 있다.}$

(ii) 가장 긴 변의 길이가 10 cm일 때,

$\left. \begin{array}{l} 10 < 5 + 6 \\ 10 < 5 + 9 \\ 10 < 6 + 9 \end{array} \right\} \rightarrow \text{삼각형을 만들 수 있다.}$

(iii) 가장 긴 변의 길이가 9cm일 때,

$9 < 5 + 6 \Rightarrow$ 삼각형을 만들 수 있다.

(i), (ii), (iii)에서 삼각형을 만들 수 있도록 3개의 선분을 고르는 경우는

(5 cm, 10 cm, 14 cm), (6 cm, 9 cm, 14 cm),
(6 cm, 10 cm, 14 cm), (9 cm, 10 cm, 14 cm),
(5 cm, 6 cm, 10 cm), (5 cm, 9 cm, 10 cm),
(6 cm, 9 cm, 10 cm), (5 cm, 6 cm, 9 cm)

의 8가지이므로 만들 수 있는 서로 다른 삼각형의 개수는 8이다.

08 답 7

(i) 가장 긴 막대의 길이가 9cm일 때,

$9 > 3 + 3$
 $9 > 3 + 5$ } $\Rightarrow$ 삼각형을 만들 수 없다.

$9 < 3 + 7$
 $9 < 5 + 5$
 $9 < 5 + 7$ } $\Rightarrow$ 삼각형을 만들 수 있다.

(ii) 가장 긴 막대의 길이가 7cm일 때,

$7 > 3 + 3 \Rightarrow$ 삼각형을 만들 수 없다.
 $7 < 3 + 5$
 $7 < 5 + 5$ } $\Rightarrow$ 삼각형을 만들 수 있다.

(iii) 가장 긴 막대의 길이가 5cm일 때,

$5 < 3 + 3$
 $5 < 3 + 5$ } $\Rightarrow$ 삼각형을 만들 수 있다.

(i), (ii), (iii)에서 삼각형을 만들 수 있도록 3개의 막대를 고르는 경우는

(3 cm, 7 cm, 9 cm), (5 cm, 5 cm, 9 cm), (5 cm, 7 cm, 9 cm),
(3 cm, 5 cm, 7 cm), (5 cm, 5 cm, 7 cm), (3 cm, 3 cm, 5 cm),
(3 cm, 5 cm, 5 cm)

의 7가지이므로 만들 수 있는 서로 다른 삼각형의 개수는 7이다.

09 답 9

이등변삼각형이므로 길이가 같은 두 변의 길이를 a 라 하고 나머지 한 변의 길이를 b 라 하자.

삼각형의 세 변의 길이가 a, a, b 이고 둘레의 길이가 37이므로

$$2a + b = 37$$

이때 a, b 가 모두 자연수이고 $b < 2a$ 이므로 이를 만족시키는 순서쌍 (a, a, b) 는

(18, 18, 1), (17, 17, 3), (16, 16, 5), (15, 15, 7), (14, 14, 9),
(13, 13, 11), (12, 12, 13), (11, 11, 15), (10, 10, 17)

의 9개이다.

따라서 구하는 이등변삼각형의 개수는 9이다.

10 답 16, 23

$3 < 3a + 3 < 4a + 3$ 에서 삼각형의 가장 긴 변의 길이는 $4a + 3$ 이므로

$$4a + 3 < 3 + (3a + 3), 4a + 3 < 3a + 6$$

$$a = 1 \text{ 일 때, } 4 + 3 < 3 + 6$$

$$a = 2 \text{ 일 때, } 8 + 3 < 6 + 6$$

$$a = 3 \text{ 일 때, } 12 + 3 = 9 + 6$$

이므로 가능한 자연수 a 의 값은 1, 2이다.

따라서 삼각형의 세 변의 길이는 (3, 6, 7), (3, 9, 11)이므로 삼각형의 둘레의 길이가 될 수 있는 값은

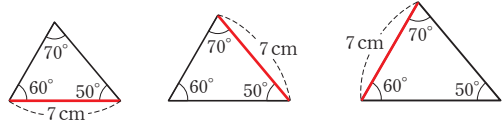
$$3 + 6 + 7 = 16, 3 + 9 + 11 = 23$$

11 답 3

(나)에서 나머지 한 각의 크기는

$$180^\circ - (50^\circ + 70^\circ) = 60^\circ$$

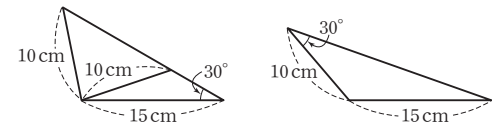
따라서 주어진 조건을 모두 만족시키는 서로 다른 삼각형은 다음 그림과 같이 3개이다.



12 답 4

주어진 각이 두 변의 끼인각일 때 삼각형은 하나로 정해지므로 1개이다.

또 주어진 각이 두 변의 끼인각이 아닐 때 만들 수 있는 삼각형은 다음 그림과 같이 3개이다.



따라서 작도 가능한 서로 다른 삼각형의 개수는 4이다.

13 답 15 cm²

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AB}$ 에 내린

수선의 발을 E라 하면

$\triangle AED$ 와 $\triangle ACD$ 에서

$$\angle AED = \angle ACD = 90^\circ,$$

$$\angle EAD = \angle CAD \text{ 이므로}$$

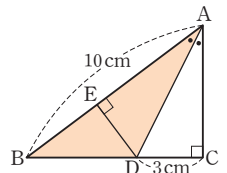
$$\angle ADE = \angle ADC$$

$\overline{AD}$ 는 공통이므로

$$\triangle AED \cong \triangle ACD \text{ (ASA 합동)}$$

$$\therefore \overline{DE} = \overline{DC} = 3 \text{ cm}$$

$$\therefore \triangle ABD = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{DE} = \frac{1}{2} \times 10 \times 3 = 15 (\text{cm}^2)$$



14 답 17 cm

$\triangle AEF$ 와 $\triangle CED$ 에서

$\overline{AF} = \overline{CD}$, $\angle F = \angle D$, $\angle AEF = \angle CED$ (맞꼭지각)이므로

$$\angle FAE = 180^\circ - (\angle F + \angle AEF)$$

$$= 180^\circ - (\angle D + \angle CED)$$

$$= \angle DCE$$

$$\therefore \triangle AEF \cong \triangle CED \text{ (ASA 합동)}$$

따라서 $\overline{EA} = \overline{EC}$ 이므로

$$\begin{aligned} (\triangle AEF \text{의 둘레의 길이}) &= \overline{AF} + \overline{FE} + \overline{EA} = \overline{AF} + \overline{FE} + \overline{EC} \\ &= \overline{AF} + \overline{FC} = \overline{AB} + \overline{BC} \\ &= 5 + 12 = 17 (\text{cm}) \end{aligned}$$

15 답 24 cm²

$$\overline{BC} = \frac{5}{4} \overline{AM} = \frac{5}{4} \times 8 = 10(\text{cm}) \text{이므로}$$

$$\overline{BM} = \overline{CM} = 5 \text{ cm}$$

$$3\overline{BM} = 5\overline{BD} \text{에서}$$

$$\overline{BD} = \frac{3}{5} \overline{BM} = \frac{3}{5} \times 5 = 3(\text{cm}) \quad \dots\dots ①$$

△BDM과 △CEM에서

$$\overline{BM} = \overline{CM}, \overline{BD} \parallel \overline{CE} \text{이므로 } \angle DBM = \angle ECM (\text{엇각}),$$

$$\angle BMD = \angle CME (\text{맞꼭지각}) \text{이므로}$$

$$\triangle BDM \equiv \triangle CEM (\text{ASA 합동}) \quad \dots\dots ②$$

$$\therefore \overline{CE} = \overline{BD} = 3 \text{ cm}$$

$$\therefore \triangle ABC = \triangle ABM + \triangle AMC$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 3 + \frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 24(\text{cm}^2) \quad \dots\dots ③$$

채점 기준

① BD의 길이 구하기	30 %
② △BDM ≡ △CEM임을 보이기	40 %
③ △ABC의 넓이 구하기	30 %

16 답 12 cm

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BA}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 F라 하자.

△ABE가 직각이등변삼각형이므로

$$\angle BAE = \angle BEA = 45^\circ$$

$$\angle CED = 75^\circ \text{이므로}$$

$$\angle AED = 180^\circ - (45^\circ + 75^\circ) = 60^\circ$$

△AED는 $\overline{AE} = \overline{DE}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle EAD = \angle EDA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$$

따라서 △AED는 정삼각형이다.

△AFD와 △ECD에서

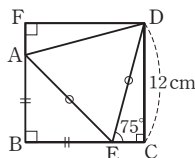
$$\angle FAD = 180^\circ - (45^\circ + 60^\circ) = 75^\circ = \angle CED,$$

$$\angle FDA = 180^\circ - (90^\circ + 75^\circ) = \angle CDE,$$

$$\overline{AD} = \overline{ED} \text{이므로}$$

$$\triangle AFD \equiv \triangle ECD (\text{ASA 합동})$$

$$\therefore \overline{BC} = \overline{FD} = \overline{CD} = 12 \text{ cm}$$



17 답 4 cm

오른쪽 그림과 같이 점 F에서 $\overline{AD}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

△AEB와 △AFH에서

$$\overline{AE} = \overline{AF}, \angle BAE = \angle HAF = 30^\circ,$$

$$\angle AEB = \angle AFH = 60^\circ$$

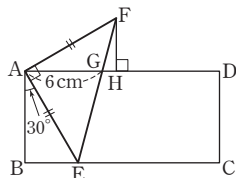
이므로

$$\triangle AEB \equiv \triangle AFH (\text{ASA 합동})$$

이때 △AGF의 넓이가 12 cm²이므로

$$\frac{1}{2} \times 6 \times \overline{HF} = 12 \quad \therefore \overline{HF} = 4(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{BE} = \overline{HF} = 4 \text{ cm}$$



18 답 20°

△ABD와 △ACE에서

△ABC와 △ADE는 정삼각형이므로

$$\overline{AB} = \overline{AC}, \overline{AD} = \overline{AE},$$

$$\angle BAD = 60^\circ - \angle DAC = \angle CAE$$

$$\therefore \triangle ABD \equiv \triangle ACE (\text{SAS 합동})$$

따라서 $\angle AEC = \angle ADB = 80^\circ$ 이므로

$$\angle CED = \angle AEC - \angle AED = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$$

19 답 8 cm

△ABF와 △AEG에서

△ABC와 △ADE는 정삼각형이므로

$$\overline{AB} = \overline{AE} = 11 \text{ cm}, \angle ABF = \angle AEG = 60^\circ,$$

$$\angle BAF = 60^\circ - \angle FAG = \angle EAG$$

$$\therefore \triangle ABF \equiv \triangle AEG (\text{ASA 합동})$$

$$\therefore \overline{BF} = \overline{EG} = \overline{DE} - \overline{DG} = 11 - 3 = 8(\text{cm})$$

20 답 ④

△DBE와 △ABC에서

$$\overline{DB} = \overline{AB}, \overline{BE} = \overline{BC},$$

$$\angle DBE = 60^\circ - \angle EBA = \angle ABC (\text{①})$$

$$\therefore \triangle DBE \equiv \triangle ABC (\text{SAS 합동})$$

△FEC와 △ABC에서

$$\overline{FC} = \overline{AC}, \overline{EC} = \overline{BC},$$

$$\angle FCE = 60^\circ - \angle ECA = \angle ACB$$

$$\therefore \triangle FEC \equiv \triangle ABC (\text{SAS 합동})$$

$$\textcircled{2} \triangle DBE \equiv \triangle ABC \equiv \triangle FEC$$

$$\textcircled{3} \overline{CF} = \overline{ED} = \overline{CA} = 7 \text{ cm}$$

$$\textcircled{4} \angle DEC = \angle DEB + 60^\circ$$

$$\angle FEB = \angle FEC + 60^\circ$$

이때 $\angle DEB \neq \angle FEC$ 이므로

$$\angle DEC \neq \angle FEB$$

$$\textcircled{5} (\text{오각형 DBCFE의 둘레의 길이})$$

$$= \overline{BC} + \overline{CF} + \overline{FE} + \overline{ED} + \overline{DB}$$

$$= \overline{BC} + \overline{CA} + \overline{AB} + \overline{CA} + \overline{AB}$$

$$= 9 + 7 + 4 + 7 + 4 = 31(\text{cm})$$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

21 답 ㄴ, ㄷ

ㄱ. △ABD와 △ACD에서

$$\overline{AB} = \overline{AC}, \overline{BD} = \overline{CD}, \overline{AD} \text{는 공통이므로}$$

$$\triangle ABD \equiv \triangle ACD (\text{SSS 합동})$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAD = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$$

△ADE와 △AFE에서

$$\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{AE} \text{는 공통}, \angle DAE = \angle FAE = 30^\circ \text{이므로}$$

$$\triangle ADE \equiv \triangle AFE (\text{SAS 합동})$$

△AFE와 △AFH에서

$\overline{AE} = \overline{AH}$, $\overline{AF}$ 는 공통, $\angle EAF = \angle HAF = 30^\circ$ 이므로

$\triangle AFE \equiv \triangle AFH$ (SAS 합동)

$\therefore \triangle ADE \equiv \triangle AFE \equiv \triangle AFH$

∴ $\triangle ADE \equiv \triangle AFH$ 이므로

$\overline{DE} = \overline{FH}$

∴ △ABC와 △AEH는 모두 정삼각형이므로

$\angle BAE = \angle AEH = 60^\circ$

엇각의 크기가 같으므로

$\overline{AB} \parallel \overline{HE}$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

22 답 30°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$ 를 그으면

△BCD와 △ACD에서

$\overline{BC} = \overline{AC}$, $\overline{BD} = \overline{AD}$, $\overline{CD}$ 는 공통이므로

$\triangle BCD \equiv \triangle ACD$ (SSS 합동)

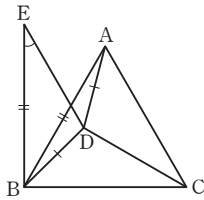
$\therefore \angle BCD = \angle ACD = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$

△BCD와 △BED에서

$\overline{BC} = \overline{AB} = \overline{BE}$, $\angle DBC = \angle DBE$, $\overline{BD}$ 는 공통이므로

$\triangle BCD \equiv \triangle BED$ (SAS 합동)

$\therefore \angle BED = \angle BCD = 30^\circ$



23 답 110°

△ABE와 △CBD에서

$\overline{AB} = \overline{CB}$, $\overline{BE} = \overline{BD}$,

$\angle ABE = 60^\circ - \angle EBC = \angle CBD$ 이므로

$\triangle ABE \equiv \triangle CBD$ (SAS 합동)

이때 $\angle DCB = \angle a$ 라 하면 $\angle EAB = \angle a$ 이므로

$\angle CAE = 60^\circ - \angle a$,

$\angle ECB = 50^\circ - \angle a$

$\therefore \angle ACE = \angle ACB - \angle ECB$

$= 60^\circ - (50^\circ - \angle a)$

$= 10^\circ + \angle a$

따라서 △AEC에서

$\angle AEC + (60^\circ - \angle a) + (10^\circ + \angle a) = 180^\circ$

$\therefore \angle AEC = 110^\circ$

(다른 풀이)

△ABE와 △CBD에서

$\overline{AB} = \overline{CB}$, $\overline{BE} = \overline{BD}$,

$\angle ABE = 60^\circ - \angle EBC = \angle CBD$ 이므로

$\triangle ABE \equiv \triangle CBD$ (SAS 합동)

$\angle BDC = \angle BEA = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

사각형 EBDC에서

$60^\circ + 120^\circ + 50^\circ + \angle BEC = 360^\circ$

$\therefore \angle BEC = 130^\circ$

$\therefore \angle AEC = 360^\circ - (120^\circ + 130^\circ) = 110^\circ$

24 답 66°

△AED와 △CED에서

$\overline{AD} = \overline{CD}$, $\angle ADE = \angle CDE = 45^\circ$, $\overline{DE}$ 는 공통

$\therefore \triangle AED \equiv \triangle CED$ (SAS 합동)

$\overline{AD} \parallel \overline{BF}$ 이므로

$\angle DAE = \angle AFC = 38^\circ$ (엇각)

즉, $\angle DCE = \angle DAE = 38^\circ$ 이므로

$\angle BCE = 90^\circ - \angle DCE$

$= 90^\circ - 38^\circ$

$= 52^\circ$

$\angle ECF = 180^\circ - \angle BCE$

$= 180^\circ - 52^\circ$

$= 128^\circ$

이므로 △ECF에서

$\angle CEF = 180^\circ - (128^\circ + 38^\circ) = 14^\circ$

$\therefore \angle BCE + \angle CEF = 52^\circ + 14^\circ$

$= 66^\circ$

채점 기준

① △AED와 △CED가 합동임을 보이기	40 %
② ∠BCE의 크기 구하기	25 %
③ ∠CEF의 크기 구하기	25 %
④ ∠BCE + ∠CEF의 크기 구하기	10 %

25 답 47°

△GBC와 △EDC에서

두 사각형 ABCD와 EFGC가 정사각형이므로

$\overline{BC} = \overline{DC}$, $\overline{GC} = \overline{EC}$,

$\angle BCG = 90^\circ - \angle GCD = \angle DCE$

$\therefore \triangle GBC \equiv \triangle EDC$ (SAS 합동)

$\angle EDC = \angle GBC = 90^\circ - 72^\circ = 18^\circ$

$\angle DHE = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$

따라서 △DHE에서

$\angle DEF = 180^\circ - (18^\circ + 115^\circ) = 47^\circ$

26 답 20 cm

오른쪽 그림과 같이 $\overline{GB}$ 를 그으면

△BCG와 △DCE에서 두 사각형

ABCD와 GCEF가 정사각형이므로

$\overline{GC} = \overline{EC}$, $\overline{BC} = \overline{DC}$,

$\angle BCG = 90^\circ - \angle GCD = \angle DCE$

$\therefore \triangle BCG \equiv \triangle DCE$ (SAS 합동)

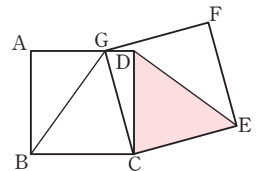
따라서 △BCG의 넓이는 △DCE의 넓이와 같으므로

$\overline{AB} = x$ cm라 하면

$\frac{1}{2}x^2 = 200$, $x^2 = 400 = 20^2$

$\therefore x = 20$ ($\because x > 0$)

따라서 $\overline{AB}$ 의 길이는 20 cm이다.



27 **Idea** 75°

보조선을 그어 $\triangle ABE$ 와 합동인 삼각형을 만든다.

오른쪽 그림과 같이 $DG=BE$ 가 되도록 CD 의 연장선 위에 점 G 를 잡으면

$\triangle ABE$ 와 $\triangle ADG$ 에서

사각형 $ABCD$ 가 정사각형이므로

$\overline{AB}=\overline{AD}$, $\overline{BE}=\overline{DG}$,

$\angle ABE=\angle ADG=90^\circ$

$\therefore \triangle ABE \equiv \triangle ADG$ (SAS 합동) ㉠

$\therefore \angle GAF=\angle GAD+\angle DAF$

$=\angle EAB+\angle DAF$

$=90^\circ-\angle EAF$

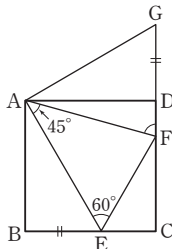
$=90^\circ-45^\circ=45^\circ$

$\triangle AEF$ 와 $\triangle AGF$ 에서

$\overline{AF}$ 는 공통, $\overline{AE}=\overline{AG}$ ($\because$ ㉠), $\angle EAF=\angle GAF=45^\circ$

$\therefore \triangle AEF \equiv \triangle AGF$ (SAS 합동)

$\therefore \angle AFD=\angle AFE=180^\circ-(45^\circ+60^\circ)=75^\circ$



28 **Idea** 90°

$\triangle GBC$ 와 $\triangle EDC$ 에서

두 사각형 $ABCD$ 와 $CEFG$ 가 정사각형이므로

$\overline{BC}=\overline{DC}$, $\overline{CG}=\overline{CE}$, $\angle GCB=90^\circ-\angle DCG=\angle ECD$

$\therefore \triangle GBC \equiv \triangle EDC$ (SAS 합동)

$\angle PBC=\angle EDC$ 이므로 사각형 $PBCE$ 에서

$\angle BPE+\angle PBC+\angle BCE+\angle PEC$

$=\angle BPE+\angle EDC+(90^\circ+\angle DCE)+\angle CED$

$=360^\circ$ ㉠

이때 $\triangle EDC$ 에서

$\angle EDC+\angle DCE+\angle CED=180^\circ$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\angle BPE+90^\circ+180^\circ=360^\circ$

$\therefore \angle BPE=90^\circ$

29 **Idea** 12 cm²

오른쪽 그림과 같이 $\overline{EB}$ 의 연장선 위에

$\overline{AB}=\overline{BP}$ 가 되도록 점 P 를 잡은 후 $\overline{PF}$ 를

긋고, $\overline{HC}$ 의 연장선 위에 $\overline{AC}=\overline{QC}$ 가 되

도록 점 Q 를 잡은 후 $\overline{QG}$ 를 긋자.

$\triangle ABC$ 와 $\triangle PBF$ 에서

$\overline{AB}=\overline{PB}$, $\overline{BC}=\overline{BF}$,

$\angle ABC=90^\circ-\angle CBP=\angle PBF$ 이므로

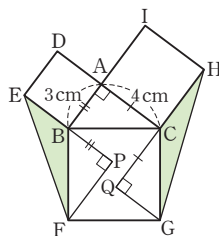
$\triangle ABC \equiv \triangle PBF$ (SAS 합동)

$\therefore \angle BPF=\angle BAC=90^\circ$, $\overline{PF}=\overline{AC}=4$ cm

$\therefore \triangle BEF=\frac{1}{2} \times \overline{BE} \times \overline{PF}=\frac{1}{2} \times 3 \times 4=6$ (cm²)

$\triangle ABC$ 와 $\triangle QGC$ 에서

$\overline{AC}=\overline{QC}$, $\overline{BC}=\overline{GC}$,



$\angle ACB=90^\circ-\angle BCQ=\angle QCG$ 이므로

$\triangle ABC \equiv \triangle QGC$ (SAS 합동)

$\therefore \angle CQG=\angle CAB=90^\circ$, $\overline{QG}=\overline{AB}=3$ cm

$\therefore \triangle CGH=\frac{1}{2} \times \overline{CH} \times \overline{QG}=\frac{1}{2} \times 4 \times 3=6$ (cm²)

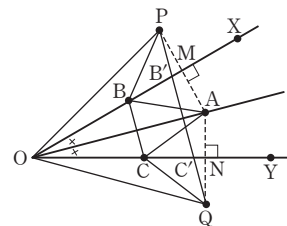
$\therefore \triangle BEF+\triangle CGH=6+6=12$ (cm²)

STEP 3 **최고난도 문제**

▶ 43쪽

- 01 5 cm 02 $n+2$ 03 64 cm² 04 $a+b-c$
05 160° 06 32

01 **Idea** 5 cm



위의 그림과 같이 $\overline{OX}$, $\overline{OY}$ 에 대하여 점 A 와 대칭인 점을 각각 P ,

Q 라 하고 $\overline{AP}$ 와 $\overline{OX}$, $\overline{AQ}$ 와 $\overline{OY}$ 의 교점을 각각 M , N 이라 하면

$\triangle PBM \equiv \triangle ABM$ (SAS 합동)이므로 $\overline{PB}=\overline{AB}$

$\triangle ACN \equiv \triangle QCN$ (SAS 합동)이므로 $\overline{AC}=\overline{QC}$

$\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 $\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=\overline{PB}+\overline{BC}+\overline{CQ}$ 이므로

두 점 B , C 가 각각 $\overline{PQ}$ 와 $\overline{OX}$, $\overline{PQ}$ 와 $\overline{OY}$ 의 교점일 때 최소가 되고,

이때의 최솟값은 $\overline{PQ}$ 의 길이와 같다.

$\triangle POM \equiv \triangle AOM$ (SAS 합동)이므로

$\angle XOP=\angle XOA=15^\circ$, $\overline{OP}=\overline{OA}=5$ cm

$\triangle AON \equiv \triangle QON$ (SAS 합동)이므로

$\angle YOQ=\angle YOA=15^\circ$, $\overline{OQ}=\overline{OA}=5$ cm

즉, $\angle POQ=60^\circ$ 이고 $\overline{OP}=\overline{OQ}=5$ cm이므로 $\triangle POQ$ 는 정삼각형

이고 $\overline{PQ}=5$ cm이다.

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이의 최솟값은 5 cm이다.

02 **Idea** $n+2$

n 이하의 자연수 2개와 n 을 세 번의 길이로 하여 삼각형을 만들 수 있는 경우는 다음과 같다.

(i) $n=1$ 일 때,

(1, 1, 1)이므로 $f(1)=1$

(ii) $n=2$ 일 때,

(2, 2, 2), (2, 2, 1)이므로 $f(2)=2$

(iii) $n=3$ 일 때,

(3, 3, 3), (3, 3, 2), (3, 3, 1), (3, 2, 2)이므로 $f(3)=4$

(iv) $n=4$ 일 때,

(4, 4, 4), (4, 4, 3), (4, 4, 2), (4, 4, 1), (4, 3, 3),

(4, 3, 2)이므로 $f(4)=6$

(v) $n=5$ 일 때,

(5, 5, 5), (5, 5, 4), (5, 5, 3), (5, 5, 2), (5, 5, 1),
(5, 4, 4), (5, 4, 3), (5, 4, 2), (5, 3, 3)

이므로 $f(5)=9$

(vi) $n=6$ 일 때,

(6, 6, 6), (6, 6, 5), (6, 6, 4), (6, 6, 3), (6, 6, 2), (6, 6, 1),
(6, 5, 5), (6, 5, 4), (6, 5, 3), (6, 5, 2), (6, 4, 4), (6, 4, 3)

이므로 $f(6)=12$

∴

$$f(3)-f(1)=4-1=3,$$

$$f(4)-f(2)=6-2=4,$$

$$f(5)-f(3)=9-4=5,$$

$$f(6)-f(4)=12-6=6,$$

∴

$$\therefore f(n+2)-f(n)=n+2$$

03 답 64 cm²

$\triangle EBC \equiv \triangle EGC$ 이므로

$$\overline{BC} = \overline{GC}$$

이때 $\overline{BC} = \overline{AD}$ 이므로 $\overline{AD} = \overline{GC}$

$\triangle GDF \equiv \triangle GHF$ 이므로

$$\overline{GD} = \overline{GH}$$

이때 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\angle DGC = \angle GCB \text{ (엇각)} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$\triangle AEG$ 와 $\triangle HFC$ 에서

$$\overline{AG} = \overline{AD} - \overline{GD} = \overline{GC} - \overline{GH} = \overline{HC},$$

$$\angle EAG = \angle FHC = 90^\circ,$$

$$\angle AGE = 180^\circ - (90^\circ + \angle DGC)$$

$$= 90^\circ - \angle DGC$$

$$= 90^\circ - \angle GCB \text{ (}\because \textcircled{1}\text{)}$$

$$= \angle HCF$$

$\therefore \triangle AEG \equiv \triangle HFC$ (ASA 합동)

$\therefore$ (사각형 ABCD의 넓이)

$$= \triangle EBC + \triangle EGC + \triangle GDF + \triangle GHF + \triangle AEG + \triangle HFC$$

$$= 2\triangle EGC + 2\triangle GHF + 2\triangle HFC$$

$$= 2(\triangle EGC + \triangle GHF + \triangle HFC)$$

$$= 2 \times (\text{사각형 CFGE의 넓이})$$

$$= 2 \times 32 = 64 (\text{cm}^2)$$

04 답 $a+b-c$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC} \parallel \overline{MF}$ 가 되도록

$\overline{AB}$ 위에 점 F를 잡으면

$$\angle FMB = \angle ACB = 45^\circ \text{ (동위각)이므로}$$

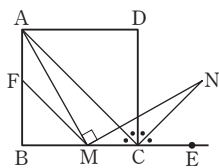
$$\angle BFM = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$$

즉, $\triangle BMF$ 는 직각이등변삼각형이므로

$$\overline{BF} = \overline{BM}$$

이때

$$\overline{AF} = \overline{AB} - \overline{BF} = \overline{BC} - \overline{BM} = \overline{MC} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$



$$\angle AFM = 180^\circ - \angle BFM$$

$$= 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

$$\angle MCN = \angle MCD + \angle DCN$$

$$= 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$$

$$\therefore \angle AFM = \angle MCN \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\angle BAM = 90^\circ - \angle AMB = \angle NMC$$

$$\therefore \angle FAM = \angle CMN \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}$ 에서 $\triangle AFM \equiv \triangle MCN$ (ASA 합동)

$$\therefore \overline{MC} + \overline{MN} = \overline{MC} + \overline{AM} = (a-c) + b = a+b-c$$

05 답 160°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}, \overline{CE}, \overline{AE}$ 를 그으면

$\triangle ABC$ 와 $\triangle CDE$ 에서

$$\overline{AB} = \overline{CD}, \overline{BC} = \overline{DE}, \angle ABC = \angle CDE \text{이므로}$$

$\triangle ABC \equiv \triangle CDE$ (SAS 합동)

같은 방법으로 하면

$\triangle ABC \equiv \triangle EFA$ (SAS 합동)이다.

즉, $\triangle ABC, \triangle CDE, \triangle EFA$ 는 모두 합동인 이등변삼각형이므로

$$\overline{AC} = \overline{CE} = \overline{EA}$$

이때 $\triangle ACE$ 는 정삼각형이므로

$$\angle AEC = 60^\circ$$

또 $\overline{BA}$ 의 연장선 위에 $\overline{AI} = \overline{CH}$ 가 되도록 점 I를 잡으면

$$\angle HCE = \angle IAE = 90^\circ, \overline{CE} = \overline{AE} \text{이므로}$$

$\triangle HCE \equiv \triangle IAE$ (SAS 합동)

$$\therefore \angle CHE = \angle AIE, \angle HEC = \angle IEA$$

이때

$$\angle GEI = \angle IEA + \angle AEG = \angle HEC + \angle AEG$$

$$= 60^\circ - \angle GEH = 30^\circ$$

이므로

$$\angle GEH = \angle GEI = 30^\circ, \overline{HE} = \overline{IE}, \overline{GE} \text{는 공통}$$

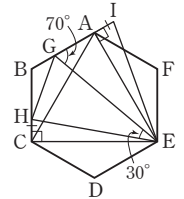
$\therefore \triangle GHE \equiv \triangle GIE$ (SAS 합동)

$$\angle HGE = \angle IGE = 70^\circ \text{이므로}$$

$$\angle CHE = \angle GIE = \angle GHE$$

$$= 180^\circ - (70^\circ + 30^\circ) = 80^\circ$$

$$\therefore \angle GHC = 2\angle GHE = 2 \times 80^\circ = 160^\circ$$



06 답 32

오른쪽 그림과 같이 점 Q에 대하여 점 B와

대칭인 점을 J라 하면

$\triangle QEJ \equiv \triangle QFB$ (SAS 합동)이므로

$$\overline{EJ} = \overline{FB}$$

$\triangle BEJ$ 와 $\triangle ABC$ 에서

$$\overline{BE} = \overline{AB}, \overline{EJ} = \overline{BF} = \overline{BC} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\angle BEJ = \angle JEQ + \angle BEQ$$

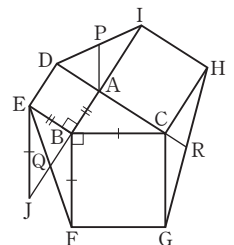
$$= \angle BFQ + \angle BEQ$$

$$= 180^\circ - \angle EBF \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\angle ABC + \angle ABE + \angle EBF + \angle CBF$$

$$= \angle ABC + 90^\circ + \angle EBF + 90^\circ$$

$$= 360^\circ$$



이므로

$$\angle ABC = 180^\circ - \angle EBF \quad \dots\dots \textcircled{C}$$

㉠, ㉡에서

$$\angle BEJ = \angle ABC \quad \dots\dots \textcircled{D}$$

㉠, ㉡에서

$$\triangle BEJ \equiv \triangle ABC \text{ (SAS 합동)}$$

$$\therefore \overline{AC} = \overline{BJ} = 2\overline{BQ}$$

같은 방법으로 하면

$$\overline{BC} = 2\overline{AP}, \overline{AB} = 2\overline{CR}$$

$$\begin{aligned} \therefore (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이}) &= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} \\ &= 2(\overline{CR} + \overline{AP} + \overline{BQ}) \\ &= 2 \times 16 \\ &= 32 \end{aligned}$$

단원 마스터 ▶ 44~47쪽

01 ② 02 ⑤ 03 18 cm 04 $\frac{a+b}{2}$ 05 $\frac{240}{13}$ 분

06 240° 07 ② 08 ④ 09 5개

10 $\overline{CH}, \overline{GH}, \overline{HI}, \overline{IJ}, \overline{DI}, \overline{EJ}$ 11 90° 12 60° 13 44°

14 180° 15 $\angle x = 84^\circ, \angle y = 126^\circ$ 16 200° 17 ②, ③

18 2 19 ④ 20 60° 21 25 cm^2 22 13 cm

23 96 m^2 24 6

01 답 ②

교선의 개수는 모서리의 개수와 같으므로 주어진 입체도형의 교선의 개수를 구하면

- ① 8 ② 15 ③ 12 ④ 18 ⑤ 20

따라서 교선의 개수가 세 번째로 많은 것은 ②이다.

02 답 ⑤

- ① $\overline{AE}$ 와 $\overline{EA}$ 의 공통 부분은 $\overline{AE}$ 이므로 $\overline{BC}$ 를 포함한다.
 ② $\overline{AB}$ 와 $\overline{AD}$ 의 공통 부분은 $\overline{AD}$ 이므로 $\overline{BC}$ 를 포함한다.
 ③ $\overline{BE}$ 와 $\overline{DC}$ 의 공통 부분은 $\overline{BD}$ 이므로 $\overline{BC}$ 를 포함한다.
 ④ $\overline{BE}$ 와 $\overline{DC}$ 의 공통 부분은 $\overline{BD}$ 이므로 $\overline{BC}$ 를 포함한다.
 ⑤ $\overline{BA}$ 와 $\overline{DA}$ 의 공통 부분은 $\overline{BA}$ 이므로 $\overline{BC}$ 를 포함하지 않는다.
 따라서 $\overline{BC}$ 를 포함하고 있지 않은 것은 ⑤이다.

03 답 18 cm

$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}$ 이고 $\overline{AB}, \overline{CD}$ 의 중점이 각각 M, N이므로

$$\overline{MB} = \overline{CN} = \frac{1}{2} \overline{BC}$$

$$\therefore \overline{MN} = \overline{MB} + \overline{BC} + \overline{CN}$$

$$= \frac{1}{2} \overline{BC} + \overline{BC} + \frac{1}{2} \overline{BC}$$

$$= 2\overline{BC}$$

..... ①

이때 $\overline{MN} = 12 \text{ cm}$ 이므로

$$\overline{BC} = \frac{1}{2} \overline{MN} = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm}) \quad \dots\dots ②$$

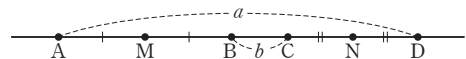
$$\therefore \overline{AD} = 3\overline{BC} = 3 \times 6 = 18(\text{cm}) \quad \dots\dots ③$$

채점 기준

① $\overline{MN} = 2\overline{BC}$ 임을 알기	40 %
② $\overline{BC}$ 의 길이 구하기	30 %
③ $\overline{AD}$ 의 길이 구하기	30 %

04 답 $\frac{a+b}{2}$

네 점 A, B, C, D가 차례로 있고 두 점 M, N이 각각 $\overline{AB}, \overline{CD}$ 의 중점이므로 각 점의 위치를 나타내면 다음 그림과 같다.



$$\overline{MB} = \frac{1}{2} \overline{AB}, \overline{CN} = \frac{1}{2} \overline{CD}$$

$$\therefore \overline{MN} = \overline{MB} + \overline{BC} + \overline{CN}$$

$$= \frac{1}{2} \overline{AB} + \overline{BC} + \frac{1}{2} \overline{CD}$$

$$= \frac{1}{2} (\overline{AB} + \overline{CD}) + \overline{BC}$$

$$= \frac{1}{2} (a - b) + b$$

$$= \frac{a+b}{2}$$

05 답 $\frac{240}{13}$ 분

x 분 후에 시침과 분침이 처음으로 일직선, 즉 180° 를 이룬다고 하자.
정상적인 시계의 시침이 12시를 가리킬 때부터 10시를 가리킬 때까지 움직인 각도는 $30^\circ \times 10$ 이고, 시침이 x 분 동안 움직인 각도는 $0.5^\circ \times x$

이 시계는 시침이 시계 반대 방향으로 움직이므로

$$30^\circ \times 10 - 0.5^\circ \times x$$

분침이 x 분 동안 움직인 각도는 $6^\circ \times x$

이때 시침과 분침이 이루는 각의 크기가 180° 이므로

$$(30^\circ \times 10 - 0.5^\circ \times x) - 6^\circ \times x = 180^\circ \text{에서}$$

$$300^\circ - 6.5^\circ x = 180^\circ, 6.5^\circ x = 120^\circ$$

$$\therefore x = \frac{240}{13}$$

따라서 운동하는 데 걸린 시간은 $\frac{240}{13}$ 분이다.

06 답 240°

$\angle BOC : \angle COD : \angle DOE : \angle EOG = 1 : 2 : 4 : 5$ 이므로

$$\angle BOC = 180^\circ \times \frac{1}{1+2+4+5} = 15^\circ$$

$$\angle COD = 180^\circ \times \frac{2}{1+2+4+5} = 30^\circ$$

$$\angle DOE = 180^\circ \times \frac{4}{1+2+4+5} = 60^\circ$$

$$\angle EOG = 180^\circ \times \frac{5}{1+2+4+5} = 75^\circ$$

맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로 $\angle FOG = \angle AOB$

$$\therefore \angle FOG = \angle AOB$$

$$= \angle AOD - (\angle BOC + \angle COD)$$

$$= 90^\circ - (15^\circ + 30^\circ) = 45^\circ$$

$$\therefore 2\angle DOE + \angle EOG + \angle FOG = 2 \times 60^\circ + 75^\circ + 45^\circ = 240^\circ$$

07 답 ②

4개의 직선을 각각 a, b, c, d 라 하면 2개의 직선이 한 점에서 만나는 경우는 직선 a 와 b , 직선 a 와 c , 직선 a 와 d , 직선 b 와 c , 직선 b 와 d , 직선 c 와 d 의 6가지이다.

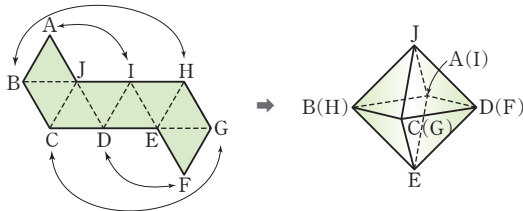
이때 각 경우마다 2쌍의 맞꼭지각이 생기므로 맞꼭지각의 모든 쌍의 수는 $6 \times 2 = 12$ (쌍)

다른 풀이

$$4 \times (4-1) = 12(\text{쌍})$$

08 답 ④

주어진 전개도로 정팔면체를 만들면 다음 그림과 같다.



따라서 모서리 CD 와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{BE}$ (또는 $\overline{HE}$), $\overline{AE}$ (또는 $\overline{IE}$), $\overline{JB}$ (또는 $\overline{JH}$), $\overline{JA}$ (또는 $\overline{JI}$)이다.

따라서 꼬인 위치에 있는 모서리가 아닌 것은 ④이다.

09 답 5개

ㄴ. 두 직선 l, m 은 한 점에서 만나거나 평행하거나 꼬인 위치에 있다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ의 5개이다.

10 답 $\overline{CH}, \overline{GH}, \overline{HI}, \overline{IJ}, \overline{DI}, \overline{EJ}$

$\overline{AB}$ 와 꼬인 위치에 있는 선분은 $\overline{AB}$ 와 한 평면 위에 있는 선분인 $\overline{AF}, \overline{BG}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DE}, \overline{FG}$ 를 제외한 $\overline{CH}, \overline{GH}, \overline{HI}, \overline{IJ}, \overline{DI}, \overline{EJ}$ 이다.

11 답 90°

모서리 BC 는 면 $DABG$ 와 수직이므로 모서리 BC 는 점 B 를 지나는 면 $DABG$ 위의 모든 직선과 수직이다.

$$\therefore \angle GBC = 90^\circ$$

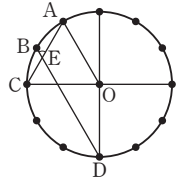
12 답 60°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$ 를 그으면

$\angle AOC = 60^\circ$ 이고 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로 삼각형 ACO 는 정삼각형이다.

이때 $\overline{AO} \parallel \overline{BD}$ 이므로

$$\angle AEB = \angle CAO(\text{엇각}) = 60^\circ$$



13 답 44°

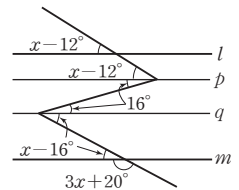
오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m 에 평행

한 두 직선 p, q 를 그으면

$$(\angle x - 16^\circ) + (3\angle x + 20^\circ) = 180^\circ$$

$$4\angle x = 176^\circ$$

$$\therefore \angle x = 44^\circ$$

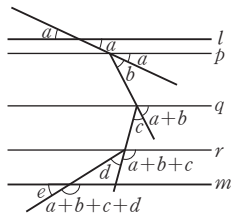


14 답 180°

오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m 에 평행

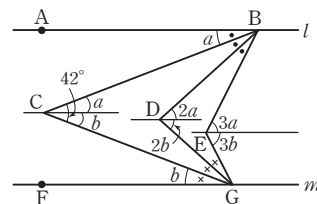
한 세 직선 p, q, r 를 그으면

$$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e = 180^\circ$$



15 답 $\angle x = 84^\circ, \angle y = 126^\circ$

다음 그림과 같이 세 점 C, D, E 를 각각 지나고 두 직선 l, m 에 평행한 세 직선을 그자.



$\angle ABC = \angle a, \angle FGC = \angle b$ 라 하면

$$\angle BCG = \angle a + \angle b = 42^\circ$$

..... ①

$$\angle ABD = 2\angle a, \angle FGD = 2\angle b \text{이므로}$$

$$\angle x = 2\angle a + 2\angle b = 2(\angle a + \angle b) = 2 \times 42^\circ = 84^\circ$$

..... ②

$$\angle ABE = 3\angle a, \angle FGE = 3\angle b \text{이므로}$$

$$\angle y = 3\angle a + 3\angle b = 3(\angle a + \angle b) = 3 \times 42^\circ = 126^\circ$$

..... ③

채점 기준

① $\angle BCG$ 의 크기를 문자를 사용한 식으로 나타내기	20 %
② $\angle x$ 의 크기 구하기	40 %
③ $\angle y$ 의 크기 구하기	40 %

16 답 200°

오른쪽 그림에서

$\angle CDB = \angle a$ (접은 각)이고

$\overrightarrow{CB} \parallel \overrightarrow{DF}$ 이므로

$2\angle a = 70^\circ$ (동위각)

$\therefore \angle a = 35^\circ$

$2\angle a + 60^\circ + \angle b = 180^\circ$ 이므로

$70^\circ + 60^\circ + \angle b = 180^\circ \quad \therefore \angle b = 50^\circ$

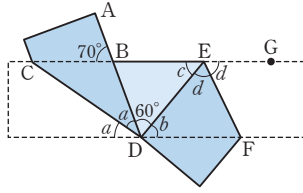
$\angle c = \angle b = 50^\circ$ (엇각)

$\angle GEF = \angle d$ (접은 각)이므로

$\angle c + 2\angle d = 180^\circ, 50^\circ + 2\angle d = 180^\circ$

$\therefore \angle d = 65^\circ$

$\therefore \angle a + \angle b + \angle c + \angle d = 35^\circ + 50^\circ + 50^\circ + 65^\circ$
 $= 200^\circ$



17 답 ②, ③

① $8 > 2 + 5$ 이므로 $\triangle ABC$ 가 만들어지지 않는다.

