



기술
PICK

정답과 해설

중학 수학

3·1

01 제곱근과 실수

난이도별 필수 기출

6~23쪽

001 답 ④

④ (배) 양수

따라서 (가)~(매)에 알맞은 것으로 옳지 않은 것은 ④이다.

002 답 ②

제곱근 5는 $\sqrt{5}$ 이고, 5의 제곱근은 $\pm\sqrt{5}$ 이다.

003 답 ①

11의 제곱근은 $\pm\sqrt{11}$ 이다.

004 답 ④

① $\sqrt{4}=\sqrt{2^2}=2$

② $\sqrt{25}=\sqrt{5^2}=5$

③ $\sqrt{0.04}=\sqrt{0.2^2}=0.2$

⑤ $\sqrt{\frac{36}{121}}=\sqrt{\left(\frac{6}{11}\right)^2}=\frac{6}{11}$

따라서 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없는 것은 ④이다.

005 답 ③

③ 1.21의 제곱근은 $\pm\sqrt{1.21}$ 이므로 $\pm\sqrt{1.21}=\pm\sqrt{1.1^2}=\pm 1.1$

따라서 근호를 사용하지 않고 제곱근을 나타낼 수 있는 것은 ③이다.

006 답 ②

$\left(-\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$ 의 양의 제곱근은 $\frac{1}{3}$ 이므로 $A=\frac{1}{3}$

$\sqrt{49}=7$ 의 음의 제곱근은 $-\sqrt{7}$ 이므로 $B=-\sqrt{7}$

$\therefore 9A+B=9\times\frac{1}{3}+(-\sqrt{7})=3-\sqrt{7}$

007 답 ③

①, ②, ④, ⑤ ± 6 ③ 6

따라서 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.

008 답 ⑤

④ $0.\dot{1}=\frac{1}{9}$ 의 제곱근은 $\pm\frac{1}{3}=\pm 0.\dot{3}$ 이다.

⑤ $\sqrt{36}=6$ 의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$ 이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

009 답 ②

① -25는 음수이므로 제곱근이 없다.

③ $(-4)^2=16$ 의 양의 제곱근은 4이다.

④ $\sqrt{\frac{1}{16}}=\frac{1}{4}$ 의 음의 제곱근은 $-\frac{1}{4}$ 이다.

⑤ 1.44의 양의 제곱근은 1.2이고, 제곱근 1.2는 $\sqrt{1.2}$ 이므로 같지 않다.

따라서 옳은 것은 ②이다.

010 답 ①

주어진 두 원의 넓이의 합과 넓이가 같은 원의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$\pi r^2 = \pi \times 4^2 + \pi \times 7^2$$

$$\pi r^2 = 65\pi \quad \therefore r^2 = 65$$

이때 $r > 0$ 이므로 $r = \sqrt{65}$

따라서 구하는 원의 반지름의 길이는 $\sqrt{65}$ 이다.

011 답 $\sqrt{89}$ cm

$\triangle ADC$ 는 직각삼각형이므로 $\overline{AD} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8$ (cm)

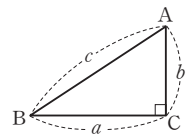
이때 $\triangle ABD$ 는 직각삼각형이므로 $\overline{AB} = \sqrt{8^2 + 5^2} = \sqrt{89}$ (cm)

중2 다시보기

피타고라스 정리

직각삼각형 ABC에서 직각을 낀 두 변의 길이를 각각 a , b 라 하고 빗변의 길이를 c 라 하면

$$a^2 + b^2 = c^2$$



012 답 $\sqrt{14}$ cm

(A의 한 변의 길이) $= \sqrt{9} = 3$ (cm)이므로

..... ①

(B의 한 변의 길이) $= 3 \times \frac{7}{6} = \frac{7}{2}$ (cm)

이때 (B의 넓이) $= \left(\frac{7}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}$ (cm²)이므로

..... ②

(C의 넓이) $= \frac{49}{4} \times \frac{8}{7} = 14$ (cm²)

C의 한 변의 길이를 x cm라 하면 $x^2 = 14$

이때 $x > 0$ 이므로 $x = \sqrt{14}$

따라서 C의 한 변의 길이는 $\sqrt{14}$ cm이다.

..... ③

채점 기준

① 정사각형 A의 한 변의 길이 구하기	20%
② 정사각형 B의 넓이 구하기	40%
③ 정사각형 C의 한 변의 길이 구하기	40%

013 답 ①

② $(\sqrt{2})^2 = 2$ 이므로 $-(\sqrt{2})^2 = -2$

③ $(-\sqrt{2})^2 = 2$ 이므로 $-(-\sqrt{2})^2 = -2$

④ $\sqrt{2^2} = 2$ 이므로 $-\sqrt{2^2} = -2$

⑤ $\sqrt{(-2)^2} = 2$ 이므로 $-\sqrt{(-2)^2} = -2$

따라서 나머지 넷과 다른 하나는 ①이다.

014 답 ④

$$\sqrt{4^2} - \sqrt{(-1)^2} = 4 - 1 = 3$$

015 답 ①

$a < 0$ 이므로 $5a < 0$, $-3a > 0$

$$\therefore \sqrt{(5a)^2} + \sqrt{(-3a)^2} = -5a + (-3a) = -8a$$

016 **답 3**

$\sqrt{16}=4$ 의 음의 제곱근은 -2 이므로 $A=-2$
 $\sqrt{(-25)^2}=25$ 의 양의 제곱근은 5 이므로 $B=5$
 $\therefore A+B=-2+5=3$

017 **답 ②**

ㄱ. $(\sqrt{5})^2=5$ ㄴ. $(-\sqrt{7})^2=7$
 ㄷ. $\sqrt{2.56^2}=2.56$ ㄹ. $\sqrt{(-13)^2}=13$
 ㅁ. $\sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2}=\frac{2}{3}$ 이므로 $-\sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2}=-\frac{2}{3}$
 따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ의 2개이다.

018 **답 ③**

① 제곱근 $\sqrt{49}=7$ 은 $\sqrt{7}$ 이다.
 ② $(-5)^2=25$ 의 제곱근은 ± 5 이다.
 ③ 음수의 제곱근은 없으므로 제곱해서 -4 가 되는 수는 없다.
 ④ $\sqrt{3^2}=3$ 의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$ 이므로 두 제곱근의 합은 0 이다.
 ⑤ $\sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^2}=\frac{1}{4}$ 이고, $\left(\sqrt{\frac{1}{4}}\right)^2=\frac{1}{4}$ 이므로 $-\left(\sqrt{\frac{1}{4}}\right)^2=-\frac{1}{4}$
 즉, 두 값은 서로 같지 않다.
 따라서 옳은 것은 ③이다.

019 **답 ④**

① $\sqrt{9}+\sqrt{16}=3+4=7$
 ② $\sqrt{169}\div 13=13\div 13=1$
 ③ $\sqrt{20^2}\div (\sqrt{5})^2=20\div 5=4$
 ④ $\sqrt{12^2}-\sqrt{(-11)^2}=12-11=1$
 ⑤ $(\sqrt{2})^2\times (-\sqrt{7})^2=2\times 7=14$
 따라서 옳은 것은 ④이다.

020 **답 ②**

① $\sqrt{49}-\sqrt{(-3)^2}=7-3=4$
 ② $(\sqrt{9})^2+(\sqrt{6})^2-(-\sqrt{8})^2=9+6-8=7$
 ③ $(\sqrt{3})^2+\sqrt{(-3)^2}+\sqrt{0.64}=3+3+0.8=6.8$
 ④ $\left(-\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2\div \sqrt{\left(-\frac{3}{4}\right)^2}=\frac{3}{2}\div \frac{3}{4}=\frac{3}{2}\times \frac{4}{3}=2$
 ⑤ $\left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2\div \sqrt{\left(-\frac{5}{3}\right)^2}\times (-\sqrt{4})^2=\frac{1}{3}\div \frac{5}{3}\times 4$
 $=\frac{1}{3}\times \frac{3}{5}\times 4=\frac{4}{5}$
 따라서 계산 결과가 가장 큰 것은 ②이다.

021 **답 ④**

$\sqrt{(-3)^2}\times (-\sqrt{7})^2-\sqrt{8^2}+\sqrt{36}$
 $=3\times 7-8+6=19$

022 **답 -4**

$A=(\sqrt{3})^2-\sqrt{(-5)^2}\div \sqrt{0.25}=3-5\div 0.5$
 $=3-5\times \frac{10}{5}=-7$

..... ①

$B=\sqrt{49}-\sqrt{(-11)^2}+\sqrt{4^2}\div \left(-\sqrt{\frac{4}{7}}\right)^2=7-11+4\div \frac{4}{7}$
 $=7-11+4\times \frac{7}{4}=3$ ②
 $\therefore A+B=-7+3=-4$ ③

채점 기준

① A의 값 구하기	40%
② B의 값 구하기	40%
③ A+B의 값 구하기	20%

023 **답 ③**

③ $a>0$ 이므로 $(-\sqrt{a})^2=a$
 ④ $-a<0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2}=-(-a)=a$, 즉 $-\sqrt{(-a)^2}=-a$
 따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

024 **답 ②**

ㄱ. $a<0$ 이므로 $-\sqrt{a^2}=-(-a)=a$
 ㄴ. $5a<0$ 이므로 $\sqrt{25a^2}=\sqrt{(5a)^2}=-5a$
 ㄷ. $3a<0$ 이므로 $\sqrt{9a^2}=\sqrt{(3a)^2}=-3a$
 ㄹ. $-2a>0$ 이므로 $-\sqrt{(-2a)^2}=-(-2a)=2a$
 따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

025 **답 ①**

$\sqrt{(-a)^2}=-a$ 에서 $a<0$ 이므로 $-4a>0$, $3a<0$
 $\therefore \sqrt{a^2}+\sqrt{(-4a)^2}-\sqrt{9a^2}=\sqrt{a^2}+\sqrt{(-4a)^2}-\sqrt{(3a)^2}$
 $=-a+(-4a)-(-3a)$
 $=-a-4a+3a=-2a$

026 **답 $2x+y$**

$x-y<0$ 에서 $x<y$ 이고, $xy<0$ 에서 x, y 의 부호는 서로 다르므로
 $x<0, y>0$ ①
 따라서 $-x>0, 3x<0, -y<0$ 이므로
 $\sqrt{(-x)^2}-\sqrt{(3x)^2}+\sqrt{(-y)^2}$
 $=-x-(-3x)+\{-(-y)\}$ ②
 $=-x+3x+y=2x+y$ ③

채점 기준

① x, y 의 부호 구하기	40%
② 주어진 식을 근호를 사용하지 않고 나타내기	40%
③ 식을 간단히 하기	20%

027 **답 ⑤**

$a>0$ 이므로 $-a<0, \frac{1}{a}>0$
 $\therefore \sqrt{(-a)^2}=-(-a)=a, \sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2}=\frac{1}{a}$
 $0<a<1$ 이므로 $0<a^2<a, 1<\frac{1}{a}$
 $\therefore 0<a^2<a<1<\frac{1}{a}$
 따라서 그 값이 가장 작은 것은 ⑤이다.

028 [답 ①]

$$1 < a < 2 \text{이므로 } a-1 > 0, a-2 < 0 \\ \therefore \sqrt{(a-1)^2} - \sqrt{(a-2)^2} = (a-1) - \{-(a-2)\} \\ = a-1+a-2=2a-3$$

029 [답 ②]

$$-3 < a < -1 \text{이므로 } a+3 > 0, a+1 < 0 \\ \text{또 } a < 0 \text{이므로 } 5-a > 0, a-2 < 0 \\ \textcircled{1} a < 0 \text{이므로 } \sqrt{a^2} = -a \\ \textcircled{2} a+1 < 0 \text{이므로 } \sqrt{(a+1)^2} = -(a+1) = -a-1 \\ \textcircled{3} 5-a > 0 \text{이므로 } \sqrt{(5-a)^2} = 5-a \\ \textcircled{4} a-2 < 0 \text{이므로 } \sqrt{(a-2)^2} = -(a-2) = -a+2 \\ \textcircled{5} a+3 > 0 \text{이므로 } \sqrt{(a+3)^2} = a+3 \\ \text{따라서 옳지 않은 것은 } \textcircled{2} \text{이다.}$$

030 [답 ②]

$$a > b > c > 0 \text{이므로 } a-b > 0, b-c > 0, c-a < 0 \\ \therefore \sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(b-c)^2} - \sqrt{(c-a)^2} \\ = (a-b) - (b-c) - \{-(c-a)\} \\ = a-b-b+c+c-a \\ = -2b+2c$$

031 [답 -2a]

$$0 < a < 1 \text{에서 } \frac{1}{a} > 1 \text{이므로} \\ a - \frac{1}{a} < 0, a + \frac{1}{a} > 0 \\ \therefore \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} - \sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2} = -\left(a - \frac{1}{a}\right) - \left(a + \frac{1}{a}\right) \\ = -a + \frac{1}{a} - a - \frac{1}{a} \\ = -2a$$

032 [답 ②]

$$a-b > 0 \text{에서 } a > b \text{이고, } ab < 0 \text{에서 } a, b \text{의 부호는 서로 다르므로} \\ a > 0, b < 0 \\ \text{따라서 } -b > 0, 2a-b > 0 \text{이므로} \\ (\sqrt{a})^2 + \sqrt{(-b)^2} - \sqrt{(2a-b)^2} \\ = a + (-b) - (2a-b) \\ = a-b-2a+b \\ = -a$$

033 [답 ①]

$$ab < 0, ac > 0 \text{에서 } a > 0 \text{이면 } b < 0, c > 0 \text{이고 } a < 0 \text{이면 } b > 0, \\ c < 0 \text{이므로 } bc < 0 \\ \text{따라서 } -bc > 0, bc-3 < 0, 3-bc > 0 \text{이므로} \\ \sqrt{(-bc)^2} - \sqrt{(bc-3)^2} + \sqrt{(3-bc)^2} \\ = -bc - \{-(bc-3)\} + (3-bc) \\ = -bc + bc - 3 + 3 - bc \\ = -bc$$

034 [답 ④]

$$\sqrt{\frac{8^8+4^{10}}{8^4+4^8}} = \sqrt{\frac{(2^3)^8+(2^2)^{10}}{(2^3)^4+(2^2)^8}} = \sqrt{\frac{2^{24}+2^{20}}{2^{12}+2^{16}}} = \sqrt{\frac{2^{20}(2^4+1)}{2^{12}(1+2^4)}} \\ = \sqrt{\frac{2^{20}}{2^{12}}} = \sqrt{2^8} = \sqrt{(2^4)^2} = 2^4 = 16$$

035 [답 ①]

$$\textcircled{1} y < 0 \text{에서 } y-1 < 0 \text{이므로 } \sqrt{(y-1)^2} = -(y-1) = -y+1 \\ \textcircled{2} x < 0 \text{에서 } 1-x > 0 \text{이므로 } -\sqrt{(1-x)^2} = -(1-x) = -1+x \\ \textcircled{3} y < 0 \text{에서 } -y > 0 \text{이므로 } -\sqrt{(-y)^2} = -(-y) = y \\ \textcircled{4} x > -1 \text{에서 } x+1 > 0 \text{이므로 } \sqrt{(x+1)^2} = x+1 \\ \textcircled{5} y > -1 \text{에서 } 1+y > 0 \text{이므로 } \sqrt{(1+y)^2} = 1+y \\ -1 < x < y < 0 \text{에서 각 변에 1을 더하면 } 0 < x+1 < y+1 < 1 \\ -y > 0 \text{이므로 } -y+1 > 1 \\ -1 < 0 \text{에서 } -1+x < x \text{이고 } x < y \text{이므로 } -1+x < y \\ \therefore -1+x < y < 0 < x+1 < 1+y < 1 < -y+1 \\ \text{따라서 그 값이 가장 큰 것은 } \textcircled{1} \text{이다.}$$

036 [답 5a+2b]

$$\text{그래프가 오른쪽 위로 향하므로 } a > 0 \\ y \text{절편이 음수이므로 } b < 0 \\ \therefore -a < 0, 3b < 0, b-4a < 0 \\ \therefore \sqrt{(-a)^2} - \sqrt{(3b)^2} + \sqrt{(b-4a)^2} \\ = -(-a) - (-3b) + \{-(b-4a)\} \\ = a+3b-b+4a=5a+2b$$

037 [답 ⑤]

$$\sqrt{135x} = \sqrt{3^3 \times 5 \times x} \text{가 자연수가 되려면 } x=3 \times 5 \times (\text{자연수})^2 \text{ 꼴} \\ \text{이어야 한다.} \\ \text{따라서 가장 작은 자연수 } x \text{의 값은 } 3 \times 5 = 15 \text{이다.}$$

038 [답 ①]

$$\sqrt{48x} = \sqrt{2^4 \times 3 \times x} \text{가 자연수가 되려면 } x=3 \times (\text{자연수})^2 \text{ 꼴이어야} \\ \text{한다.} \\ \text{따라서 두 자리의 자연수 } x \text{의 값은} \\ 3 \times 2^2 = 12, 3 \times 3^2 = 27, 3 \times 4^2 = 48, 3 \times 5^2 = 75 \\ \text{이므로 } a=12, b=75 \\ \therefore a+b=12+75=87$$

039 [답 ③]

$$\sqrt{200x} = \sqrt{2^3 \times 5^2 \times x} \text{가 자연수가 되려면 } x=2 \times (\text{자연수})^2 \text{ 꼴이어} \\ \text{야 한다.} \\ \text{따라서 } 10 < x < 50 \text{인 자연수 } x \text{의 값은} \\ 2 \times 3^2 = 18, 2 \times 4^2 = 32 \\ \text{이므로 구하는 합은 } 18+32=50$$

040 [답 90]

$$v = \sqrt{2 \times 9.8 \times h} = \sqrt{\frac{2 \times 7^2 \times h}{5}} \text{가 자연수가 되려면} \\ h=2 \times 5 \times (\text{자연수})^2 \text{ 꼴이어야 한다.}$$

따라서 두 자리의 자연수 h 의 값은
 $2 \times 5 \times 1^2 = 10, 2 \times 5 \times 2^2 = 40, 2 \times 5 \times 3^2 = 90$
 이므로 가장 큰 두 자리의 자연수 h 의 값은 90이다.

041 **답 ④**

$\sqrt{\frac{216}{x}} = \sqrt{\frac{2^3 \times 3^3}{x}}$ 이 자연수가 되려면 x 는 216의 약수이면서
 $2 \times 3 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
 따라서 자연수 x 의 값은
 $2 \times 3 \times 1^2 = 6, 2 \times 3 \times 2^2 = 24, 2 \times 3 \times 3^2 = 54, 2 \times 3 \times 6^2 = 216$
 이므로 x 의 값 중 두 번째로 작은 수는 24이다.

042 **답 2**

넓이가 $\frac{12}{x}$ 인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{\frac{12}{x}}$ ①
 $\sqrt{\frac{12}{x}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3}{x}}$ 이 자연수가 되려면 x 는 12의 약수이면서
 $3 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다. ②
 따라서 자연수 x 의 값은
 $3 \times 1^2 = 3, 3 \times 2^2 = 12$
 이므로 구하는 자연수 x 의 개수는 2이다. ③

채점 기준

① 정사각형의 한 변의 길이 구하기	30%
② 정사각형의 한 변의 길이가 자연수가 되는 조건 알기	30%
③ 자연수 x 의 개수 구하기	40%

043 **답 ③**

$\sqrt{\frac{540}{n}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3^3 \times 5}{n}}$ 가 자연수가 되려면 n 은 540의 약수이면서
 $3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
 따라서 자연수 n 의 값은
 $3 \times 5 \times 1^2 = 15, 3 \times 5 \times 2^2 = 60, 3 \times 5 \times 3^2 = 135, 3 \times 5 \times 6^2 = 540$
 이므로 구하는 합은 $540 + 15 = 555$

044 **답 ⑤**

$\sqrt{27+x}$ 가 자연수가 되려면 $27+x$ 는 27보다 큰 (자연수)² 꼴인 수
 이어야 하므로
 $27+x=36, 49, 64, \dots \therefore x=9, 22, 37, \dots$
 따라서 가장 작은 자연수 x 의 값은 9이다.

045 **답 ③**

$\sqrt{13+2a}$ 가 자연수가 되려면 $13+2a$ 는 13보다 큰 (자연수)² 꼴인
 수이어야 하므로
 $13+2a=16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, \dots$
 이때 a 는 자연수이므로 $a=6, 18, 34, 54, \dots$
 따라서 $\sqrt{13+2a}$ 가 자연수가 되도록 하는 a 의 값이 아닌 것은 ③
 이다.

046 **답 25**

$\sqrt{35-x}$ 가 정수가 되려면 $35-x$ 는 0 또는 35보다 작은 (자연수)²
 꼴인 수이어야 하므로

$35-x=0, 1, 4, 9, 16, 25$
 $\therefore x=35, 34, 31, 26, 19, 10$
 따라서 $A=35, B=10$ 이므로 $A-B=35-10=25$

047 **답 ④**

$\sqrt{100-4n}$ 이 자연수가 되려면 $100-4n$ 은 100보다 작은 (자연수)²
 꼴인 수이어야 하므로
 $100-4n=1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81$
 따라서 구하는 자연수 n 은 24, 21, 16, 9의 4개이다.

048 **답 ①**

$\sqrt{18a} = \sqrt{2 \times 3^2 \times a}$ 가 자연수가 되려면 $a=2 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야
 하므로 자연수 a 의 값은
 $2 \times 1^2 = 2, 2 \times 2^2 = 8, 2 \times 3^2 = 18, \dots$
 $\sqrt{\frac{63-b}{2}}$ 가 자연수가 되려면 $\frac{63-b}{2}$ 는 $\frac{63}{2}$ 보다 작은 (자연수)²
 꼴인 수이어야 하므로
 $\frac{63-b}{2} = 1, 4, 9, 16, 25$
 $\therefore b=61, 55, 45, 31, 13$
 따라서 구하는 a, b 의 값은 $a=2, b=13$ 이므로
 $a+b=2+13=15$

049 **답 ⑤**

$\sqrt{m^2+55}$ 가 자연수가 되려면 m^2+55 는 55보다 큰 (자연수)² 꼴인
 수이어야 하므로
 $m^2+55=64, 81, 100, \dots$
 이때 m 은 자연수이므로 $m=3, \dots$
 $\sqrt{20-n}$ 이 자연수가 되려면 $20-n$ 은 20보다 작은 (자연수)² 꼴인
 수이어야 하므로
 $20-n=1, 4, 9, 16$
 $\therefore n=19, 16, 11, 4$
 따라서 $a=3, b=19$ 이므로 $b-a=19-3=16$

050 **답 6**

$\sqrt{\frac{72}{xy}} = \sqrt{\frac{2^3 \times 3^2}{xy}}$ 이 자연수가 되려면 xy 는 72의 약수이면서
 $2 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
 이때 x, y 는 $x \leq 6, y \leq 6$ 인 자연수이므로 xy 의 값은
 $2 \times 1^2 = 2, 2 \times 2^2 = 8, 2 \times 3^2 = 18$ ①
 이를 만족시키는 x, y 의 순서쌍 (x, y) 를 구하면 다음과 같다.
 (i) $xy=2$ 일 때, (1, 2), (2, 1)의 2개
 (ii) $xy=8$ 일 때, (2, 4), (4, 2)의 2개
 (iii) $xy=18$ 일 때, (3, 6), (6, 3)의 2개 ②
 (i), (ii), (iii)에서 구하는 경우의 수는 $2+2+2=6$ ③

채점 기준

① 조건을 만족시키는 자연수 xy 의 값 구하기	40%
② xy 의 값을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 구하기	40%
③ 경우의 수 구하기	20%

051 [답] ④

$\sqrt{127-x}-\sqrt{58+y}$ 의 값이 가장 큰 정수가 되려면 $\sqrt{127-x}$ 는 가장 큰 정수, $\sqrt{58+y}$ 는 가장 작은 정수이어야 한다.

$\sqrt{127-x}$ 가 가장 큰 정수가 되려면 $127-x$ 는 127보다 작은 (자연수)² 꼴인 수 중 가장 큰 수이어야 하므로

$$127-x=121 \quad \therefore x=6$$

$\sqrt{58+y}$ 가 가장 작은 정수가 되려면 $58+y$ 는 58보다 큰 (자연수)² 꼴인 수 중 가장 작은 수이어야 하므로

$$58+y=64 \quad \therefore y=6$$

$$\therefore x+y=6+6=12$$

052 [답] ②

$\sqrt{\frac{320}{n}}=\sqrt{\frac{2^6 \times 5}{n}}$ 가 자연수가 되려면 n 은 320의 약수이면서

$5 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 하므로 자연수 n 의 값은

$$5 \times 1^2=5, 5 \times 2^2=20, 5 \times 4^2=80, 5 \times 8^2=320 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$\sqrt{125n}=\sqrt{5^3 \times n}$ 이 자연수가 되려면 $n=5 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 하므로 자연수 n 의 값은

$$5 \times 1^2=5, 5 \times 2^2=20, 5 \times 3^2=45, 5 \times 4^2=80, \dots \dots \textcircled{2}$$

따라서 ①, ②을 모두 만족시키는 두 자리의 자연수 n 은 20, 80의 2개이다.

053 [답] 24

넓이가 $\frac{3}{2}x$ 인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{\frac{3}{2}x}$

넓이가 $12+x$ 인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{12+x}$

$\sqrt{\frac{3}{2}x}$ 가 자연수가 되려면 $x=2 \times 3 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 하므로 자연수 x 의 값은

$$2 \times 3 \times 1^2=6, 2 \times 3 \times 2^2=24, 2 \times 3 \times 3^2=54, \dots \dots \textcircled{1}$$

$\sqrt{12+x}$ 가 자연수가 되려면 $12+x$ 는 12보다 큰 (자연수)² 꼴인 수 이어야 하므로

$$12+x=16, 25, 36, \dots \quad \therefore x=4, 13, 24, \dots \dots \textcircled{2}$$

따라서 두 정사각형의 넓이가 최소가 되도록 하는 자연수 x 의 값은 ①, ②을 모두 만족시키는 가장 작은 값이므로 24이다.

054 [답] 161

(A의 한 변의 길이) $=\sqrt{20n}$

(B의 한 변의 길이) $=\sqrt{94-n}$

$\sqrt{20n}=\sqrt{2^2 \times 5 \times n}$ 이 자연수가 되려면 $n=5 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 하므로 자연수 n 의 값은

$$5 \times 1^2=5, 5 \times 2^2=20, 5 \times 3^2=45, 5 \times 4^2=80, \dots \dots \textcircled{1}$$

$\sqrt{94-n}$ 이 자연수가 되려면 $94-n$ 은 94보다 작은 (자연수)² 꼴인 수이어야 하므로

$$94-n=1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81$$

$$\therefore n=93, 90, 85, 78, 69, 58, 45, 30, 13 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

①, ②을 모두 만족시키는 자연수 n 의 값은 45이므로

$$(\text{A의 한 변의 길이})=\sqrt{20n}=\sqrt{20 \times 45}=\sqrt{900}=30$$

$$(\text{B의 한 변의 길이})=\sqrt{94-n}=\sqrt{94-45}=\sqrt{49}=7$$

$$\therefore (\text{C의 넓이})=7 \times (30-7)=161$$

055 [답] ③

$$\textcircled{1} \quad 3 < 5 \text{이므로 } \sqrt{3} < \sqrt{5}$$

$$\textcircled{2} \quad 7 < 8 \text{이므로 } \sqrt{7} < \sqrt{8} \quad \therefore -\sqrt{7} > -\sqrt{8}$$

$$\textcircled{3} \quad 5=\sqrt{25} \text{이고 } 25 > 21 \text{이므로 } \sqrt{25} > \sqrt{21} \quad \therefore 5 > \sqrt{21}$$

$$\textcircled{4} \quad \frac{2}{3} < \frac{3}{4} \text{이므로 } \sqrt{\frac{2}{3}} < \sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$\textcircled{5} \quad 0.3=\sqrt{0.09} \text{이고 } 0.3 > 0.09 \text{이므로 } \sqrt{0.3} > \sqrt{0.09} \\ \therefore \sqrt{0.3} > 0.3$$

따라서 대소 관계를 바르게 나타낸 것은 ③이다.

056 [답] ⑤

음수끼리 비교하면

$$0.2=\sqrt{0.04} \text{이고 } 0.04 < 0.2 \text{에서 } \sqrt{0.04} < \sqrt{0.2} \text{이므로} \\ -\sqrt{0.04} > -\sqrt{0.2} \quad \therefore -0.2 > -\sqrt{0.2}$$

양수끼리 비교하면

$$3=\sqrt{9} \text{이고 } 9 > 7 \text{이므로 } \sqrt{9} > \sqrt{7} \quad \therefore 3 > \sqrt{7}$$

따라서 큰 수부터 차례로 나열하면

$$3, \sqrt{7}, 0, -0.2, -\sqrt{0.2}$$

이므로 네 번째에 오는 수는 ⑤이다.

057 [답] ④

음수끼리 비교하면

$$5=\sqrt{25} \text{이고 } 25 > 7 \text{에서 } \sqrt{25} > \sqrt{7} \text{이므로} \\ -\sqrt{25} < -\sqrt{7} \quad \therefore -5 < -\sqrt{7}$$

양수끼리 비교하면

$$\sqrt{(-3)^2}=\sqrt{9} \text{이고 } \frac{1}{2} < 9 < 10 \text{이므로}$$

$$\sqrt{\frac{1}{2}} < \sqrt{9} < \sqrt{10} \quad \therefore \sqrt{\frac{1}{2}} < \sqrt{(-3)^2} < \sqrt{10}$$

$$\therefore -5 < -\sqrt{7} < \sqrt{\frac{1}{2}} < \sqrt{(-3)^2} < \sqrt{10}$$

따라서 $a=-5, b=\sqrt{10}$ 이므로

$$a^2+b^2=(-5)^2+(\sqrt{10})^2=25+10=35$$

058 [답] ②

$$2 < \sqrt{x} < 3 \text{에서 } \sqrt{4} < \sqrt{x} < \sqrt{9} \text{이므로}$$

$$4 < x < 9$$

따라서 자연수 x 의 값은 5, 6, 7, 8이므로 구하는 합은

$$5+6+7+8=26$$

059 [답] ①

$$4 \leq \sqrt{m+1} < \sqrt{31} \text{에서 } \sqrt{16} \leq \sqrt{m+1} < \sqrt{31} \text{이므로}$$

$$16 \leq m+1 < 31 \quad \therefore 15 \leq m < 30$$

따라서 자연수 m 의 값이 아닌 것은 ①이다.

060 [답] ⑤

$$1 < \frac{\sqrt{3n}}{4} < 2 \text{에서 } 4 < \sqrt{3n} < 8 \text{이므로}$$

$$\sqrt{16} < \sqrt{3n} < \sqrt{64}, 16 < 3n < 64$$

$$\therefore \frac{16}{3} < n < \frac{64}{3}$$

따라서 구하는 자연수 n 은 6, 7, ..., 21의 16개이다.

061 **답 ④**

$1 < \sqrt{2x-3} < 7$ 에서 $\sqrt{1} < \sqrt{2x-3} < \sqrt{49}$ 이므로
 $1 < 2x-3 < 49$, $4 < 2x < 52$
 $\therefore 2 < x < 26$
 따라서 $M=25$, $m=3$ 이므로 $M+m=25+3=28$

062 **답 ③**

$3 < \sqrt{n-1} < \sqrt{22}$ 에서 $\sqrt{9} < \sqrt{n-1} < \sqrt{22}$ 이므로
 $9 < n-1 < 22 \quad \therefore 10 < n < 23$
 이때 n 은 4의 배수이므로 구하는 자연수 n 은 12, 16, 20의 3개이다.

063 **답 ②**

$\sqrt{a+2} < \sqrt{x} < 6$ 에서 $\sqrt{a+2} < \sqrt{x} < \sqrt{36}$ 이므로
 $a+2 < x < 36$
 이 부등식을 만족시키는 자연수 x 의 개수가 17이므로
 $36-(a+2)-1=17$, $36-a-2-1=17$
 $\therefore a=16$

064 **답 ②**

$\sqrt{1}=1$, $\sqrt{4}=2$, $\sqrt{9}=3$ 이므로
 $N(3)=1$
 $N(4)=N(5)=N(6)=2$
 $\therefore N(3)+N(4)+N(5)+N(6)=1+2+2+2=7$

065 **답 1**

$\sqrt{25} < \sqrt{30} < \sqrt{36}$ 에서 $5 < \sqrt{30} < 6$ 이므로 $\sqrt{30}$ 이하의 자연수는
 1, 2, 3, 4, 5의 5개이다.
 $\therefore f(30)=5$ ①
 $\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25}$ 에서 $4 < \sqrt{17} < 5$ 이므로 $\sqrt{17}$ 이하의 자연수는
 1, 2, 3, 4의 4개이다.
 $\therefore f(17)=4$ ②
 $\therefore f(30)-f(17)=5-4=1$ ③

채점 기준

① $f(30)$ 의 값 구하기	40%
② $f(17)$ 의 값 구하기	40%
③ $f(30)-f(17)$ 의 값 구하기	20%

066 **답 9**

$\sqrt{16}=4$, $\sqrt{25}=5$ 이므로
 $M(16)=M(17)=M(18)=\cdots=M(24)=4$
 따라서 $M(x)=4$ 를 만족시키는 자연수 x 는 16, 17, 18, ..., 24의
 9개이다.

067 **답 ⑤**

$0 < a < 1$ 이므로 $0 < a^2 < a$, $1 < \frac{1}{a}$
 $\therefore 0 < a^2 < a < 1 < \frac{1}{a}$
 $a^2 < a$ 에서 $\sqrt{a^2} < \sqrt{a}$ 이므로 $a < \sqrt{a}$
 $a < \frac{1}{a}$ 이므로 $\sqrt{a} < \sqrt{\frac{1}{a}}$

$1 < \frac{1}{a}$ 에서 $\frac{1}{a} < \frac{1}{a^2}$ 이므로 $\sqrt{\frac{1}{a}} < \sqrt{\frac{1}{a^2}} \quad \therefore \sqrt{\frac{1}{a}} < \frac{1}{a}$
 $\therefore a^2 < a < \sqrt{a} < \sqrt{\frac{1}{a}} < \frac{1}{a}$
 따라서 그 값이 가장 작은 것은 ⑤이다.

068 **답 ②**

$\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$ 이므로 $2 < \sqrt{5} < 3$
 $\sqrt{169} < \sqrt{180} < \sqrt{196}$ 이므로 $13 < \sqrt{180} < 14$
 즉, $\sqrt{5} < x < \sqrt{180}$ 을 만족시키는 자연수 x 의 값은 3, 4, 5, ..., 13
 이다.
 이때 $\sqrt{12x} = \sqrt{2^2 \times 3 \times x}$ 가 자연수가 되려면 $x=3 \times (\text{자연수})^2$ 꼴
 이어야 하므로 x 의 값은 $3 \times 1^2=3$, $3 \times 2^2=12$
 따라서 구하는 합은 $3+12=15$

069 **답 13**

$\sqrt{1}=1$, $\sqrt{4}=2$, $\sqrt{9}=3$, $\sqrt{16}=4$ 이므로
 $f(1)=f(2)=f(3)=1$
 $f(4)=f(5)=f(6)=f(7)=f(8)=2$
 $f(9)=f(10)=f(11)=\cdots=f(15)=3$
 $\therefore f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(15)=1 \times 3 + 2 \times 5 + 3 \times 7 = 34$
 이때 $34-28=6=3 \times 2$ 이므로
 $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(13)=34-f(15)-f(14)$
 $=34-3-3=28$
 $\therefore a=13$

070 **답 ③**

ㄱ. $\sqrt{0.04}=0.2$ 이므로 유리수이다.
 ㄴ. $-\sqrt{\frac{25}{64}}=-\frac{5}{8}$ 이므로 유리수이다.
 ㄷ. $0.4565656\cdots=0.4\dot{5}\dot{6}$ 이므로 유리수이다.
 따라서 무리수인 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.

071 **답 ④**

순환소수가 아닌 무한소수는 무리수이다.
 ④ $\sqrt{\frac{1}{81}}=\frac{1}{9}$ 이므로 유리수이다.
 따라서 무리수에 해당하지 않는 것은 ④이다.

072 **답 ⑤**

(가)에 해당하는 수는 무리수이다.
 ① $-\sqrt{16}=-4$ 이므로 유리수이다.
 ② $\sqrt{0.09}=0.3$ 이므로 유리수이다.
 따라서 (가)에 해당하는 수는 ⑤이다.

073 **답 ②**

실수의 개수에서 무리수의 개수를 뺀 것은 유리수의 개수와 같다.
 유리수는 $0.7888\cdots=0.7\dot{8}$, $\frac{2}{5}$, $-\sqrt{900}=-30$ 의 3개이므로
 $b-a=3$

074 [답] ①

각 정사각형의 한 변의 길이를 구하면

$$\neg. \sqrt{7}$$

$$\neg. \sqrt{12}$$

$$\neg. \sqrt{16}=4$$

$$\neg. \sqrt{49}=7$$

따라서 정사각형의 한 변의 길이가 무리수인 것은 $\neg.$, $\neg.$ 이다.

075 [답] ②, ④

$$\textcircled{1} a-3=\sqrt{5}-3 \text{ 이므로 무리수이다.}$$

$$\textcircled{2} a^2=(\sqrt{5})^2=5 \text{ 이므로 유리수이다.}$$

$$\textcircled{3} \frac{a}{4}=\frac{\sqrt{5}}{4} \text{ 이므로 무리수이다.}$$

$$\textcircled{4} (-a)^4=(-\sqrt{5})^4=25 \text{ 에서 } \sqrt{(-a)^4}=\sqrt{25}=5 \text{ 이므로 유리수이다.}$$

$$\textcircled{5} \sqrt{a^2}=\sqrt{5} \text{ 이므로 무리수이다.}$$

따라서 무리수가 아닌 것은 ②, ④이다.

076 [답] ③

(가)에 해당하는 수는 순환소수가 아닌 무한소수, 즉 무리수이다.

$$\textcircled{1} \sqrt{4}=2 \text{ 에서 } \sqrt{4} \text{ 는 근호가 있지만 무리수가 아니다.}$$

$$\textcircled{2} \text{ 정수가 아닌 유리수는 유리수이다.}$$

$$\textcircled{4} \text{ 순환소수로 나타낼 수 있는 수는 모두 유리수이다.}$$

$$\textcircled{5} \frac{a}{b} (a, b \text{ 는 정수, } b \neq 0) \text{ 꼴로 나타낼 수 있는 수는 유리수이다.}$$

따라서 옳은 것은 ③이다.

077 [답] ③, ⑤

$$\textcircled{1} 1 < \sqrt{3} < 2 \text{ 이므로 } \sqrt{3} \text{ 은 2보다 작다.}$$

$$\textcircled{2}, \textcircled{4}, \textcircled{5} \sqrt{3} \text{ 은 순환소수가 아닌 무한소수, 즉 무리수이므로 기약 분수로 나타낼 수 없다.}$$

$$\textcircled{3} \sqrt{(-3)^2}=3 \text{ 의 양의 제곱근은 } \sqrt{3} \text{ 이다.}$$

따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

078 [답] ③

$$\textcircled{1} \text{ 무한소수 중 순환소수는 유리수이다.}$$

$$\textcircled{2} \text{ 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타내어진다.}$$

$$\textcircled{4} \sqrt{3^2}=3 \text{ 과 같이 근호 안의 수가 (유리수)}^2 \text{ 이면 유리수이다.}$$

$$\textcircled{5} (\text{유리수})^2 \text{ 은 2개의 유리수인 제곱근을 갖는다.}$$

따라서 옳은 것은 ③이다.

079 [답] ①

$$\textcircled{1} \text{ 무한소수 중 순환소수는 유리수이다.}$$

따라서 옳지 않은 것은 ①이다.

080 [답] ④

$\sqrt{x}$ 가 무리수이라면 x 는 (자연수)² 꼴이 아니어야 한다.

이때 16보다 작은 자연수 중 (자연수)² 꼴인 수는 1, 4, 9의 3개이므로 구하는 자연수 x 의 개수는 $15-3=12$

081 [답] ④, ⑤

$$\textcircled{1} a=0, b=\sqrt{2} \text{ 이면 } ab=0$$

$$\textcircled{2} b=\sqrt{5} \text{ 이면 } b^2=5$$

$$\textcircled{3} a=0, b=\sqrt{3} \text{ 이면 } \frac{a}{b}=0$$

$$\textcircled{4} (\text{무리수})-(\text{유리수})=(\text{무리수})$$

$$\textcircled{5} (\text{유리수})+(\text{무리수})=(\text{무리수})$$

따라서 항상 무리수가 되는 것은 ④, ⑤이다.

082 [답] ②

$$\overline{OB}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$$

$$\text{따라서 } \overline{OD}=\overline{OB}=\sqrt{2} \text{ 이므로 } D(\sqrt{2})$$

083 [답] ③

$2-\sqrt{2}$ 에 대응하는 점은 2에 대응하는 점에서 왼쪽으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 점이다.

한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ 이므로 $2-\sqrt{2}$ 에 대응하는 점은 점 C이다.

084 [답] ①, ⑤

$$\textcircled{1}, \textcircled{3} \overline{CP}=\overline{CA}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2} \text{ 이므로 } P(-2-\sqrt{2})$$

$$\textcircled{2}, \textcircled{4} \overline{BQ}=\overline{BD}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2} \text{ 이므로 } Q(-3+\sqrt{2})$$

$$\textcircled{5} \overline{CQ}=\overline{BQ}-\overline{BC}=\sqrt{2}-1$$

따라서 옳지 않은 것은 ①, ⑤이다.

085 [답] ③

$$\overline{BP}=\overline{BA}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5} \text{ 이므로 점 P에 대응하는 수는 } 2+\sqrt{5} \text{ 이다.}$$

086 [답] ③

$$\overline{AP}=\overline{AD}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5} \text{ 이고 점 P에 대응하는 수가 } 1-\sqrt{5} \text{ 이므로 점 A에 대응하는 수는 1이다.}$$

$$\text{따라서 } \overline{AQ}=\overline{AB}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5} \text{ 이므로 점 Q에 대응하는 수는 } 1+\sqrt{5} \text{ 이다.}$$

087 [답] $\neg.$, $\neg.$

$$\neg., \neg. ((가) \text{의 한 변의 길이})=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13} \text{ 이므로 점 A에 대응하는 수는 } -2-\sqrt{13} \text{ 이고, 점 C에 대응하는 수는 } -2+\sqrt{13} \text{ 이다.}$$

$$\neg., \neg. ((나) \text{의 한 변의 길이})=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5} \text{ 이므로 점 B에 대응하는 수는 } 3-\sqrt{5} \text{ 이고, 점 D에 대응하는 수는 } 3+\sqrt{5} \text{ 이다.}$$

따라서 옳은 것은 $\neg.$, $\neg.$ 이다.