② $\angle A = 180^\circ - (40^\circ + 60^\circ) = 80^\circ$

즉, 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어진 것과 같으므로 $\triangle ABC$ 가 하나로 정해진다.

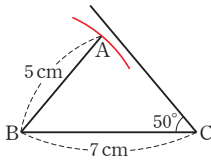
③ $9 < 5 + 5$ 이므로 $\triangle ABC$ 가 하나로 정해진다.

④ $\angle C$ 는 $\overline{AB}$ 와 $\overline{BC}$ 의 끼인각이 아니므로 $\triangle ABC$ 가 하나로 정해지지 않는다.

⑤ $\angle A + \angle B = 180^\circ$ 이므로 $\triangle ABC$ 가 만들어지지 않는다.

따라서 $\triangle ABC$ 가 하나로 정해지는 조건은 ②, ③이다.

참고 두 변의 길이와 그 끼인각이 아닌 다른 한 각의 크기가 주어진 경우에는 삼각형이 그려지지 않거나 1개 또는 2개로 그려진다. ④의 경우에는 다음 그림과 같이 삼각형이 그려지지 않는다.



18 답 2

$a \leq b \leq c$ 라 하면 c cm가 가장 긴 변의 길이이므로

$c < a + b$

$a + b + c = 10$ 에서 $a + b = 10 - c$, 즉 $c < 10 - c$ 이므로 가능한 자연수 c 의 값은 1, 2, 3, 4이다.

(i) $c = 4$ 일 때, $a + b = 6$ 이므로 $a \leq b \leq c$ 를 만족시키는 순서쌍 (a, b, c) 는 (2, 4, 4), (3, 3, 4)의 2개이다.

(ii) $c = 3$ 일 때, $a + b = 7$ 이므로 $a \leq b \leq c$ 를 만족시키는 순서쌍 (a, b, c) 는 없다.

(iii) $c = 2$ 일 때, $a + b = 8$ 이므로 $a \leq b \leq c$ 를 만족시키는 순서쌍 (a, b, c) 는 없다.

(iv) $c = 1$ 일 때, $a + b = 9$ 이므로 $a \leq b \leq c$ 를 만족시키는 순서쌍 (a, b, c) 는 없다.

(i)~(iv)에서 구하는 삼각형의 개수는 2이다.

19 답 ④

$\triangle BCE$ 와 $\triangle DCG$ 에서

두 사각형 $ABCD$ 와 $ECGF$ 가 정사각형이므로

$\overline{BC} = \overline{DC}$, $\overline{CE} = \overline{CG}$, $\angle BCE = \angle DCG = 90^\circ$

$\therefore \triangle BCE \equiv \triangle DCG$ (SAS 합동)

$\therefore (\triangle DCG \text{의 둘레의 길이}) = \overline{DC} + \overline{CG} + \overline{DG}$
 $= \overline{BC} + \overline{CE} + \overline{BE}$
 $= 5 + (5 + 7) + 13$
 $= 30(\text{cm})$

20 답 60°

$\triangle ACD$ 와 $\triangle BCE$ 에서

$\triangle ABC$ 와 $\triangle CDE$ 는 정삼각형이므로

$\overline{AC} = \overline{BC}$, $\overline{DC} = \overline{EC}$, $\angle ACD = 60^\circ - \angle ACE = \angle BCE$

$\therefore \triangle ACD \equiv \triangle BCE$ (SAS 합동)

$\angle ADC = \angle BEC = 180^\circ - \angle DEC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

$\therefore \angle ADB = \angle ADC - \angle EDC = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ$

21 답 25 cm²

$\triangle OBH$ 와 $\triangle OCI$ 에서

$\overline{OB} = \overline{OC}$,

$\angle OBH = \angle OCI = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$,

$\angle BOH = 90^\circ - \angle HOC = \angle COI$

$\therefore \triangle OBH \equiv \triangle OCI$ (ASA 합동)

$\therefore (\text{색칠한 부분의 넓이}) = \triangle OHC + \triangle OCI$
 $= \triangle OHC + \triangle OBH$
 $= \triangle OBC$
 $= \frac{1}{4} \times (\text{정사각형 } ABCD \text{의 넓이})$
 $= \frac{1}{4} \times (10 \times 10) = 25(\text{cm}^2)$

22 답 13 cm

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$ 의 연장선 위에

$\overline{DF} = \overline{BC}$ 가 되도록 점 F 를 잡고 $\overline{EF}$ 를 긋자.

$\triangle EBF$ 에서 $\angle B = 60^\circ$ 이고,

$\overline{BE} = \overline{BA} + \overline{AE} = \overline{BC} + \overline{BD}$

$= \overline{BC} + \overline{CF} = \overline{BF}$

이므로 $\triangle EBF$ 는 정삼각형이다.

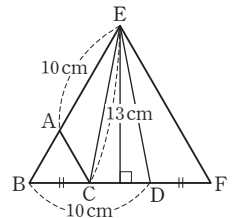
$\therefore \overline{BE} = \overline{EF}$

$\triangle BCE$ 와 $\triangle FDE$ 에서

$\overline{BE} = \overline{FE}$, $\overline{BC} = \overline{FD}$, $\angle EBC = \angle EFD = 60^\circ$ 이므로

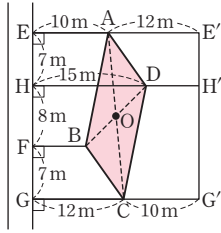
$\triangle BCE \equiv \triangle FDE$ (SAS 합동)

$\therefore \overline{DE} = \overline{CE} = 13 \text{ cm}$



23 답 96 m²

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 O라 하자. 점 O에 대하여 두 점 E, G와 대칭인 점을 각각 G', E'이라 하고, $\overline{HD}$ 의 연장선과 $\overline{E'G'}$ 의 교점을 H'이라 하면 사각형 BAEF와 사각형 DCG'H'은 서로 합동이고, 사각형 CBFH'과 사각형 ADH'E'은 서로 합동이다.



$$\overline{AE'} = \overline{CG} = 12 \text{ m},$$

$$\overline{CG'} = \overline{AE} = 10 \text{ m},$$

$$\overline{DH'} = \overline{HH'} - \overline{HD} = 22 - 15 = 7 \text{ (m)}$$

∴ (사각형 ABCD의 넓이)

$$= (\text{사각형 EGG'E'의 넓이})$$

$$- 2\{(\text{사각형 ADH'E'의 넓이}) + (\text{사각형 DCG'H'의 넓이})\}$$

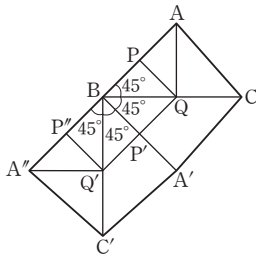
$$= 22 \times 22 - 2 \times \left\{ \frac{(12+7) \times 7}{2} + \frac{(7+10) \times 15}{2} \right\}$$

$$= 484 - 388$$

$$= 96 \text{ (m}^2\text{)}$$

24 답 6

다음 그림과 같이 $\overline{BC}$ 에 대하여 두 점 A, P와 대칭인 점을 각각 A', P'이라 하고, $\overline{BC'}$ 에 대하여 두 점 A', P'과 대칭인 점을 각각 A'', P''이라 하자.



$\triangle PBQ$ 와 $\triangle P'BQ$ 에서

$$\angle PBQ = \angle P'BQ = 45^\circ, \overline{PB} = \overline{P'B}, \overline{QB}$$
는 공통이므로

$$\triangle PBQ \cong \triangle P'BQ \text{ (SAS 합동)}$$

$$\therefore \overline{PQ} = \overline{P'Q}$$

같은 방법으로 하면

$$\triangle P'BQ \cong \triangle P'BQ' \text{ (SAS 합동)이므로}$$

$$\overline{P'Q} = \overline{P'Q'}$$

$$\triangle ABQ \cong \triangle A''BQ' \text{ (SAS 합동)이므로}$$

$$\overline{AQ} = \overline{A''Q'}$$

$$\text{이때 } \angle ABA'' = 45^\circ \times 4 = 180^\circ \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} 2\overline{AQ} + 2\overline{PQ} &= \overline{AQ} + \overline{AQ} + \overline{PQ} + \overline{PQ} \\ &= \overline{AQ} + \overline{A''Q'} + \overline{P'Q} + \overline{P'Q'} \\ &> \overline{AA''} \\ &= 2\overline{AB} = 6 \end{aligned}$$

따라서 a의 최댓값은 6이다.

04 다각형

STEP 1 핵심 문제

▶ 50~51쪽

- 01 ①, ④ 02 정구각형 03 ④ 04 10 05 118°
06 63° 07 112 08 35 09 100° 10 1800° 11 96°
12 ⑤ 13 72°

01 답 ①, ④

- ① 모든 변의 길이가 같고 모든 내각의 크기가 같은 다각형을 정다각형이라 한다.
④ 한 내각의 크기와 한 외각의 크기가 같은 정다각형은 정사각형뿐이다.
따라서 옳지 않은 것은 ①, ④이다.

02 답 정구각형

(가)에서 모든 변의 길이가 같고 모든 내각의 크기가 같은 다각형은 정다각형이다.

(나)에서 대각선의 개수가 27인 다각형을 정n각형이라 하면

$$\frac{n(n-3)}{2} = 27, n(n-3) = 54 = 9 \times 6$$

$$\therefore n = 9$$

따라서 구하는 다각형은 정구각형이다.

03 답 ④

주어진 다각형을 n각형이라 하면 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 (n-3)이므로

$$n-3=17 \quad \therefore n=20$$

즉, 주어진 다각형은 이십각형이다.

따라서 이십각형의 대각선의 개수는

$$\frac{20 \times (20-3)}{2} = \frac{20 \times 17}{2} = 170$$

04 답 10

원 위의 5개의 점 중에서 두 점을 잇는 선분의 개수는 오각형의 변의 개수와 대각선의 개수의 합과 같다.

$$\begin{aligned} \text{따라서 구하는 선분의 개수는} \\ 5 + \frac{5 \times (5-3)}{2} = 5 + 5 = 10 \end{aligned}$$

05 답 118°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$ 를 그으면

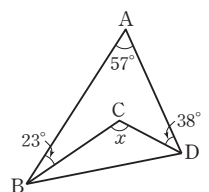
$\triangle ABD$ 에서

$$57^\circ + 23^\circ + 38^\circ + \angle CBD + \angle CDB = 180^\circ$$

$\triangle CBD$ 에서

$$\angle x + \angle CBD + \angle CDB = 180^\circ$$

$$\therefore \angle x = 57^\circ + 23^\circ + 38^\circ = 118^\circ$$



다른 풀이

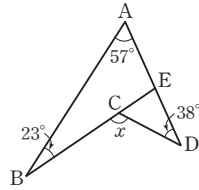
오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$ 의 연장선과 $\overline{AD}$ 의 교점을 E라 하자.

$\triangle ABE$ 에서

$$\angle BED = 57^\circ + 23^\circ = 80^\circ$$

$\triangle CDE$ 에서

$$\angle x = 80^\circ + 38^\circ = 118^\circ$$



06 답 63°

오른쪽 그림의 $\triangle AGD$ 에서

$$\angle BGF = 25^\circ + 24^\circ = 49^\circ$$

$\triangle EFC$ 에서

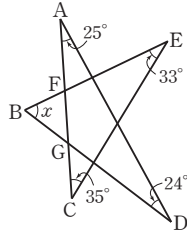
$$\angle BFG = 33^\circ + 35^\circ = 68^\circ$$

따라서 $\triangle BGF$ 에서

$$\angle x + \angle BGF + \angle BFG = 180^\circ$$

$$\angle x + 49^\circ + 68^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle x = 180^\circ - (49^\circ + 68^\circ) = 63^\circ$$



07 답 112

오른쪽 그림에서 $\triangle ABC$ 의 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$\angle A = 180^\circ - (72^\circ + 48^\circ) = 60^\circ$$

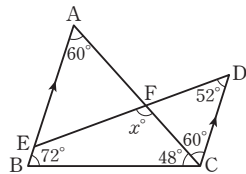
$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 이므로

$$\angle ACD = \angle A = 60^\circ \text{ (엇각)}$$

$\triangle CDF$ 에서

$$\angle EFC = 52^\circ + 60^\circ = 112^\circ$$

$$\therefore x = 112$$



다른 풀이

$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 이므로

$$\angle AED = \angle CDE = 52^\circ \text{ (엇각)}$$

$$\therefore \angle FEB = 180^\circ - \angle AED = 180^\circ - 52^\circ = 128^\circ$$

사각형 EBCF의 내각의 크기의 합은 360° 이므로

$$\angle x = 360^\circ - 128^\circ - 72^\circ - 48^\circ = 112^\circ \quad \therefore x = 112$$

08 답 35

주어진 다각형을 n 각형이라 하면

$$180^\circ \times (n-2) = 1440^\circ, n-2=8$$

$$\therefore n=10$$

즉, 주어진 다각형은 십각형이다.

따라서 십각형의 대각선의 개수는

$$\frac{10 \times (10-3)}{2} = \frac{10 \times 7}{2} = 35$$

09 답 100°

육각형의 외각의 크기의 합은 360° 이므로

$$(180^\circ - \angle x) + 50^\circ + (180^\circ - 110^\circ) + 30^\circ + (180^\circ - 90^\circ) + 40^\circ = 360^\circ$$

$$460^\circ - \angle x = 360^\circ$$

$$\therefore \angle x = 100^\circ$$

다른 풀이

육각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ \times (6-2) = 720^\circ$ 이므로

$$\angle x + (180^\circ - 50^\circ) + 110^\circ + (180^\circ - 30^\circ) + 90^\circ + (180^\circ - 40^\circ) = 720^\circ$$

$$\angle x + 620^\circ = 720^\circ$$

$$\therefore \angle x = 100^\circ$$

10 답 1800°

주어진 정다각형을 정 n 각형이라 하면

$$\frac{360^\circ}{n} = 30^\circ \quad \therefore n=12$$

즉, 주어진 정다각형은 정십이각형이다.

따라서 정십이각형의 내각의 크기의 합은

$$180^\circ \times (12-2) = 1800^\circ$$

11 답 96°

오른쪽 그림에서

$\angle a$ 는 정육각형의 한 외각이므로

$$\angle a = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$$

$\angle b$ 는 정오각형의 한 외각이므로

$$\angle b = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$$

$\angle c$ 의 크기는 정육각형과 정오각형의 한 외각의 크기의 합이므로

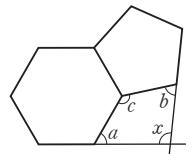
$$\angle c = 60^\circ + 72^\circ = 132^\circ$$

사각형의 내각의 크기의 합은 360° 이므로

$$\angle a + \angle x + \angle b + \angle c = 360^\circ$$

$$60^\circ + \angle x + 72^\circ + 132^\circ = 360^\circ$$

$$\angle x + 264^\circ = 360^\circ \quad \therefore \angle x = 96^\circ$$



12 답 ⑤

한 내각의 크기와 한 외각의 크기의 합은 180° 이므로

$$(\text{한 외각의 크기}) = 180^\circ \times \frac{1}{9+1} = 18^\circ$$

구하는 정다각형을 정 n 각형이라 하면

$$\frac{360^\circ}{n} = 18^\circ \quad \therefore n=20$$

따라서 구하는 정다각형은 정이십각형이다.

비법 NOTE

정다각형의 한 내각의 크기와 한 외각의 크기의 비가 $m : n$ 일 때,

$$(\text{한 내각의 크기}) = 180^\circ \times \frac{m}{m+n}, (\text{한 외각의 크기}) = 180^\circ \times \frac{n}{m+n}$$

13 답 72°

$$\text{정오각형의 한 내각의 크기는 } \frac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ \quad \dots\dots ①$$

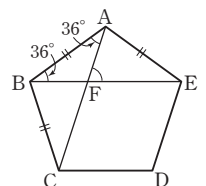
오른쪽 그림에서 $\triangle ABC$ 는

$\overline{BA} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle BAC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 108^\circ) = 36^\circ$$

$\triangle ABE$ 는 $\overline{AB} = \overline{AE}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle ABE = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 108^\circ) = 36^\circ \quad \dots\dots ②$$



따라서 $\triangle ABF$ 에서
 $\angle AFE = \angle BAF + \angle ABF$
 $= 36^\circ + 36^\circ$
 $= 72^\circ$

채점 기준

① 정오각형의 한 내각의 크기 구하기	40%
② $\angle BAC$, $\angle ABE$ 의 크기 각각 구하기	40%
③ $\angle AFE$ 의 크기 구하기	20%

STEP 2 고난도 문제

▶ 52~58쪽

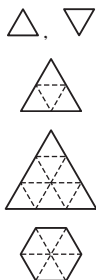
01 10	02 14	03 8	04 ①	05 ⑤	06 105
07 ②	08 35	09 160	10 79	11 92°	12 34°
13 116°	14 ③	15 90°	16 105°	17 27°	18 20°
19 54°	20 ③	21 124°	22 ⑤	23 180°	24 104°
25 360°	26 1080°	27 330°	28 360°	29 540°	30 1080°
31 360°	32 ③, ④	33 ⑤	34 ③	35 60°	36 135
37 48°	38 144°	39 36°	40 10	41 10	42 12

01 답 10

- (i) 와 같은 모양인 정사각형의 개수: 6
 (ii) 와 같은 모양인 정사각형의 개수: 2
 (iii) 와 같은 모양인 정사각형의 개수: 2
 (i), (ii), (iii)에서 만들 수 있는 정사각형의 개수는
 $6 + 2 + 2 = 10$

02 답 14

- (i) 작은 정삼각형 1개로 이루어진 정삼각형의 개수: 9
 (ii) 작은 정삼각형 4개로 이루어진 정삼각형의 개수: 3
 (iii) 작은 정삼각형 9개로 이루어진 정삼각형의 개수: 1
 (iv) 작은 정삼각형 6개로 이루어진 정육각형의 개수: 1
 (i)~(iv)에서 정다각형의 개수는 $9 + 3 + 1 + 1 = 14$



03 답 8

오른쪽 그림의 정육각형 ABCDEF에서 3개의 꼭짓점을 연결하여 만들 수 있는 이등변삼각형의 모양은 $\triangle ABF$, $\triangle ACE$ 의 2가지이다.

$AB = BC = CD = DE = EF = FA$ 이므로

$\triangle ABF$, $\triangle BCA$, $\triangle CDB$, $\triangle DEC$,

$\triangle EFD$, $\triangle FAE$ 의 6개

$\overline{AC} = \overline{CE} = \overline{EA} = \overline{BD} = \overline{DF} = \overline{FB}$ 이므로

$\triangle ACE$, $\triangle BDF$ 의 2개

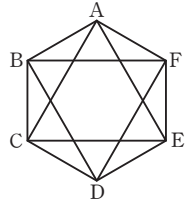
따라서 만들 수 있는 이등변삼각형의 개수는

$$6 + 2 = 8$$

참고 $\triangle ABF = \triangle BCA = \triangle CDB = \triangle DEC = \triangle EFD$

$\equiv \triangle FAE$ (SAS 합동)

$$\therefore \overline{AC} = \overline{CE} = \overline{EA} = \overline{BD} = \overline{DF} = \overline{FB}$$



04 답 ①

구하는 다각형을 n 각형이라 하면 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $n-3$ 이므로

$$a = n - 3$$

이때 만들어지는 삼각형의 개수는 $n-2$ 이므로

$$b = n - 2$$

즉, $a + b = 21$ 에서 $(n-3) + (n-2) = 21$

$$2n - 5 = 21, 2n = 26 \quad \therefore n = 13$$

따라서 구하는 다각형은 십삼각형이다.

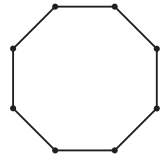
05 답 ⑤

오른쪽 그림과 같이 8명의 학생을 8개의 점으로 놓고 서로 연결하면 팔각형을 만들 수 있다.

이웃하는 학생끼리 악수를 하는 횟수는 팔각형의 변의 개수와 같으므로 8번이고, 이웃하지 않는 학생끼리 악수를 하는 횟수는 팔각형의 대각선의

개수와 같으므로 $\frac{8 \times (8-3)}{2} = 20$ (번)이다.

따라서 악수를 하는 횟수는 모두 $8 + 20 = 28$ (번)이다.



06 답 105

주어진 다각형을 n 각형이라 하면

$$a = n, b = \frac{n(n-3)}{2} \text{이고 } a : b = 1 : 6 \text{이므로}$$

$$n : \frac{n(n-3)}{2} = 1 : 6, \frac{n(n-3)}{2} = 6n$$

$$\frac{n-3}{2} = 6, n-3 = 12 \quad \therefore n = 15$$

따라서 주어진 다각형은 십오각형이므로

$$a = n = 15,$$

$$b = \frac{n(n-3)}{2} = \frac{15 \times (15-3)}{2} = 90$$

$$\therefore a + b = 15 + 90 = 105$$

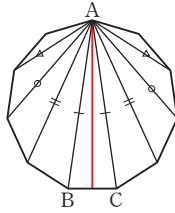
07 답 ②

주어진 정다각형을 정 n 각형이라 하면 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $n-3$ 이므로

$$n-3=8 \quad \therefore n=11$$

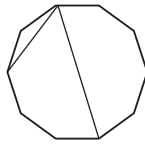
즉, 주어진 정다각형은 정십일각형이다.

따라서 오른쪽 그림과 같이 정십일각형은 점 A와 $\overline{BC}$ 의 중점을 연결한 선분에 대하여 대칭이므로 길이가 서로 다른 대각선의 개수는 4이다.



08 답 35

주어진 다각형의 한 꼭짓점에서 두 개의 대각선을 그었을 때, 삼각형, 오각형, 육각형의 세 부분으로 나누어지므로 주어진 다각형은 오른쪽 그림과 같은 십각형이다.



따라서 십각형의 대각선의 개수는

$$\frac{10 \times (10-3)}{2} = 35$$

09 답 160

20개의 점 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{20}$ 을 순서대로 연결하여 만든 다각형은 정이십각형이므로 대각선의 개수는

$$\frac{20 \times 17}{2} = 170$$

이 대각선 중에서 길이가 10인 대각선은 $\overline{P_1P_{11}}, \overline{P_2P_{12}}, \overline{P_3P_{13}}, \dots, \overline{P_{10}P_{20}}$ 의 10개이고 이들은 원의 지름이므로 대각선 중에서 가장 긴 대각선이다.

따라서 정이십각형의 대각선 중에서 길이가 10보다 짧은 대각선의 개수는

$$170 - 10 = 160$$

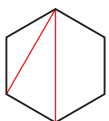
비법 NOTE

한 원에서 원의 둘레 위의 두 점을 연결한 선분 중 그 길이가 가장 긴 선분은 원의 지름이다.

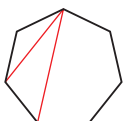
정이십각형의 대각선의 길이는 원의 지름의 길이인 10과 같거나 10보다 짧으므로 길이가 10보다 짧은 대각선의 개수는 대각선의 총 개수에서 길이가 10인 대각선의 개수를 뺀 것과 같다.

10 답 79

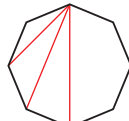
다음 그림과 같이 $f(6)=2, f(7)=2, f(8)=3, f(9)=3$ 이므로



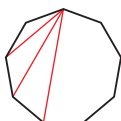
[정육각형]



[정칠각형]



[정팔각형]



[정구각형]

$$f(10)=f(11)=4, f(12)=f(13)=5, f(14)=f(15)=6,$$

$$f(16)=f(17)=7, f(18)=f(19)=8, f(20)=9$$

$$\therefore f(6)+f(7)+\dots+f(20)=2 \times (2+3+\dots+8)+9=79$$

11 답 92°

$$\triangle ABC \text{에서 } \angle B + \angle C = 180^\circ - 48^\circ = 132^\circ$$

$\triangle DBC$ 에서

$$\angle BDC = 180^\circ - (\angle DBC + \angle DCB)$$

$$= 180^\circ - \frac{2}{3}(\angle B + \angle C)$$

$$= 180^\circ - \frac{2}{3} \times 132^\circ$$

$$= 92^\circ$$

12 답 34°

오른쪽 그림의 $\triangle ABC$ 에서

$$\angle ACE = \angle x + 35^\circ$$

$\triangle CDE$ 에서

$$\angle x + 35^\circ = \angle CED + 40^\circ \text{이므로}$$

$$\angle CED = \angle x - 5^\circ$$

$$\angle FEG = \angle CED = \angle x - 5^\circ (\text{맞꼭지각})$$

이므로

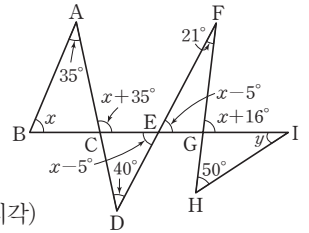
$\triangle FEG$ 에서

$$\angle FGI = 21^\circ + (\angle x - 5^\circ) = \angle x + 16^\circ$$

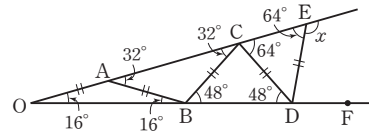
또 $\triangle IGH$ 에서 $\angle FGI = \angle y + 50^\circ$ 이므로

$$\angle x + 16^\circ = \angle y + 50^\circ$$

$$\therefore \angle x - \angle y = 34^\circ$$



13 답 116°



위의 그림에서 $\triangle AOB$ 는 $\overline{AO} = \overline{AB}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle ABO = \angle AOB = 16^\circ$$

$$\therefore \angle BAC = 16^\circ + 16^\circ = 32^\circ$$

$\triangle CAB$ 는 $\overline{BA} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle BCA = \angle BAC = 32^\circ$$

$\triangle COB$ 에서

$$\angle CBD = \angle COB + \angle BCO = 16^\circ + 32^\circ = 48^\circ$$

$\triangle CBD$ 는 $\overline{CB} = \overline{CD}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle CDB = \angle CBD = 48^\circ$$

$\triangle COD$ 에서

$$\angle DCE = \angle COD + \angle CDO = 16^\circ + 48^\circ = 64^\circ$$

$\triangle ECD$ 는 $\overline{DC} = \overline{DE}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle DEC = \angle DCE = 64^\circ$$

$$\therefore \angle x = 180^\circ - \angle DEC = 180^\circ - 64^\circ = 116^\circ$$

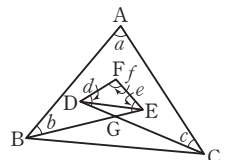
14 답 ③

오른쪽 그림과 같이 점 A, B, C, ..., G를

정하고 $\overline{BC}, \overline{DE}$ 를 그으면

$$\angle DGE = \angle BGC (\text{맞꼭지각}) \text{이므로}$$

$$\angle GBC + \angle GCB = \angle GDE + \angle GED$$



$$\begin{aligned}
 \therefore \angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e &= \angle a + \angle b + \angle c + (\angle FDE + \angle GDE) + (\angle FED + \angle GED) \\
 &= (\angle a + \angle b + \angle c + \angle GDE + \angle GED) + (\angle FDE + \angle FED) \\
 &= (\angle a + \angle b + \angle c + \angle GBC + \angle GCB) + (\angle FDE + \angle FED) \\
 &= (\triangle ABC \text{의 내각의 크기의 합}) + (\angle FDE + \angle FED)
 \end{aligned}$$

이때 $\triangle FDE$ 에서

$$\angle FDE + \angle FED = 180^\circ - \angle f = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ \text{이므로}$$

$$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e = 180^\circ + 80^\circ = 260^\circ$$

15 답 90°

오른쪽 그림에서

$$\angle ADE = \angle CDE = \angle a,$$

$$\angle GBE = \angle FBE = \angle b \text{라 하면}$$

$$\angle DFC = \angle ADF = \angle a \text{(엇각)},$$

$$\angle BCD = \angle GBC = 2\angle b \text{(엇각)}$$

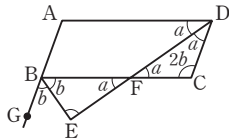
$$\triangle DFC \text{에서 } 2\angle a + 2\angle b = 180^\circ \text{이므로}$$

$$\angle a + \angle b = 90^\circ$$

$$\triangle BEF \text{에서 } \angle BFE = \angle DFC = \angle a \text{(맞꼭지각)}$$

$$\therefore \angle BED = 180^\circ - (\angle a + \angle b)$$

$$= 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$



16 답 105°

오른쪽 그림에서 $\angle AEG = \angle GED = \angle a$,

$$\angle GFC = \angle DFG = \angle b \text{라 하면}$$

$$\triangle EAD \text{에서 } \angle ADE = 70^\circ - 2\angle a$$

$$\triangle DCF \text{에서 } \angle CDF = 80^\circ - 2\angle b$$

$$\angle ADE = \angle CDF \text{(맞꼭지각)이므로}$$

$$70^\circ - 2\angle a = 80^\circ - 2\angle b,$$

$$2(\angle b - \angle a) = 10^\circ$$

$$\therefore \angle b - \angle a = 5^\circ$$

$\triangle EGH$ 와 $\triangle CFH$ 에서

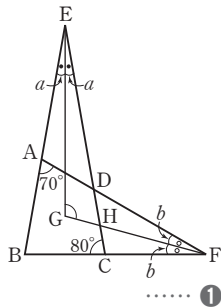
$$\angle GEH + \angle EGH = \angle CFH + \angle HCF \text{이므로}$$

$$\angle a + \angle EGF = \angle b + 100^\circ$$

$$\therefore \angle EGF = (\angle b - \angle a) + 100^\circ$$

$$= 5^\circ + 100^\circ$$

$$= 105^\circ$$



채점 기준

① $\angle GFC - \angle GED$ 의 크기 구하기	40%
② $\angle GEH + \angle EGH = \angle CFH + \angle HCF$ 임을 이용하여 식 세우기	40%
③ $\angle EGF$ 의 크기 구하기	20%

17 답 27°

$\triangle DBE$ 는 $\triangle ABC$ 를 점 B를 중심으로 시계 반대 방향으로 30° 만큼 회전시킨 것이므로 $\triangle DBE \equiv \triangle ABC$

$$\angle DBE = \angle ABC \text{에서}$$

$$\angle DBA + \angle ABE = \angle ABE + 30^\circ$$

$$\therefore \angle DBA = 30^\circ$$

$\triangle DBA$ 는 $\overline{DB} = \overline{AB}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle BAD = \angle BDA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$$

$\triangle BAE$ 에서

$$\angle AEB = \angle ACB = 48^\circ \text{이고}$$

$$\angle BAD = \angle ABE + \angle AEB \text{이므로}$$

$$75^\circ = \angle ABE + 48^\circ \quad \therefore \angle ABE = 27^\circ$$

18 답 20°

오른쪽 그림에서 $\angle ABE = \angle a$,

$$\angle ACE = \angle b \text{라 하면}$$

$$\angle EBC = \angle ABE = \angle a \text{(접은 각)},$$

$$\angle ECD = \angle ACE = \angle b \text{(접은 각)}$$

$\triangle ABC$ 에서

$$\angle ACD = 40^\circ + \angle ABC \text{이므로}$$

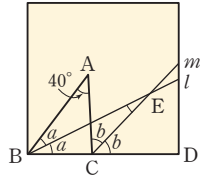
$$2\angle b = 40^\circ + 2\angle a$$

$$\therefore \angle b - \angle a = 20^\circ$$

$$\triangle EBC \text{에서 } \angle ECD = \angle BEC + \angle EBC \text{이므로}$$

$$\angle b = \angle BEC + \angle a$$

$$\therefore \angle BEC = \angle b - \angle a = 20^\circ$$



19 답 54°

오른쪽 그림에서 $\angle DBE = \angle EBC = \angle a$,

$$\angle BCE = \angle ECF = \angle b \text{라 하면}$$

$\triangle ABC$ 에서

$$\angle ABC = 180^\circ - 2\angle a,$$

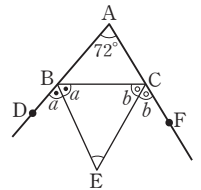
$$\angle ACB = 180^\circ - 2\angle b \text{이므로}$$

$$72^\circ + (180^\circ - 2\angle a) + (180^\circ - 2\angle b) = 180^\circ$$

$$2\angle a + 2\angle b = 252^\circ \quad \therefore \angle a + \angle b = 126^\circ$$

따라서 $\triangle BEC$ 에서

$$\angle BEC = 180^\circ - (\angle a + \angle b) = 180^\circ - 126^\circ = 54^\circ$$



20 답 ③

오른쪽 그림과 같이 점 A, B, C, ..., J를 정하자.

$\triangle ADH$ 에서

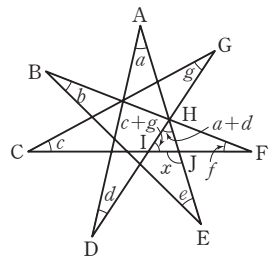
$$\angle DHE = \angle a + \angle d$$

$\triangle GCI$ 에서

$$\angle GIF = \angle c + \angle g$$

따라서 $\triangle HIJ$ 에서

$$\angle x = (\angle a + \angle d) + (\angle c + \angle g) = \angle a + \angle c + \angle d + \angle g$$



21 답 124°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AM}$ 의 연장선 위에

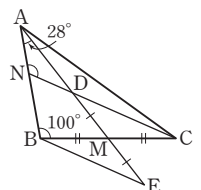
$\overline{DM} = \overline{ME}$ 인 점 E를 잡으면

$\triangle MCD$ 와 $\triangle MBE$ 에서

$$\overline{CM} = \overline{BM}, \overline{DM} = \overline{EM},$$

$$\angle DMC = \angle EMB \text{(맞꼭지각)이므로}$$

$$\triangle MCD \equiv \triangle MBE \text{(SAS 합동)}$$



$$\therefore \overline{BE} = \overline{CD} = \overline{AB}$$

즉, $\triangle ABE$ 는 $\overline{AB} = \overline{BE}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle BEA = \angle BAE = 28^\circ$$

$$\angle CDM = \angle BEM = 28^\circ$$

$$\angle ADN = \angle CDM = 28^\circ$$

따라서 $\triangle AND$ 에서

$$\angle ANC = 180^\circ - (28^\circ + 28^\circ) = 124^\circ$$

22 답 ⑤

오각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ \times (5-2) = 540^\circ$ 이므로

$$\angle A + \angle B + 100^\circ + \angle D + \angle E = 540^\circ$$

이때 $\angle FAE = \angle FAB$, $\angle FBC = \angle FBA$, $\angle GDC = \angle GDE$,

$\angle GEA = \angle GED$ 이므로

$$2\angle FAB + 2\angle FBA + 100^\circ + 2\angle GDE + 2\angle GED = 540^\circ$$

$$2\angle FAB + 2\angle FBA + 2\angle GDE + 2\angle GED = 440^\circ$$

$$\therefore \angle FAB + \angle FBA + \angle GDE + \angle GED = 220^\circ$$

따라서 $\triangle ABF$ 와 $\triangle EDG$ 에서

$$\angle F + \angle G$$

$$= 180^\circ - (\angle FAB + \angle FBA) + 180^\circ - (\angle GDE + \angle GED)$$

$$= 360^\circ - (\angle FAB + \angle FBA + \angle GDE + \angle GED)$$

$$= 360^\circ - 220^\circ$$

$$= 140^\circ$$

23 답 180°

오른쪽 그림에서 $\angle PAB = \angle a$,

$\angle PBA = \angle b$, $\angle QCD = \angle c$,

$\angle QDC = \angle d$ 라 하면 사각형 ABCD의 외

각의 크기의 합은 360° 이므로

$$2(\angle a + \angle b + \angle c + \angle d) = 360^\circ$$

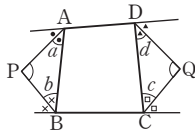
$$\therefore \angle a + \angle b + \angle c + \angle d = 180^\circ$$

이때 $\triangle PBA$ 와 $\triangle QDC$ 에서

$$(\angle P + \angle a + \angle b) + (\angle Q + \angle c + \angle d) = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$$

$$\angle P + \angle Q + 180^\circ = 360^\circ$$

$$\therefore \angle P + \angle Q = 360^\circ - 180^\circ = 180^\circ$$



24 답 104°

오른쪽 그림에서 $\angle EAF = \angle a$,

$\angle EDF = \angle b$ 라 하면

$\angle BAE = 3\angle a$, $\angle CDE = 3\angle b$

오각형의 내각의 크기의 합은

$$180^\circ \times (5-2) = 540^\circ \text{이므로}$$

오각형 ABCDF에서

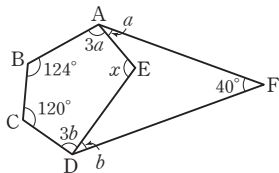
$$4\angle a + 124^\circ + 120^\circ + 4\angle b + 40^\circ = 540^\circ$$

$$4(\angle a + \angle b) = 256^\circ$$

$$\therefore \angle a + \angle b = 64^\circ$$

오각형 ABCDE에서

$$3\angle a + 124^\circ + 120^\circ + 3\angle b + \angle x = 540^\circ$$



$$3\angle a + 3\angle b + \angle x = 296^\circ$$

$$\therefore \angle x = 296^\circ - 3(\angle a + \angle b)$$

$$= 296^\circ - 3 \times 64^\circ$$

$$= 296^\circ - 192^\circ = 104^\circ$$

25 답 360°

오른쪽 그림과 같이 점 A, B, C, ..., H를 정하자.

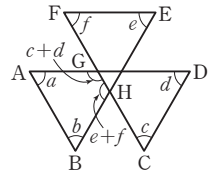
$\triangle GCD$ 에서

$$\angle AGC = \angle c + \angle d$$

$\triangle FHE$ 에서

$$\angle FHB = \angle e + \angle f$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f \\ = (\text{사각형 ABHG의 내각의 크기의 합}) \\ = 360^\circ \end{aligned}$$



26 답 1080°

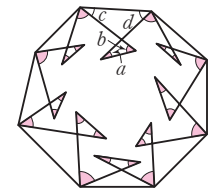
오른쪽 그림과 같이 보조선을 그으면 맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로

$$\angle a + \angle b = \angle c + \angle d$$

같은 방법으로 팔각형의 모든 변에서 생각하면 색칠한 모든 각의 크기의 합은 팔각형의 내각의 크기의 합과 같다.

따라서 색칠한 모든 각의 크기의 합은

$$180^\circ \times (8-2) = 1080^\circ$$



27 답 330°

오른쪽 그림과 같이 점 G, H를 정하자.

$\triangle EGF$ 에서

$$\angle AGE = \angle E + 30^\circ$$

$\triangle AGH$ 에서

$$\begin{aligned} \angle BHD = \angle A + \angle AGH \\ = \angle A + (\angle E + 30^\circ) \end{aligned}$$

사각형 HBCD에서

$$\angle BHD + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ \text{이므로}$$

$$(\angle A + \angle E + 30^\circ) + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$$

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 330^\circ$$

[다른 풀이]

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$, $\overline{BD}$ 를 긋고,

$\angle EAD = \angle a$, $\angle AEB = \angle b$,

$\angle EBD = \angle c$, $\angle ADB = \angle d$ 라 하면

$\angle a + \angle b = \angle c + \angle d$ 이므로

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F$$

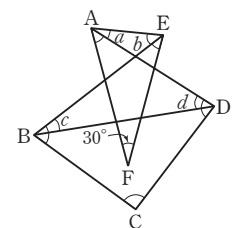
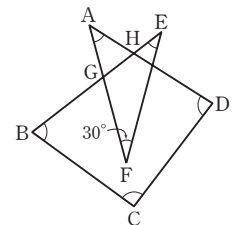
$= (\triangle AFE \text{의 내각의 크기의 합})$

$+ (\triangle BCD \text{의 내각의 크기의 합})$

$$= 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$$

이때 $\angle F = 30^\circ$ 이므로

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 360^\circ - 30^\circ = 330^\circ$$



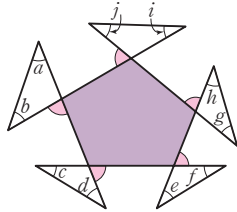
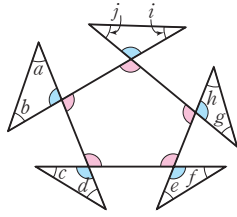
28 답 360°

맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로

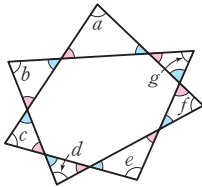
$$\begin{aligned} & \angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e \\ & + \angle f + \angle g + \angle h + \angle i + \angle j \\ & = (5\text{개의 삼각형의 내각의 크기의 합}) \\ & \quad - (\text{오각형의 내각의 크기의 합}) \\ & = 180^\circ \times 5 - 180^\circ \times (5-2) \\ & = 900^\circ - 540^\circ = 360^\circ \end{aligned}$$

다른 풀이

오른쪽 그림에서 구하는 각의 크기는 색칠한 오각형의 외각의 크기의 합과 같으므로 360°이다.

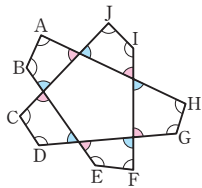


29 답 540°



$$\begin{aligned} & \angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f + \angle g \\ & = (7\text{개의 삼각형의 내각의 크기의 합}) \\ & \quad - (\text{칠각형의 외각의 크기의 합}) \times 2 \\ & = 180^\circ \times 7 - 360^\circ \times 2 \\ & = 1260^\circ - 720^\circ \\ & = 540^\circ \end{aligned}$$

30 답 1080°

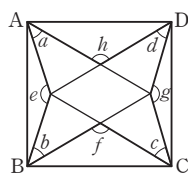


$$\begin{aligned} & \angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G + \angle H + \angle I + \angle J \\ & = (5\text{개의 사각형의 내각의 크기의 합}) \\ & \quad - (\text{오각형의 외각의 크기의 합}) \times 2 \\ & = 360^\circ \times 5 - 360^\circ \times 2 \\ & = 1800^\circ - 720^\circ \\ & = 1080^\circ \end{aligned}$$

31 답 360°

오른쪽 그림과 같이 사각형 ABCD를 그리면 사각형의 내각의 크기의 합은 360°이므로

$$\begin{aligned} & 360^\circ - (\angle a + \angle b + \angle c + \angle d) \\ & = (180^\circ - \angle e) + (180^\circ - \angle f) \\ & \quad + (180^\circ - \angle g) + (180^\circ - \angle h) \\ & = 720^\circ - (\angle e + \angle f + \angle g + \angle h) \end{aligned}$$



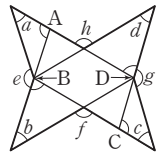
$$\begin{aligned} & \therefore \angle e + \angle f + \angle g + \angle h - (\angle a + \angle b + \angle c + \angle d) \\ & = 720^\circ - 360^\circ = 360^\circ \end{aligned}$$

다른 풀이

오른쪽 그림에서 사각형 ABCD의 외각의 크기의 합은 360°이므로

$$\begin{aligned} & (\angle e - \angle a) + (\angle f - \angle b) + (\angle g - \angle c) \\ & + (\angle h - \angle d) = 360^\circ \end{aligned}$$

$$\therefore \angle e + \angle f + \angle g + \angle h - (\angle a + \angle b + \angle c + \angle d) = 360^\circ$$



32 답 ③, ④

점 P에 모이는 세 정다각형의 한 내각의 크기의 합이 360°가 되어야 한다.

① 점 P에 모이는 정삼각형, 정오각형, 정팔각형의 한 내각의 크기의 합은

$$\begin{aligned} & 60^\circ + \frac{180^\circ \times (5-2)}{5} + \frac{180^\circ \times (8-2)}{8} = 60^\circ + 108^\circ + 135^\circ \\ & = 303^\circ \end{aligned}$$

② 점 P에 모이는 정삼각형, 정구각형, 정십이각형의 한 내각의 크기의 합은

$$\begin{aligned} & 60^\circ + \frac{180^\circ \times (9-2)}{9} + \frac{180^\circ \times (12-2)}{12} = 60^\circ + 140^\circ + 150^\circ \\ & = 350^\circ \end{aligned}$$

③ 점 P에 모이는 정사각형, 정육각형, 정십이각형의 한 내각의 크기의 합은

$$\begin{aligned} & 90^\circ + \frac{180^\circ \times (6-2)}{6} + \frac{180^\circ \times (12-2)}{12} = 90^\circ + 120^\circ + 150^\circ \\ & = 360^\circ \end{aligned}$$

④ 점 P에 모이는 정오각형 2개와 정십이각형의 한 내각의 크기의 합은

$$\begin{aligned} & \frac{180^\circ \times (5-2)}{5} \times 2 + \frac{180^\circ \times (10-2)}{10} = 108^\circ \times 2 + 144^\circ \\ & = 360^\circ \end{aligned}$$

⑤ 점 P에 모이는 정육각형과 정팔각형 2개의 한 내각의 크기의 합은

$$\begin{aligned} & \frac{180^\circ \times (6-2)}{6} + \frac{180^\circ \times (8-2)}{8} \times 2 = 120^\circ + 135^\circ \times 2 \\ & = 390^\circ \end{aligned}$$

따라서 순서쌍 (a, b, c)가 될 수 있는 것은 ③, ④이다.

33 답 ⑤

정칠각형 ABCDEFG에서 $\overline{AD} = \overline{BE}$ 이므로 사각형 ABCD와 사각형 BCDE는 합동이다.

△PDE에서

$$\angle APE = \angle BED + \angle ADE = \angle ADC + \angle ADE = \angle CDE$$

따라서 정칠각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180^\circ \times (7-2)}{7} = \frac{900^\circ}{7} \text{이므로}$$

$$\angle APE = \frac{900^\circ}{7}$$

34 답 ③

오른쪽 그림과 같이 점 A, B, C, ..., H를 정하자. 정삼각형, 정사각형, 정오각형의 한 내각의 크기는 각각 60° , 90° ,

$$\frac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ \text{이므로}$$

$\triangle BCH$ 에서

$$\begin{aligned} \angle HBC &= 108^\circ - \angle ABE \\ &= 108^\circ - 60^\circ = 48^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \angle BCH &= 108^\circ - \angle GCD \\ &= 108^\circ - 90^\circ = 18^\circ \end{aligned}$$

$$\therefore \angle BHC = 180^\circ - (48^\circ + 18^\circ) = 114^\circ$$

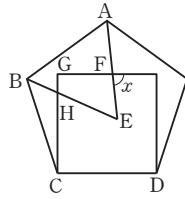
이때 사각형 GHEF에서 $\angle GHE = \angle BHC = 114^\circ$ (맞꼭지각),

$$\angle FEH = 60^\circ, \angle FGH = 90^\circ \text{이므로}$$

$$114^\circ + 60^\circ + \angle GFE + 90^\circ = 360^\circ$$

$$264^\circ + \angle GFE = 360^\circ \quad \therefore \angle GFE = 96^\circ$$

$$\therefore \angle x = 180^\circ - 96^\circ = 84^\circ$$



35 답 60°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$ 의 연장선과

$\overline{PD}$ 의 교점을 Q라 하면 $\angle PBQ$,

$\angle PDC$, $\angle QCD$ 는 정구각형의 외각

이므로

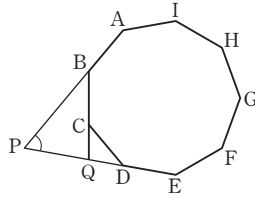
$$\begin{aligned} \angle PBQ &= \angle PDC = \angle QCD \\ &= \frac{360^\circ}{9} = 40^\circ \end{aligned}$$

$\triangle CQD$ 에서

$$\begin{aligned} \angle BQP &= \angle QCD + \angle QDC \\ &= 40^\circ + 40^\circ = 80^\circ \end{aligned}$$

따라서 $\triangle BPQ$ 에서

$$\begin{aligned} \angle BPD &= 180^\circ - (40^\circ + 80^\circ) \\ &= 60^\circ \end{aligned}$$



36 답 135

만들어지는 다각형은 모든 변의 길이가 같고 모든 외각의 크기가 20° 로 같으므로 정다각형이다.

만들어지는 다각형을 정 n 각형이라 하면

$$\frac{360^\circ}{n} = 20^\circ \quad \therefore n = 18$$

따라서 만들어지는 다각형은 정십팔각형이므로 대각선의 개수는

$$\frac{18 \times (18-3)}{2} = 135$$

37 답 48°

정오각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$

$\overline{BF}$ 는 정오각형의 외각을 이등분하므로

$$\angle FBA = \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ$$

$\overline{EF}$ 는 정오각형의 외각을 삼등분하므로

$$\angle FEA = \frac{1}{3} \times 72^\circ = 24^\circ$$

정오각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ \text{이므로}$$

$$\angle BFE + 36^\circ + 24^\circ = \angle A = 108^\circ$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle BFE &= 108^\circ - (36^\circ + 24^\circ) \\ &= 48^\circ \end{aligned}$$

38 답 144°

$\triangle BAE$ 와 $\triangle CBF$ 에서

$\overline{BE} = \overline{CF}$, $\angle ABE = \angle BCF$, $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로

$\triangle BAE \cong \triangle CBF$ (SAS 합동)

$$\therefore \angle BAE = \angle CBF$$

$\triangle BAG$ 에서

$$\begin{aligned} \angle AGF &= \angle BAG + \angle GBA \\ &= \angle CBF + \angle GBA \\ &= \angle B \end{aligned}$$

따라서 $\angle AGF$ 의 크기는 정십각형의 한 내각의 크기와 같으므로

$$\angle AGF = \frac{180^\circ \times (10-2)}{10} = 144^\circ$$

39 답 36°

오른쪽 그림과 같이 두 점 E, D를 지나고 두 직선 l, m 에 평행한 두 직선 p, q 를 긋자.

정오각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ \text{이므로}$$

$$\angle x + 108^\circ + 25^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle x = 47^\circ$$

$l \parallel p$ 이므로 $\angle AEG = \angle FAE = 25^\circ$ (엇각)

$$\begin{aligned} \therefore \angle GED &= 108^\circ - \angle AEG \\ &= 108^\circ - 25^\circ = 83^\circ \end{aligned}$$

$\angle EDI = \angle GED = 83^\circ$ (엇각)이므로

$\angle EDH + \angle EDI = 180^\circ$ 에서

$$\angle EDH + 83^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle EDH = 97^\circ$$

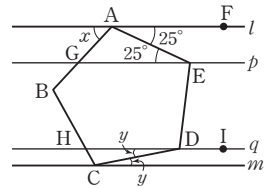
이때 $m \parallel q$ 이므로 $\angle HDC = \angle y$ (엇각)

$$\angle HDC + \angle EDH = 108^\circ$$

$$\angle y + 97^\circ = 108^\circ$$

$$\therefore \angle y = 11^\circ$$

$$\therefore \angle x - \angle y = 47^\circ - 11^\circ = 36^\circ$$



40 답 10

원의 내부에 만들어지는 도형은 모든 변의 길이가 같고 모든 내각의 크기가 같으므로 정다각형이다.

원의 내부에 만들어지는 도형을 정 n 각형이라 하자.

정오각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ \text{이므로 원의 내부에}$$

만들어지는 정 n 각형의 한 내각의 크기는

$$360^\circ - 108^\circ \times 2 = 144^\circ \text{이다.}$$

$$\text{이때 } \frac{180^\circ \times (n-2)}{n} = 144^\circ \text{이므로}$$

$$180^\circ \times (n-2) = 144^\circ n, 180^\circ n - 360^\circ = 144^\circ n$$

$$36^\circ n = 360^\circ \quad \therefore n=10$$

따라서 원의 내부에 만들어지는 도형은 정십각형이므로 필요한 정오각형은 10개이다.

[다른 풀이]

오른쪽 그림과 같이 이어 붙이는 정오각형의 두 변의 연장선의 교점을 원의 중심 O라 하자.

정오각형의 한 외각의 크기는

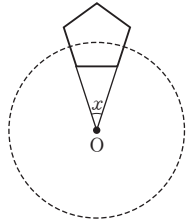
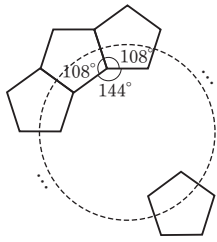
$$\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$$

삼각형의 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$\angle x = 180^\circ - 2 \times 72^\circ = 36^\circ$$

즉, 하나의 정오각형이 36° 만큼 원주를 채우므로

$$360^\circ \div 36^\circ = 10(\text{개}) \text{의 정오각형이 필요하다.}$$



41 답 10

정 n 각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ \times (n-2)}{n} = 180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$ 이므로

이 식에서 각의 크기가 짝수가 되려면 $\frac{360^\circ}{n}$ 가 짝수이어야 한다.

이때 $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 n 은 $3 \leq n \leq 20$ 인 $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 약수가 되어야 한다.

따라서 구하는 n 의 개수는 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20의 10개이다.

42 답 12

각 변마다 2개의 교점이 생기므로 2개의 같은 정 n 각형을 겹치면 작은 삼각형을 제외한 부분은 $2n$ 각형이 된다.

따라서 $2n$ 각형의 내각의 크기의 합은 3960° 이므로

$$180^\circ \times (2n-2) = 3960^\circ, 2n-2=22$$

$$\therefore n=12$$

* STEP 3 최고난도 문제

▶ 59쪽

01 74 02 275 03 54° 04 60° 05 540° 06 338°

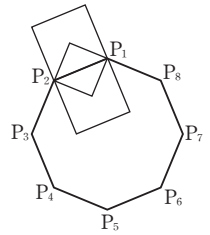
01 답 74

정팔각형의 모든 꼭짓점 중에서 두 개의 꼭짓점을 공유하는 경우는 모두 몇 가지인지 먼저 생각한다.

(i) 인접한 두 점을 공유하는 경우

오른쪽 그림과 같이 두 점 P_1, P_2 에서 3개의 정사각형을 그릴 수 있다.

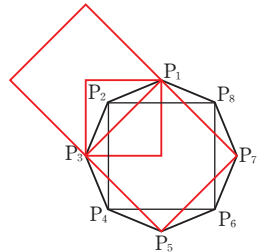
나머지 두 점 $(P_2, P_3), (P_3, P_4), (P_4, P_5), (P_5, P_6), (P_6, P_7), (P_7, P_8), (P_8, P_1)$ 에서도 같은 방법으로 하면 구하는 정사각형의 개수는 $3 \times 8 = 24$



(ii) 한 칸 건너 두 점을 공유하는 경우

오른쪽 그림과 같이 두 점 P_1, P_3 에서 3개의 정사각형을 그릴 수 있다.

나머지 두 점 $(P_2, P_4), (P_3, P_5), (P_4, P_6), (P_5, P_7), (P_6, P_8), (P_7, P_1), (P_8, P_2)$ 에서도 각각 3개의 정사각형을 그릴 수 있는데, 사각형 $P_1P_3P_5P_7, P_2P_4P_6P_8$ 과 중복되는 정사각형이 3개씩 더 있으므로 구하는 정사각형의 개수는 $3 \times 8 - 3 \times 2 = 18$



(iii) 두 칸 건너 두 점을 공유하는 경우

두 점 P_1, P_4 에서 (i)과 같은 모양으로 3개의 정사각형을 그릴 수 있다.

나머지 두 점 $(P_1, P_6), (P_2, P_5), (P_2, P_7), (P_3, P_6), (P_3, P_8), (P_4, P_7), (P_5, P_8)$ 에서도 같은 방법으로 하면 구하는 정사각형의 개수는 $3 \times 8 = 24$

(iv) 세 칸 건너 두 점을 공유하는 경우

두 점 P_1, P_5 에서 (i)과 같은 모양으로 3개의 정사각형을 그릴 수 있는데 (ii)의 정사각형과 중복되는 정사각형이 1개 있으므로 2개의 정사각형을 그릴 수 있다.

나머지 두 점 $(P_2, P_6), (P_3, P_7), (P_4, P_8)$ 에서도 같은 방법으로 하면 구하는 정사각형의 개수는 $2 \times 4 = 8$

(i)~(iv)에서 구하는 정사각형의 개수는

$$24 + 18 + 24 + 8 = 74$$

02 답 275

정십오각형의 꼭짓점을 차례로 점 $A_1, A_2, \dots, A_{15}$ 라 하고, 정십오각형의 변과 변이 겹치는 삼각형의 개수를 구해 보자.

(i) 삼각형의 한 변이 겹치는 경우

한 변이 $\overline{A_1A_2}$ 일 때, 나머지 꼭짓점은 점 $A_4, A_5, A_6, \dots, A_{14}$ 중 한 개이므로 삼각형의 개수는 11이다.

나머지 14개의 변에 대해서도 같은 방법으로 하면 모든 삼각형의 개수는 $15 \times 11 = 165$

(ii) 삼각형의 두 변이 겹치는 경우

$\triangle A_1A_2A_3, \triangle A_2A_3A_4, \triangle A_3A_4A_5, \dots, \triangle A_{13}A_{14}A_{15}, \triangle A_{14}A_{15}A_1, \triangle A_{15}A_1A_2$ 의 15개이다.

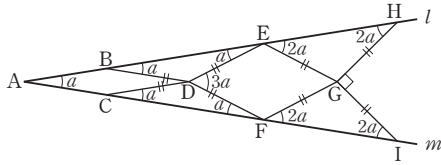
(i), (ii)에서 정십오각형의 변과 변이 겹치는 삼각형의 개수는

$$165 + 15 = 180$$

따라서 구하는 삼각형의 개수는

$$455 - 180 = 275$$

03 54°



위의 그림에서 $\angle BAC = \angle a$ 라 하면 $\overline{BD} \parallel \overline{AC}$ 이므로

$$\angle EBD = \angle BAC = \angle a \text{ (동위각)}$$

$\triangle BDE$ 에서 $\overline{BD} = \overline{ED}$ 이므로

$$\angle BED = \angle EBD = \angle a$$

같은 방법으로 하면 $\angle DFC = \angle DCF = \angle a$

이때

$$\angle EDF = \angle EAF + \angle AED + \angle AFD$$

$$= \angle a + \angle a + \angle a$$

$$= 3\angle a$$

사각형 EDFG는 마름모이므로

$$\angle EGF = \angle EDF = 3\angle a$$

$$\angle DEG = \angle DFG = \frac{1}{2} \times (360^\circ - 3\angle a - 3\angle a)$$

$$= 180^\circ - 3\angle a$$

$$\angle BEH = 180^\circ \text{이므로}$$

$$\angle GEH = 180^\circ - \angle a - (180^\circ - 3\angle a)$$

$$= 2\angle a$$

$\triangle EGH$ 에서 $\overline{EG} = \overline{HG}$ 이므로

$$\angle EHG = \angle HEG = 2\angle a$$

같은 방법으로 하면 $\angle GIF = \angle GFI = 2\angle a$

이때

$$\angle HGI = \angle HAI + \angle AHG + \angle AIG$$

$$= \angle a + 2\angle a + 2\angle a$$

$$= 5\angle a$$

$$5\angle a = 90^\circ \text{이므로 } \angle a = 18^\circ$$

$$\therefore \angle EDF = 3\angle a = 3 \times 18^\circ = 54^\circ$$

04 60°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$ 를 그으면

$\triangle APC$ 와 $\triangle APD$ 에서

$\overline{AC} = \overline{AD}$, $\overline{AP}$ 는 공통, $\overline{PC} = \overline{PD}$ 이므로

$\triangle APC \cong \triangle APD$ (SSS 합동)

$$\therefore \angle ADP = \angle ACP = \angle x,$$

$$\angle PAD = \angle PAC = \angle z$$

이때

$$\angle CPD = \angle CAD + \angle ACP + \angle ADP$$

$$= 2\angle z + \angle x + \angle x$$

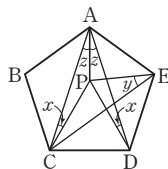
$$= 2(\angle x + \angle z)$$

$$= 60^\circ$$

$$\text{이므로 } \angle x + \angle z = 30^\circ$$

정오각형의 한 내각의 크기는 108° 이므로

$$\angle PDE = 108^\circ - 60^\circ = 48^\circ$$



$\triangle PDE$ 에서 $\overline{PD} = \overline{ED}$ 이므로

$$\angle PED = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 48^\circ) = 66^\circ$$

$\triangle CED$ 에서 $\overline{CD} = \overline{ED}$ 이므로

$$\angle CED = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 108^\circ) = 36^\circ$$

$$\therefore \angle y = \angle PED - \angle CED$$

$$= 66^\circ - 36^\circ = 30^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y + \angle z = (\angle x + \angle z) + \angle y$$

$$= 30^\circ + 30^\circ$$

$$= 60^\circ$$

다른 풀이

정오각형의 한 내각의 크기는 108° 이므로

$\triangle ABC$ 에서

$$\angle ABC = 108^\circ, \angle BAC = \angle BCA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 108^\circ) = 36^\circ$$

$$\therefore \angle x = \angle BCD - \angle BCA - \angle PCD$$

$$= 108^\circ - 36^\circ - 60^\circ = 12^\circ$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$ 를 그으면

$\triangle APC \cong \triangle APD$ (SSS 합동)이므로

$$\angle z = \frac{1}{2} \times (\angle BAE - 2\angle BAC)$$

$$= \frac{1}{2} \times (108^\circ - 2 \times 36^\circ)$$

$$= 18^\circ$$

$\triangle PDE$ 에서 $\overline{PD} = \overline{ED}$ 이고,

$$\angle PDE = 108^\circ - 60^\circ = 48^\circ \text{이므로}$$

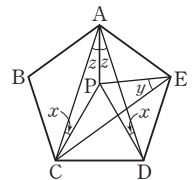
$$\angle PED = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 48^\circ) = 66^\circ$$

$$\therefore \angle y = \angle PED - \angle CED$$

$$= 66^\circ - 36^\circ = 30^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y + \angle z = 12^\circ + 30^\circ + 18^\circ$$

$$= 60^\circ$$



05 540°

오른쪽 그림과 같이 점 E, F, G, ..., N을 정하자.

$\triangle EFD$ 에서

$$\angle DFG = \angle a + \angle b$$

직사각형 ABCD에서 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\angle CGH = \angle DFG = \angle a + \angle b \text{ (동위각)}$$

$\triangle KIJ$ 에서

$$\angle g = \angle KIJ + \angle IKJ$$

$$= \angle GIH + \angle LKN \text{ (맞꼭지각)}$$

$$\therefore \angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f + \angle g$$

$$= \angle CGH + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f + \angle GIH + \angle LKN$$

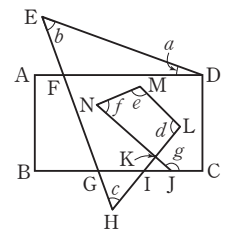
$$= (\angle CGH + \angle c + \angle GIH) + (\angle d + \angle e + \angle f + \angle LKN)$$

$$= (\triangle GHI \text{의 내각의 크기의 합})$$

$$+ (\text{사각형 KLMN의 내각의 크기의 합})$$

$$= 180^\circ + 360^\circ$$

$$= 540^\circ$$



06 답 338°

정오각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ \text{이므로}$$

오른쪽 그림의 $\triangle ABC$ 에서

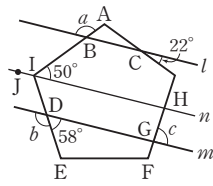
$$\angle BAC = 108^\circ,$$

$$\angle ACB = 22^\circ (\text{맞꼭지각})$$

$$\therefore \angle a = \angle BAC + \angle ACB$$

$$= 108^\circ + 22^\circ = 130^\circ$$

..... ①



점 I를 지나고 두 직선 l, m 에 평행한 직선 n 을 그으면

$$\angle AIJ = \angle a = 130^\circ (\text{동위각}) \text{이므로}$$

$$\angle AIH = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

$$\angle AIE = 108^\circ \text{이므로}$$

$$\angle HID = \angle AIE - \angle AIH = 108^\circ - 50^\circ = 58^\circ$$

이때 $n \parallel m$ 이므로

$$\angle GDE = \angle HID = 58^\circ (\text{동위각})$$

$$\therefore \angle b = 180^\circ - \angle GDE = 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$$

..... ②

또 $\angle DGF = \angle c$ (맞꼭지각)이고 사각형 DEFG의 내각의 크기의 합은 360° 이므로

$$58^\circ + 108^\circ + 108^\circ + \angle c = 360^\circ$$

$$\therefore \angle c = 360^\circ - 274^\circ = 86^\circ$$

..... ③

$$\therefore \angle a + \angle b + \angle c = 130^\circ + 122^\circ + 86^\circ = 338^\circ$$

..... ④

채점 기준

① $\angle a$ 의 크기 구하기	30 %
② $\angle b$ 의 크기 구하기	30 %
③ $\angle c$ 의 크기 구하기	30 %
④ $\angle a + \angle b + \angle c$ 의 크기 구하기	10 %

05 원과 부채꼴

STEP 1 핵심 문제

▶ 60~61쪽

- 01 ② 02 60° 03 2 04 96° 05 ④
 06 40π cm, 60π cm² 07 ③ 08 96 cm²
 09 45° 10 $(2\pi + 4)$ cm 11 32 cm²
 12 $\frac{25}{3}\pi$ cm² 13 24π cm

01 답 ②

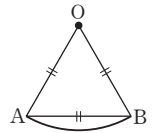
② $\overline{BC}$ 는 원 O의 지름이므로 가장 긴 현이다.

⑤ 원 위의 두 점 A, B를 양 끝 점으로 하는 호는 $\widehat{AB}$, $\widehat{ACB}$ 의 2개이다.

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

02 답 60°

오른쪽 그림과 같이 부채꼴 AOB의 반지름의 길이와 현 AB의 길이가 같으면 $\triangle AOB$ 는 정삼각형이므로 부채꼴 AOB의 중심각의 크기는 60° 이다.



03 답 2

부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$$(x+4) : (4x+1) = 70^\circ : 105^\circ$$

$$(x+4) : (4x+1) = 2 : 3$$

$$3(x+4) = 2(4x+1)$$

$$3x+12=8x+2, -5x=-10 \quad \therefore x=2$$

04 답 96°

부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$$\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = \widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CA} = 4 : 5 : 3$$

$$\therefore \angle AOB = 360^\circ \times \frac{4}{4+5+3} = 96^\circ$$

05 답 ④

④ 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않으므로

$$2\overline{AB} \neq \overline{BD}$$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

06 답 40π cm, 60π cm²

(색칠한 부분의 둘레의 길이)

$$= (\text{지름의 길이가 } 20 \text{ cm인 원의 둘레의 길이})$$

$$+ (\text{지름의 길이가 } 14 \text{ cm인 원의 둘레의 길이})$$

$$+ (\text{지름의 길이가 } 6 \text{ cm인 원의 둘레의 길이})$$

$$= 20\pi + 14\pi + 6\pi$$

$$= 40\pi (\text{cm})$$

(색칠한 부분의 넓이)

$$\begin{aligned}
 &= (\text{지름의 길이가 } 20\text{ cm인 원의 넓이}) \\
 &\quad - (\text{지름의 길이가 } 14\text{ cm인 원의 넓이}) \\
 &\quad + (\text{지름의 길이가 } 6\text{ cm인 원의 넓이}) \\
 &= \pi \times 10^2 - \pi \times 7^2 + \pi \times 3^2 \\
 &= 100\pi - 49\pi + 9\pi \\
 &= 60\pi (\text{cm}^2)
 \end{aligned}$$

07 답 ③

$$\overline{AB} = 18\text{ cm} \text{ 이므로 } \overline{AC} = \overline{CD} = \overline{DB} = \frac{18}{3} = 6(\text{cm})$$

$$\begin{aligned}
 \therefore (\text{색칠한 부분의 넓이}) &= (\overline{AB} \text{가 지름인 원의 넓이}) - (\overline{AD} \text{가 지름인 원의 넓이}) \\
 &\quad + (\overline{CD} \text{가 지름인 원의 넓이}) \\
 &= \pi \times 9^2 - \pi \times 6^2 + \pi \times 3^2 \\
 &= 81\pi - 36\pi + 9\pi \\
 &= 54\pi (\text{cm}^2)
 \end{aligned}$$

08 답 96 cm^2

$$\begin{aligned}
 &(\text{색칠한 부분의 넓이}) \\
 &= (\overline{AB} \text{가 지름인 반원의 넓이}) + (\overline{AC} \text{가 지름인 반원의 넓이}) \\
 &\quad + (\triangle ABC \text{의 넓이}) - (\overline{BC} \text{가 지름인 반원의 넓이}) \\
 &= \pi \times 8^2 \times \frac{1}{2} + \pi \times 6^2 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times 16 \times 12 - \pi \times 10^2 \times \frac{1}{2} \\
 &= 32\pi + 18\pi + 96 - 50\pi \\
 &= 96(\text{cm}^2)
 \end{aligned}$$

09 답 45°

부채꼴의 반지름의 길이를 $r\text{ cm}$, 중심각의 크기를 x° 라 하면

$$(\text{부채꼴의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times 2\pi = 8\pi$$

$$\therefore r = 8$$

$$(\text{부채꼴의 호의 길이}) = 2\pi \times 8 \times \frac{x}{360} = 2\pi$$

$$\therefore x = 45$$

따라서 부채꼴의 중심각의 크기는 45° 이다.

10 답 $(2\pi + 4)\text{ cm}$

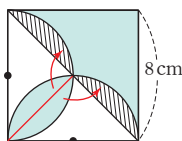
(색칠한 부분의 둘레의 길이)

$$\begin{aligned}
 &= 2\pi \times 5 \times \frac{45}{360} + 2\pi \times (5-2) \times \frac{45}{360} + 2 \times 2 \\
 &= \frac{5}{4}\pi + \frac{3}{4}\pi + 4 \\
 &= 2\pi + 4(\text{cm})
 \end{aligned}$$

11 답 32 cm^2

오른쪽 그림과 같이 도형을 이동하면 색칠한 부분의 넓이는 직각을 낀 두 변의 길이가 8 cm 인 직각이등변삼각형의 넓이와 같으므로

$$\begin{aligned}
 (\text{색칠한 부분의 넓이}) &= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \\
 &= 32(\text{cm}^2)
 \end{aligned}$$



12 답 $\frac{25}{3}\pi\text{ cm}^2$

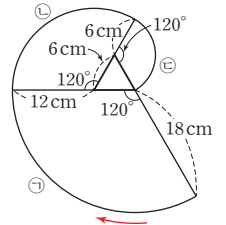
(색칠한 부분의 넓이)

$$\begin{aligned}
 &= (\overline{AB'} \text{이 지름인 반원의 넓이}) + (\text{부채꼴 } B'AB \text{의 넓이}) \\
 &\quad - (\overline{AB} \text{가 지름인 반원의 넓이}) \\
 &= (\text{부채꼴 } B'AB \text{의 넓이}) \\
 &= \pi \times 10^2 \times \frac{30}{360} = \frac{25}{3}\pi (\text{cm}^2)
 \end{aligned}$$

13 답 $24\pi\text{ cm}$

오른쪽 그림에서 줄의 끝이 움직인 거리는 부채꼴 ㉠, ㉡, ㉢의 호의 길이의 합과 같다.

$$\begin{aligned}
 \therefore (\text{줄의 끝이 움직인 거리}) &= 2\pi \times 18 \times \frac{120}{360} + 2\pi \times 12 \times \frac{120}{360} \\
 &\quad + 2\pi \times 6 \times \frac{120}{360} \\
 &= 12\pi + 8\pi + 4\pi = 24\pi (\text{cm})
 \end{aligned}$$



STEP 2 **고난도 문제**

▶ 62~66쪽

01 40°	02 45°	03 120°	04 $9\pi\text{ cm}$	05 4 cm
06 ③	07 14 cm	08 6	09 $9 : 2$	10 96°
11 $3 : 1$	12 3	13 $(9\pi + 24)\text{ cm}$	14 $12\pi\text{ cm}$	
15 $\frac{405}{4}\pi\text{ cm}^2$	16 $27\pi\text{ cm}^2$	17 $(144 + 9\pi)\text{ cm}^2$		
18 $\frac{112}{9}\pi\text{ cm}^2$	19 $\frac{3}{2}\pi\text{ cm}$	20 $(24\pi - 32)\text{ cm}^2$		
21 $(16\pi - \frac{64}{3})\text{ cm}^2$	22 $12\pi\text{ cm}$	23 $6\pi\text{ cm}$		
24 $8\pi\text{ cm}$	25 12	26 $(24 + 4\pi)\text{ cm}$		
27 $(\frac{164}{5}\pi + 30)\text{ m}^2$	28 $(160 + 16\pi)\text{ cm}^2$			
29 $(14 - \pi)\text{ cm}^2$	30 7000 m^2			

01 답 40°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$ 를 그으면 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$$\angle AOB : \angle BOD = \widehat{AB} : \widehat{BD} = 5 : 4$$

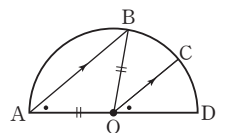
$$\therefore \angle AOB = 180^\circ \times \frac{5}{5+4} = 100^\circ$$

이때 $\triangle OBA$ 는 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle BAO = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 100^\circ) = 40^\circ$$

따라서 $\overline{AB} \parallel \overline{OC}$ 이므로

$$\angle COD = \angle BAO = 40^\circ (\text{동위각})$$



02 답 45°

오른쪽 그림과 같이 시계의 중심인 점을 O
라 하고 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 를 그으면

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$ (원의 반지름)

이때 1시간에 대한 중심각의 크기는

$$\frac{360^\circ}{12}=30^\circ \text{이므로}$$

$$\angle AOC=30^\circ \times 4=120^\circ$$

$\triangle OAC$ 는 $\overline{OA}=\overline{OC}$ 인 이등변삼각형이므로

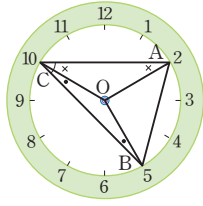
$$\angle OCA=\frac{1}{2} \times (180^\circ-120^\circ)=30^\circ$$

$$\angle COB=30^\circ \times 5=150^\circ$$

$\triangle OCB$ 는 $\overline{OB}=\overline{OC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle OCB=\frac{1}{2} \times (180^\circ-150^\circ)=15^\circ$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle ACB &= \angle OCA + \angle OCB \\ &= 30^\circ + 15^\circ = 45^\circ \end{aligned}$$



03 답 120°

채은이의 나이를 x 세라 하고 나이 차를 y 세라 하면 은비의 나이는
($x+y$)세, 현지의 나이는 ($x-y$)세이다.

따라서 채은이의 피자 조각의 중심각의 크기는

$$360^\circ \times \frac{x}{(x-y)+x+(x+y)} = 360^\circ \times \frac{1}{3} = 120^\circ$$

04 답 9π cm

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$, $\overline{OD}$ 를 그으면

$\triangle ODA$ 는 $\overline{OA}=\overline{OD}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle ODA = \angle OAD = 40^\circ$$

$$\therefore \angle AOD = 180^\circ - (40^\circ + 40^\circ) = 100^\circ$$

$\triangle OBC$ 는 $\overline{OB}=\overline{OC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle OBC = \angle OCB = 50^\circ$$

$$\therefore \angle BOC = 180^\circ - (50^\circ + 50^\circ) = 80^\circ$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle AOB + \angle COD &= 360^\circ - (\angle AOD + \angle BOC) \\ &= 360^\circ - (100^\circ + 80^\circ) = 180^\circ \end{aligned}$$

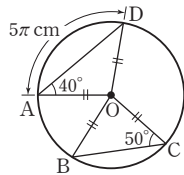
부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$$\widehat{AD} : (\widehat{AB} + \widehat{CD}) = \angle AOD : (\angle AOB + \angle COD) \text{에서}$$

$$5\pi : (\widehat{AB} + \widehat{CD}) = 100^\circ : 180^\circ$$

$$5\pi : (\widehat{AB} + \widehat{CD}) = 5 : 9, 5(\widehat{AB} + \widehat{CD}) = 45\pi$$

$$\therefore \widehat{AB} + \widehat{CD} = 9\pi \text{ (cm)}$$



05 답 4 cm

오른쪽 그림에서 $\triangle COE$ 는 $\overline{CE}=\overline{CO}$

인 이등변삼각형이므로

$$\angle EOC = \angle OEC = 20^\circ \quad \dots\dots ①$$

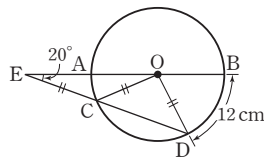
$$\therefore \angle OCD = 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ$$

$\overline{OD}$ 를 그으면 $\triangle OCD$ 는 $\overline{OC}=\overline{OD}$ 인

이등변삼각형이므로

$$\angle ODC = \angle OCD = 40^\circ$$

$\triangle OED$ 에서



$$\angle BOD = 20^\circ + 40^\circ = 60^\circ$$

..... ②

부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$$\widehat{AC} : \widehat{BD} = \angle AOC : \angle BOD \text{에서}$$

$$\widehat{AC} : 12 = 20^\circ : 60^\circ, \widehat{AC} : 12 = 1 : 3$$

$$3\widehat{AC} = 12 \quad \therefore \widehat{AC} = 4 \text{ (cm)}$$

..... ③

채점 기준

① $\angle EOC$ 의 크기 구하기	20 %
② $\angle BOD$ 의 크기 구하기	40 %
③ $\widehat{AC}$ 의 길이 구하기	40 %

06 답 ③

오른쪽 그림에서 $\overline{AO} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\angle AOB = \angle OBC \text{ (엇각)}$$

$\triangle OBC$ 는 $\overline{OB}=\overline{OC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle OBC = \angle OCB$$

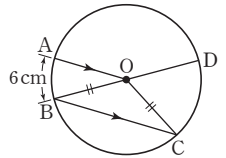
$\triangle OBC$ 에서

$$\angle COD = \angle OBC + \angle OCB$$

$$= 2\angle AOB$$

부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$$\widehat{CD} = 2 \times 6 = 12 \text{ (cm)}$$



07 답 14 cm

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$ 를 그으면

$$\widehat{AC} : \widehat{ADC} = 2 : 7 \text{이므로}$$

$$\angle AOC = 360^\circ \times \frac{2}{2+7} = 80^\circ$$

$$\therefore \angle BOC = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

$$\angle CDO : \angle BOD = 1 : 2 \text{에서}$$

$$\angle CDO = \angle x, \angle BOD = 2\angle x \text{라 하면}$$

$\triangle ODC$ 는 $\overline{OC}=\overline{OD}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle DCO = \angle CDO = \angle x$$

이때 $\triangle ODC$ 에서

$$\angle x + \angle x + (2\angle x + 100^\circ) = 180^\circ$$

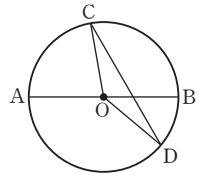
$$4\angle x = 80^\circ \quad \therefore \angle x = 20^\circ$$

$$\text{즉, } \angle BOD = 2\angle x = 2 \times 20^\circ = 40^\circ \text{이므로}$$

$$\angle AOD = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

따라서 원 O의 둘레의 길이가 36 cm이므로

$$\widehat{AD} = 36 \times \frac{140}{360} = 14 \text{ (cm)}$$



08 답 6

$\triangle OCD$ 는 $\overline{OC}=\overline{OD}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle ODC = \angle OCD = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$$

$\triangle AED$ 에서

$$\angle EAD = 180^\circ - (45^\circ + 75^\circ) = 60^\circ$$

$\triangle OAB$ 는 $\overline{OA}=\overline{OB}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle ABO = \angle BAO = 60^\circ \text{이고}$$

$$\angle AOB = 180^\circ - (60^\circ + 60^\circ) = 60^\circ$$

$$\therefore \angle BOC = 180^\circ - (60^\circ + 30^\circ) = 90^\circ$$

부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$$\frac{\widehat{BC}}{\widehat{AB}} = \frac{4\angle BOC}{\angle AOB} = \frac{4 \times 90^\circ}{60^\circ} = 6$$

09 답 9:2

원 O의 둘레의 길이를 x 라 하자.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$, $\overline{OD}$ 를 그으면 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$$\widehat{AB} = x \times \frac{1}{5} \text{에서}$$

$$\angle AOB = 360^\circ \times \frac{1}{5} = 72^\circ$$

$$\widehat{DC} = x \times \frac{1}{6} \text{에서}$$

$$\angle DOC = 360^\circ \times \frac{1}{6} = 60^\circ$$

이때 $\triangle OAB$ 는 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle OBA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 72^\circ) = 54^\circ$$

$$\therefore \angle OBP = 180^\circ - 54^\circ = 126^\circ$$

$\triangle OCD$ 는 $\overline{OC} = \overline{OD}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle OCD = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$$

$$\therefore \angle OCP = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

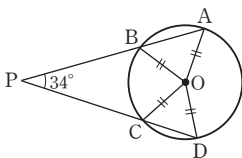
사각형 PCOB에서

$$34^\circ + 120^\circ + \angle BOC + 126^\circ = 360^\circ$$

$$\therefore \angle BOC = 360^\circ - (34^\circ + 120^\circ + 126^\circ) = 80^\circ$$

따라서 $x : \widehat{BC} = 360^\circ : \angle BOC$ 에서

$$x : \widehat{BC} = 360^\circ : 80^\circ = 9 : 2$$



10 답 96°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$ 를 그으면 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$$\angle AOC : \angle COD : \angle DOB = \widehat{AC} : \widehat{CD} : \widehat{DB} = 4 : 5 : 6$$

$$\therefore \angle AOC = 180^\circ \times \frac{4}{4+5+6} = 48^\circ,$$

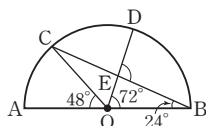
$$\angle DOB = 180^\circ \times \frac{6}{4+5+6} = 72^\circ$$

$\triangle OBC$ 는 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle CBO = \frac{1}{2} \times 48^\circ = 24^\circ$$

따라서 $\triangle EOB$ 에서

$$\angle DEB = 72^\circ + 24^\circ = 96^\circ$$

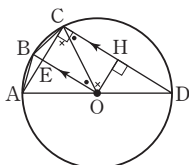


11 답 3:1

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CO}$ 를 그으면

$\widehat{AB} = \widehat{BC}$ 이므로 $\triangle OCE$ 와 $\triangle OAE$ 에서 $\angle COE = \angle AOE$, $\overline{OC} = \overline{OA}$, $\overline{OE}$ 는 공통

$\therefore \triangle OCE \equiv \triangle OAE$ (SAS 합동)



점 O에서 $\widehat{CD}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$$\angle ACD = \angle OHD = 90^\circ \text{이므로}$$

$$\overline{AC} \parallel \overline{OH}$$

$\triangle CEO$ 와 $\triangle OHC$ 에서

$$\angle ECO = \angle HOC \text{ (엇각)}, \angle EOC = \angle HCO \text{ (엇각)}, \overline{CO} \text{는 공통}$$

$$\therefore \triangle CEO \equiv \triangle OHC \text{ (ASA 합동)}$$

$\triangle OHD$ 와 $\triangle OHC$ 에서

$$\angle OHD = \angle OHC = 90^\circ, \angle HDO = \angle HCO \text{이므로}$$

$$\angle HOD = \angle HOC, \overline{OH} \text{는 공통}$$

$$\therefore \triangle OHD \equiv \triangle OHC \text{ (ASA 합동)}$$

따라서 $\triangle AEO \equiv \triangle CEO \equiv \triangle OHC \equiv \triangle OHD$ 이므로

$$S_1 = \triangle CEO + \triangle OHC + \triangle OHD = 3\triangle AEO,$$

$$S_2 = \triangle AEO$$

$$\therefore S_1 : S_2 = 3 : 1$$

12 답 3

오른쪽 그림과 같이 $\overline{DO}$ 의 연장선이

원 O와 만나는 점을 F라 하자.

사각형 OCDE가 마름모이므로

$\triangle EOD$, $\triangle COD$ 는 모두 이등변삼각

형이고 $\angle EOD = \angle a$ 라 하면

$$\angle EDO = \angle a, \angle OEA = \angle a + \angle a = 2\angle a$$

$\triangle OAE$ 는 $\overline{OA} = \overline{OE}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle OAE = \angle OEA = 2\angle a$$

$\triangle AOD$ 에서

$$\angle AOF = 2\angle a + \angle a = 3\angle a$$

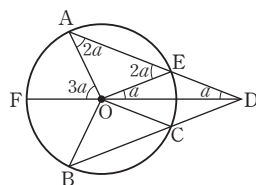
또 $\triangle OED \equiv \triangle OCD$ (SSS 합동)이므로

$$\angle ODC = \angle ODE = \angle a$$

같은 방법으로 하면 $\angle BOF = 3\angle a$

부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$$\frac{\widehat{AB}}{\widehat{CE}} = \frac{6\angle a}{2\angle a} = 3$$



13 답 $(9\pi + 24)$ cm

오른쪽 그림에서 반지름의 길이가 3cm인 원

의 둘레의 길이가 8등분 되었으므로

$$\begin{aligned} \angle AOB &= 360^\circ \times \frac{1}{8} \\ &= 45^\circ \end{aligned}$$

$\therefore$ (색칠한 부분의 둘레의 길이)

$$= (\widehat{AB} \text{의 길이}) \times 4$$

$$+ (\text{반지름의 길이가 2cm인 원의 둘레의 길이})$$

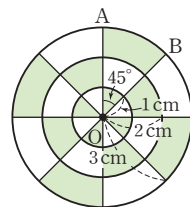
$$+ (\text{반지름의 길이가 1cm인 원의 둘레의 길이})$$

$$+ (\overline{OA} \text{의 길이}) \times 8$$

$$= \left(2\pi \times 3 \times \frac{45}{360} \right) \times 4 + 2\pi \times 2 + 2\pi \times 1 + 3 \times 8$$

$$= 3\pi + 4\pi + 2\pi + 24$$

$$= 9\pi + 24 (\text{cm})$$



14 답 12π cm

오른쪽 그림의 정육각형 ABCDEF의 각 변의 길이가 같고,
 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$ (원의 반지름)이므로

$$\triangle OAB \equiv \triangle OBC \equiv \triangle OCD \equiv \triangle ODE \\ \equiv \triangle OEF \equiv \triangle OFA \text{ (SSS 합동)}$$

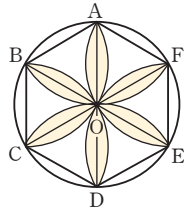
$$\text{즉, } \angle AOB = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$$

$$\therefore \angle OAB = \angle OBA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$$

즉, $\triangle OAB$ 는 정삼각형이다.