088 [답] ①

① 서로 다른 두 유리수 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

따라서 옳지 않은 것은 ①이다.

089 [답] ⑤

$$\textcircled{5} \sqrt{1}=1, \sqrt{4}=2 \text{ 이고 } 1 < \sqrt{2} < \sqrt{3} < 2 \text{ 이므로 두 무리수 } \sqrt{2} \text{ 와 } \sqrt{3} \text{ 사이에는 정수가 없다.}$$

따라서 옳지 않은 설명을 한 학생은 민재이다.

090 **답** $-3-\sqrt{10}$

$$\overline{AC} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10} \quad \dots\dots \textcircled{i}$$

$\overline{AQ} = \overline{AC} = \sqrt{10}$ 이고 점 Q에 대응하는 수가 $\sqrt{10}-3$ 이므로 점 A에 대응하는 수는 -3 이다. $\dots\dots \textcircled{ii}$

이때 $\overline{AP} = \overline{AC} = \sqrt{10}$ 이므로 점 P에 대응하는 수는 $-3-\sqrt{10}$ 이다. $\dots\dots \textcircled{iii}$

채점 기준

① $\overline{AC}$ 의 길이 구하기	20%
② 점 A에 대응하는 수 구하기	40%
③ 점 P에 대응하는 수 구하기	40%

091 **답** ㄴ, ㄹ, ㄱ, ㄷ

$$\text{ㄱ. } \sqrt{0.64} = 0.8 \text{이므로 } \sqrt{0.64} - 0.2 = 0.8 - 0.2 = 0.6$$

$$\text{ㄷ. } 1 < \sqrt{3} < 2 \text{에서 } -2 < -\sqrt{3} < -1 \text{이므로}$$

$$1 < 3 - \sqrt{3} < 2$$

따라서 작은 수부터 차례로 나열하면 ㄴ, ㄹ, ㄱ, ㄷ 이다.

092 **답** ③

$7 < \sqrt{53} < 8$ 이므로 $\sqrt{53}$ 에 대응하는 점이 있는 구간은 구간 C이다.

093 **답** ⑤

$$2 < \sqrt{5} < 3 \text{이므로 } 3 < 1 + \sqrt{5} < 4$$

따라서 $1 + \sqrt{5}$ 에 대응하는 점은 점 E이다.

094 **답** ④

$$\textcircled{1} (6 + \sqrt{7}) - 7 = \sqrt{7} - 1 > 0$$

$$\therefore 6 + \sqrt{7} > 7$$

$$\textcircled{2} 4 - (5 - \sqrt{3}) = 4 - 5 + \sqrt{3} = -1 + \sqrt{3} > 0$$

$$\therefore 4 > 5 - \sqrt{3}$$

$$\textcircled{3} (3 + \sqrt{7}) - (3 + \sqrt{5}) = 3 + \sqrt{7} - 3 - \sqrt{5} = \sqrt{7} - \sqrt{5} > 0$$

$$\therefore 3 + \sqrt{7} > 3 + \sqrt{5}$$

$$\textcircled{4} (\sqrt{3} + 4) - (\sqrt{17} + \sqrt{3}) = \sqrt{3} + 4 - \sqrt{17} - \sqrt{3} = 4 - \sqrt{17}$$

$$= \sqrt{16} - \sqrt{17} < 0$$

$$\therefore \sqrt{3} + 4 < \sqrt{17} + \sqrt{3}$$

$$\textcircled{5} (3 - \sqrt{11}) - (\sqrt{5} - \sqrt{11}) = 3 - \sqrt{11} - \sqrt{5} + \sqrt{11} = 3 - \sqrt{5}$$

$$= \sqrt{9} - \sqrt{5} > 0$$

$$\therefore 3 - \sqrt{11} > \sqrt{5} - \sqrt{11}$$

따라서 □ 안에 들어갈 부등호의 방향이 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

095 **답** ⑤

$$\textcircled{1} -\sqrt{11} - (-3) = -\sqrt{11} + 3 = -\sqrt{11} + \sqrt{9} < 0$$

$$\therefore -\sqrt{11} < -3$$

$$\textcircled{2} (\sqrt{5} - 2) - 2 = \sqrt{5} - 4 = \sqrt{5} - \sqrt{16} < 0$$

$$\therefore \sqrt{5} - 2 < 2$$

$$\textcircled{3} (\sqrt{3} + \sqrt{7}) - (\sqrt{7} + 2) = \sqrt{3} + \sqrt{7} - \sqrt{7} - 2 = \sqrt{3} - 2$$

$$= \sqrt{3} - \sqrt{4} < 0$$

$$\therefore \sqrt{3} + \sqrt{7} < \sqrt{7} + 2$$

$$\textcircled{4} (2 - \sqrt{10}) - (5 - \sqrt{10}) = 2 - \sqrt{10} - 5 + \sqrt{10} = -3 < 0$$

$$\therefore 2 - \sqrt{10} < 5 - \sqrt{10}$$

$$\textcircled{5} (6 - \sqrt{13}) - (\sqrt{29} - \sqrt{13}) = 6 - \sqrt{13} - \sqrt{29} + \sqrt{13} = 6 - \sqrt{29}$$

$$= \sqrt{36} - \sqrt{29} > 0$$

$$\therefore 6 - \sqrt{13} > \sqrt{29} - \sqrt{13}$$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

096 **답** ㄱ, ㄷ, ㄹ

$$\text{ㄱ. } 2.3 - (\sqrt{0.08} + 2) = 2.3 - \sqrt{0.08} - 2 = 0.3 - \sqrt{0.08}$$

$$= \sqrt{0.09} - \sqrt{0.08} > 0$$

$$\therefore 2.3 > \sqrt{0.08} + 2$$

$$\text{ㄴ. } (4 - \sqrt{3}) - 3 = 1 - \sqrt{3} < 0$$

$$\therefore 4 - \sqrt{3} < 3$$

$$\text{ㄷ. } (\sqrt{5} - 7) - (\sqrt{3} - 7) = \sqrt{5} - 7 - \sqrt{3} + 7 = \sqrt{5} - \sqrt{3} > 0$$

$$\therefore \sqrt{5} - 7 > \sqrt{3} - 7$$

$$\text{ㄹ. } (\sqrt{14} + 7) - (\sqrt{14} + \sqrt{47}) = \sqrt{14} + 7 - \sqrt{14} - \sqrt{47}$$

$$= 7 - \sqrt{47} = \sqrt{49} - \sqrt{47} > 0$$

$$\therefore \sqrt{14} + 7 > \sqrt{14} + \sqrt{47}$$

$$\text{ㄴ. } (\sqrt{6} - \sqrt{13}) - (2 - \sqrt{13}) = \sqrt{6} - \sqrt{13} - 2 + \sqrt{13} = \sqrt{6} - 2$$

$$= \sqrt{6} - \sqrt{4} > 0$$

$$\therefore \sqrt{6} - \sqrt{13} > 2 - \sqrt{13}$$

$$\text{ㄴ. } \left(-\sqrt{\frac{1}{5}} + 1\right) - \left(-\sqrt{\frac{1}{3}} + 1\right) = -\sqrt{\frac{1}{5}} + 1 + \sqrt{\frac{1}{3}} - 1$$

$$= -\sqrt{\frac{1}{5}} + \sqrt{\frac{1}{3}} > 0$$

$$\therefore -\sqrt{\frac{1}{5}} + 1 > -\sqrt{\frac{1}{3}} + 1$$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ 이다.

097 **답** ④

$1 < \sqrt{3}$ 이므로 양변에 $\sqrt{5}$ 를 더하면

$$\sqrt{5} + 1 < \sqrt{5} + \sqrt{3} \quad \therefore b < a$$

$\sqrt{5} < 3$ 이므로 양변에 $\sqrt{3}$ 을 더하면

$$\sqrt{5} + \sqrt{3} < 3 + \sqrt{3} \quad \therefore a < c$$

$$\therefore b < a < c$$

다른 풀이

$$a - b = (\sqrt{5} + \sqrt{3}) - (\sqrt{5} + 1) = \sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{5} - 1 = \sqrt{3} - 1 > 0$$

$$\therefore a > b$$

$$c - a = (3 + \sqrt{3}) - (\sqrt{5} + \sqrt{3}) = 3 + \sqrt{3} - \sqrt{5} - \sqrt{3} = 3 - \sqrt{5}$$

$$= \sqrt{9} - \sqrt{5} > 0$$

$$\therefore c > a$$

$$\therefore b < a < c$$

098 **답** $C < B < A$

$$A - B = (2 - \sqrt{7}) - (-1) = 2 - \sqrt{7} + 1 = 3 - \sqrt{7} = \sqrt{9} - \sqrt{7} > 0$$

$$\therefore A > B \quad \dots\dots \textcircled{i}$$

$$B - C = -1 - (-5 + \sqrt{15}) = -1 + 5 - \sqrt{15} = 4 - \sqrt{15}$$

$$= \sqrt{16} - \sqrt{15} > 0$$

$$\therefore B > C \quad \dots\dots \textcircled{ii}$$

$$\therefore C < B < A \quad \dots\dots \textcircled{iii}$$

채점 기준

i A, B의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타내기	40%
ii B, C의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타내기	40%
iii A, B, C의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타내기	20%

099 답 ⑤

$-1-\sqrt{2}$, $-\sqrt{3}-2$ 는 음수이고 $3+\sqrt{3}$, $\sqrt{2}-1$, $\frac{1}{5}$ 은 양수이다.

음수끼리 비교하면

$$(-1-\sqrt{2})-(-\sqrt{3}-2)=-1-\sqrt{2}+\sqrt{3}+2=\sqrt{3}-\sqrt{2}+1$$

이때 $\sqrt{3}-\sqrt{2}>0$ 이므로 $\sqrt{3}-\sqrt{2}+1>0$

$$\therefore -1-\sqrt{2}>-\sqrt{3}-2$$

양수끼리 비교하면

$$(3+\sqrt{3})-(\sqrt{2}-1)=3+\sqrt{3}-\sqrt{2}+1=\sqrt{3}-\sqrt{2}+4>0$$

$$\therefore 3+\sqrt{3}>\sqrt{2}-1$$

$$(\sqrt{2}-1)-\frac{1}{5}=\sqrt{2}-\frac{6}{5}=\sqrt{2}-\sqrt{\frac{36}{25}}>0$$

$$\therefore \sqrt{2}-1>\frac{1}{5}$$

따라서 큰 수부터 차례로 나열하면

$$3+\sqrt{3}, \sqrt{2}-1, \frac{1}{5}, -1-\sqrt{2}, -\sqrt{3}-2$$

이므로 세 번째에 오는 수는 ⑤이다.

100 답 ③

점 A: $1<\sqrt{2}<2$ 에서 $-2<-\sqrt{2}<-1$ 이므로

$$-4<-2-\sqrt{2}<-3$$

점 B: $2<\sqrt{6}<3$ 이므로 $-3<-\sqrt{6}<-2$

점 C: $2<\sqrt{5}<3$ 이므로 $-1<-3+\sqrt{5}<0$

점 D: $1<\sqrt{3}<2$ 이므로 $2<1+\sqrt{3}<3$

점 E: $3<\sqrt{13}<4$

따라서 점 C에 대응하는 수 $-3+\sqrt{5}$ 는 -1 과 0 사이의 수이므로 위치가 바르지 않은 한 점은 점 C이다.

101 답 $3-\sqrt{17}$

$$1<\sqrt{2}<2\text{이므로 } 0<-1+\sqrt{2}<1$$

$$2<\sqrt{5}<3\text{에서 } -3<-\sqrt{5}<-2\text{이므로 } -1<2-\sqrt{5}<0$$

$$4<\sqrt{17}<5\text{에서 } -5<-\sqrt{17}<-4\text{이므로 } -2<3-\sqrt{17}<-1$$

$$1<\sqrt{3}<2\text{이므로 } 2<1+\sqrt{3}<3 \quad \dots\dots \text{①}$$

따라서 작은 수부터 차례로 나열하면

$$3-\sqrt{17}, 2-\sqrt{5}, 0, -1+\sqrt{2}, 1+\sqrt{3} \quad \dots\dots \text{②}$$

$$\text{이므로 가장 왼쪽에 위치하는 수는 } 3-\sqrt{17}\text{이다.} \quad \dots\dots \text{③}$$

채점 기준

i 각 수의 범위 구하기	50%
ii 주어진 수의 대소 비교하기	30%
iii 가장 왼쪽에 위치하는 수 구하기	20%

102 답 ⑤

$$\text{① } 1<\sqrt{3}<2$$

$$\text{② } 2<\sqrt{5.1}<3$$

$$\text{③ } 2<\sqrt{7}<3$$

$$\text{④ } 2<\sqrt{\frac{59}{7}}<3$$

$$\text{⑤ } 3<\sqrt{\frac{101}{11}}<4$$

따라서 1과 3 사이에 있는 수가 아닌 것은 ⑤이다.

103 답 ①

$2<\sqrt{7}<3$ 이고, $5<\sqrt{30}<6$ 이다.

$$\text{① } 1<-4+\sqrt{30}<2$$

$$\text{② } 3<\sqrt{10}<4\text{이므로 } 4<1+\sqrt{10}<5$$

$$\text{③ } 4<2+\sqrt{7}<5$$

$$\text{④ } 4<\sqrt{21}<5$$

따라서 $\sqrt{7}$ 과 $\sqrt{30}$ 사이에 있는 수가 아닌 것은 ①이다.

104 답 ①, ⑤

②, ④ 서로 다른 두 실수 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

$$\text{③ } 3<\sqrt{15}<4\text{에서 } -4<-\sqrt{15}<-3\text{이므로 } 5<9-\sqrt{15}<6 \\ \therefore \sqrt{15}<9-\sqrt{15}$$

$$\text{⑤ } 2<\sqrt{8}<3\text{이므로 } 3<1+\sqrt{8}<4$$

$$\text{이때 } 4<\sqrt{23}<5\text{이므로 } \sqrt{8}<1+\sqrt{8}<\sqrt{23}$$

따라서 옳은 것은 ①, ⑤이다.

105 답 46

$$\sqrt{43}+\sqrt{289}=\sqrt{43}+17$$

$$6<\sqrt{43}<7\text{이므로 } 23<\sqrt{43}+17<24$$

따라서 $\sqrt{43}+\sqrt{289}$ 에 대응하는 점은 두 정수 23, 24에 각각 대응하는 두 점 사이에 있으므로 $a=23$

$$\therefore 2a=2\times 23=46$$

106 답 35

$$2<\sqrt{7}<3\text{이므로 } -3<-\sqrt{7}<-2$$

$$\therefore 4<7-\sqrt{7}<5, 9<7+\sqrt{7}<10 \quad \dots\dots \text{①}$$

이때 $7-\sqrt{7}$ 과 $7+\sqrt{7}$ 사이에 있는 정수는 5, 6, 7, 8, 9이다.

$$\dots\dots \text{②}$$

따라서 구하는 합은

$$5+6+7+8+9=35 \quad \dots\dots \text{③}$$

채점 기준

i 주어진 두 수가 속하는 범위 구하기	40%
ii 주어진 두 수 사이에 있는 정수 구하기	40%
iii 주어진 두 수 사이에 있는 모든 정수의 합 구하기	20%

107 답 ④

$$2<\sqrt{6}<3\text{에서 } -3<-\sqrt{6}<-2\text{이므로}$$

$$-4<-1-\sqrt{6}<-3$$

$$3<\sqrt{11}<4\text{이므로 } 5<2+\sqrt{11}<6$$

따라서 $-1-\sqrt{6}$ 과 $2+\sqrt{11}$ 사이에 있는 정수는 $-3, -2, -1, \dots, 5$ 의 9개이다.

108 답 ②

$1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로 $a+1 < a+\sqrt{3} < a+2$
 이때 n 은 $a+\sqrt{3}$ 보다 큰 정수이므로 $n \geq a+2$
 $2 < \sqrt{5} < 3$ 에서 $-3 < -\sqrt{5} < -2$ 이므로 $b-3 < b-\sqrt{5} < b-2$
 이때 n 은 $b-\sqrt{5}$ 보다 작은 정수이므로 $n \leq b-3$
 $\therefore a+2 \leq n \leq b-3$
 이 부등식을 만족시키는 정수 n 의 개수가 8이므로
 $(b-3) - (a+2) + 1 = 8, b-3-a-2+1=8$
 $\therefore b-a=12$

최고수준 도전 기출

24~25쪽

109 답 $\sqrt{90}$ cm

전략 점 G에서 EF에 수선의 발을 내려 새로운 직각삼각형을 만든 후 피타고라스 정리를 이용하여 BG의 길이를 구한다.

$\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$

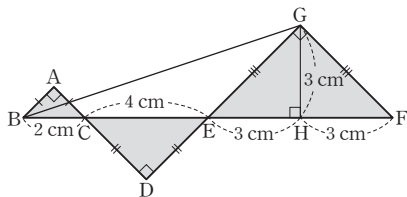
$\triangle ABC = 1$ 이므로 $\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC} = 1$

$\frac{1}{2} \overline{AB}^2 = 1 \quad \therefore \overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 = 2$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = \sqrt{2+2} = \sqrt{4} = 2$ (cm)

같은 방법으로 하면 $\overline{CE} = 4$ cm, $\overline{EF} = 6$ cm

다음 그림과 같이 점 G에서 EF에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$\triangle GEF$ 는 직각이등변삼각형이므로

$\overline{EH} = \frac{1}{2} \times \overline{EF} = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ (cm)

이때 $\triangle GEH$ 는 직각삼각형이므로 $\overline{GH} = \sqrt{18-9} = \sqrt{9} = 3$ (cm)

따라서 $\triangle GBH$ 는 직각삼각형이므로

$\overline{BG} = \sqrt{\overline{BH}^2 + \overline{GH}^2} = \sqrt{(\overline{BC} + \overline{CE} + \overline{EH})^2 + \overline{GH}^2}$
 $= \sqrt{(2+4+3)^2 + 9} = \sqrt{81+9} = \sqrt{90}$ (cm)

110 답 ①

전략 새로 생기는 정사각형은 전 단계 정사각형의 각 변의 중점을 이어 만든 것이므로 그 넓이는 이전 정사각형의 $\frac{1}{2}$ 이 됨을 이용한다.

정사각형을 한 번 접으면 그 넓이는 전 단계 정사각형의 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이 된다.

처음 정사각형의 넓이는 $(\sqrt{80})^2 = 80$ (cm²)이므로 각 단계에서 생기는 정사각형의 넓이는

[1단계] $80 \times \frac{1}{2} = 40$ (cm²) [2단계] $40 \times \frac{1}{2} = 20$ (cm²)

[3단계] $20 \times \frac{1}{2} = 10$ (cm²) [4단계] $10 \times \frac{1}{2} = 5$ (cm²)

[4단계]에서 생기는 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 $x^2 = 5$

이때 $x > 0$ 이므로 $x = \sqrt{5}$

따라서 [4단계]에서 생기는 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$ cm이다.

111 답 ④

전략 $a+b$ 가 16의 배수임을 식으로 나타낸 후 $\sqrt{2(a+b)}$ 에 대입하여 그 값이 자연수가 되도록 하는 두 자리의 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구한다.

$a+b$ 는 16의 배수이므로 $a+b=16k$ (k 는 자연수)

이때 a, b 는 두 자리의 자연수이므로

$16k \leq 192 \quad \therefore k \leq 12$

$\sqrt{2(a+b)} = \sqrt{2 \times 16k} = \sqrt{32k} = \sqrt{2^5 \times k}$ 가 자연수가 되려면

$k=2 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 하므로 자연수 k 의 값은

$2 \times 1^2 = 2, 2 \times 2^2 = 8$

따라서 $16 \times 2 = 32, 16 \times 8 = 128$ 이므로

$a+b=32, a+b=128$

이를 만족시키는 두 자리의 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 를 구하면 다음과 같다.

(i) $a+b=32$ 일 때,

(10, 22), (11, 21), (12, 20), ..., (22, 10)의 13개

(ii) $a+b=128$ 일 때,

(29, 99), (30, 98), (31, 97), ..., (99, 29)의 71개

(i), (ii)에서 구하는 순서쌍 (a, b) 의 개수는 $13+71=84$

112 답 55

전략 $\sqrt{11a}$ 와 $\sqrt{b}$ 는 자연수이고 $\sqrt{11a} < 13$ 임을 이용하여 a 의 값을 구한다.

$\sqrt{11a} + \sqrt{b} = 13$ 이므로 $\sqrt{11a}, \sqrt{b}$ 는 모두 자연수이어야 하고

$\sqrt{11a}$ 가 자연수가 되려면 $a=11 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

이때 $\sqrt{11a} < 13$ 이므로 $a=11$

$\sqrt{11^2} + \sqrt{b} = 13$ 이므로 $11 + \sqrt{b} = 13$

$\sqrt{b} = 2 \quad \therefore b = 4$

따라서 $\sqrt{a^2 - 2b} = \sqrt{11^2 - 2 \times 4} = \sqrt{113}$ 이고 $10 < \sqrt{113} < 11$ 이므로

구하는 합은 $1+2+\dots+10=55$

113 답 ③

전략 $\sqrt{na}$ 가 자연수가 되려면 근호 안의 수의 소인수의 지수가 짝수이어야 하므로 n 을 소인수분해했을 때 지수가 홀수인 소인수를 곱하여 a 를 구한다.

ㄱ. $\sqrt{1}=1$ 이므로 $f(1)=1, \sqrt{4}=2$ 이므로 $f(4)=1$

$\therefore f(1)=f(4)$

ㄴ. $\sqrt{8a} = \sqrt{2^3 \times a}$ 가 자연수가 되려면 $a=2 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 하므로 가장 작은 자연수 a 의 값은 2이다.

$\therefore f(8)=2$

ㄷ. $\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3}, \sqrt{14} = \sqrt{2 \times 7}, \sqrt{15} = \sqrt{3 \times 5}, \sqrt{16} = 4$ 이므로

$f(12)=3, f(13)=13, f(14)=2 \times 7=14,$

$f(15)=3 \times 5=15, f(16)=1$

$\therefore f(12)+f(13)+f(14)+f(15)+f(16)$

$=3+13+14+15+1=46$

르. $f(n)=3$ 을 만족시키는 n 은 $3 \times (\text{자연수})^2$ 꼴인 수이다.
 이때 n 은 100 이하의 자연수이므로 구하는 n 은
 $3 \times 1^2=3, 3 \times 2^2=12, 3 \times 3^2=27, 3 \times 4^2=48, 3 \times 5^2=75$
 의 5개이다.
 따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

114 답 ③, ⑤

전략 원을 한 바퀴 굴렀을 때 점 P가 이동한 거리가 원의 둘레의 길이와 같음을 이용하여 점 A의 좌표를 구한다.

점 A와 점 P 사이의 거리는 원의 둘레의 길이 π 와 같으므로

$$a=\pi$$

- ① π 는 무리수이다.
 ② $\pi+\sqrt{5}$ 는 무리수이다.
 ③ 3π 는 무리수이므로 $\frac{m}{n}$ (m, n 은 정수, $n \neq 0$) 꼴로 나타낼 수 없다.
 ④ $\pi-\pi=0$ 이므로 유리수이다.
 ⑤ $\pi+2$ 는 무리수이므로 순환소수가 아닌 무한소수이다.
 따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

115 답 89

전략 $\sqrt{2n}, \sqrt{5n}$ 이 각각 유리수가 되도록 하는 자연수 n 의 개수를 구하고, 이를 전체 개수에서 빼서 두 제곱근이 모두 무리수가 되도록 하는 자연수의 개수를 구한다.

- (i) $\sqrt{2n}$ 이 유리수가 되는 경우는 $n=2k^2$ (k 는 자연수) 꼴일 때이므로
 $2k^2 \leq 100 \quad \therefore k^2 \leq 50$
 즉, k 는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7의 7개이다.
 (ii) $\sqrt{5n}$ 이 유리수가 되는 경우는 $n=5l^2$ (l 은 자연수) 꼴일 때이므로
 $5l^2 \leq 100 \quad \therefore l^2 \leq 20$
 즉, l 은 1, 2, 3, 4의 4개이다.

$2k^2$ 과 $5l^2$ 이 일치하는 경우, 즉 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{2n}$ 과 $\sqrt{5n}$ 이 동시에 유리수가 되는 경우는 없으므로 (i), (ii)에서 $\sqrt{2n}, \sqrt{5n}$ 이 모두 무리수가 되도록 하는 n 의 개수는 $100 - (7+4) = 89$

116 답 ⑤

전략 수직선 위에 실수를 표시하는 작업을 반복하여 규칙을 찾은 후 5와 7 사이에 표시된 무리수의 점의 개수를 구한다.

한 번의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$ 이므로

$$\overline{OA}=\sqrt{2} \quad \therefore A(\sqrt{2})$$

가로, 세로의 길이가 각각 $\sqrt{2}$, 1인 직사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{3}$ 이므로

$$\overline{OB}=\sqrt{3} \quad \therefore B(\sqrt{3})$$

이 과정을 반복하면 수직선 위에 $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}, \dots$ 와 같이 $\sqrt{n}$ (n 은 자연수)이 차례로 표시된다.

$5 < \sqrt{n} < 7$ 에서 $\sqrt{25} < \sqrt{n} < \sqrt{49}$ 이므로

$$25 < n < 49$$

이때 $\sqrt{36}=6$ 은 무리수가 아니므로 이 점을 제외하면 5와 7 사이에 표시된 무리수의 점의 개수는

$$(49-25-1)-1=22$$

02 근호를 포함한 식의 계산

난이도별 필수 기출

28~49쪽

117 답 ④

$$\sqrt{\frac{14}{15}} \times \sqrt{\frac{5}{7}} = \sqrt{\frac{14}{15} \times \frac{5}{7}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

118 답 ②

$$\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} \times \sqrt{a} = \sqrt{2 \times 3 \times 5 \times a} = \sqrt{30a}$$

$$\sqrt{30a} = \sqrt{90}, 30a=90$$

$$\therefore a=3$$

119 답 ②

$$\sqrt{35} \div (-\sqrt{5}) = -\frac{\sqrt{35}}{\sqrt{5}} = -\sqrt{\frac{35}{5}} = -\sqrt{7}$$

120 답 ⑤

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{24}} \div \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{24}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{a}{24} \times \frac{6}{5}} = \sqrt{\frac{a}{20}}$$

$$\sqrt{\frac{a}{20}} = \sqrt{\frac{7}{4} \cdot \frac{a}{20}} = \frac{7}{4}$$

$$\therefore a=35$$

121 답 ④

$$\textcircled{1} \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{8}} = \sqrt{\frac{32}{8}} = \sqrt{4} = 2$$

$$\textcircled{2} \sqrt{21} \div \sqrt{3} = \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{21}{3}} = \sqrt{7}$$

$$\textcircled{3} \sqrt{56} \div \sqrt{7} = \frac{\sqrt{56}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{56}{7}} = \sqrt{8}$$

$$\textcircled{4} \sqrt{45} \div \sqrt{\frac{5}{2}} = \sqrt{45} \div \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \sqrt{45} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \sqrt{45 \times \frac{2}{5}} = \sqrt{18}$$

$$\textcircled{5} \sqrt{\frac{18}{5}} \div \sqrt{\frac{6}{10}} = \sqrt{\frac{18}{5}} \div \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{10}} = \sqrt{\frac{18}{5}} \times \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{18}{5} \times \frac{10}{6}} = \sqrt{6}$$

따라서 계산 결과가 가장 큰 것은 ④이다.

122 답 ④

$$\textcircled{1} \sqrt{64} \div \sqrt{4} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{64}{4}} = \sqrt{16} = 4$$

$$\textcircled{2} \sqrt{108} \times \left(-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{27}}\right) = -\sqrt{108 \times \frac{5}{27}} = -\sqrt{20}$$

$$\textcircled{3} \sqrt{42} \div (-\sqrt{7}) = -\frac{\sqrt{42}}{\sqrt{7}} = -\sqrt{\frac{42}{7}} = -\sqrt{6}$$

$$\textcircled{4} -\sqrt{72} \div \sqrt{9} = -\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{9}} = -\sqrt{\frac{72}{9}} = -\sqrt{8}$$

$$\textcircled{5} (-\sqrt{5}) \times (-\sqrt{3}) = \sqrt{5 \times 3} = \sqrt{15}$$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

123 **답** ㄴ, ㅅ

$$\text{ㄱ. } \sqrt{3} \times \sqrt{3} = \sqrt{3 \times 3} = \sqrt{9} = 3$$

$$\text{ㄴ. } \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{18}{6}} = \sqrt{3}$$

$$\text{ㄷ. } \sqrt{\frac{12}{7}} \sqrt{\frac{7}{3}} = \sqrt{\frac{12}{7} \times \frac{7}{3}} = \sqrt{4} = 2$$

$$\text{ㄹ. } \sqrt{10} \div \sqrt{2} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{10}{2}} = \sqrt{5}$$

$$\text{ㅁ. } \sqrt{3} \sqrt{2} \sqrt{5} = \sqrt{3 \times 2 \times 5} = \sqrt{30}$$

$$\begin{aligned} \text{ㅂ. } \sqrt{5} \div \sqrt{10} \div \sqrt{2} &= \sqrt{5} \times \frac{1}{\sqrt{10}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{5 \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㅅ이다.

124 **답** 3

$$A = \sqrt{98} \div \sqrt{6} \times \sqrt{3} = \sqrt{98} \times \frac{1}{\sqrt{6}} \times \sqrt{3}$$

$$= \sqrt{98 \times \frac{1}{6} \times 3} = \sqrt{49} = 7 \quad \dots\dots \text{ㄱ}$$

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{\frac{125}{9}} \div \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{2}} \div \frac{1}{\sqrt{54}} = \sqrt{\frac{125}{9}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{15}} \times \sqrt{54} \\ &= \sqrt{\frac{125}{9} \times \frac{2}{15} \times 54} = \sqrt{100} = 10 \quad \dots\dots \text{ㄴ} \end{aligned}$$

$$\therefore B - A = 10 - 7 = 3 \quad \dots\dots \text{ㄷ}$$

채점 기준

ㄱ A의 값 구하기	40%
ㄴ B의 값 구하기	40%
ㄷ B-A의 값 구하기	20%

125 **답** 5

$$A = \sqrt{2000} \div \frac{\sqrt{20}}{5} = \sqrt{2000} \times \frac{5}{\sqrt{20}}$$

$$= 5 \sqrt{\frac{2000}{20}} = 5 \sqrt{100} = 50 \quad \dots\dots \text{ㄱ}$$

$$B = \frac{\sqrt{0.3}}{\sqrt{30}} = \sqrt{\frac{0.3}{30}} = \sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10} \quad \dots\dots \text{ㄴ}$$

$$\therefore AB = 50 \times \frac{1}{10} = 5 \quad \dots\dots \text{ㄷ}$$

채점 기준

ㄱ A의 값 구하기	40%
ㄴ B의 값 구하기	40%
ㄷ AB의 값 구하기	20%

126 **답** ①

$$\sqrt{20} = \sqrt{2^2 \times 5} = 2\sqrt{5}$$

127 **답** ④

$$4\sqrt{2} = \sqrt{4^2 \times 2} = \sqrt{32} \quad \therefore a = 32$$

128 **답** ②

$$\sqrt{0.98} = \sqrt{\frac{98}{100}} = \sqrt{\frac{7^2 \times 2}{10^2}} = \frac{7\sqrt{2}}{10} \quad \therefore k = \frac{7}{10}$$

129 **답** ④

$$\text{① } \sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3} = 2\sqrt{3}$$

$$\text{② } \sqrt{125} = \sqrt{5^2 \times 5} = 5\sqrt{5}$$

$$\text{③ } -\sqrt{45} = -\sqrt{3^2 \times 5} = -3\sqrt{5}$$

$$\text{④ } \sqrt{108} = \sqrt{6^2 \times 3} = 6\sqrt{3}$$

$$\text{⑤ } -\sqrt{1000} = -\sqrt{10^2 \times 10} = -10\sqrt{10}$$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

130 **답** ⑤

$$\text{① } \sqrt{20} = \sqrt{2^2 \times 5} = 2\sqrt{5} \quad \therefore \square = 5$$

$$\text{② } \sqrt{45} = \sqrt{3^2 \times 5} = 3\sqrt{5} \quad \therefore \square = 5$$

$$\text{③ } \sqrt{50} = \sqrt{5^2 \times 2} = 5\sqrt{2} \quad \therefore \square = 5$$

$$\text{④ } \sqrt{80} = \sqrt{4^2 \times 5} = 4\sqrt{5} \quad \therefore \square = 5$$

$$\text{⑤ } \sqrt{90} = \sqrt{3^2 \times 10} = 3\sqrt{10} \quad \therefore \square = 3$$

따라서 $\square$ 안에 알맞은 수가 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다.

131 **답** ③

$$\sqrt{216} = \sqrt{6^2 \times 6} = 6\sqrt{6} \quad \therefore a = 6$$

$$3\sqrt{7} = \sqrt{3^2 \times 7} = \sqrt{63} \quad \therefore b = 63$$

$$\therefore a + b = 6 + 63 = 69$$

132 **답** ②

$$a < 0, b > 0 \text{ 이므로 } \sqrt{a^2 b} = \sqrt{a^2} \times \sqrt{b} = -a\sqrt{b}$$

133 **답** ③

$$\sqrt{\frac{h}{4.9}} \text{에 } h=98 \text{을 대입하면}$$

$$\sqrt{\frac{98}{4.9}} = \sqrt{20} = \sqrt{2^2 \times 5} = 2\sqrt{5}$$

따라서 먹이가 지면에 닿을 때까지 걸리는 시간은 $2\sqrt{5}$ 초이다.

134 **답** ⑤

$$\sqrt{8} \times \sqrt{45} = 2\sqrt{2} \times 3\sqrt{5} = 6\sqrt{10} \quad \therefore a = 6$$

$$7\sqrt{6} \div \sqrt{2} = 7\sqrt{6} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 7\sqrt{3} \quad \therefore b = 3$$

$$\therefore ab = 6 \times 3 = 18$$

135 **답** ③

$$\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{4} \times \sqrt{5} \times \sqrt{6} \times \sqrt{7}$$

$$= \sqrt{2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7} = \sqrt{2^4 \times 3^2 \times 5 \times 7}$$

$$= \sqrt{(2^2 \times 3)^2 \times 5 \times 7} = 12\sqrt{35}$$

$$\therefore a = 12$$

136 **답** ①

$$2\sqrt{30-2a} = 4\sqrt{6} \text{에서 } \sqrt{30-2a} = 2\sqrt{6}$$

$$\text{이때 } 2\sqrt{6} = \sqrt{2^2 \times 6} = \sqrt{24} \text{이므로 } \sqrt{30-2a} = \sqrt{24}$$

$$30-2a=24 \text{이므로 } 2a=6 \quad \therefore a=3$$

$$5\sqrt{3} = \sqrt{5^2 \times 3} = \sqrt{75} \text{이므로 } \sqrt{30+3b} = \sqrt{75}$$

$$30+3b=75 \text{이므로 } 3b=45 \quad \therefore b=15$$

$$\therefore a+b=3+15=18$$

137 [답 3]

$$2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{12} \text{ 이므로 } \sqrt{16-a} = \sqrt{12}$$

$$16-a=12 \text{ 이므로 } a=4 \quad \dots\dots \text{ i}$$

$$2\sqrt{25+b} = 4\sqrt{5} \text{ 에서 } \sqrt{25+b} = 2\sqrt{5}$$

$$\text{이때 } 2\sqrt{5} = \sqrt{2^2 \times 5} = \sqrt{20} \text{ 이므로 } \sqrt{25+b} = \sqrt{20}$$

$$25+b=20 \text{ 이므로 } b=-5 \quad \dots\dots \text{ ii}$$

$$c = 4 \times \sqrt{\frac{3}{28}} \times \sqrt{\frac{7}{2}} \times \sqrt{6} = 4\sqrt{\frac{3}{28} \times \frac{7}{2} \times 6}$$

$$= 4\sqrt{\frac{9}{4}} = 4 \times \frac{3}{2} = 6 \quad \dots\dots \text{ iii}$$

$$\therefore a-b-c = 4 - (-5) - 6 = 4+5-6=3 \quad \dots\dots \text{ iv}$$

채점 기준

i a의 값 구하기	30%
ii b의 값 구하기	30%
iii c의 값 구하기	30%
iv a-b-c의 값 구하기	10%

138 [답 ②]

$$\textcircled{1} \sqrt{\frac{5}{100}} = \sqrt{\frac{5}{10^2}} = \frac{\sqrt{5}}{10}$$

$$\textcircled{2} \sqrt{\frac{7}{16}} = \sqrt{\frac{7}{4^2}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\textcircled{3} -\sqrt{0.19} = -\sqrt{\frac{19}{100}} = -\sqrt{\frac{19}{10^2}} = -\frac{\sqrt{19}}{10}$$

$$\textcircled{4} \frac{\sqrt{3}}{4} = \sqrt{\frac{3}{4^2}} = \sqrt{\frac{3}{16}}$$

$$\textcircled{5} -\frac{\sqrt{5}}{3} = -\sqrt{\frac{5}{3^2}} = -\sqrt{\frac{5}{9}}$$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

139 [답 ①]

$$\frac{\sqrt{7}}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3^2 \times 2}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{18}} = \sqrt{\frac{7}{18}} \quad \therefore x = \frac{7}{18}$$

$$\frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2^2 \times 5}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{20}} = \sqrt{\frac{6}{20}} = \sqrt{\frac{3}{10}} \quad \therefore y = \frac{3}{10}$$

$$\therefore xy = \frac{7}{18} \times \frac{3}{10} = \frac{7}{60}$$

140 [답 $\frac{6}{\sqrt{5}}$]

$$\frac{6}{5} = \sqrt{\left(\frac{6}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{36}{25}}, \quad \frac{\sqrt{6}}{5} = \sqrt{\frac{6}{5^2}} = \sqrt{\frac{6}{25}},$$

$$\frac{6}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{6^2}{5}} = \sqrt{\frac{36}{5}} \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{\frac{6}{25}} < \sqrt{\frac{6}{5}} < \sqrt{\frac{36}{25}} < \sqrt{\frac{36}{5}}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{6}}{5} < \sqrt{\frac{6}{5}} < \frac{6}{5} < \frac{6}{\sqrt{5}}$$

따라서 가장 큰 수는 $\frac{6}{\sqrt{5}}$ 이다.

141 [답 ④]

$$\sqrt{240} = \sqrt{2^4 \times 3 \times 5} = 2^2 \times \sqrt{3 \times 5} = 4xy$$

142 [답 ①]

$$\textcircled{1} \sqrt{\frac{8}{3}} = \sqrt{\frac{2^3}{3}} = \frac{(\sqrt{2})^3}{\sqrt{3}} = \frac{a^3}{b}$$

$$\textcircled{2} \sqrt{\frac{27}{32}} = \sqrt{\frac{3^3}{2^5}} = \frac{(\sqrt{3})^3}{(\sqrt{2})^5} = \frac{b^3}{a^5}$$

$$\textcircled{3} \sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3} = (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{3} = a^2b$$

$$\textcircled{4} \sqrt{96} = \sqrt{2^5 \times 3} = (\sqrt{2})^5 \times \sqrt{3} = a^5b$$

$$\textcircled{5} \sqrt{216} = \sqrt{2^3 \times 3^3} = (\sqrt{2})^3 \times (\sqrt{3})^3 = a^3b^3$$

따라서 옳은 것은 ①이다.

143 [답 ⑤]

$$\neg. \sqrt{0.023} = \sqrt{\frac{2.3}{100}} = \sqrt{\frac{2.3}{10^2}} = \frac{\sqrt{2.3}}{10} = 0.1a$$

$$\neg. \sqrt{0.23} = \sqrt{\frac{23}{100}} = \sqrt{\frac{23}{10^2}} = \frac{\sqrt{23}}{10} = 0.1b$$

$$\neg. \sqrt{920} = \sqrt{400 \times 2.3} = \sqrt{20^2 \times 2.3} = 20\sqrt{2.3} = 20a$$

$$\neg. \sqrt{2300} = \sqrt{100 \times 23} = \sqrt{10^2 \times 23} = 10\sqrt{23} = 10b$$

따라서 옳은 것은 $\neg$, $\neg$ 이다.