$\triangle OBC, \triangle OCD, \triangle ODE, \triangle OEF, \triangle OFA$ 는 모두 $\triangle OAB$ 와 합동이므로 정삼각형이고 색칠한 부분의 둘레의 길이는 $\widehat{AO}$ 의 길이의 12배이다.

$$\therefore 12\widehat{AO} = 12 \times \left(2\pi \times 3 \times \frac{60}{360} \right) \\ = 12\pi \text{ (cm)}$$



15 답 $\frac{405}{4}\pi$ cm²

삼각형 DEC에서

$$\angle ECD = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$$

$\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 이므로

$$\angle ACE = \angle CED = 90^\circ \text{ (엇각)}$$

$$\therefore \angle ACD = \angle ACE + \angle ECD = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ,$$

$$\angle BCE = \angle ACB + \angle ACE = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$$

(색칠한 부분의 넓이)

$$= \{ \triangle ABC + (\text{부채꼴 ACD의 넓이}) \} - \triangle CDE \\ - (\text{부채꼴 BCE의 넓이})$$

$$= \triangle ABC - \triangle CDE + (\text{부채꼴 ACD의 넓이}) \\ - (\text{부채꼴 BCE의 넓이})$$

$$= (\text{부채꼴 ACD의 넓이}) - (\text{부채꼴 BCE의 넓이})$$

$$= \pi \times 18^2 \times \frac{150}{360} - \pi \times 9^2 \times \frac{150}{360}$$

$$= 135\pi - \frac{135}{4}\pi$$

$$= \frac{405}{4}\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

[다른 풀이]

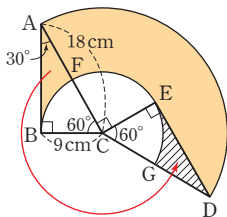
오른쪽 그림과 같이 도형을 이동하면 색칠한 부분의 넓이는 부채꼴 ACD의 넓이에서 부채꼴 FCG의 넓이를 뺀 것과 같으므로

(색칠한 부분의 넓이)

$$= \pi \times 18^2 \times \frac{150}{360} - \pi \times 9^2 \times \frac{150}{360}$$

$$= 135\pi - \frac{135}{4}\pi$$

$$= \frac{405}{4}\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$



16 답 27π cm²

$\overline{OO'} = 9$ cm이므로 두 원 O, O'의 반지름의 길이는 9cm이다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CO'}$ 을 그으면

$\overline{OA} = \overline{OO'} = \overline{O'B} = \overline{O'C} = \overline{OC}$ (원의 반지름)이므로 $\triangle COO'$ 은 정삼각형이다.

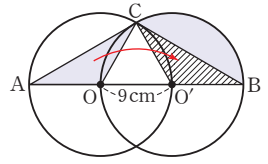
즉, $\angle COO' = \angle CO'O = 60^\circ$ 이므로

$$\angle AOC = \angle BO'C = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\therefore \triangle AOC \equiv \triangle BO'C \text{ (SAS 합동)}$$

따라서 $\triangle AOC = \triangle BO'C$ 이므로 위의 그림과 같이 이동하면 (색칠한 부분의 넓이) = (부채꼴 CO'B의 넓이)

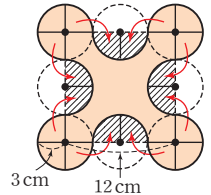
$$= \pi \times 9^2 \times \frac{120}{360} \\ = 27\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$



17 답 $(144 + 9\pi)$ cm²

오른쪽 그림과 같이 도형을 이동하면 색칠한 부분의 넓이는 한 변의 길이가 12cm인 정사각형의 넓이와 반지름의 길이가 3cm인 원의 넓이의 합과 같으므로

$$(\text{색칠한 부분의 넓이}) = 12 \times 12 + \pi \times 3^2 \\ = 144 + 9\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$



18 답 $\frac{112}{9}\pi$ cm²

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}, \overline{B'D'}$ 를 그으면 $\triangle DBC \equiv \triangle DB'C'$ 이므로 색칠한 부분의 넓이는 부채꼴 BDB'의 넓이와 같다.

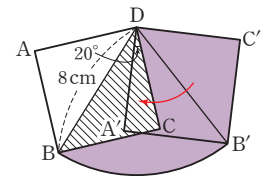
이때 $\angle BDC = \angle B'DA' = 45^\circ$ 이므로

$$\angle BDA' = \angle B'DC = 45^\circ - \angle A'DC = 45^\circ - 20^\circ = 25^\circ$$

$$\therefore \angle BDB' = 25^\circ + 20^\circ + 25^\circ = 70^\circ$$

이때 $\overline{BD} = 8$ cm이므로 색칠한 부분의 넓이는

$$\pi \times 8^2 \times \frac{70}{360} = \frac{112}{9}\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$



19 답 $\frac{3}{2}\pi$ cm

오른쪽 그림에서 색칠한 두 부분의 넓이가 같으므로 직사각형의 넓이와 부채꼴의 넓이가 같다는 것을 이용한다.

$$(\text{직사각형 ABCD의 넓이}) = \text{㉠} + \text{㉡}$$

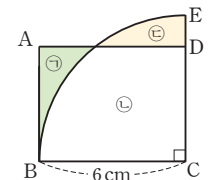
$$(\text{부채꼴 BCE의 넓이}) = \text{㉢} + \text{㉣}$$

이때 $\text{㉠} = \text{㉣}$ 이므로

$$(\text{직사각형 ABCD의 넓이}) = (\text{부채꼴 BCE의 넓이})$$

$$\overline{AB} \times 6 = \pi \times 6^2 \times \frac{90}{360}, \overline{AB} \times 6 = 9\pi$$

$$\therefore \overline{AB} = \frac{3}{2}\pi \text{ (cm)}$$



20 **답** $(24\pi - 32) \text{ cm}^2$

색칠한 부분의 넓이는 부채꼴 AOC의 넓이와 반원 O'의 넓이의 합에서 사각형 BOCO'의 넓이를 뺀 것과 같다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OO'}$ 을 그으면

$\triangle OCO'$ 과 $\triangle OBO'$ 에서

$\overline{OO'}$ 은 공통, $\overline{OC} = \overline{OB}$, $\overline{OC} = \overline{OB}$ 이므로

$\triangle OCO' \cong \triangle OBO'$ (SSS 합동)

$\therefore$ (사각형 BOCO'의 넓이) $= 2\triangle OCO'$

$$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 4 \right) = 32 (\text{cm}^2)$$

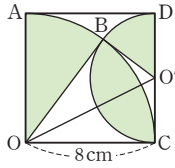
따라서 색칠한 부분의 넓이는

(부채꼴 AOC의 넓이) + (반원 O'의 넓이) - (사각형 BOCO'의 넓이)

$$= \pi \times 8^2 \times \frac{90}{360} + \pi \times 4^2 \times \frac{1}{2} - 32$$

$$= 16\pi + 8\pi - 32$$

$$= 24\pi - 32 (\text{cm}^2)$$



21 **답** $\left(16\pi - \frac{64}{3}\right) \text{ cm}^2$

$\overline{FC} = x \text{ cm}$ 라 하면 $\overline{DF} = (8 - x) \text{ cm}$ 이므로

$$S_1 = \frac{1}{2} \times 4 \times (8 - x) = 16 - 2x (\text{cm}^2)$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \times 8 \times x = 4x (\text{cm}^2)$$

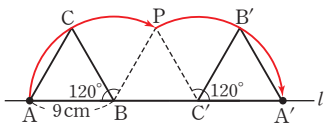
이때 $S_2 = 4S_1$ 이므로

$$4x = 4(16 - 2x), 4x = 64 - 8x \quad \therefore x = \frac{16}{3}$$

$$\therefore (\text{색칠한 부분의 넓이}) = \pi \times 8^2 \times \frac{90}{360} - \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{16}{3} \\ = 16\pi - \frac{64}{3} (\text{cm}^2)$$

22 **답** $12\pi \text{ cm}$

점 A가 움직인 거리는 다음 그림에서 색선으로 표시된 부분과 같다.



$\angle CBP = \angle PC'B' = 60^\circ$ 이므로

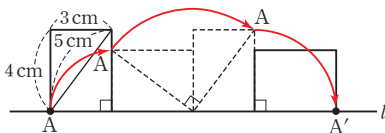
$\angle ABP = \angle PC'A' = 120^\circ$

따라서 점 A가 움직인 거리는

$$\left(2\pi \times 9 \times \frac{120}{360} \right) \times 2 = 12\pi (\text{cm})$$

23 **답** $6\pi \text{ cm}$

점 A가 움직인 거리는 다음 그림에서 색선으로 표시된 부분과 같다.



따라서 점 A가 움직인 거리는

$$2\pi \times 3 \times \frac{90}{360} + 2\pi \times 5 \times \frac{90}{360} + 2\pi \times 4 \times \frac{90}{360} \\ = \frac{3}{2}\pi + \frac{5}{2}\pi + 2\pi \\ = 6\pi (\text{cm})$$

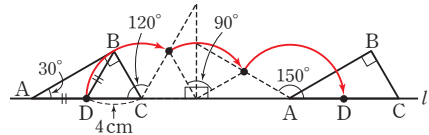
24 **답** $8\pi \text{ cm}$

$\triangle ADB$ 는 $\overline{AD} = \overline{BD}$ 인 이등변삼각형이므로

$\angle ABD = \angle BAD = 30^\circ \quad \therefore \angle DBC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

이때 $\angle BCD = 180^\circ - (30^\circ + 90^\circ) = 60^\circ$ 이므로 $\triangle BDC$ 는 한 변의 길이가 4 cm인 정삼각형이다.

점 D가 움직인 거리는 다음 그림에서 색선으로 표시된 부분과 같다.

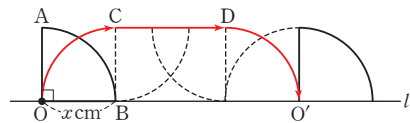


따라서 점 D가 움직인 거리는

$$2\pi \times 4 \times \frac{120}{360} + 2\pi \times 4 \times \frac{90}{360} + 2\pi \times 4 \times \frac{150}{360} = \frac{8}{3}\pi + 2\pi + \frac{10}{3}\pi \\ = 8\pi (\text{cm})$$

25 **답** 12

중심 O가 움직인 거리는 다음 그림에서 색선으로 표시된 부분과 같다.



$\widehat{AB} = \widehat{OC} = \widehat{DO'}$ 이고 $\widehat{CD} = \widehat{AB}$ 이므로

중심 O가 움직인 거리는

$$\widehat{OC} + \widehat{CD} + \widehat{DO'} = 3\widehat{AB} = 3 \times \left(2\pi \times x \times \frac{90}{360} \right) \\ = \frac{3}{2}\pi x (\text{cm})$$

따라서 $\frac{3}{2}\pi x = 18\pi$ 이므로 $x = 12$

26 **답** $(24 + 4\pi) \text{ cm}$

오른쪽 그림과 같이 6개의 원의 중

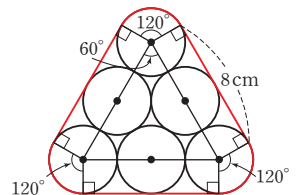
심을 연결한 도형은 한 변의 길이가

8 cm인 정삼각형이므로

(필요한 테이프의 최소 길이)

$$= 8 \times 3 + \left(2\pi \times 2 \times \frac{120}{360} \right) \times 3$$

$$= 24 + 4\pi (\text{cm})$$



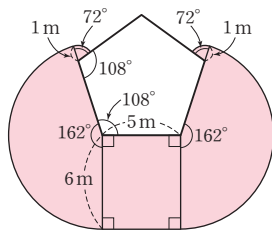
27 **답** $\left(\frac{164}{5}\pi + 30 \right) \text{ m}^2$

정오각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180^\circ \times (5 - 2)}{5} = 108^\circ$$

토끼가 울타리 밖에서 최대한 움직일 수 있는 영역은 다음 그림의 색칠한 부분과 같다.

..... ①



따라서 구하는 넓이는

$$\begin{aligned} & \left(\pi \times 1^2 \times \frac{72}{360} \right) \times 4 + \left(\pi \times 6^2 \times \frac{162}{360} \right) \times 2 + 5 \times 6 \quad \dots\dots ② \\ &= \frac{2}{5}\pi + \frac{162}{5}\pi + 30 \\ &= \frac{164}{5}\pi + 30 (\text{m}^2) \quad \dots\dots ③ \end{aligned}$$

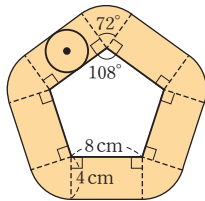
채점 기준

① 정오각형의 한 내각의 크기 구하기	30 %
② 토끼가 최대한 움직일 수 있는 영역의 넓이를 구하는 식 세우기	40 %
③ 토끼가 최대한 움직일 수 있는 영역의 넓이 구하기	30 %

28 답 (160+16π) cm²

원이 지나간 자리는 오른쪽 그림과 같이 5개의 직사각형과 5개의 부채꼴로 이루어진다. 이때 5개의 부채꼴의 넓이의 합은 반지름의 길이가 4cm인 원의 넓이와 같으므로 원이 지나간 자리의 넓이는

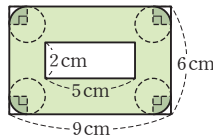
$$(8 \times 4) \times 5 + \pi \times 4^2 = 160 + 16\pi (\text{cm}^2)$$



29 답 (14-π) cm²

원이 지나간 자리는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분과 같으므로 페인트가 칠해지지 않은 부분의 넓이는

$$\begin{aligned} & \left(1 \times 1 - \pi \times 1^2 \times \frac{90}{360} \right) \times 4 + 5 \times 2 = 4 - \pi + 10 \\ &= 14 - \pi (\text{cm}^2) \end{aligned}$$



30 답 7000 m²

오른쪽 그림에서 색칠한 부분의 산책로의 중앙선의 길이의 합은 반지름의 길이가 2m인 원의 둘레의 길이와 같으므로

$$2 \times \pi \times 2 = 4\pi (\text{m})$$

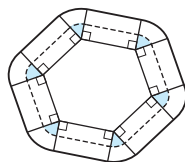
산책로의 중앙선에서 색칠한 부분을 제외한

직선 부분의 길이의 합을 x m라 하면 산책로의 중앙선의 총 길이는 1750m이므로

$$4\pi + x = 1750$$

∴ (산책로의 넓이)

$$\begin{aligned} &= (\text{반지름의 길이가 4m인 원의 넓이}) + (\text{직사각형의 넓이의 합}) \\ &= \pi \times 4^2 + 4 \times x \\ &= 4(4\pi + x) \\ &= 4 \times 1750 = 7000 (\text{m}^2) \end{aligned}$$



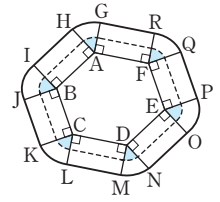
비법 NOTE

오른쪽 그림에서 $\widehat{GH}$ 의 중심각의 크기를 구하면

$$\begin{aligned} \angle GAH &= 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + \angle BAF) \\ &= 180^\circ - \angle BAF \\ &= (\angle BAF \text{의 외각의 크기}) \end{aligned}$$

같은 방법으로 하면 $\widehat{IJ}$, $\widehat{KL}$, $\widehat{MN}$, $\widehat{OP}$, $\widehat{QR}$ 의 중심각의 크기도 육각형의 각 꼭짓점에서의 외각의 크기와 같다.

다각형의 외각의 크기의 합은 항상 360° 이므로 색칠한 산책로의 중앙선의 길이의 합은 반지름의 길이가 2m인 원의 둘레의 길이와 같다.



* STEP 3 최고난도 문제

▶ 67쪽

- 01 4바퀴 02 $32\pi + 5$ 03 $\frac{32}{9}\pi \text{ cm}^2$
04 $\frac{38}{3}\pi \text{ cm}$ 05 12π cm 06 16π cm

01 답 4바퀴

x 분 후에 처음으로 다시 지점 P에서 만날 때까지 A는 a 바퀴, B는 b 바퀴 (a, b 는 자연수) 돈다고 하면

$$3x = 2\pi \times r \times a \text{에서 } x = \frac{2}{3}ar\pi \quad \dots\dots ㉠$$

$$4x = 2\pi \times 3r \times b \text{에서 } x = \frac{3}{2}br\pi \quad \dots\dots ㉡$$

$$\text{㉠, ㉡에서 } \frac{2}{3}ar\pi = \frac{3}{2}br\pi \quad \therefore 4a = 9b$$

따라서 A는 9바퀴, B는 4바퀴 돈 후 처음으로 다시 지점 P에서 만난다.

02 답 $32\pi + 5$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{DO}$ 의 연장선과 $\overline{OC}$ 가

현 AB와 만나는 점을 각각 E, Q라 하면

$\overline{MO} \parallel \overline{CD}$ 이므로

$$\angle QOM = \angle OCD (\text{엇각})$$

$$\angle EOM = \angle ODC (\text{동위각})$$

$\triangle OCD$ 는 $\overline{OC} = \overline{OD}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle ODC = \angle OCD$$

$$\therefore \angle ODC = \angle OCD = \angle EOM = \angle QOM$$

이때 $\triangle AOB$ 는 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이므로

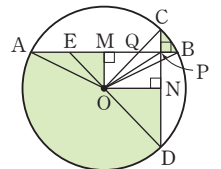
$$\angle OAM = \angle OBM \text{이고 } \angle AMO = \angle BMO = 90^\circ$$

즉, $\angle AOM = \angle BOM$ 이므로

$$\begin{aligned} \angle AOE &= \angle BOC \quad \because \angle AOE = \angle AOM - \angle EOM \\ &= \angle BOM - \angle QOM = \angle BOC \end{aligned}$$

$$\angle AOD + \angle BOC = \angle AOD + \angle AOE = 180^\circ \text{이므로}$$

두 부채꼴 AOD, BOC의 넓이의 합을 S라 하면



$$S = \pi \times 8^2 \times \frac{\angle AOD}{360^\circ} + \pi \times 8^2 \times \frac{\angle BOC}{360^\circ}$$

$$= 64\pi \times \frac{180}{360} = 32\pi$$

∴ (색칠한 부분의 넓이)

△OAM ≡ △OBM (ASA 합동),
△OND ≡ △ONC (ASA 합동)

$$= S - (\triangle COP + \triangle BOP) + \triangle OAM + \triangle OND$$

$$= S - (\triangle COP + \triangle BOP) + \triangle OBM + \triangle ONC$$

$$= S + (\triangle OBM - \triangle BOP) + (\triangle ONC - \triangle COP)$$

$$= S + \triangle OPM + \triangle ONP$$

$$= S + (\text{사각형 ONPM의 넓이}) = 32\pi + 5$$

03 답 $\frac{32}{9}\pi \text{ cm}^2$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$, $\overline{OD}$ 를 그으면

$\widehat{AC} = \widehat{CD} = \widehat{DB}$ 이므로

$\angle AOC = \angle COD = \angle DOB$

$$= \frac{1}{3} \angle AOB = 20^\circ$$

$\overline{EC} \parallel \overline{OB}$ 이므로

$\angle ECO = \angle COB = 40^\circ$ (엇각)

$\overline{FD} \parallel \overline{OB}$ 이므로

$\angle FDO = \angle DOB = 20^\circ$ (엇각)

△EOC와 △FDO에서

$\overline{CO} = \overline{OD}$, $\angle ECO = \angle FOD = 40^\circ$,

$\angle EOC = \angle FDO = 20^\circ$ 이므로

△EOC ≡ △FDO (ASA 합동)

즉, △EOC = △FDO이므로

(사각형 EFPC의 넓이) + △FOP = △FOP + △POD

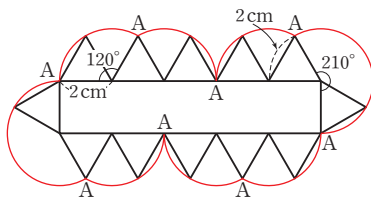
∴ (사각형 EFPC의 넓이) = △POD

따라서 색칠한 부분의 넓이는 부채꼴 COD의 넓이와 같으므로

$$\pi \times 8^2 \times \frac{20}{360} = \frac{32}{9}\pi (\text{cm}^2)$$

04 답 $\frac{38}{3}\pi \text{ cm}$

점 A가 움직인 거리는 다음 그림에서 색선으로 표시된 부분과 같다.



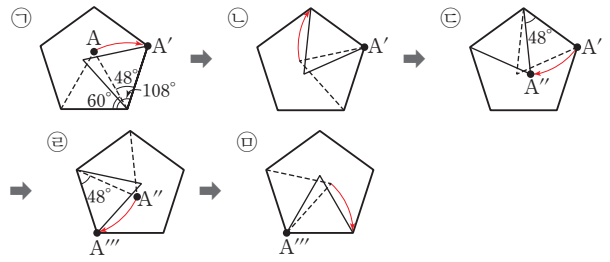
따라서 점 A가 움직인 거리는 반지름의 길이가 2 cm이고 중심각의 크기가 120°인 부채꼴의 호의 길이 6개와 반지름의 길이가 2 cm이고 중심각의 크기가 210°인 부채꼴의 호의 길이 2개를 합한 것과 같다.

$$\therefore 6 \times \left(2\pi \times 2 \times \frac{120}{360} \right) + 2 \times \left(2\pi \times 2 \times \frac{210}{360} \right) = 8\pi + \frac{14}{3}\pi$$

$$= \frac{38}{3}\pi (\text{cm})$$

05 답 $12\pi \text{ cm}$

다음 그림과 같이 정삼각형은 ㉠~㉣의 순서대로 이동한다.



정오각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ$ 이므로 점 A는 ㉠, ㉢, ㉣에서 각각 중심각의 크기가 48°인 부채꼴의 호의 길이만큼 움직인다.

따라서 점 A가 움직인 거리는

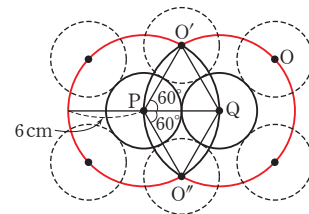
$$\left(2\pi \times 15 \times \frac{48}{360} \right) \times 3 = 12\pi (\text{cm})$$

06 답 $16\pi \text{ cm}$

두 원 P, Q의 외부를 돌레를 따라 원 O가 한 바퀴 돌 때, 원 O가 두 원 P, Q와 동시에 한 점에 서 만나는 경우는 오른쪽 그림과 같다.

이때 삼각형 OPQ는 세 변의 길이가 세 원의 지름의 길이와 같은 정삼각형이므로 한 내각의 크기는 60°이다.

원 O의 중심이 움직인 거리는 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 6 cm, 중심각의 크기가 $360^\circ - (60^\circ + 60^\circ) = 240^\circ$ 인 부채꼴의 호의 길이 2개를 합한 것과 같다.



따라서 원 O의 중심이 움직인 거리는

$$\left(2\pi \times 6 \times \frac{240}{360} \right) \times 2 = 16\pi (\text{cm})$$

* 단원 마스터

▶ 68~71쪽

01 108°	02 24	03 76°	04 100°	05 99°	06 90°
07 10°	08 720°	09 105°	10 정십오각형	11 207°	
12 66°	13 150°	14 ③, ④	15 3 cm	16 (56π + 160) m²	
17 (48 - 12π) cm²	18 80°	19 $\frac{\pi}{2}$ cm²			
20 6π cm, 2π cm²	21 (π - 2) cm²	22 (32π - 64) cm²			
23 24π cm²	24 (48 + 8π) cm, (96 + 16π) cm²				

01 답 108°

주어진 정다각형을 정 n 각형이라 하면 대각선의 개수가 35이므로

$$\frac{n(n-3)}{2} = 35, n(n-3) = 70 = 10 \times 7$$

$$\therefore n = 10$$

따라서 주어진 다각형은 정십각형이다.

정십각형의 한 내각의 크기는

$$\angle a = \frac{180^\circ \times (10-2)}{10} = 144^\circ$$

정십각형의 한 외각의 크기는

$$\angle b = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$$

$$\therefore \angle a - \angle b = 144^\circ - 36^\circ = 108^\circ$$

02 답 24

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하여 만들

수 있는 삼각형은 $\triangle ABC$, $\triangle ABD$, $\triangle ABE$,

$\triangle ABF$, $\triangle ABG$, $\triangle ABH$ 의 6개이다.

이때 $\triangle ABE$ 와 $\triangle ABF$ 는 직각삼각형이므로

$\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 둔각삼각형의 개수는 4이다.

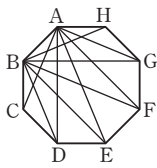
같은 방법으로 나머지 7개의 변에 대해서도 둔각삼각형의 개수는 각각 4이다.

이때 $\triangle ABH$ 와 같이 정팔각형의 두 변을 포함하는 둔각삼각형이 두 번씩 반복된다.

따라서 구하는 삼각형의 개수는

$$8 \times 4 - 8 = 24$$

참고 정팔각형의 변을 포함하지 않고 만들 수 있는 삼각형은 모두 직각삼각형 또는 예각삼각형이다.



03 답 76°

$$\angle BAD = \angle CAD = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 118^\circ) = 31^\circ$$

$$\angle ACD = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

따라서 $\triangle ADC$ 에서

$$\angle ADB = 31^\circ + 45^\circ = 76^\circ$$

04 답 100°

$\triangle ABC$ 에서 $\angle ACB = \angle ABC = 70^\circ$ 이므로

$$\angle BAC = 180^\circ - (70^\circ + 70^\circ) = 40^\circ$$

$$\angle DAC = \angle DAB + \angle BAC$$

$$= 60^\circ + 40^\circ = 100^\circ$$

$\triangle ADC$ 는 $\overline{AD} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle ACD = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 100^\circ) = 40^\circ$$

$$\therefore \angle FCE = \angle ACD + \angle ACE$$

$$= 40^\circ + 60^\circ = 100^\circ$$

05 답 99°

$\triangle ABC$ 에서

$$3(\angle RBC + \angle RCB) + 81^\circ = 180^\circ$$

$$3(\angle RBC + \angle RCB) = 99^\circ$$

$$\therefore \angle RBC + \angle RCB = 33^\circ$$

$\triangle RBC$ 에서

$$\angle RBC + \angle RCB + \angle BRC = 180^\circ$$

$$\therefore \angle BRC = 180^\circ - (\angle RBC + \angle RCB)$$

$$= 180^\circ - 33^\circ = 147^\circ$$

$$\therefore \angle QRS = \angle BRC = 147^\circ \text{ (맞꼭지각)}$$

$\triangle PBC$ 에서

$$\angle PBC + \angle PCB + \angle BPC = 180^\circ$$

$$\therefore \angle BPC = 180^\circ - (\angle PBC + \angle PCB)$$

$$= 180^\circ - 2(\angle RBC + \angle RCB)$$

$$= 180^\circ - 66^\circ = 114^\circ$$

사각형 PQRS에서

$$114^\circ + \angle PQR + 147^\circ + \angle PSR = 360^\circ$$

$$261^\circ + \angle PQR + \angle PSR = 360^\circ$$

$$\therefore \angle PQR + \angle PSR = 99^\circ$$

다른 풀이

$\triangle ABC$ 에서

$$3(\angle RBC + \angle RCB) + 81^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore 3(\angle RBC + \angle RCB) = 99^\circ$$

$\triangle BCQ$ 에서 $\angle PQR = 2\angle RBC + \angle RCB$

$\triangle BCS$ 에서 $\angle PSR = \angle RBC + 2\angle RCB$

$$\therefore \angle PQR + \angle PSR = 3(\angle RBC + \angle RCB) = 99^\circ$$

06 답 90°

$$\angle ACD = \angle DCE = \angle ECF = \angle FCG = \angle a,$$

$$\angle ABD = \angle DBE = \angle EBF = \angle FBG = \angle b \text{라 하면}$$

$\triangle ABC$ 에서 $60^\circ + 4\angle b = 4\angle a$

$$\therefore \angle a - \angle b = 15^\circ$$

$\triangle DBC$ 에서 $\angle x + 3\angle b = 3\angle a$

$$\therefore \angle x = 3(\angle a - \angle b) = 3 \times 15^\circ = 45^\circ$$

$\triangle EBC$ 에서 $\angle y + 2\angle b = 2\angle a$

$$\therefore \angle y = 2(\angle a - \angle b) = 2 \times 15^\circ = 30^\circ$$

$\triangle FBC$ 에서 $\angle z + \angle b = \angle a$

$$\therefore \angle z = \angle a - \angle b = 15^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y + \angle z = 45^\circ + 30^\circ + 15^\circ = 90^\circ$$

07 답 10°

오각형 ABCDE의 내각의 크기의 합은

$$180^\circ \times (5-2) = 540^\circ \text{이므로}$$

$$\angle x + 60^\circ + \angle BCD + 130^\circ + 120^\circ = 540^\circ$$

$$\therefore \angle BCD = 230^\circ - \angle x$$

..... ①

사각형 CFGH의 내각의 크기의 합은 360° 이므로

$$\angle FCH + 65^\circ + \angle y + 55^\circ = 360^\circ$$

$$\therefore \angle FCH = 240^\circ - \angle y$$

..... ②

$\angle BCD = \angle FCH$ (맞꼭지각)이므로

$$230^\circ - \angle x = 240^\circ - \angle y$$

$$\therefore \angle y - \angle x = 10^\circ$$

..... ③

채점 기준

① $\angle BCD$ 의 크기를 $\angle x$ 를 사용한 식으로 나타내기	40%
② $\angle FCH$ 의 크기를 $\angle y$ 를 사용한 식으로 나타내기	30%
③ $\angle y - \angle x$ 의 크기 구하기	30%

08 답 720°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$ 와 $\overline{CE}$ 의 교점을 P라 하고 $\overline{BE}$ 와 $\overline{CD}$ 를 그으면

$\triangle PCD$ 와 $\triangle PEB$ 에서

$$\angle PCD + \angle PDC = \angle PEB + \angle PBE$$

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C + \angle D$$

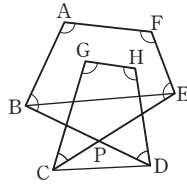
$$+ \angle E + \angle F + \angle G + \angle H$$

$$= (\text{사각형 ABEF의 내각의 크기의 합})$$

$$+ (\text{사각형 GCDH의 내각의 크기의 합})$$

$$= 360^\circ + 360^\circ$$

$$= 720^\circ$$



09 답 105°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$ 위에 $\angle DEN = 30^\circ$ 가 되도록 점 N을 잡으면

$$\overline{DN} = \overline{EN} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$\angle AEN = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ 이므로 $\triangle EAN$ 은 정삼각형이다.

$$\therefore \overline{AE} = \overline{AN} = \overline{EN} \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

①, ②에서 $\overline{AN} = \overline{DN}$ 이므로

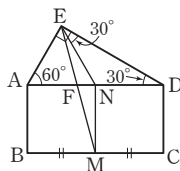
$$\angle ANM = 90^\circ, \overline{EN} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \overline{AB} = \overline{NM}$$

이때 $\triangle EMN$ 에서 $\angle ENM = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$ 이므로

$$\angle NEM = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 150^\circ) = 15^\circ$$

따라서 $\triangle EFN$ 에서

$$\angle EFD = 180^\circ - (15^\circ + 60^\circ) = 105^\circ$$



10 답 정십오각형

구하는 정다각형을 정n각형이라 하고 이 정n각형의 한 외각의 크기를 $\angle x$ 라 하면 한 내각의 크기는 $\angle x + 132^\circ$ 이므로

$$(\angle x + 132^\circ) + \angle x = 180^\circ, 2\angle x = 48^\circ$$

$$\therefore \angle x = 24^\circ$$

$$\frac{360^\circ}{n} = 24^\circ \quad \therefore n = 15$$

따라서 구하는 정다각형은 정십오각형이다.

11 답 207°

정팔각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180^\circ \times (8-2)}{8} = 135^\circ$$

정오각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ$$

겹쳐진 부분은 육각형이므로 육각형의 내각의 크기의 합은

$$180^\circ \times (6-2) = 720^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 720^\circ - (135^\circ + 135^\circ + 135^\circ + 108^\circ)$$

$$= 207^\circ$$

12 답 66°

정오각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ \text{이므로}$$

$$\angle ABC = \angle BCD = 108^\circ$$

정육각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180^\circ \times (6-2)}{6} = 120^\circ \text{이므로}$$

$$\angle CDF = \angle DFG = \angle FGH = 120^\circ$$

이때 $\triangle GHF$ 는 $\overline{GH} = \overline{GF}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle GFH = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 120^\circ) = 30^\circ$$

$$\therefore \angle JFD = \angle DFG - \angle GFH = 120^\circ - 30^\circ = 90^\circ$$

오각형 JBCDF의 내각의 크기의 합은

$$180^\circ \times (5-2) = 540^\circ \text{이므로}$$

$$\angle BJF + 108^\circ + 108^\circ + 120^\circ + 90^\circ = 540^\circ$$

$$\therefore \angle BJF = 540^\circ - 426^\circ = 114^\circ$$

$$\therefore \angle HJB = 180^\circ - \angle BJF = 180^\circ - 114^\circ = 66^\circ$$

13 답 150°

오른쪽 그림에서

$$\angle BOF = \angle FOE = \angle EOD \text{ (접은 각)}$$

$$\angle E = \angle ABO = 45^\circ$$

$$\angle F = \angle ADO = 45^\circ$$

이때

$$\angle BOF = \angle FOE = \angle EOD$$

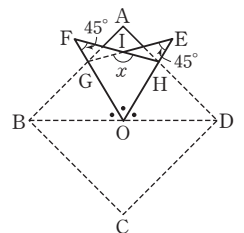
$$= \frac{1}{3} \times 180^\circ = 60^\circ$$

이므로 $\triangle EGO$ 에서

$$\angle FGE = 45^\circ + 60^\circ = 105^\circ$$

따라서 $\triangle FGI$ 에서

$$\angle x = 45^\circ + 105^\circ = 150^\circ$$



14 답 ③, ④

① 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$$\widehat{AB} : \widehat{CD} = \angle AOB : \angle COD \text{에서}$$

$$\widehat{AB} : \widehat{CD} = 60^\circ : 20^\circ, \widehat{AB} : \widehat{CD} = 3 : 1$$

$$\therefore \widehat{AB} = 3\widehat{CD}$$

② 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않으므로

$$\widehat{AB} \neq 3\widehat{CD}$$

③ $\angle BOC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$$\widehat{BC} : \widehat{CD} = \angle BOC : \angle COD \text{에서}$$

$$\widehat{BC} : \widehat{CD} = 120^\circ : 20^\circ, \widehat{BC} : \widehat{CD} = 6 : 1$$

$$\therefore \widehat{BC} = 6\widehat{CD}$$

④ $\overline{AO} = \overline{BO}$, $\angle AOB = 60^\circ$ 이므로 $\triangle AOB$ 에서

$$\angle OAB = \angle OBA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$$

즉, $\triangle AOB$ 는 정삼각형이므로 $\overline{AB} = \overline{OA}$

$$\therefore \overline{AB} = \overline{OC}$$

⑤ $\angle AOB + \angle COD = 60^\circ + 20^\circ = 80^\circ$

부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$$(\widehat{AB} + \widehat{CD}) : \widehat{AC} = 80^\circ : 180^\circ$$

$$(\widehat{AB} + \widehat{CD}) : \widehat{AC} = 4 : 9$$

$$9(\widehat{AB} + \widehat{CD}) = 4\widehat{AC}$$

$$\therefore \widehat{AB} + \widehat{CD} = \frac{4}{9}\widehat{AC}$$

따라서 옳은 것은 ③, ④이다.

15 답 3 cm

$\overline{AB} \parallel \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OAB = \angle DOC = 30^\circ \text{ (동위각)}$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$ 를 그으면 $\triangle OAB$ 는

$\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle OBA = \angle OAB = 30^\circ$$

$$\therefore \angle AOB = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$$

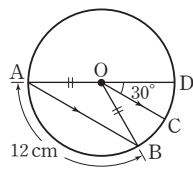
부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$$\widehat{CD} : \widehat{AB} = \angle COD : \angle AOB \text{에서}$$

$$\widehat{CD} : 12 = 30^\circ : 120^\circ$$

$$\widehat{CD} : 12 = 1 : 4, 4\widehat{CD} = 12$$

$$\therefore \widehat{CD} = 3(\text{cm})$$



16 답 $(56\pi + 160) \text{ m}^2$

(트랙의 넓이) = (반지름의 길이가 9m인 원의 넓이)

− (반지름의 길이가 5m인 원의 넓이)

+ (가로 길이가 20m이고 세로 길이가 4m인 직사각형의 넓이) $\times 2$

$$= \pi \times 9^2 - \pi \times 5^2 + 20 \times 4 \times 2$$

$$= 81\pi - 25\pi + 160$$

$$= 56\pi + 160(\text{m}^2)$$

17 답 $(48 - 12\pi) \text{ cm}^2$

(색칠한 부분의 넓이)

$$= \left(8 \times 8 - \pi \times 8^2 \times \frac{90}{360} \right) - \left(4 \times 4 - \pi \times 4^2 \times \frac{90}{360} \right)$$

$$= (64 - 16\pi) - (16 - 4\pi)$$

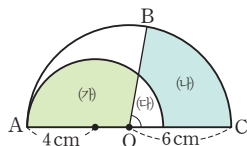
$$= 48 - 12\pi(\text{cm}^2)$$

18 답 80°

오른쪽 그림에서 (가)와 (나)의 넓이가 같으

므로

$$(가) + (다) = (나) + (다)$$



$\angle BOC = x^\circ$ 라 하면

$$\pi \times 4^2 \times \frac{1}{2} = \pi \times 6^2 \times \frac{x}{360} \quad \therefore x = 80$$

$$\therefore \angle BOC = 80^\circ$$

19 답 $\frac{\pi}{2} \text{ cm}^2$

(색칠한 부분의 넓이)

$$= (\text{부채꼴 EAC의 넓이}) + (\triangle ABC \text{의 넓이})$$

$$- (\triangle ADE \text{의 넓이}) - (\text{부채꼴 DAB의 넓이})$$

$$= (\text{부채꼴 EAC의 넓이}) - (\text{부채꼴 DAB의 넓이})$$

이때

$$\angle DAB = \angle DAC + \angle CAB = \angle DAC + \angle EAD$$

$$= \angle EAC = 60^\circ$$

이므로

$$(\text{색칠한 부분의 넓이}) = \pi \times 2^2 \times \frac{60}{360} - \pi \times 1^2 \times \frac{60}{360}$$

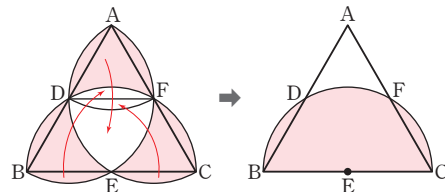
$$= \frac{2}{3}\pi - \frac{1}{6}\pi$$

$$= \frac{\pi}{2}(\text{cm}^2)$$

20 답 $6\pi \text{ cm}, 2\pi \text{ cm}^2$

색칠한 부분의 둘레의 길이는 반원인 부채꼴의 호의 길이의 3배와 같으므로

$$(\text{색칠한 부분의 둘레의 길이}) = \left(4 \times \pi \times \frac{1}{2} \right) \times 3 = 6\pi(\text{cm})$$



위의 그림과 같이 이동하면 색칠한 부분의 넓이는 반원의 넓이와 같으므로

$$(\text{색칠한 부분의 넓이}) = \pi \times 2^2 \times \frac{1}{2} = 2\pi(\text{cm}^2)$$

21 답 $(\pi - 2) \text{ cm}^2$

구하는 넓이는 오른쪽 그림의 색칠한 부분의 넓이의 4배이므로

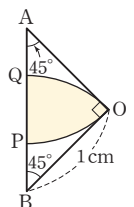
$$\{ (\text{부채꼴 OAP의 넓이}) + (\text{부채꼴 QBO의 넓이})$$

$$- (\triangle ABO \text{의 넓이}) \} \times 4$$

$$= \left\{ \left(\pi \times 1^2 \times \frac{45}{360} \right) \times 2 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \right\} \times 4 \quad \dots\dots ①$$

$$= \left(\frac{1}{4}\pi - \frac{1}{2} \right) \times 4$$

$$= \pi - 2(\text{cm}^2)$$



$\dots\dots ②$

채점 기준

① 색칠한 부분의 넓이를 구하는 식 세우기	60 %
② 색칠한 부분의 넓이 구하기	40 %

22 답 (32π-64) cm²

직사각형 ABCD의 넓이를 S₁, 부채꼴 DCE의 넓이를 S₂라 하고 $\overline{BC}=x$ cm라 하자.

색칠한 부분의 넓이와 직사각형 ABCD의 넓이가 서로 같으므로 $(S_1+S_2)-\triangle ABE=S_1 \quad \therefore S_2=\triangle ABE$

즉, 부채꼴 DCE의 넓이와 $\triangle ABE$ 의 넓이가 서로 같으므로

$$\pi \times 8^2 \times \frac{90}{360} = \frac{1}{2} \times 8 \times (8+x)$$

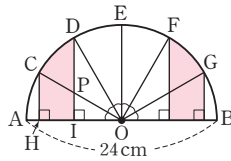
$$16\pi = 32 + 4x \quad \therefore x = 4\pi - 8$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$S_1 = 8x = 8(4\pi - 8) = 32\pi - 64(\text{cm}^2)$$

23 답 24π cm²

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$, $\overline{OD}$, $\overline{OE}$, $\overline{OF}$, $\overline{OG}$ 를 긋고, 두 점 C, D에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 각각 H, I라 하고 $\overline{CO}$ 와 $\overline{DI}$ 의 교점을 P라 하자.



$$\widehat{AC} = \widehat{CD} = \widehat{DE} = \widehat{EF} = \widehat{FG} = \widehat{GB} \text{이므로}$$

$$\angle AOC = \angle COD = \angle DOE$$

$$= \angle EOF = \angle FOG = \angle GOB$$

$$= 180^\circ \times \frac{1}{6} = 30^\circ$$

이때 $\triangle OCH$ 와 $\triangle DOI$ 에서

$$\overline{OC} = \overline{DO} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\angle OCH = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ, \angle DOI = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ \text{이므로}$$

$$\angle OCH = \angle DOI \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\angle COH = 30^\circ, \angle ODI = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ \text{이므로}$$

$$\angle COH = \angle ODI \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ 에서 $\triangle OCH \cong \triangle DOI$ (ASA 합동)

$$\therefore (\text{사각형 CHIP의 넓이}) = \triangle OCH - \triangle OPI$$

$$= \triangle DOI - \triangle OPI$$

$$= \triangle POD$$

따라서 도형 CHID의 넓이는 부채꼴 COD의 넓이와 같으므로

$$(\text{색칠한 부분의 넓이}) = (\text{부채꼴 COD의 넓이}) \times 2$$

$$= \left(\pi \times 12^2 \times \frac{30}{360} \right) \times 2$$

$$= 24\pi(\text{cm}^2)$$

24 답 (48+8π) cm, (96+16π) cm²

원이 지나간 자리는 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같고, 부채꼴들을 모두 합하면 하나의 원이 되므로

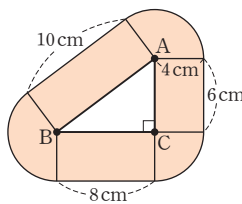
(둘레의 길이)

$$= 2 \times (10 + 6 + 8) + 2\pi \times 4$$

$$= 48 + 8\pi(\text{cm})$$

$$(\text{넓이}) = 4 \times (10 + 6 + 8) + \pi \times 4^2$$

$$= 96 + 16\pi(\text{cm}^2)$$



06 다면체와 회전체

STEP 1 핵심 문제

▶ 74~75쪽

- 01 ④ 02 22 03 16 04 ② 05 면 ㉠, ㉡, ㉢
06 ① 07 ④ 08 ④ 09 ②, ④ 10 ②, ⑤
11 18 cm² 12 ①

01 답 ④

- ① 다면체는 삼각기둥, 사각뿔대, 오각뿔의 3개이다.
② 꼭짓점의 개수와 면의 개수가 같은 다면체는 오각뿔의 1개이다.
③ 옆면의 모양이 모두 사각형인 다면체는 삼각기둥, 사각뿔대의 2개이다.
④ 육면체는 사각뿔대, 오각뿔의 2개이다.
⑤ 각 꼭짓점에 모인 면의 개수가 모두 같은 다면체는 삼각기둥, 사각뿔대의 2개이다.
따라서 옳은 것은 ④이다.

02 답 22

- 주어진 각기둥을 n 각기둥이라 하면 꼭짓점의 개수는 $2n$ 이므로
 $2n = 24 \quad \therefore n = 12$, 즉 십이각기둥 ①
따라서 십이각기둥의 모서리의 개수는 $3 \times 12 = 36$ 이므로
 $a = 36$ ②
십이각기둥의 면의 개수는 $12 + 2 = 14$ 이므로 $b = 14$ ③
 $\therefore a - b = 36 - 14 = 22$ ④

채점 기준

① 주어진 각기둥 구하기	30 %
② a의 값 구하기	30 %
③ b의 값 구하기	30 %
④ a-b의 값 구하기	10 %

03 답 16

- (㉠), (㉡)에서 조건을 만족시키는 다면체는 각뿔대이다.
구하는 다면체를 n 각뿔대라 하면 이 다면체의 밑면은 n 각형이므로
(㉢)에서 $\frac{n \times (n-3)}{2} = 20, n \times (n-3) = 40 = 8 \times 5$
 $\therefore n = 8$, 즉 팔각뿔대
따라서 팔각뿔대의 꼭짓점의 개수는
 $2 \times 8 = 16$

04 답 ②

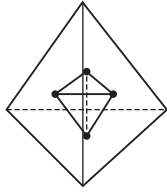
- (㉠)에서 한 꼭짓점에 모인 면의 개수가 3인 정다면체는 정사면체, 정육면체, 정십이면체
(㉡)에서 모서리의 개수가 12인 정다면체는 정육면체, 정팔면체
따라서 조건을 모두 만족시키는 정다면체는 정육면체이다.

05 답 면 ⑥, ⑨, ⑩

면 ⑥, ⑨, ⑩가 한 꼭짓점에 모이므로 면 ⑥과 인접하는 면은 면 ⑥, ⑨, ⑩이다.

06 답 ①

① 정사면체의 면은 4개이므로 꼭짓점이 4개인 정다면체, 즉 정사면체가 생긴다.
따라서 옳지 않은 것은 ①이다.



비법 NOTE

정다면체의 각 면의 한가운데 점을 연결하여 만든 입체도형은 꼭짓점의 개수와 면의 개수를 이용하여 구할 수 있다.

정다면체	정사면체	정육면체	정팔면체	정십이면체	정이십면체
꼭짓점의 개수	4	8	6	20	12
면의 개수	4	6	8	12	20

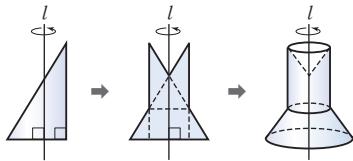
즉, 정다면체의 각 면의 한가운데 점을 연결하여 만든 입체도형은 다음과 같다.
정사면체 - 정사면체, 정육면체 - 정팔면체, 정팔면체 - 정육면체,
정십이면체 - 정이십면체, 정이십면체 - 정십이면체

07 답 ④

① 구의 전개도는 그릴 수 없다.
② 구의 회전축은 무수히 많다.
③ 직사각형을 한 변을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 원기둥이다.
⑤ 원뿔대를 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면은 모두 원이지만 크기는 다르므로 합동이 아니다.
따라서 옳은 것은 ④이다.

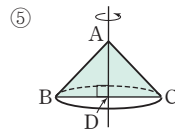
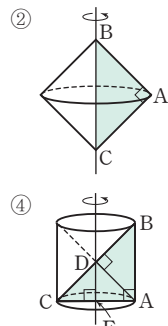
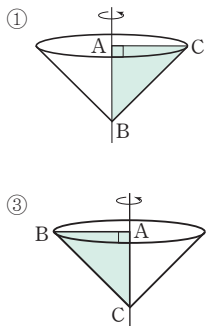
08 답 ④

주어진 평면도형을 직선 l 을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 다음 그림과 같다.



따라서 주어진 평면도형을 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 ④이다.

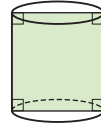
09 답 ②, ④



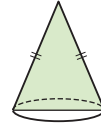
따라서 회전축이 될 수 없는 것은 ②, ④이다.

10 답 ②, ⑤

① 원기둥 - 직사각형



② 원뿔 - 이등변삼각형



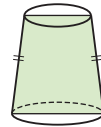
③ 반구 - 반원



④ 구 - 원



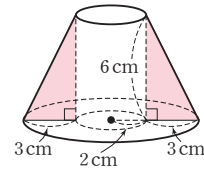
⑤ 원뿔대 - 사다리꼴



따라서 바르게 짝 지어지지 않은 것은 ②, ⑤이다.

11 답 18cm^2

주어진 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면은 다음 그림과 같이 합동인 2개의 직각삼각형이다.

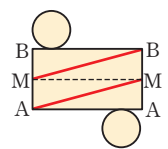


$$\therefore (\text{단면의 넓이}) = \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 6 \right) \times 2 = 18(\text{cm}^2)$$

12 답 ①

실로 원기둥을 팽팽하게 감을 때의 경로는 전개도 위에 직선으로 나타난다.

실로 원기둥을 팽팽하게 두 바퀴 감으므로 모선 AB의 중점을 M이라 하면 실이 지나가는 경로는 오른쪽 그림과 같이 전개도에서 점 A와 점 M, 점 M과 점 B를 잇는 선분으로 나타난다.



따라서 실이 지나가는 경로를 바르게 나타낸 것은 ①이다.

- 01 1 02 14 03 7 04 ② 05 101 06 ⑤
 07 풀이 참조 08 72 cm 09 30 10 ㄱ, ㄷ 11 12
 12 280 13 ②, ④ 14 60° 15 ① 16 ㄱ, ㄷ 17 60 cm
 18 40 cm 19 ㄴ, ㄹ 20 ④ 21 ㄱ, ㄷ, ㄹ, ㅁ 22 ②
 23 $40\pi \text{ cm}^2$ 24 $\frac{144}{25}\pi \text{ cm}^2$ 25 59 26 12 cm
 27 4 28 $100\pi \text{ cm}^2$

01 답 1

꼭짓점의 개수는 12이므로 $v=12$
 모서리의 개수는 20이므로 $e=20$
 면의 개수는 9이므로 $f=9$
 $\therefore v-e+f=12-20+9=1$

참고 주어진 입체도형은 가운데가 뚫려서 바람을 넣어 부풀려도 구와 같은 모양이 되지 않으므로 $v-e+f=2$ 가 성립하지 않는다.

02 답 14

(㉠), (㉡)에서 조건을 만족시키는 입체도형은 각뿔대이다.
 구하는 입체도형을 n 각뿔대라 하면 모서리의 개수는 $3n$ 이고 면의 개수는 $n+2$ 이므로
 (㉡)에서 $3n=(n+2)+12$, $2n=14$
 $\therefore n=7$, 즉 칠각뿔대
 따라서 칠각뿔대의 꼭짓점의 개수는 $2 \times 7=14$ 이다.

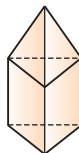
03 답 7

주어진 다각형으로 만들어지는 다면체는 각 모서리에 모인 면이 2개씩이므로

$$\begin{aligned} \text{(다면체의 모서리의 개수)} &= \frac{\text{(모든 다각형의 변의 개수의 합)}}{2} \\ &= \frac{4 \times 3 + 3 \times 4}{2} = \frac{24}{2} = 12 \end{aligned}$$

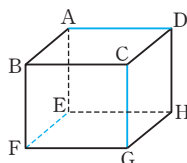
이 다면체의 모서리의 개수는 12이고 구하는 각뿔을 n 각뿔이라 하면 n 각뿔의 모서리의 개수는 $2n$ 이므로
 $2n=12 \quad \therefore n=6$, 즉 육각뿔
 따라서 육각뿔의 꼭짓점의 개수는 $6+1=7$ 이다.

참고 만들어지는 다면체는 오른쪽 그림과 같다.



04 답 ②

오른쪽 그림과 같이 모서리 CG, AD, EF에 파란색을 칠하면 각각 면 BFGC와 면 CGHD, 면 ABCD와 면 AEHD, 면 ABFE와 면 EFGH가 파란색 모서리를 공유하게 된다.



즉, 파란색 모서리 1개를 2개의 면이 공유하므로 모서리를 최소로 칠하려면 공유하는 면이 중복되지 않도록 하여 3개의 모서리에 칠하면 된다.

05 답 101

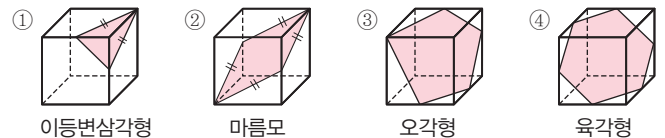
직육면체의 꼭짓점의 개수는 8, 모서리의 개수는 12, 면의 개수는 6이다.

100개의 직육면체의 꼭짓점의 개수는 $100 \times 8=800$ 이고, 연결된 입체도형에서 겹치는 꼭짓점의 개수는 99이므로
 $v=800-99=701$, $e=100 \times 12=1200$, $f=100 \times 6=600$
 $\therefore v-e+f=701-1200+600=101$

다른 풀이

한 개의 직육면체에서 $v-e+f=2$ 가 항상 성립한다.
 100개의 직육면체를 연결하여 만든 입체도형에서 겹치는 꼭짓점이 99개 있으므로
 $v-e+f=2 \times 100-99=101$

06 답 ⑤



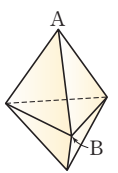
⑤ 평면이 정육면체의 한 면과 만날 때마다 최대 1개의 선분이 생기므로 선분의 최대 개수는 6이다. 따라서 단면의 모양은 칠각형이 될 수 없다.

비법 NOTE

다면체를 평면으로 자른 단면을 구할 때는 모서리나 꼭짓점을 이용하여 만들 수 있는 도형을 찾아야 한다. 이때 변의 길이나 각의 크기를 이용하여 다각형의 모양을 결정할 수 있다.

07 답 풀이 참조

크기가 같은 두 개의 정사면체를 이어 붙여 만든 입체도형은 오른쪽 그림과 같은 육면체이다. 이 육면체에서 꼭짓점 A에 모인 면의 개수는 3, 꼭짓점 B에 모인 면의 개수는 4이다. 따라서 각 꼭짓점에 모인 면의 개수가 다르므로 정다면체가 아니다.



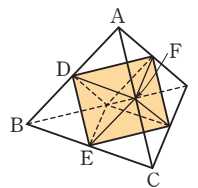
08 답 72 cm

정사면체는 모서리가 6개이므로 각 모서리의 중점을 연결하면 꼭짓점이 6개인 정팔면체가 만들어진다.

이때 정사면체의 한 모서리의 길이가 12 cm
 이므로 오른쪽 그림과 같이 정삼각형 ABC의 각 변의 중점 D, E, F에 대하여

$$\overline{DE}=\overline{BD}=\overline{BE}=\frac{1}{2}\overline{AB}=6(\text{cm})$$

따라서 구하는 입체도형은 한 모서리의 길이가 6 cm인 정팔면체이고 정팔면체의 모서리는 12개이므로 모든 모서리의 길이의 합은
 $6 \times 12=72(\text{cm})$



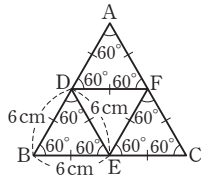
참고 정삼각형 ABC의 각 변의 중점 D, E, F에 대하여 삼각형 BED에서 $\overline{BD}=\overline{BE}=6\text{cm}$ 이므로 삼각형 BED는 이등변삼각형이고 $\angle DBE=60^\circ$ 이므로

$$\angle BDE = \angle BED = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$$

즉, 삼각형 BED는 정삼각형이다.

같은 방법으로 삼각형 ADF, CFE도 정삼각형이므로

$$\overline{DE} = \overline{EF} = \overline{DF} = 6\text{cm}$$



09 답 30

정십이면체를 각 꼭짓점에 모인 모서리의 삼등분점을 지나도록 모두 잘라서 생긴 입체도형에서 정오각형의 개수는 정십이면체의 꼭짓점의 개수인 12, 정육각형의 개수는 정십이면체의 면의 개수인 20이다.

따라서 축구공 모양의 입체도형은 12개의 정오각형과 20개의 정육각형으로 이루어진 삼십이면체이다.

이때 한 꼭짓점에 3개의 면이 모이므로 꼭짓점의 개수는

$$\frac{5 \times 12 + 6 \times 20}{3} = 60 \quad \therefore a = 60$$

한 모서리에 2개의 면이 모이므로 모서리의 개수는

$$\frac{5 \times 12 + 6 \times 20}{2} = 90 \quad \therefore b = 90$$

$$\therefore b - a = 90 - 60 = 30$$

다른 풀이

정십이면체의 꼭짓점의 개수는 12, 모서리의 개수는 30이다.

정십이면체의 꼭짓점 1개가 꼭짓점 5개로 늘어나므로 구하는 꼭짓점의 개수는

$$a = 12 \times 5 = 60$$

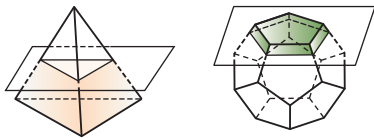
정십이면체의 꼭짓점 1개당 모서리 5개가 추가되므로 구하는 모서리의 개수는

$$b = 30 + 12 \times 5 = 90$$

$$\therefore b - a = 90 - 60 = 30$$

10 답 ㄱ, ㄷ

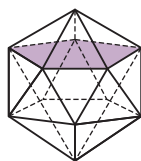
다음 그림과 같이 한 평면으로 자르면 정사면체에서는 삼각뿔대, 정십이면체에서는 오각뿔대가 만들어진다.



11 Idea 답 12

오른쪽 그림과 같이 정십이면체를 5개의 꼭짓점만을 지나는 평면으로 자를 때 생기는 단면의 모양은 오각형이다.

즉, 주어진 정십이면체를 5개의 꼭짓점만을 지나는 평면으로 자를 때 생기는 두 입체도형 중에서 작은 입체도형은 오각뿔이다.



이때 오각뿔은 정십이면체의 각 꼭짓점에서 만들어질 수 있으므로 구하는 평면의 개수는 정십이면체의 꼭짓점의 개수와 같다. 따라서 가능한 평면의 개수는 12이다.

12 답 280

작은 정육면체 1000개를 이용하여 커다란 정육면체를 만들려면 작은 정육면체를 가로, 세로에 각각 10개씩 놓고, 10줄을 쌓아 만들 수 있다.

한 면만 색칠된 정육면체의 개수는 커다란 정육면체의 모서리와 꼭짓점을 포함하지 않고 밖에서 보이는 면에 위치한 정육면체의 개수와 같다.

$$\therefore a = 8 \times 8 \times 6 = 384$$

두 면이 색칠된 정육면체의 개수는 커다란 정육면체의 꼭짓점을 포함하지 않고 모서리에 위치한 정육면체의 개수와 같다.

$$\therefore b = 8 \times 12 = 96$$

세 면이 색칠된 정육면체의 개수는 커다란 정육면체의 꼭짓점에 위치한 정육면체의 개수와 같다.

$$\therefore c = 1 \times 8 = 8$$

$$\therefore a - b - c = 384 - 96 - 8 = 280$$

13 답 ②, ④

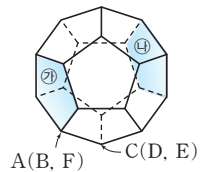
주어진 전개도로 만들어지는 정다면체는 오른쪽 그림과 같은 정십이면체이다.

① 한 꼭짓점에 모인 면의 개수는 3이다.

③ 꼭짓점 A와 만나는 꼭짓점은 점 B와 점 F이다.

⑤ 꼭짓점의 개수는 20이다.

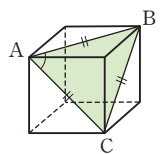
따라서 옳은 것은 ②, ④이다.



14 답 60°

주어진 전개도로 만들어지는 정육면체를 세 점 A, B, C를 지나는 평면으로 자를 때 생기는 단면은 오른쪽 그림과 같은 정삼각형이다.

$$\therefore \angle BAC = 60^\circ$$



15 답 ①

주어진 정팔면체의 전개도에서 눈의 수가 3인 면은 눈의 수가 6인 면과 평행하므로 평행한 면의 눈의 수의 합은 9이다.

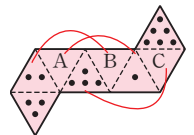
즉, 면 A와 평행한 면의 눈의 수는 1이므로

$$a = 8$$

면 B와 평행한 면의 눈의 수는 2이므로 $b = 7$

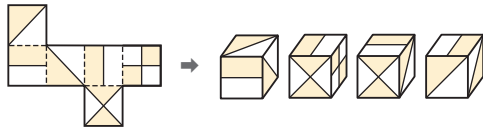
면 C와 평행한 면의 눈의 수는 4이므로 $c = 5$

$$\therefore 2a - b - c = 16 - 7 - 5 = 4$$



16 답 ㄱ, ㄷ

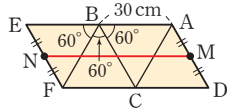
주어진 전개도로 만들 수 있는 정육면체는 다음 그림과 같다.



따라서 만들 수 있는 정육면체는 ㄱ, ㄷ이다.

17 답 60 cm

주어진 정팔면체의 전개도의 일부에 두 점 M, N을 있는 선의 길이가 최소가 되도록 선을 그으면 다음 그림과 같다. ①



이때 사각형 EFDA는 정삼각형 4개로 이루어진 평행사변형이고 두 점 M, N은 각각 $\overline{AD}$, $\overline{EF}$ 의 중점이므로 사각형 ENMA는 평행사변형이다.

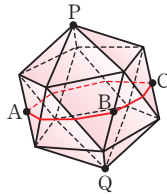
$$\therefore (\text{선의 최소 길이}) = \overline{MN} = \overline{AE} = 2\overline{AB} = 2 \times 30 = 60(\text{cm}) \quad \dots\dots ②$$

채점 기준

① 정팔면체의 전개도의 일부에 두 점 M, N을 있는 길이가 최소인 선 긋기	60 %
② 선의 최소 길이 구하기	40 %

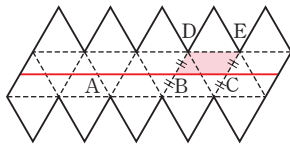
18 답 40 cm

오른쪽 그림과 같이 점 P에 모여 있는 정삼각형들의 밑변으로 만들어진 정오각형과 점 Q에 모여 있는 정삼각형들의 밑변으로 만들어진 정오각형은 서로 평행하므로 세 점 A, B, C를 지나 는 평면으로 자르면 두 평행한 정오각형 사이에 있는 10개의 면과 만나서 10개의 변이 생긴다.



이때 10개의 변으로 이루어지는 다각형의 각 꼭짓점은 정삼각형의 한 변의 중점을 이은 것이므로 이 다각형은 모든 변의 길이가 같다. 즉, 단면의 모양은 정십사각형이다.

정이십면체의 전개도에 단면의 둘레를 나타내면 다음 그림과 같다.



이때 사각형 DBCE는 평행사변형이므로

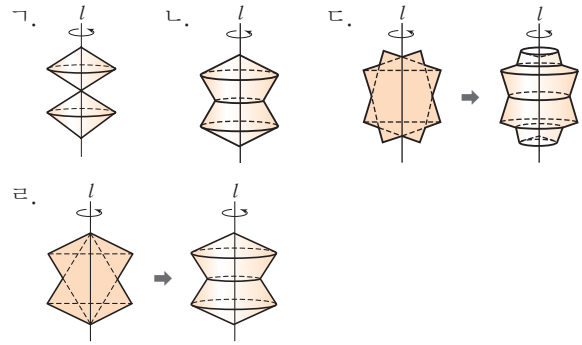
$$\overline{BC} = \overline{DE} = 8\text{cm}$$

따라서 단면의 둘레의 길이는

$$5\overline{BC} = 5 \times 8 = 40(\text{cm})$$

19 답 ㄴ, ㄷ

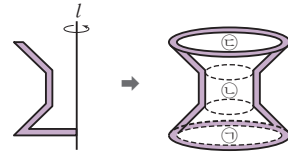
보기의 평면도형을 직선 l 을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 다음 그림과 같다.



따라서 주어진 회전체는 ㄴ, ㄷ을 1회전 시킨 것이다.

20 답 ④

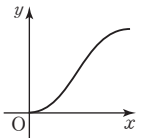
주어진 도형을 직선 l 을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 다음 그림과 같다.



이 그릇에 일정한 속력으로 물을 채우면 ㉠은 원뿔대 모양이므로 물의 높이가 점점 더 빠르게 높아진다.

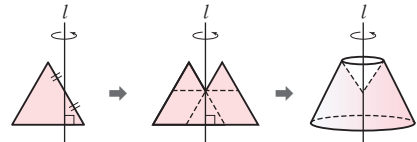
또 ㉡은 원기둥 모양이므로 물의 높이가 일정하게 높아지고, ㉢은 원뿔대를 뒤집어 놓은 모양이므로 물의 높이가 점점 더 느리게 높아진다.

따라서 물을 채우는 시간 x 에 따른 물의 높이 y 를 그래프로 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 ④이다.

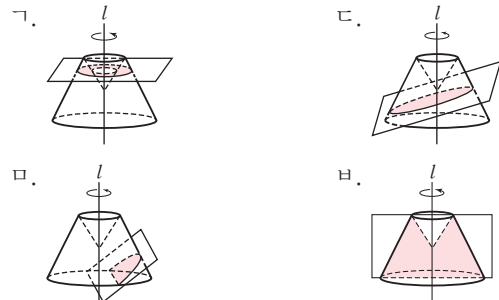


21 답 ㄱ, ㄷ, ㄹ, ㅂ

주어진 정삼각형을 직선 l 을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 다음 그림과 같다.



이 입체도형을 자른 단면은 다음 그림과 같다.



따라서 단면의 모양이 될 수 있는 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ, ㅂ이다.

22 답 ②

주어진 도형을 직선 l 을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자르면 ①, ③, ④, ⑤는 [그림 1]과 같은 단면의 모양이 나올 수 있지만 ②는 [그림 2]와 같은 단면의 모양이 나온다.



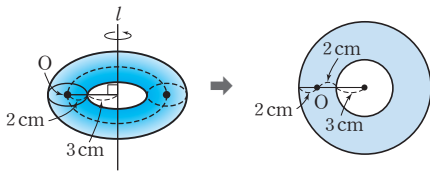
[그림 1]



[그림 2]

23 답 $40\pi \text{ cm}^2$

주어진 원을 직선 l 을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 도넛 모양이다. 이때 원의 중심 O 를 지나면서 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면은 다음 그림과 같다.



$$\begin{aligned}\therefore (\text{단면의 넓이}) &= (\text{큰 원의 넓이}) - (\text{작은 원의 넓이}) \\ &= \pi \times 7^2 - \pi \times 3^2 \\ &= 49\pi - 9\pi \\ &= 40\pi (\text{cm}^2)\end{aligned}$$

24 답 $\frac{144}{25}\pi \text{ cm}^2$

주어진 직각삼각형 ABC 를 $\overline{AC}$ 를 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같다. ①

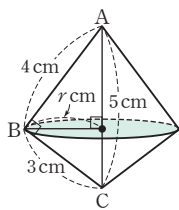
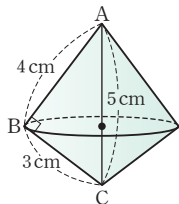
이 회전체를 $\overline{AC}$ 에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면은 모두 원이고, 그중 가장 큰 원의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라 하면 $\triangle ABC$ 의 넓이에서

$$\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{1}{2} \times 5 \times r$$

$$\therefore r = \frac{12}{5}$$

따라서 가장 큰 단면의 넓이는

$$\pi \times \left(\frac{12}{5}\right)^2 = \frac{144}{25}\pi (\text{cm}^2)$$



..... ②

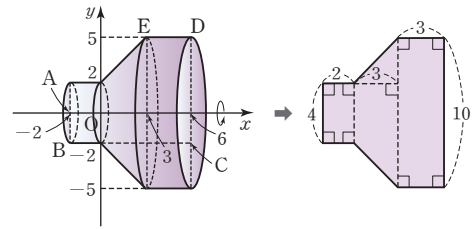
..... ③

채점 기준

① 만들어지는 회전체 구하기	30%
② 가장 큰 단면의 반지름의 길이 구하기	40%
③ 가장 큰 단면의 넓이 구하기	30%

25 답 59

오각형 $ABCDE$ 를 x 축을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체와 그 회전체를 x 축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면은 다음 그림과 같다.



$$\begin{aligned}\therefore (\text{단면의 넓이}) &= 4 \times 2 + \frac{1}{2} \times (4+10) \times 3 + 10 \times 3 \\ &= 8 + 21 + 30 = 59\end{aligned}$$

26 답 12 cm

주어진 원뿔의 전개도를 그리면 오른쪽 그림과 같으므로 점 M 에서 출발하여 원뿔의 옆면을 따라 한 바퀴 돌아 다시 점 M 으로 돌아오는 가장 짧은 선은 $\overline{MM'}$ 이다.

원뿔의 전개도에서 $\angle BAB' = x^\circ$ 라 하면

(부채꼴의 호의 길이) = (밑면인 원의 둘레의 길이)이므로

$$2\pi \times 24 \times \frac{x}{360} = 2\pi \times 4$$

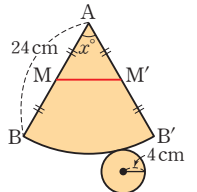
$$\therefore x = 60$$

$\triangle AMM'$ 에서 $\angle MAM' = 60^\circ$ 이고 $\overline{AM} = \overline{AM'}$ 이므로

$$\angle AMM' = \angle AM'M = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$$

즉, $\triangle AMM'$ 은 정삼각형이다.

따라서 $\overline{MM'} = \overline{AM} = \frac{1}{2} \times 24 = 12 (\text{cm})$ 이므로 가장 짧은 선의 길이는 12 cm 이다.



27 답 4

$\overline{OA} = x \text{ cm}$ 라 하면 부채꼴 AOA' 에서

$$2\pi \times x \times \frac{120}{360} = 2\pi \times r \quad \therefore r = \frac{1}{3}x$$

부채꼴 BOB' 에서

$$2\pi \times (x+12) \times \frac{120}{360} = 2\pi \times R \quad \therefore R = \frac{1}{3}x + 4$$

$$\therefore R - r = \left(\frac{1}{3}x + 4\right) - \frac{1}{3}x = 4$$

28 답 $100\pi \text{ cm}^2$

$$\angle BOC = 360^\circ \times \frac{3}{4+3+5} = 90^\circ$$

$$\angle AOC = 360^\circ \times \frac{5}{4+3+5} = 150^\circ$$

원 O 의 반지름의 길이를 $l \text{ cm}$ 라 하면 부채꼴 BOC 를 옆면으로 하는 원뿔의 밑면의 반지름의 길이가 6 cm 이므로

$$2\pi \times l \times \frac{90}{360} = 2\pi \times 6 \quad \therefore l = 24$$

부채꼴 AOC 를 옆면으로 하는 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라 하면

$$2\pi \times 24 \times \frac{150}{360} = 2\pi \times r \quad \therefore r = 10$$

따라서 구하는 원뿔의 밑면의 넓이는

$$\pi \times 10^2 = 100\pi (\text{cm}^2)$$

STEP 3 **최고난도 문제**

▶ 81쪽

- 01 최댓값: 13, 최솟값: 11 02 241 03 32 cm^3
04 74 05 $(576\pi - 960)\text{ cm}^2$ 06 $25\pi\text{ cm}^2$

01 **답** 최댓값: 13, 최솟값: 11

m 각뿔대의 모서리의 개수는 $3m$, n 각기둥의 꼭짓점의 개수는 $2n$ 이므로 $3m+2n=30$ ①

이때 $m \geq 3$, $n \geq 3$ 이므로 이를 만족시키는 자연수 m, n 의 값은 $m=4, n=9$ 또는 $m=6, n=6$ 또는 $m=8, n=3$ ②

따라서 $m+n$ 의 최댓값은 $4+9=13$ 이고, 최솟값은 $8+3=11$ 이다. ③

채점 기준

① m, n 사이의 관계식 구하기	40%
② 조건을 만족시키는 m, n 의 값 구하기	40%
③ $m+n$ 의 최댓값, 최솟값 구하기	20%

02 **답** 241

26개의 꼭짓점 중 두 개의 꼭짓점을 연결하여 만든 선분의 개수는

$$\frac{26 \times 25}{2} = 325$$

② 선분이 2개씩 서로 중복된다.

다면체의 면에 있는 대각선의 개수는 사각형에서의 대각선의 개수와 같으므로

$$2 \times 12 = 24$$

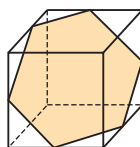
이때 다면체의 모서리의 개수는 60이므로

$$(\text{구하는 대각선의 개수}) = 325 - 24 - 60 = 241$$

03 **답** 32 cm^3

주어진 전개도로 만들 수 있는 입체도형은 칠면체이고, 같은 칠면체를 하나 더 만들어 두 개의 칠면체를 육각형인 면끼리 포개어지도록 붙이면 오른쪽 그림과 같은 정육면체가 된다.

$$\begin{aligned} \therefore (\text{구하는 부피}) &= 4 \times 4 \times 4 \times \frac{1}{2} \\ &= 32(\text{cm}^3) \end{aligned}$$



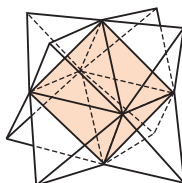
04 **답** 74

정팔면체의 꼭짓점의 개수는 6이고, 정팔면체의 각 면마다 꼭짓점의 개수가 1씩 늘어나므로 $v=6+1 \times 8=14$

정팔면체의 모서리의 개수는 12이고, 정팔면체의 각 면마다 모서리의 개수가 3씩 늘어나므로

$$e=12+3 \times 8=36$$

정팔면체의 면은 정사면체와 겹쳐져서 없어지고, 정팔면체의 각 면마다 3개씩의 면이 생기므로



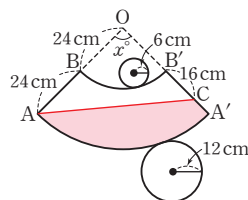
$$f=3 \times 8=24$$

$$\therefore v+e+f=14+36+24=74$$

참고 이 입체도형은 바람을 넣어 구와 같은 모양으로 부풀릴 수 있는 다면체이므로 $v-e+f=14-36+24=2$ 가 성립한다.

05 **답** $(576\pi - 960)\text{ cm}^2$

원뿔대의 전개도를 그리면 다음 그림과 같다.



부채꼴 AOA'의 중심각의 크기를 x° 라 하면

$$2\pi \times 48 \times \frac{x}{360} = 2\pi \times 12$$

$$\therefore x=90$$

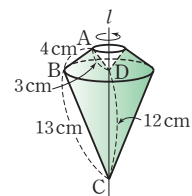
$$\text{이때 } 2\overline{AC}=\overline{BC} \text{ 이므로 } \overline{B'C}=24 \times \frac{2}{3}=16(\text{cm})$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 부채꼴 AOA'의 넓이에서 $\triangle OAC$ 의 넓이를 뺀 것과 같으므로

$$\pi \times 48^2 \times \frac{90}{360} - \frac{1}{2} \times 48 \times (24+16) = 576\pi - 960(\text{cm}^2)$$

06 **답** $25\pi\text{ cm}^2$

사각형 ABCD를 $\overline{CD}$ 를 회전축으로 하여 1회 전시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같다.



(i) 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 잘랐을 때 단면의 넓이가 최대인 경우는 $\overline{BD}$ 를 포함하는 평면으로 잘랐을 때이다.

$$\therefore (\text{단면의 넓이}) = \pi \times 5^2 = 25\pi(\text{cm}^2)$$

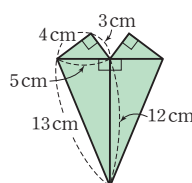
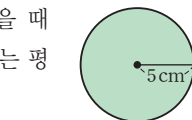
(ii) 회전체를 회전축에 평행한 평면 또는 회전축을 포함하는 평면으로 잘랐을 때 단면의 넓이가 최대인 경우는 회전축을 포함하는 평면으로 잘랐을 때이다.

$$\therefore (\text{단면의 넓이})$$

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 3 + \frac{1}{2} \times 5 \times 12 \right) \times 2 \\ &= 72(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

(i), (ii)에서 $\pi > 3$ 이므로 $25\pi > 72$ 이다.

따라서 구하는 단면의 넓이의 최댓값은 $25\pi\text{ cm}^2$ 이다.



07 입체도형의 겹넓이와 부피

STEP 1 핵심 문제

▶ 82~83쪽

- 01 8 02 $108\pi \text{ cm}^2$ 03 120 04 $(74+14\pi) \text{ cm}^2$
 05 $83\pi \text{ cm}^3$ 06 9 07 117 cm^2 08 ④
 09 4 10 $33\pi \text{ cm}^2$ 11 $64\pi \text{ cm}^2$
 12 $\frac{56}{3}\pi \text{ cm}^3$ 13 $\frac{16}{3}\pi \text{ cm}^3, 16\pi \text{ cm}^3$

01 답 8

$$(\text{겹넓이}) = \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 5\right) \times 2 + (5+12+13) \times h = 300(\text{cm}^2)$$

$$\text{이므로 } 60 + 30h = 300, 30h = 240$$

$$\therefore h = 8$$

02 답 $108\pi \text{ cm}^2$

$$(\text{밑넓이}) = \pi \times \left(\frac{8}{2}\right)^2 - \pi \times \left(\frac{4}{2}\right)^2$$

$$= 16\pi - 4\pi = 12\pi(\text{cm}^2)$$

$$\therefore (\text{겹넓이}) = 12\pi \times 2 + 8\pi \times 7 + 4\pi \times 7$$

$$= 24\pi + 56\pi + 28\pi = 108\pi(\text{cm}^2)$$

03 답 120

$$(\text{밑넓이}) = \pi \times 3^2 \times \frac{x}{360} = \frac{x}{40}\pi(\text{cm}^2)$$

$$(\text{옆넓이}) = \left(2\pi \times 3 \times \frac{x}{360} + 3 \times 2\right) \times 6 = \frac{x}{10}\pi + 36(\text{cm}^2)$$

$$\therefore (\text{겹넓이}) = \frac{x}{40}\pi \times 2 + \frac{x}{10}\pi + 36 = \frac{3}{20}x\pi + 36(\text{cm}^2)$$

이때 주어진 입체도형의 겹넓이가 $(18\pi + 36) \text{ cm}^2$ 이므로

$$\frac{3}{20}x\pi + 36 = 18\pi + 36, \frac{3}{20}x\pi = 18\pi \quad \therefore x = 120$$

04 답 $(74+14\pi) \text{ cm}^2$

$$(\text{겹넓이}) = (\text{밑넓이}) \times 2 + (\text{옆넓이})$$

$$= \left(3 \times 4 + \frac{1}{2} \times \pi \times 2^2\right) \times 2 + \left(3+4+3+\frac{1}{2} \times 4\pi\right) \times 5$$

$$= 24 + 4\pi + 50 + 10\pi$$

$$= 74 + 14\pi(\text{cm}^2)$$

05 답 $83\pi \text{ cm}^3$

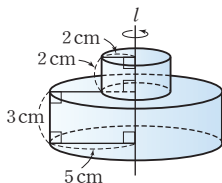
주어진 평면도형을 직선 l 을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.

$$\therefore (\text{부피}) = (\text{작은 원기둥의 부피})$$

$$+ (\text{큰 원기둥의 부피})$$

$$= (\pi \times 2^2) \times 2 + (\pi \times 5^2) \times 3$$

$$= 8\pi + 75\pi = 83\pi(\text{cm}^3)$$



06 답 9

$$(\text{겹넓이}) = (\text{밑넓이}) + (\text{옆넓이})$$

$$= 8 \times 8 + \left(\frac{1}{2} \times 8 \times x\right) \times 4$$

$$= 16x + 64(\text{cm}^2)$$

$$\text{이므로 } 16x + 64 = 208, 16x = 144$$

$$\therefore x = 9$$

07 답 117 cm^2

$$(\text{두 밑면의 넓이의 합}) = 6 \times 6 + 3 \times 3 = 45(\text{cm}^2)$$

$$(\text{옆넓이}) = \left\{\frac{1}{2} \times (3+6) \times 4\right\} \times 4 = 72(\text{cm}^2)$$

$$\therefore (\text{겹넓이}) = 45 + 72 = 117(\text{cm}^2)$$

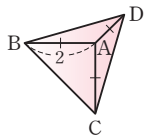
08 답 ④

네 점 A, B, C, D를 꼭짓점으로 하는 사면체는 $\overline{AB} = \overline{AD} = 2$ 인 직각삼각형 ABD를 밑면으로 하고 높이가 2인 삼각뿔이므로 잘라낸 사면체의 부피는

$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 2\right) \times 2 = \frac{4}{3}$$

$$\therefore (\text{부피}) = 4 \times 4 \times 4 - \frac{4}{3}$$

$$= 64 - \frac{4}{3} = \frac{188}{3}$$



09 답 4

$$(\text{남아 있는 물의 부피}) = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 8\right) \times x = 64(\text{cm}^3)$$

$$\text{이므로 } 16x = 64$$

$$\therefore x = 4$$

10 답 $33\pi \text{ cm}^2$

$$(\text{겹넓이}) = (\text{반구 부분의 겹넓이}) + (\text{원뿔의 옆넓이})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4\pi \times 3^2) + \pi \times 3 \times 5$$

$$= 18\pi + 15\pi = 33\pi(\text{cm}^2)$$

11 답 $64\pi \text{ cm}^2$

$$(\text{겹넓이}) = \frac{3}{4} \times (\text{반지름의 길이가 4cm인 구의 겹넓이})$$

$$+ (\text{반지름의 길이가 4cm인 원의 넓이})$$

$$= \frac{3}{4} \times (4\pi \times 4^2) + \pi \times 4^2$$

$$= 48\pi + 16\pi = 64\pi(\text{cm}^2)$$

12 답 $\frac{56}{3}\pi \text{ cm}^3$

$$(\text{부피}) = (\text{작은 반구의 부피}) + (\text{큰 반구의 부피})$$

$$= \frac{1}{2} \times \left(\frac{4}{3}\pi \times 1^3\right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{4}{3}\pi \times 3^3\right)$$

$$= \frac{2}{3}\pi + 18\pi = \frac{56}{3}\pi(\text{cm}^3)$$

13 **답** $\frac{16}{3}\pi \text{ cm}^3$, $16\pi \text{ cm}^3$

(원뿔의 부피) : (구의 부피) = 1 : 2이므로

(원뿔의 부피) : $\frac{32}{3}\pi = 1 : 2$

$\therefore$ (원뿔의 부피) = $\frac{32}{3}\pi \times \frac{1}{2} = \frac{16}{3}\pi (\text{cm}^3)$

(구의 부피) : (원기둥의 부피) = 2 : 3이므로

$\frac{32}{3}\pi$: (원기둥의 부피) = 2 : 3

$\therefore$ (원기둥의 부피) = $\frac{32}{3}\pi \times \frac{3}{2} = 16\pi (\text{cm}^3)$

다른 풀이

구의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라 하면

$\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{32}{3}\pi$, $r^3 = 8 = 2^3$

$\therefore r = 2$

$\therefore$ (원뿔의 부피) = $\frac{1}{3} \times (\pi \times 2^2) \times 4 = \frac{16}{3}\pi (\text{cm}^3)$,

(원기둥의 부피) = $(\pi \times 2^2) \times 4 = 16\pi (\text{cm}^3)$

STEP 2 고난도 문제

▶ 84~88쪽

- | | | |
|----------------------------------|------------------------------------|-----------------------------|
| 01 168000원 | 02 96 cm^2 | 03 376 cm^2 |
| 04 $(138 + 18n) \text{ cm}^2$ | 05 275 cm^3 | |
| 06 450 cm^3 | 07 $(40\pi + 80) \text{ cm}^3$ | 08 352 cm^3 |
| 09 $(120\pi - 240) \text{ cm}^3$ | 10 $(3\pi + 48) \text{ cm}^3$ | 11 ④ |
| 12 $45\pi \text{ cm}^2$ | 13 40 | 14 ① |
| | 15 $\frac{8}{3} \text{ cm}$ | 16 ① |
| 17 $(36\pi + 24) \text{ cm}^3$ | 18 14 cm | 19 4 |
| 20 60 | | |
| 21 $76\pi \text{ cm}^2$ | 22 $\frac{112}{9}\pi \text{ cm}^3$ | 23 ① |
| 24 125000원 | 25 ③ | 26 $144\pi \text{ cm}^2$ |
| 27 $54\pi \text{ cm}^3$ | 28 6 | 29 $\frac{8}{3} \text{ cm}$ |
| | 30 $60\pi \text{ cm}^3$ | |

01 **답** 168000원

바닥을 제외한 모든 겉면의 넓이는

$$\left\{ \frac{1}{2} \times (3+6) \times 4 \times 2 \right\} \times 2 + (3+5+5+3) \times 15 = 72 + 240 = 312 (\text{m}^2)$$

이때 비닐 한 롤당 13 m^2 를 덮을 수 있으므로 필요한 롤 수는

$312 \div 13 = 24$

따라서 필요한 비닐을 구매하기 위한 최소 비용은

$7000 \times 24 = 168000 (\text{원})$

02 **답** 96 cm^2

한 모서리의 길이가 2 cm 인 정육면체 1개의 겉넓이는

$(2 \times 2) \times 6 = 24 (\text{cm}^2)$

맞닿아 있는 부분의 넓이는 정육면체의 한 면의 넓이와 같으므로

$2 \times 2 = 4 (\text{cm}^2)$

옆으로 맞닿은 부분이 3군데, 위아래로 맞닿은 부분이 3군데이고,

각각 양쪽에서 맞닿아 있으므로 맞닿은 부분의 넓이의 합은

$4 \times (3+3) \times 2 = 48 (\text{cm}^2)$

$\therefore$ (겉넓이) = $24 \times 6 - 48 = 144 - 48 = 96 (\text{cm}^2)$

다른 풀이

오른쪽 그림과 같이 위쪽, 왼쪽, 오른쪽을

향하는 면을 각각 이동하여 생각하면 위쪽

과 아래쪽을 향하는 면의 넓이는 서로 같

으므로

$(6 \times 2) \times 2 = 24 (\text{cm}^2)$

왼쪽과 오른쪽을 향하는 면의 넓이는 서로 같으므로

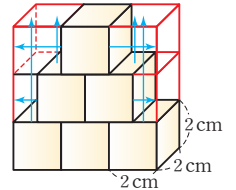
$(2 \times 6) \times 2 = 24 (\text{cm}^2)$

앞쪽과 뒤쪽을 향하는 면의 넓이는 서로 같으므로

$\{(2 \times 2) \times 6\} \times 2 = 48 (\text{cm}^2)$

따라서 구하는 넓이는

$24 + 24 + 48 = 96 (\text{cm}^2)$



03 **idea** 376 cm^2

세 정육면체의 모서리의 길이는 각각

3 cm , 4 cm , 7 cm 이고, 입체도형의 겉넓

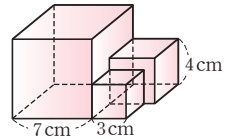
이가 최소가 되려면 겹치는 부분의 넓이가

최대가 되어야 하므로 입체도형이 오른쪽

그림과 같을 때 겉넓이가 최소가 된다.