144 [답 ④]

$$\sqrt{1.12} + \sqrt{5.25} = \sqrt{\frac{112}{100}} + \sqrt{\frac{525}{100}} = \sqrt{\frac{4^2 \times 7}{10^2}} + \sqrt{\frac{3 \times 5^2 \times 7}{10^2}}$$

$$= \frac{4 \times \sqrt{7}}{10} + \frac{5 \times \sqrt{3} \times \sqrt{7}}{10}$$

$$= \frac{4n}{10} + \frac{5mn}{10} = \frac{2}{5}n + \frac{1}{2}mn$$

145 [답 ⑤]

$$\sqrt{2} \div \sqrt{\frac{2}{3}} \div \sqrt{\frac{3}{4}} \div \dots \div \sqrt{\frac{1013}{1014}}$$

$$= \sqrt{2} \times \sqrt{\frac{3}{2}} \times \sqrt{\frac{4}{3}} \times \dots \times \sqrt{\frac{1012}{1011}} \times \sqrt{\frac{1013}{1012}} \times \sqrt{\frac{1014}{1013}}$$

$$= \sqrt{2 \times \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \dots \times \frac{1012}{1011} \times \frac{1013}{1012} \times \frac{1014}{1013}}$$

$$= \sqrt{1014} = \sqrt{2 \times 3 \times 13^2} = 13\sqrt{6}$$

따라서 $a=13$, $b=6$ 이므로 $a+b=13+6=19$

146 [답 56]

$$\sqrt{3^2 \times 7 \times a} = b\sqrt{5} \text{ 에서 } \sqrt{3^2 \times 7 \times a} = \sqrt{b^2 \times 5} \text{ 이므로}$$

$$3^2 \times 7 \times a = b^2 \times 5 \quad \therefore b^2 = \frac{3^2 \times 7 \times a}{5}$$

$$\text{이때 } b > 0 \text{ 이므로 } b = \sqrt{\frac{3^2 \times 7 \times a}{5}} \quad \dots\dots \text{ i}$$

b 가 자연수가 되려면 $a=5 \times 7 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 하므로 이를 만족시키는 두 자리의 자연수 a , b 의 값은

$$a=5 \times 7=35, \quad b = \sqrt{\frac{3^2 \times 7 \times 5 \times 7}{5}} = \sqrt{3^2 \times 7^2} = 21 \quad \dots\dots \text{ ii}$$

$$\therefore a+b=35+21=56 \quad \dots\dots \text{ iii}$$

채점 기준

i a와 b 사이의 관계식 구하기	40%
ii a, b의 값 구하기	50%
iii a+b의 값 구하기	10%

147 **답 ④**

$$\begin{aligned}
 & p\sqrt{\frac{3q}{p}} + q\sqrt{\frac{12p}{q}} - \frac{1}{p}\sqrt{\frac{27p}{q}} \\
 &= \sqrt{p^2 \times \frac{3q}{p}} + \sqrt{q^2 \times \frac{12p}{q}} - \sqrt{\frac{1}{p^2} \times \frac{27p}{q}} \\
 &= \sqrt{3pq} + \sqrt{12pq} - \sqrt{\frac{27}{pq}} \\
 &= \sqrt{3 \times 3} + \sqrt{12 \times 3} - \sqrt{\frac{27}{3}} = \sqrt{9} + \sqrt{36} - \sqrt{9} = 6
 \end{aligned}$$

148 **답 ④**

$$\begin{aligned}
 & \sqrt{\frac{4^6+4^6+4^6+4^6+4^6}{3^8+3^8+3^8}} \times \sqrt{\frac{9^3+9^3+9^3+9^3}{2^{11}+2^{11}+2^{11}}} \\
 &= \sqrt{\frac{5 \times (2^2)^6}{3 \times 3^8}} \times \sqrt{\frac{4 \times (3^2)^3}{3 \times 2^{11}}} = \sqrt{\frac{5 \times 2^{12}}{3^9}} \times \sqrt{\frac{2^2 \times 3^6}{3 \times 2^{11}}} \\
 &= \sqrt{\frac{2^{12} \times 5}{3^9}} \times \sqrt{\frac{3^5}{2^9}} = \sqrt{\frac{2^{12} \times 5}{3^9} \times \frac{3^5}{2^9}} \\
 &= \sqrt{\frac{2^3 \times 5}{3^4}} = \frac{2\sqrt{10}}{9}
 \end{aligned}$$

149 **답 ③**

주어진 제곱근표에서 1.8의 가로줄과 9의 세로줄이 만나는 수는 1.375이므로 $\sqrt{1.89} = 1.375$

150 **답 ③**

$$\sqrt{47600} = \sqrt{10000 \times 4.76} = 100\sqrt{4.76} = 100 \times 2.182 = 218.2$$

151 **답 ①**

$$\sqrt{0.057} = \sqrt{\frac{5.7}{100}} = \frac{\sqrt{5.7}}{10} = \frac{2.387}{10} = 0.2387$$

152 **답 ④**

주어진 제곱근표에서 6.1의 가로줄과 3의 세로줄이 만나는 수는 2.476이므로 $\sqrt{6.13} = 2.476$

6.4의 가로줄과 1의 세로줄이 만나는 수는 2.532이므로

$$\sqrt{6.41} = 2.532$$

$$\therefore \sqrt{6.13} + \sqrt{6.41} = 2.476 + 2.532 = 5.008$$

153 **답 1242**

주어진 제곱근표에서 2.2의 가로줄과 3의 세로줄이 만나는 수는 1.493이므로 $\sqrt{2.23} = 1.493$

$$\therefore a = 1.493 \quad \dots\dots \textcircled{i}$$

1.584의 가로줄에 대응하는 수는 2.5, 세로줄에 대응하는 수는 1이므로 $b = 2.51$ $\textcircled{ii}$

$$\begin{aligned}
 \therefore 1000a - 100b &= 1000 \times 1.493 - 100 \times 2.51 \\
 &= 1493 - 251 = 1242 \quad \dots\dots \textcircled{iii}
 \end{aligned}$$

채점 기준

① a의 값 구하기	40%
② b의 값 구하기	40%
③ $1000a - 100b$ 의 값 구하기	20%

154 **답 ②**

$$\begin{aligned}
 \sqrt{660} + \sqrt{0.66} &= \sqrt{100 \times 6.6} + \sqrt{\frac{66}{100}} = 10\sqrt{6.6} + \frac{\sqrt{66}}{10} \\
 &= 10 \times 2.569 + \frac{8.124}{10} = 25.69 + 0.8124 \\
 &= 26.5024
 \end{aligned}$$

155 **답 ⑤**

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} \quad \sqrt{800} &= \sqrt{100 \times 8} = 10\sqrt{8} = 10 \times 2.828 = 28.28 \\
 \textcircled{2} \quad \sqrt{8000} &= \sqrt{100 \times 80} = 10\sqrt{80} = 10 \times 8.944 = 89.44 \\
 \textcircled{3} \quad \sqrt{80000} &= \sqrt{10000 \times 8} = 100\sqrt{8} = 100 \times 2.828 = 282.8 \\
 \textcircled{4} \quad \sqrt{0.08} &= \sqrt{\frac{8}{100}} = \frac{\sqrt{8}}{10} = \frac{2.828}{10} = 0.2828 \\
 \textcircled{5} \quad \sqrt{0.008} &= \sqrt{\frac{80}{10000}} = \frac{\sqrt{80}}{100} = \frac{8.944}{100} = 0.08944
 \end{aligned}$$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

156 **답 ①, ③**

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} \quad \sqrt{0.624} &= \sqrt{\frac{62.4}{100}} = \frac{\sqrt{62.4}}{10} = \frac{7.899}{10} = 0.7899 \\
 \textcircled{3} \quad \sqrt{602} &= \sqrt{100 \times 6.02} = 10\sqrt{6.02} = 10 \times 2.454 = 24.54 \\
 \textcircled{4} \quad \sqrt{616} &= \sqrt{100 \times 6.16} = 10\sqrt{6.16} = 10 \times 2.482 = 24.82 \\
 \textcircled{5} \quad \sqrt{6120} &= \sqrt{100 \times 61.2} = 10\sqrt{61.2} = 10 \times 7.823 = 78.23
 \end{aligned}$$

따라서 옳지 않은 것은 ①, ③이다.

157 **답 215.8156**

주어진 제곱근표에서 4.6의 가로줄과 5의 세로줄이 만나는 수는 2.156이므로 $\sqrt{4.65} = 2.156$ $\textcircled{i}$

$$\begin{aligned}
 \sqrt{46500} &= \sqrt{10000 \times 4.65} = 100\sqrt{4.65} = 100 \times 2.156 = 215.6 \\
 \therefore a &= 215.6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sqrt{0.0465} &= \sqrt{\frac{4.65}{100}} = \frac{\sqrt{4.65}}{10} = \frac{2.156}{10} = 0.2156 \\
 \therefore b &= 0.2156 \quad \dots\dots \textcircled{ii}
 \end{aligned}$$

$$\therefore a + b = 215.6 + 0.2156 = 215.8156 \quad \dots\dots \textcircled{iii}$$

채점 기준

① $\sqrt{4.65}$ 의 값 구하기	20%
② a, b의 값 구하기	60%
③ $a+b$ 의 값 구하기	20%

158 **답 ⑤**

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} \quad \sqrt{0.03} &= \sqrt{\frac{3}{100}} = \frac{\sqrt{3}}{10} = \frac{1.732}{10} = 0.1732 \\
 \textcircled{2} \quad \sqrt{0.27} &= \sqrt{\frac{27}{100}} = \frac{3\sqrt{3}}{10} = \frac{3 \times 1.732}{10} = 0.5196 \\
 \textcircled{3} \quad \sqrt{192} &= \sqrt{64 \times 3} = 8\sqrt{3} = 8 \times 1.732 = 13.856 \\
 \textcircled{4} \quad \sqrt{300} &= \sqrt{100 \times 3} = 10\sqrt{3} = 10 \times 1.732 = 17.32 \\
 \textcircled{5} \quad \sqrt{480} &= \sqrt{16 \times 30} = 4\sqrt{30} \text{이므로 } \sqrt{30} \text{의 값이 주어져야 한다.} \\
 &\text{따라서 } \sqrt{3} \text{의 값을 이용하여 그 값을 구할 수 없는 것은 ⑤이다.}
 \end{aligned}$$

159 **답 ⑤**

$$\sqrt{324} = \sqrt{100 \times 3.24} = 10\sqrt{3.24} = 10\sqrt{1.8^2} = 10 \times 1.8 = 18$$

160 [답] 초속 98.99 m

$$\sqrt{2 \times 9.8 \times 500} = \sqrt{9800} = \sqrt{100 \times 98} = 10\sqrt{98} \\ = 10 \times 9.899 = 98.99$$

따라서 지면에 닿기 직전의 속력은 초속 98.99 m이다.

161 [답] ②

- ① $\sqrt{0.0802} = \sqrt{\frac{8.02}{100}} = \frac{\sqrt{8.02}}{10} = \frac{2.832}{10} = 0.2832$
 ② $\sqrt{0.793} = \sqrt{\frac{79.3}{100}} = \frac{\sqrt{79.3}}{10}$ 이므로 $\sqrt{79.3}$ 의 값이 주어져야 한다.
 ③ $\sqrt{780} = \sqrt{100 \times 7.8} = 10\sqrt{7.8} = 10 \times 2.793 = 27.93$
 ④ $\sqrt{810} = \sqrt{100 \times 8.1} = 10\sqrt{8.1} = 10 \times 2.846 = 28.46$
 ⑤ $\sqrt{78100} = \sqrt{10000 \times 7.81} = 100\sqrt{7.81} = 100 \times 2.795 = 279.5$
 따라서 주어진 제곱근표를 이용하여 그 값을 구할 수 없는 것은 ②이다.

162 [답] ③

$$22.63 = 10 \times 2.263 = 10\sqrt{5.12} = \sqrt{100 \times 5.12} = \sqrt{512} \\ \therefore a = 512$$

163 [답] 1.127

- 주어진 제곱근표에서 1.086의 가로줄에 대응하는 수는 1.1, 세로줄에 대응하는 수는 8이므로 $\sqrt{1.18} = 1.086$
 $\therefore a = 1.18$ i
 1.166의 가로줄에 대응하는 수는 1.3, 세로줄에 대응하는 수는 6이므로 $\sqrt{1.36} = 1.166$
 $\therefore b = 1.36$ ii
 $\therefore \sqrt{\frac{a+b}{2}} = \sqrt{\frac{1.18+1.36}{2}} = \sqrt{\frac{2.54}{2}} = \sqrt{1.27} = 1.127$ iii

채점 기준

i a의 값 구하기	30%
ii b의 값 구하기	30%
iii $\sqrt{\frac{a+b}{2}}$ 의 값 구하기	40%

164 [답] ①

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{10} \quad \therefore x = 10$$

165 [답] ⑤

- ① $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$
 ② $\frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$
 ③ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5}$
 ④ $\frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{1 \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{7}$
 ⑤ $\frac{4}{\sqrt{20}} = \frac{4}{2\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

166 [답] ②

- ① $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3} \quad \therefore \square = 6$
 ② $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{35}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{7} \quad \therefore \square = \frac{1}{7}$
 ③ $6 \div \sqrt{80} = \frac{6}{4\sqrt{5}} = \frac{3}{2\sqrt{5}} = \frac{3 \times \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{10} \quad \therefore \square = 3$
 ④ $\sqrt{10} \div \sqrt{12} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{30}}{6} \quad \therefore \square = \frac{1}{6}$
 ⑤ $\frac{2}{\sqrt{27}} \div \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}} = \frac{2}{3\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{3\sqrt{2}} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{6} \quad \therefore \square = 2$

따라서 $\square$ 안에 알맞은 수가 가장 작은 것은 ②이다.

167 [답] ⑤

$$\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \quad \therefore a = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{5}} = \frac{1 \times \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{10} \quad \therefore b = \frac{1}{10}$$

$$\therefore a + b = \frac{3}{2} + \frac{1}{10} = \frac{16}{10} = \frac{8}{5}$$

168 [답] ①

$$\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{6} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{30}}{5} \quad \therefore a = \frac{2}{5}$$

$$\frac{3}{\sqrt{72}} = \frac{3}{6\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{2\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4} \quad \therefore b = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \sqrt{ab} = \sqrt{\frac{2}{5} \times \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{1}{10}} = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{1 \times \sqrt{10}}{\sqrt{10} \times \sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

169 [답] ③

$$\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{50}} = \frac{3\sqrt{3}}{5\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{5\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{6}}{10} \quad \therefore a = \frac{3}{10}$$

$$\frac{1}{\sqrt{12}} = \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{1 \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6} \quad \therefore b = \frac{1}{6}$$

$$\frac{\sqrt{8}}{3\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{2} \times \sqrt{5}}{3\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{10}}{15} \quad \therefore c = \frac{2}{15}$$

$$\therefore \frac{ab}{c} = \frac{3}{10} \times \frac{1}{6} \div \frac{2}{15} = \frac{3}{10} \times \frac{1}{6} \times \frac{15}{2} = \frac{3}{8}$$

170 [답] ②

$$\frac{\sqrt{5}}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{2}}{5\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{10} = \frac{3.162}{10} = 0.3162$$

171 [답] $-5\sqrt{3}$

$$\sqrt{\frac{b}{a}} - \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{b} \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} - \frac{\sqrt{a} \times \sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}} \\ = \frac{\sqrt{ab}}{a} - \frac{\sqrt{ab}}{b} = \frac{b\sqrt{ab} - a\sqrt{ab}}{ab} \\ = \frac{(b-a)\sqrt{ab}}{ab} = \frac{-15\sqrt{3}}{3} = -5\sqrt{3}$$

172 **답 3**

$$\sqrt{\frac{2}{5}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}, \quad \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\text{즉, (가)에서 } \sqrt{\frac{2}{5}} < x < \sqrt{\frac{3}{2}} \text{ 이므로 } \frac{\sqrt{10}}{5} < x < \frac{\sqrt{6}}{2}$$

(나)에서 x 는 분모가 10인 기약분수이므로 위의 부등식에서 분모를 10으로 만들면

$$\frac{2\sqrt{10}}{10} < x < \frac{5\sqrt{6}}{10} \quad \therefore \frac{\sqrt{40}}{10} < x < \frac{\sqrt{150}}{10} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이때 $6 < \sqrt{40} < 7$, $12 < \sqrt{150} < 13$ 이므로

$$\frac{6}{10} < \frac{\sqrt{40}}{10} < \frac{7}{10}, \quad \frac{12}{10} < \frac{\sqrt{150}}{10} < \frac{13}{10}$$

따라서 $\textcircled{1}$ 을 만족시키는 분모가 10인 분수는

$$\frac{7}{10}, \frac{8}{10}, \frac{9}{10}, \frac{10}{10}, \frac{11}{10}, \frac{12}{10}$$

이고, 이 중 기약분수는 $\frac{7}{10}, \frac{9}{10}, \frac{11}{10}$ 이므로 조건을 모두 만족시키는 x 의 개수는 3이다.

173 **답 ④**

$$\textcircled{1} \quad \sqrt{28} \div \frac{2}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{7} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{21}$$

$$\textcircled{2} \quad 4\sqrt{12} \times \frac{\sqrt{7}}{8\sqrt{3}} \div 2\sqrt{7} = 8\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{7}}{8\sqrt{3}} \times \frac{1}{2\sqrt{7}} = \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{3} \quad \sqrt{24} \div \frac{2\sqrt{2}}{3} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{6} \times \frac{3}{2\sqrt{2}} \times \sqrt{3} = 9$$

$$\textcircled{4} \quad 4\sqrt{2} \div 2\sqrt{3} \times 3\sqrt{6} = 4\sqrt{2} \times \frac{1}{2\sqrt{3}} \times 3\sqrt{6} = 12$$

$$\textcircled{5} \quad \sqrt{75} \div \sqrt{3} \times \sqrt{7} = 5\sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \sqrt{7} = 5\sqrt{7}$$

따라서 옳은 것은 $\textcircled{4}$ 이다.

174 **답 1**

$$\sqrt{70} \times \sqrt{2} \div 4\sqrt{7} = \sqrt{70} \times \sqrt{2} \times \frac{1}{4\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{20}}{4} = \frac{2\sqrt{5}}{4} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

$$3\sqrt{2} \div \sqrt{6} \times 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{6}} \times 2\sqrt{2} = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{6}}{3} = 2\sqrt{6}$$

$$\therefore b = 2$$

$$\therefore ab = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

175 **답 ④**

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{50}} \times \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{10}} \div \sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{\sqrt{3}}{5\sqrt{2}} \times \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{10}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \frac{2}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{5}$$

176 **답 ⑤**

$$A = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{27}} \times \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{2}} \div \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} \times \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{3}}{6\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{6}}{12}$$

$$B = \frac{5\sqrt{5}}{3} \div \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{10}} \times \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{10}} = \frac{5\sqrt{5}}{3} \times \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{15}} \times \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{10}} = 10$$

$$\therefore \frac{B}{A} = 10 \div \frac{5\sqrt{6}}{12} = 10 \times \frac{12}{5\sqrt{6}} = \frac{24}{\sqrt{6}} = 4\sqrt{6}$$

177 **답 10**

오른쪽의 사각형에서 가로로 가장 윗줄에

있는 세 수의 곱은

$$2\sqrt{5} \times A \times \sqrt{30} = 3\sqrt{10} \text{ 이므로}$$

$$A = 3\sqrt{10} \div 2\sqrt{5} \div \sqrt{30}$$

$$= 3\sqrt{10} \times \frac{1}{2\sqrt{5}} \times \frac{1}{\sqrt{30}}$$

$$= \frac{3}{2\sqrt{15}} = \frac{3\sqrt{15}}{30} = \frac{\sqrt{15}}{10} \quad \dots\dots \textcircled{i}$$

또 세로로 가운데줄에 있는 세 수의 곱도

$$\frac{\sqrt{15}}{10} \times \textcircled{i} \times \sqrt{6} = 3\sqrt{10} \text{ 이므로}$$

$$\textcircled{i} = 3\sqrt{10} \div \frac{\sqrt{15}}{10} \div \sqrt{6} = 3\sqrt{10} \times \frac{10}{\sqrt{15}} \times \frac{1}{\sqrt{6}} = 10 \quad \dots\dots \textcircled{ii}$$

채점 기준

① A의 값 구하기	50%
② ①의 값 구하기	50%

178 **답 $\sqrt{6}$**

$$(\text{삼각형의 넓이}) = \frac{1}{2} \times \sqrt{12} \times \sqrt{10} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times \sqrt{10} = \sqrt{30} (\text{cm}^2)$$

$$(\text{직사각형의 넓이}) = \sqrt{5} \times x = \sqrt{5}x (\text{cm}^2)$$

이때 삼각형의 넓이와 직사각형의 넓이가 서로 같으므로

$$\sqrt{30} = \sqrt{5}x \quad \therefore x = \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{5}} = \sqrt{6}$$

179 **답 ②**

$$\square ADGH = 11 \text{ cm}^2 \text{ 이므로 } \overline{AD} = \sqrt{11} (\text{cm})$$

$$\square CEFD = 3 \text{ cm}^2 \text{ 이므로 } \overline{CD} = \sqrt{3} (\text{cm})$$

$$\therefore \square ABCD = \overline{AD} \times \overline{CD} = \sqrt{11} \times \sqrt{3} = \sqrt{33} (\text{cm}^2)$$

180 **답 $8\sqrt{3} \text{ cm}^2$**

오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린

수선의 발을 H라 하면

$$\overline{CH} = \frac{1}{2} \times \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2} (\text{cm})$$

$\dots\dots \textcircled{i}$

$\triangle AHC$ 는 직각삼각형이므로

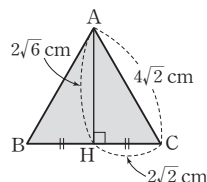
$$\overline{AH} = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6} (\text{cm}) \quad \dots\dots \textcircled{ii}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 2\sqrt{6} = 4\sqrt{12} = 8\sqrt{3} (\text{cm}^2) \quad \dots\dots \textcircled{iii}$$

채점 기준

① CH의 길이 구하기	40%
② AH의 길이 구하기	40%
③ 정삼각형 ABC의 넓이 구하기	20%

$2\sqrt{5}$	A	$\sqrt{30}$
$\frac{2\sqrt{6}}{3}$	$\textcircled{i}$	
	$\sqrt{6}$	



181 [답 ④]

(직육면체의 부피)=(가로의 길이)×(세로의 길이)×(높이)이므로
 $27\sqrt{5} = \sqrt{15} \times 3\sqrt{3} \times (\text{높이})$
 $\therefore (\text{높이}) = 27\sqrt{5} \div \sqrt{15} \div 3\sqrt{3} = 27\sqrt{5} \times \frac{1}{\sqrt{15}} \times \frac{1}{3\sqrt{3}}$
 $= 3(\text{cm})$

182 [답 ④]

밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$2\pi r = 4\sqrt{3}\pi \quad \therefore r = \frac{4\sqrt{3}\pi}{2\pi} = 2\sqrt{3}$$

$\therefore$ (원기둥의 부피) $= \pi \times (2\sqrt{3})^2 \times 3\sqrt{6} = 36\sqrt{6}\pi(\text{cm}^3)$

183 [답 $2\sqrt{3}$]

$$\frac{6}{\sqrt{15}} \times A \div \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{10}}{5} \text{에서}$$

$$A = \frac{3\sqrt{10}}{5} \div \frac{6}{\sqrt{15}} \times \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{10}}{5} \times \frac{\sqrt{15}}{6} \times \frac{4}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2\sqrt{75}}{5} = 2\sqrt{3}$$

184 [답 ①]

$\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형이므로

$$\overline{AC} = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$$

$\triangle OAC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\overline{CH} = \frac{1}{2} \times \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} = 3\sqrt{2}(\text{cm})$$

$\triangle OHC$ 는 직각삼각형이므로

$$\overline{OH} = \sqrt{(3\sqrt{5})^2 - (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\therefore (\text{정사각뿔의 부피}) = \frac{1}{3} \times 6 \times 6 \times 3\sqrt{3} = 36\sqrt{3}(\text{cm}^3)$$

185 [답 ③]

(직육면체의 부피)=(가로의 길이)×(세로의 길이)×(높이)이므로

$$18 = 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \overline{DH}$$

$$6\overline{DH} = 18 \quad \therefore \overline{DH} = 3(\text{cm})$$

이때 $\triangle FGH$ 는 직각삼각형이므로

$$\overline{FH} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{15}(\text{cm})$$

따라서 $\triangle DFH$ 는 직각삼각형이므로

$$\overline{DF} = \sqrt{3^2 + (\sqrt{15})^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}(\text{cm})$$

186 [답 ②]

정육면체의 겉넓이가 12cm^2 이므로

$$12 = 6 \times \overline{AB}^2 \text{에서 } \overline{AB}^2 = 2$$

이때 $\overline{AB} > 0$ 이므로 $\overline{AB} = \sqrt{2}(\text{cm})$

$\triangle ABF$ 는 직각삼각형이므로

$$\overline{AF} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{4} = 2(\text{cm})$$

같은 방법으로 하면 $\overline{FH} = \overline{AH} = 2\text{cm}$

즉, $\triangle AFH$ 는 정삼각형이다.

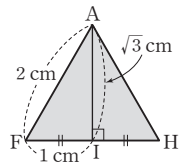
오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{FH}$ 에 내린 수선의 발을 I라 하면

$$\overline{FI} = \frac{1}{2} \times \overline{FH} = \frac{1}{2} \times 2 = 1(\text{cm})$$

$\triangle AFI$ 는 직각삼각형이므로

$$\overline{AI} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\therefore \triangle AFH = \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} = \sqrt{3}(\text{cm}^2)$$



187 [답 ④]

$$3\sqrt{5} + 7\sqrt{5} - 8\sqrt{5} = (3+7-8)\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

188 [답 ①]

$$\sqrt{32} + 3\sqrt{18} - \sqrt{72} = 4\sqrt{2} + 9\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = (4+9-6)\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$$

189 [답 ③]

$$\sqrt{125} - \frac{2}{\sqrt{5}} = 5\sqrt{5} - \frac{2\sqrt{5}}{5} = \left(5 - \frac{2}{5}\right)\sqrt{5} = \frac{23\sqrt{5}}{5}$$

$$\therefore k = \frac{23}{5}$$

190 [답 ①]

$$\sqrt{2}(\sqrt{6} + \sqrt{3}) - \sqrt{48} = \sqrt{12} + \sqrt{6} - 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3} + \sqrt{6} - 4\sqrt{3}$$

$$= (2-4)\sqrt{3} + \sqrt{6} = -2\sqrt{3} + \sqrt{6}$$

따라서 $a = -2$, $b = 1$ 이므로 $a+3b = -2+3 \times 1 = 1$

191 [답 ⑤]

$$\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2}) \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{18}-\sqrt{12}}{6} = \frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{6}$$

192 [답 ②]

$$\textcircled{2} \sqrt{2} - \sqrt{8} = \sqrt{2} - 2\sqrt{2} = -\sqrt{2}$$

$$\textcircled{3} \sqrt{20} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5} + \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$$

$$\textcircled{4} \sqrt{27} - \sqrt{3} = 3\sqrt{3} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\textcircled{5} \sqrt{72} + \sqrt{32} = 6\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

193 [답 ④]

$$\sqrt{98} - a\sqrt{2} + \sqrt{50} = 3\sqrt{2} \text{에서 } 7\sqrt{2} - a\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

$$\therefore (7-a+5)\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

따라서 $12-a=3$ 이므로 $a=9$

194 [답 7]

$$\sqrt{27} - \sqrt{8} + 2\sqrt{18} - 3\sqrt{12} = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 6\sqrt{3}$$

$$= 4\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$$

따라서 $a=4$, $b=-3$ 이므로

$$a-b = 4 - (-3) = 4+3 = 7$$

채점 기준

i 주어진 식 계산하기

..... i

ii a, b의 값 구하기

..... ii

iii a-b의 값 구하기

..... iii

60%

20%

20%

195 **답** ⑤

$$\sqrt{45} + \sqrt{20} - \frac{10}{3\sqrt{5}} = 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - \frac{10\sqrt{5}}{15} = \frac{13\sqrt{5}}{3}$$

196 **답** ④

$$6\sqrt{2} - \sqrt{75} - \frac{6}{\sqrt{2}} + 2\sqrt{27} = 6\sqrt{2} - 5\sqrt{3} - 3\sqrt{2} + 6\sqrt{3} = 3\sqrt{2} + \sqrt{3}$$

따라서 $a=3$, $b=1$ 이므로 $ab=3 \times 1=3$

197 **답** ②

$$b = a + \frac{1}{a} = \sqrt{5} + \frac{1}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} + \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$$

따라서 $b = \frac{6}{5}a$ 이므로 b 는 a 의 $\frac{6}{5}$ 배이다.

198 **답** ③

$$\begin{aligned} & \sqrt{2}(\sqrt{3}+1) - \sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{8}) \\ &= \sqrt{2}(\sqrt{3}+1) - \sqrt{3}(\sqrt{6}-2\sqrt{2}) \\ &= \sqrt{6} + \sqrt{2} - \sqrt{18} + 2\sqrt{6} \\ &= \sqrt{6} + \sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 2\sqrt{6} \\ &= -2\sqrt{2} + 3\sqrt{6} \end{aligned}$$

199 **답** ②

$$\begin{aligned} & \sqrt{5}(\sqrt{10}-\sqrt{3}) - \frac{4}{\sqrt{2}} = \sqrt{50} - \sqrt{15} - 2\sqrt{2} \\ &= 5\sqrt{2} - \sqrt{15} - 2\sqrt{2} \\ &= 3\sqrt{2} - \sqrt{15} \end{aligned}$$

200 **답** $5\sqrt{3}-3\sqrt{6}$

$$\begin{aligned} \sqrt{2}A - \sqrt{3}B &= \sqrt{2}(2\sqrt{3} + \sqrt{6}) - \sqrt{3}(5\sqrt{2} - 3) \\ &= 2\sqrt{6} + \sqrt{12} - 5\sqrt{6} + 3\sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{6} + 2\sqrt{3} - 5\sqrt{6} + 3\sqrt{3} \\ &= 5\sqrt{3} - 3\sqrt{6} \end{aligned}$$

201 **답** ①

$$A = (\sqrt{6} - \sqrt{18}) \div \sqrt{2} = (\sqrt{6} - 3\sqrt{2}) \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{3} - 3$$

$$B = \frac{\sqrt{3}}{2}(4\sqrt{3} + 12) = 6 + 6\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \therefore 6A - B &= 6(\sqrt{3} - 3) - (6 + 6\sqrt{3}) \\ &= 6\sqrt{3} - 18 - 6 - 6\sqrt{3} = -24 \end{aligned}$$

202 **답** ②

$$\begin{aligned} a(\sqrt{2}-2\sqrt{5}) + b(\sqrt{5}-3\sqrt{2}) &= a\sqrt{2} - 2a\sqrt{5} + b\sqrt{5} - 3b\sqrt{2} \\ &= (a-3b)\sqrt{2} - (2a-b)\sqrt{5} \\ &= 2\sqrt{2} - 9\sqrt{5} \end{aligned}$$

이므로 $a-3b=2$, $2a-b=9$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=5$, $b=1$

$$\therefore b-a=1-5=-4$$

203 **답** 0

$$\begin{aligned} & \frac{14+\sqrt{14}}{\sqrt{7}} - \frac{6+\sqrt{6}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{(14+\sqrt{14}) \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} - \frac{(6+\sqrt{6}) \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \\ &= \frac{14\sqrt{7} + \sqrt{98}}{7} - \frac{6\sqrt{3} + \sqrt{18}}{3} = \frac{14\sqrt{7} + 7\sqrt{2}}{7} - \frac{6\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{3} \\ &= 2\sqrt{7} + \sqrt{2} - 2\sqrt{3} - \sqrt{2} = -2\sqrt{3} + 2\sqrt{7} \quad \dots\dots \textcircled{i} \\ &\text{따라서 } x=-2, y=2 \text{이므로} \quad \dots\dots \textcircled{ii} \\ &x+y=-2+2=0 \quad \dots\dots \textcircled{iii} \end{aligned}$$

채점 기준

① 주어진 식 계산하기	60%
② x, y 의 값 구하기	20%
③ $x+y$ 의 값 구하기	20%

참고 분모, 분자를 바로 약분하여 계산할 수도 있다.

$$\rightarrow \frac{14+\sqrt{14}}{\sqrt{7}} = 2\sqrt{7} + \sqrt{2}, \quad \frac{6+\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} + \sqrt{2}$$

204 **답** ①, ④

$$\textcircled{1} \sqrt{3} + \sqrt{108} - 4\sqrt{3} = \sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$$\textcircled{2} \frac{3}{\sqrt{8}} - \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{3}{2\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\textcircled{3} \frac{5+\sqrt{15}}{\sqrt{5}} - 2\sqrt{3} = \sqrt{5} + \sqrt{3} - 2\sqrt{3} = \sqrt{5} - \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \frac{\sqrt{6}}{2}(\sqrt{72}-\sqrt{8}) + \sqrt{3} &= \frac{\sqrt{6}}{2}(6\sqrt{2}-2\sqrt{2}) + \sqrt{3} \\ &= \frac{\sqrt{6}}{2} \times 4\sqrt{2} + \sqrt{3} = 2\sqrt{12} + \sqrt{3} \\ &= 4\sqrt{3} + \sqrt{3} = 5\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \sqrt{2}(\sqrt{5}+\sqrt{6}) - \sqrt{3}(\sqrt{2}-1) &= \sqrt{10} + \sqrt{12} - \sqrt{6} + \sqrt{3} \\ &= \sqrt{10} + 2\sqrt{3} - \sqrt{6} + \sqrt{3} \\ &= 3\sqrt{3} - \sqrt{6} + \sqrt{10} \end{aligned}$$

따라서 옳은 것은 ①, ④이다.

205 **답** ④

$$\begin{aligned} & \frac{5+\sqrt{15}}{\sqrt{15}} + \sqrt{5}(\sqrt{20}-\sqrt{3}) \\ &= \frac{(5+\sqrt{15}) \times \sqrt{15}}{\sqrt{15} \times \sqrt{15}} + \sqrt{5}(2\sqrt{5}-\sqrt{3}) = \frac{5\sqrt{15}+15}{15} + 10 - \sqrt{15} \\ &= \frac{\sqrt{15}}{3} + 1 + 10 - \sqrt{15} = 11 - \frac{2\sqrt{15}}{3} \end{aligned}$$

따라서 $a=11$, $b=-\frac{2}{3}$ 이므로

$$a+3b=11+3 \times \left(-\frac{2}{3}\right) = 11-2=9$$

206 **답** $-\frac{\sqrt{6}}{12}$

$$\begin{aligned} \frac{2\sqrt{b}}{b\sqrt{a}} - \frac{3}{a} \sqrt{\frac{a}{b}} &= \frac{2\sqrt{b}}{b\sqrt{a}} - \frac{3\sqrt{a}}{a\sqrt{b}} = \frac{2\sqrt{ab}}{ab} - \frac{3\sqrt{ab}}{ab} = -\frac{\sqrt{ab}}{ab} \\ &= -\frac{\sqrt{24}}{24} = -\frac{\sqrt{6}}{12} \end{aligned}$$

207 [답] ①

$$A = \frac{2\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{(2\sqrt{5}-\sqrt{3}) \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{15}-3}{3}$$

$$B = \frac{3\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{(3\sqrt{3}+\sqrt{5}) \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{15}+5}{5}$$

$$\text{따라서 } A+B = \frac{19\sqrt{15}}{15}, A-B = \frac{\sqrt{15}-30}{15} \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \frac{A-B}{A+B} &= \frac{\sqrt{15}-30}{15} \div \frac{19\sqrt{15}}{15} = \frac{\sqrt{15}-30}{15} \times \frac{15}{19\sqrt{15}} \\ &= \frac{\sqrt{15}-30}{19\sqrt{15}} = \frac{1-2\sqrt{15}}{19} \end{aligned}$$

208 [답] $-2\sqrt{2}-2\sqrt{6}$

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{8}-\sqrt{3}(3\sqrt{6}-\sqrt{24}) = 2\sqrt{2}-\sqrt{3}(3\sqrt{6}-2\sqrt{6}) \\ &= 2\sqrt{2}-\sqrt{18} = 2\sqrt{2}-3\sqrt{2} = -\sqrt{2} \end{aligned} \quad \dots\dots \text{i}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{\sqrt{24}-3\sqrt{2}}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{2}}(3\sqrt{3}-1) = \frac{2\sqrt{6}-3\sqrt{2}}{\sqrt{3}} + \sqrt{2}(3\sqrt{3}-1) \\ &= 2\sqrt{2}-\sqrt{6}+3\sqrt{6}-\sqrt{2} = \sqrt{2}+2\sqrt{6} \end{aligned} \quad \dots\dots \text{ii}$$

$$\begin{aligned} \therefore A-B &= -\sqrt{2}-(\sqrt{2}+2\sqrt{6}) = -\sqrt{2}-\sqrt{2}-2\sqrt{6} \\ &= -2\sqrt{2}-2\sqrt{6} \end{aligned} \quad \dots\dots \text{iii}$$

채점 기준

i A의 값 구하기	40%
ii B의 값 구하기	40%
iii A-B의 값 구하기	20%

209 [답] ①

$$\sqrt{m}+\sqrt{n}=\sqrt{108}=6\sqrt{3} \text{ 이고 } m, n \text{ 은 자연수이므로}$$

$$\sqrt{m}=p\sqrt{3}, \sqrt{n}=q\sqrt{3} (p, q \text{ 는 자연수}) \text{ 풀이다.}$$

즉, 이 식을 만족시키는 순서쌍 $(\sqrt{m}, \sqrt{n})$ 은

$$(\sqrt{3}, 5\sqrt{3}), (2\sqrt{3}, 4\sqrt{3}), (3\sqrt{3}, 3\sqrt{3}), (4\sqrt{3}, 2\sqrt{3}), (5\sqrt{3}, \sqrt{3})$$

따라서 순서쌍 (m, n) 은

$$(3, 75), (12, 48), (27, 27), (48, 12), (75, 3)$$

이때 m, n 은 두 자리의 자연수이므로 구하는 순서쌍의 개수는 3이다.

210 [답] ⑤

$$\begin{aligned} \sqrt{45}-2\sqrt{5}-a\sqrt{5}+\frac{1}{\sqrt{5}} &= 3\sqrt{5}-2\sqrt{5}-a\sqrt{5}+\frac{\sqrt{5}}{5} \\ &= \left(\frac{6}{5}-a\right)\sqrt{5} \end{aligned}$$

이 식이 유리수가 되려면 $\frac{6}{5}-a=0$ 이어야 하므로 $a=\frac{6}{5}$

211 [답] ⑤

$$\begin{aligned} \sqrt{2}(a+4\sqrt{2})-\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{6}) &= a\sqrt{2}+8-3-\sqrt{18} \\ &= a\sqrt{2}+8-3-3\sqrt{2} \\ &= 5+(a-3)\sqrt{2} \end{aligned}$$

이 식이 유리수가 되려면 $a-3=0$ 이어야 하므로 $a=3$

212 [답] ①

$$A = \frac{9}{\sqrt{3}}(\sqrt{3}+\sqrt{8}) = 3\sqrt{3}(\sqrt{3}+2\sqrt{2}) = 9+6\sqrt{6}$$

$$B = \frac{a}{\sqrt{2}}(\sqrt{8}-4\sqrt{3}) = \frac{a\sqrt{2}}{2}(2\sqrt{2}-4\sqrt{3}) = 2a-2a\sqrt{6}$$

$$\begin{aligned} \therefore A-B &= (9+6\sqrt{6})-(2a-2a\sqrt{6}) \\ &= 9+6\sqrt{6}-2a+2a\sqrt{6} \\ &= 9-2a+(6+2a)\sqrt{6} \end{aligned}$$

A-B의 값이 유리수가 되려면 $6+2a=0$ 이어야 하므로

$$2a=-6 \quad \therefore a=-3$$

213 [답] ①

$$(3\sqrt{2}+\sqrt{3}) \div \sqrt{3} + \sqrt{a}(\sqrt{50}-\sqrt{2})$$

$$= (3\sqrt{2}+\sqrt{3}) \times \frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{a}(5\sqrt{2}-\sqrt{2})$$

$$= \sqrt{6}+1+4\sqrt{2a}=9+\sqrt{6}$$

$$\text{이므로 } 1+4\sqrt{2a}=9 \quad \therefore \sqrt{2a}=2$$

$$\text{따라서 } \sqrt{2a}=\sqrt{4} \text{ 이므로 } 2a=4$$

$$\therefore a=2$$

214 [답] ③

세 정사각형의 한 변의 길이는 차례로

$$\sqrt{20}=2\sqrt{5}(\text{cm}), \sqrt{45}=3\sqrt{5}(\text{cm}), \sqrt{80}=4\sqrt{5}(\text{cm})$$

$$\overline{AB}=2\sqrt{5}+3\sqrt{5}=5\sqrt{5}(\text{cm})$$

$$\overline{BC}=3\sqrt{5}+4\sqrt{5}=7\sqrt{5}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AB}+\overline{BC}=5\sqrt{5}+7\sqrt{5}=12\sqrt{5}(\text{cm})$$

215 [답] ④

$$(\text{사다리꼴의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (\sqrt{6}+\sqrt{8}) \times x = \frac{1}{2} \times (\sqrt{6}+2\sqrt{2}) \times x$$

$$= x\sqrt{2} + \frac{x}{2}\sqrt{6}(\text{cm}^2)$$

$$(\text{삼각형의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (2+\sqrt{3}) \times 4\sqrt{2} = 4\sqrt{2} + 2\sqrt{6}(\text{cm}^2)$$

이때 사다리꼴의 넓이와 삼각형의 넓이가 서로 같으므로

$$x\sqrt{2} + \frac{x}{2}\sqrt{6} = 4\sqrt{2} + 2\sqrt{6}$$

$$\text{따라서 } x=4, \frac{x}{2}=2 \text{ 이므로 } x=4$$

216 [답] $60\sqrt{3} \text{ cm}^3$

$$(\text{상자의 밑면의 가로 길이}) = \sqrt{147}-2\sqrt{3}=7\sqrt{3}-2\sqrt{3}=5\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$(\text{상자의 밑면의 세로 길이}) = \sqrt{108}-2\sqrt{3}=6\sqrt{3}-2\sqrt{3}=4\sqrt{3}(\text{cm})$$

이때 상자의 높이는 $\sqrt{3} \text{ cm}$ 이므로

$$(\text{상자의 부피}) = 5\sqrt{3} \times 4\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 60\sqrt{3}(\text{cm}^3)$$

217 [답] ③

$$\text{넓이가 } 24 \text{ cm}^2 \text{ 인 정사각형의 한 변의 길이는 } \sqrt{24}=2\sqrt{6}(\text{cm})$$

$$\text{넓이가 } 150 \text{ cm}^2 \text{ 인 정사각형의 한 변의 길이는 } \sqrt{150}=5\sqrt{6}(\text{cm})$$

오른쪽 그림에서

(A의 둘레의 길이)

$$= 2 \times \{(2\sqrt{6}+5\sqrt{6})+5\sqrt{6}\}$$

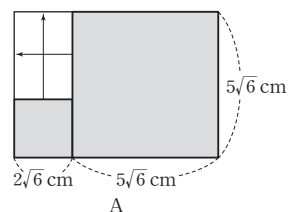
$$= 2 \times 12\sqrt{6} = 24\sqrt{6}(\text{cm})$$

이때 A의 둘레의 길이와 B의 둘레

의 길이가 서로 같으므로

$$(\text{B의 한 변의 길이}) = 24\sqrt{6} \div 4 = 6\sqrt{6}(\text{cm})$$

$$\therefore (\text{B의 넓이}) = (6\sqrt{6})^2 = 216(\text{cm}^2)$$



218 [답 5-√2]

$\overline{AP} = \overline{AC} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ 이므로 점 P에 대응하는 수는 $1 + \sqrt{2}$
 $\therefore a = 1 + \sqrt{2}$
 $\overline{BQ} = \overline{BD} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ 이므로 점 Q에 대응하는 수는 $2 - \sqrt{2}$
 $\therefore b = 2 - \sqrt{2}$
 $\therefore a + 2b = (1 + \sqrt{2}) + 2(2 - \sqrt{2}) = 1 + \sqrt{2} + 4 - 2\sqrt{2} = 5 - \sqrt{2}$

219 [답 √2 + 2√5]

$\overline{AP} = \overline{AD} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ 이므로 점 P에 대응하는 수는 $3 - \sqrt{5}$
 $\therefore a = 3 - \sqrt{5}$
 $\overline{EQ} = \overline{EF} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ 이므로 점 Q에 대응하는 수는 $6 + \sqrt{2}$
 $\therefore b = 6 + \sqrt{2}$
 $\therefore b - 2a = (6 + \sqrt{2}) - 2(3 - \sqrt{5}) = 6 + \sqrt{2} - 6 + 2\sqrt{5} = \sqrt{2} + 2\sqrt{5}$

220 [답 1 + 2√5]

$\overline{CP} = \overline{CA} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$ 이므로 점 P에 대응하는 수는 $2 - \sqrt{5}$ i
 $\overline{EQ} = \overline{ED} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ 이므로 점 Q에 대응하는 수는 $3 + \sqrt{5}$ ii
 $\therefore \overline{PQ} = (3 + \sqrt{5}) - (2 - \sqrt{5}) = 3 + \sqrt{5} - 2 + \sqrt{5} = 1 + 2\sqrt{5}$ iii

채점 기준

i 점 P에 대응하는 수 구하기	40%
ii 점 Q에 대응하는 수 구하기	40%
iii PQ의 길이 구하기	20%

221 [답 ③]

$\sqrt{6}(\sqrt{3} - \sqrt{2})x - \sqrt{3} > 3\sqrt{2}x - 1$ 에서
 $\sqrt{18}x - \sqrt{12}x - \sqrt{3} > 3\sqrt{2}x - 1$
 $3\sqrt{2}x - 2\sqrt{3}x - 3\sqrt{2}x > -1 + \sqrt{3}, -2\sqrt{3}x > -1 + \sqrt{3}$
 $\therefore x < \frac{-1 + \sqrt{3}}{-2\sqrt{3}} = \frac{(1 - \sqrt{3}) \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} - 3}{6}$
 이때 $1 < \sqrt{3} < 2$ 에서 $-2 < \sqrt{3} - 3 < -1$ 이므로
 $-\frac{1}{3} < \frac{\sqrt{3} - 3}{6} < -\frac{1}{6}$
 따라서 주어진 부등식을 만족시키는 정수 x 의 값 중 가장 큰 수는 -1 이다.