$\therefore$ (겉넓이의 최솟값)

$$= (3 \times 3 + 4 \times 4 + 7 \times 7) \times 6 - (3 \times 3) \times 4 - (4 \times 4) \times 2 = 444 - 36 - 32 = 376 (\text{cm}^2)$$



04 **idea** $(138 + 18n) \text{ cm}^2$

자르기 전의 사각기둥의 겉넓이는

$(3 \times 3) \times 2 + (3 \times 4) \times 10 = 18 + 120 = 138 (\text{cm}^2)$

1번 자를 때마다 넓이가 $3 \times 3 = 9 (\text{cm}^2)$ 인 면이 2개씩 생기므로 겉

넓이는 $9 \times 2 = 18 (\text{cm}^2)$ 씩 늘어난다.

따라서 n 번 자른 경우는 겉넓이가 $18n \text{ cm}^2$ 만큼 늘어나므로 n 번 자

른 경우의 겉넓이의 합은

$(138 + 18n) \text{ cm}^2$

05 **답** 275 cm^3

처음 정육면체의 부피에서 사각기둥 모양의 구멍 3개의 부피를 빼면

정육면체의 한가운데 있는 한 모서리의 길이가 2 cm 인 정육면체의

부피는 2번 더 빼게 되므로

(부피) = (처음 정육면체의 부피) - (구멍 1개의 부피) $\times 3$

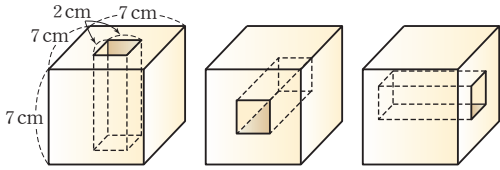
+ (한가운데 있는 정육면체의 부피) $\times 2$

$= 7 \times 7 \times 7 - (2 \times 2 \times 7) \times 3 + (2 \times 2 \times 2) \times 2$

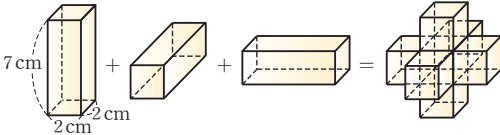
$= 343 - 84 + 16 = 275 (\text{cm}^3)$

비법 NOTE

주어진 입체도형은 다음 그림과 같이 사각기둥 모양으로 3개의 구멍을 뚫은 것이다.



이때 3개의 구멍을 합치면 다음 그림과 같다.



3개의 구멍은 각각 한 변의 길이가 2cm인 정사각형을 밑면으로 하고 높이가 7cm인 사각기둥이고, 3개의 구멍이 교차하는 부분은 한 모서리의 길이가 2cm인 정육면체이다.

06 답 450 cm³

우유갑 전체의 부피는 우유가 있는 부분과 우유가 없는 부분의 부피의 합임을 이용한다.

주어진 두 그림에서 우유의 부피는 같으므로

(우유갑 전체의 부피)

= (우유가 있는 부분의 부피) + (우유가 없는 부분의 부피)

= $6 \times 5 \times 11 + 6 \times 5 \times 4$

= $330 + 120$

= $450(\text{cm}^3)$

07 답 $(40\pi + 80) \text{cm}^3$

45° 만큼 기울인 그릇의 밑면은 오른쪽 그림과 같다.

∴ (버려진 물의 부피)

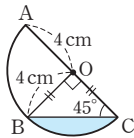
= { (부채꼴 AOB의 넓이)

+ (△OBC의 넓이) } × (기둥의 높이)

= $\left\{ (\pi \times 4^2) \times \frac{90}{360} + \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \right\} \times 10$

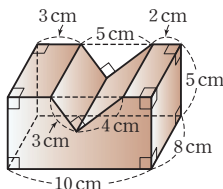
= $(4\pi + 8) \times 10$

= $40\pi + 80(\text{cm}^3)$



08 답 352 cm³

주어진 입체도형의 모양은 다음 그림과 같다.



∴ (부피) = (직육면체의 부피) - (삼각기둥의 부피)

= $10 \times 8 \times 5 - \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 4 \right) \times 8$

= $400 - 48$

= $352(\text{cm}^3)$

09 답 $(120\pi - 240) \text{cm}^3$

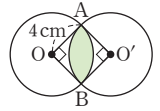
색칠한 부분의 밑면은 오른쪽 그림과 같으므로 (색칠한 부분의 밑넓이)

= $\left\{ (\pi \times 4^2) \times \frac{90}{360} - \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \right\} \times 2$

= $8\pi - 16(\text{cm}^2)$

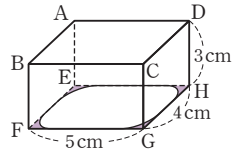
∴ (색칠한 부분의 부피) = $(8\pi - 16) \times 15$

= $120\pi - 240(\text{cm}^3)$



10 답 $(3\pi + 48) \text{cm}^3$

사각형 EFGH의 내부에서 원기둥의 밑면이 움직이면 오른쪽 그림과 같이 네 귀퉁이의 색칠한 부분은 밑면이 지나지 못한다.



색칠한 부분을 모아 붙이면 와 같으므로 색칠한 부분의 넓이는

$2 \times 2 - \pi \times 1^2 = 4 - \pi(\text{cm}^2)$

따라서 원기둥이 최대한 움직일 수 있는 공간의 밑면의 넓이는 사각형 EFGH의 넓이에서 $(4 - \pi) \text{cm}^2$ 를 뺀 것과 같다.

∴ (구하는 부피) = (밑넓이) × (높이)

= $\{ 5 \times 4 - (4 - \pi) \} \times 3$

= $(20 - 4 + \pi) \times 3 = 3\pi + 48(\text{cm}^3)$

11 답 ④

주어진 직각삼각형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.

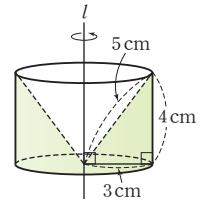
∴ (입체도형의 겉넓이)

= (밑넓이) + (원기둥의 옆넓이)

+ (원뿔의 옆넓이)

= $\pi \times 3^2 + (2\pi \times 3) \times 4 + \pi \times 3 \times 5$

= $9\pi + 24\pi + 15\pi = 48\pi(\text{cm}^2)$



12 답 $45\pi \text{cm}^2$

주어진 원뿔의 모선의 길이를 lcm라 하면 원 O의 둘레의 길이는 원뿔의 밑면인 원의 둘레의 길이의 4배이므로

$2\pi l = (2\pi \times 3) \times 4 \quad \therefore l = 12$

∴ (겉넓이) = $\pi \times 3^2 + \pi \times 3 \times 12$

= $9\pi + 36\pi = 45\pi(\text{cm}^2)$

13 답 40

잘라 낸 정사면체의 한 면의 넓이는 처음 정사면체의 한 면의 넓이의 $\frac{1}{9}$ 이다. 또 처음 정사면체의 각 면의 넓이는 $\frac{1}{4} \times 360 = 90(\text{cm}^2)$ 이다.

처음 정사면체의 한 면에 대하여 잘라 낸 정삼각형이 3개씩이고, 잘린 단면마다 정삼각형 1개가 생겼으므로

$S_1 = 4 \times \left(90 - 3 \times \frac{1}{9} \times 90 \right) + 4 \times \frac{1}{9} \times 90 = 240 + 40 = 280$

잘라 낸 정사면체 1개의 겉넓이는 $4 \times \frac{1}{9} \times 90 = 40(\text{cm}^2)$ 이고, 모두

4개의 정사면체를 잘라 내었으므로

$$S_2 = 4 \times 40 = 160$$

$$\therefore 2S_2 - S_1 = 2 \times 160 - 280 = 40$$

14 답 ①

$$(\text{원뿔의 부피}) = \frac{1}{3} \times (\pi \times 3^2) \times 8 = 24\pi$$

원기둥의 높이를 x 라 하면

$$(\text{원기둥의 부피}) = (\pi \times 2^2) \times x = 4\pi x$$

원뿔과 원기둥의 부피가 같으므로

$$4\pi x = 24\pi \quad \therefore x = 6$$

$$\therefore (\text{원기둥의 겉넓이}) = (\pi \times 2^2) \times 2 + (2\pi \times 2) \times 6 = 8\pi + 24\pi = 32\pi$$

15 답 $\frac{8}{3} \text{ cm}$

($\triangle DEF$ 의 넓이)

= (사각형 ABCD의 넓이)

$$- \{(\triangle AED \text{의 넓이}) + (\triangle EBF \text{의 넓이}) + (\triangle DFC \text{의 넓이})\}$$

$$= 8 \times 8 - \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 4 + \frac{1}{2} \times 4 \times 4 + \frac{1}{2} \times 4 \times 8 \right)$$

$$= 64 - 40 = 24(\text{cm}^2)$$

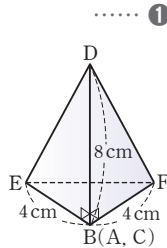
이때 주어진 정사각형을 접어서 만든 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.

삼각뿔 A-DEF의 부피와 삼각뿔 D-EBF의 부피가 같으므로 $\triangle DEF$ 를 밑면으로 하는 삼각뿔의 높이를 $h \text{ cm}$ 라 하면

$$\frac{1}{3} \times 24 \times h = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 4 \right) \times 8 \quad \dots\dots ②$$

$$8h = \frac{64}{3} \quad \therefore h = \frac{8}{3}$$

따라서 $\triangle DEF$ 를 밑면으로 하는 삼각뿔의 높이는 $\frac{8}{3} \text{ cm}$ 이다.



채점 기준

① $\triangle DEF$ 의 넓이 구하기	30%
② (삼각뿔 A-DEF의 부피) = (삼각뿔 D-EBF의 부피)임을 이용하여 식 세우기	40%
③ $\triangle DEF$ 를 밑면으로 하는 삼각뿔의 높이 구하기	30%

16 답 ①

의태, 승현이가 마시는 부분은 원뿔대 모양이고, 은수가 마시는 부분은 원뿔 모양이므로

(의태가 마시는 음료수의 부피)

$$= \frac{1}{3} \times (\pi \times 3^2) \times 15 - \frac{1}{3} \times (\pi \times 2^2) \times 10$$

$$= 45\pi - \frac{40}{3}\pi = \frac{95}{3}\pi(\text{cm}^3)$$

(승현이가 마시는 음료수의 부피)

$$= \frac{1}{3} \times (\pi \times 2^2) \times 10 - \frac{1}{3} \times (\pi \times 1^2) \times 5$$

$$= \frac{40}{3}\pi - \frac{5}{3}\pi = \frac{35}{3}\pi(\text{cm}^3)$$

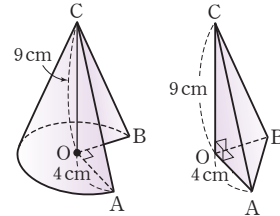
$$\begin{aligned} (\text{은수가 마시는 음료수의 부피}) &= \frac{1}{3} \times (\pi \times 1^2) \times 5 \\ &= \frac{5}{3}\pi(\text{cm}^3) \end{aligned}$$

따라서 의태, 승현, 은수가 마시는 음료수의 부피의 비는

$$\frac{95}{3}\pi : \frac{35}{3}\pi : \frac{5}{3}\pi = 19 : 7 : 1$$

17 답 $(36\pi + 24) \text{ cm}^3$

주어진 입체도형은 다음 그림과 같이 2개의 입체도형으로 나누어진 다.



$$\begin{aligned} \therefore (\text{부피}) &= \left\{ \frac{1}{3} \times (\pi \times 4^2) \times 9 \right\} \times \frac{270}{360} + \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 4 \right) \times 9 \\ &= 36\pi + 24(\text{cm}^3) \end{aligned}$$

18 답 14 cm

원뿔대 모양의 그릇에 담겨 있던 물의 부피는

$$\frac{1}{3} \times (\pi \times 12^2) \times (8+8) - \frac{1}{3} \times (\pi \times 6^2) \times 8$$

$$= 768\pi - 96\pi$$

$$= 672\pi(\text{cm}^3) \quad \dots\dots ①$$

원기둥 모양의 컵 1개에 담은 물의 부피는

$$672\pi \div 3 = 224\pi(\text{cm}^3) \quad \dots\dots ②$$

이때 컵 1개에 담은 물의 높이를 $h \text{ cm}$ 라 하면

$$(\pi \times 4^2) \times h = 224\pi, \quad 16\pi h = 224\pi$$

$$\therefore h = 14$$

따라서 컵 1개에 담은 물의 높이는 14 cm이다. $\dots\dots ③$

채점 기준

① 원뿔대 모양의 그릇에 담겨 있던 물의 부피 구하기	40%
② 컵 1개에 담은 물의 부피 구하기	30%
③ 컵 1개에 담은 물의 높이 구하기	30%

19 답 4

조각품 A의 옆넓이와 조각품 B의 겉넓이가 같으므로

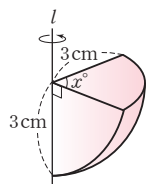
$$\pi \times 6 \times (3+6) - \pi \times 2 \times 3 = \frac{1}{2} \times 4\pi x^2 + \pi x^2 \text{에서}$$

$$48\pi = 3\pi x^2, \quad x^2 = 16 = 4^2$$

$$\therefore x = 4$$

20 답 60

주어진 평면도형을 직선 l 을 회전축으로 하여 x° 만큼 회전시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.



$$\begin{aligned}
 (\text{겉넓이}) &= \pi \times 3^2 \times \frac{x}{360} + \left\{ \frac{1}{2} \times (4\pi \times 3^2) \right\} \times \frac{x}{360} \\
 &\quad + \left(\pi \times 3^2 \times \frac{90}{360} \right) \times 2 \\
 &= \frac{\pi}{40}x + \frac{\pi}{20}x + \frac{9}{2}\pi = \frac{3}{40}\pi x + \frac{9}{2}\pi (\text{cm}^2)
 \end{aligned}$$

이때 입체도형의 겉넓이가 $9\pi \text{cm}^2$ 이므로

$$\frac{3}{40}\pi x + \frac{9}{2}\pi = 9\pi, \quad \frac{3}{40}\pi x = \frac{9}{2}\pi$$

$$\therefore x = 60$$

21 답 76π cm²

큰 구의 반지름의 길이를 $R \text{cm}$, 작은 구의 반지름의 길이를 $r \text{cm}$ 라 하면

$$2\pi \times R \times \frac{90}{360} = 4\pi \quad \therefore R = 8$$

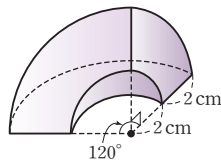
$$2\pi \times r \times \frac{90}{360} = 2\pi \quad \therefore r = 4$$

$$\begin{aligned}
 \therefore (\text{겉넓이}) &= (4\pi \times 8^2 + 4\pi \times 4^2) \times \frac{1}{8} \\
 &\quad + \left(\pi \times 8^2 \times \frac{90}{360} - \pi \times 4^2 \times \frac{90}{360} \right) \times 3 \\
 &= 40\pi + 36\pi \\
 &= 76\pi (\text{cm}^2)
 \end{aligned}$$

22 답 $\frac{112}{9}\pi \text{cm}^3$

주어진 평면도형을 직선 l 을 회전축으로 하여 120° 만큼 회전시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같다.

$$\begin{aligned}
 \therefore (\text{부피}) &= \left\{ \frac{1}{2} \times \left(\frac{4}{3}\pi \times 4^3 \right) \right\} \times \frac{120}{360} \\
 &\quad - \left\{ \frac{1}{2} \times \left(\frac{4}{3}\pi \times 2^3 \right) \right\} \times \frac{120}{360} \\
 &= \frac{128}{9}\pi - \frac{16}{9}\pi = \frac{112}{9}\pi (\text{cm}^3)
 \end{aligned}$$



23 답 ①

[그림 1]에서 원기둥 모양의 그릇에 채워진 물의 부피는

$$(\pi \times 4^2) \times x = 16\pi x (\text{cm}^3)$$

[그림 2]에서 원기둥 모양의 그릇에 채워진 물과 쇠구슬의 부피의 합은

$$(\pi \times 4^2) \times 8 = 128\pi (\text{cm}^3)$$

이때 구 모양의 쇠구슬의 부피는 $\frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 = 36\pi (\text{cm}^3)$ 이므로

$$16\pi x + 36\pi = 128\pi, \quad 16\pi x = 92\pi \quad \therefore x = \frac{23}{4}$$

24 답 125000원

$$(\text{전체 아이스크림의 부피}) = 30 \times 30 \times 30 = 27000 (\text{cm}^3)$$

$$\begin{aligned}
 (\text{구 모양의 아이스크림 1개의 부피}) &= \frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 36\pi \\
 &= 36 \times 3 = 108 (\text{cm}^3)
 \end{aligned}$$

따라서 $27000 \div 108 = 250$ 에서 250개의 아이스크림콘을 만들 수 있으므로 $250 \times 500 = 125000$ (원)을 벌었다.

25 답 ③

구의 반지름의 길이를 r 라 하면 정육면체의 한 모서리의 길이와 사각뿔의 높이가 각각 $2r$ 이므로

$$(\text{정육면체의 부피}) = 2r \times 2r \times 2r = 8r^3$$

$$(\text{구의 부피}) = \frac{4}{3}\pi r^3$$

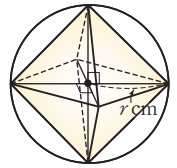
$$(\text{사각뿔의 부피}) = \frac{1}{3} \times (2r \times 2r) \times 2r = \frac{8}{3}r^3$$

따라서 구하는 부피의 비는

$$8r^3 : \frac{4}{3}\pi r^3 : \frac{8}{3}r^3 = 6 : \pi : 2$$

26 답 144π cm²

오른쪽 그림과 같이 정팔면체는 사각뿔 2개를 붙여 놓은 것과 같으므로 구의 반지름의 길이를 $r \text{cm}$ 라 하면



$$\begin{aligned}
 (\text{사각뿔의 밑면의 넓이}) &= \frac{1}{2} \times 2r \times 2r \\
 &= 2r^2 (\text{cm}^2)
 \end{aligned}$$

사각뿔의 높이는 $r \text{cm}$ 이고, 정팔면체의 부피는 288cm^3 이므로

$$\begin{aligned}
 (\text{정팔면체의 부피}) &= (\text{사각뿔의 부피}) \times 2 \\
 &= \left(\frac{1}{3} \times 2r^2 \times r \right) \times 2 = 288 (\text{cm}^3)
 \end{aligned}$$

$$\frac{4}{3}r^3 = 288, \quad r^3 = 216 = 6^3 \quad \therefore r = 6$$

$$\therefore (\text{구의 겉넓이}) = 4\pi \times 6^2 = 144\pi (\text{cm}^2)$$

27 답 54π cm³

공의 반지름의 길이를 $r \text{cm}$ 라 하면 통의 높이는 $6r \text{cm}$ 이고, 통의 부피가 $162\pi \text{cm}^3$ 이므로

$$\pi r^2 \times 6r = 162\pi, \quad r^3 = 27 = 3^3 \quad \therefore r = 3$$

$$\therefore (\text{공 1개의 부피}) = \frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 36\pi (\text{cm}^3)$$

$$\begin{aligned}
 \therefore (\text{남아 있는 물의 부피}) &= (\text{통의 부피}) - (\text{공 3개의 부피}) \\
 &= 162\pi - 36\pi \times 3 \\
 &= 162\pi - 108\pi = 54\pi (\text{cm}^3)
 \end{aligned}$$

다른 풀이

처음 원기둥을 삼등분하여 얻은 작은 원기둥 1개와 공 1개의 부피의 비는 3 : 2이므로 각각의 부피를 3배 하면 처음 원기둥과 공 3개의 부피의 비도 3 : 2이다.

따라서 통에 남아 있는 물의 부피는 통의 부피의 $\frac{1}{3}$ 이므로

$$162\pi \times \frac{1}{3} = 54\pi (\text{cm}^3)$$

28 답 6

정육면체의 한 모서리의 길이를 a 라 하면

$$V_1 = (\text{정육면체의 부피}) = a \times a \times a = a^3$$

정팔면체는 사각뿔 2개를 붙여 놓은 것과 같고, 사각뿔의 밑면은 대각선의 길이가 a 인 정사각형이므로

$$(\text{사각뿔의 밑면의 넓이}) = \frac{1}{2} \times a \times a = \frac{a^2}{2}$$

사각뿔의 높이는 $\frac{a}{2}$ 이므로

$$\begin{aligned} V_2 &= (\text{정팔면체의 부피}) \\ &= (\text{사각뿔의 부피}) \times 2 \\ &= \left(\frac{1}{3} \times \frac{a^2}{2} \times \frac{a}{2} \right) \times 2 = \frac{a^3}{6} \\ \therefore \frac{V_1}{V_2} &= a^3 \div \frac{a^3}{6} = a^3 \times \frac{6}{a^3} = 6 \end{aligned}$$

29 답 $\frac{8}{3}$ cm

$$\begin{aligned} (\text{그릇에 들어 있는 물의 양}) &= (\text{원기둥의 부피}) - (\text{구의 부피}) \\ &= (\pi \times 3^2) \times 6 - \frac{4}{3} \pi \times 3^3 \\ &= 54\pi - 36\pi = 18\pi (\text{cm}^3) \end{aligned}$$

구를 꺼낸 다음 다시 원뿔을 넣었을 때 그릇에 있는 물의 높이를 x cm라 하면

$$(\text{물의 양}) + (\text{원뿔의 부피}) = (\pi \times 3^2) \times x = 9\pi x (\text{cm}^3)$$

이므로

$$18\pi + \frac{1}{3} \times (\pi \times 3^2) \times 2 = 9\pi x$$

$$9\pi x = 24\pi \quad \therefore x = \frac{8}{3}$$

따라서 그릇에 있는 물의 높이는 $\frac{8}{3}$ cm이다.

30 답 $60\pi \text{ cm}^3$

오른쪽 그림과 같이 원뿔의 밑면인 원의 중심을 H라 하고 점 M에서 AH, BH에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라 하면

$\triangle AMP$ 와 $\triangle MBQ$ 에서

$\overline{AM} = \overline{MB}$, $\angle AMP = \angle MBQ$ (동위각),

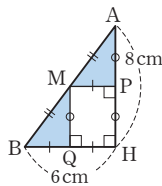
$\angle APM = \angle MQB = 90^\circ$ 이므로

$\angle MAP = \angle BMQ$

$\therefore \triangle AMP \cong \triangle MBQ$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{BQ} = \overline{MP} = \overline{QH} = 3 \text{ cm}$, $\overline{AP} = \overline{MQ} = \overline{PH} = 4 \text{ cm}$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{입체도형의 부피}) &= (\text{원뿔의 부피}) - (\text{원기둥의 부피}) \\ &= \frac{1}{3} \times (\pi \times 6^2) \times 8 - (\pi \times 3^2) \times 4 \\ &= 96\pi - 36\pi = 60\pi (\text{cm}^3) \end{aligned}$$



01 답 14개

처음 정육면체의 겉넓이는

$$(12 \times 12) \times 6 = 864 (\text{cm}^2)$$

원기둥 모양의 구멍 하나를 뚫으면 그 겉넓이는 원기둥의 옆넓이만큼 늘어나고 원기둥의 두 밑면의 넓이만큼 줄어든다.

이때 구멍을 하나 뚫을 때마다 늘어나는 겉넓이는

$$(2\pi \times 1) \times 12 - (\pi \times 1^2) \times 2 = 22\pi (\text{cm}^2)$$

즉, $22\pi = 22 \times 3 = 66 (\text{cm}^2)$ 이므로 n 개의 구멍을 뚫었을 때, 처음 정육면체의 겉넓이의 2배보다 커진다고 하면

$$864 + 66 \times n > 864 \times 2, \quad 864 + 66n > 1728$$

(i) $n = 13$ 일 때,

$$864 + 66 \times 13 = 1722 < 1728$$

(ii) $n = 14$ 일 때,

$$864 + 66 \times 14 = 1788 > 1728$$

(i), (ii)에서 구멍을 뚫은 입체도형의 겉넓이가 처음 정육면체의 겉넓이의 2배보다 커지게 하려면 구멍을 최소 14개 뚫어야 한다.

02 답 3 : 2

주어진 도형을 x 축을 회전축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같다.

$$\therefore V_1 = \frac{1}{3} \times (\pi \times 9^2) \times 3$$

$$+ \frac{1}{3} \times (\pi \times 18^2) \times 6$$

$$= 81\pi + 648\pi$$

$$= 729\pi$$

주어진 도형을 y 축을 회전축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같다.

$$\therefore V_2 = \left\{ (\pi \times 6^2) \times 18 - \frac{1}{3} \times (\pi \times 6^2) \times 18 \right\}$$

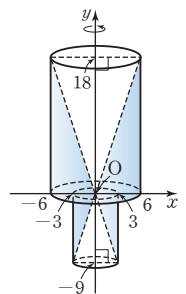
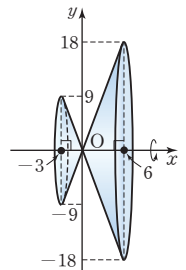
$$+ \left\{ (\pi \times 3^2) \times 9 - \frac{1}{3} \times (\pi \times 3^2) \times 9 \right\}$$

$$= 432\pi + 54\pi$$

$$= 486\pi$$

$$\therefore V_1 : V_2 = 729\pi : 486\pi$$

$$= 3 : 2$$

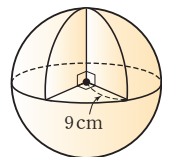


03 답 $\frac{1701}{2} \pi \text{ cm}^3$

별은 정육면체 모양의 상자의 안쪽 공간으로는 움직일 수 없으므로 별이 최대한 움직일 수 있는 공간을 나타내는 입체도형은 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 9 cm인 구의 $\frac{7}{8}$ 이다.

$\therefore$ (별이 최대한 움직일 수 있는 공간의 부피)

$$= \left(\frac{4}{3} \pi \times 9^3 \right) \times \frac{7}{8} = \frac{1701}{2} \pi (\text{cm}^3)$$



04 답 1 : 5

물통 A에는 쇠구슬이 들어 있으므로 쇠구슬의 지름의 길이(높이)까지는 물이 빨리 차고, 그 후로는 물통 B와 같은 속력으로 물의 높이가 올라간다.

* STEP 3 최고난도 문제

▶ 89쪽

01 14개 02 3 : 2 03 $\frac{1701}{2} \pi \text{ cm}^3$ 04 1 : 5

05 35 : 21 : 15

(쇠구슬의 부피)

$= (2\text{초 후 물통 A에 물이 채워진 높이까지의 부피})$

$- (2\text{초 후 물통 B에 물이 채워진 높이까지의 부피})$

이때 물통 B에서 h 는 t 에 정비례하므로 $h=at$ (a 는 상수)로 놓고 $t=10, h=20$ 을 대입하면

$$20=10a \quad \therefore a=2$$

즉, $h=2t$ 이므로 2초 후 물통 B의 물의 높이는 4cm이다.

물통의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$(\text{쇠구슬의 부피}) = (\pi \times r^2) \times 8 - (\pi \times r^2) \times 4 = 4\pi r^2 (\text{cm}^3)$$

$$(\text{물통의 부피}) = (\pi \times r^2) \times 20 = 20\pi r^2 (\text{cm}^3)$$

따라서 쇠구슬과 물통의 부피의 비는

$$4\pi r^2 : 20\pi r^2 = 1 : 5$$

05 답 35 : 21 : 15

원뿔의 전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기를 x° 라 하고 화산 분출이 시작된 후 용암이 세 지점 B, C, D에 도착할 때까지 걸리는 시간을 각각 t_b 분, t_c 분, t_d 분이라 하자.

이때 용암은 섬 윗부분부터 균일하게 덮으며 내려오고, 용암으로 덮인 섬의 넓이는 시간에 정비례하여 증가하므로

$$\left(\pi \times 1^2 \times \frac{x}{360}\right) : 25 = \left(\pi \times 2^2 \times \frac{x}{360}\right) : t_b$$

$$\therefore t_b = 100$$

$$\left(\pi \times 1^2 \times \frac{x}{360}\right) : 25 = \left(\pi \times 3^2 \times \frac{x}{360}\right) : t_c$$

$$\therefore t_c = 225$$

$$\left(\pi \times 1^2 \times \frac{x}{360}\right) : 25 = \left(\pi \times 4^2 \times \frac{x}{360}\right) : t_d$$

$$\therefore t_d = 400$$

$$\therefore p : q : r = \left(\frac{1}{100-25}\right) : \left(\frac{1}{225-100}\right) : \left(\frac{1}{400-225}\right)$$

$$= \frac{1}{75} : \frac{1}{125} : \frac{1}{175}$$

$$= 35 : 21 : 15$$

* 단원 마스터 ▶ 90~93쪽

01 21 02 육각형 03 ④ 04 ⑤ 05 ①, ⑤

06 13 07 ⑤ 08 ②, ⑤ 09 $(4\pi - 8)\text{cm}^2$

10 $72\pi\text{cm}^3$ 11 864cm^2 12 16cm^3

13 2^{10} 배 14 $\frac{500}{3}\text{cm}^3$ 15 965cm^3

16 180cm^3 17 $64\pi\text{cm}^2$ 18 $250\pi\text{cm}^3$

19 21초 20 $\frac{56}{9}$ 21 $23 : 20 : 17$ 22 $63\pi\text{cm}^2$

23 $\frac{104}{25}\text{cm}$ 24 $144\pi\text{cm}^3$

01 답 21

n 각뿔의 밑면은 n 각형이므로 대각선의 개수는 $\frac{n(n-3)}{2}$ 이다.

$$\text{이때 } \frac{n(n-3)}{2} = 14 \text{이므로 } n(n-3) = 28 = 7 \times 4$$

$$\therefore n = 7$$

따라서 칠각뿔대의 모서리의 개수는 $3 \times 7 = 21$ 이다.

02 답 육각형

주어진 각뿔대를 n 각뿔대라 하면 모서리의 개수는 $3n$ 이고 면의 개수는 $n+2$ 이므로

$$3n + (n+2) = 26, 4n = 24$$

$$\therefore n = 6, \text{ 즉 육각뿔대}$$

따라서 육각뿔대의 밑면의 모양은 육각형이다.

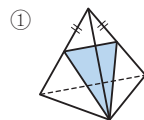
03 답 ④

④ 정다면체를 둘러싸고 있는 정다각형의 면의 개수에 따라 정다면체의 이름이 결정된다.

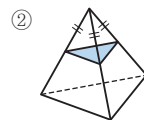
⑤ 정이십면체의 꼭짓점의 개수와 정육면체의 모서리의 개수는 12로 같다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

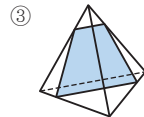
04 답 ⑤



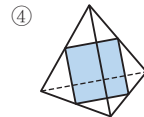
이등변삼각형



정삼각형



사다리꼴



직사각형

⑤ 평면이 정사면체의 한 면과 만날 때마다 최대 1개의 선분이 생기므로 선분의 최대 개수는 4이다. 따라서 단면의 모양은 오각형이 될 수 없다.

05 답 ①, ⑤

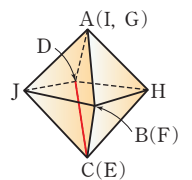
주어진 전개도로 만들어지는 정다면체는 오른쪽 그림과 같은 정팔면체이다.

이때 $\overline{CD}$ 와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{AH}$, $\overline{BH}$, $\overline{AJ}$, $\overline{BJ}$ 이다.

① $\overline{AB}$ 는 $\overline{CD}$ 와 평행하다.

⑤ $\overline{EH}$ 는 $\overline{CD}$ 와 한 점에서 만난다.

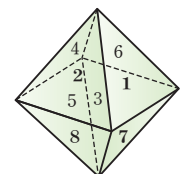
따라서 $\overline{CD}$ 와 꼬인 위치에 있는 모서리가 아닌 것은 ①, ⑤이다.



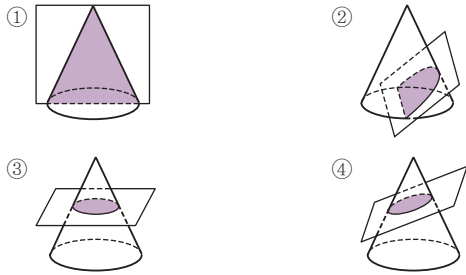
06 답 13

주어진 전개도로 만들어지는 정팔면체는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 2가 적힌 면과 서로 이웃한 세 면에 적힌 숫자는 1, 4, 8이므로 그 합은 $1+4+8=13$ 이다.

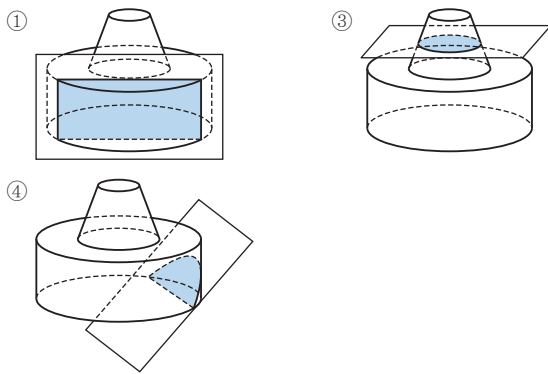


07 답 ⑤



따라서 원뿔을 한 평면으로 자를 때 생기는 단면의 모양이 될 수 없는 것은 ⑤이다.

08 답 ②, ⑤



따라서 회전체를 한 평면으로 자를 때 생기는 단면의 모양이 될 수 없는 것은 ②, ⑤이다.

09 답 $(4\pi - 8) \text{ cm}^2$

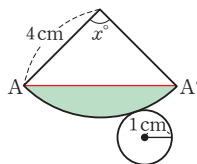
주어진 원뿔의 전개도는 오른쪽 그림과 같고 $\widehat{AA'}$ 이 가장 짧은 선이다.

$\widehat{AA'}$ 에 대한 중심각의 크기를 x° 라 하면

$$2\pi \times 4 \times \frac{x}{360} = 2\pi \times 1$$

$$\therefore x = 90$$

$$\therefore (\text{색칠한 부분의 넓이}) = \pi \times 4^2 \times \frac{90}{360} - \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 4\pi - 8 (\text{cm}^2)$$



10 답 $72\pi \text{ cm}^3$

$$\Rightarrow \{(\pi \times 3^2) \times 4\} \times \frac{1}{2} = 18\pi (\text{cm}^3)$$

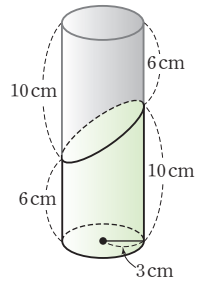
$$\Rightarrow (\pi \times 3^2) \times 6 = 54\pi (\text{cm}^3)$$

$$\therefore (\text{부피}) = 18\pi + 54\pi = 72\pi (\text{cm}^3)$$

다른 풀이

주어진 입체도형과 같은 입체도형 2개를 오른쪽 그림과 같이 비스듬한 면끼리 이어 붙이면 밑면인 원의 반지름의 길이가 3cm, 높이가 $10 + 6 = 16(\text{cm})$ 인 원기둥이 된다.

$$\text{따라서 구하는 입체도형의 부피는 } \{(\pi \times 3^2) \times 16\} \times \frac{1}{2} = 72\pi (\text{cm}^3)$$



11 답 864 cm^2

물속에 있는 물체의 한 모서리의 길이를 $x \text{ cm}$ 라 하면 물체를 꺼낼 때 수면의 높이가 2cm 내려갔으므로

$$x^3 = 32 \times 27 \times 2 = 1728 = 12^3$$

$$\therefore x = 12$$

따라서 물속에 있는 물체의 겉넓이는

$$(12 \times 12) \times 6 = 864 (\text{cm}^2)$$

12 답 16 cm^3

나무토막 하나의 부피는 $2 \times 2 \times 2 = 8 (\text{cm}^3)$

위에서 본 모양에서 각 자리에 올 수 있는 나무토막의 개수를 알아

보면 각 자리에 반드시 필요한 나무토막의 개수는 오른쪽

1		
1		3

쪽 그림과 같으므로 나머지 자리에 쌓은 나무토막이 가장 많을 때와 가장 적을 때의 개수를 써넣으면 다음과 같다.

(i) 나무토막이 가장 많을 때,

1	2	2
1	2	3

$$(\text{부피}) = 8 \times (1 + 2 + 2 + 1 + 2 + 3) = 88 (\text{cm}^3)$$

(ii) 나무토막이 가장 적을 때,

1	2	1
1	1	3

$$(\text{부피}) = 8 \times (1 + 2 + 1 + 1 + 1 + 3) = 72 (\text{cm}^3)$$

(i), (ii)에서 입체도형의 부피의 차는

$$88 - 72 = 16 (\text{cm}^3)$$

13 답 2^{10} 배

$$(\text{처음 정육면체의 겉넓이}) = (4 \times 4) \times 6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 6 = 2^4 \times 6$$

(1회 시행 후 분리된 모든 정육면체의 겉넓이의 합)

$$= (2 \times 2) \times 6 \times 8 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 6 = 2^5 \times 6$$

이므로 처음 정육면체의 겉넓이의 2배이다.

(2회 시행 후 분리된 모든 정육면체의 겉넓이의 합)

$$= (1 \times 1) \times 6 \times 64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 6 = 2^6 \times 6$$

이므로 처음 정육면체의 겉넓이의 2^2 배이다.

따라서 1회 시행할 때마다 겉넓이가 2배씩 증가하므로 10회 시행 후 분리된 모든 정육면체의 겉넓이의 합은 처음 정육면체의 겉넓이의 2^{10} 배이다.

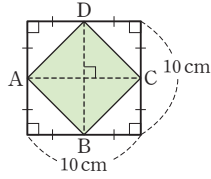
14 답 $\frac{500}{3} \text{ cm}^3$

오른쪽 그림과 같이 사각뿔 O-ABCD의 밑면인 사각형 ABCD의 넓이는 정육면체의 한 면의 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이므로

$$(\text{사각형 ABCD의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (10 \times 10) = 50(\text{cm}^2)$$

이때 사각뿔의 높이는 정육면체의 높이와 같으므로

$$(\text{부피}) = \frac{1}{3} \times 50 \times 10 = \frac{500}{3}(\text{cm}^3)$$

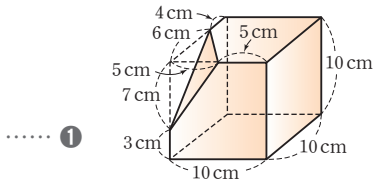


15 답 965 cm^3

오른쪽 그림에서
(정육면체의 부피)
 $= 10 \times 10 \times 10$
 $= 1000(\text{cm}^3)$
(잘라 낸 부분의 부피)

$$= \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 5 \times 6 \right) \times 7 = 35(\text{cm}^3) \quad \dots\dots ②$$

$$\therefore (\text{입체도형의 부피}) = 1000 - 35 = 965(\text{cm}^3) \quad \dots\dots ③$$



채점 기준

① 정육면체의 부피 구하기	30 %
② 잘라 낸 부분의 부피 구하기	40 %
③ 입체도형의 부피 구하기	30 %

16 답 180 cm^3

(남은 입체도형의 부피)

$$= 6 \times 6 \times 6 - \left\{ \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 3 \right) \times 3 \right\} \times 8$$

$$= 216 - 36 = 180(\text{cm}^3)$$

17 답 $64\pi \text{ cm}^2$

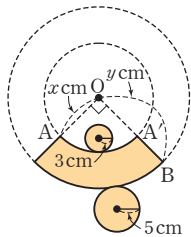
주어진 원뿔대의 전개도는 오른쪽 그림과 같다. 물러가 4바퀴를 돌고 다시 원래 자리로 돌아왔으므로 $\angle AOA' = 90^\circ$ 이다.

$\overline{OA} = x \text{ cm}$, $\overline{OB} = y \text{ cm}$ 라 하면

$$2\pi \times x \times \frac{90}{360} = 2\pi \times 3 \text{에서 } x = 12$$

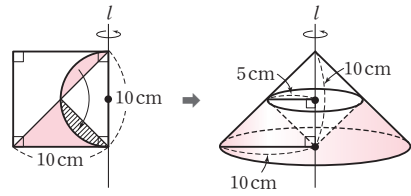
$$2\pi \times y \times \frac{90}{360} = 2\pi \times 5 \text{에서 } y = 20$$

$$\therefore (\text{옆넓이}) = \pi \times 5 \times 20 - \pi \times 3 \times 12 = 100\pi - 36\pi = 64\pi(\text{cm}^2)$$



18 답 $250\pi \text{ cm}^3$

다음 그림과 같이 도형을 이동한 후 직선 l 을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체의 부피는 구하는 회전체의 부피와 같다.



$$\therefore (\text{부피}) = \frac{1}{3} \times (\pi \times 10^2) \times 10 - \left\{ \frac{1}{3} \times (\pi \times 5^2) \times 5 \right\} \times 2$$

$$= \frac{1000}{3} \pi - \frac{250}{3} \pi = 250\pi(\text{cm}^3)$$

19 답 21초

$$(\text{3초 동안 채운 물의 부피}) = \frac{1}{3} \times (3 \times 3) \times 6 = 18(\text{cm}^3)$$

즉, 1초에 $18 \div 3 = 6(\text{cm}^3)$ 씩 물을 넣은 것이다.

$$(\text{그릇의 부피}) = \frac{1}{3} \times (6 \times 6) \times 12 = 144(\text{cm}^3)$$

이므로 빈 그릇에 물을 가득 채우는 데 $144 \div 6 = 24(\text{초})$ 가 걸린다. 따라서 앞으로 $24 - 3 = 21(\text{초})$ 동안 물을 더 넣어야 한다.

20 답 $\frac{56}{9}$

$\overline{AC} = \overline{BC} = a$, $\overline{AD} = b$ 라 하면 $\angle BAC = \angle DAF = 45^\circ$ 이고 $\angle DFA = \angle BAC = 45^\circ$ (엇각)이므로 $\triangle ADF$ 는 직각이등변삼각형이다.

$$\therefore \overline{DF} = \overline{DA} = b$$

주어진 평면도형 DFBCA를 $\overline{AC}$ 를 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같고 $P = 3Q$ 이므로

$$\frac{1}{3} \times (\pi \times a^2) \times a = 3 \times \left\{ (\pi \times b^2) \times a \right\}$$

$$a^2 = 9b^2$$

$$\therefore a = 3b \quad (\because a > 0, b > 0)$$

$$P = \frac{1}{3} \times (\pi \times a^2) \times a = \frac{1}{3} \pi a^3 = \frac{1}{3} \pi \times 3b \times 3b \times 3b = 9\pi b^3,$$

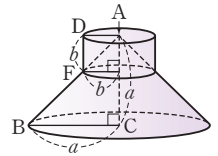
$$Q = (\pi \times b^2) \times a = 3\pi b^3,$$

$$R = (\pi \times b^2) \times b + \left\{ \frac{1}{3} \times (\pi \times a^2) \times a - \frac{1}{3} \times (\pi \times b^2) \times b \right\}$$

$$= \pi b^3 + \frac{1}{3} \pi a^3 - \frac{1}{3} \pi b^3$$

$$= \pi b^3 + 9\pi b^3 - \frac{1}{3} \pi b^3 = \frac{29}{3} \pi b^3$$

$$\therefore \frac{P+R}{Q} = \frac{9\pi b^3 + \frac{29}{3} \pi b^3}{3\pi b^3} = \frac{56}{9}$$



21 답 23 : 20 : 17

$\overline{AD} = \overline{CF} = h$ 라 하면

$3\overline{AP} = 2\overline{PD}$, 즉 $\overline{AP} : \overline{PD} = 2 : 3$ 이므로

$$\overline{AP} = \frac{2}{5} \overline{AD} = \frac{2}{5} h, \quad \overline{PD} = \frac{3}{5} \overline{AD} = \frac{3}{5} h$$

$\overline{CQ} = 3\overline{QF}$, 즉 $\overline{CQ} : \overline{QF} = 3 : 1$ 이므로

$$\overline{CQ} = \frac{3}{4} \overline{CF} = \frac{3}{4} h, \quad \overline{QF} = \frac{1}{4} \overline{CF} = \frac{1}{4} h$$

삼각기둥 ABC-DEF의 부피를 V 라 하면

$$V = \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 4\right) \times h = 6h$$

$$V_1 = \frac{1}{3} \times (\text{사다리꼴 APQC의 넓이}) \times \overline{AB}$$

$$= \frac{1}{3} \times \left\{ \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{5}h + \frac{3}{4}h \right) \times 3 \right\} \times 4 = \frac{23}{10}h$$

$$V_3 = \frac{1}{3} \times (\text{사다리꼴 PDFQ의 넓이}) \times \overline{DE}$$

$$= \frac{1}{3} \times \left\{ \frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{5}h + \frac{1}{4}h \right) \times 3 \right\} \times 4 = \frac{17}{10}h$$

$$V_2 = V - (V_1 + V_3) = 6h - \left(\frac{23}{10}h + \frac{17}{10}h \right)$$

$$= 6h - 4h = 2h$$

$$\therefore V_1 : V_2 : V_3 = \frac{23}{10}h : 2h : \frac{17}{10}h = 23 : 20 : 17$$

22 답 63π cm²

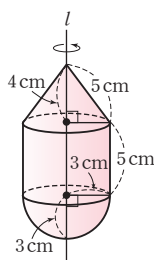
주어진 평면도형을 직선 l 을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.

$$\therefore (\text{겉넓이}) = \pi \times 3 \times 5 + (2\pi \times 3) \times 5$$

$$+ \frac{1}{2} \times (4\pi \times 3^2)$$

$$= 15\pi + 30\pi + 18\pi$$

$$= 63\pi (\text{cm}^2)$$



23 답 $\frac{104}{25}$ cm

$$(\text{처음 물병에 담겨 있던 물의 부피}) = (\pi \times 6^2) \times 10 = 360\pi (\text{cm}^3)$$

$$(\text{쇠구슬 1개의 부피}) = \frac{4}{3}\pi \times 2^3 = \frac{32}{3}\pi (\text{cm}^3)$$

이때 컵에 채워진 물의 높이를 h cm라 하면

(컵에 채워진 물과 쇠구슬의 부피)

$$= (\text{처음 물병에 담겨 있던 물의 부피}) \times \frac{1}{5} + (\text{쇠구슬 3개의 부피})$$

이므로

$$(\pi \times 5^2) \times h = 360\pi \times \frac{1}{5} + \frac{32}{3}\pi \times 3$$

$$25\pi h = 72\pi + 32\pi, 25\pi h = 104\pi \quad \therefore h = \frac{104}{25}$$

따라서 컵에 채워진 물의 높이는 $\frac{104}{25}$ cm이다.

24 답 144π cm³

사각뿔의 겉넓이가 600 cm²이므로

$$15 \times 15 + 4\triangle ABC = 600, 4\triangle ABC = 375$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{375}{4} (\text{cm}^2)$$

이때 반구의 중심을 O라 하면 점 O는 사각형 BCDE의 두 대각선의 교점과 같으므로 삼각뿔 O-ABC의 부피는 사각뿔 A-BCDE의 부피의 $\frac{1}{4}$ 이다.

반구 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\frac{1}{3} \times \frac{375}{4} \times r = \frac{1}{4} \times 750, 125r = 750 \quad \therefore r = 6$$

$$\therefore (\text{반구의 부피}) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{4}{3}\pi \times 6^3 \right) = 144\pi (\text{cm}^3)$$

08 자료의 정리와 해석

STEP 1 핵심 문제

▶ 96~97쪽

01 12	02 1.2 mm	03 7	04 ㄴ, ㄷ
05 166 cm	06 ④	07 5명	08 ③ 09 ③
10 ①, ④	11 5 : 2	12 4배	13 ㄱ, ㄷ

01 답 12

a, b, c, d 의 평균이 12이므로

$$\frac{a+b+c+d}{4} = 12 \quad \therefore a+b+c+d = 48$$

따라서 7, $a+5, b-3, c+1, d+3$, 11의 평균은

$$\frac{7+a+5+b-3+c+1+d+3+11}{6} = \frac{72}{6} = 12$$

02 답 1.2 mm

$$(\text{평균}) = \frac{1.4+1.8+0.6+1.5+x+0.5+0.8+2}{8} = \frac{8.6+x}{8} = 1.2$$

$$\text{이므로 } 8.6+x=9.6 \quad \therefore x=1$$

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

0.5, 0.6, 0.8, 1, 1.4, 1.5, 1.8, 2

중앙값은 4번째와 5번째 변량의 평균이므로

$$(\text{중앙값}) = \frac{1+1.4}{2} = 1.2 (\text{mm})$$

03 답 7

x 를 제외한 6개의 변량 중에서 8점은 3개이고, 다른 변량은 각각 1개이므로 최빈값은 x 의 값에 관계없이 8점이다.

이때 평균과 최빈값이 같으므로

$$(\text{평균}) = \frac{8+6+10+x+8+9+8}{7} = 8 \text{에서}$$

$$49+x=56 \quad \therefore x=7$$

04 답 ㄴ, ㄷ

$$\text{ㄱ. (기존 평균)} = \frac{(10\text{개의 변량의 총합})}{10}$$

이때 변량 a 를 추가하면

$$(\text{평균}) = \frac{(10\text{개의 변량의 총합})+a}{11}$$

즉, 평균은 추가한 변량 a 의 값에 따라 변할 수도 있다.

ㄴ. 기존 자료의 중앙값은 5번째와 6번째 변량의 평균인

$$\frac{13+13}{2} = 13 \text{이다.}$$

한 개의 변량을 추가하여 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 6번째 변량은 항상 13이므로 중앙값은 13으로 변하지 않는다.

ㄷ. 13은 4개이고, 다른 변량은 각각 1개이므로 한 개의 변량을 추가하더라도 최빈값은 13으로 변하지 않는다.

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

05 **답** 166 cm

기존 회원 8명의 키를 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 5번째 변량을 x cm라 하면 중앙값이 163 cm이므로

$$\frac{160+x}{2}=163, 160+x=326 \quad \therefore x=166$$

따라서 키가 168 cm인 신입 회원을 포함하여 회원 9명의 키를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 5번째 변량은 166 cm이므로 중앙값은 166 cm이다.

06 **답** ④

- ① 전체 관람객 수는 $4+4+6+2=16$ (명)이다.
 ③ 앞이 가장 많은 줄기는 앞이 6개인 3이다.
 ④ 38세 이상인 관람객은 38세, 38세, 39세, 43세, 47세의 5명이다.
 따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

07 **답** 5명

앞의 총개수를 x 라 하면 줄기가 1인 앞의 개수가 앞의 총개수의 $\frac{3}{7}$ 이므로

$$x \times \frac{3}{7} = 6 \quad \therefore x = 14$$

따라서 기록이 20초 이상인 학생 수는
 $14 - (3+6) = 5$ (명)

08 **답** ③

- ① 계급의 크기는 $20 - 10 = 10$ (개)
 ② 계급의 개수는 10개 이상 20개 미만, 20개 이상 30개 미만, 30개 이상 40개 미만, 40개 이상 50개 미만, 50개 이상 60개 미만의 5개이다.
 ③ $A = 30 - (2+4+9+4) = 11$
 ④ 문자 메시지 수가 40개 이상인 학생 수는
 $11 + 4 = 15$ (명)
 ⑤ 문자 메시지를 많이 보낸 학생이 속하는 계급부터 학생 수를 나열하면
 50개 이상 60개 미만인 학생 수: 4명,
 40개 이상 50개 미만인 학생 수: 11명
 이므로 문자 메시지 수가 7번째로 많은 학생이 속하는 계급은 40개 이상 50개 미만이다.
 따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

09 **답** ③

키가 170 cm 미만인 학생 수는 $(a+8)$ 명이므로

$$\frac{a+8}{25} \times 100 = 40 \quad \therefore a = 2$$

$$\therefore b = 25 - (2+8+6) = 9$$

10 **답** ①, ④

- ① 전체 학생 수는 $10+8+12+6+4=40$ (명)이다.
 ② 도수가 가장 작은 계급은 도수가 4명인 10회 이상 12회 미만이다.
 ③ 도수가 6명 이하인 계급은 8회 이상 10회 미만, 10회 이상 12회 미만의 2개이다.

④ 관람 횟수가 6회 미만인 학생은 $10+8=18$ (명)이다.

⑤ 관람 횟수가 많은 학생이 속하는 계급부터 학생 수를 나열하면
 10회 이상 12회 미만인 학생 수: 4명,

8회 이상 10회 미만인 학생 수: 6명

이므로 관람 횟수가 6번째로 많은 학생이 속하는 계급은 8회 이상 10회 미만이다.

따라서 옳은 것은 ①, ④이다.

11 **답** 5 : 2

도수가 가장 큰 계급은 150 cm 이상 160 cm 미만이므로 이 계급의 직사각형의 넓이는 $10 \times 10 = 100$ ①

도수가 두 번째로 작은 계급은 130 cm 이상 140 cm 미만이므로 이 계급의 직사각형의 넓이는 $10 \times 4 = 40$ ②

따라서 두 직사각형의 넓이의 비를 가장 간단한 자연수의 비로 나타내면 $100 : 40 = 5 : 2$ ③

채점 기준

① 도수가 가장 큰 계급의 직사각형의 넓이 구하기	40 %
② 도수가 두 번째로 작은 계급의 직사각형의 넓이 구하기	40 %
③ 넓이의 비를 가장 간단한 자연수의 비로 나타내기	20 %

12 **답** 4배

8시 이상 9시 미만인 계급의 손님 수: 24명

5시 이상 6시 미만인 계급의 손님 수: 6명

$$\therefore 24 \div 6 = 4(\text{배})$$

13 **답** ㄱ, ㄷ

ㄱ. (남학생 수) $= 4+5+9+7+3+2=30$ (명)

(여학생 수) $= 1+2+4+11+7+5=30$ (명)

ㄴ. 성적이 90점 이상 100점 미만인 학생은 남학생이 2명, 여학생이 5명이지만 이 중 누구의 음악 성적이 가장 좋은지는 알 수 없다.

ㄷ. 남학생과 여학생 모두 계급의 크기가 10점, 도수의 총합은 30명으로 같으므로 각각의 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $10 \times 30 = 300$ 으로 서로 같다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

STEP 2 **고난도 문제**

▶ 98~102쪽

- 01** ② **02** ② **03** 3 : 2 **04** 중앙값: 7, 최빈값: 8
05 $79 \leq A \leq 80$ **06** 309 **07** 23 **08** 30 **09** 6, 16
10 4, 18 **11** 13 **12** 3 **13** 8 **14** 10개 **15** 29권
16 87000원 **17** ③, ④ **18** 12명 **19** 13, 8 **20** 3
21 12명 **22** 18 **23** 60점 **24** 20명 **25** 28명 **26** 1회
27 ③, ④ **28** 8.7 %

01 답 ②

남학생의 봉사 활동 시간의 평균, 중앙값, 최빈값을 각각 구하면

$$(\text{평균}) = \frac{2 \times 1 + 3 \times 1 + 4 \times 3 + 5 \times 4 + 6 \times 4 + 7 \times 2}{1 + 1 + 3 + 4 + 4 + 2} = \frac{75}{15} = 5(\text{시간})$$

남학생의 봉사 활동 시간의 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 8번째 변량이므로 (중앙값) = 5시간

남학생은 봉사 활동 시간이 5시간, 6시간인 학생 수가 4명으로 가장 많으므로 (최빈값) = 5시간, 6시간

여학생의 봉사 활동 시간의 평균, 중앙값, 최빈값을 각각 구하면

$$(\text{평균}) = \frac{2 \times 2 + 3 \times 3 + 4 \times 5 + 5 \times 3 + 6 \times 2}{2 + 3 + 5 + 3 + 2} = \frac{60}{15} = 4(\text{시간})$$

여학생의 봉사 활동 시간의 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 8번째 변량이므로 (중앙값) = 4시간

여학생은 봉사 활동 시간이 4시간인 학생 수가 5명으로 가장 많으므로 (최빈값) = 4시간

ㄱ. 봉사 활동 시간의 평균은 남학생이 5시간, 여학생이 4시간으로 서로 다르다.

ㄴ. 봉사 활동 시간의 중앙값은 남학생이 5시간, 여학생이 4시간으로 남학생이 여학생보다 크다.

ㄷ. 봉사 활동 시간의 최빈값은 남학생이 5시간, 6시간으로 2개이고, 여학생이 4시간으로 1개이다.

따라서 옳은 것은 ㄴ이다.

02 답 ②

A, B, C, D 네 학생의 몸무게를 각각 a kg, b kg, c kg, d kg이라 하면

$$\frac{a+b}{2} = 70 \quad \therefore a+b = 140 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\frac{b+c}{2} = 67 \quad \therefore b+c = 134 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\frac{c+d}{2} = 62 \quad \therefore c+d = 124 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

이때 ①+③을 하면

$$a+b+c+d = 264 \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$$

②을 ④에 대입하면

$$a+134+d = 264 \quad \therefore a+d = 130$$

따라서 A와 D의 몸무게의 평균은

$$\frac{a+d}{2} = \frac{130}{2} = 65(\text{kg})$$

03 답 3 : 2

남자와 여자의 인구수를 각각 x 명, y 명이라 하면

$$\frac{40x+35y}{x+y} = 38, \quad 40x+35y = 38x+38y$$

$$2x = 3y \quad \therefore x = \frac{3}{2}y$$

$$\therefore x : y = \frac{3}{2}y : y = 3 : 2$$

04 답 중앙값: 7, 최빈값: 8

평균이 5.3이므로

$$\frac{8+a+1+0+(-6)+b+8+(-3)+6+11}{10} = 5.3$$

$$a+b+25 = 53 \quad \therefore a+b = 28 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$3a = 4b \text{에서 } a = \frac{4}{3}b \text{를 } \textcircled{1} \text{에 대입하면}$$

$$\frac{4}{3}b + b = 28, \quad 7b = 84 \quad \therefore b = 12$$

$$\therefore a = \frac{4}{3} \times 12 = 16 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

-6, -3, 0, 1, 6, 8, 8, 11, 12, 16

이므로 중앙값은 5번째와 6번째 변량의 평균인 $\frac{6+8}{2} = 7$ 이다.

$\cdots \cdots \textcircled{3}$

8이 두 번으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 8이다.

$\cdots \cdots \textcircled{4}$

채점 기준

① a, b 의 값 구하기	40%
② 중앙값 구하기	30%
③ 최빈값 구하기	30%

05 답 $79 \leq A \leq 80$

처음 15명의 영어 점수를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 8번째 변량이 중앙값이므로 79점은 8번째 변량이다.

이때 $83 \times 15 - 82 \times 15 = 15(\text{점})$ 이므로 민석이의 점수는 지형이의 점수보다 15점 더 높다.

즉, 지형이의 점수는 $80 - 15 = 65(\text{점})$ 이다.

처음 15명의 영어 점수를 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 9번째 변량을 a 점이라 하면 민석이의 점수인 80점과 비교하여 중앙값을 구할 수 있다.

(i) $79 \leq a < 80$ 일 때, (중앙값) = $a(\text{점})$

(ii) $a \geq 80$ 일 때, (중앙값) = 80(점)

(i), (ii)에서 A 의 값의 범위는 $79 \leq A \leq 80$ 이다.

06 답 309

x 를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

2, 4, 5, 6, 12, 13, 18, 24

x 의 값의 범위를 나누어 생각하면

(i) $x \leq 6$ 일 때, 주어진 자료의 중앙값은 6이므로

$$f(x) = 6$$

(ii) $6 < x < 12$ 일 때, 주어진 자료의 중앙값은 x 이므로

$$f(x) = x$$

(iii) $x \geq 12$ 일 때, 주어진 자료의 중앙값은 12이므로

$$f(x) = 12$$

(i), (ii), (iii)에서

$$f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(30)$$

$$= 6 \times 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 \times 19$$

$$= 309$$

07 답 23

두 수 a, b 에 대하여 $a \leq b$ 라 하자.

a, b 를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 4, 5, 6, 8, 9

변량의 개수가 짝수이고 중앙값이 6.5이므로

$$\frac{6+a}{2}=6.5, 6+a=13 \quad \therefore a=7$$

평균이 6이므로

$$\frac{1+4+5+6+7+8+9+b}{8}=\frac{40+b}{8}=6$$

$$40+b=48 \quad \therefore b=8$$

전체 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 4, 5, 6, 7, 8, 8, 9

즉, 최빈값은 8이므로 $c=8$

$$\therefore a+b+c=7+8+8=23$$

개념 NOTE

[중학교 3-1]

실수 $\begin{cases} \text{정수} \\ \text{정수가 아닌 유리수} \\ \text{무리수(유리수가 아닌 실수)} \end{cases}$

08 답 30

7개의 변량을 각각 $x, a, b, c, d, e, f(x \leq a \leq b \leq c \leq d \leq e \leq f)$ 라 하자.

(나)에서 $c=40$, (라)에서 $f=50$

(다)에서 최빈값이 35이므로 x, a, b 중 적어도 2개는 35이어야 한다.

이때 x 의 값이 최소가 되려면 $x < 35$ 이어야 하므로 $a=b=35$

$$(가)에서 \frac{x+35+35+40+d+e+50}{7}=41$$

$$x+35+35+40+d+e+50=287 \quad \therefore x+d+e=127$$

이때 x 의 값이 최소가 되려면 d, e 의 값은 최대이어야 하고, 최빈값이 35이므로 40, $d, e, 50$ 은 서로 다른 수이어야 한다.

즉, $40 < d < e < 50$ 이므로 $d=48, e=49$ 일 때 x 의 값은 최소이다.

$$x+48+49=127 \quad \therefore x=30$$

따라서 x 의 최솟값은 30이다.

09 답 6, 16

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$x \leq 4$ 일 때, $x, 2, 4, 8, 10$ 또는 $2, x, 4, 8, 10$ 이므로 중앙값은 4이다.

$4 < x < 8$ 일 때, $2, 4, x, 8, 10$ 이므로 중앙값은 x 이다.

$x \geq 8$ 일 때, $2, 4, 8, x, 10$ 또는 $2, 4, 8, 10, x$ 이므로 중앙값은 8이다.

즉, 중앙값은 4 또는 x 또는 8이다.

$$\text{이때 (평균)}=\frac{2+4+x+8+10}{5}=\frac{24+x}{5} \text{이므로}$$

$$(i) \frac{24+x}{5}=4 \text{일 때,}$$

$$24+x=20 \quad \therefore x=-4$$

x 가 자연수가 아니므로 조건을 만족시키지 않는다.

$$(ii) \frac{24+x}{5}=x \text{일 때,}$$

$$24+x=5x, 4x=24 \quad \therefore x=6$$

$$(iii) \frac{24+x}{5}=8 \text{일 때,}$$

$$24+x=40 \quad \therefore x=16$$

(i), (ii), (iii)에서 x 의 값은 6, 16이다.

10 답 4, 18

$$(\text{평균})=\frac{3+6+3+a+3+11+5}{7}=\frac{31+a}{7} \text{이고}$$

a 를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

3, 3, 3, 5, 6, 11

이때 a 의 값에 관계없이 최빈값은 항상 3이고, 평균, 중앙값, 최빈값이 모두 다르므로 중앙값은 a 또는 5이다.

$$(i) \text{중앙값이 } a, \text{ 즉 } 3 < a < 5 \text{일 때, } \frac{31+a}{7}-a=\frac{31-6a}{7} \text{에서}$$

$$3 < a < \frac{31+a}{7} \text{이므로}$$

$$3 < a < 5 \text{이므로 } \frac{31-6a}{7} > 0$$

$$a=\frac{1}{2}\left(3+\frac{31+a}{7}\right)$$

$$\therefore a < \frac{31+a}{7}$$

$$14a=21+31+a, 13a=52 \quad \therefore a=4$$

(ii) 중앙값이 5, 즉 $a \geq 5$ 일 때,

$$3 < 5 < \frac{31+a}{7} \text{이므로}$$

$$5=\frac{1}{2}\left(3+\frac{31+a}{7}\right)$$

$$70=21+31+a \quad \therefore a=18$$

(i), (ii)에서 a 의 값은 4, 18이다.

11 답 13

자료 A의 중앙값이 11이므로 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, $a+4$ 는 10과 15 사이에 있어야 하고

$$\frac{10+(a+4)}{2}=11$$

$$14+a=22 \quad \therefore a=8$$

..... ①

따라서 두 자료 A, B를 합친 전체 자료에서 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

6, 8, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 15, 16, 17, 19

이때 중앙값은 6번째와 7번째 변량의 평균이므로

$$(\text{전체 자료의 중앙값})=\frac{12+14}{2}=13$$

..... ②

채점 기준

① a 의 값 구하기	50%
② 전체 자료의 중앙값 구하기	50%

12 답 3

조립 시간이 40분 이하인 학생들의 조립 시간의 합이 145분이므로

$$26+28+29+31+(30+x)=145$$

$$144+x=145 \quad \therefore x=1$$

조립을 가장 빨리 한 학생의 조립 시간은 26분이므로 조립을 가장 오래 한 학생의 조립 시간은

$$26 \times 2=52(\text{분}) \quad \therefore y=2$$

$$\therefore x+y=1+2=3$$

13 답 8

주어진 자료에서 전체 회원 수는 15명이므로 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 8번째 변량이다.

$$\therefore (\text{중앙값}) = (20+a)\text{세}$$

$(20+a)$ 세, $(20+b)$ 세를 제외한 변량 중에서 25세와 36세는 2개이고, 다른 변량은 각각 1개이다.

이때 $2 \leq a \leq b \leq 5$ 이고 최빈값은 한 개이므로 최빈값은 22세 또는 25세이다.

(i) 최빈값이 22세, 즉 $a=b=2$ 인 경우

$$(\text{중앙값}) = 20+a = 20+2 = 22(\text{세})$$

그런데 중앙값과 최빈값이 같으므로 주어진 조건을 만족시키지 않는다.

(ii) 최빈값이 25세, 즉 $b=5$ 인 경우

중앙값이 최빈값보다 2세만큼 작으므로

$$(\text{중앙값}) = 25-2 = 23(\text{세})$$

$$\text{즉, } 20+a=23 \text{에서 } a=3$$

(i), (ii)에서 $a=3$, $b=5$ 이므로

$$a+b=3+5=8$$

14 답 10개

네 달 동안 받은 칭찬 도장의 수를 x 개라 하면 10월과 11월에 받은 칭찬 도장의 수의 합은 $(x-7)$ 개이므로

$$x \times \frac{30}{100} = x-7$$

$$3x = 10x - 70, 7x = 70$$

$$\therefore x = 10$$

따라서 네 달 동안 받은 칭찬 도장은 10개이다.

15 답 29권

(남학생의 평균 책의 수)

$$= \frac{24+26+31+32+35+36+38+40+41+41+44+50+50+58}{14}$$

$$= \frac{546}{14} = 39(\text{권}),$$

(여학생의 평균 책의 수) $= 39 - 2 = 37(\text{권})$ 이므로

은미가 가지고 있는 책의 수를 x 권이라 하면

$$\frac{20+24+30+31+32+35+37+44+46+48+50+55+x}{13} = 37$$

$$\frac{452+x}{13} = 37, 452+x = 481 \quad \therefore x = 29$$

따라서 은미가 가지고 있는 책의 수는 29권이다.

16 답 87000원

오전에 입장한 사람은 7세 이하가 1명, 7세 초과 12세 이하가 2명, 12세 초과 65세 이하가 15명, 65세 초과가 2명이다.

어린이 요금을 x 원이라 하면 어른 요금은 $2x$ 원이므로

$$x \times 2 + 2x \times 15 = 96000, 32x = 96000 \quad \therefore x = 3000$$

따라서 어린이 요금은 3000원, 어른 요금은 6000원이다.

이때 오후에 입장한 사람은 7세 이하가 2명, 7세 초과 12세 이하가 3명, 12세 초과 65세 이하가 13명, 65세 초과가 2명이므로

$$(\text{오후에 입장한 사람들의 입장료의 합}) = 3000 \times 3 + 6000 \times 13 = 87000(\text{원})$$

17 답 ③, ④

①, ② 전체 학생 수는

$$x + (2x+4) + 34 + 30 + (3x-8) + 50 = 6x + 110(\text{명})$$

이때 용돈을 8000원 이상 받은 학생 수는

$$30 + (3x-8) + 50 = 3x + 72(\text{명}) \text{이므로}$$

$$(6x+110) \times \frac{60}{100} = 3x+72$$

$$360x + 6600 = 300x + 7200, 60x = 600 \quad \therefore x = 10$$

즉, 전체 학생 수는 $6 \times 10 + 110 = 170(\text{명})$ 이다.

③ 5000원 이상 6000원 미만인 계급의 도수는 10명,

6000원 이상 7000원 미만인 계급의 도수는

$$2 \times 10 + 4 = 24(\text{명}),$$

9000원 이상 10000원 미만인 계급의 도수는

$$3 \times 10 - 8 = 22(\text{명})$$

이므로 용돈이 10000원 이상 11000원 미만인 학생이 50명으로 가장 많다.

④ 용돈이 7000원 미만인 학생은 전체의 $\frac{10+24}{170} \times 100 = 20(\%)$ 이다.

⑤ 9000원 이상의 용돈을 받은 학생은 $22+50=72(\text{명})$ 이므로 전체의 $\frac{72}{170} \times 100 = 42.35 \dots (\%)$ 이다.

즉, 9000원 이상의 용돈을 받은 학생은 절반이 되지 않는다.

따라서 옳은 것은 ③, ④이다.

18 답 12명

키가 155 cm 이상 160 cm 미만인 학생 수를 a 명, 165 cm 이상 170 cm 미만인 학생 수를 b 명이라 하면

$$3+9+a+12+b+2=40, a+b+26=40$$

$$\therefore a+b=14 \quad \dots\dots ①$$

이때 a , b 의 최소공배수가 12이므로 a 와 b 는 12의 약수이다.

이 중 $a > b$, $a+b=14$ 를 만족시키는 a , b 의 값은 $a=12$, $b=2$ 이다. $\dots\dots ②$

따라서 키가 155 cm 이상 160 cm 미만인 학생 수는 12명이다. $\dots\dots ③$

채점 기준

① 미지수를 정하고 전체 학생 수를 이용하여 식 세우기	40 %
② 조건을 만족시키는 미지수의 값 구하기	40 %
③ 키가 155 cm 이상 160 cm 미만인 학생 수 구하기	20 %

19 답 13, 8

기록이 24회 이상 32회 미만인 학생 수를 y 명이라 하면

$$4+x+15+y+3=40$$

$$\therefore x+y=18 \quad \dots\dots ①$$

전체 학생 수의 30 %는 $40 \times \frac{30}{100} = 12(\text{명})$ 이므로

$$x \geq 8 \quad \dots\dots ②$$

전체 학생 수의 20%는 $40 \times \frac{20}{100} = 8(\text{명})$ 이므로

$y \geq 5$ ㉔

이때 ㉑, ㉒, ㉔을 모두 만족시키는 자연수 x, y 의 값을 순서쌍 (x, y) 로 나타내면 $(8, 10), (9, 9), (10, 8), (11, 7), (12, 6), (13, 5)$ 이다.

따라서 x 의 값 중 가장 큰 값은 13이고, 가장 작은 값은 8이다.

20 ㉑ 3

a 는 b 의 2.5배이므로 $a = 2.5b$ 이고, 황사 발생 일수가 9일 미만인 해가 전체의 70%이므로

$$6 + 2.5b + 3 = 0.7(6 + 2.5b + 3 + 1 + b + 2 + 1)$$

$$2.5b + 9 = 0.7(3.5b + 13), 2.5b + 9 = 2.45b + 9.1$$

$$0.05b = 0.1 \quad \therefore b = 2$$

따라서 $a = 2.5 \times 2 = 5$ 이므로

$$a - b = 5 - 2 = 3$$

21 ㉑ 12명

수면 시간이 6시간 미만인 학생 수가 $3 + 6 = 9(\text{명})$ 이고 이는 전체의 25%이므로

$$(\text{전체 학생 수}) \times \frac{25}{100} = 9$$

$$\therefore (\text{전체 학생 수}) = 36(\text{명})$$

수면 시간이 6시간 이상 8시간 미만인 학생 수는

$$36 - (3 + 6 + 7) = 20(\text{명})$$

따라서 수면 시간이 6시간 이상 7시간 미만인 학생 수와 7시간 이상 8시간 미만인 학생 수의 비가 2 : 3이므로 7시간 이상 8시간 미만인 학생 수는 $20 \times \frac{3}{2+3} = 12(\text{명})$ 이다.

22 ㉑ 18

도수의 총합은 $3 + 10 + 12 + 14 + 28 + 30 + 34 + 9 = 140(\text{명})$ 이고 계급의 크기는 10분이므로

$$(\text{모든 직사각형의 넓이의 합}) = (\text{계급의 크기}) \times (\text{도수의 총합}) \\ = 10 \times 140 = 1400$$

이때 7시 20분 이상 7시 40분 미만인 직사각형의 넓이의 합은 $(34 + 9) \times 10 = 430$ 이므로

a 시 b 분 이상 7시 20분 미만인 직사각형의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 1400 - 430 = 270$$

a 시 b 분 이상 7시 20분 미만의 간격을 x 분이라 하면

$$30x = 270 \quad \therefore x = 9$$

따라서 점 A가 나타내는 시각은 $(7\text{시 } 20\text{분}) - (9\text{분}) = (7\text{시 } 11\text{분})$

이므로 $a = 7, b = 11$

$$\therefore a + b = 7 + 11 = 18$$

23 ㉑ 60점

전체 학생 수는 $4 + 6 + 11 + 10 + 7 + 2 = 40(\text{명})$

상위 75%에 속하는 학생 수는 $40 \times \frac{75}{100} = 30(\text{명})$

점수가 높은 학생이 속하는 계급부터 학생 수를 나열하면

90점 이상 100점 미만인 학생 수: 2명,

80점 이상 90점 미만인 학생 수: 7명,

70점 이상 80점 미만인 학생 수: 10명,

60점 이상 70점 미만인 학생 수: 11명

이므로 점수가 30번째로 높은 학생이 속하는 계급은 60점 이상 70점 미만이다.

따라서 해진이는 국어 점수가 적어도 60점 이상이다.

24 ㉑ 20명

점수가 16점 이상 20점 미만인 학생 수를 x 명이라 하면 8점 이상 12점 미만인 학생 수는 $2x$ 명이다.

이때 점수가 16점 이상인 학생이 전체의 20%이므로

$$(2 + 2x + 8 + x + 1) \times \frac{20}{100} = x + 1$$

$$3x + 11 = 5x + 5, 2x = 6 \quad \therefore x = 3$$

따라서 전체 학생 수는

$$2 + 6 + 8 + 3 + 1 = 20(\text{명})$$

25 ㉑ 28명

주어진 도수분포다각형에서 세로 한 칸의 도수를 a 명이라 하면

$$S_1 = S_2 = \frac{1}{2} \times 5 \times 2a = 5a \text{이므로}$$

$$S_1 + S_2 = 5a + 5a = 10a$$

두 삼각형의 넓이의 합이 40이므로

$$10a = 40 \quad \therefore a = 4$$

따라서 세로 한 칸의 도수는 4명이므로 국어 성적이 80점 이상인 학생 수는 $16 + 12 = 28(\text{명})$ 이다.

26 ㉑ 1회

수행평가가 어려울수록 수행평가 점수가 낮은 학생이 많아지므로 그래프가 왼쪽으로 치우친 1회의 수행평가가 가장 어려웠다고 할 수 있다.

27 ㉑ ③, ④

$$\textcircled{1} (\text{A 반 학생 수}) = 4 + 9 + 12 + 10 + 5 = 40(\text{명})$$

$$(\text{B 반 학생 수}) = 5 + 10 + 14 + 9 + 2 = 40(\text{명})$$

② B 반의 도수분포다각형이 A 반의 도수분포다각형보다 오른쪽으로 치우쳐 있으므로 B 반 학생들이 A 반 학생들보다 대체적으로 용돈을 더 많이 썼다.

③ A 반과 B 반 모두 계급의 크기가 1000원, 도수의 총합은 40명으로 같으므로 각각의 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $1000 \times 40 = 40000$ 으로 서로 같다. 즉, 두 도수분포다각형의 공통 부분과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_0 라 하면 $S_1 + S_0 = S_0 + S_2$ 이므로 $S_1 = S_2$ 이다.

④ 용돈을 3000원 미만으로 쓴 학생은 $4 + 9 + 5 = 18(\text{명})$ 이므로 전체의 $\frac{18}{40} \times 100 = 22.5(\%)$ 이다.

⑤ 용돈을 1000원 이상 2000원 미만으로 쓴 학생은 A 반에서만 4명이므로 가장 적게 쓴 학생 3명은 모두 A 반이다.

따라서 옳지 않은 것은 ③, ④이다.

28 **idea** **8.7%**

A 동아리의 학생 수는 $6+10+16+13+5=50$ (명)이므로
 A 동아리에서 상위 10%에 속하는 학생 수는 $50 \times \frac{10}{100} = 5$ (명)이다.
 이때 A 동아리에서 성적이 90점 이상 100점 미만인 학생 수가 5명
 이므로 상위 10%에 속하는 학생들의 성적은 90점 이상이다.
 또 B 동아리의 학생 수는 $7+11+14+10+3=45$ (명)이고,
 A 동아리의 학생 1명이 B 동아리로 옮기면 B 동아리의 전체 학생
 수는 1명 늘어나 46명이 된다.
 B 동아리에서 성적이 90점 이상인 학생 수는 3명이므로 A 동아리
 에서 90점 이상인 학생 1명이 B 동아리로 옮기면 이 학생의 B 동아
 리에서 등수는 적어도 4등이다. 즉, 전체의
 $\frac{4}{46} \times 100 = 8.695\cdots(\%)$ 이고, 소수점 아래 둘째 자리에서 반올림
 하면 8.7%이다.
 따라서 A 동아리에서 상위 10%에 속하는 학생 중 1명이 B 동아리
 로 옮기면 그 학생은 B 동아리에서 적어도 상위 8.7%에 속한다.

STEP 3 **최고난도 문제**

▶ 103쪽

- 01 $\frac{23}{8}$ 02 20, 24, 36, 70, 70 03 7가지 04 37개
 05 9 06 180

01 **idea** $\frac{23}{8}$

$$\begin{aligned} x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 + \cdots + (2k-1)x_k &= kx_{k+1} & \cdots \textcircled{1} \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 + \cdots + (2k-1)x_k + (2k+1)x_{k+1} & & \cdots \textcircled{2} \\ &= (k+1)x_{k+2} & \cdots \textcircled{3} \end{aligned}$$

①을 ②에 대입하면 $kx_{k+1} + (2k+1)x_{k+1} = (k+1)x_{k+2}$
 $(3k+1)x_{k+1} = (k+1)x_{k+2}$

$$\frac{x_{k+2}}{x_{k+1}} = \frac{3k+1}{k+1} \quad (k \geq 2) \quad \cdots \textcircled{2}$$

이 식에 $k=15$ 를 대입하면

$$\frac{x_{17}}{x_{16}} = \frac{46}{16} = \frac{23}{8} \quad \cdots \textcircled{3}$$

채점 기준

① 주어진 조건을 이용하여 식 세우기	40%
② $\frac{x_{k+2}}{x_{k+1}}$ 를 k 를 사용한 식으로 나타내기	40%
③ $\frac{x_{17}}{x_{16}}$ 의 값 구하기	20%

02 **idea** 20, 24, 36, 70, 70

x 를 빼고 $x+20$ 을 넣으면 자료의 평균이 48이므로

$$\frac{44n - x + (x+20)}{n} = 48, \quad 44n + 20 = 48n, \quad 4n = 20$$

$$\therefore n = 5$$

즉, 자료의 개수는 5이고, 처음 자료에서 가장 작은 수가 20, 중앙

값이 x 이므로 나머지 3개의 자연수를 a, b, c ($a \leq b \leq c$)라 하면

$$20 \leq a \leq x \leq b \leq c$$

x 를 빼고 $x+20$ 을 넣은 자료의 중앙값이 $x+20$ 이므로

$$20 \leq a \leq x+20 \leq b \leq c$$

x 를 빼고 $x-18$ 을 넣은 자료의 중앙값이 $x-12$ 이므로 $a=x-12$

이때 처음 자료의 최빈값이 70이고 $x+20 \leq b$ 이므로 $b=c=70$ 이다.

처음 자료의 평균이 44이므로

$$\frac{20 + (x-12) + x + 70 + 70}{5} = 44$$

$$2x + 148 = 220, \quad 2x = 72 \quad \therefore x = 36$$

따라서 처음 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

20, 24, 36, 70, 70

03 **idea** 7가지

5명의 점수 중 가장 낮은 점수를 x 점이라 하면 가장 높은 점수는
 $(x+20)$ 점이다.

중앙값과 최빈값이 모두 10점이므로 나머지 한 점수를 y 점이라 하
 고, 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$x, y, 10, 10, x+20$ 또는 $x, 10, 10, y, x+20$

이때 평균이 14점이므로

$$\frac{x+y+10+10+(x+20)}{5} = 14 \quad \therefore 2x+y=30$$

(i) $x, y, 10, 10, x+20$ 인 경우

$x \leq y \leq 10$ 이고, $2x+y=30$ 을 만족시키는 자연수 x, y 를 순서쌍
 (x, y) 로 나타내면 $(10, 10)$ 의 1가지

(ii) $x, 10, 10, y, x+20$ 인 경우

$x \leq 10 \leq y \leq x+20$ 이고, $2x+y=30$ 을 만족시키는 자연수 x, y
 를 순서쌍 (x, y) 로 나타내면 $(4, 22), (5, 20), (6, 18),$
 $(7, 16), (8, 14), (9, 12), (10, 10)$ 의 7가지

(i), (ii)에서 구하는 경우는 모두 7가지이다.

→ $(10, 10)$ 은 중복되므로 1가지로 생각한다.

04 **idea** 37개

주어진 줄기와 옆 그림에서 줄기 부분을 왼쪽으로, 옆 부분을 줄기로
 바뀌서 줄기와 옆 그림을 바르게 그리면 다음과 같다.

(10은 10개)

앞(남학생)	줄기	옆(여학생)
3 2 0	1	3 7
5 4	2	0 3 8
9 8 6 3	3	2 5 9 9
8 7	4	1 2 5
8	5	2

올바른 줄기와 옆 그림에서 전체 학생 수는

$$5+5+8+5+2=25(\text{명})$$

$$\text{이므로 전체 학생 수의 } 20\% \text{는 } 25 \times \frac{20}{100} = 5(\text{명})$$

사과를 많이 탄 5명의 개수의 평균은

$$\frac{58+52+48+47+45}{5} = 50(\text{개})$$

사과를 적게 딴 5명의 개수의 평균은

$$\frac{10+12+13+13+17}{5}=13(\text{개})$$

따라서 구하는 평균의 차는

$$50-13=37(\text{개})$$

05 답 9

컴퓨터 사용 시간이 90분 이상인 학생 수는 $40 \times \frac{20}{100}=8(\text{명})$,

80분 이상인 학생 수는 $(y+4)$ 명이므로

$$y \geq 4 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

전체 학생 수가 40명이므로

$$4+6+x+9+y+4=40$$

$$x+y+23=40 \quad \therefore x+y=17 \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{8} \text{에서 } x \leq 13 \quad \dots\dots \textcircled{9}$$

컴퓨터 사용 시간이 70분 미만인 학생 수가 최대일 때는 60분 이상 80분 미만인 계급에 속하는 학생 9명의 컴퓨터 사용 시간이 모두 70분 미만일 때이다.

즉, 컴퓨터 사용 시간이 70분 미만인 학생 수가 최대일 때는

$$4+6+x+9=x+19 \text{의 값이 최대일 때이다.}$$

따라서 x 의 값이 최대일 때 $x+19$ 의 값이 최대이므로

$$\textcircled{9} \text{에서 } x=13$$

$$\textcircled{8} \text{에서 } 13+y=17 \quad \therefore y=4$$

$$\therefore x-y=13-4=9$$

06 답 180

등교 시각이 7시 50분 이상 8시 미만인 학생 수를 a 명, 8시 10분 이상 8시 20분 미만인 학생 수를 b 명이라 하면 8시 미만인 학생 수는 $(1+a)$ 명이므로

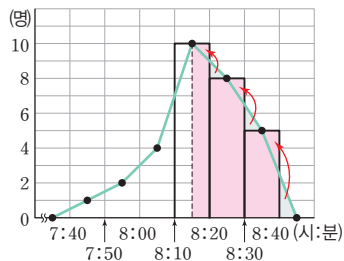
$$30 \times \frac{10}{100}=1+a, \quad 3=1+a \quad \therefore a=2$$

전체 학생 수는 30명이므로

$$1+2+4+b+8+5=30$$

$$b+20=30 \quad \therefore b=10$$

이때 도수분포다각형의 가장 높은 점의 가로축의 시각은 8시 15분 이므로 이 점에서 가로축에 수선을 내리면 다음 그림과 같다.



따라서 나누어진 오른쪽 부분의 넓이는 히스토그램에서의 색칠한 부분의 넓이와 같으므로

$$\frac{10}{2} \times 10 + 10 \times 8 + 10 \times 5 = 180$$

09 상대도수

STEP 1 핵심 문제

▶ 104~105쪽

- 01 0.2 02 ④ 03 8,125 04 ② 05 20 % 06 30명
07 ③ 08 40세 이상 50세 미만 09 2 : 3
10 46 11 $\angle$, $\supset$ 12 150

01 답 0.2

전체 학생 수는 $4+7+10+6+3=30(\text{명})$

여행을 12회 다녀온 학생이 속하는 계급은 12회 이상 15회 미만이고 그 계급의 도수는 6명이므로 이 계급의 상대도수는 $\frac{6}{30}=0.2$

02 답 ④

④ 도수의 총합이 다른 두 집단에서 어떤 계급에 대하여 상대도수가 큰 집단의 도수가 반드시 크지는 않다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

03 답 8,125

$$(\text{도수의 총합}) = \frac{14}{0.35} = 40 \text{이므로 } a = \frac{5}{40} = 0.125 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$b = 0.2 \times 40 = 8 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\therefore a+b = 0.125+8=8.125 \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

채점 기준

① a 의 값 구하기	50 %
② b 의 값 구하기	30 %
③ $a+b$ 의 값 구하기	20 %

04 답 ②

$$D = \frac{3}{0.12} = 25$$

$$A = 0.32 \times 25 = 8$$

$$B = 25 - (3+8+9+1) = 4$$

$$C = \frac{4}{25} = 0.16$$

상대도수의 총합은 항상 1이므로 $E=1$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

05 답 20 %

성적이 80점 이상인 계급의 상대도수의 합이 $0.16+0.04=0.2$ 이므로 80점 이상인 학생은 전체의 $0.2 \times 100=20(\%)$ 이다.