222 [답 ④]

세 정사각형 A, B, C의 넓이는 각각

$$70 \times \frac{1}{1+4+9} = 5(\text{cm}^2), 70 \times \frac{4}{1+4+9} = 20(\text{cm}^2),$$

$$70 \times \frac{9}{1+4+9} = 45(\text{cm}^2)$$

이므로 세 정사각형 A, B, C의 한 변의 길이는 각각

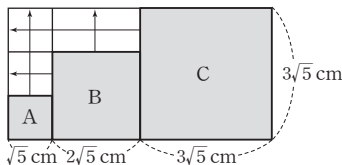
$$\sqrt{5} \text{ cm}, \sqrt{20} = 2\sqrt{5}(\text{cm}), \sqrt{45} = 3\sqrt{5}(\text{cm})$$

따라서 오른쪽 그림에서

(도형의 둘레의 길이)

$$= 2 \times \{(\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5}) + 3\sqrt{5}\}$$

$$= 2 \times 9\sqrt{5} = 18\sqrt{5}(\text{cm})$$



223 [답 2√6 cm]

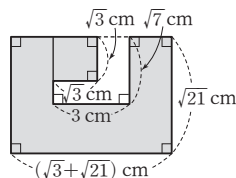
오른쪽 그림과 같이 보조선을 그으면
 (도형의 넓이)

$$= (\sqrt{3} + \sqrt{21})\sqrt{21} - 3 \times \sqrt{7} + \sqrt{3} \times \sqrt{3}$$

$$= \sqrt{63} + 21 - 3\sqrt{7} + 3$$

$$= 3\sqrt{7} + 21 - 3\sqrt{7} + 3 = 24(\text{cm}^2)$$

따라서 넓이가 24 cm^2 인 정사각형의 한 변의 길이는
 $\sqrt{24} = 2\sqrt{6}(\text{cm})$



224 [답 ⑤]

평면도는 넓이가 240 cm^2 인 정사각형이므로 한 변의 길이는
 $\sqrt{240} = 4\sqrt{15}(\text{cm})$ 이고, 방 A는 넓이가 60 cm^2 인 정사각형이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{60} = 2\sqrt{15}(\text{cm})$ 이다.

주방의 가로 길이는 $4\sqrt{15} - 2\sqrt{15} = 2\sqrt{15}(\text{cm})$ 이고 넓이가 40 cm^2 이므로

$$40 = 2\sqrt{15} \times (\text{주방의 세로의 길이})$$

$$\therefore (\text{주방의 세로의 길이}) = \frac{40}{2\sqrt{15}} = \frac{20}{\sqrt{15}} = \frac{20\sqrt{15}}{15} = \frac{4\sqrt{15}}{3}(\text{cm})$$

이때 방 B의 세로의 길이와 주방의 세로의 길이가 서로 같으므로 욕실의 세로의 길이는

$$4\sqrt{15} - 2\sqrt{15} - \frac{4\sqrt{15}}{3} = \frac{2\sqrt{15}}{3}(\text{cm})$$

225 [답 ①]

$\overline{AP} = \overline{AD} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$ 이므로 점 P에 대응하는 수는 $2 - \sqrt{5}$
 $\therefore a = 2 - \sqrt{5}$

$\overline{AQ} = \overline{AB} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ 이므로 점 Q에 대응하는 수는 $2 + \sqrt{5}$
 $\therefore b = 2 + \sqrt{5}$

$\overline{AR} = \overline{AC} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$ 이므로 점 R에 대응하는 수는 $2 + \sqrt{10}$
 $\therefore c = 2 + \sqrt{10}$

$$\therefore \sqrt{2}a - b + c = \sqrt{2}(2 - \sqrt{5}) - (2 + \sqrt{5}) + (2 + \sqrt{10})$$

$$= 2\sqrt{2} - \sqrt{10} - 2 - \sqrt{5} + 2 + \sqrt{10}$$

$$= 2\sqrt{2} - \sqrt{5}$$

226 [답 ④]

$$\textcircled{1} 2\sqrt{6} - 5 = \sqrt{24} - \sqrt{25} < 0$$

$$\therefore 2\sqrt{6} < 5$$

$$\textcircled{2} \sqrt{12} - (4 - \sqrt{3}) = 2\sqrt{3} - 4 + \sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 4 = \sqrt{27} - \sqrt{16} > 0$$

$$\therefore \sqrt{12} > 4 - \sqrt{3}$$

$$\textcircled{3} (4\sqrt{2} - 2) - (3\sqrt{3} - 2) = 4\sqrt{2} - 2 - 3\sqrt{3} + 2$$

$$= 4\sqrt{2} - 3\sqrt{3} = \sqrt{32} - \sqrt{27} > 0$$

$$\therefore 4\sqrt{2} - 2 > 3\sqrt{3} - 2$$

$$\textcircled{4} (5\sqrt{3} + \sqrt{6}) - (3\sqrt{5} + \sqrt{6}) = 5\sqrt{3} + \sqrt{6} - 3\sqrt{5} - \sqrt{6}$$

$$= 5\sqrt{3} - 3\sqrt{5} = \sqrt{75} - \sqrt{45} > 0$$

$$\therefore 5\sqrt{3} + \sqrt{6} > 3\sqrt{5} + \sqrt{6}$$

$$\textcircled{5} (6\sqrt{6} - 4\sqrt{5}) - (2\sqrt{5} + 3\sqrt{6}) = 6\sqrt{6} - 4\sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 3\sqrt{6}$$

$$= 3\sqrt{6} - 6\sqrt{5} = \sqrt{54} - \sqrt{180} < 0$$

$$\therefore 6\sqrt{6} - 4\sqrt{5} < 2\sqrt{5} + 3\sqrt{6}$$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

227 [답 ③]

- ① $4-2\sqrt{5}=\sqrt{16}-\sqrt{20}<0 \quad \therefore 4<2\sqrt{5}$
 ② $(\sqrt{5}-2)-(\sqrt{6}-2)=\sqrt{5}-2-\sqrt{6}+2=\sqrt{5}-\sqrt{6}<0$
 $\therefore \sqrt{5}-2<\sqrt{6}-2$
 ③ $4\sqrt{3}-(\sqrt{75}-2)=4\sqrt{3}-(5\sqrt{3}-2)=4\sqrt{3}-5\sqrt{3}+2$
 $=2-\sqrt{3}=\sqrt{4}-\sqrt{3}>0$
 $\therefore 4\sqrt{3}>\sqrt{75}-2$
 ④ $(3\sqrt{2}-1)-(\sqrt{2}+2)=3\sqrt{2}-1-\sqrt{2}-2$
 $=2\sqrt{2}-3=\sqrt{8}-\sqrt{9}<0$
 $\therefore 3\sqrt{2}-1<\sqrt{2}+2$
 ⑤ $(\sqrt{2}-\sqrt{5})-(3\sqrt{5}-2\sqrt{2})=\sqrt{2}-\sqrt{5}-3\sqrt{5}+2\sqrt{2}$
 $=3\sqrt{2}-4\sqrt{5}=\sqrt{18}-\sqrt{80}<0$
 $\therefore \sqrt{2}-\sqrt{5}<3\sqrt{5}-2\sqrt{2}$

따라서 부등호의 방향이 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.

228 [답 ②]

$$A-B=(4\sqrt{3}-1)-(3\sqrt{5}-1)=4\sqrt{3}-1-3\sqrt{5}+1$$

$$=4\sqrt{3}-3\sqrt{5}=\sqrt{48}-\sqrt{45}>0$$

$$\therefore A>B$$

$$A-C=(4\sqrt{3}-1)-(2\sqrt{3}+3)=4\sqrt{3}-1-2\sqrt{3}-3$$

$$=2\sqrt{3}-4=\sqrt{12}-\sqrt{16}<0$$

$$\therefore A<C$$

$$\therefore B<A<C$$

229 [답 $3\sqrt{6}+\sqrt{7}$]

$$(\sqrt{5}+\sqrt{6})-2\sqrt{5}=\sqrt{5}+\sqrt{6}-2\sqrt{5}=\sqrt{6}-\sqrt{5}>0$$

$$\therefore \sqrt{5}+\sqrt{6}>2\sqrt{5}$$

$$2\sqrt{5}-(3\sqrt{5}-\sqrt{7})=2\sqrt{5}-3\sqrt{5}+\sqrt{7}=\sqrt{7}-\sqrt{5}>0$$

$$\therefore 2\sqrt{5}>3\sqrt{5}-\sqrt{7}$$

$$\therefore 3\sqrt{5}-\sqrt{7}<2\sqrt{5}<\sqrt{5}+\sqrt{6} \quad \dots\dots \textcircled{i}$$

따라서 $m=\sqrt{5}+\sqrt{6}$, $n=3\sqrt{5}-\sqrt{7}$ 이므로 $\dots\dots \textcircled{ii}$

$$3m-n=3(\sqrt{5}+\sqrt{6})-(3\sqrt{5}-\sqrt{7})$$

$$=3\sqrt{5}+3\sqrt{6}-3\sqrt{5}+\sqrt{7}=3\sqrt{6}+\sqrt{7} \quad \dots\dots \textcircled{iii}$$

채점 기준

① 세 수의 대소 비교하기	60%
② m , n 의 값 구하기	20%
③ $3m-n$ 의 값 구하기	20%

230 [답 ②]

$-\sqrt{6}$, $\sqrt{24}-5$, $-10+\sqrt{6}$ 은 음수이고 $\sqrt{6}-2$, $\sqrt{54}+1$ 은 양수이다.
 음수끼리 비교하면
 $-\sqrt{6}-(\sqrt{24}-5)=-\sqrt{6}-2\sqrt{6}+5=5-3\sqrt{6}=\sqrt{25}-\sqrt{54}<0$
 $\therefore -\sqrt{6}<\sqrt{24}-5$
 $-\sqrt{6}-(-10+\sqrt{6})=-\sqrt{6}+10-\sqrt{6}=10-2\sqrt{6}$
 $=\sqrt{100}-\sqrt{24}>0$
 $\therefore -\sqrt{6}>-10+\sqrt{6}$
 양수끼리 비교하면
 $\sqrt{6}-2-(\sqrt{54}+1)=\sqrt{6}-2-3\sqrt{6}-1=-2\sqrt{6}-3<0$
 $\therefore \sqrt{6}-2<\sqrt{54}+1$

따라서 크기가 작은 것부터 차례로 나열하면
 $-10+\sqrt{6}$, $-\sqrt{6}$, $\sqrt{24}-5$, $\sqrt{6}-2$, $\sqrt{54}+1$
 이므로 네 번째에 오는 수는 ②이다.

231 [답 ③]

$$(\sqrt{5}+\sqrt{2})-(-1+\sqrt{5})=\sqrt{5}+\sqrt{2}+1-\sqrt{5}=\sqrt{2}+1>0$$

$$\therefore \sqrt{5}+\sqrt{2}>-1+\sqrt{5}$$

$$(\sqrt{5}+\sqrt{2})-(\sqrt{2}+3)=\sqrt{5}+\sqrt{2}-\sqrt{2}-3$$

$$=\sqrt{5}-3=\sqrt{5}-\sqrt{9}<0$$

$$\therefore \sqrt{5}+\sqrt{2}<\sqrt{2}+3$$

이때 크기가 큰 것부터 차례로 나열하면

$$\sqrt{2}+3, \sqrt{5}+\sqrt{2}, -1+\sqrt{5}$$

$$\therefore a=\sqrt{2}+3, b=\sqrt{5}+\sqrt{2}, c=-1+\sqrt{5}$$

$$b-c=(\sqrt{5}+\sqrt{2})-(-1+\sqrt{5})=\sqrt{2}+1$$

$$1<\sqrt{2}<2 \text{에서 } 2<\sqrt{2}+1<3, 4<\sqrt{2}+3<5$$

즉, $b-c=2, \times\times\times$, $a=4, \times\times\times$ 이므로 $b-c$ 와 a 사이에 있는 모든 정수는 3, 4이다.
 따라서 구하는 합은 $3+4=7$

232 [답 ⑤]

$$3\sqrt{6}=\sqrt{54} \text{에서 } 7<\sqrt{54}<8$$

따라서 $3\sqrt{6}$ 의 정수 부분은 7이므로
 $x=7, y=3\sqrt{6}-7$
 $\therefore 2x+y=2\times 7+(3\sqrt{6}-7)=14+3\sqrt{6}-7=7+3\sqrt{6}$

233 [답 $-7+2\sqrt{13}$]

$$3<\sqrt{13}<4 \text{에서 } -4<-\sqrt{13}<-3 \text{이므로}$$

$$1<5-\sqrt{13}<2$$

따라서 $5-\sqrt{13}$ 의 정수 부분은 1이므로
 $a=1, b=(5-\sqrt{13})-1=4-\sqrt{13}$
 $\therefore a-2b=1-2(4-\sqrt{13})=1-8+2\sqrt{13}=-7+2\sqrt{13}$

234 [답 ④]

$$5<\sqrt{32}<6 \text{이므로 } \sqrt{32} \text{의 정수 부분은 5이다.}$$

$$\therefore f(32)=\sqrt{32}-5=4\sqrt{2}-5$$

$$4<\sqrt{18}<5 \text{이므로 } \sqrt{18} \text{의 정수 부분은 4이다.}$$

$$\therefore f(18)=\sqrt{18}-4=3\sqrt{2}-4$$

$$\therefore f(32)-f(18)=(4\sqrt{2}-5)-(3\sqrt{2}-4)$$

$$=4\sqrt{2}-5-3\sqrt{2}+4=-1+\sqrt{2}$$

235 [답 ③]

$f(n)=4$ 이므로 $\sqrt{n}$ 의 정수 부분은 4이다.
 즉, $4\leq\sqrt{n}<5$ 에서 $\sqrt{16}\leq\sqrt{n}<\sqrt{25}$ 이므로 $16\leq n<25$
 따라서 이를 만족시키는 자연수 n 은 16, 17, 18, ..., 24의 9개이다.

236 [답 ③]

$$2<\sqrt{5}<3 \text{에서 } -3<-\sqrt{5}<-2 \text{이므로}$$

$$12<15-\sqrt{5}<13$$

$15 - \sqrt{5}$ 의 정수 부분이 12이므로
 $a = (15 - \sqrt{5}) - 12 = 3 - \sqrt{5}$ ㉠
 $11 < \sqrt{125} < 12$ 이므로 $\sqrt{125}$ 의 정수 부분은 11이다.
 따라서 $\sqrt{125}$ 의 소수 부분은 $\sqrt{125} - 11 = 5\sqrt{5} - 11$
 이때 ㉠에서 $\sqrt{5} = 3 - a$ 이므로
 $5\sqrt{5} - 11 = 5(3 - a) - 11 = 15 - 5a - 11 = 4 - 5a$

237 [답] ②

$\sqrt{5x}$ 의 정수 부분이 14 이하가 되려면 $\sqrt{5x} < 15$ 이어야 한다.
 즉, $\sqrt{5x} < \sqrt{225}$ 이므로 $5x < 225$
 $\therefore x < 45$

따라서 이를 만족시키는 자연수 x 의 개수는 44이다.

238 [답] ①

$\sqrt{5}(2\sqrt{5}+2) - \sqrt{60} \div \frac{\sqrt{3}}{2} = 10 + 2\sqrt{5} - 2\sqrt{15} \times \frac{2}{\sqrt{3}}$
 $= 10 + 2\sqrt{5} - 4\sqrt{5}$
 $= 10 - 2\sqrt{5}$
 $2\sqrt{5} = \sqrt{20}$ 에서 $4 < \sqrt{20} < 5$ 이므로
 $-5 < -\sqrt{20} < -4 \quad \therefore 5 < 10 - \sqrt{20} < 6$
 따라서 $10 - \sqrt{20}$ 의 정수 부분은 5이므로 소수 부분은
 $(10 - \sqrt{20}) - 5 = 5 - 2\sqrt{5}$

최고수준 도전 기출

50~51쪽

239 [답] $\frac{24\sqrt{5}}{5}$

전략 정사각형의 넓이를 이용하여 사다리꼴의 높이를 구한 후 사다리꼴의 넓이와 윗변, 아랫변의 길이의 비를 이용하여 두 변의 길이를 구한다.

정사각형의 한 변의 길이를 x 라 하면 넓이가 180이므로 $x^2 = 180$
 이때 $x > 0$ 이므로 $x = 6\sqrt{5}$
 즉, 사다리꼴의 높이가 $6\sqrt{5}$ 이므로 윗변, 아랫변의 길이를 각각 $3a$, $7a(a > 0)$ 라 하면

$$\frac{1}{2} \times (3a + 7a) \times 6\sqrt{5} = 180, 30\sqrt{5}a = 180$$

$$\therefore a = \frac{180}{30\sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$$

따라서 사다리꼴의 윗변의 길이와 아랫변의 길이의 차는

$$7a - 3a = 4a = 4 \times \frac{6\sqrt{5}}{5} = \frac{24\sqrt{5}}{5}$$

240 [답] ③

전략 $f(x)$ 를 간단히 한 후 주어진 식에 대입하여 약분되는 수를 찾는다.

$$f(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{x-1}{\sqrt{x}} \text{이므로}$$

$$f(2) = \frac{1}{\sqrt{2}}, f(3) = \frac{2}{\sqrt{3}}, f(4) = \frac{3}{\sqrt{4}}, \dots, f(10) = \frac{9}{\sqrt{10}}$$

$$\begin{aligned} \therefore f(2) \times f(3) \times f(4) \times \dots \times f(10) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{3}{\sqrt{4}} \times \dots \times \frac{9}{\sqrt{10}} \\ &= \frac{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 9}{\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{4} \times \dots \times \sqrt{10}} \\ &= \frac{\sqrt{1^2 \times 2^2 \times 3^2 \times \dots \times 9^2}}{\sqrt{2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 10}} = \sqrt{\frac{1^2 \times 2^2 \times 3^2 \times \dots \times 9^2}{2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 10}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 9}{10}} = \sqrt{3 \times 4 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9} \\ &= \sqrt{3 \times 2^2 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2} = \sqrt{2^6 \times 3^4 \times 7} \\ &= 2^3 \times 3^2 \times \sqrt{7} = 72\sqrt{7} \end{aligned}$$

241 [답] ②

전략 $OA = \sqrt{48}$, $OB = \sqrt{x}$, $OC = \sqrt{108}$ 을 이용하여 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 를 x 에 대한 식으로 나타낸 후 x 의 값을 구한다.

$$\overline{AB} = \overline{OB} - \overline{OA} = \sqrt{x} - \sqrt{48} = \sqrt{x} - 4\sqrt{3}$$

$$\overline{BC} = \overline{OC} - \overline{OB} = \sqrt{108} - \sqrt{x} = 6\sqrt{3} - \sqrt{x}$$

$$\text{이때 } \overline{AB} = \overline{BC} \text{이므로 } \sqrt{x} - 4\sqrt{3} = 6\sqrt{3} - \sqrt{x}$$

$$2\sqrt{x} = 10\sqrt{3}, \sqrt{x} = 5\sqrt{3}$$

$$\text{따라서 } \sqrt{x} = \sqrt{75} \text{이므로 } x = 75$$

242 [답] $-\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$

전략 두 일차방정식의 해가 서로 같으므로 첫 번째 방정식의 해를 구한 후 나머지 방정식에 대입하여 k 의 값을 구한다.

$$2\sqrt{3}x + 3\sqrt{2} = \sqrt{3}x + 2\sqrt{3} \text{에서 } \sqrt{3}x = 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$$

$$\therefore x = \frac{2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{6}$$

$$\sqrt{6}(x+1) - (k-6) = \sqrt{2}(x-1) + 3\sqrt{6} \text{에 } x = 2 - \sqrt{6} \text{을 대입하면}$$

$$\sqrt{6}(2 - \sqrt{6} + 1) - (k-6) = \sqrt{2}(2 - \sqrt{6} - 1) + 3\sqrt{6}$$

$$3\sqrt{6} - 6 - k + 6 = \sqrt{2} - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{6}$$

$$\therefore k = -\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$$

243 [답] ④

전략 두 일차방정식의 그래프의 교점의 좌표를 이용하여 a 의 값을 구한 후 두 그래프의 x 절편을 각각 찾아 두 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이 b 를 구한다.

두 그래프의 교점의 좌표가 $(1, -2)$ 이므로 $\sqrt{3}x - 2y = a$ 에 $x = 1$, $y = -2$ 를 대입하면

$$\sqrt{3} - 2 \times (-2) = a \quad \therefore a = 4 + \sqrt{3}$$

이때 $\sqrt{3}x - 2y = 4 + \sqrt{3}$ 의 x 절편은

$$\frac{4 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{(4 + \sqrt{3}) \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3} + 3}{3}$$

$$4x + y = 2 \text{의 } x \text{절편은 } \frac{1}{2}$$

따라서 두 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는

$$b = \frac{1}{2} \times \left(\frac{4\sqrt{3} + 3}{3} - \frac{1}{2} \right) \times 2 = \frac{8\sqrt{3} + 6 - 3}{6} = \frac{3 + 8\sqrt{3}}{6}$$

$$\begin{aligned} \therefore a + 6b &= (4 + \sqrt{3}) + 6 \times \frac{3 + 8\sqrt{3}}{6} = 4 + \sqrt{3} + 3 + 8\sqrt{3} \\ &= 7 + 9\sqrt{3} \end{aligned}$$

244 [답] $(16+24\sqrt{2})\text{ cm}$

전략 각 변의 중점을 연결하여 만든 정사각형의 넓이는 이전 정사각형의 넓이의 $\frac{1}{2}$ 임을 이용하여 한 변의 길이를 구한다.

한 변의 길이가 8 cm인 정사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 정사각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 8^2 = 32(\text{cm}^2)$

이때 이 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$

같은 방법으로 하면 새롭게 만든 나머지 2개의 정사각형의 넓이는 각각 $\frac{1}{2} \times 32 = 16(\text{cm}^2)$, $\frac{1}{2} \times 16 = 8(\text{cm}^2)$ 이고,

각 정사각형의 한 변의 길이는 각각

$$\sqrt{16} = 4(\text{cm}), \sqrt{8} = 2\sqrt{2}(\text{cm})$$

따라서 어두운 부분의 둘레의 길이의 합은 새롭게 만든 3개의 정사각형의 둘레의 길이의 합과 같으므로

$$4 \times (4\sqrt{2} + 4 + 2\sqrt{2}) = 4 \times (4 + 6\sqrt{2}) = 16 + 24\sqrt{2}(\text{cm})$$

245 [답] 20

전략 두 정사각형을 겹칠 때 생기는 교점이 왼쪽 정사각형의 한 변의 중점임을 이용하여 겹치는 부분인 정사각형의 한 변의 길이를 구한다.

네 정사각형의 한 변의 길이는 왼쪽부터 차례로

$$\sqrt{2}\text{ cm}, \sqrt{5}\text{ cm}, \sqrt{8} = 2\sqrt{2}(\text{cm}), \sqrt{18} = 3\sqrt{2}(\text{cm})$$

겹치는 부분인 세 정사각형의 한 변의 길이는 왼쪽부터 차례로

$$\frac{\sqrt{2}}{2}\text{ cm}, \frac{\sqrt{5}}{2}\text{ cm}, \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}(\text{cm})$$

$\therefore$ (도형의 둘레의 길이)

= (처음 네 정사각형의 둘레의 길이)

- (겹치는 부분인 세 정사각형의 둘레의 길이)

$$= 4 \times (\sqrt{2} + \sqrt{5} + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}) - 4 \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} + \sqrt{2} \right)$$

$$= 4 \times (6\sqrt{2} + \sqrt{5}) - 4 \times \left(\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} \right)$$

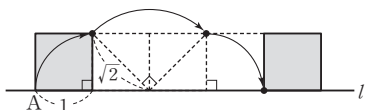
$$= 24\sqrt{2} + 4\sqrt{5} - 6\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$$

$$= 18\sqrt{2} + 2\sqrt{5}(\text{cm})$$

따라서 $a = 18$, $b = 2$ 이므로 $a + b = 18 + 2 = 20$

246 [답] ⑤

전략 정사각형이 굴러갈 때 점 A는 부채꼴의 호를 그리므로 호의 길이를 이용하여 움직인 거리를 구한다.



위의 그림에서 점 A가 움직인 거리는 중심각의 크기가 90° 인 세 부채꼴의 호의 길이의 합과 같으므로

(점 A가 움직인 거리)

$$= 2\pi \times 1 \times \frac{90}{360} + 2\pi \times \sqrt{1^2 + 1^2} \times \frac{90}{360} + 2\pi \times 1 \times \frac{90}{360}$$

$$= \frac{1}{2}\pi + \frac{\sqrt{2}}{2}\pi + \frac{1}{2}\pi$$

$$= \frac{2 + \sqrt{2}}{2}\pi$$

03

다항식의 곱셈

난이도별 필수 기출

54~67쪽

247 [답] ①

$$\begin{aligned} (x+3y)(-2x-y) &= -2x^2 - xy - 6xy - 3y^2 \\ &= -2x^2 - 7xy - 3y^2 \end{aligned}$$

248 [답] ④

$(3x-2y)(5x+4y)$ 에서 xy 항이 나오는 부분만 전개하면

$$3x \times 4y + (-2y) \times 5x = 12xy - 10xy = 2xy$$

따라서 xy 의 계수는 2이다.

249 [답] ①

$$\begin{aligned} (x+2y)(2x-y-3) &= 2x^2 - xy - 3x + 4xy - 2y^2 - 6y \\ &= 2x^2 + 3xy - 3x - 2y^2 - 6y \end{aligned}$$

따라서 $a = 3$, $b = -2$, $c = -6$ 이므로

$$a + b + c = 3 + (-2) + (-6) = -5$$

250 [답] $12ab + 5b^2$

$$\begin{aligned} (2a+b)(2b-3a) - (-3a-b)(3b+2a) \\ &= 4ab - 6a^2 + 2b^2 - 3ab - (-9ab - 6a^2 - 3b^2 - 2ab) \\ &= 4ab - 6a^2 + 2b^2 - 3ab + 9ab + 6a^2 + 3b^2 + 2ab \\ &= 12ab + 5b^2 \end{aligned}$$

251 [답] ②

$$\begin{aligned} (x-2y)(Ax+3y) &= Ax^2 + 3xy - 2Axy - 6y^2 \\ &= Ax^2 + (-2A+3)xy - 6y^2 \\ &= 4x^2 + Bxy - 6y^2 \end{aligned}$$

이므로 $A = 4$, $-2A + 3 = B$

따라서 $A = 4$, $B = -2 \times 4 + 3 = -5$ 이므로

$$AB = 4 \times (-5) = -20$$

252 [답] ③

$$\begin{aligned} (x-y-1)(3x-2y-5) \text{에서 } xy \text{항이 나오는 부분만 전개하면} \\ x \times (-2y) + (-y) \times 3x = -2xy - 3xy = -5xy \quad \therefore a = -5 \\ (x-y-1)(3x-2y-5) \text{에서 상수항이 나오는 부분만 전개하면} \\ -1 \times (-5) = 5 \quad \therefore b = 5 \\ \therefore a + b = -5 + 5 = 0 \end{aligned}$$

253 [답] ①

$$\begin{aligned} (x-3y+2)(2x+ay-4) \text{에서 } xy \text{항이 나오는 부분만 전개하면} \\ x \times ay + (-3y) \times 2x = axy - 6xy = (a-6)xy \\ (x-3y+2)(2x+ay-4) \text{에서 상수항이 나오는 부분만 전개하면} \\ 2 \times (-4) = -8 \end{aligned}$$

이때 xy 의 계수와 상수항이 같으므로

$$a - 6 = -8 \quad \therefore a = -2$$

254 답 4

$(x+2)(ax+5)$ 에서 x 항이 나오는 부분만 전개하면
 $x \times 5 + 2 \times ax = 5x + 2ax = (2a+5)x$
 이때 x 의 계수가 12이므로 $2a+5=12 \quad \therefore a=\frac{7}{2}$ i
 $(x-a)(3x+b)$ 에서 상수항이 나오는 부분만 전개하면
 $-a \times b = -ab$
 이때 상수항이 -14 이므로 $-ab = -14$
 $-\frac{7}{2}b = -14 \quad \therefore b=4$ ii

채점 기준

i a의 값 구하기	50%
ii b의 값 구하기	50%

255 답 58

$(2x+a)(bx-4)$ 에서 x 항이 나오는 부분만 전개하면
 $2x \times (-4) + a \times bx = -8x + abx = (ab-8)x$
 이때 x 의 계수가 13이므로 $ab-8=13 \quad \therefore ab=21$
 그런데 a, b 는 한 자리의 자연수이므로
 $a=3, b=7$ 또는 $a=7, b=3$
 $\therefore a^2+b^2=58$

256 답 ⑤

$$(4x+3)^2=16x^2+24x+9$$

257 답 ②

$$(5x-y)^2=25x^2-10xy+y^2$$

따라서 xy 의 계수는 -10 이다.

258 답 ③

- ① $(x+1)^2=x^2+2x+1$
 ② $(2x-1)^2=4x^2-4x+1$
 ③ $(-x-2)^2=(x+2)^2=x^2+4x+4$
 ④ $(x-3y)^2=x^2-6xy+9y^2$
 ⑤ $\left(\frac{1}{2}x-3y\right)^2=\frac{1}{4}x^2-3xy+9y^2$
 따라서 옳은 것은 ③이다.

259 답 ④

$$(5x-3)(2x+5)=10x^2+(25-6)x-15$$

$$=10x^2+19x-15$$

따라서 $a=10, b=19, c=-15$ 이므로
 $a+b-c=10+19-(-15)=44$

260 답 ⑤

$$(x+2)(x+4)-(x+1)(x-3)=x^2+6x+8-(x^2-2x-3)$$

$$=x^2+6x+8-x^2+2x+3$$

$$=8x+11$$

261 답 ②

$$(x+a)^2=x^2+2ax+a^2$$

$$=x^2+bx+9$$

이므로 $2a=b, a^2=9$
 이때 $a>0$ 이므로 $a=3, b=2 \times 3=6$
 $\therefore a-b=3-6=-3$

262 답 -5

$$(3x-a)^2=9x^2-6ax+a^2$$

$$=9x^2+bx+49$$

이므로 $-6a=b, a^2=49$
 이때 $a>0$ 이므로
 $a=7, b=-6 \times 7=-42$ i
 $(cx-2)^2=c^2x^2-4cx+4$
 $=dx^2-20x+4$
 이므로 $c^2=d, -4c=-20$
 $\therefore c=5, d=5^2=25$ ii
 $\therefore a+b+c+d=7+(-42)+5+25=-5$ iii

채점 기준

i a, b의 값 구하기	40%
ii c, d의 값 구하기	40%
iii a+b+c+d의 값 구하기	20%

263 답 ④

$$\left(-\frac{1}{2}x-1\right)^2=\left\{-\frac{1}{2}(x+2)\right\}^2=\frac{1}{4}(x+2)^2$$

따라서 전개식이 같은 것은 ④이다.

264 답 ②, ④

ㄱ. $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
 ㄴ. $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
 ㄷ. $-(a-b)^2=-a^2+2ab-b^2$
 ㄹ. $-(a+b)^2=-a^2-2ab-b^2$
 ㅁ. $(-a-b)^2=(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
 ㅂ. $(b-a)^2=(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
 따라서 전개한 결과가 같은 것끼리 짝 지은 것은 ㄱ과 ㅁ, ㄴ과 ㅂ이다.

265 답 ②

② $(-7+x)(-7-x)=(-7)^2-x^2=49-x^2$
 따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

266 답 ③

$$(3x-a)(a+3x)=(3x-a)(3x+a)$$

$$=9x^2-a^2=bx^2-4$$

이므로 $9=b, a^2=4$
 이때 $a>0$ 이므로 $a=2, b=9$
 $\therefore b-a=9-2=7$

267 [답] 17

$$\begin{aligned} \left(\frac{3}{2}a + \frac{1}{3}b\right)\left(\frac{3}{2}a - \frac{1}{3}b\right) &= \left(\frac{3}{2}a\right)^2 - \left(\frac{1}{3}b\right)^2 \\ &= \frac{9}{4}a^2 - \frac{1}{9}b^2 \\ &= \frac{9}{4} \times 8 - \frac{1}{9} \times 9 \\ &= 18 - 1 = 17 \end{aligned}$$

268 [답] ⑤

$$\begin{aligned} \textcircled{5} (2x+3)(3x-4) &= 6x^2 + (-8+9)x - 12 \\ &= 6x^2 + x - 12 \end{aligned}$$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

269 [답] ④

$$\begin{aligned} (-x+2)^2 + (3x+1)(2x-3) \\ &= x^2 - 4x + 4 + 6x^2 + (-9+2)x - 3 \\ &= x^2 - 4x + 4 + 6x^2 - 7x - 3 \\ &= 7x^2 - 11x + 1 \end{aligned}$$

270 [답] ④

$$\begin{aligned} (x+a)(x-2) &= x^2 + (a-2)x - 2a \\ &= x^2 + bx - 10 \end{aligned}$$

$$\text{이므로 } a-2=b, -2a=-10$$

$$\text{따라서 } a=5, b=5-2=3 \text{ 이므로}$$

$$a+b=5+3=8$$

271 [답] ②

$$\begin{aligned} (Ax+2)(2x+B) &= 2Ax^2 + (AB+4)x + 2B \\ &= 6x^2 + Cx - 6 \end{aligned}$$

$$\text{이므로 } 2A=6, AB+4=C, 2B=-6$$

$$\therefore A=3, B=-3, C=3 \times (-3) + 4 = -5$$

272 [답] ①

$$(4x+a)(x-3) = 4x^2 + (-12+a)x - 3a$$

이때 상수항 $-3a$ 가 x 의 계수 $-12+a$ 보다 8만큼 작으므로

$$-3a = (-12+a) - 8, 4a = 20 \quad \therefore a = 5$$

273 [답] ②

$$\textcircled{1} (x+3)(x-7) = x^2 - 4x - \boxed{21}$$

$$\textcircled{2} (-3x+4y)^2 = 9x^2 - \boxed{24}xy + 16y^2$$

$$\textcircled{3} (-2x-3)^2 = 4x^2 + 12x + \boxed{9}$$

$$\textcircled{4} \left(\frac{3}{5}a + 2b\right)\left(\frac{3}{5}a - 2b\right) = \boxed{\frac{9}{25}}a^2 - 4b^2$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} (x+5y)(2x-7y) &= 2x^2 + (-7+10)x - 35y^2 \\ &= 2x^2 + \boxed{3}xy - 35y^2 \end{aligned}$$

따라서 □ 안에 알맞은 수가 가장 큰 것은 ②이다.

274 [답] ④

민준이가 전개한 식은

$$(x+A)(x+2) = x^2 + (A+2)x + 2A = x^2 + 8x + B$$

$$\text{이므로 } A+2=8, 2A=B$$

$$\therefore A=6, B=2 \times 6 = 12$$

송이가 전개한 식은

$$(x-2)(Cx+1) = Cx^2 + (1-2C)x - 2 = Cx^2 + 7x - 2$$

$$\text{이므로 } 1-2C=7$$

$$2C=-6 \quad \therefore C=-3$$

$$\therefore A+B+C=6+12+(-3)=15$$

275 [답] ③

$$\begin{aligned} (a-1)(a+1)(a^2+1)(a^4+1) &= (a^2-1)(a^2+1)(a^4+1) \\ &= (a^4-1)(a^4+1) \\ &= a^8-1 \end{aligned}$$

따라서 □ 안에 알맞은 수는 8이다.

276 [답] ②

$$\begin{aligned} (5x+y)^2 - (2x-y)(2x+y) \\ &= 25x^2 + 10xy + y^2 - (4x^2 - y^2) \\ &= 25x^2 + 10xy + y^2 - 4x^2 + y^2 \\ &= 21x^2 + 10xy + 2y^2 \end{aligned}$$

따라서 x^2 의 계수는 $p=21$, y^2 의 계수는 $q=2$ 이므로

$$p-q=21-2=19$$

277 [답] ①

$$\begin{aligned} (x+4)(x-2) - (x-a)^2 \\ &= x^2 + 2x - 8 - (x^2 - 2ax + a^2) \\ &= x^2 + 2x - 8 - x^2 + 2ax - a^2 \\ &= (2a+2)x - a^2 - 8 \end{aligned}$$

이때 x 의 계수가 4이므로

$$2a+2=4, 2a=2 \quad \therefore a=1$$

278 [답] ⑤

$x+2y=A$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} (x+2y-3)(x+2y+3) &= (A-3)(A+3) \\ &= A^2 - 9 \\ &= (x+2y)^2 - 9 \\ &= x^2 + 4xy + 4y^2 - 9 \end{aligned}$$

279 [답] ③

$a+b=A$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} (a+b-4)^2 &= (A-4)^2 \\ &= A^2 - 8A + 16 \\ &= (a+b)^2 - 8(a+b) + 16 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 - 8a - 8b + 16 \end{aligned}$$

$$\therefore \square = -8a - 8b + 16$$

280 [답] ②

$$\begin{aligned} (x+3)(x+5)(x-2)(x-4) &= (x+3)(x-2)(x+5)(x-4) \\ &= (x^2+x-6)(x^2+x-20) \end{aligned}$$

$x^2+x=A$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} (A-6)(A-20) &= A^2 - 26A + 120 \\ &= (x^2+x)^2 - 26(x^2+x) + 120 \\ &= x^4 + 2x^3 + x^2 - 26x^2 - 26x + 120 \\ &= x^4 + 2x^3 - 25x^2 - 26x + 120 \end{aligned}$$

따라서 x^3 의 계수는 2, x^2 의 계수는 -25 이므로
 $2 + (-25) = -23$

281 답 17

$$\begin{aligned}(1-x)(1+x)(1+x^2)(1+x^4)(1+x^8) \\&= (1-x^2)(1+x^2)(1+x^4)(1+x^8) \\&= (1-x^4)(1+x^4)(1+x^8) \\&= (1-x^8)(1+x^8) \\&= 1-x^{16}\end{aligned}$$

따라서 $a=1$, $b=16$ 이므로

$$a+b=1+16=17$$

채점 기준

i 주어진 식의 좌변을 정리하기	70%
ii a, b의 값 구하기	20%
iii a+b의 값 구하기	10%

282 답 ③

$$\begin{aligned}(x+A)(x+B) &= x^2 + (A+B)x + AB \\&= x^2 + Cx - 15\end{aligned}$$

이므로 $A+B=C$, $AB=-15$

이때 $AB=-15$ 를 만족시키는 정수 A, B 의 순서쌍 (A, B) 는

$(-1, 15), (-3, 5), (-5, 3), (-15, 1),$

$(1, -15), (3, -5), (5, -3), (15, -1)$

이므로 $C=A+B$ 의 값은

$(-1, 15), (15, -1)$ 일 때, $C=14$

$(-3, 5), (5, -3)$ 일 때, $C=2$

$(-5, 3), (3, -5)$ 일 때, $C=-2$

$(-15, 1), (1, -15)$ 일 때, $C=-14$

따라서 C 의 값이 될 수 없는 것은 ③이다.