06 답 30명

$$\text{전체 학생 수는 } \frac{40}{0.16} = 250(\text{명})$$

몸무게가 50 kg 이상인 학생이 전체의 72 %이므로 이 계급의 상대도수의 합은 0.72이다.

몸무게가 45 kg 이상 50 kg 미만인 계급의 상대도수는
 $1 - (0.16 + 0.72) = 0.12$
 따라서 몸무게가 45 kg 이상 50 kg 미만인 학생 수는
 $0.12 \times 250 = 30(\text{명})$

다른 풀이

전체 학생 수는 $\frac{40}{0.16} = 250(\text{명})$
 몸무게가 50 kg 미만인 학생이 전체의 $100 - 72 = 28(\%)$ 이므로
 $250 \times \frac{28}{100} = 70(\text{명})$
 따라서 몸무게가 45 kg 이상 50 kg 미만인 학생 수는
 $70 - 40 = 30(\text{명})$

07 답 ③

- ② 도서관 이용 횟수가 30회 미만인 학생의 상대도수의 합은
 $0.15 + 0.2 = 0.35$ 이므로 전체의 35%이다.
 ③ 도서관 이용 횟수가 40회 이상인 학생 수는
 $(0.25 + 0.1) \times 120 = 42(\text{명})$
 ④ 상대도수가 가장 큰 계급의 도수는 $0.3 \times 120 = 36(\text{명})$
 상대도수가 가장 작은 계급의 도수는 $0.1 \times 120 = 12(\text{명})$
 따라서 두 계급의 도수의 차는 $36 - 12 = 24(\text{명})$
 ⑤ 도서관 이용 횟수가 22회인 학생이 속하는 계급은 20회 이상 30회 미만이므로 이 계급의 도수는 $0.2 \times 120 = 24(\text{명})$
 따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

08 답 40세 이상 50세 미만

나이가 많은 사람이 속하는 계급부터 사람 수를 구하면
 50세 이상 60세 미만인 사람 수: $0.15 \times 40 = 6(\text{명})$
 40세 이상 50세 미만인 사람 수: $0.3 \times 40 = 12(\text{명})$
 따라서 나이가 8번째로 많은 사람이 속하는 계급은 40세 이상 50세 미만이다.

09 답 2 : 3

남학생과 여학생의 전체 학생 수를 각각 $4a$ 명, $3a$ 명(a 는 자연수)이라 하고, 시력이 0.7 이상 0.9 미만인 계급의 상대도수를 각각 b , $2b$ ($b > 0$)라 하면 이 계급의 남학생 수와 여학생 수의 비는
 $(b \times 4a) : (2b \times 3a) = 4ab : 6ab = 2 : 3$

10 답 46

A, B 두 학교에서 각 계급의 상대도수와 상대도수의 차를 구하면 다음 표와 같다.

책의 수(권)	상대도수		상대도수의 차
	A 학교	B 학교	
0 이상 ~ 2 미만	$\frac{15}{60} = 0.25$	$\frac{12}{40} = 0.3$	0.05
2 ~ 4	$\frac{12}{60} = 0.2$	$\frac{8}{40} = 0.2$	0
4 ~ 6	$\frac{15}{60} = 0.25$	$\frac{12}{40} = 0.3$	0.05
6 ~ 8	$\frac{18}{60} = 0.3$	$\frac{8}{40} = 0.2$	0.1
합계	1	1	

따라서 A 학교와 B 학교의 상대도수의 차가 가장 큰 계급은 6권 이상 8권 미만이므로 이 계급의 도수의 합은
 $18 + 8 = 26(\text{권}) \quad \therefore a = 26$
 상대도수의 차가 가장 작은 계급은 2권 이상 4권 미만이므로 이 계급의 도수의 합은
 $12 + 8 = 20(\text{권}) \quad \therefore b = 20$
 $\therefore a + b = 26 + 20 = 46$

11 답 나, 르

- ㄱ. A 반과 B 반 각각의 전체 학생 수는 알 수 없으므로 상대도수가 크다고 해서 학생 수가 더 많다고 할 수 없다.
 나. B 반에서 성적이 95점이면 90점 이상 100점 미만인 계급에 속하므로 이 계급에 속하는 학생은 B 반 학생 전체의
 $0.2 \times 100 = 20(\%)$ 이다.
 즉, 성적이 95점인 학생은 B 반에서 상위 20% 이내에 속한다.
 다. 계급의 크기는 10점, 상대도수의 총합은 1로 같으므로 각각의 그래프와 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $10 \times 1 = 10$ 으로 서로 같다.
 르. B 반의 그래프가 A 반의 그래프보다 전체적으로 오른쪽으로 치우쳐 있으므로 B 반 학생들의 성적이 대체적으로 더 좋다고 할 수 있다.
 따라서 옳은 것은 나, 르이다.

12 답 150

A 중학교에서 성적이 높은 계급부터 상대도수를 더하면
 $0.04 + 0.1 + 0.16 = 0.3$ 이므로 상위 30%에 속하려면 최소 70점 이상을 받아야 한다. $\therefore x = 70$
 B 중학교에서 성적이 높은 계급부터 상대도수를 더하면
 $0.08 + 0.22 = 0.3$ 이므로 상위 30%에 속하려면 최소 80점 이상을 받아야 한다. $\therefore y = 80$
 $\therefore x + y = 70 + 80 = 150$

STEP 2 고난도 문제

▶ 106~108쪽

- 01 40회 02 28명 03 160명 04 11명 05 13명 06 50명
 07 5명 08 9명 09 32% 10 40등 11 5 : 8 12 75명
 13 0.25 14 11 : 8 15 A 동아리: 18명, B 동아리: 3명
 16 320 17 2학년, 22명

01 답 40회

전체 학생 수는 $\frac{8}{0.16} = 50(\text{명})$
 기록이 30회 이상 40회 미만인 계급의 상대도수는 $\frac{11}{50} = 0.22$

기록이 40회 이상 50회 미만인 계급의 상대도수는 $\frac{9}{50}=0.18$
 기록이 50회 이상 60회 미만인 계급의 상대도수는
 $1-(0.16+0.36+0.22+0.18)=0.08$
 $0.18+0.08=0.26$ 이므로 기록이 좋은 쪽에서 상위 26% 이내에 드는 학생의 기록은 최소 40회이다.

02 답 28명

TV 시청 시간이 4시간 이상 6시간 미만인 계급의 상대도수를 a , 6시간 이상 8시간 미만인 계급의 상대도수를 b 라 하면
 $a+b=3a \quad \therefore b=2a$
 상대도수의 총합은 항상 1이므로
 $0.1+a+2a+0.2+0.1=1, 3a=0.6$
 $\therefore a=0.2, b=0.4$
 따라서 TV 시청 시간이 6시간 이상인 학생 수는
 $40 \times (0.4+0.2+0.1)=28(\text{명})$

03 답 160명

상대도수의 총합은 항상 1이므로 성적이 70점 이상 80점 미만인 계급의 상대도수는
 $1-\left(\frac{1}{16}+\frac{1}{8}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)=1-\frac{15}{16}=\frac{1}{16}$
 전체 학생 수를 x 명이라 하면 각 계급의 도수는 차례로
 $\frac{1}{16}x$ 명, $\frac{1}{8}x$ 명, $\frac{1}{16}x$ 명, $\frac{1}{2}x$ 명, $\frac{1}{4}x$ 명이다.
 이때 학생 수는 자연수이므로 x 는 2, 4, 8, 16의 공배수이어야 한다.
 2, 4, 8, 16의 최소공배수는 16이고 16의 배수 중 150 이상 160 이하인 수는 160이다.
 따라서 1학년 전체 학생 수는 160명이다.

04 답 11명

기록이 20m 이상 25m 미만인 계급의 도수를 x 명이라 하면
 기록이 25m 이상 30m 미만인 계급의 도수는 $2x$ 명이다.
 기록이 30m 이상 35m 미만인 계급의 상대도수는 기록이 20m 이상 25m 미만인 계급의 상대도수보다 0.04만큼 크므로 기록이 30m 이상 35m 미만인 계급의 도수는
 $x+0.04 \times 50 = x+2(\text{명}) \quad \dots\dots ①$
 이때 도수의 총합이 50명이므로
 $7+x+2x+(x+2)+5=50, 4x+14=50$
 $4x=36 \quad \therefore x=9 \quad \dots\dots ②$
 따라서 기록이 30m 이상 35m 미만인 학생 수는
 $x+2=9+2=11(\text{명}) \quad \dots\dots ③$

채점 기준

① 계급의 도수를 미지수를 사용한 식으로 나타내기	50%
② 기록이 20m 이상 25m 미만인 계급의 도수 구하기	30%
③ 기록이 30m 이상 35m 미만인 학생 수 구하기	20%

05 답 13명

상대도수의 총합은 항상 1이므로 성적이 60점 이상 70점 미만인 계급의 상대도수는
 $1-(0.12+0.14+0.2+0.18+0.1)=0.26$
 성적이 90점 이상 100점 미만인 학생 수가 5명이므로 전체 학생 수는
 $\frac{5}{0.1}=50(\text{명})$
 따라서 사회 성적이 60점 이상 70점 미만인 학생 수는
 $0.26 \times 50 = 13(\text{명})$

06 답 50명

상대도수의 총합은 항상 1이므로 점수가 14점 이상 16점 미만인 계급의 상대도수는
 $1-(0.12+0.18+0.26+0.12)=0.32$
 전체 학생 수를 x 명이라 하면
 점수가 12점인 학생이 속하는 계급은 12점 이상 14점 미만이므로 도수는 $0.18x$ 명
 점수가 15점인 학생이 속하는 계급은 14점 이상 16점 미만이므로 도수는 $0.32x$ 명
 이때 점수가 12점인 학생이 속하는 계급의 도수가 15점인 학생이 속하는 계급의 도수보다 7명이 적으므로
 $0.18x=0.32x-7, 0.14x=7$
 $\therefore x=50$
 따라서 전체 학생 수는 50명이다.

07 답 5명

받은 이메일의 개수가 50개 미만인 학생 수는
 $(0.04+0.16+0.3) \times 50 = 25(\text{명})$
 받은 이메일의 개수가 70개 이상 80개 미만인 학생 수를 a 명이라 하면
 $6a+1=25 \quad \therefore a=4$
 따라서 받은 이메일의 개수가 60개 이상인 학생이 9명이므로 이메일을 65개 받은 학생이 속하는 계급의 학생 수는 $9-4=5(\text{명})$ 이다.

08 답 9명

가장 늦은 시간대인 8시 30분 이상 8시 40분 미만인 계급의 상대도수가 0.04이므로 전체 학생 수는
 $\frac{60}{0.04}=1500(\text{명})$
 가장 많은 학생들이 등교하는 시간대는 8시 10분 이상 8시 20분 미만이고, 이 계급의 상대도수는 0.3이므로 이 시간대에 등교하는 학생 수는 $1500 \times 0.3 = 450(\text{명})$ 이다.
 이때 한 사람이 10분 동안 나누어 줄 수 있는 홍보지 수는
 $5 \times 10 = 50(\text{장})$ 이므로 450명에게 홍보지를 모두 나누어 주려면 최소 $\frac{450}{50}=9(\text{명})$ 이 필요하다.

09 답 32%

상대도수의 총합은 항상 1이므로
 $0.02+0.18+0.3+x+y+0.02=1$ 에서 $x+y=0.48$

이 식의 양변에 25를 곱하면 $25x+25y=12$

이때 $25x, 25y$ 가 모두 4의 배수이므로

$25x=8, 25y=4$ ($\because x>y$)

$\therefore x=0.32, y=0.16$

따라서 수학 성적이 70점 이상 80점 미만인 학생은 전체의

$0.32 \times 100 = 32(\%)$ 이다.

10 답 40등

1학년 1반의 학생 수는 20명이므로 5등까지의 학생이 1학년 1반에서 차지하는 비율은

$$\frac{5}{20} = 0.25$$

이때 성적이 80점 이상인 계급의 상대도수의 합이 $0.2+0.05=0.25$ 이므로 1학년 1반에서 5등인 학생의 성적은 80점 이상이다.

1학년 전체 학생 수는 200명이므로 성적이 80점 이상인 학생 수는 $(0.16+0.04) \times 200 = 40(\text{명})$

따라서 1학년 1반에서 5등인 학생은 1학년 전체에서 적어도 40등 이내에 든다고 할 수 있다.

11 답 5 : 8

$b : d = 1 : 2$ 이므로 $b=k, d=2k$ ($k>0$),

$e : f = 5 : 4$ 이므로 $e=5l, f=4l$ (l 은 자연수)로 놓으면

(계급의 도수) = (도수의 총합) $\times$ (상대도수)이므로

$a : c = be : df = 5kl : 8kl = 5 : 8$

12 답 75명

영화반 학생 수를 a 명, 방송반 학생 수를 b 명이라 하면 $a=\frac{3}{2}b$ 이므로 각 계급의 도수를 b 를 사용한 식으로 나타내면 다음 표와 같다.

영어 성적(점)	학생 수(명)	
	영화반	방송반
50 ^{이상} ~ 60 ^{미만}	$0.12 \times \frac{3}{2}b = 0.18b$	$0.14b$
60 ~ 70	$0.2 \times \frac{3}{2}b = 0.3b$	$0.16b$
70 ~ 80	$0.32 \times \frac{3}{2}b = 0.48b$	$0.5b$
80 ~ 90	$0.24 \times \frac{3}{2}b = 0.36b$	$0.12b$
90 ~ 100	$0.12 \times \frac{3}{2}b = 0.18b$	$0.08b$
합계	$\frac{3}{2}b$	b

영화반에서 성적이 80점 이상인 학생 수는

$$0.36b + 0.18b = 0.54b(\text{명})$$

방송반에서 성적이 80점 이상인 학생 수는

$$0.12b + 0.08b = 0.2b(\text{명})$$

영화반과 방송반에서 성적이 80점 이상인 학생은 모두 37명이므로

$$0.54b + 0.2b = 37, 0.74b = 37 \quad \therefore b = 50$$

따라서 영화반 학생 수는 $\frac{3}{2}b = \frac{3}{2} \times 50 = 75(\text{명})$ 이다.

13 답 0.25

4개 반 전체 학생 수는 $30+40+30+40=140(\text{명})$

4개 반 전체 학생 중 90점 이상인 학생 수는 $140 \times 0.25 = 35(\text{명})$

A 반 학생 중 90점 이상인 학생 수는 $30 \times 0.2 = 6(\text{명})$

B 반 학생 중 90점 이상인 학생 수는 $40 \times x = 40x(\text{명})$

C 반 학생 중 90점 이상인 학생 수는 $30 \times 0.3 = 9(\text{명})$

D 반 학생 중 90점 이상인 학생 수는 $40 \times 0.25 = 10(\text{명})$

따라서 $6+40x+9+10=35$ 이므로

$$40x = 10 \quad \therefore x = 0.25$$

14 답 11 : 8

A 학교의 전체 학생 수를 x 명, B 학교의 전체 학생 수를 y 명이라 하면 박물관에 가고 싶은 A 학교와 B 학교의 학생 수의 비가 5 : 3이므로

$$0.25x : 0.225y = 5 : 3 \quad \dots\dots ①$$

$$0.75x = 1.125y \quad \therefore x = 1.5y \quad \dots\dots ②$$

따라서 유적지에 가고 싶은 A 학교와 B 학교의 학생 수의 비는

$$\begin{aligned} 0.275x : 0.3y &= (0.275 \times 1.5y) : 0.3y \\ &= 0.4125y : 0.3y = 11 : 8 \quad \dots\dots ③ \end{aligned}$$

채점 기준

① 박물관에 가고 싶은 학생 수의 비를 식으로 나타내기	40 %
② 두 학교의 전체 학생 수 사이의 관계식 구하기	30 %
③ 유적지에 가고 싶은 학생 수의 비 구하기	30 %

15 답 A 동아리: 18명, B 동아리: 3명

A 동아리의 10시간 이상 12시간 미만인 계급의 도수는 4명, 상대도수는 0.1이므로 전체 학생 수는 $\frac{4}{0.1} = 40(\text{명})$

B 동아리에서 10시간 이상 12시간 미만인 계급의 도수는 4명, 상대도수는 0.2이므로 전체 학생 수는 $\frac{4}{0.2} = 20(\text{명})$

A 동아리와 B 동아리에서 취미 활동 시간이 6시간 미만인 계급의 상대도수의 합은 각각

$$0.15+0.3=0.45, 0.05+0.1=0.15$$

이므로 두 동아리의 취미 활동 시간이 6시간 미만인 학생 수는 각각

A 동아리: $40 \times 0.45 = 18(\text{명})$, B 동아리: $20 \times 0.15 = 3(\text{명})$

16 답 320

영어 성적(점)	A 중학교의 학생 수(명)	B 중학교의 학생 수(명)	학생 수의 차(명)	상대도수의 차
40 ^{이상} ~ 50 ^{미만}	$400 \times 0.1 = 40$	$500 \times 0.12 = 60$	20	0.02
50 ~ 60	$400 \times 0.13 = 52$	$500 \times 0.15 = 75$	23	0.02
60 ~ 70	$400 \times 0.2 = 80$	$500 \times 0.2 = 100$	20	0
70 ~ 80	$400 \times 0.3 = 120$	$500 \times 0.22 = 110$	10	0.08
80 ~ 90	$400 \times 0.15 = 60$	$500 \times 0.2 = 100$	40	0.05
90 ~ 100	$400 \times 0.12 = 48$	$500 \times 0.11 = 55$	7	0.01
합계	400	500		

따라서 실제 학생 수의 차가 가장 큰 계급은 80점 이상 90점 미만이므로 $a=80$, $b=90$ 이고, 상대도수의 차가 가장 큰 계급은 70점 이상 80점 미만이므로 $c=70$, $d=80$ 이다.

$$\therefore a+b+c+d=80+90+70+80=320$$

17 답 2학년, 22명

1학년과 2학년의 16초 미만인 계급의 상대도수의 합은 각각

$$1\text{학년}: 0.12+0.2=0.32,$$

$$2\text{학년}: 0.04+0.1=0.14$$

이므로 1학년과 2학년의 전체 학생 수는 각각

$$1\text{학년}: \frac{80}{0.32}=250(\text{명}),$$

$$2\text{학년}: \frac{28}{0.14}=200(\text{명})$$

이때 상대도수의 총합은 항상 1이므로 1학년과 2학년의 20초 이상인 계급의 상대도수는 각각

$$1\text{학년}: 1-(0.12+0.2+0.4+0.24)=0.04,$$

$$2\text{학년}: 1-(0.04+0.1+0.34+0.36)=0.16$$

따라서 1학년과 2학년에서 기록이 20초 이상인 학생 수는

$$1\text{학년}: 0.04 \times 250=10(\text{명}),$$

$$2\text{학년}: 0.16 \times 200=32(\text{명})$$

이므로 2학년이 $32-10=22(\text{명})$ 더 많다.

02 답 시안 A

$\frac{(\text{지지율})}{100}=(\text{상대도수})$ 임을 이용하여 세 시안 A, B, C의 지지율에 따른 도수를 구하면 다음 표와 같다.

학년	학생 수 (명)	지지자 수(명)			
		시안 A	시안 B	시안 C	무응답
1학년	300	150	90	45	15
2학년	320	144	112	48	16
3학년	380	133	152	76	19
합계	1000	427	354	169	50

세 시안 A, B, C의 지지자 수는 각각 427명, 354명, 169명이므로 무응답인 50명이 모두 시안 B에 투표한다고 해도

$354+50=404(\text{명})$ 이 되어 시안 A의 지지자 수인 427명보다 적다.

따라서 시안 A가 선정될 것으로 판단할 수 있다.

비법 NOTE

상대도수는 도수의 총합을 1로 보았을 때 각 계급의 도수가 차지하는 비율이고, 백분율은 도수의 총합을 100으로 보았을 때 각 계급의 도수가 차지하는 비율이다.

따라서 (백분율)=(상대도수) $\times 100(\%)$ 이다.

03 답 100명

전체 남학생 수와 전체 여학생 수를 각각 x 명, y 명이라 하면 키가 150 cm 이상 155 cm 미만인 남학생 수와 여학생 수가 같으므로

$$0.24x=0.36y, 2x=3y \quad \therefore x:y=3:2$$

이때 $x=3k$, $y=2k$ (k 는 자연수)로 놓으면

$$3 \times 2 \times k=300 \quad \therefore k=50$$

따라서 전체 여학생 수는 $2 \times 50=100(\text{명})$ 이다.

04 답 $A=0.52$, $B=0.16$

이번 학기 도수를 도수분포표에 나타내면 다음과 같다.

과학 성적(점)	지난 학기 도수(명)	이번 학기 상대도수	이번 학기 도수(명)
40 ^{이상} ~ 50 ^{미만}	3	0.04	1
50 ~ 60	4	0.2	5
60 ~ 70	12	A	
70 ~ 80	1	0	0
80 ~ 90	3	B	
90 ~ 100	2	0.08	2
합계	25	1	25

..... ①

이때 성적이 40점 이상 50점 미만인 학생들 중 2명이 한 계급 올라갔다. 성적이 50점 이상 60점 미만인 학생들 중 x 명이 한 계급 올라갔다고 하면 $4+2-x=5 \quad \therefore x=1$

즉, 성적이 50점 이상 60점 미만인 학생들 중 1명이 한 계급 올라갔으므로 이번 학기에 60점 이상 70점 미만인 학생 수는

$$12+1=13(\text{명})\text{이다.}$$

$$\therefore A=\frac{13}{25}=0.52$$

..... ②

* STEP 3 최고난도 문제

▶ 109쪽

01 풀이 참조 02 시안 A 03 100명

04 $A=0.52$, $B=0.16$ 05 ㄴ, ㄷ

01 답 풀이 참조

$i+j$ 의 값은 [표 1]과 같으므로 변량 2, 3, 4에 대한 상대도수의 분포표는 [표 2]와 같다.

[표 1]			[표 2]	
$i \backslash j$	1	2	변량	상대도수
1	2	3	2	$\frac{1}{4}=0.25$
2	3	4	3	$\frac{2}{4}=0.5$
			4	$\frac{1}{4}=0.25$
			합계	1

또 성적이 70점 이상 80점 미만인 학생 1명이 한 계급 올라갔으므로 이번 학기에 80점 이상 90점 미만인 학생 수는 $3+1=4$ (명)이다.

$$\therefore B = \frac{4}{25} = 0.16 \quad \dots\dots ③$$

채점 기준

① 이번 학기 도수를 도수분포표에 나타내기	20%
② A의 값 구하기	40%
③ B의 값 구하기	40%

05 답 ㄴ, ㄷ

ㄱ. 2학년 학생 중 (가)동에 사는 학생의 비율은 $\frac{10}{y}$ 이고, 3학년 학생 중 (가)동에 사는 학생의 비율은 $\frac{20}{z}$ 이다. 그런데 y, z 의 값을 알지 못하므로 3학년 학생 중 (가)동에 사는 학생의 비율이 2학년 학생 중 (가)동에 사는 학생의 비율보다 높다고 할 수 없다.

ㄴ. 3학년 학생 중 (나)동에 사는 학생의 비율은 $\frac{8}{z}$ 이고, 전교생 중 (나)동에 사는 학생의 비율은 $\frac{8+8+8}{x+y+z}$ 이므로 $\frac{8}{z} = \frac{24}{x+y+z}$ 이면 $x+y+z=3z, x+y=2z \quad \therefore z = \frac{x+y}{2}$

ㄷ. 1학년 학생 중 (다)동에 사는 학생의 비율은 $\frac{a}{x}$ 이고, 전교생 중 (다)동에 사는 학생의 비율은 $\frac{a+b+c}{x+y+z}$ 이므로 $\frac{a}{x} = \frac{a+b+c}{x+y+z}$ 이면 $a(x+y+z) = x(a+b+c), a(y+z) = x(b+c)$
 $\therefore a : (b+c) = x : (y+z)$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

단원 마스터

▶ 110~113쪽

01 ②, ⑤ **02** 2 **03** 32 **04** $\frac{15}{2}$

05 (17, 20), (19, 17) **06** 25 **07** 51분 **08** ②, ⑤

09 $A=3, B=2$ **10** ㄴ, ㄷ **11** 21명 **12** 30명 **13** ④

14 ③, ④ **15** $\frac{61x+y}{75}$ **16** 7명

17 남학생: 25명, 여학생: 20명 **18** 22 **19** 0.4

20 A: 60%, B: 58%, A 지역 **21** A 학교, 91명

22 ④, ⑤

01 답 ②, ⑤

② 가장 많이 득표한 학생을 학급 회장으로 뽑으므로 최빈값을 이용하여 뽑는다.

⑤ 자료에 극단적인 값이 있으므로 평균보다 중앙값이 자료의 중심 경향을 더 잘 나타내어 준다.

따라서 대푯값의 이용이 적절하지 않은 것은 ②, ⑤이다.

비법 NOTE

적절한 대푯값을 찾을 때,

- 평균: 대푯값으로 가장 많이 쓰이며, 자료에 매우 크거나 매우 작은 값이 있으면 그 값에 영향을 받는다.
- 중앙값: 자료에 매우 크거나 매우 작은 값이 있으면 중앙값이 평균보다 대푯값으로 더 적절하다.
- 최빈값: 선호도를 조사할 때 주로 쓰이며, 변량이 중복되어 나타나는 자료나 수량으로 나타낼 수 없는 자료의 대푯값으로 적절하다.

02 답 2

주사위의 각 눈이 나온 횟수가 모두 다르므로 15를 0 이상의 서로 다른 6개의 정수의 합으로 나타내면

$$15 = 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

따라서 주사위의 각 눈이 나온 횟수는 0, 1, 2, 3, 4, 5이므로 주사위 눈의 수의 평균이 최대 또는 최소가 되는 경우는 다음 표와 같다.

주사위 눈의 수	1	2	3	4	5	6
평균이 최대인 경우 각 눈이 나온 횟수(회)	0	1	2	3	4	5
평균이 최소인 경우 각 눈이 나온 횟수(회)	5	4	3	2	1	0

$$(\text{평균의 최댓값}) = \frac{1 \times 0 + 2 \times 1 + 3 \times 2 + 4 \times 3 + 5 \times 4 + 6 \times 5}{15}$$

$$= \frac{70}{15} = \frac{14}{3} (\text{회})$$

$$(\text{평균의 최솟값}) = \frac{1 \times 5 + 2 \times 4 + 3 \times 3 + 4 \times 2 + 5 \times 1 + 6 \times 0}{15}$$

$$= \frac{35}{15} = \frac{7}{3} (\text{회})$$

따라서 평균의 최댓값은 최솟값의 2배이다.

$$\therefore k = 2$$

03 답 32

가장 큰 변량을 a , 가장 작은 변량을 b 라 하고, a, b 를 포함한 서로 다른 10개의 변량의 총합을 S 라 하면

$$a + 9 \times 30 = S, b + 9 \times 35 = S \text{이므로}$$

$$(a + 9 \times 30) + (b + 9 \times 35) = 2S, a + b + 585 = 2S$$

이때 $a + b = 55$ 이므로

$$2S = 55 + 585 = 640 \quad \therefore S = 320$$

$$\therefore (\text{서로 다른 10개의 변량의 평균}) = \frac{S}{10} = \frac{320}{10} = 32$$

04 답 $\frac{15}{2}$

평균이 7이므로

$$\frac{7 + a + 2 + 10 + b + 1 + 9 + 12}{8} = 7$$

$$a + b + 41 = 56 \quad \therefore a + b = 15$$

a, b 를 제외한 모든 자료의 도수가 1이므로 최빈값이 7이 되려면 a, b 중 적어도 하나는 7이어야 한다.

이때 $a < b$ 이므로 $a = 7, b = 8$

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$$1, 2, 7, 7, 8, 9, 10, 12$$

이므로 중앙값은 4번째와 5번째 변량의 평균인

$$\frac{7+8}{2} = \frac{15}{2}$$

05 답 (17, 20), (19, 17)

자료 A의 중앙값이 17이므로 $a=17$ 또는 $b=17$ 이다.

(i) $a=17$, $b=17$ 일 때,

두 자료 A, B를 합친 전체 자료에서 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

11, 14, 16, 16, 17, 17, 17, 21, 21, 22

중앙값은 5번째와 6번째 변량의 평균인 $\frac{17+17}{2}=17$ 이므로 주어진 조건을 만족시키지 않는다.

(ii) $a=17$, $b \neq 17$ 일 때,

$b \geq 18$ 이고, $b-1$, b 를 제외한 나머지 8개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

11, 14, 16, 17, 17, 21, 21, 22

두 자료 A, B를 합친 전체 자료의 중앙값이 18이 되려면 $b-1$ 은 17과 21 사이에 있어야 하므로

$$\frac{17+(b-1)}{2}=18 \quad \therefore b=20$$

(iii) $a \neq 17$, $b=17$ 일 때,

$a \geq 18$ 이고, a 를 제외한 나머지 8개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

11, 14, 16, 16, 17, 21, 21, 22

두 자료 A, B를 합친 전체 자료의 중앙값이 18이 되려면 a 는 17과 21 사이에 있어야 하므로

$$\frac{17+a}{2}=18 \quad \therefore a=19$$

(i), (ii), (iii)에서 순서쌍 (a, b) 는 (17, 20), (19, 17)이다.

06 답 25

중앙값이 19이므로 5번째 변량은 19이고, 최빈값이 17과 22이므로 17과 22는 각각 2개 또는 3개이다.

(i) 17과 22가 각각 3개일 때,

나머지 한 값을 y 라 하면 평균이 19이므로

$$\frac{14+17+17+17+19+22+22+22+y}{9}=19$$

$$y+150=171 \quad \therefore y=21$$

$$\therefore x=22$$

(ii) 17과 22가 각각 2개일 때,

9개의 변량 중 14, 17, 17, 19, 22, 22를 제외한 나머지 3개의 변량을 각각 a , b , c ($14 < a < 19 < b < c$)라 하자.

평균이 19이므로

$$\frac{14+17+17+19+22+22+a+b+c}{9}=19$$

$$a+b+c+111=171 \quad \therefore a+b+c=60$$

이때 c 의 값이 최대가 되려면 a , b 의 값은 최소가 되어야 하므로

$$a=15, b=20$$

$$\text{즉, } c=25 \text{이므로 } x=25$$

(i), (ii)에서 x 의 최댓값은 25이다.

07 답 51분

전체 학생 수를 x 명이라 하면 오후에 게임을 한 시간이 30분 미만인 학생 수가 전체의 $\frac{2}{5}$ 이므로

$$x \times \frac{2}{5} = 10 \quad \therefore x = 25 \quad \dots\dots ①$$

오후에 게임을 한 시간이 40분 이상 50분 미만인 학생 수는

$$25 - (3+7+5+4) = 6(\text{명}) \quad \dots\dots ②$$

따라서 은수가 오후에 게임을 한 시간은 많은 쪽에서 11번째인 35분

이므로 은수가 하루 동안 게임을 한 시간은

$$16+35=51(\text{분}) \quad \dots\dots ③$$

채점 기준

① 전체 학생 수 구하기	40%
② 오후에 게임을 한 시간이 40분 이상 50분 미만인 학생 수 구하기	30%
③ 은수가 하루 동안 게임을 한 시간 구하기	30%

08 답 ②, ⑤

② A 역에서 급행열차 2대가 동시에 출발하는 횟수는 오전 7시 11분, 23분, 35분, 47분, 59분의 5번이다.

③ 오전 8시대에는 B 역 방면 급행열차가 4대, C 역 방면 급행열차가 5대 있으므로 C 역 방면으로 급행열차가 더 많이 출발한다.

④ 오전 6시 58분 이후 가장 빠른 C 역 방면 급행열차의 출발 시간은 오전 7시 11분이므로 13분을 기다려야 한다.

⑤ 오전 8시 51분 이후부터 오전 9시 전까지 B 역 방면으로 출발하는 급행열차는 없으므로 오전 9시 전에 B 역 방면 급행열차를 탈 수 없다.

따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

09 답 $A=3$, $B=2$

x , y 를 제외한 변량을 도수분포표에 나타내면 다음과 같다.

횟수(회)	변량	도수(명)
10 이상 ~ 20 미만	12	1
20 ~ 30	20, 27	A
30 ~ 40	31, 33, 35, 36	4
40 ~ 50	40, 42	B
50 ~ 60	54	2
합계		12

이때 횟수가 50회 이상 60회 미만인 학생 수가 2명이므로 x , y 중 변량 1개는 50회 이상 60회 미만인 계급에 속하고, $A > B$ 이므로 나머지 변량 1개는 20회 이상 30회 미만인 계급에 속한다.

$$\therefore A=3, B=2$$

10 답 L, C

ㄱ. 승연이의 표에서 계급의 크기는 $7-5=2(\text{분})$,

은지의 표에서 계급의 크기는 $8-5=3(\text{분})$

따라서 두 개의 도수분포표의 계급의 크기는 다르다.

$$\text{ㄴ. } A=40-(2+6+7+9+5)=11$$

두 개의 표에서 점심 식사 시간이 11분 미만인 학생 수는 같으므로

$$2+6+7=3+B \quad \therefore B=12$$

$$C=40-(3+12+8)=17$$

ㄷ. 승연이의 표에서 15분 이상 17분 미만인 계급의 학생 수는 5명, 은지의 표에서 14분 이상 17분 미만인 계급의 학생 수는 8명이다.

즉, 점심 식사 시간이 14분 이상 15분 미만인 학생 수는 $8-5=3(\text{명})$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

11 답 21명

성적이 80점 이상 90점 미만인 계급의 도수를 a 명이라 하면

$$10a=180 \quad \therefore a=18$$

따라서 히스토그램의 세로축의 한 칸의 도수는 3명이므로 성적이 60점 미만인 학생 수는 $9+12=21(\text{명})$ 이다.

12 답 30명

히스토그램에서 각 직사각형의 넓이는 각 계급의 도수에 정비례하므로 9개 이상 11개 미만인 계급의 도수를 x 명이라 하면

$$4:3=x:6, 3x=24 \quad \therefore x=8$$

따라서 전체 학생 수는

$$4+5+8+6+7=30(\text{명})$$

13 답 ④

$$\text{① } A=B=\frac{1}{2} \times 4 \times 3=6 \text{이므로 } A+B=6+6=12$$

$$\text{② } A=6, C=\frac{1}{2} \times 4 \times 1=2 \text{이므로 } A=3C$$

$$\text{③ } B=6, D=\frac{1}{2} \times 4 \times 2=4 \text{이므로 } B=\frac{3}{2}D$$

$$\text{④ } C=2, D=4 \text{이므로 } D-C=4-2=2$$

$$\text{⑤ } C=2, E=D=4 \text{이므로 } C=\frac{1}{2}E$$

따라서 옳은 것은 ④이다.

14 답 ③, ④

$$\text{① (여학생 수)}=4+6+8+4+1+1=24(\text{명})$$

$$(\text{남학생 수})=2+6+9+5+2=24(\text{명})$$

② 여학생 중 줄넘기 횟수가 가장 적은 학생은 20회 이상 40회 미만인 계급에 속하고, 남학생 중 줄넘기 횟수가 가장 적은 학생은 40회 이상 60회 미만인 계급에 속하므로 줄넘기 횟수가 가장 적은 학생은 여학생이다.

③ 전체 학생 수는 48명이고 줄넘기 횟수가 100회 이상 120회 미만인 여학생은 1명, 남학생은 5명이므로 전체의

$$\frac{1+5}{48} \times 100=12.5(\%) \text{이다.}$$

④ 남학생 중 줄넘기 횟수가 8번째로 많은 학생이 속하는 계급은 80회 이상 100회 미만이므로 도수는 9명이다.

⑤ 줄넘기 횟수가 120회 이상 140회 미만인 학생이 3명이고, 이 계급에 속하는 남학생은 2명, 여학생은 1명이다.

따라서 옳은 것은 ③, ④이다.

15 답 $\frac{61x+y}{75}$

세 그룹의 도수의 합은 $32+60+58=150$

세 그룹의 이 계급에 대한 도수는 각각

$$32 \times 2x=64x,$$

$$60 \times y=60y,$$

$$58 \times (x-y)=58x-58y$$

따라서 세 그룹 전체에 대한 구하는 계급의 상대도수는

$$\frac{64x+60y+58x-58y}{150}=\frac{61x+y}{75}$$

16 답 7명

상대도수의 총합은 항상 1이므로 10회 이상 20회 미만인 계급의 상대도수의 합은

$$1-(0.075+0.3+0.1)=0.525$$

방문 횟수가 10회 이상 20회 미만인 학생 수는

$$0.525 \times 40=21(\text{명})$$

따라서 방문 횟수가 17회인 학생이 속하는 계급의 도수는

$$21 \times \frac{1}{2+1}=7(\text{명})$$

17 답 남학생: 25명, 여학생: 20명

여학생 수를 x 명이라 하면 남학생 수는 $(x+5)$ 명이므로

통학 시간이 10분 이상 20분 미만인 남학생 수는

$$0.16(x+5) \text{명, 여학생 수는 } 0.1x \text{명이다.}$$

즉, $0.16(x+5)=2 \times 0.1x$ 이므로

$$0.16x+0.8=0.2x, 0.04x=0.8 \quad \therefore x=20$$

따라서 남학생 수는 25명, 여학생 수는 20명이다.

18 답 22

남학생 중 통학 시간이 7번째로 짧은 학생은 남학생 전체의

$$\frac{7}{25} \times 100=28(\%) \text{에 해당하므로 10분 이상 20분 미만인 계급에 속한다.}$$

이때 통학 시간이 10분 미만인 여학생은 $0.15 \times 20=3(\text{명})$, 10분 이상 20분 미만인 여학생은 $0.1 \times 20=2(\text{명})$ 이므로 남학생 중 통학 시간이 7번째로 짧은 학생은 동아리 전체에서 통학 시간이 10번째 이상 12번째 이하로 짧다고 할 수 있다.

따라서 $a=10, b=12$ 이므로 $a+b=10+12=22$

19 답 0.4

1학년 전체 학생에 대한 1학년 남학생의 상대도수가 0.54이므로 1학

년 전체 학생에 대한 1학년 여학생의 상대도수는 $1-0.54=0.46$

1학년 남학생의 상대도수가 1학년 여학생의 상대도수보다 $0.54 - 0.46 = 0.08$ 만큼 크고, 1학년 남학생이 1학년 여학생보다 20명 많으므로 1학년 전체 학생 수는

$$\frac{20}{0.08} = 250(\text{명})$$

1학년 여학생 수는 $250 \times 0.46 = 115(\text{명})$

2학년 여학생 수는 $160 \times (1 - 0.525) = 160 \times 0.475 = 76(\text{명})$

이 중학교의 전체 여학생 수는

$$600 \times (1 - 0.555) = 600 \times 0.445 = 267(\text{명})$$

3학년 전체 학생 수는 $600 - (250 + 160) = 190(\text{명})$

3학년 여학생 수는 $267 - (115 + 76) = 76(\text{명})$

따라서 3학년 전체 학생에 대한 3학년 여학생의 상대도수는

$$\frac{76}{190} = 0.4$$

20 답 A: 60%, B: 58%, A 지역

전체 설문 대상 인원이 다르므로 상대도수의 분포표로 나타내면 다음 표와 같다.

[표 1]			[표 2]		
연령별	상대도수	찬성률(%)	연령별	상대도수	찬성률(%)
20~30대	0.5	80	20~30대	0.3	80
40~50대	0.3	50	40~50대	0.3	60
60대 이상	0.2	25	60대 이상	0.4	40
합계	1		합계	1	

A 지역의 평균 찬성률은

$$0.5 \times 80 + 0.3 \times 50 + 0.2 \times 25 = 60(\%)$$

B 지역의 평균 찬성률은

$$0.3 \times 80 + 0.3 \times 60 + 0.4 \times 40 = 58(\%)$$

따라서 녹지 개발은 A 지역 사람들이 B 지역 사람들보다 더 많이 찬성한다.

참고 평균 찬성률은 {(각 계급의 상대도수) × (각 계급의 찬성률)}의 합으로 구한다.

21 답 A 학교, 91명

A 학교에서 운동 시간이 7시간 이상인 계급의 상대도수의 합은

$$0.16 + 0.1 + 0.06 + 0.02 = 0.34$$

이므로 A 학교에서 운동 시간이 7시간 이상인 학생 수는

$$400 \times 0.34 = 136(\text{명}) \quad \dots\dots ①$$

B 학교에서 운동 시간이 7시간 이상인 계급의 상대도수의 합은

$$0.12 + 0.08 + 0.06 + 0.04 = 0.3$$

이므로 B 학교에서 운동 시간이 7시간 이상인 학생 수는

$$150 \times 0.3 = 45(\text{명}) \quad \dots\dots ②$$

따라서 일주일 동안의 운동 시간이 7시간 이상인 학생은 A 학교가

$$136 - 45 = 91(\text{명}) \text{ 더 많다.} \quad \dots\dots ③$$

채점 기준

① A 학교에서 운동 시간이 7시간 이상인 학생 수 구하기	40%
② B 학교에서 운동 시간이 7시간 이상인 학생 수 구하기	40%
③ 운동 시간이 7시간 이상인 학생은 어느 학교가 몇 명 더 많은지 구하기	20%

22 답 ④, ⑤

① B 중학교의 그래프가 A 중학교의 그래프보다 전체적으로 오른 쪽으로 치우쳐 있으므로 B 중학교 학생들이 A 중학교 학생들보다 독서를 더 많이 하는 편이다.

② 독서 시간이 2시간 이상 3시간 미만인 계급의 상대도수는

$$A \text{ 중학교: } 1 - (0.06 + 0.26 + 0.3 + 0.2 + 0.04) = 0.14$$

$$B \text{ 중학교: } 1 - (0.04 + 0.22 + 0.26 + 0.28 + 0.08) = 0.12$$

즉, B 중학교에 비하여 A 중학교의 상대도수가 낮은 계급은 5시간 이상 6시간 미만, 6시간 이상 7시간 미만이다.

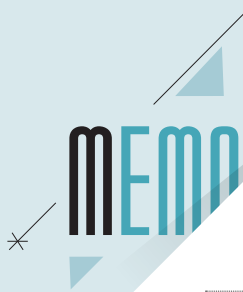
③ A 중학교의 학생 수가 150명이라면 A 중학교에서 독서 시간이 2시간 이상 3시간 미만인 학생은

$$150 \times 0.14 = 21(\text{명})$$

④ B 중학교에서 독서 시간이 5시간 이상인 학생의 상대도수의 합은 $0.28 + 0.08 = 0.36$ 이므로 B 중학교 전체의 36%이다.

⑤ 계급의 크기는 1시간, 상대도수의 총합은 1로 같으므로 A 중학교와 B 중학교의 그래프와 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $1 \times 1 = 1$ 로 서로 같다.

따라서 옳은 것은 ④, ⑤이다.



A series of horizontal lines for writing, spanning the width of the page. The lines are evenly spaced and extend across the main body of the page, leaving a small margin at the top and bottom.