283 답 $12x^2+17x-5$

$$\begin{aligned}(4x+a)(5x+3) &= 20x^2 + (12+5a)x + 3a \\&= 20x^2 + 7x - 3\end{aligned}$$

$$\text{이므로 } 12+5a=7, 3a=-3 \quad \therefore a=-1$$

따라서 바르게 전개한 식은

$$\begin{aligned}(4x-1)(3x+5) &= 12x^2 + (20-3)x - 5 \\&= 12x^2 + 17x - 5\end{aligned}$$

채점 기준

i a의 값 구하기	60%
ii 바르게 전개한 식 구하기	40%

284 답 ②

$$\begin{aligned}(x+a)(x-4) &= x^2 + (a-4)x - 4a \\&= x^2 + bx - 28\end{aligned}$$

$$\text{이므로 } a-4=b, -4a=-28$$

$$\therefore a=7, b=7-4=3$$

이때 주어진 직각삼각형의 빗변의 길이는

$$a+b=7+3=10$$

이고, 밑변의 길이는

$$a-b=7-3=4$$

이므로 피타고라스 정리에 의하여 높이는

$$\sqrt{10^2-4^2}=\sqrt{100-16}=\sqrt{84}=2\sqrt{21}$$

따라서 구하는 직각삼각형의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{21} = 4\sqrt{21}$$

285 답 $x-42$

세 쌍의 마주 보는 면에 적힌 두 일차식의 곱은 각각

$$(-1-3x)(-1+3x)=1-9x^2$$

$$\begin{aligned}(4x+5)(2x-3) &= 8x^2 + (-12+10)x - 15 \\&= 8x^2 - 2x - 15\end{aligned}$$

$$(x+7)(x-4)=x^2+3x-28$$

$$\begin{aligned}\therefore A+B+C &= (1-9x^2) + (8x^2-2x-15) + (x^2+3x-28) \\&= x-42\end{aligned}$$

286 답 ②

어두운 부분은 가로 길이가 $a-b$ 이고, 세로 길이가 $a+b$ 인 직사각형이므로

$$(\text{어두운 부분의 넓이}) = (a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

287 답 ⑤

$$\overline{ED} = \overline{DC} = \overline{AB} = 3a-1 \text{ 이므로}$$

$$\overline{GH} = \overline{AE} = \overline{AD} - \overline{ED} = (4a+1) - (3a-1) = a+2$$

$$\text{이때 } \overline{AG} = \overline{GH} = a+2 \text{ 이므로}$$

$$\overline{GB} = \overline{AB} - \overline{AG} = (3a-1) - (a+2) = 2a-3$$

$$\therefore \square GBFH = (a+2)(2a-3) = 2a^2 + a - 6$$

288 답 ⑤

(직육면체의 겉넓이)

$$= 2\{(3a-1)(2a+3) + (2a+3)(3a+1) + (3a-1)(3a+1)\}$$

$$= 2\{(6a^2+7a-3) + (6a^2+11a+3) + (9a^2-1)\}$$

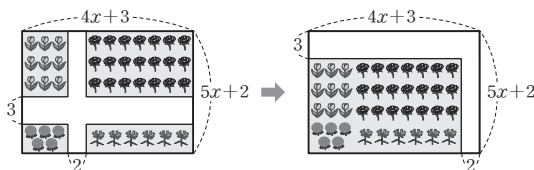
$$= 2(21a^2+18a-1)$$

$$= 42a^2+36a-2$$

$$\text{참고 } (\text{직육면체의 겉넓이}) = (\text{여섯 면의 넓이의 합})$$

$$= (\text{합동인 세 면의 넓이의 합}) \times 2$$

289 답 ③

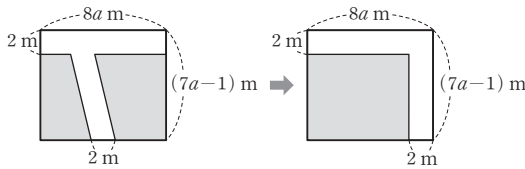


$$\begin{aligned}\therefore (\text{길이를 제외한 꽃밭의 넓이}) &= \{(4x+3)-2\}\{(5x+2)-3\} \\&= (4x+1)(5x-1) \\&= 20x^2+x-1\end{aligned}$$

따라서 $a=20$, $b=1$, $c=-1$ 이므로

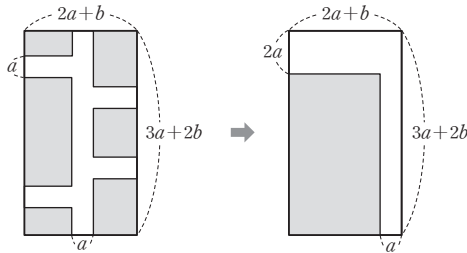
$$ab+c=20 \times 1 + (-1) = 19$$

290 **답 ③**



$$\begin{aligned}\therefore (\text{길을 제외한 땅의 넓이}) &= (8a-2)\{(7a-1)-2\} \\ &= (8a-2)(7a-3) \\ &= 56a^2 - 38a + 6(\text{m}^2)\end{aligned}$$

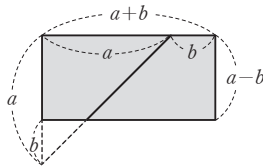
291 **답 ①**



$$\begin{aligned}\therefore (\text{길을 제외한 땅의 넓이}) &= \{(2a+b)-a\}\{3a+2b\} \\ &= (a+b)(a+2b) \\ &= a^2 + 3ab + 2b^2\end{aligned}$$

292 **답 $a^2 - b^2$**

새로 만든 직사각형은 다음 그림과 같다.



$$\begin{aligned}\therefore (\text{직사각형의 넓이}) &= (a+b)(a-b) \\ &= a^2 - b^2\end{aligned}$$

293 **답 $a^2 - 8ab + 8b^2$**

$$\begin{aligned}A &= (a+2b)^2 - 4 \times 2b \times a \\ &= a^2 + 4ab + 4b^2 - 8ab \\ &= a^2 - 4ab + 4b^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B &= 2b(a+2b+a) - 4 \times 2b \times a \\ &= 4ab + 4b^2 - 8ab \\ &= -4ab + 4b^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore A+B &= (a^2 - 4ab + 4b^2) + (-4ab + 4b^2) \\ &= a^2 - 8ab + 8b^2\end{aligned}$$

294 **답 ⑤**

$$\begin{aligned}\textcircled{1} \quad 97^2 &= (100-3)^2 \Rightarrow (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \\ \textcircled{2} \quad 101^2 &= (100+1)^2 \Rightarrow (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \\ \textcircled{3} \quad 53 \times 47 &= (50+3)(50-3) \Rightarrow (a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \\ \textcircled{4} \quad 4.9 \times 5.1 &= (5-0.1)(5+0.1) \Rightarrow (a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \\ \textcircled{5} \quad 101 \times 102 &= (100+1)(100+2) \\ &\Rightarrow (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab\end{aligned}$$

따라서 주어진 곱셈 공식을 이용하여 계산하면 가장 편리한 것은 ⑤이다.

295 **답 ⑤**

$$\begin{aligned}\frac{603^2 - 9}{600} &= \frac{(600 + \boxed{3})^2 - 9}{600} \\ &= \frac{(600^2 + 2 \times 600 \times 3 + 3^2) - 9}{600} \\ &= \frac{600^2 + 2 \times 600 \times \boxed{3}}{600} \\ &= \frac{600^2}{600} + \frac{\boxed{6} \times 600}{600} = 600 + \boxed{6} = \boxed{606}\end{aligned}$$

따라서 □ 안에 알맞은 수로 옳지 않은 것은 ⑤이다.

296 **답 ④**

$$\begin{aligned}86 \times 94 - 89^2 &= (90-4)(90+4) - (90-1)^2 \\ &= (90^2 - 4^2) - (90^2 - 2 \times 90 \times 1 + 1^2) \\ &= 8100 - 16 - 8100 + 180 - 1 = 163\end{aligned}$$

297 **답 ②**

$$\begin{aligned}2023 \times 2031 + 16 &= (2027-4)(2027+4) + 16 \\ &= 2027^2 - 4^2 + 16 = 2027^2\end{aligned}$$

따라서 구하는 자연수는 2027이다.

298 **답 2**

$$\begin{aligned}(2\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3}) &= 2 \times (\sqrt{2})^2 + (-2+1) \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} - (\sqrt{3})^2 \\ &= 4 - \sqrt{6} - 3 = 1 - \sqrt{6}\end{aligned}$$

따라서 $a=1$, $b=-1$ 이므로

$$a-b = 1 - (-1) = 2$$

299 **답 ④**

$$\begin{aligned}(2-\sqrt{3})(a+2\sqrt{3}) &= 2a + (4-a)\sqrt{3} - 6 \\ &= 2a - 6 + (4-a)\sqrt{3}\end{aligned}$$

이 식이 유리수가 되려면 $4-a=0$ 이어야 하므로 $a=4$

300 **답 72**

$$\begin{aligned}A &= (4-\sqrt{6})^2 = 16 - 8\sqrt{6} + 6 = 22 - 8\sqrt{6} \\ B &= (1+2\sqrt{6})^2 = 1 + 4\sqrt{6} + 24 = 25 + 4\sqrt{6} \\ \therefore A+2B &= (22-8\sqrt{6}) + 2(25+4\sqrt{6}) \\ &= 22 - 8\sqrt{6} + 50 + 8\sqrt{6} = 72\end{aligned}$$

채점 기준

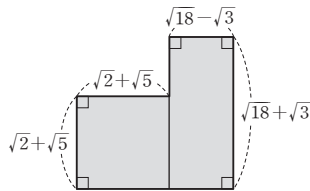
① A의 값 구하기	40%
② B의 값 구하기	40%
③ A+2B의 값 구하기	20%

301 **답 ①**

$$\begin{aligned}\overline{AP} &= \overline{AD} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5} \text{이므로} \\ \text{점 P에 대응하는 수는 } &2 - \sqrt{5} \\ \overline{AQ} &= \overline{AB} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} \text{이므로} \\ \text{점 Q에 대응하는 수는 } &2 + \sqrt{5} \\ \text{따라서 두 수의 곱은} & \\ (2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5}) &= 4-5 = -1\end{aligned}$$

302 [답 22+2√10]

오른쪽 그림과 같이 한 개의 정사각형과 한 개의 직사각형으로 나누면



$$\begin{aligned} &= (\text{도형의 넓이}) \\ &= (\text{정사각형의 넓이}) \\ &\quad + (\text{직사각형의 넓이}) \\ &= (\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 + (\sqrt{18} - \sqrt{3})(\sqrt{18} + \sqrt{3}) \\ &= (2 + 2\sqrt{10} + 5) + (18 - 3) \\ &= 22 + 2\sqrt{10} \end{aligned}$$

303 [답 ③]

$$\begin{aligned} (\sqrt{3}+2)^3(\sqrt{3}-2)^4 &= (\sqrt{3}+2)^3(\sqrt{3}-2)^3(\sqrt{3}-2) \\ &= \{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)\}^3(\sqrt{3}-2) \\ &= (3-4)^3(\sqrt{3}-2) \\ &= -(\sqrt{3}-2) = 2-\sqrt{3} \end{aligned}$$

따라서 $a=2$, $b=-1$ 이므로
 $a+b=2+(-1)=1$

304 [답 ②]

$$\begin{aligned} 3001^2 - 6001 &= (3000+1)^2 - 6001 \\ &= (3000^2 + 2 \times 3000 \times 1 + 1^2) - 6001 \\ &= 3000^2 + 6000 + 1 - 6001 \\ &= 3000^2 \\ &= (3 \times 10^3)^2 \\ &= 9 \times 10^6 \end{aligned}$$

따라서 $a=9$, $n=6$ 이므로
 $a+n=9+6=15$

305 [답 ⑤]

$$\begin{aligned} 2-1 &= 1 \text{이므로} \\ (2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) \\ &= (2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) \\ &= (2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) \\ &= (2^4-1)(2^4+1)(2^8+1) \\ &= (2^8-1)(2^8+1) \\ &= 2^{16}-1 \\ \therefore a &= 16 \end{aligned}$$

306 [답 ①]

$$\begin{aligned} \frac{2}{3\sqrt{2}-4} &= \frac{2(3\sqrt{2}+4)}{(3\sqrt{2}-4)(3\sqrt{2}+4)} \\ &= \frac{6\sqrt{2}+8}{18-16} \\ &= \frac{6\sqrt{2}+8}{2} = 4+3\sqrt{2} \end{aligned}$$

따라서 $a=4$, $b=3$ 이므로
 $a+b=4+3=7$

307 [답 ③]

$$\begin{aligned} \frac{5-\sqrt{3}}{5+\sqrt{3}} - \frac{5+\sqrt{3}}{5-\sqrt{3}} \\ &= \frac{(5-\sqrt{3})^2}{(5+\sqrt{3})(5-\sqrt{3})} - \frac{(5+\sqrt{3})^2}{(5-\sqrt{3})(5+\sqrt{3})} \\ &= \frac{25-10\sqrt{3}+3}{25-3} - \frac{25+10\sqrt{3}+3}{25-3} \\ &= \frac{28-10\sqrt{3}}{22} - \frac{28+10\sqrt{3}}{22} \\ &= \frac{28-10\sqrt{3}-28-10\sqrt{3}}{22} = \frac{-20\sqrt{3}}{22} = -\frac{10\sqrt{3}}{11} \end{aligned}$$

308 [답 ⑤]

$$\begin{aligned} \frac{5}{\sqrt{7}-\sqrt{2}} + \sqrt{63} - \frac{6-3\sqrt{14}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{5(\sqrt{7}+\sqrt{2})}{(\sqrt{7}-\sqrt{2})(\sqrt{7}+\sqrt{2})} + 3\sqrt{7} - \frac{(6-3\sqrt{14}) \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\ &= \frac{5\sqrt{7}+5\sqrt{2}}{7-2} + 3\sqrt{7} - \frac{6\sqrt{2}-6\sqrt{7}}{2} \\ &= (\sqrt{7}+\sqrt{2}) + 3\sqrt{7} - (3\sqrt{2}-3\sqrt{7}) = -2\sqrt{2}+7\sqrt{7} \end{aligned}$$

309 [답 2√15]

$x=4+\sqrt{15}$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{x} = \frac{1}{4+\sqrt{15}} = \frac{4-\sqrt{15}}{(4+\sqrt{15})(4-\sqrt{15})} \\ &= \frac{4-\sqrt{15}}{16-15} = 4-\sqrt{15} \end{aligned}$$

$$\therefore x-y = 4+\sqrt{15} - (4-\sqrt{15}) = 2\sqrt{15}$$

채점 기준

i y 의 값 구하기	60%
ii $x-y$ 의 값 구하기	40%

310 [답 $\frac{9+3\sqrt{5}}{4}$]

$2 < \sqrt{5} < 3$ 에서 $-3 < -\sqrt{5} < -2$ 이므로 $3 < 6-\sqrt{5} < 4$

즉, $6-\sqrt{5}$ 의 정수 부분은 3이므로

$$a=3, b=(6-\sqrt{5})-3=3-\sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{a}{b} &= \frac{3}{3-\sqrt{5}} = \frac{3(3+\sqrt{5})}{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})} \\ &= \frac{9+3\sqrt{5}}{9-5} = \frac{9+3\sqrt{5}}{4} \end{aligned}$$

311 [답 $-1+5\sqrt{2}$]

$$\begin{aligned} \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{49}+\sqrt{50}} \\ &= \frac{1-\sqrt{2}}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})} + \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})} \\ &\quad + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{4}}{(\sqrt{3}+\sqrt{4})(\sqrt{3}-\sqrt{4})} + \dots + \frac{\sqrt{49}-\sqrt{50}}{(\sqrt{49}+\sqrt{50})(\sqrt{49}-\sqrt{50})} \\ &= \frac{1-\sqrt{2}}{1-2} + \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2-3} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{4}}{3-4} + \dots + \frac{\sqrt{49}-\sqrt{50}}{49-50} \\ &= -(1-\sqrt{2}) - (\sqrt{2}-\sqrt{3}) - (\sqrt{3}-\sqrt{4}) - \dots - (\sqrt{49}-\sqrt{50}) \\ &= -1+\sqrt{2}-\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{3}+\sqrt{4}-\dots-\sqrt{49}+\sqrt{50} \\ &= -1+\sqrt{50} = -1+5\sqrt{2} \end{aligned}$$

312 답 ②

$$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab \\ = 14^2 - 2 \times 44 = 108$$

313 답 ①

$$(x+y)^2 = (x-y)^2 + 4xy \\ = 3^2 + 4 \times 2 = 17$$

314 답 ④

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \\ = 4^2 + 2 = 18$$

315 답 ③

$$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab \text{에서} \\ 14 = (-3)^2 - 2ab \\ 2ab = -5 \quad \therefore ab = -\frac{5}{2} \\ \therefore (a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab \\ = (-3)^2 - 4 \times \left(-\frac{5}{2}\right) = 19$$

다른 풀이

$$ab = -\frac{5}{2} \text{이므로} \\ (a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab \\ = 14 - 2 \times \left(-\frac{5}{2}\right) = 19$$

316 답 ③

$$x^2 + 2x + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2x + \frac{2}{x} \\ = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 + 2\left(x + \frac{1}{x}\right) \\ = (-7)^2 - 2 + 2 \times (-7) = 33$$

317 답 ⑤

$$x \neq 0 \text{이므로 } x^2 - 7x - 1 = 0 \text{의 양변을 } x \text{로 나누면} \\ x - 7 - \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x - \frac{1}{x} = 7 \\ \therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \\ = 7^2 + 2 = 51$$

318 답 $-\sqrt{21}$

$$x \neq 0 \text{이므로 } x^2 + 5x + 1 = 0 \text{의 양변을 } x \text{로 나누면} \\ x + 5 + \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x + \frac{1}{x} = -5 \quad \dots\dots \text{①} \\ \therefore \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = (-5)^2 - 4 = 21 \quad \dots\dots \text{②}$$

따라서 $x - \frac{1}{x} = \pm\sqrt{21}$ 이고, $x < -1$ 에서 $\frac{1}{x} > -1$, 즉 $-\frac{1}{x} < 1$

이므로 $x - \frac{1}{x} < 0$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = -\sqrt{21} \quad \dots\dots \text{③}$$

채점 기준

① $x + \frac{1}{x}$ 의 값 구하기	30%
② $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$ 의 값 구하기	40%
③ $x - \frac{1}{x}$ 의 값 구하기	30%

319 답 ⑤

$$x = \frac{2}{3 + \sqrt{7}} = \frac{2(3 - \sqrt{7})}{(3 + \sqrt{7})(3 - \sqrt{7})} \\ = \frac{2(3 - \sqrt{7})}{9 - 7} = 3 - \sqrt{7} \\ y = \frac{2}{3 - \sqrt{7}} = \frac{2(3 + \sqrt{7})}{(3 - \sqrt{7})(3 + \sqrt{7})} \\ = \frac{2(3 + \sqrt{7})}{9 - 7} = 3 + \sqrt{7} \\ \therefore x + y = (3 - \sqrt{7}) + (3 + \sqrt{7}) = 6 \\ xy = (3 - \sqrt{7})(3 + \sqrt{7}) = 9 - 7 = 2 \\ \therefore x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy \\ = 6^2 - 2 \times 2 = 32$$

320 답 -2

$$x - \frac{4}{x} = \sqrt{5} - 1 - \frac{4}{\sqrt{5} - 1} \\ = \sqrt{5} - 1 - \frac{4(\sqrt{5} + 1)}{(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1)} \\ = \sqrt{5} - 1 - \frac{4(\sqrt{5} + 1)}{5 - 1} \\ = \sqrt{5} - 1 - (\sqrt{5} + 1) = -2$$

321 답 ①

$$x = \sqrt{5} + 2 \text{에서 } x - 2 = \sqrt{5} \\ \text{양변을 제곱하면} \\ (x - 2)^2 = (\sqrt{5})^2, x^2 - 4x + 4 = 5 \\ \therefore x^2 - 4x = 1 \\ \therefore x^2 - 4x - 3 = 1 - 3 = -2$$

다른 풀이

$$x = \sqrt{5} + 2 \text{이므로} \\ x^2 - 4x - 3 = (\sqrt{5} + 2)^2 - 4(\sqrt{5} + 2) - 3 \\ = 5 + 4\sqrt{5} + 4 - 4\sqrt{5} - 8 - 3 \\ = -2$$

322 답 ④

$$x = -3 - 2\sqrt{5} \text{에서 } x + 3 = -2\sqrt{5} \\ \text{양변을 제곱하면} \\ (x + 3)^2 = (-2\sqrt{5})^2, x^2 + 6x + 9 = 20 \\ \therefore x^2 + 6x = 11 \\ \therefore \sqrt{2x^2 + 12x + 5} = \sqrt{2(x^2 + 6x) + 5} \\ = \sqrt{2 \times 11 + 5} \\ = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

323 답 ②

$$x = \frac{3}{\sqrt{2}+1} = \frac{3(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = 3\sqrt{2}-3 \text{ 이므로}$$

$$x+3=3\sqrt{2}$$

양변을 제곱하면

$$(x+3)^2 = (3\sqrt{2})^2, x^2+6x+9=18$$

$$\therefore x^2+6x=9$$

$$\therefore x^2+6x-5=9-5=4$$

324 답 5

$$2\sqrt{6} = \sqrt{24} \text{ 이고 } 4 < \sqrt{24} < 5 \text{ 이므로 } 1 < 2\sqrt{6}-3 < 2$$

즉, $2\sqrt{6}-3$ 의 정수 부분은 1이므로

$$x = (2\sqrt{6}-3) - 1 = 2\sqrt{6}-4$$

$$\therefore x+4=2\sqrt{6}$$

양변을 제곱하면

$$(x+4)^2 = (2\sqrt{6})^2, x^2+8x+16=24$$

$$\therefore x^2+8x=8$$

$$\therefore x^2+8x-3=8-3=5$$

325 답 ②

$$(x-2)(y+2)=12 \text{ 에서 } xy+2(x-y)-4=12$$

$$\text{이때 } xy=-6 \text{ 이므로 } -6+2(x-y)-4=12$$

$$2(x-y)=22 \quad \therefore x-y=11$$

$$\therefore x^2+xy+y^2 = (x-y)^2+3xy$$

$$= 11^2+3 \times (-6) = 103$$

326 답 ①

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = (\sqrt{3})^2 + 2 = 5$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 = 5^2 - 2 = 23$$

$$x^8 + \frac{1}{x^8} = \left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right)^2 - 2 = 23^2 - 2 = 527$$

따라서 구하는 십의 자리의 숫자는 2이다.

최고수준 도전 기출

68~69쪽

327 답 ②

전략 $1+\sqrt{2}$ 를 하나의 항으로 생각하여 분모를 유리화한다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} &= \frac{(1+\sqrt{2})-\sqrt{3}}{\{(1+\sqrt{2})+\sqrt{3}\}\{(1+\sqrt{2})-\sqrt{3}\}} \\ &= \frac{(1+\sqrt{2})-\sqrt{3}}{(1+\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2} \\ &= \frac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{1+2\sqrt{2}+2-3} \\ &= \frac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \\ &= \frac{(1+\sqrt{2}-\sqrt{3}) \times \sqrt{2}}{2\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\ &= \frac{2+\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4} \end{aligned}$$

따라서 $a=2, b=1, c=-1$ 이므로

$$a+b+c=2+1+(-1)=2$$

328 답 $-a^2+3ab-2b^2$

전략 $\square ABFE, \square EGHD$ 가 정사각형임을 알고 길이가 같은 선분을 이용하여 구하는 $\square GFCH$ 의 가로, 세로의 길이를 각각 a, b 로 나타낸다.

$\square ABFE$ 는 정사각형이므로

$$\overline{BF} = \overline{AB} = b$$

$$\therefore \overline{FC} = \overline{BC} - \overline{BF} = a - b$$

$\square EGHD$ 는 정사각형이므로

$$\overline{DH} = \overline{GH} = \overline{FC} = a - b$$

$$\therefore \overline{HC} = \overline{DC} - \overline{DH}$$

$$= b - (a - b)$$

$$= b - a + b = -a + 2b$$

$$\therefore \square GFCH = \overline{FC} \times \overline{HC}$$

$$= (a - b)(-a + 2b)$$

$$= -a^2 + 2ab + ab - 2b^2$$

$$= -a^2 + 3ab - 2b^2$$

329 답 ③

전략 2^x 과 2^y 의 값은 제곱근의 부호만 서로 다르므로 곱셈 공식 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 을 이용하여 간단히 한다.

$$2^x \times 2^y = (12-4\sqrt{7})(12+4\sqrt{7})$$

$$= 144 - 112$$

$$= 32 = 2^5$$

$$\text{즉, } 2^x \times 2^y = 2^{x+y} = 2^5 \text{ 이므로}$$

$$x+y=5$$

$$\therefore (x+y)^2 = 5^2 = 25$$

330 답 8

전략 $\frac{1}{2} \times (3-1)=1$ 을 곱하여 곱셈 공식 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 을 이용한다.

$$3-1=2 \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{2}(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)$$

$$= \frac{1}{2}(3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)$$

$$= \frac{1}{2}(3^4-1)(3^4+1)(3^8+1)$$

$$= \frac{1}{2}(3^8-1)(3^8+1)$$

$$= \frac{1}{2}(3^{16}-1)$$

$$= \frac{1}{2} \times 3^{16} - \frac{1}{2}$$

따라서 $a=16, b=\frac{1}{2}$ 이므로

$$ab = 16 \times \frac{1}{2} = 8$$

331 답 $\frac{43}{3}$

전략 주어진 조건의 식을 정리하여 곱셈 공식의 변형을 이용할 수 있도록 xy , $x+y$ 의 값을 구한다.

(가)에서 $(x^2+2xy+y^2)-(x^2-2xy+y^2)=12$ 이므로

$$4xy=12 \quad \therefore xy=3$$

(나)에서 $1-3(x+y)+9xy=7$ 이므로

$$9xy-3(x+y)-6=0, 3xy-(x+y)-2=0$$

이때 $xy=3$ 이므로 $9-(x+y)-2=0$

$$\therefore x+y=7$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{x}{y} + \frac{y}{x} &= \frac{x^2+y^2}{xy} \\ &= \frac{(x+y)^2-2xy}{xy} \\ &= \frac{7^2-2 \times 3}{3} = \frac{43}{3} \end{aligned}$$

332 답 95

전략 $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{5}$ 의 식을 변형하여 식의 값을 구하고, 네 개의 일차식의 곱은 공통부분이 나올 수 있도록 두 일차식끼리 짝을 지어 전개한다.

$\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{5}$ 의 양변을 제곱하면

$$\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 = (\sqrt{5})^2, x+2+\frac{1}{x}=5$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 3$$

이 식의 양변에 x 를 곱하면

$$x^2+1=3x \quad \therefore x^2-3x=-1$$

$$\begin{aligned} \therefore (x+3)(x+1)(x-4)(x-6) \\ &= \{(x+3)(x-6)\} \{(x+1)(x-4)\} \\ &= (x^2-3x-18)(x^2-3x-4) \\ &= (-1-18) \times (-1-4) \\ &= -19 \times (-5) = 95 \end{aligned}$$

333 답 $126-24\sqrt{5}$

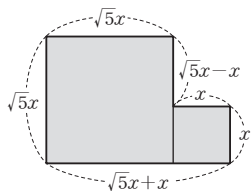
전략 작은 정사각형의 한 변의 길이를 x 라 하고 넓이의 비를 이용하여 큰 정사각형의 한 변의 길이를 정리한 후 주어진 둘레의 길이를 이용하여 x 의 값을 구한다.

작은 정사각형의 한 변의 길이를 x 라 하면 두 정사각형의 넓이의 비가 5 : 1이므로

$$(\text{큰 정사각형의 한 변의 길이}) : x = \sqrt{5} : 1$$

$$\therefore (\text{큰 정사각형의 한 변의 길이}) = \sqrt{5}x$$

즉, 주어진 도형에서 각 변의 길이는 다음 그림과 같다.



이때 주어진 도형의 둘레의 길이가 38이므로

$$4\sqrt{5}x+2x=38, (2\sqrt{5}+1)x=19$$

$$\begin{aligned} \therefore x &= \frac{19}{2\sqrt{5}+1} \\ &= \frac{19(2\sqrt{5}-1)}{(2\sqrt{5}+1)(2\sqrt{5}-1)} \\ &= \frac{19(2\sqrt{5}-1)}{20-1} = 2\sqrt{5}-1 \end{aligned}$$

따라서 주어진 도형의 넓이는 $5x^2+x^2=6x^2$ 이므로

$$\begin{aligned} 6x^2 &= 6(2\sqrt{5}-1)^2 = 6(20-4\sqrt{5}+1) \\ &= 6(21-4\sqrt{5}) = 126-24\sqrt{5} \end{aligned}$$

참고 넓은 두 평면도형의 넓음비가 $m : n$ 일 때

① 둘레의 길이의 비 $\Rightarrow m : n$

② 넓이의 비 $\Rightarrow m^2 : n^2$

334 답 60

전략 $f(1), f(2), f(3), \dots$ 의 값을 각각 구한 후 규칙을 찾는다.

$1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로 $\sqrt{3}$ 의 소수 부분은

$$f(1) = \sqrt{3} - 1$$

$$\frac{1}{f(1)} = \frac{1}{\sqrt{3}-1} = \frac{\sqrt{3}+1}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{\sqrt{3}+1}{3-1} = \frac{\sqrt{3}+1}{2} \text{ 이고,}$$

$2 < \sqrt{3}+1 < 3$ 에서 $1 < \frac{\sqrt{3}+1}{2} < \frac{3}{2}$ 이므로

$\frac{1}{f(1)}$ 의 소수 부분은

$$f(2) = \frac{\sqrt{3}+1}{2} - 1 = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

$$\frac{1}{f(2)} = \frac{2}{\sqrt{3}-1} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{3-1} = \sqrt{3}+1$$

이고, $2 < \sqrt{3}+1 < 3$ 이므로

$\frac{1}{f(2)}$ 의 소수 부분은

$$f(3) = (\sqrt{3}+1) - 2 = \sqrt{3}-1$$

$$\frac{1}{f(3)} = \frac{1}{\sqrt{3}-1} = \frac{\sqrt{3}+1}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{\sqrt{3}+1}{3-1} = \frac{\sqrt{3}+1}{2} \text{ 이고,}$$

$2 < \sqrt{3}+1 < 3$ 에서 $1 < \frac{\sqrt{3}+1}{2} < \frac{3}{2}$ 이므로

$\frac{1}{f(3)}$ 의 소수 부분은

$$f(4) = \frac{\sqrt{3}+1}{2} - 1 = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

같은 방법으로 계속하면

$$f(1)=f(3)=f(5)=\dots=f(39)=\sqrt{3}-1$$

$$f(2)=f(4)=f(6)=\dots=f(40)=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

$$\therefore f(1)+f(2)+f(3)+\dots+f(40)$$

$$= 20 \times (\sqrt{3}-1) + 20 \times \frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

$$= 20\sqrt{3} - 20 + 10\sqrt{3} - 10$$

$$= -30 + 30\sqrt{3}$$

따라서 $a = -30$, $b = 30$ 이므로

$$b-a = 30 - (-30) = 60$$

04 인수분해

난이도별 필수 기출

72~87쪽

335 [답] ④

$$② \ 3(x+2)=3 \times (x+2)$$

$$③ \ x(x+2)=x \times (x+2)$$

$$④ \ (x+2)-2=x$$

$$⑤ \ (x+2)(x-2)=(x+2) \times (x-2)$$

따라서 $x+2$ 를 인수로 갖지 않는 것은 ④이다.

336 [답] ①

$$x(x+3)(x-5)=x \times \underbrace{(x+3)}_{②} \times (x-5)$$

$$=(x+3) \times \underbrace{x(x-5)}_{③}$$

$$=\underbrace{x(x+3)}_{④} \times (x-5)$$

$$=x \times \underbrace{(x+3)(x-5)}_{⑤}$$

따라서 $x(x+3)(x-5)$ 의 인수가 아닌 것은 ①이다.

337 [답] ④

④ ㉔의 과정에서 분배법칙이 이용된다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

338 [답] ⑤

$$4y(5x-2y)=20xy-8y^2 \text{이므로 } a=20$$

339 [답] ③

$$\underbrace{xy^2(2x^2+1)}_{\text{㉓}} = \underbrace{y \times xy(2x^2+1)}_{\text{㉔}} = \underbrace{xy \times y(2x^2+1)}_{\text{㉕}}$$

340 [답] ⑤

$$4a^2b-12ab=\underbrace{ab(4a-12)}_{①}$$

$$=4b(\underbrace{a^2-3a}_{②})$$

$$=4a(\underbrace{ab-3b}_{③})$$

$$=b(4a^2-12a)=b \times \underbrace{4a(a-3)}_{④}$$

따라서 $4a^2b-12ab$ 의 인수가 아닌 것은 ⑤이다.

341 [답] ⑤

$$⑤ \ (a-3)x+bx=x(a-3+b)$$

따라서 인수분해한 것이 옳지 않은 것은 ⑤이다.

342 [답] 2

$$2x(2y-1)+(1-2y)=2x(2y-1)-(2y-1) \\ = (2x-1)(2y-1)$$

따라서 $a=2, b=-1, c=2, d=-1$ 이므로

$$a+b+c+d=2+(-1)+2+(-1)=2$$

343 [답] $2x$

$$(x-3)(x+7)-4(x-3)=(x-3)\{(x+7)-4\} \\ = (x-3)(x+3) \quad \dots\dots \textcircled{i}$$

따라서 구하는 두 일차식의 합은

$$(x-3)+(x+3)=2x \quad \dots\dots \textcircled{ii}$$

채점 기준

① 주어진 식을 인수분해하기

70%

② 두 일차식의 합 구하기

30%

344 [답] ③

$$\frac{1}{4}x^2-4x+16=\left(\frac{1}{2}x-4\right)^2$$

따라서 $\frac{1}{4}x^2-4x+16$ 의 인수는 ③이다.

345 [답] ④

$$x^2+14x+a=x^2+2 \times x \times 7+a \text{이므로}$$

$$a=7^2=49$$

346 [답] ①

$$a^2-144=a^2-12^2=(a+12)(a-12)$$

따라서 구하는 두 일차식의 합은

$$(a+12)+(a-12)=2a$$

347 [답] ③

$$x^2+6x+8=(x+4)(x+2)$$

이때 $a>b$ 이므로 $a=4, b=2$

$$\therefore a+b=4+2=6$$

348 [답] ①, ⑤

$$2x^2+3x-5=(x-1)(2x+5)$$

따라서 $2x^2+3x-5$ 의 인수는 ①, ⑤이다.

349 [답] ②

$$12x^2-13x-14=(3x+2)(4x-7) \text{이므로}$$

$$a=3, b=2, c=4, d=-7$$

$$\therefore ab+cd=3 \times 2+4 \times (-7)=-22$$

350 [답] ⑤

$$⑤ \ 2x^2-5x-3=(x-3)(2x+1)$$

따라서 인수분해한 것이 옳지 않은 것은 ⑤이다.

351 [답] ③

$$① \ x^2-2x-15=(x+\boxed{3})(x-5)$$

$$② \ 9x^2+12xy+4y^2=(3x+\boxed{2}y)^2$$

$$③ \ 2x^2+5x-7=(x-1)(2x+\boxed{7})$$

$$④ \ 16x^2-4y^2=\boxed{4}(2x+y)(2x-y)$$

$$⑤ \ 3x^2-xy-10y^2=(x-2y)(3x+\boxed{5}y)$$

따라서 $\square$ 안에 알맞은 수가 가장 큰 것은 ③이다.

352 [답 ⑤]

$$① 2x^2 - 4x + 2 = 2(x^2 - 2x + 1) = 2(x-1)^2$$

$$② a^2 + 8ab + 16b^2 = (a+4b)^2$$

$$③ 9x^2 + 6x + 1 = (3x+1)^2$$

$$④ x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} = \left(x - \frac{1}{4}\right)^2$$

$$⑤ a^2 - 10ab + 16b^2 = (a-2b)(a-8b)$$

따라서 완전제곱식으로 인수분해할 수 없는 것은 ⑤이다.

353 [답 ④]

$$(2x-1)(2x+3)+k=4x^2+4x-3+k$$

$$= (2x)^2 + 2 \times 2x \times 1 - 3 + k$$

$$\therefore -3+k=1^2 \quad \therefore k=4$$

354 [답 ④]

$$① x^2 + 10x + 21 = (x+3)(x+7)$$

$$② x^2 - 2x - 15 = (x+3)(x-5)$$

$$③ x^2 + x - 6 = (x-2)(x+3)$$

$$④ x^2 + 5x - 24 = (x-3)(x+8)$$

$$⑤ x^2 - 3x - 18 = (x+3)(x-6)$$

따라서 $x+3$ 을 인수로 갖지 않는 다항식은 ④이다.

355 [답 ②]

$$\neg. x^2 - 9x + 18 = (x-3)(x-6)$$

$$\neg. 3x^2 - 21x + 30 = 3(x^2 - 7x + 10) = 3(x-2)(x-5)$$

$$\neg. x^2 - 9 = (x+3)(x-3)$$

$$\neg. 2x^2 + x - 15 = (x+3)(2x-5)$$

따라서 $x-3$ 을 인수로 갖는 다항식은 $\neg.$, $\neg.$ 이다.

356 [답 1]

$$-36x^2 + 16y^2 = -4(9x^2 - 4y^2)$$

$$= -4\{(3x)^2 - (2y)^2\}$$

$$= -4(3x+2y)(3x-2y)$$

따라서 $a=-4$, $b=3$, $c=2$ 이므로

$$a+b+c = -4+3+2=1$$

채점 기준

i 주어진 식의 좌변을 인수분해하기	70%
ii a , b , c 의 값 구하기	20%
iii $a+b+c$ 의 값 구하기	10%

357 [답 ④]

$$16x^2 - 25y^2 = (4x+5y)(4x-5y)$$

$$4x^2 + 3xy - 10y^2 = (x+2y)(4x-5y)$$

따라서 두 다항식의 공통인 인수는 $4x-5y$ 이다.

358 [답 ④]

$$3x^2 - 11x - 20 = (x-5)(3x+4)$$

$$① x^2 - 25 = (x+5)(x-5)$$

$$② 9x^2 - 16 = (3x+4)(3x-4)$$

$$③ 6x^2 + 5x - 4 = (2x-1)(3x+4)$$

$$④ x^2 + 3x - 10 = (x-2)(x+5)$$

$$⑤ 3x^2 - 16x + 5 = (x-5)(3x-1)$$

따라서 $3x^2 - 11x - 20$ 과 공통인 인수를 갖지 않는 것은 ④이다.

359 [답 ⑤]

$$x^3 - x = x(x^2 - 1) = x(x+1)(x-1)$$

따라서 $x^3 - x$ 의 인수가 아닌 것은 ⑤이다.

360 [답 ④]

$$(x+1)(x+3) - 15 = x^2 + 4x + 3 - 15$$

$$= x^2 + 4x - 12$$

$$= (x-2)(x+6)$$

따라서 구하는 두 일차식의 합은

$$(x-2) + (x+6) = 2x+4$$

361 [답 ①]

$3x^2 + ax - 8$ 의 다른 한 인수를 $3x+m$ (m 은 상수)으로 놓으면

$$3x^2 + ax - 8 = (x-4)(3x+m)$$

$$= 3x^2 + (m-12)x - 4m$$

따라서 $a=m-12$, $-8=-4m$ 이므로

$$m=2, a=2-12=-10$$

362 [답 ②]

$3x^2 + 7xy + ay^2$ 의 다른 한 인수를 $3x+my$ (m 은 상수)로 놓으면

$$3x^2 + 7xy + ay^2 = (x+3y)(3x+my)$$

$$= 3x^2 + (m+9)xy + 3my^2$$

즉, $7=m+9$, $a=3m$ 이므로

$$m=-2, a=3 \times (-2) = -6$$

$$\therefore 3x^2 + 7xy - 6y^2 = (x+3y)(3x-2y)$$

363 [답 ①]

$$(2x+b)(3x-4) = 6x^2 + (-8+3b)x - 4b$$

$$= 6x^2 + (4a-7)x - 12$$

$$-4b = -12 \text{이므로 } b=3$$

$$-8+3b = 4a-7 \text{이므로 } -8+3 \times 3 = 4a-7$$

$$4a=8 \quad \therefore a=2$$

$$\therefore a-b = 2-3 = -1$$

364 [답 ①]

$$ax^2 + 12x + b = (2x+c)^2 \text{에서}$$

$$ax^2 + 12x + b = 4x^2 + 4cx + c^2$$

따라서 $a=4$, $12=4c$, $b=c^2$ 이므로

$$a=4, c=3, b=3^2=9$$

$$\therefore a+b+c = 4+9+3=16$$

365 [답 4]

$$ax^2 + 12xy + 9y^2 = ax^2 + 2 \times 2x \times 3y + (3y)^2 \text{이므로}$$

$$ax^2 = (2x)^2 = 4x^2 \quad \therefore a=4$$

$$\frac{1}{4}x^2 + bx + 1 = \left(\frac{1}{2}x \pm 1\right)^2 \text{이므로}$$

$$b = \pm 2 \times \frac{1}{2} \times 1 = \pm 1$$

이때 $b > 0$ 이므로 $b = 1$

$$\therefore ab = 4 \times 1 = 4$$

..... ii

..... iii

채점 기준

i a의 값 구하기	40%
ii b의 값 구하기	40%
iii ab의 값 구하기	20%

366 답 ②

① $x^2 - 2x + \square = x^2 - 2 \times x \times 1 + \square$ 이므로

$$\square = 1^2 = 1$$

② $\square x^2 + 4x + 1 = \square x^2 + 2 \times 2x \times 1 + 1^2$ 이므로

$$\square = 2^2 = 4$$

③ $x^2 + \square xy + \frac{1}{16}y^2 = \left(x \pm \frac{1}{4}y\right)^2$ 이므로

$$\square = \pm 2 \times 1 \times \frac{1}{4} = \pm \frac{1}{2}$$

④ $9x^2 + 6x + \square = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 1 + \square$ 이므로

$$\square = 1^2 = 1$$

⑤ $4y^2 + \square y + \frac{1}{4} = \left(2y \pm \frac{1}{2}\right)^2$ 이므로

$$\square = \pm 2 \times 2 \times \frac{1}{2} = \pm 2$$

따라서 $\square$ 안에 알맞은 수 중 그 절댓값이 가장 큰 것은 ②이다.

367 답 ②

$$16x^2 + (6k-2)x + 25 = (4x \pm 5)^2 \text{이므로}$$

$$6k-2 = \pm 2 \times 4 \times 5 = \pm 40$$

$$6k-2 = 40 \text{에서 } 6k = 42 \quad \therefore k = 7$$

$$6k-2 = -40 \text{에서 } 6k = -38 \quad \therefore k = -\frac{19}{3}$$

따라서 구하는 모든 k 의 값의 합은

$$7 + \left(-\frac{19}{3}\right) = \frac{2}{3}$$

368 답 ④

$$-1 < x < 5 \text{에서 } x+1 > 0 \text{이므로 } 3x+3 > 0, x-5 < 0$$

$$\therefore \sqrt{9x^2 + 18x + 9} + \sqrt{x^2 - 10x + 25}$$

$$= \sqrt{(3x+3)^2} + \sqrt{(x-5)^2}$$

$$= (3x+3) - (x-5)$$

$$= 3x+3-x+5 = 2x+8$$

369 답 ①

$$-\frac{1}{4} < x < \frac{1}{10} \text{에서}$$

$$x + \frac{1}{4} > 0 \text{이므로 } 2x + \frac{1}{2} > 0, x - \frac{1}{10} < 0 \text{이므로 } 5x - \frac{1}{2} < 0$$

$$\therefore \sqrt{4x^2 + 2x + \frac{1}{4}} + \sqrt{25x^2 - 5x + \frac{1}{4}}$$

$$= \sqrt{\left(2x + \frac{1}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(5x - \frac{1}{2}\right)^2}$$

$$= \left(2x + \frac{1}{2}\right) - \left(5x - \frac{1}{2}\right)$$

$$= 2x + \frac{1}{2} - 5x + \frac{1}{2} = -3x + 1$$

370 답 ①

$a-b > 0$ 에서 $a > b$ 이고, $ab < 0$ 에서 a, b 의 부호가 서로 다르므로 $a > 0, b < 0$

따라서 $2b < 0, 2a-b = a + (a-b) > 0$ 이므로

$$\sqrt{a^2 - \sqrt{b^2} + \sqrt{4b^2} - \sqrt{4a^2 - 4ab + b^2}}$$

$$= \sqrt{a^2 - \sqrt{b^2} + \sqrt{(2b)^2} - \sqrt{(2a-b)^2}}$$

$$= a - (-b) - 2b - (2a-b)$$

$$= a + b - 2b - 2a + b = -a$$

371 답 $(x-5)(x+8)$

연정이는 x 의 계수를 제대로 보았으므로

$$(x-2)(x+5) = x^2 + 3x - 10$$

에서 처음 이차식의 x 의 계수는 3이다.

태선은 상수항을 제대로 보았으므로

$$(x-4)(x+10) = x^2 + 6x - 40$$

에서 처음 이차식의 상수항은 -40 이다.

따라서 처음 이차식은 $x^2 + 3x - 40$ 이므로 바르게 인수분해하면

$$x^2 + 3x - 40 = (x-5)(x+8)$$

372 답 ③

$x^2 + Ax - 12$ 의 다른 한 인수를 $x+m$ (m 은 상수)으로 놓으면

$$x^2 + Ax - 12 = (x+2)(x+m)$$

$$= x^2 + (m+2)x + 2m$$

즉, $A = m+2, -12 = 2m$ 이므로

$$m = -6, A = -6+2 = -4$$

$2x^2 + x + B$ 의 다른 한 인수를 $2x+n$ (n 은 상수)으로 놓으면

$$2x^2 + x + B = (x+2)(2x+n)$$

$$= 2x^2 + (n+4)x + 2n$$

즉, $1 = n+4, B = 2n$ 이므로

$$n = -3, B = 2 \times (-3) = -6$$

$$\therefore A+B = -4 + (-6) = -10$$

373 답 ⑤

$$a^8 - 1 = \{(a^4)^2 - 1\}$$

$$= (a^4 + 1)(a^4 - 1)$$

$$= (a^4 + 1)\{(a^2)^2 - 1\}$$

$$= (a^4 + 1)(a^2 + 1)(a^2 - 1)$$

$$= (a^4 + 1)(a^2 + 1)(a+1)(a-1)$$

따라서 $a^8 - 1$ 의 인수가 아닌 것은 ⑤이다.

374 답 ②

$\sqrt{x} = a-1$ 의 양변을 제곱하면 $x = (a-1)^2$ 이므로

$$\sqrt{x-4a+8} + \sqrt{x+6a+3}$$

$$= \sqrt{(a-1)^2 - 4a + 8} + \sqrt{(a-1)^2 + 6a + 3}$$

$$= \sqrt{a^2 - 2a + 1 - 4a + 8} + \sqrt{a^2 - 2a + 1 + 6a + 3}$$

$$= \sqrt{a^2 - 6a + 9} + \sqrt{a^2 + 4a + 4}$$

$$= \sqrt{(a-3)^2} + \sqrt{(a+2)^2}$$

이때 $1 < a < 3$ 에서 $a-3 < 0, a+2 > 0$ 이므로

$$\sqrt{(a-3)^2} + \sqrt{(a+2)^2} = -(a-3) + (a+2)$$

$$= -a + 3 + a + 2 = 5$$

375 [답 ②]

$$x^2-8x+15=(x-3)(x-5), 2x^2-9x-5=(x-5)(2x+1)$$

이므로 두 다항식의 공통인 인수는 $x-5$ 이다.

이때 $2x^2+ax-30$ 의 다른 한 인수를 $2x+m$ (m 은 상수)으로 놓으면

$$2x^2+ax-30=(x-5)(2x+m) \\ =2x^2+(m-10)x-5m$$

따라서 $a=m-10, -30=-5m$ 이므로

$$m=6, a=6-10=-4$$

376 [답 $(x-1)(3x-1)$]

지호는 x 의 계수와 상수항을 제대로 보았으므로

$$(2x-1)^2=4x^2-4x+1$$

에서 처음 이차식의 x 의 계수는 -4 , 상수항은 1 이다. ①

영주는 x^2 의 계수와 x 의 계수를 제대로 보았으므로

$$(x-4)(3x+8)=3x^2-4x-32$$

에서 처음 이차식의 x^2 의 계수는 3 , x 의 계수는 -4 이다. ②

따라서 처음 이차식은 $3x^2-4x+1$ 이므로 바르게 인수분해하면

$$3x^2-4x+1=(x-1)(3x-1) \quad \dots\dots ③$$

채점 기준

① 처음 이차식의 x 의 계수와 상수항 구하기	40%
② 처음 이차식의 x^2 의 계수와 x 의 계수 구하기	40%
③ 처음 이차식을 바르게 인수분해하기	20%

377 [답 ③]

$$x^2+kx-20=(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$$

에서 $ab=-20$ 을 만족시키는 정수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 는

$$(-20, 1), (-10, 2), (-5, 4), (-4, 5), (-2, 10), \\ (-1, 20), (1, -20), (2, -10), (4, -5), (5, -4), \\ (10, -2), (20, -1)$$

이때 $k=a+b$ 이므로 k 의 값이 될 수 있는 수는 $-19, -8, -1, 1, 8, 19$ 이다.

378 [답 ②]

$$x^2+15x+2k=(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$$

에서 $a+b=15$ 를 만족시키는 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 는

$$(1, 14), (2, 13), (3, 12), (4, 11), \dots, (13, 2), (14, 1)$$

이때 $2k=ab$ 에서 $k=\frac{ab}{2}$ 이므로

k 의 값이 될 수 있는 가장 작은 수 c 는 (a, b) 가 $(1, 14)$ 또는

$$(14, 1) \text{ 일 때 } c=\frac{1 \times 14}{2}=\frac{14 \times 1}{2}=7$$

k 의 값이 될 수 있는 가장 큰 수 d 는 (a, b) 가 $(7, 8)$ 또는 $(8, 7)$

$$\text{일 때 } d=\frac{7 \times 8}{2}=\frac{8 \times 7}{2}=28$$

$$\therefore d-c=28-7=21$$

379 [답 ⑤]

$3x^2+ax-2$ 에서 x^2 의 계수는 $3=1 \times 3$ 이고, 상수항은

$-2=(-1) \times 2=1 \times (-2)$ 이므로 다음의 네 가지로 인수분해되

는 경우를 생각할 수 있다.

$$(i) 3x^2+ax-2=(x-1)(3x+2) \text{ 일 때,}$$

$$3x^2-x-2 \text{ 이므로 } a=-1$$

$$(ii) 3x^2+ax-2=(x+2)(3x-1) \text{ 일 때,}$$

$$3x^2+5x-2 \text{ 이므로 } a=5$$

$$(iii) 3x^2+ax-2=(x+1)(3x-2) \text{ 일 때,}$$

$$3x^2+x-2 \text{ 이므로 } a=1$$

$$(iv) 3x^2+ax-2=(x-2)(3x+1) \text{ 일 때,}$$

$$3x^2-5x-2 \text{ 이므로 } a=-5$$

(i)~(iv)에서 a 의 값이 될 수 있는 것은 $-5, -1, 1, 5$ 이다.

380 [답 ①]

$$xy-x-y+1=x(y-1)-(y-1)$$

$$=(x-1)(y-1)$$

381 [답 ③]

$2x+1=X$ 로 놓으면

$$2(2x+1)^2-3(2x+1)-5=2X^2-3X-5 \\ =(X+1)(2X-5) \\ =(2x+1+1)\{2(2x+1)-5\} \\ =(2x+2)(4x-3) \\ =2(x+1)(4x-3)$$

따라서 $A=2, B=1, C=3$ 이므로

$$A+B+C=2+1+3=6$$

382 [답 ③]

$3a-1=A$ 로 놓으면

$$(3a-1)^2+3(1-3a)+2=(3a-1)^2-3(3a-1)+2 \\ =A^2-3A+2 \\ =(A-1)(A-2) \\ =(3a-1-1)(3a-1-2) \\ =(3a-2)(3a-3) \\ =3(a-1)(3a-2)$$

따라서 $(3a-1)^2+3(1-3a)+2$ 의 인수는 ③이다.

383 [답 ⑤]

$a+b=A$ 로 놓으면

$$(a+b)(a+b+2)-3=A(A+2)-3 \\ =A^2+2A-3 \\ =(A-1)(A+3) \\ =(a+b-1)(a+b+3)$$

384 [답 $6x+12y$]

$3x+6y=A$ 로 놓으면

$$(4+3x+6y)(3x+6y-4)-9=(4+A)(A-4)-9 \\ =(A^2-16)-9 \\ =A^2-25 \\ =(A+5)(A-5) \\ =(3x+6y+5)(3x+6y-5)$$

따라서 구하는 두 일차식의 합은

$$(3x+6y+5)+(3x+6y-5)=6x+12y$$

396 [답 ①]

$$\begin{aligned}
 & x(x+1)(x+2)(x+3)-24 \\
 &= \{x(x+3)\}\{(x+1)(x+2)\}-24 \\
 &= (x^2+3x)(x^2+3x+2)-24 \\
 & x^2+3x=A \text{로 놓으면} \\
 & A(A+2)-24=A^2+2A-24 \\
 &= (A-4)(A+6) \\
 &= (x^2+3x-4)(x^2+3x+6) \\
 &= (x-1)(x+4)(x^2+3x+6)
 \end{aligned}$$

따라서 주어진 식의 인수가 아닌 것은 ①이다.

397 [답 ③]

$$\begin{aligned}
 & 3xy-6x-y+2=10 \text{에서} \\
 & 3x(y-2)-(y-2)=10 \quad \therefore (3x-1)(y-2)=10 \\
 & \text{이때 } x, y \text{가 정수이므로}
 \end{aligned}$$

$3x-1$	-10	-5	-2	-1	1	2	5	10
$y-2$	-1	-2	-5	-10	10	5	2	1

x	-3	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{2}{3}$	1	2	$\frac{11}{3}$
y	1	0	-3	-8	12	7	4	3

따라서 주어진 식을 만족시키는 정수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 는 $(-3, 1), (0, -8), (1, 7), (2, 4)$ 의 4개이다.

398 [답 ⑤]

$$\begin{aligned}
 & x \text{에 대하여 내림차순으로 정리하면} \\
 & 4x^2-5xy+y^2+13x-10y+9 \\
 &= 4x^2+(-5y+13)x+y^2-10y+9 \\
 &= 4x^2+(-5y+13)x+(y-1)(y-9) \\
 & \quad \begin{array}{l} x \quad \quad \quad \rightarrow -(y-1) \rightarrow -4(y-1)x \\ 4x \quad \quad \rightarrow -(y-9) \rightarrow \frac{-(y-9)x}{(-5y+13)x} \end{array} \\
 &= \{x-(y-1)\}\{4x-(y-9)\} \\
 &= (x-y+1)(4x-y+9) \\
 & \text{따라서 } a=1, b=4, c=-1, d=9 \text{이므로} \\
 & a+b+c+d=1+4+(-1)+9=13
 \end{aligned}$$

399 [답 ②]

$$\begin{aligned}
 & 51^2-2 \times 51+1=51^2-2 \times 51 \times 1+1^2 \\
 &= (51-1)^2 \\
 &= 50^2=2500
 \end{aligned}$$

따라서 주어진 식을 계산하는 데 이용되는 가장 편리한 인수분해 공식은 ②이다.

400 [답 ④]

$$\begin{aligned}
 & 4.27 \times 102^2-4.27 \times 98^2=4.27 \times (102^2-98^2) \\
 &= 4.27 \times (102+98) \times (102-98) \\
 &= 4.27 \times 200 \times 4=3416
 \end{aligned}$$

401 [답 ④]

$$\frac{2020 \times 2021+2020}{2021^2-1}=\frac{2020 \times (2021+1)}{(2021+1)(2021-1)}=\frac{2020}{2020}=1$$

402 [답 1663]

$$\begin{aligned}
 & A=\sqrt{65^2-16^2} \\
 &= \sqrt{(65+16)(65-16)} \\
 &= \sqrt{81 \times 49} \\
 &= \sqrt{9^2 \times 7^2} \\
 &= 9 \times 7=63
 \end{aligned}$$

..... i

$$\begin{aligned}
 & B=4 \times 19^2+4 \times 38+4 \\
 &= 4 \times (19^2+2 \times 19 \times 1+1^2) \\
 &= 4 \times (19+1)^2 \\
 &= 4 \times 20^2=1600
 \end{aligned}$$

..... ii

$$\therefore A+B=63+1600=1663$$

..... iii

채점 기준

i A의 값 구하기	40%
ii B의 값 구하기	40%
iii A+B의 값 구하기	20%

403 [답 ②]

$$\begin{aligned}
 & 10^2-9^2+8^2-7^2+6^2-5^2+4^2-3^2+2^2-1^2 \\
 &= (10^2-9^2)+(8^2-7^2)+(6^2-5^2)+(4^2-3^2)+(2^2-1^2) \\
 &= (10+9)(10-9)+(8+7)(8-7)+(6+5)(6-5) \\
 & \quad + (4+3)(4-3)+(2+1)(2-1) \\
 &= 19+15+11+7+3=55
 \end{aligned}$$

404 [답 ②]

$$\begin{aligned}
 & \left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right) \times \cdots \times \left(1-\frac{1}{19^2}\right) \\
 &= \left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right) \\
 & \quad \times \cdots \times \left(1-\frac{1}{18}\right)\left(1+\frac{1}{18}\right)\left(1-\frac{1}{19}\right)\left(1+\frac{1}{19}\right) \\
 &= \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{4} \times \cdots \times \frac{17}{18} \times \frac{19}{18} \times \frac{18}{19} \times \frac{20}{19} \\
 &= \frac{1}{2} \times \frac{20}{19}=\frac{10}{19}
 \end{aligned}$$

405 [답 ⑤]

$$\begin{aligned}
 & 2x^2-8x+8=2(x^2-4x+4) \\
 &= 2(x-2)^2 \\
 &= 2 \times (2-\sqrt{3}-2)^2 \\
 &= 2 \times (-\sqrt{3})^2 \\
 &= 2 \times 3=6
 \end{aligned}$$

406 [답 ⑤]

$$\begin{aligned}
 & x=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=\frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=2-\sqrt{3} \\
 & y=\frac{1}{2-\sqrt{3}}=\frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=2+\sqrt{3} \\
 & \therefore x^2+2xy+y^2=(x+y)^2 \\
 &= (2-\sqrt{3}+2+\sqrt{3})^2 \\
 &= 4^2=16
 \end{aligned}$$

407 [답 ⑤]

$$\begin{aligned}x^2(x-y)+y^2(y-x) &= x^2(x-y)-y^2(x-y) \\&= (x-y)(x^2-y^2) \\&= (x-y)(x+y)(x-y) \\&= (x+y)(x-y)^2 \\&= 4 \times (-2)^2 = 16\end{aligned}$$

408 [답 ①]

$$\begin{aligned}xy &= (2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3}) = 4-3 = 1 \\x+y &= (2-\sqrt{3}) + (2+\sqrt{3}) = 4 \\x-y &= (2-\sqrt{3}) - (2+\sqrt{3}) = -2\sqrt{3} \\\therefore x^3y-xy^3 &= xy(x^2-y^2) \\&= xy(x+y)(x-y) \\&= 1 \times 4 \times (-2\sqrt{3}) = -8\sqrt{3}\end{aligned}$$

409 [답 ②]

$$\begin{aligned}x^2+2xy+y^2-x-y-6 &= (x+y)^2 - (x+y) - 6 \\x+y &= A \text{로 놓으면} \\A^2-A-6 &= (A+2)(A-3) \\&= (x+y+2)(x+y-3) \\&= (5+2) \times (5-3) \\&= 7 \times 2 = 14\end{aligned}$$

다른 풀이

$$\begin{aligned}x^2+2xy+y^2-x-y-6 &= (x+y)^2 - (x+y) - 6 \\&= 5^2 - 5 - 6 = 14\end{aligned}$$

410 [답 5]

$$\begin{aligned}x^2-y^2+4x-4y &= (x+y)(x-y)+4(x-y) \\&= (x-y)(x+y+4) \\&= (x-y)(3+4) = 7(x-y) \\\text{따라서 } 7(x-y) &= 35 \text{이므로} \\x-y &= 5\end{aligned}$$

411 [답 ②]

$$\begin{aligned}a^2+3ab+2b^2+a+2b &= a^2+(3b+1)a+2b^2+2b \\&= a^2+(3b+1)a+2b(b+1) \\&\quad \begin{array}{ccc} a & \nearrow & 2b \\ & & \longrightarrow 2ab \\ a & \searrow & b+1 \\ & & \longrightarrow \frac{a(b+1)}{(3b+1)a} \end{array} \\&= (a+2b)(a+b+1) \\\therefore \frac{a+b+1}{a^2+3ab+2b^2+a+2b} &= \frac{a+b+1}{(a+2b)(a+b+1)} \\&= \frac{1}{a+2b} = \frac{1}{4-2\sqrt{7}+2(\sqrt{7}-3)} \\&= \frac{1}{4-2\sqrt{7}+2\sqrt{7}-6} = -\frac{1}{2}\end{aligned}$$

412 [답 ②]

$$\begin{aligned}\frac{a^3+ab^2-a^2b-b^3}{a-b} &= \frac{a^3-a^2b+ab^2-b^3}{a-b} \\&= \frac{a^2(a-b)+b^2(a-b)}{a-b} \\&= \frac{(a-b)(a^2+b^2)}{a-b} \\&= a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab \\&= 17^2 - 2 \times 72 = 289 - 144 = 145\end{aligned}$$

413 [답 5]

$$\begin{aligned}2 < \sqrt{5} < 3 \text{이므로 } \sqrt{5} \text{의 소수 부분은 } x &= \sqrt{5} - 2 \quad \dots\dots \textcircled{i} \\x-3 &= A \text{로 놓으면} \\(x-3)^2+10(x-3)+25 &= A^2+10A+25 \\&= (A+5)^2 \\&= (x-3+5)^2 \\&= (x+2)^2 \quad \dots\dots \textcircled{ii} \\&= (\sqrt{5}-2+2)^2 \\&= (\sqrt{5})^2 = 5 \quad \dots\dots \textcircled{iii}\end{aligned}$$

채점 기준

① x의 값 구하기	30%
② 주어진 식을 인수분해하기	50%
③ 주어진 식의 값 구하기	20%

414 [답 x+2]

주어진 6장의 종이의 넓이의 합은
 $x^2+3x+2 = (x+1)(x+2)$
 따라서 넓이가 같은 직사각형의 세로의 길이는 $x+2$ 이다.

415 [답 ③]

[그림 1]의 도형의 넓이는 a^2-b^2
 [그림 2]의 도형의 넓이는 $(a+b)(a-b)$
 따라서 두 도형의 넓이가 같으므로
 $a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$

416 [답 ⑤]

주어진 모든 직사각형의 넓이의 합은
 $3x^2+7x+4 = (x+1)(3x+4)$
 따라서 새로 만든 직사각형의 둘레의 길이는
 $2\{(x+1)+(3x+4)\} = 2(4x+5) = 8x+10$

417 [답 ⑤]

$$\begin{aligned}x^3-x^2y-x+y &= x^2(x-y)-(x-y) \\&= (x-y)(x^2-1) \\&= (x-y)(x-1)(x+1) \\\text{따라서 직육면체의 높이는 } x+1 \text{이다.} \\\therefore (\text{모든 모서리의 길이의 합}) &= 4\{(x-y)+(x-1)+(x+1)\} \\&= 4(3x-y) \\&= 12x-4y\end{aligned}$$

418 [답] ③

$4x^2+8x+3=(2x+3)(2x+1)$ 이므로
직사각형의 세로의 길이는 $2x+1$ 이다.
따라서 직사각형의 둘레의 길이는
 $2\{(2x+3)+(2x+1)\}=2(4x+4)=8x+8$

419 [답] ⑤

주어진 삼각형의 밑변의 길이를 x 라 하면
 $\frac{1}{2} \times x \times (a+1) = 3a^2 + a - 2$
 $\frac{1}{2} \times x \times (a+1) = (3a-2)(a+1)$
즉, $\frac{1}{2}x = 3a-2$ 이므로 $x = 2(3a-2) = 6a-4$
따라서 삼각형의 밑변의 길이는 $6a-4$ 이다.

420 [답] ③

(구하는 도형의 넓이)
 $= (\text{큰 정사각형의 넓이}) - (\text{작은 정사각형의 넓이})$
 $= 113^2 - 87^2 = (113+87)(113-87)$
 $= 200 \times 26 = 5200$

421 [답] $27000\pi \text{ cm}^3$

(구하는 입체도형의 부피)
 $= (\text{큰 원기둥의 부피}) - (\text{작은 원기둥의 부피})$
 $= \pi \times 32.5^2 \times 30 - \pi \times (32.5-20)^2 \times 30$
 $= 30\pi(32.5^2 - 12.5^2)$
 $= 30\pi(32.5+12.5)(32.5-12.5)$
 $= 30\pi \times 45 \times 20 = 27000\pi(\text{cm}^3)$

422 [답] $x-9$

도형 A의 넓이는
 $(x-6)^2 - 3^2 = (x^2 - 12x + 36) - 9$
 $= x^2 - 12x + 27$ i
 $= (x-3)(x-9)$ ii
이때 도형 B는 가로의 길이가 $x-3$ 인 직사각형이므로 세로의 길이는 $x-9$ 이다. iii

채점 기준

i 도형 A의 넓이 구하기	40%
ii 도형 A의 넓이를 인수분해하기	40%
iii 도형 B의 세로의 길이 구하기	20%

423 [답] ②

두 정사각형의 둘레의 길이의 합이 80이므로
 $4(x+y) = 80 \quad \therefore x+y = 20$
두 정사각형의 넓이의 차가 200이므로
 $x^2 - y^2 = 200 \quad \therefore (x+y)(x-y) = 200$
이때 $x+y = 20$ 이므로
 $20(x-y) = 200 \quad \therefore x-y = 10$
따라서 두 정사각형의 한 변의 길이의 차는 10이다.

424 [답] $150\pi \text{ cm}^2$

(어두운 부분의 넓이)
 $= (\text{큰 부채꼴의 넓이}) - (\text{작은 부채꼴의 넓이})$
 $= \pi \times 22.5^2 \times \frac{120}{360} - \pi \times 7.5^2 \times \frac{120}{360}$
 $= \frac{1}{3} \pi \times 22.5^2 - \frac{1}{3} \pi \times 7.5^2$
 $= \frac{1}{3} \pi (22.5^2 - 7.5^2)$
 $= \frac{1}{3} \pi (22.5+7.5)(22.5-7.5)$
 $= \frac{1}{3} \pi \times 30 \times 15 = 150\pi(\text{cm}^2)$

[참고] 부채꼴의 중심각의 크기가 x° 일 때,
 $(\text{부채꼴의 넓이}) = \pi \times (\text{반지름의 길이})^2 \times \frac{x}{360}$

425 [답] ⑤

$\overline{AE} = \overline{AB} + \overline{BE} = 4a + 4b$ 이고, 점 H는 $\overline{AE}$ 의 중점이므로
 $\overline{AH} = \frac{4a+4b}{2} = 2a+2b$
 $\therefore \overline{HB} = \overline{AB} - \overline{AH} = 4a - (2a+2b) = 2a-2b$
따라서 $\overline{AH}$ 와 $\overline{HB}$ 를 각각 지름으로 하는 두 원의 넓이가 S_1, S_2 이므로
 $S_1 - S_2 = \pi \times \left(\frac{2a+2b}{2}\right)^2 - \pi \times \left(\frac{2a-2b}{2}\right)^2$
 $= \pi\{(a+b)^2 - (a-b)^2\}$
 $= \pi\{(a+b) + (a-b)\}\{(a+b) - (a-b)\}$
 $= \pi \times 2a \times 2b = 4\pi ab$

최고수준 도전 기출

88~89쪽

426 [답] ③

[전략] 두 다항식의 차를 정리한 후 완전제곱식이 되는 조건을 찾는다.
 $(x^2 - ax + 3b) - (-3ax + b) = x^2 - ax + 3b + 3ax - b$
 $= x^2 + 2ax + 2b$
 $= x^2 + 2 \times x \times a + 2b$
이 식이 완전제곱식이 되려면 $2b = a^2$, 즉 $b = \frac{a^2}{2}$ 이어야 하므로 이를 만족시키는 10보다 작은 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 는 $(2, 2), (4, 8)$
따라서 $a+b$ 의 값 중 가장 큰 값은 $4+8=12$

427 [답] 64

[전략] $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ 를 이용하여 $2^{20} - 1$ 을 간단히 한다.
 $2^{20} - 1 = (2^{10})^2 - 1^2$
 $= (2^{10} + 1)(2^{10} - 1)$
 $= (2^{10} + 1)\{(2^5)^2 - 1^2\}$
 $= (2^{10} + 1)(2^5 + 1)(2^5 - 1)$
이때 $2^5 + 1 = 33, 2^5 - 1 = 31$ 이므로 $2^{20} - 1$ 은 31과 33에 의하여 나누어떨어진다.
따라서 구하는 두 자연수의 합은 $31 + 33 = 64$

428 답 ①

전략 소수는 약수가 1과 자기 자신뿐인 수이므로 주어진 다항식을 인수분해한 후 인수의 값이 1이 되는 경우를 찾는다.

$$2x^2 - 5x - 52 = (x+4)(2x-13)$$

이 식의 값이 소수가 되려면

$$x+4=1 \text{ 또는 } 2x-13=1 \quad \therefore x=-3 \text{ 또는 } x=7$$

이때 x 는 자연수이므로 $x=7$

즉, 구하는 소수는

$$\begin{aligned} 2x^2 - 5x - 52 &= (x+4)(2x-13) \\ &= (7+4) \times (2 \times 7 - 13) = 11 \end{aligned}$$

따라서 $a=7, b=11$ 이므로

$$a+b=7+11=18$$

429 답 $\frac{5}{36}$

전략 주어진 식의 값이 자연수가 되려면 근호 안의 식이 (자연수)² 꼴이어야 한다.

서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$

$$\begin{aligned} \sqrt{xy-3x-2y+6} &= \sqrt{x(y-3)-2(y-3)} \\ &= \sqrt{(x-2)(y-3)} \end{aligned}$$

이므로 이 식의 값이 자연수가 되려면 $(x-2)(y-3)$ 이 (자연수)² 꼴이어야 한다.

이때 $1 \leq x \leq 6, 1 \leq y \leq 6$ 이므로 이를 만족시키는 x, y 의 순서쌍 (x, y) 는

(i) $(x-2)(y-3)=1$ 일 때,

$$\begin{aligned} x-2=-1, y-3=-1 \text{ 또는 } x-2=1, y-3=1 \text{ 이므로} \\ (1, 2), (3, 4) \end{aligned}$$

(ii) $(x-2)(y-3)=4$ 일 때,

$$\begin{aligned} x-2=2, y-3=2 \text{ 또는 } x-2=4, y-3=1 \text{ 이므로} \\ (4, 5), (6, 4) \end{aligned}$$

(iii) $(x-2)(y-3)=9$ 일 때,

$$x-2=3, y-3=3 \text{ 이므로 } (5, 6)$$

(i), (ii), (iii)에서 주어진 식의 값이 자연수가 되는 경우의 수는 $2+2+1=5$

따라서 구하는 확률은 $\frac{5}{36}$

430 답 $(xy-x-y+1)^2$

전략 $x+y, xy$ 를 각각 다른 한 문자로 놓고 인수분해한다.

$x+y=A, xy=B$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} (xy-1)^2 + (x+y-2)(x+y-2xy) \\ &= (B-1)^2 + (A-2)(A-2B) \\ &= (B^2-2B+1) + (A^2-2AB-2A+4B) \\ &= B^2-2AB+2B+A^2-2A+1 \\ &= B^2-2B(A-1) + (A-1)^2 \\ &= \{B-(A-1)\}^2 \\ &= (B-A+1)^2 \\ &= \{xy-(x+y)+1\}^2 \\ &= (xy-x-y+1)^2 \end{aligned}$$

431 답 395

전략 근호 안의 수 17, 19, 21, 23은 각각 $20-3, 20-1, 20+1, 20+3$ 이므로 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 을 이용하여 전개한 후 근호 안의 식을 인수분해한다.

$20=t$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} \sqrt{17 \times 19 \times 21 \times 23 + 16} &= \sqrt{(t-3)(t-1)(t+1)(t+3) + 16} \\ &= \sqrt{(t+1)(t-1)(t+3)(t-3) + 16} \\ &= \sqrt{(t^2-1)(t^2-9) + 16} \\ &= \sqrt{t^4 - 10t^2 + 9 + 16} \\ &= \sqrt{t^4 - 10t^2 + 25} \\ &= \sqrt{(t^2-5)^2} \\ &= t^2-5 \quad (\because t^2-5 > 0) \\ &= 20^2-5=395 \end{aligned}$$

432 답 $-20\sqrt{2}$

전략 $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2 = \left(x+\frac{1}{x}\right)^2 - 4$ 와 $0 < x < 1$ 을 이용하여 $x-\frac{1}{x}$ 의 값을 구한 후 인수분해를 이용하여 주어진 식의 값을 구한다.

$$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2 = \left(x+\frac{1}{x}\right)^2 - 4 = 6^2 - 4 = 32$$

$$\therefore x-\frac{1}{x} = \pm\sqrt{32} = \pm 4\sqrt{2}$$

이때 $0 < x < 1$ 에서 $\frac{1}{x} > 1$ 이므로 $x < \frac{1}{x}$

따라서 $x-\frac{1}{x} < 0$ 이므로 $x-\frac{1}{x} = -4\sqrt{2}$

$$\begin{aligned} \therefore x^2 - x + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} &= x^2 - \frac{1}{x^2} - x + \frac{1}{x} \\ &= \left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x-\frac{1}{x}\right) - \left(x-\frac{1}{x}\right) \\ &= \left(x-\frac{1}{x}\right)\left(x+\frac{1}{x}-1\right) \\ &= -4\sqrt{2} \times (6-1) = -20\sqrt{2} \end{aligned}$$

433 답 ①

전략 $\overline{AD}$ 를 지름으로 하는 원의 둘레의 길이가 주어져 있으므로 이 원의 반지름의 길이를 먼저 구한 후 어두운 부분의 넓이를 이용하여 $\overline{CD}$ 의 길이를 구한다.

$\overline{AD}$ 를 지름으로 하는 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$2\pi r = 10\pi \quad \therefore r = 5$$

$$\therefore \overline{AD} = 10 \text{ cm}$$

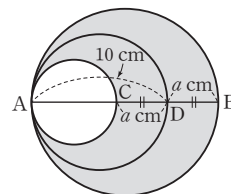
이때 어두운 부분의 넓이는 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 원의 넓이에서 $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 원의 넓이를 뺀 것과 같으므로 $\overline{CD} = \overline{BD} = a$ cm라 하면

(어두운 부분의 넓이)

$$\begin{aligned} &= \pi \left(\frac{10+a}{2}\right)^2 - \pi \left(\frac{10-a}{2}\right)^2 \\ &= \pi \left(\frac{10+a}{2} + \frac{10-a}{2}\right) \left(\frac{10+a}{2} - \frac{10-a}{2}\right) \\ &= \pi \times 10 \times a = 10a\pi \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

즉, $10a\pi = 35\pi$ 이므로 $a = \frac{7}{2}$

따라서 $\overline{CD}$ 의 길이는 $\frac{7}{2}$ cm이다.



434 [답] ③

ㄱ. $x^2+2x=0 \Rightarrow$ 이차방정식

ㄴ. $2x^2-4 \Rightarrow$ 등식이 아니므로 이차방정식이 아니다.

ㄷ. $x^2-x=x^2-3x$ 에서 $2x=0 \Rightarrow$ 일차방정식

ㄹ. $x^2-7x=2$ 에서 $x^2-7x-2=0 \Rightarrow$ 이차방정식

따라서 x 에 대한 이차방정식은 ㄱ, ㄹ이다.

435 [답] ⑤

주어진 이차방정식에 $x=4$ 를 각각 대입하면

$$\textcircled{1} \quad 4^2+16=32 \neq 0$$

$$\textcircled{2} \quad 4 \times (4+4)=32 \neq 0$$

$$\textcircled{3} \quad 4^2+5 \times 4+4=40 \neq 0$$

$$\textcircled{4} \quad 4^2+8 \times 4+16=64 \neq 0$$

$$\textcircled{5} \quad (4+2)^2=3 \times (4+8) \quad \therefore 36=36$$

따라서 $x=4$ 를 해로 갖는 이차방정식은 ⑤이다.

436 [답] ①

$x^2+ax-4=0$ 에 $x=-1$ 을 대입하면

$$(-1)^2+a \times (-1)-4=0$$

$$-a-3=0 \quad \therefore a=-3$$

437 [답] ⑤

① $(x-2)(x+1)=0$ 에서 $x^2-x-2=0 \Rightarrow$ 이차방정식

② $2x^2+x=x^2-2x+1$ 에서 $x^2+3x-1=0 \Rightarrow$ 이차방정식

③ $x^3+2x^2-x=x(x^2-2)$ 에서 $x^3+2x^2-x=x^3-2x$

$$\therefore 2x^2+x=0 \Rightarrow \text{이차방정식}$$

④ $3x^2-4=(x-1)^2$ 에서 $3x^2-4=x^2-2x+1$

$$\therefore 2x^2+2x-5=0 \Rightarrow \text{이차방정식}$$

⑤ $x^2-x=(x+1)^2$ 에서 $x^2-x=x^2+2x+1$

$$\therefore -3x-1=0 \Rightarrow \text{일차방정식}$$

따라서 x 에 대한 이차방정식이 아닌 것은 ⑤이다.

438 [답] ①

$$2x(x+3)=(4x-1)(x+2) \text{에서}$$

$$2x^2+6x=4x^2+7x-2 \quad \therefore -2x^2-x+2=0$$

따라서 $a=-2$, $b=2$ 이므로

$$a-b=-2-2=-4$$

439 [답] ⑤

$$ax^2+2x-5=3(x-2)^2-1 \text{에서}$$

$$ax^2+2x-5=3(x^2-4x+4)-1$$

$$ax^2+2x-5=3x^2-12x+11$$

$$\therefore (a-3)x^2+14x-16=0$$

이때 이차항의 계수가 0이 아니어야 하므로

$$a-3 \neq 0 \quad \therefore a \neq 3$$

440 [답] ②

주어진 이차방정식에 [] 안의 수를 각각 대입하면

$$\textcircled{1} \quad (-2) \times (-2-2)=8 \neq 0$$

$$\textcircled{2} \quad 3^2-9=0$$

$$\textcircled{3} \quad 2^2+4 \times 2-5=7 \neq 0$$

$$\textcircled{4} \quad 2 \times 1^2+7 \times 1-15=-6 \neq 0$$

$$\textcircled{5} \quad 0^2-4 \times 0+4=4 \neq 0$$

따라서 [] 안의 수가 주어진 이차방정식의 해인 것은 ②이다.

441 [답] ⑤

$$x=-2 \text{일 때, } (-2)^2+(-2)-6=-4 \neq 0$$

$$x=-1 \text{일 때, } (-1)^2+(-1)-6=-6 \neq 0$$

$$x=0 \text{일 때, } 0^2+0-6=-6 \neq 0$$

$$x=1 \text{일 때, } 1^2+1-6=-4 \neq 0$$

$$x=2 \text{일 때, } 2^2+2-6=0$$

따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=2$ 이다.

442 [답] $x=3$

$$3x-1 < 2x+4 \text{에서 } x < 5$$

..... i

이때 x 는 자연수이므로 $x=1, 2, 3, 4$

..... ii

$$x=1 \text{일 때, } 2 \times 1^2-5 \times 1-3=-6 \neq 0$$

$$x=2 \text{일 때, } 2 \times 2^2-5 \times 2-3=-5 \neq 0$$

$$x=3 \text{일 때, } 2 \times 3^2-5 \times 3-3=0$$

$$x=4 \text{일 때, } 2 \times 4^2-5 \times 4-3=9 \neq 0$$

따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=3$ 이다.

..... iii

채점 기준

i 부등식 풀기	30%
ii 자연수 x 의 값 구하기	20%
iii 이차방정식의 해 구하기	50%

443 [답] ③

$$2x^2+3x-4=0 \text{에 } x=a \text{를 대입하면}$$

$$2a^2+3a-4=0 \quad \therefore 2a^2+3a=4$$

$$\therefore 2a^2+3a-1=4-1=3$$

444 [답] ③

$$x^2+ax-5=0 \text{에 } x=1 \text{을 대입하면}$$

$$1^2+a \times 1-5=0$$

$$a-4=0 \quad \therefore a=4$$

$$3x^2-4x+b=0 \text{에 } x=1 \text{을 대입하면}$$

$$3 \times 1^2-4 \times 1+b=0$$

$$-1+b=0 \quad \therefore b=1$$

$$\therefore ab=4 \times 1=4$$

445 [답] ①

$$3x^2+5x+a=0 \text{에 } x=-2 \text{를 대입하면}$$

$$3 \times (-2)^2+5 \times (-2)+a=0$$

$$2+a=0 \quad \therefore a=-2$$

$$4x^2 + bx - 6 = 0 \text{에 } x = -\frac{3}{4} \text{을 대입하면}$$

$$4 \times \left(-\frac{3}{4}\right)^2 + b \times \left(-\frac{3}{4}\right) - 6 = 0$$

$$-\frac{3}{4}b - \frac{15}{4} = 0 \quad \therefore b = -5$$

$$\therefore a + b = -2 + (-5) = -7$$

446 답 ②

$$x^2 - 2ax + 2b = 0 \text{에 } x = -2 \text{를 대입하면}$$

$$(-2)^2 - 2a \times (-2) + 2b = 0$$

$$\therefore 2a + b = -2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$2x^2 + ax + b - 4 = 0 \text{에 } x = -1 \text{을 대입하면}$$

$$2 \times (-1)^2 + a \times (-1) + b - 4 = 0$$

$$\therefore a - b = -2 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{을 연립하여 풀면 } a = -\frac{4}{3}, b = \frac{2}{3}$$

$$\therefore ab = -\frac{4}{3} \times \frac{2}{3} = -\frac{8}{9}$$

447 답 ⑤

$$x^2 - 4x - 3 = 0 \text{에 } x = a \text{를 대입하면}$$

$$a^2 - 4a - 3 = 0 \quad \therefore a^2 - 4a = 3$$

$$3x^2 - 5x + 2 = 0 \text{에 } x = b \text{를 대입하면}$$

$$3b^2 - 5b + 2 = 0 \quad \therefore 3b^2 - 5b = -2$$

$$\therefore 2a^2 - 8a - 3b^2 + 5b = 2(a^2 - 4a) - (3b^2 - 5b)$$

$$= 2 \times 3 - (-2) = 8$$

448 답 ③

$$x^2 + x - 1 = 0 \text{에 } x = a \text{를 대입하면}$$

$$a^2 + a - 1 = 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\text{이때 } a = 0 \text{이면 등식이 성립하지 않으므로 } a \neq 0$$

$$\textcircled{1} \text{의 양변을 } a \text{로 나누면}$$

$$a + 1 - \frac{1}{a} = 0 \quad \therefore a - \frac{1}{a} = -1$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2$$

$$= (-1)^2 + 2 = 3$$

참고 두 수의 곱이 1인 경우 다음과 같은 곱셈 공식의 변형을 이용한다.

$$(1) x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2$$

$$= \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2$$

$$(2) \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4$$

449 답 ③

$$x^2 - x - 3 = 0 \text{에 } x = a \text{를 대입하면}$$

$$a^2 - a - 3 = 0 \quad \therefore a^2 - a = 3$$

$$\therefore a^5 - a^4 - 3a^3 + a^2 - a + 4 = a^3(a^2 - a - 3) + (a^2 - a + 4)$$

$$= a^3(3 - 3) + (3 + 4) = 7$$

450 답 ⑤

$$x^2 - kx - 4 = 0 \text{에 } x = a \text{를 대입하면}$$

$$a^2 - ka - 4 = 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\text{이때 } a = 0 \text{이면 등식이 성립하지 않으므로 } a \neq 0$$

$$\textcircled{1} \text{의 양변을 } a \text{로 나누면}$$

$$a - k - \frac{4}{a} = 0$$

$$\therefore k = a - \frac{4}{a}$$

$$a + \frac{4}{a} - k = -8 \text{에서}$$

$$a + \frac{4}{a} - \left(a - \frac{4}{a}\right) = -8, a + \frac{4}{a} - a + \frac{4}{a} = -8$$

$$\frac{8}{a} = -8 \quad \therefore a = -1$$

$$k = a - \frac{4}{a} \text{에 } a = -1 \text{을 대입하면}$$

$$k = -1 - \frac{4}{-1} = 3$$

451 답 ①

$$(x+2)(x-3)=0 \text{에서 } x+2=0 \text{ 또는 } x-3=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=3$$

$$\text{따라서 두 근의 합은 } -2+3=1$$

452 답 ②

$$x^2 + 9x - 36 = 0 \text{에서}$$

$$(x+12)(x-3)=0$$

$$\therefore x=-12 \text{ 또는 } x=3$$

453 답 ②

$$\textcircled{1} x(x-2)=0 \text{에서 } x=0 \text{ 또는 } x-2=0$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=2$$

$$\textcircled{2} (x+2)(x-1)=0 \text{에서 } x+2=0 \text{ 또는 } x-1=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=1$$

$$\textcircled{3} (x+1)(x-2)=0 \text{에서 } x+1=0 \text{ 또는 } x-2=0$$

$$\therefore x=-1 \text{ 또는 } x=2$$

$$\textcircled{4} -2x(x-1)=0 \text{에서 } -2x=0 \text{ 또는 } x-1=0$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=1$$

$$\textcircled{5} x(x+2)=0 \text{에서 } x=0 \text{ 또는 } x+2=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=0$$

$$\text{따라서 이차방정식의 해가 } x=-2 \text{ 또는 } x=1 \text{인 것은 } \textcircled{2} \text{이다.}$$

454 답 ④

$$\textcircled{1} \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = 0 \text{에서 } x + \frac{1}{2} = 0 \text{ 또는 } x - \frac{1}{3} = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = \frac{1}{3}$$

$$\textcircled{2} (1+2x)(1-3x)=0 \text{에서 } 1+2x=0 \text{ 또는 } 1-3x=0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = \frac{1}{3}$$

$$\textcircled{3} (2x+1)(3x-1)=0 \text{에서 } 2x+1=0 \text{ 또는 } 3x-1=0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = \frac{1}{3}$$

④ $(2+6x)(2-4x)=0$ 에서 $2+6x=0$ 또는 $2-4x=0$

$\therefore x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

⑤ $\left(\frac{1}{2}+x\right)\left(\frac{1}{3}-x\right)=0$ 에서 $\frac{1}{2}+x=0$ 또는 $\frac{1}{3}-x=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

따라서 이차방정식의 해가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

455 [답 ②]

$2x^2-5x+3=0$ 에서 $(x-1)(2x-3)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

이때 $a>b$ 이므로 $a=\frac{3}{2}$, $b=1$

$\therefore 2a-b=2\times\frac{3}{2}-1=2$

456 [답 ④]

$x^2-3x-10=0$ 에서 $(x+2)(x-5)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=5$

$2x^2-11x+5=0$ 에서 $(2x-1)(x-5)=0$

$\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=5$

따라서 두 이차방정식을 동시에 만족시키는 해는 $x=5$ 이다.

457 [답 ③]

$(x+1)(2x-1)=1-2x$ 에서

$2x^2+x-1=1-2x$, $2x^2+3x-2=0$

$(x+2)(2x-1)=0 \quad \therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

458 [답 ②]

① $x^2-10x+25=0$ 에서 $(x-5)^2=0 \quad \therefore x=5$

③ $9x^2+12x+4=0$ 에서 $(3x+2)^2=0 \quad \therefore x=-\frac{2}{3}$

④ $x^2-12x+36=0$ 에서 $(x-6)^2=0 \quad \therefore x=6$

⑤ $2x^2-8x+8=0$ 에서 $x^2-4x+4=0$

$(x-2)^2=0 \quad \therefore x=2$

따라서 중근을 갖지 않는 것은 ②이다.

459 [답 2]

$x^2-x+\frac{1}{4}=0$ 에서 $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=0 \quad \therefore x=\frac{1}{2}$ i

$2x^2-16x+32=0$ 에서
 $x^2-8x+16=0$, $(x-4)^2=0 \quad \therefore x=4$ ii

따라서 $a=\frac{1}{2}$, $b=4$ 이므로

$ab=\frac{1}{2}\times 4=2$ iii

채점 기준

i $x^2-x+\frac{1}{4}=0$ 의 해 구하기	40%
ii $2x^2-16x+32=0$ 의 해 구하기	40%
iii ab 의 값 구하기	20%

460 [답 ③]

ㄱ. $x^2-2x+1=0$ 에서 $(x-1)^2=0 \quad \therefore x=1$

ㄴ. $4x^2+12x+9=0$ 에서 $(2x+3)^2=0 \quad \therefore x=-\frac{3}{2}$

ㄷ. $2x^2=8$ 에서 $x^2=4 \quad \therefore x=\pm 2$

ㄹ. $x(x-10)=-25$ 에서 $x^2-10x+25=0$

$(x-5)^2=0 \quad \therefore x=5$

ㅁ. $x^2+3x+2=0$ 에서 $(x+2)(x+1)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=-1$

따라서 중근을 갖는 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ의 3개이다.

461 [답 4]

$x^2-8x+3k+4=0$ 이 중근을 가지므로

$3k+4=\left(\frac{-8}{2}\right)^2=16$, $3k=12 \quad \therefore k=4$

462 [답 ②, ③]

$(a^2-3a)x^2+ax-1=4x^2-3x$ 의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면

$(a^2-3a-4)x^2+(a+3)x-1=0$

이때 이차항의 계수가 0이면 이차방정식이 될 수 없으므로

$a^2-3a-4=0$, $(a+1)(a-4)=0$

$\therefore a=-1$ 또는 $a=4$

따라서 이차방정식이 될 수 없는 a 의 값은 -1 , 4 이다.

463 [답 2]

$2x(x+1)=3x+10$ 에서

$2x^2+2x=3x+10$, $2x^2-x-10=0$

$(x+2)(2x-5)=0 \quad \therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{5}{2}$ i

이때 두 근 사이에 있는 정수는 -1 , 0 , 1 , 2 이다. ii

따라서 구하는 합은 $-1+0+1+2=2$ iii

채점 기준

i 주어진 이차방정식 풀기	60%
ii 두 근 사이에 있는 모든 정수 구하기	30%
iii 두 근 사이에 있는 모든 정수의 합 구하기	10%

464 [답 ③]

$x^2+6x+8=0$ 에서 $(x+4)(x+2)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=-2$

이때 $a>b$ 이므로 $a=-2$, $b=-4$

$x^2+ax+(b+1)=0$ 에 $a=-2$, $b=-4$ 를 대입하면

$x^2+(-2)x+(-4+1)=0$, $x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0 \quad \therefore x=-1$ 또는 $x=3$

465 [답 ②]

$2x^2-ax+a-2=0$ 에 $x=a$ 를 대입하면

$2a^2-a\times a+a-2=0$, $a^2+a-2=0$

$(a+2)(a-1)=0 \quad \therefore a=-2$ 또는 $a=1$

이때 a 는 양수이므로 $a=1$

466 [답] ⑤

$$6x^2 + 17x + 5 = 0 \text{에서 } (2x+5)(3x+1)=0$$

$$\therefore x = -\frac{5}{2} \text{ 또는 } x = -\frac{1}{3}$$

두 근 중 큰 근이 $x = -\frac{1}{3}$ 이므로

$$x^2 + 3x + a = 0 \text{에 } x = -\frac{1}{3} \text{을 대입하면}$$

$$\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + 3 \times \left(-\frac{1}{3}\right) + a = 0$$

$$\frac{1}{9} - 1 + a = 0 \quad \therefore a = \frac{8}{9}$$

467 [답] ⑤

$$ax^2 + 3x - 2a - 2 = 0 \text{에 } x = -2 \text{를 대입하면}$$

$$a \times (-2)^2 + 3 \times (-2) - 2a - 2 = 0$$

$$2a - 8 = 0 \quad \therefore a = 4$$

즉, 주어진 이차방정식은 $4x^2 + 3x - 10 = 0$ 이므로

$$(x+2)(4x-5) = 0 \quad \therefore x = -2 \text{ 또는 } x = \frac{5}{4}$$

이때 다른 한 근이 $\frac{5}{4}$ 이므로 $b = \frac{5}{4}$

$$\therefore ab = 4 \times \frac{5}{4} = 5$$

468 [답] ②

$$x^2 - 3x - 2a = 0 \text{에 } x = 5 \text{를 대입하면}$$

$$5^2 - 3 \times 5 - 2a = 0$$

$$10 - 2a = 0 \quad \therefore a = 5$$

즉, 이차방정식 $x^2 - 3x - 2a = 0$ 은 $x^2 - 3x - 10 = 0$ 이므로

$$(x+2)(x-5) = 0 \quad \therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 5$$

따라서 다른 한 근은 $x = -2$ 이므로

$$3x^2 + 4x + b = 0 \text{에 } x = -2 \text{를 대입하면}$$

$$3 \times (-2)^2 + 4 \times (-2) + b = 0, \quad 4 + b = 0 \quad \therefore b = -4$$

$$\therefore a + b = 5 + (-4) = 1$$

469 [답] ④

$$ax^2 - 2x - b = 0 \text{에 } x = 4 \text{를 대입하면}$$

$$a \times 4^2 - 2 \times 4 - b = 0 \quad \therefore 16a - b = 8 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$bx^2 - 2x - a = 0 \text{에 } x = \frac{1}{2} \text{을 대입하면}$$

$$b \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \times \frac{1}{2} - a = 0 \quad \therefore 4a - b = -4 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

①, ②을 연립하여 풀면 $a = 1, b = 8$

즉, 이차방정식 $ax^2 - 2x - b = 0$ 은 $x^2 - 2x - 8 = 0$ 이므로

$$(x+2)(x-4) = 0 \quad \therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 4$$

$$\therefore m = -2$$

또 이차방정식 $bx^2 - 2x - a = 0$ 은 $8x^2 - 2x - 1 = 0$ 이므로

$$(4x+1)(2x-1) = 0 \quad \therefore x = -\frac{1}{4} \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$$

$$\therefore n = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore m + n = -2 + \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{9}{4}$$

470 [답] ⑤

$$x^2 + 2(a+1)x = 4x - 9 \text{에서 } x^2 + 2(a-1)x + 9 = 0$$

이 이차방정식이 중근을 가지므로

$$9 = \left\{ \frac{2(a-1)}{2} \right\}^2, \quad a^2 - 2a - 8 = 0$$

$$(a+2)(a-4) = 0 \quad \therefore a = -2 \text{ 또는 } a = 4$$

따라서 구하는 모든 상수 a 의 값의 합은

$$-2 + 4 = 2$$

471 [답] ②

$$2x^2 - 8x - k = 0 \text{에서 } x^2 - 4x - \frac{k}{2} = 0$$

이 이차방정식이 중근을 가지므로

$$-\frac{k}{2} = \left(-\frac{4}{2}\right)^2 = 4 \quad \therefore k = -8$$

$(k+4)x^2 - 8x - 4 = 0$ 에 $k = -8$ 을 대입하면

$$-4x^2 - 8x - 4 = 0, \quad x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$(x+1)^2 = 0 \quad \therefore x = -1$$

472 [답] ③

$$x^2 + 8x + a + 2 = 0 \text{이 중근을 가지므로}$$

$$a + 2 = \left(-\frac{8}{2}\right)^2 = 16 \quad \therefore a = 14$$

$$x^2 - 3(a-10)x + 3b = 0 \text{에 } a = 14 \text{를 대입하면}$$

$$x^2 - 12x + 3b = 0$$

이 이차방정식이 중근을 가지므로

$$3b = \left(-\frac{-12}{2}\right)^2 = 36 \quad \therefore b = 12$$

$$\therefore a - b = 14 - 12 = 2$$

473 [답] $\frac{5}{2}$

$$x^2 + 3x + 2 = 0 \text{에서 } (x+2)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = -1$$

$$x^2 - 6x - 16 = 0 \text{에서 } (x+2)(x-8) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 8$$

따라서 공통인 근은 $x = -2$ 이므로

$$3x^2 + 2mx - 2 = 0 \text{에 } x = -2 \text{를 대입하면}$$

$$3 \times (-2)^2 + 2m \times (-2) - 2 = 0$$

$$10 - 4m = 0 \quad \therefore m = \frac{5}{2}$$

474 [답] ④

$$x^2 + 4x - a = 0 \text{이 중근을 가지므로}$$

$$-a = \left(-\frac{4}{2}\right)^2 = 4 \quad \therefore a = -4$$

$$x^2 + 2ax - 4a - 1 = 0 \text{에 } a = -4 \text{를 대입하면}$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0, \quad (x-3)(x-5) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = 5$$

$$3x^2 + (a-1)x + 3a = 0 \text{에 } a = -4 \text{를 대입하면}$$

$$3x^2 - 5x - 12 = 0, \quad (3x+4)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{4}{3} \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x = 3$

475 답 -1

$x^2+ax-10=0$ 에 공통인 근 $x=5$ 를 대입하면
 $5^2+5a-10=0, 5a+15=0 \quad \therefore a=-3$
 $2x^2-11x+b=0$ 에 공통인 근 $x=5$ 를 대입하면
 $2 \times 5^2-11 \times 5+b=0, -5+b=0 \quad \therefore b=5$ i
 $x^2+ax-10=0$ 에 $a=-3$ 을 대입하면
 $x^2-3x-10=0, (x+2)(x-5)=0$
 $\therefore x=-2$ 또는 $x=5 \quad \therefore p=-2$
 $2x^2-11x+b=0$ 에 $b=5$ 를 대입하면
 $2x^2-11x+5=0, (2x-1)(x-5)=0$
 $\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=5 \quad \therefore q=\frac{1}{2}$ ii
 $\therefore pq=-2 \times \frac{1}{2}=-1$ iii

채점 기준	
i a, b 의 값 구하기	40%
ii p, q 의 값 구하기	40%
iii pq 의 값 구하기	20%

476 답 $x=\frac{8}{3}$

$(a+1)x^2-(a^2+1)x-2(a+2)=0$ ㉠
㉠에 $x=-1$ 을 대입하면
 $(a+1) \times (-1)^2-(a^2+1) \times (-1)-2(a+2)=0$
 $a+1+a^2+1-2a-4=0$
 $a^2-a-2=0, (a+1)(a-2)=0$
 $\therefore a=-1$ 또는 $a=2$
 이때 ㉠이 x 에 대한 이차방정식이라면 $a+1 \neq 0$, 즉 $a \neq -1$ 이어야
 하므로 $a=2$
㉠에 $a=2$ 를 대입하면 $3x^2-5x-8=0$
 $(x+1)(3x-8)=0 \quad \therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{8}{3}$
 따라서 구하는 다른 한 근은 $x=\frac{8}{3}$

477 답 ④

$y=ax+1$ 에 $x=a-2, y=-a^2+5a+5$ 를 대입하면
 $-a^2+5a+5=a(a-2)+1$
 $2a^2-7a-4=0, (2a+1)(a-4)=0$
 $\therefore a=-\frac{1}{2}$ 또는 $a=4$
 이때 일차함수 $y=ax+1$ 의 그래프가 제3사분면을 지나지 않으므로
 $a < 0$
 $\therefore a=-\frac{1}{2}$

478 답 ③

$x^2-ax-2a=0$ 이 중근을 가지므로
 $-2a=\left(\frac{-a}{2}\right)^2, a^2+8a=0$
 $a(a+8)=0 \quad \therefore a=0$ 또는 $a=-8$
 (i) $x^2-ax-2a=0$ 에 $a=0$ 을 대입하면
 $x^2=0 \quad \therefore x=0$

(ii) $x^2-ax-2a=0$ 에 $a=-8$ 을 대입하면
 $x^2+8x+16=0, (x+4)^2=0 \quad \therefore x=-4$
 (i), (ii)에서 주어진 이차방정식은 0이 아닌 중근을 가지므로
 $a=-8, m=-4$
 $\therefore a-m=-8-(-4)=-4$

479 답 ②, ③

$x^2+2ax-3(2a+3)=0$ 에서 $(x+2a+3)(x-3)=0$
 $\therefore x=-2a-3$ 또는 $x=3$
 $x^2+(a-5)x-5a=0$ 에서 $(x+a)(x-5)=0$
 $\therefore x=-a$ 또는 $x=5$
 두 이차방정식이 공통인 근을 가지므로
 (i) 공통인 근이 $x=3$ 일 때
 $-a=3 \quad \therefore a=-3$
 (ii) 공통인 근이 $x=5$ 일 때
 $-2a-3=5 \quad \therefore a=-4$
 (iii) 공통인 근이 $x=-2a-3, x=-a$ 일 때
 $-2a-3=-a \quad \therefore a=-3$
 (i), (ii), (iii)에서 구하는 a 의 값은 $-4, -3$ 이다.

480 답 ⑤

$x^2-6x-2=0$ 에서 $x^2-6x=2$
 $x^2-6x+9=2+9, (x-3)^2=11$
 따라서 $a=-3, b=11$ 이므로
 $a+b=-3+11=8$

481 답 ①

$x^2-5x+2=0$ 에서

$$x=\frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2-4 \times 1 \times 2}}{2 \times 1}$$

$$=\frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

따라서 $\square$ 안에 알맞은 수로 옳지 않은 것은 ①이다.

482 답 ②

$x^2-7x+8=0$ 에서

$$x=\frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2-4 \times 1 \times 8}}{2 \times 1}=\frac{7 \pm \sqrt{17}}{2}$$

 따라서 $A=7, B=17$ 이므로
 $B-A=17-7=10$

483 답 ②

$x(x-10)=-13$ 에서 $x^2-10x=-13$
 $x^2-10x+25=-13+25, (x-5)^2=12$
 따라서 $p=5, q=12$ 이므로
 $p-q=5-12=-7$

484 [답 ④]

$$x^2 - 8x + 2 = 0 \text{에서 } x^2 - 8x = -2$$

$$x^2 - 8x + 16 = -2 + 16$$

$$(x-4)^2 = 14, x-4 = \pm\sqrt{14}$$

$$\therefore x = 4 \pm \sqrt{14}$$

따라서 $A=16, B=4, C=14$ 이므로

$$A+B+C=16+4+14=34$$

485 [답 ①]

$$3(x+2)^2 - 18 = 0 \text{에서 } (x+2)^2 = 6$$

$$x+2 = \pm\sqrt{6} \quad \therefore x = -2 \pm \sqrt{6}$$

따라서 $A=-2, B=6$ 이므로

$$A+B = -2+6=4$$

486 [답 15]

$$(x+a)^2 = b \text{에서 } x+a = \pm\sqrt{b}$$

$$\therefore x = -a \pm \sqrt{b}$$

$$\text{즉, } -a \pm \sqrt{b} = -2 \pm \sqrt{13} \text{이므로}$$

$$a=2, b=13$$

$$\therefore a+b=2+13=15$$

채점 기준

i 주어진 이차방정식의 해를 a, b 를 사용하여 나타내기	50%
ii a, b 의 값 구하기	40%
iii $a+b$ 의 값 구하기	10%

487 [답 ③]

$$3x^2 - 12x - a = 0 \text{에서}$$

$$3x^2 - 12x = a, x^2 - 4x = \frac{a}{3}$$

$$x^2 - 4x + 4 = \frac{a}{3} + 4, (x-2)^2 = \frac{a}{3} + 4$$

$$x-2 = \pm\sqrt{\frac{a}{3} + 4} \quad \therefore x = 2 \pm \sqrt{\frac{a}{3} + 4}$$

$$\text{즉, } 2 \pm \sqrt{\frac{a}{3} + 4} = 2 \pm \sqrt{5} \text{이므로}$$

$$\frac{a}{3} + 4 = 5, \frac{a}{3} = 1 \quad \therefore a = 3$$

다른 풀이

$$x = 2 \pm \sqrt{5} \text{에서 } x-2 = \pm\sqrt{5}$$

$$\text{양변을 제곱하면 } (x-2)^2 = 5$$

$$x^2 - 4x + 4 = 5, 3x^2 - 12x - 3 = 0 \quad \therefore a = 3$$

488 [답 ⑤]

$$9(x-2)^2 = a \text{에서 } (x-2)^2 = \frac{a}{9}$$

$$x-2 = \pm\sqrt{\frac{a}{9}} \quad \therefore x = 2 \pm \sqrt{\frac{a}{9}}$$

이때 두 근의 차가 1이므로

$$\left(2 + \sqrt{\frac{a}{9}}\right) - \left(2 - \sqrt{\frac{a}{9}}\right) = 1, \frac{2\sqrt{a}}{3} = 1$$

$$\sqrt{a} = \frac{3}{2} \quad \therefore a = \frac{9}{4}$$

489 [답 ④]

$$(4x-1)^2 = 18-3a \text{가 해를 가지므로}$$

$$18-3a \geq 0, -3a \geq -18 \quad \therefore a \leq 6$$

따라서 구하는 가장 큰 정수 a 의 값은 6이다.

490 [답 ①]

$$(x-3)^2 = k-4 \text{가 중근을 가지므로}$$

$$k-4=0 \quad \therefore k=4$$

$$\text{따라서 주어진 이차방정식은 } (x-3)^2 = 0 \text{이므로 } x=3$$

$$\therefore a=3$$

$$\therefore k-a=4-3=1$$

491 [답 ③]

$$\neg. a=6 \text{이면 } (x+5)^2 = 4, x+5 = \pm 2$$

$$\therefore x = -7 \text{ 또는 } x = -3$$

$$\neg. a=2 \text{이면 } (x+5)^2 = 0$$

$$\therefore x = -5$$

즉, $a=2$ 이면 중근을 갖는다.

$$\neg. (x+5)^2 = a-2 \text{가 중근을 가지려면}$$

$$a-2=0 \quad \therefore a=2$$

즉, 중근을 갖도록 하는 a 의 값은 하나뿐이다.

따라서 옳은 것은 ㄷ이다.

492 [답 ④]

$$x^2 + ax + 3 = 0 \text{에서}$$

$$x = \frac{-a \pm \sqrt{a^2 - 4 \times 1 \times 3}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{-a \pm \sqrt{a^2 - 12}}{2}$$

$$\text{즉, } \frac{-a \pm \sqrt{a^2 - 12}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{b}}{2} \text{이므로}$$

$$-a=5, a^2-12=b$$

$$\text{따라서 } a=-5, b=(-5)^2-12=13 \text{이므로}$$

$$a+b=-5+13=8$$

493 [답 5]

$$3x^2 - 5x + p = 0 \text{에서}$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 3 \times p}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{25 - 12p}}{6}$$

$$\text{즉, } \frac{5 \pm \sqrt{25 - 12p}}{6} = \frac{q \pm \sqrt{13}}{6} \text{이므로}$$

$$5=q, 25-12p=13 \quad \therefore p=1, q=5$$

$$\therefore pq=1 \times 5=5$$

채점 기준

i $3x^2 - 5x + p = 0$ 의 해를 p 를 사용하여 나타내기	50%
ii p, q 의 값 구하기	40%
iii pq 의 값 구하기	10%

494

답 ⑤

$$\textcircled{1} x^2-2x-8=0 \text{에서 } (x+2)(x-4)=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=4$$

$$\textcircled{2} x^2-16=0 \text{에서 } (x+4)(x-4)=0$$

$$\therefore x=-4 \text{ 또는 } x=4$$

$$\textcircled{3} (x+4)(x-3)=0 \text{에서 } x=-4 \text{ 또는 } x=3$$

$$\textcircled{4} 2x^2+3x+1=0 \text{에서 } (x+1)(2x+1)=0$$

$$\therefore x=-1 \text{ 또는 } x=-\frac{1}{2}$$

$$\textcircled{5} 2x^2-4x+1=0 \text{에서}$$

$$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-2\times 1}}{2}=\frac{2\pm\sqrt{2}}{2}$$

따라서 근이 유리수가 아닌 것은 ⑤이다.

495

답 ②

$$3(x+2)^2=x^2+10 \text{에서}$$

$$3(x^2+4x+4)=x^2+10$$

$$2x^2+12x+2=0, x^2+6x+1=0$$

$$\therefore x=-3\pm\sqrt{3^2-1\times 1}$$

$$=-3\pm\sqrt{8}=-3\pm 2\sqrt{2}$$

496

답 ②

$$x^2-9x+20=0 \text{에서 } (x-4)(x-5)=0$$

$$\therefore x=4 \text{ 또는 } x=5$$

이때 $a < b$ 이므로 $a=4, b=5$

$$2x^2-2ax+b=0 \text{에 } a=4, b=5 \text{를 대입하면}$$

$$2x^2-8x+5=0$$

$$\therefore x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-2\times 5}}{2}=\frac{4\pm\sqrt{6}}{2}$$

따라서 구하는 두 근의 차는

$$\frac{4+\sqrt{6}}{2}-\frac{4-\sqrt{6}}{2}=\sqrt{6}$$

497

답 ③

$$x^2-4x+2=0 \text{에서}$$

$$x=-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\times 2}=2\pm\sqrt{2}$$

$$\text{이때 } a > b \text{이므로 } a=2+\sqrt{2}, b=2-\sqrt{2}$$

$$1 < \sqrt{2} < 2 \text{이므로 } 3 < 2+\sqrt{2} < 4$$

$$-2 < -\sqrt{2} < -1 \text{이므로 } 0 < 2-\sqrt{2} < 1$$

따라서 $2-\sqrt{2} < n < 2+\sqrt{2}$ 를 만족시키는 정수 n 은 1, 2, 3의 3개이다.

498

답 ②

$$(x+5)^2=2k+1 \text{에서 } x+5=\pm\sqrt{2k+1}$$

$$\therefore x=-5\pm\sqrt{2k+1}$$

이때 자연수 k 에 대하여 $x=-5\pm\sqrt{2k+1}$ 이 정수가 되려면 $2k+1$ 은 0 또는 (자연수)² 꼴인 수이어야 하므로

$$2k+1=0, 1, 4, 9, \dots$$

$$\therefore k=-\frac{1}{2}, 0, \frac{3}{2}, 4, \dots$$

따라서 구하는 가장 작은 자연수 k 의 값은 4이다.

참고 이차방정식의 해 $x=(\text{정수})\pm\sqrt{a}$ 가 정수가 되려면 $\sqrt{a}$ 가 정수가 되어야 한다.

즉, $a=0$ 또는 $a=(\text{자연수})^2$ 꼴인 수이어야 한다.

499

답 ②, ⑤

$$x^2-6x-a=0 \text{에서}$$

$$x=-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-1\times(-a)}=3\pm\sqrt{a+9}$$

이때 두 근이 모두 자연수가 되려면 $\sqrt{a+9}$ 가 3보다 작은 자연수이어야 한다. 즉,

$$\sqrt{a+9}=1 \text{일 때, } a+9=1 \quad \therefore a=-8$$

$$\sqrt{a+9}=2 \text{일 때, } a+9=4 \quad \therefore a=-5$$

500

답 ④

$x^2+kx+k+1=0$ 의 일차항의 계수와 상수항을 서로 바꾸면

$$x^2+(k+1)x+k=0$$

이때 한 근이 2이므로 $x=2$ 를 대입하면

$$2^2+2(k+1)+k=0, 3k+6=0$$

$$\therefore k=-2$$

$$x^2+kx+k+1=0 \text{에 } k=-2 \text{를 대입하면}$$

$$x^2-2x-1=0$$

$$\therefore x=-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\times(-1)}=1\pm\sqrt{2}$$

따라서 처음 이차방정식의 두 근의 차는

$$(1+\sqrt{2})-(1-\sqrt{2})=2\sqrt{2}$$

501

답 ④

$$0.5x^2-x+\frac{2}{5}=0 \text{의 양변에 } 10 \text{을 곱하면}$$

$$5x^2-10x+4=0$$

$$\therefore x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-5\times 4}}{5}=\frac{5\pm\sqrt{5}}{5}$$

참고 소수와 분수의 계수가 섞여 있는 복잡한 이차방정식은 소수와 분수를 모두 정수로 만들 수 있는 수를 양변에 곱한 후 푼다.

502

답 ②

$$\frac{x(x-7)}{3}-\frac{(2x+1)(x-3)}{4}=2 \text{의 양변에 } 12 \text{를 곱하면}$$

$$4x(x-7)-3(2x+1)(x-3)=24$$

$$4x^2-28x-3(2x^2-5x-3)=24$$

$$4x^2-28x-6x^2+15x+9-24=0$$

$$2x^2+13x+15=0, (x+5)(2x+3)=0$$

$$\therefore x=-5 \text{ 또는 } x=-\frac{3}{2}$$

$$\text{이때 } a > b \text{이므로 } a=-\frac{3}{2}, b=-5$$

$$\therefore 2a+b=2\times\left(-\frac{3}{2}\right)+(-5)=-8$$

503

답 ②

$$\frac{1}{6}x^2-2x+\frac{10}{3}=0 \text{의 양변에 } 6 \text{을 곱하면}$$

$$x^2-12x+20=0, (x-2)(x-10)=0$$

$$\therefore x=2 \text{ 또는 } x=10$$

$0.1x^2 + 0.8x - 2 = 0$ 의 양변에 10을 곱하면
 $x^2 + 8x - 20 = 0, (x+10)(x-2) = 0$
 $\therefore x = -10$ 또는 $x = 2$
 따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x = 2$

504 답 ④

$0.3x^2 - 0.2x - A = 0$ 의 양변에 10을 곱하면
 $3x^2 - 2x - 10A = 0$
 $\therefore x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 3 \times (-10A)}}{3}$
 $= \frac{1 \pm \sqrt{1+30A}}{3}$
 즉, $\frac{1 \pm \sqrt{1+30A}}{3} = \frac{B \pm \sqrt{31}}{3}$ 이므로
 $1 = B, 1+30A = 31 \quad \therefore A = 1, B = 1$
 $\therefore AB = 1 \times 1 = 1$

505 답 ⑤

$\frac{3}{5}x^2 - 1.3x + \frac{1}{2} = 0$ 의 양변에 10을 곱하면
 $6x^2 - 13x + 5 = 0, (2x-1)(3x-5) = 0$
 $\therefore x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{5}{3}$
 이때 $a > b$ 이므로 $a = \frac{5}{3}, b = \frac{1}{2}$
 따라서 $x^2 - ax + \frac{4}{3}b = 0$ 은 $x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{2}{3} = 0$ 이므로
 이 이차방정식의 양변에 3을 곱하면
 $3x^2 - 5x + 2 = 0, (3x-2)(x-1) = 0$
 $\therefore x = \frac{2}{3}$ 또는 $x = 1$

506 답 $x = -\frac{11}{4}$ 또는 $x = 0$

$x+2=A$ 로 놓으면 $4A^2 - 5A - 6 = 0$
 $(4A+3)(A-2) = 0$
 $\therefore A = -\frac{3}{4}$ 또는 $A = 2$
 따라서 $x+2 = -\frac{3}{4}$ 또는 $x+2 = 2$ 이므로
 $x = -\frac{11}{4}$ 또는 $x = 0$

507 답 ①, ②

$x+y=A$ 로 놓으면 $A(A+3)+2=0$
 $A^2+3A+2=0, (A+2)(A+1)=0$
 $\therefore A = -2$ 또는 $A = -1$
 $\therefore x+y = -2$ 또는 $x+y = -1$

508 답 ③

$0.5(x+1)(x+3) = \frac{2x(x+2)}{3}$ 의 양변에 6을 곱하면
 $3(x+1)(x+3) = 4x(x+2), 3(x^2+4x+3) = 4x^2+8x$
 $3x^2+12x+9 = 4x^2+8x, x^2-4x-9=0$
 $\therefore x = -(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 1 \times (-9)} = 2 \pm \sqrt{13}$

이때 두 근 중 작은 근은 $2 - \sqrt{13}$ 이므로

$a = 2 - \sqrt{13}$
 $3 < \sqrt{13} < 4$ 에서 $-4 < -\sqrt{13} < -3$ 이므로
 $-2 < 2 - \sqrt{13} < -1$

따라서 $n < a < n+1$ 을 만족시키는 정수 n 의 값은 -2 이다.

509 답 ②

$(x-y)^2 - 2x + 2y - 7 = 0$ 에서
 $(x-y)^2 - 2(x-y) - 7 = 0$
 $x-y=A$ 로 놓으면
 $A^2 - 2A - 7 = 0$
 $\therefore A = -(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 1 \times (-7)} = 1 \pm \sqrt{8} = 1 \pm 2\sqrt{2}$
 즉, $x-y = 1 \pm 2\sqrt{2}$ 이고, $x < y$ 에서 $x-y < 0$ 이므로
 $x-y = 1 - 2\sqrt{2}$

최고수준 도전 기출

105쪽

510 답 $\frac{1}{18}$

전략 중근을 가질 조건을 이용하여 a 와 b 의 관계식을 구한 후 주사위의 눈의 수에 따라 관계식을 만족시키는 경우를 찾는다.
 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$
 $x^2 + ax + b = 0$ 이 중근을 가지려면
 $b = \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{4} \quad \therefore a^2 = 4b$
 이때 a, b 는 $1 \leq a \leq 6, 1 \leq b \leq 6$ 인 자연수이므로 b 가 1, 4일 때 a 의 값이 자연수가 된다. 즉,
 $b = 1$ 일 때, $a^2 = 4$ 이므로 $a = 2$
 $b = 4$ 일 때, $a^2 = 16$ 이므로 $a = 4$
 따라서 $a^2 = 4b$ 를 만족시키는 a, b 의 순서쌍 (a, b) 는 $(2, 1), (4, 4)$ 의 2가지이므로 구하는 확률은
 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

511 답 1982

전략 $2029 = 2030 - 1, 2031 = 2030 + 1$ 이므로
 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 을 이용하여 이차방정식의 계수를 변형한 후 인수분해를 이용하여 이차방정식을 푼다.
 $2029 \times 2031 = (2030 - 1)(2030 + 1) = 2030^2 - 1$ 이므로
 $(2030x)^2 - 2029 \times 2031x - 1 = 0$ 에서
 $2030^2x^2 + (1 - 2030^2)x - 1 = 0$

$$\begin{array}{ccc} 2030^2x & \begin{array}{c} \nearrow \\ \searrow \end{array} & \begin{array}{c} 1 \longrightarrow \\ -1 \longrightarrow \end{array} & \begin{array}{c} x \\ -2030^2x \end{array} \\ & & & \hline & & & (1 - 2030^2)x \end{array}$$
 $(2030^2x + 1)(x - 1) = 0$

$$\therefore x = -\frac{1}{2030^2} \text{ 또는 } x=1$$

이때 두 근 중 큰 근은 1이므로 $p=1$

$$x^2 + 1980x - 1981 = 0 \text{에서}$$

$$(x+1981)(x-1)=0$$

$$\therefore x = -1981 \text{ 또는 } x=1$$

이때 두 근 중 작은 근은 -1981 이므로 $q=-1981$

$$\therefore p-q=1-(-1981)=1982$$

512 답 (1, 5), (2, 3), (3, 1)

전략 공통부분을 찾아 한 문자로 놓은 후 이차방정식을 풀고, 자연 수 x, y 의 순서쌍을 구한다.

$$2(2x+y)^2 - 30x - 15y + 7 = 0 \text{에서}$$

$$2(2x+y)^2 - 15(2x+y) + 7 = 0$$

$$2x+y=A \text{로 놓으면}$$

$$2A^2 - 15A + 7 = 0, (2A-1)(A-7)=0$$

$$\therefore A = \frac{1}{2} \text{ 또는 } A=7$$

$$\therefore 2x+y = \frac{1}{2} \text{ 또는 } 2x+y=7$$

이때 x, y 가 자연수이므로 $2x+y=7$

따라서 $2x+y=7$ 을 만족시키는 자연수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 는

$$(1, 5), (2, 3), (3, 1)$$

513 답 ⑤

전략 주어진 이차방정식의 좌변을 인수분해하여 식을 간단히 한다.

$$x^2 - 2mx + 4x + m^2 - 4m = 2n \text{에서}$$

$$x^2 - (2m-4)x + m(m-4) = 2n$$

이때 좌변을 인수분해하면

$$x^2 - (2m-4)x + m(m-4) = 2n$$

$$\begin{array}{rcl} x & \begin{array}{c} \nearrow \\ \searrow \end{array} & \begin{array}{c} -m \\ -(m-4) \end{array} \begin{array}{c} \longrightarrow \\ \longrightarrow \end{array} \begin{array}{c} -mx \\ -(m-4)x \\ -(2m-4)x \end{array} \end{array}$$

$$(x-m)\{x-(m-4)\} = 2n$$

$$\therefore (x-m)(x-m+4) = 2n$$

이때 $x+4=m+n$ 에서 $x-m=n-4$ 이므로

$$(n-4)n = 2n, n^2 - 6n = 0$$

$$n(n-6) = 0$$

$$\therefore n=0 \text{ 또는 } n=6$$

따라서 구하는 모든 상수 n 의 값의 합은 $0+6=6$

다른 풀이

$$x^2 - 2mx + 4x + m^2 - 4m = 2n \text{에서}$$

$$x^2 - 2mx + m^2 + 4x - 4m = 2n$$

$$\therefore (x-m)^2 + 4(x-m) = 2n$$

이때 $x+4=m+n$ 에서 $x-m=n-4$ 이므로

$$(n-4)^2 + 4(n-4) = 2n$$

$$n^2 - 8n + 16 + 4n - 16 = 2n, n^2 - 6n = 0$$

$$n(n-6) = 0 \therefore n=0 \text{ 또는 } n=6$$

따라서 구하는 모든 상수 n 의 값의 합은 $0+6=6$

06 이차방정식의 활용

난이도별 필수 기출

108~120쪽

514 답 ②

$$\textcircled{1} (-5)^2 - 4 \times 3 \times 4 = -23 < 0$$

$$\textcircled{2} (-2)^2 - 4 \times (-3) = 16 > 0$$

$$\textcircled{3} 2^2 - 1 \times 6 = -2 < 0$$

$$\textcircled{4} (-2)^2 - 2 \times 5 = -6 < 0$$

$$\textcircled{5} (-1)^2 - 5 \times 3 = -14 < 0$$

따라서 근이 존재하는 것은 ②이다.

515 답 ③

$$\textcircled{1} (-3)^2 - 4 \times 4 \times 0 = 9 > 0 \Rightarrow \text{서로 다른 두 근} \Rightarrow \text{근이 2개}$$

$$\textcircled{2} (-5)^2 - 4 \times 1 \times 6 = 1 > 0 \Rightarrow \text{서로 다른 두 근} \Rightarrow \text{근이 2개}$$

$$\textcircled{3} (-2)^2 - 1 \times 9 = -5 < 0 \Rightarrow \text{근이 없다.} \Rightarrow \text{근이 0개}$$

$$\textcircled{4} 7^2 - 4 \times 3 \times 1 = 37 > 0 \Rightarrow \text{서로 다른 두 근} \Rightarrow \text{근이 2개}$$

$$\textcircled{5} (-3)^2 - 2 \times 3 = 3 > 0 \Rightarrow \text{서로 다른 두 근} \Rightarrow \text{근이 2개}$$

따라서 근의 개수가 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.

516 답 3

$$x^2 - 3x + k - \frac{3}{4} = 0 \text{이 중근을 가지려면}$$

$$(-3)^2 - 4 \times 1 \times \left(k - \frac{3}{4}\right) = 0$$

$$\text{이어야 하므로 } 9 - 4k + 3 = 0$$

$$-4k = -12 \therefore k = 3$$

517 답 ③, ⑤

$$\textcircled{1} 0^2 - 1 \times 0 = 0$$

$$\textcircled{2} (-1)^2 - 4 \times 3 \times 2 = -23 < 0$$

$$\textcircled{3} (-3)^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 13 > 0$$

$$\textcircled{4} (-2)^2 - 1 \times 4 = 0$$

$$\textcircled{5} 3^2 - 2 \times (-1) = 11 > 0$$

따라서 서로 다른 두 근을 갖는 것은 ③, ⑤이다.

518 답 ⑤

$x^2 + 8x + k = 0$ 의 근의 개수는 $4^2 - 1 \times k$, 즉 $16 - k$ 의 부호로 판단한다.

ㄱ. $k=8$ 이면 $16-8=8>0$ 이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

ㄴ. $k=20$ 이면 $16-20=-4<0$ 이므로 근을 갖지 않는다.

ㄷ. $k=16$ 이면 $16-16=0$ 이므로 중근을 갖는다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

519 답 8

$$x^2 - 5x + k - 2 = 0 \text{이 서로 다른 두 근을 가지려면}$$

$$(-5)^2 - 4 \times 1 \times (k-2) > 0$$

$$\text{이어야 하므로 } 25 - 4k + 8 > 0$$

$$-4k > -33 \quad \therefore k < \frac{33}{4}$$

따라서 구하는 가장 큰 정수 k 의 값은 8이다.

520 [답] ①, ②

$7x^2 - 3x - 1 = k + 1$ 을 정리하면

$$7x^2 - 3x - k - 2 = 0$$

이 이차방정식이 근을 가지려면

$$(-3)^2 - 4 \times 7 \times (-k-2) \geq 0$$

이어야 하므로 $9 + 28k + 56 \geq 0$

$$28k \geq -65 \quad \therefore k \geq -\frac{65}{28}$$

따라서 k 의 값으로 적당하지 않은 것은 ①, ②이다.

521 [답] ⑤

$x^2 + \frac{2}{5}x + \frac{1}{25} = \frac{k-6}{3}$ 을 정리하면

$$\left(x + \frac{1}{5}\right)^2 = \frac{k-6}{3}$$

이 이차방정식이 근을 갖지 않으므로

$$\frac{k-6}{3} < 0$$

$$k-6 < 0 \quad \therefore k < 6$$

522 [답] ③

$x^2 + 4kx + k + 5 = 0$ 이 중근을 가지려면

$$(2k)^2 - 1 \times (k+5) = 0$$

이어야 하므로 $4k^2 - k - 5 = 0$

$$(k+1)(4k-5) = 0 \quad \therefore k = -1 \text{ 또는 } k = \frac{5}{4}$$

따라서 구하는 모든 상수 k 의 값의 합은

$$-1 + \frac{5}{4} = \frac{1}{4}$$

523 [답] $-\frac{15}{4}$

$x(x+5) = a$ 에서 $x^2 + 5x - a = 0$

이 이차방정식이 중근을 가지므로

$$5^2 - 4 \times 1 \times (-a) = 0$$

$$25 + 4a = 0, 4a = -25 \quad \therefore a = -\frac{25}{4} \quad \dots\dots \textcircled{i}$$

$x^2 + 5x - a = 0$ 에 $a = -\frac{25}{4}$ 를 대입하면

$$x^2 + 5x + \frac{25}{4} = 0$$

$$\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = 0 \text{이므로 } x = -\frac{5}{2} \quad \therefore b = -\frac{5}{2} \quad \dots\dots \textcircled{ii}$$

$$\therefore a - b = -\frac{25}{4} - \left(-\frac{5}{2}\right) = -\frac{15}{4} \quad \dots\dots \textcircled{iii}$$

채점 기준

① a 의 값 구하기	50%
② b 의 값 구하기	40%
③ $a-b$ 의 값 구하기	10%

524 [답] ①

$3x^2 - 6x + a - 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가지므로

$$(-3)^2 - 3 \times (a-1) > 0$$

$$9 - 3a + 3 > 0, -3a > -12 \quad \therefore a < 4 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$a^2x^2 - 2(a+2)x + 2 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$\{-(a+2)\}^2 - a^2 \times 2 = 0$$

$$a^2 + 4a + 4 - 2a^2 = 0, a^2 - 4a - 4 = 0$$

$$\therefore a = -(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 1 \times (-4)} = 2 \pm \sqrt{8} \\ = 2 \pm 2\sqrt{2} \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에 의해 } a = 2 - 2\sqrt{2}$$

525 [답] 6

$(k^2 - 4)x^2 + 2(k+2)x + 2 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$(k+2)^2 - (k^2 - 4) \times 2 = 0$$

$$k^2 + 4k + 4 - 2k^2 + 8 = 0, k^2 - 4k - 12 = 0$$

$$(k+2)(k-6) = 0 \quad \therefore k = -2 \text{ 또는 } k = 6$$

그런데 $k = -2$ 이면 $k^2 - 4 = (-2)^2 - 4 = 0$ 이므로 주어진 방정식이 이차방정식이 아니다.

따라서 $k \neq -2$ 이므로 $k = 6$

526 [답] ⑤

$x = -2$ 를 중근으로 갖고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은

$$(x+2)^2 = 0 \quad \therefore x^2 + 4x + 4 = 0$$

따라서 $a = 4, b = 4$ 이므로

$$ab = 4 \times 4 = 16$$

527 [답] ④

$-2, 3$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은

$$(x+2)(x-3) = 0 \quad \therefore x^2 - x - 6 = 0$$

따라서 $a = -1, b = -6$ 이므로

$$a - b = -1 - (-6) = 5$$

528 [답] ①

해가 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{2}{3}$ 이고 x^2 의 계수가 6인 이차방정식은

$$6\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{2}{3}\right) = 0$$

$$6\left(x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{1}{3}\right) = 0 \quad \therefore 6x^2 - x - 2 = 0$$

따라서 $a = -1, b = -2$ 이므로

$$a + b = -1 + (-2) = -3$$

529 [답] $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 6$

해가 $x = \frac{3}{2}$ 또는 $x = \frac{1}{3}$ 이고 x^2 의 계수가 a 인 이차방정식은

$$a\left(x - \frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = 0$$

$$a\left(x^2 - \frac{11}{6}x + \frac{1}{2}\right) = 0$$

$$\begin{aligned} \therefore ax^2 - \frac{11}{6}ax + \frac{1}{2}a &= 0 & \dots \text{i} \\ \text{이때 } \frac{1}{2}a &= 3 \text{이므로 } a=6 & \dots \text{ii} \\ b &= -\frac{11}{6}a \text{이므로 } b = -\frac{11}{6} \times 6 = -11 & \dots \text{iii} \\ \text{따라서 } 2x^2 - 11x - 6 &= 0 \text{을 풀면} \\ (2x+1)(x-6) &= 0 \quad \therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=6 & \dots \text{iv} \end{aligned}$$

채점 기준	
i 이차방정식 세우기	30%
ii a의 값 구하기	20%
iii b의 값 구하기	20%
iv 이차방정식 $2x^2+bx-a=0$ 풀기	30%

530 답 ⑤

$$\begin{aligned} x^2 - (k-2)x - 2k &= 0 \text{이 증근을 가지므로} \\ \{-(k-2)\}^2 - 4 \times 1 \times (-2k) &= 0 \\ k^2 + 4k + 4 &= 0, (k+2)^2 = 0 \quad \therefore k = -2 \\ \text{이때 두 근이 } -2, -2+1 &= -1 \text{이고 } x^2 \text{의 계수가 1인 이차방정식은} \\ (x+2)(x+1) &= 0 \quad \therefore x^2 + 3x + 2 = 0 \\ \therefore a &= 3, b = 2 \end{aligned}$$

531 답 ②

$$\begin{aligned} 6x^2 - 5x - 4 &= 0 \text{을 풀면} \\ (2x+1)(3x-4) &= 0 \quad \therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = \frac{4}{3} \\ \text{즉, } -\frac{1}{2} - 1 &= -\frac{3}{2}, \frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3} \text{을 두 근으로 하고 } x^2 \text{의 계수가 6} \\ \text{인 이차방정식은} \\ 6\left(x + \frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) &= 0 \\ 6\left(x^2 + \frac{7}{6}x - \frac{1}{2}\right) &= 0 \quad \therefore 6x^2 + 7x - 3 = 0 \end{aligned}$$

532 답 ①

$$\begin{aligned} \text{두 근을 } a, a+5 \text{라 하면 } x^2 \text{의 계수가 2이므로} \\ 2(x-a)\{x-(a+5)\} &= 0 \\ \therefore 2x^2 - 2(2a+5)x + 2a(a+5) &= 0 \\ \text{이때 } -2(2a+5) &= -2 \text{이므로} \\ 2a+5 &= 1, 2a = -4 \quad \therefore a = -2 \\ \text{따라서 } k &= 2a(a+5) \text{이므로} \\ k &= 2 \times (-2) \times (-2+5) = -12 \end{aligned}$$

533 답 ③

$$\begin{aligned} \text{두 근을 } a, 2a(a \neq 0) \text{라 하면 } x^2 \text{의 계수가 3이므로} \\ 3(x-a)(x-2a) &= 0 \\ \therefore 3x^2 - 9ax + 6a^2 &= 0 \\ \text{이때 } -9a &= -9 \text{이므로 } a = 1 \\ \text{따라서 } k &= 6a^2 \text{이므로} \\ k &= 6 \times 1^2 = 6 \end{aligned}$$

534 답 2

$$\begin{aligned} \text{두 근을 } a, 4a(a \neq 0) \text{라 하면 } x^2 \text{의 계수가 1이므로} \\ (x-a)(x-4a) &= 0 \\ \therefore x^2 - 5ax + 4a^2 &= 0 & \dots \text{i} \\ \text{이때 } 4a^2 &= 1 \text{이므로} \\ a^2 = \frac{1}{4} \quad \therefore a &= \pm \frac{1}{2} & \dots \text{ii} \\ x^2 + kx - x + 1 &= 0, \text{ 즉 } x^2 + (k-1)x + 1 = 0 \text{에서} \\ k-1 &= -5a \text{이므로 } k = -5a + 1 \\ \therefore k &= -5 \times \frac{1}{2} + 1 = -\frac{3}{2} \text{ 또는 } k = -5 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = \frac{7}{2} & \dots \text{iii} \end{aligned}$$

따라서 구하는 모든 상수 k 의 값의 합은

$$-\frac{3}{2} + \frac{7}{2} = 2 \quad \dots \text{iv}$$

채점 기준	
i 한 근을 a 로 놓고 이차방정식 세우기	30%
ii a 의 값 구하기	30%
iii k 의 값 구하기	30%
iv 모든 상수 k 의 값의 합 구하기	10%

535 답 ②

$$\begin{aligned} \text{두 근의 비가 } 1:3 \text{이므로 두 근을 } a, 3a(a \neq 0) \text{라 하면} \\ (x-a)(x-3a) &= 0 \\ \therefore x^2 - 4ax + 3a^2 &= 0 \\ \text{이때 } -4a &= -(k+2) \text{이므로 } a = \frac{k+2}{4} & \dots \text{㉠} \\ 3a^2 &= 2k \text{이므로 ㉠을 대입하면} \\ 3\left(\frac{k+2}{4}\right)^2 &= 2k \\ \frac{3k^2 + 12k + 12}{16} &= 2k, 3k^2 + 12k + 12 = 32k \\ 3k^2 - 20k + 12 &= 0, (3k-2)(k-6) &= 0 \\ \therefore k &= \frac{2}{3} \text{ 또는 } k=6 \end{aligned}$$

따라서 모든 상수 k 의 값의 곱은 $\frac{2}{3} \times 6 = 4$

536 답 $x = -3 \pm \sqrt{14}$

$$\begin{aligned} x^2 + bx + a &= 0 \text{의 해가 } x=2 \text{ 또는 } x=3 \text{이므로} \\ (x-2)(x-3) &= 0 \quad \therefore x^2 - 5x + 6 = 0 \\ \therefore a &= 6, b = -5 \\ \text{따라서 처음 이차방정식은 } x^2 + 6x - 5 &= 0 \text{이므로} \\ x &= -3 \pm \sqrt{3^2 - 1 \times (-5)} = -3 \pm \sqrt{14} \end{aligned}$$

537 답 ①

$$\begin{aligned} \text{일차항의 계수를 잘못 보고 푼 이차방정식은} \\ (x+3)(x-8) &= 0 \quad \therefore x^2 - 5x - 24 = 0 \\ \text{이때 상수항을 제대로 보았으므로 처음 이차방정식의 상수항은} \\ -24 \text{이다.} \end{aligned}$$

상수항을 잘못 보고 푼 이차방정식은

$$(x+5)(x-3)=0 \quad \therefore x^2+2x-15=0$$

이때 일차항의 계수를 제대로 보았으므로 처음 이차방정식의 일차항의 계수는 2이다.

따라서 처음 이차방정식은 $x^2+2x-24=0$ 이므로

$$a=2, b=-24$$

$$\therefore ab=2 \times (-24)=-48$$

538 [답 ③]

일차함수 $y=ax+b$ 의 그래프에서 a 는 기울기, b 는 y 절편이므로

$$a=\frac{3}{4}, b=3$$

따라서 $\frac{3}{4}$, 3을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 4인 이차방정식은

$$4\left(x-\frac{3}{4}\right)(x-3)=0$$

$$4\left(x^2-\frac{15}{4}x+\frac{9}{4}\right)=0 \quad \therefore 4x^2-15x+9=0$$

539 [답 ①]

$\alpha+1, \beta+1$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은

$$\{x-(\alpha+1)\}\{x-(\beta+1)\}=0$$

$$\therefore x^2-(\alpha+\beta+2)x+\alpha\beta+\alpha+\beta+1=0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$x^2+3x-9=0$ 을 풀면

$$x=\frac{-3 \pm \sqrt{3^2-4 \times 1 \times (-9)}}{2 \times 1}=\frac{-3 \pm \sqrt{45}}{2}=\frac{-3 \pm 3\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{이때 } \alpha+\beta=\frac{-3+3\sqrt{5}}{2}+\frac{-3-3\sqrt{5}}{2}=-3,$$

$$\alpha\beta=\frac{-3+3\sqrt{5}}{2} \times \frac{-3-3\sqrt{5}}{2}=\frac{9-45}{4}=-9 \text{이므로 } \textcircled{1} \text{에 대입}$$

하면

$$x^2-(-3+2)x+(-9)+(-3)+1=0$$

$$\therefore x^2+x-11=0$$

다른 풀이

$$x^2+3x-9=0 \text{을 풀면 } x=\frac{-3 \pm 3\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{즉, } \frac{-3+3\sqrt{5}}{2}+1=\frac{-1+3\sqrt{5}}{2}, \frac{-3-3\sqrt{5}}{2}+1=\frac{-1-3\sqrt{5}}{2}$$

를 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은

$$\left(x-\frac{-1+3\sqrt{5}}{2}\right)\left(x-\frac{-1-3\sqrt{5}}{2}\right)=0$$

$$x^2-\left(\frac{-1+3\sqrt{5}}{2}+\frac{-1-3\sqrt{5}}{2}\right)x+\frac{-1+3\sqrt{5}}{2} \times \frac{-1-3\sqrt{5}}{2}=0$$

$$\therefore x^2+x-11=0$$

540 [답 ④]

정현이가 푼 이차방정식은

$$(x+3)(x-4)=0 \quad \therefore x^2-x-12=0$$

이때 정현이는 상수항을 제대로 보았으므로 처음 이차방정식의 상수항은 -12이다.

지유가 푼 이차방정식은

$$\{x-(2+\sqrt{3})\}\{x-(2-\sqrt{3})\}=0 \quad \therefore x^2-4x+1=0$$

이때 지유는 x 의 계수를 제대로 보았으므로 처음 이차방정식의 x 의 계수는 -4이다.

따라서 처음 이차방정식은 $x^2-4x-12=0$ 이므로

$$(x+2)(x-6)=0 \quad \therefore x=-2 \text{ 또는 } x=6$$

541 [답 ⑤]

$$\frac{n(n-3)}{2}=77 \text{에서}$$

$$n^2-3n=154, n^2-3n-154=0$$

$$(n+11)(n-14)=0 \quad \therefore n=-11 \text{ 또는 } n=14$$

이때 n 은 자연수이므로 $n=14$

따라서 구하는 다각형은 십사각형이다.

542 [답 ③]

$$\frac{n(n-1)}{2}=300 \text{에서}$$

$$n^2-n=600, n^2-n-600=0$$

$$(n+24)(n-25)=0 \quad \therefore n=-24 \text{ 또는 } n=25$$

이때 n 은 자연수이므로 $n=25$

따라서 학급의 학생 수는 25명이다.

543 [답 11번째]

$$\frac{n(n+1)}{2}=66 \text{에서}$$

..... ①

$$n^2+n=132, n^2+n-132=0$$

$$(n+12)(n-11)=0 \quad \therefore n=-12 \text{ 또는 } n=11$$

..... ②

이때 n 은 자연수이므로 $n=11$

따라서 구하는 삼각형 모양은 11번째이다.

..... ③

채점 기준

① 이차방정식 세우기	40%
② 이차방정식 풀기	40%
③ 66개의 바둑돌을 사용하여 만든 삼각형 모양은 몇 번째인지 구하기	20%

544 [답 ②]

어떤 자연수를 x 라 하면

$$x+x^2=56$$

$$x^2+x-56=0, (x+8)(x-7)=0$$

$$\therefore x=-8 \text{ 또는 } x=7$$

이때 x 는 자연수이므로 $x=7$

따라서 구하는 자연수는 7이다.

545 [답 ③]

연속하는 두 홀수를 $x, x+2$ 라 하면

$$x(x+2)=195$$

$$x^2+2x-195=0, (x+15)(x-13)=0$$

$$\therefore x=-15 \text{ 또는 } x=13$$

이때 x 는 자연수이므로 $x=13$

따라서 연속하는 두 홀수는 13, 15이므로 구하는 합은

$$13+15=28$$

546 답 ⑤

어떤 음수를 x 라 하면

$$(x+1)^2=2(x+1)$$

$$x^2+2x+1=2x+2, x^2-1=0$$

$$(x+1)(x-1)=0 \quad \therefore x=-1 \text{ 또는 } x=1$$

이때 x 는 음수이므로 $x=-1$

따라서 구하는 음수는 -1 이다.

547 답 10

큰 수를 $x(x>5)$ 라 하면 작은 수는 $x-5$ 이므로

$$x^2=4(x-5)^2 \quad \dots\dots \textcircled{i}$$

$$x^2=4x^2-40x+100, 3x^2-40x+100=0$$

$$(3x-10)(x-10)=0 \quad \therefore x=\frac{10}{3} \text{ 또는 } x=10 \quad \dots\dots \textcircled{ii}$$

이때 $x>5$ 이므로 $x=10$

따라서 구하는 큰 수는 10이다. \dots\dots \textcircled{iii}

채점 기준	
① 이차방정식 세우기	40%
② 이차방정식 풀기	40%
③ 두 자연수 중 큰 수 구하기	20%

548 답 ④

어떤 자연수를 x 라 하면 어떤 자연수보다 6만큼 작은 수는 $x-6$ 이므로

$$x(x-6)=16$$

$$x^2-6x-16=0, (x+2)(x-8)=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=8$$

이때 x 는 자연수이므로 $x=8$

따라서 처음에 구하려고 했던 두 수의 곱은

$$8 \times (8+6)=112$$

549 답 ②

연속하는 두 자연수를 $x, x+1$ 이라 하면

$$x(x+1)=x^2+(x+1)^2-7$$

$$x^2+x=2x^2+2x-6, x^2+x-6=0$$

$$(x+3)(x-2)=0 \quad \therefore x=-3 \text{ 또는 } x=2$$

이때 x 는 자연수이므로 $x=2$

따라서 연속하는 두 자연수는 2, 3이다.

550 답 30

연속하는 세 짝수를 $x-2, x, x+2(x>2)$ 라 하면

$$(x+2)^2=2x(x-2)-16 \quad \dots\dots \textcircled{i}$$

$$x^2+4x+4=2x^2-4x-16, x^2-8x-20=0$$

$$(x+2)(x-10)=0 \quad \therefore x=-2 \text{ 또는 } x=10 \quad \dots\dots \textcircled{ii}$$

이때 $x>2$ 이므로 $x=10$

따라서 연속하는 세 짝수는 8, 10, 12이므로 구하는 합은

$$8+10+12=30 \quad \dots\dots \textcircled{iii}$$

채점 기준

① 이차방정식 세우기	40%
② 이차방정식 풀기	40%
③ 세 짝수의 합 구하기	20%

551 답 ④

연속하는 네 자연수를 $x-1, x, x+1, x+2(x>1)$ 라 하면

$$(x+2)^2-(x-1)^2=x(x+1)-11$$

$$6x+3=x^2+x-11, x^2-5x-14=0$$

$$(x+2)(x-7)=0 \quad \therefore x=-2 \text{ 또는 } x=7$$

이때 $x>1$ 이므로 $x=7$

따라서 연속하는 네 자연수는 6, 7, 8, 9이므로 가장 큰 수는 9이다.

552 답 ①

십의 자리 숫자를 x 라 하면 일의 자리 숫자는 $8-x$ 이므로

$$x(8-x)=(10x+8-x)-14$$

$$8x-x^2=9x-6, x^2+x-6=0$$

$$(x+3)(x-2)=0 \quad \therefore x=-3 \text{ 또는 } x=2$$

이때 $1 \leq x \leq 8$ 이므로 $x=2$

따라서 십의 자리 숫자는 2, 일의 자리 숫자는 $8-2=6$ 이므로 구하는 자연수는 26이다.

참고 십의 자리 숫자가 a , 일의 자리 숫자가 b 인 두 자리의 자연수는 $10a+b$ 이다. (단, $1 \leq a \leq 9, 0 \leq b \leq 9$)

553 답 ①

동생의 나이를 x 살이라 하면 지우의 나이는 $(x+5)$ 살이므로

$$x^2=3(x+5)+3$$

$$x^2=3x+18, x^2-3x-18=0$$

$$(x+3)(x-6)=0 \quad \therefore x=-3 \text{ 또는 } x=6$$

이때 x 는 자연수이므로 $x=6$

따라서 동생의 나이는 6살이다.

554 답 ①

펼쳐진 두 면의 쪽수를 $x, x+1$ 이라 하면

$$x(x+1)=420$$

$$x^2+x-420=0, (x+21)(x-20)=0$$

$$\therefore x=-21 \text{ 또는 } x=20$$

이때 x 는 자연수이므로 $x=20$

따라서 두 면의 쪽수 중 작은 쪽의 쪽수는 20이다.

555 답 ⑤

학생 수를 $x(x>2)$ 명이라 하면 한 학생에게 나누어 주는 사과의 개수는 $x-2$ 이므로

$$x(x-2)=195$$

$$x^2-2x-195=0, (x+13)(x-15)=0$$

$$\therefore x=-13 \text{ 또는 } x=15$$

이때 $x>2$ 이므로 $x=15$

따라서 학생 수는 15명이다.

556 [답 ③]

민유가 태어난 날을 5월 x 일이라 하면
태오가 태어난 날은 5월 $(x+7)$ 일이므로 $x(x+7)=144$
 $x^2+7x-144=0$, $(x+16)(x-9)=0$
 $\therefore x=-16$ 또는 $x=9$
이때 x 는 자연수이므로 $x=9$
따라서 민유가 태어난 날은 5월 9일이므로 구하는 날짜는 9일이다.

557 [답 ④]

전체 물건의 개수는 2940×43 이고, 한 사람당 물건을 $60x$ 개만큼 줄이면 필요한 인력은 $(43+x)$ 명이므로
 $2940 \times 43 = (2940 - 60x)(43 + x)$
 $2940 \times 43 = 2940 \times 43 + 360x - 60x^2$, $60x^2 - 360x = 0$
 $x^2 - 6x = 0$, $x(x-6) = 0$
 $\therefore x=0$ 또는 $x=6$
이때 x 는 자연수이므로 $x=6$

558 [답 ②]

(정가) = $2000\left(1 + \frac{x}{100}\right)$
(판매가) = $2000\left(1 + \frac{x}{100}\right)\left(1 - \frac{x}{100}\right)$
이때 물건 한 개당 20원의 손해를 보았으므로 판매가는
 $2000 - 20 = 1980$ (원)이다. 즉,
 $2000\left(1 + \frac{x}{100}\right)\left(1 - \frac{x}{100}\right) = 1980$
 $\left(1 + \frac{x}{100}\right)\left(1 - \frac{x}{100}\right) = \frac{99}{100}$
 $1 - \left(\frac{x}{100}\right)^2 = \frac{99}{100}$
 $\left(\frac{x}{100}\right)^2 = \frac{1}{100}$, $\frac{x}{100} = \pm \frac{1}{10}$
 $\therefore x = -10$ 또는 $x = 10$
이때 $x > 0$ 이므로 $x = 10$

559 [답 ⑤]

물체를 쏘아 올린 지 x 초 후에 지면에 떨어진다고 하면 물체가 지면에 떨어질 때의 높이는 0 m이므로
 $-5x^2 + 90x + 200 = 0$
 $x^2 - 18x - 40 = 0$, $(x+2)(x-20) = 0$
 $\therefore x = -2$ 또는 $x = 20$
이때 $x > 0$ 이므로 $x = 20$
따라서 물체가 지면에 떨어질 때까지 걸리는 시간은 20초이다.

560 [답 3초 후]

폭죽을 쏘아 올린 지 x 초 후에 터진다고 하면 그 지점의 높이가 120 m이므로
 $-5x^2 + 55x = 120$
 $5x^2 - 55x + 120 = 0$, $x^2 - 11x + 24 = 0$
 $(x-3)(x-8) = 0$ $\therefore x = 3$ 또는 $x = 8$
따라서 폭죽이 올라가면서 터진 것은 쏘아 올린 지 3초 후이다.

561 [답 ③]

물체를 쏘아 올린 지 x 초 후에 높이가 25 m가 된다고 하면
 $-5x^2 + 30x = 25$
 $5x^2 - 30x + 25 = 0$, $x^2 - 6x + 5 = 0$
 $(x-1)(x-5) = 0$ $\therefore x = 1$ 또는 $x = 5$
따라서 물체가 지면으로부터 25 m 이상의 높이에 머무는 것은 1초부터 5초까지이므로 4초 동안이다.

562 [답 ①]

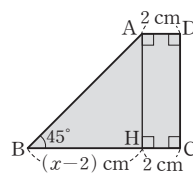
직사각형의 둘레의 길이가 14 cm, 가로 길이가 x cm이므로 세로 길이는 $\frac{14-2x}{2} = 7-x$ (cm)이다.
따라서 직사각형의 넓이가 20 cm^2 이므로
 $x(7-x) = 20$
 $7x - x^2 = 20$ $\therefore x^2 - 7x + 20 = 0$

563 [답 ③]

큰 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $(8-x)$ cm이다.
따라서 두 정사각형의 넓이의 합이 34 cm^2 이므로
 $x^2 + (8-x)^2 = 34$

564 [답 ③]

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면
 $\overline{HC} = 2 \text{ cm}$, $\overline{BH} = (x-2) \text{ cm}$
이때 $\angle B = 45^\circ$ 이므로 $\triangle ABH$ 는 직각이등변삼각형이다.
 $\therefore \overline{AH} = \overline{BH} = (x-2) \text{ cm}$
사다리꼴 ABCD의 넓이가 30 cm^2 이므로
 $\frac{1}{2} \times (2+x) \times (x-2) = 30$
 $x^2 - 4 = 60$, $x^2 = 64$ $\therefore x = \pm 8$
이때 $x > 0$ 이므로 $x = 8$



565 [답 $(-16+8\sqrt{6}) \text{ cm}$]

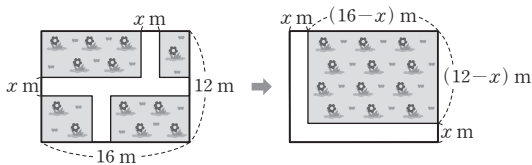
작은 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $\frac{32-4x}{4} = 8-x$ (cm)이다.
큰 정사각형과 작은 정사각형은 서로 닮은 도형이고 닮음비는 $(8-x):x$, 넓이의 비는 $3:2$ 이므로
 $(8-x)^2 : x^2 = 3:2$
 $2(8-x)^2 = 3x^2$, $128 - 32x + 2x^2 = 3x^2$
 $x^2 + 32x - 128 = 0$
 $\therefore x = -16 \pm \sqrt{16^2 - 1 \times (-128)} = -16 \pm \sqrt{384}$
 $= -16 \pm 8\sqrt{6}$
이때 $x > 0$ 이고, $x < 8-x$ 에서 $x < 4$ 이므로
 $x = -16 + 8\sqrt{6}$
따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $(-16 + 8\sqrt{6}) \text{ cm}$ 이다.

$$700 - 55x + x^2 = 450, x^2 - 55x + 250 = 0$$

$$(x-5)(x-50) = 0 \quad \therefore x=5 \text{ 또는 } x=50$$

이때 $0 < x < 20$ 이므로 $x=5$

574 **답 2 m**



길의 폭을 x m라 하면 꽃밭의 넓이가 140 m^2 이므로

$$(16-x)(12-x) = 140$$

$$192 - 28x + x^2 = 140, x^2 - 28x + 52 = 0$$

$$(x-2)(x-26) = 0 \quad \therefore x=2 \text{ 또는 } x=26$$

이때 $0 < x < 12$ 이므로 $x=2$

따라서 길의 폭은 2 m이다.

575 **답 44 cm**

처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이를 x cm라 하면 네 귀퉁이를 잘라 만든 직육면체의 가로의 길이는 $(x-8)$ cm, 세로의 길이는 $(x-8)$ cm, 높이는 4 cm이므로

$$4(x-8)^2 = 36$$

$$(x-8)^2 = 9, x-8 = \pm 3$$

$$x = 8 \pm 3 \quad \therefore x=5 \text{ 또는 } x=11$$

이때 $x > 8$ 이므로 $x=11$

따라서 처음 정사각형 모양의 종이의 둘레의 길이는

$$4 \times 11 = 44(\text{cm})$$

576 **답 8 cm**

처음 직사각형 모양의 종이의 세로의 길이를 x cm라 하면 가로 길이는 $(x+3)$ cm이다.

네 귀퉁이를 잘라 만든 직육면체의 가로의 길이는

$$(x+3) - 4 = x-1(\text{cm}), \text{ 세로의 길이는 } (x-4) \text{ cm, 높이는 } 2 \text{ cm이므로} \quad \dots\dots \textcircled{i}$$

$$2(x-1)(x-4) = 56 \quad \dots\dots \textcircled{ii}$$

$$x^2 - 5x + 4 = 28, x^2 - 5x - 24 = 0$$

$$(x+3)(x-8) = 0 \quad \therefore x = -3 \text{ 또는 } x=8 \quad \dots\dots \textcircled{iii}$$

이때 $x > 4$ 이므로 $x=8$

따라서 처음 직사각형의 세로의 길이는 8 cm이다. $\dots\dots \textcircled{iv}$

채점 기준

i 직육면체의 모서리의 길이를 x 에 대한 식으로 나타내기	30%
ii 이차방정식 세우기	20%
iii 이차방정식 풀기	30%
iv 처음 직사각형의 세로의 길이 구하기	20%

577 **답 ⑤**

빗금 친 부분의 세로의 길이를 x cm라 하면 가로 길이는

$$(48-2x) \text{ cm이므로}$$

$$x(48-2x) = 288$$

$$48x - 2x^2 - 288 = 0, x^2 - 24x + 144 = 0$$

$$(x-12)^2 = 0 \quad \therefore x=12$$

따라서 물받이의 높이는 12 cm이다.

578 **답 ②**

점 $P(a, b)$ 가 일차함수 $y = -2x + 16$ 의 그래프 위에 있으므로

$$b = -2a + 16 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이때 $\overline{OQ} = a, \overline{PQ} = -2a + 16$ 이고, $\square OQPR$ 의 넓이가 24이므로

$$a(-2a + 16) = 24$$

$$-2a^2 + 16a - 24 = 0, a^2 - 8a + 12 = 0$$

$$(a-2)(a-6) = 0 \quad \therefore a=2 \text{ 또는 } a=6$$

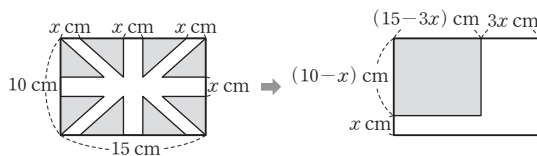
①에 $a=2$ 를 대입하면 $b = -2 \times 2 + 16 = 12$

①에 $a=6$ 을 대입하면 $b = -2 \times 6 + 16 = 4$

이때 $\overline{OQ} > \overline{OR}$ 이므로 $a=6, b=4$

$$\therefore a+b = 6+4 = 10$$

579 **답 ②**



어두운 조각의 넓이의 합이 72 cm^2 이므로

$$(15-3x)(10-x) = 72$$

$$150 - 45x + 3x^2 = 72, 3x^2 - 45x + 78 = 0$$

$$x^2 - 15x + 26 = 0, (x-2)(x-13) = 0$$

$$\therefore x=2 \text{ 또는 } x=13$$

이때 $0 < x < 5$ 이므로 $x=2$

580 **답 ④**

$\overline{DE} = (x-1) \text{ cm}, \overline{DC} = 1 \text{ cm}$ 이고, $\square ABCD \sim \square DEFC$ 이므로

$$\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{AD} : \overline{DC} \text{에서}$$

$$1 : (x-1) = x : 1, 1 = x(x-1)$$

$$x^2 - x - 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

이때 $x > 1$ 이므로 $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

581 **답 ⑤**

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle B = \angle C$$

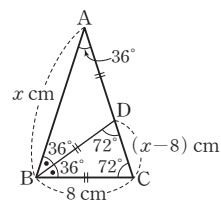
$$= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 36^\circ) = 72^\circ$$

$\overline{BD}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이므로

$$\angle ABD = \angle CBD$$

$$= \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ$$

$\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{BD} \quad \dots\dots \textcircled{1}$



또 $\triangle ABD$ 에서

$$\angle BDC = \angle BAD + \angle ABD = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ$$

$\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{BC} = \overline{BD}$ ㉔

$$\textcircled{7}, \textcircled{10} \text{에서 } \overline{AD} = \overline{BD} = \overline{BC} = 8 \text{ cm}$$

$$\text{이때 } \overline{AB} = \overline{AC} = x \text{ cm이므로 } \overline{CD} = (x-8) \text{ cm}$$

$\triangle ABC$ 와 $\triangle BCD$ 에서

$$\angle BAC = \angle CBD, \angle ABC = \angle BCD$$

이므로 $\triangle ABC \sim \triangle BCD$ (AA 답음)

$$\text{즉, } \overline{AB} : \overline{BC} = \overline{BC} : \overline{CD} \text{에서}$$

$$x : 8 = 8 : (x-8), x(x-8) = 64$$

$$x^2 - 8x - 64 = 0$$

$$\therefore x = -(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 1 \times (-64)} = 4 \pm \sqrt{80}$$

$$= 4 \pm 4\sqrt{5}$$

$$\text{이때 } x > 8 \text{이므로 } x = 4 + 4\sqrt{5}$$

582 ▶ 4초 후

점 P는 매초 3 cm씩 이동하므로 점 P가 출발한 지 x 초 후에

$$\overline{AP} = 3x \text{ cm이다.}$$

$$\therefore \overline{PB} = (24 - 3x) \text{ cm}$$

점 Q는 매초 4 cm씩 이동하므로 점 Q가 출발한 지 x 초 후에

$$\overline{BQ} = 4x \text{ cm이다.} \quad \text{..... i}$$

$\triangle PBQ$ 의 넓이가 96 cm^2 이므로

$$\frac{1}{2} \times 4x \times (24 - 3x) = 96 \quad \text{..... ii}$$

$$48x - 6x^2 - 96 = 0, x^2 - 8x + 16 = 0$$

$$(x-4)^2 = 0 \quad \therefore x = 4 \quad \text{..... iii}$$

따라서 $\triangle PBQ$ 의 넓이가 96 cm^2 가 되는 것은 출발한 지 4초 후이다. iv

채점 기준

i $\overline{PB}, \overline{BQ}$ 의 길이를 x 에 대한 식으로 나타내기	30%
ii 이차방정식 세우기	20%
iii 이차방정식 풀기	30%
iv $\triangle PBQ$ 의 넓이가 96 cm^2 가 되는 것은 몇 초 후인지 구하기	20%

583 ▶ 28 cm

직사각형 모양의 타일의 짧은 변의 길이를 $x \text{ cm}$ 라 하면

$$3 \times (\text{긴 변의 길이}) = 4x$$

$$\therefore (\text{긴 변의 길이}) = \frac{4}{3}x$$

직사각형 모양의 바닥의 넓이가 480 cm^2 이므로

$$4x \left(2x + \frac{4}{3}x \right) = 480$$

$$\frac{40}{3}x^2 = 480, x^2 = 36$$

$$\therefore x = \pm 6$$

$$\text{이때 } x > 0 \text{이므로 } x = 6$$

따라서 직사각형 모양의 타일의 짧은 변의 길이는 6 cm, 긴 변의 길

$$\text{이는 } \frac{4}{3} \times 6 = 8(\text{cm}) \text{이므로 구하는 둘레의 길이는}$$

$$2 \times (6 + 8) = 28(\text{cm})$$

최고수준 도전 기출

121쪽

584 ▶ ④

전략 주어진 두 근으로 만든 이차방정식의 계수를 비교하여 두 자연수 a, b 의 최대공약수와 최소공배수를 구한 후 최대공약수와 최소공배수의 관계를 생각한다.

두 근이 2, 3이고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은

$$(x-2)(x-3)=0 \quad \therefore x^2-5x+6=0 \quad \text{..... ㉑}$$

주어진 이차방정식의 상수항이 18이므로 ㉑의 양변에 3을 곱하면

$$3x^2-15x+18=0 \quad \therefore G=3, L=15$$

즉, 최대공약수가 3인 두 자연수를 $3p, 3q$ (p, q 는 서로소)라 하면 최소공배수가 15이므로

$$15 = 3 \times p \times q \quad \therefore pq = 5$$

이때 p, q 는 서로소이므로

$$p=1, q=5 \text{ 또는 } p=5, q=1$$

따라서 최대공약수가 3, 최소공배수가 15인 두 자연수 a, b ($a < b$)

$$\text{는 } 3, 15 \text{이므로}$$

$$a+b=3+15=18$$

585 ▶ ③

전략 농도가 15%인 소금물 200 g이 들어 있는 그릇에서 $x \text{ g}$ 의 소금물을 퍼낸 다음 $x \text{ g}$ 의 물을 넣었을 때의 소금물의 농도와 다시 $x \text{ g}$ 의 소금물을 퍼낸 다음 $x \text{ g}$ 의 물을 넣었을 때의 소금물의 농도를 x 에 대한 식으로 나타낸다.

농도가 15%인 소금물 200 g에서 $x \text{ g}$ 의 소금물을 퍼내면 남아 있는 소금물의 양은 $(200-x) \text{ g}$ 이므로 소금의 양은

$$\frac{15}{100} (200-x) \text{ g}$$

이 소금물에 물 $x \text{ g}$ 을 넣으면 소금물의 양은 200 g이므로 소금물의 농도는

$$\frac{15}{100} (200-x) \times \frac{1}{200} \times 100 = \frac{3}{40} (200-x) (\%)$$

이 소금물에서 다시 $x \text{ g}$ 의 소금물을 퍼내면 남아 있는 소금물의 양은 $(200-x) \text{ g}$ 이므로 소금의 양은

$$\frac{3}{40} (200-x) \times \frac{1}{100} \times (200-x) = \frac{3}{4000} (200-x)^2 (\text{g})$$

이 소금물에 물 $x \text{ g}$ 을 넣으면 소금물의 양은 200 g이므로 소금물의 농도는

$$\frac{3}{4000} (200-x)^2 \times \frac{1}{200} \times 100 = \frac{3}{8000} (200-x)^2 (\%)$$

이 소금물의 농도가 9.6%이므로

$$\frac{3}{8000} (200-x)^2 = 9.6$$

$$(200-x)^2 = 25600, 200-x = \pm 160$$

$$\therefore x = 40 \text{ 또는 } x = 360$$

$$\text{이때 } 0 < x < 200 \text{이므로 } x = 40$$

$$\text{참고 ① (소금물의 농도)} = \frac{(\text{소금의 양})}{(\text{소금물의 양})} \times 100 (\%)$$

$$\text{② (소금의 양)} = \frac{(\text{소금물의 농도})}{100} \times (\text{소금물의 양}) (\text{g})$$

전략 $\triangle ABC$, $\triangle ABE$, $\triangle CPB$ 가 이등변삼각형을 이용하여 $\overline{CP}$ 의 길이를 구하고 $\triangle ABC \sim \triangle APB$ 임을 이용하여 이차방정식을 세운 후 x 의 값을 구한다.

$$\angle ABC = \frac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ \text{이고,}$$

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\begin{aligned} \angle BAC &= \angle BCA \\ &= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 108^\circ) \\ &= 36^\circ \end{aligned}$$

$$\angle BAE = \frac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ \text{이고, } \triangle ABE \text{는 이등변삼각형}$$

이므로

$$\angle ABE = \angle AEB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 108^\circ) = 36^\circ$$

$$\therefore \angle CBP = \angle ABC - \angle ABP = 108^\circ - 36^\circ = 72^\circ$$

또 $\triangle ABP$ 에서

$$\angle CPB = \angle ABP + \angle BAP = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ$$

따라서 $\triangle CPB$ 는 이등변삼각형이므로

$$\overline{CP} = \overline{CB} = 2 \text{ cm}$$

이때 $\triangle ABC \sim \triangle APB$ 이므로

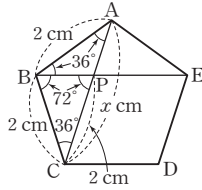
$$\overline{AC} : \overline{AB} = \overline{AB} : \overline{AP} \text{에서}$$

$$x : 2 = 2 : (x-2)$$

$$x(x-2) = 4, x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$\therefore x = -(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 1 \times (-4)} = 1 \pm \sqrt{5}$$

이때 $x > 0$ 이므로 $x = 1 + \sqrt{5}$



중1 다시보기

다각형의 내각의 크기

① n 각형의 내각의 크기의 합 $\Rightarrow 180^\circ \times (n-2)$

② 정 n 각형의 한 내각의 크기 $\Rightarrow \frac{180^\circ \times (n-2)}{n}$

587 **답 ②**

전략 종이 한 장의 긴 변 2개의 길이의 합은 짧은 변 4개의 길이의 합보다 4 cm만큼 짧음을 이용하여 식을 세운다.

종이 한 장의 짧은 변의 길이를 x cm라 하면 긴 변의 길이는

$$\frac{1}{2}(4x-4) = 2x-2(\text{cm})$$

벽의 넓이가 624 cm^2 이므로

$$4x \times \{(2x-2) \times 2 + x\} = 624$$

$$5x^2 - 4x = 156, 5x^2 - 4x - 156 = 0$$

$$(5x+26)(x-6) = 0 \quad \therefore x = -\frac{26}{5} \text{ 또는 } x = 6$$

이때 $x > 0$ 이므로 $x = 6$

따라서 종이 한 장의 짧은 변의 길이는 6 cm, 긴 변의 길이는

$$2 \times 6 - 2 = 10(\text{cm}) \text{이므로 종이 한 장의 넓이는}$$

$$6 \times 10 = 60(\text{cm}^2)$$

07 이차함수와 그 그래프

난이도별 필수 기출

124~141쪽

588 **답 ②**

② $y = \frac{1}{x^2}$ 은 x 에 대한 이차식이 아니므로 이차함수가 아니다.

$$\textcircled{3} y = -\frac{1}{3}x(x+2) = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x$$

$$\textcircled{5} y = x(1-x) = -x^2 + x$$

따라서 이차함수가 아닌 것은 ②이다.

589 **답 ②, ④**

$$\textcircled{1} y = -4x^2 + (2x-1)^2 = -4x + 1$$

$$\textcircled{2} y = x(x+3) - 5 = x^2 + 3x - 5$$

$$\textcircled{4} y = -9\left(\frac{1}{3} + x\right)\left(\frac{1}{3} - x\right) = -9\left(\frac{1}{9} - x^2\right) = 9x^2 - 1$$

$$\textcircled{5} y = x^2(1-x) + 2x = -x^3 + x^2 + 2x$$

따라서 이차함수인 것은 ②, ④이다.

590 **답 3**

$$\text{ㄴ. } x^2 - y = 0 \quad \therefore y = x^2$$

$$\text{ㄷ. } y = (2+x)^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$\text{ㄹ. } y = x(x-1) - x^2 = -x$$

$$\text{ㅁ. } y = 9x^2 - (3x-1)^2 = 6x - 1$$

$$\text{ㅂ. } y = (x+2)(x-3) = x^2 - x - 6$$

따라서 이차함수는 ㄴ, ㄷ, ㅂ의 3개이다.

591 **답 ⑤**

$$\textcircled{1} y = x + (x+1) = 2x + 1$$

$$\textcircled{2} y = x^3$$

$$\textcircled{3} (\text{시간}) = \frac{(\text{거리})}{(\text{속력})} \text{이므로 } y = \frac{x}{100}$$

$$\textcircled{4} y = 4x$$

$$\textcircled{5} \text{세로의 길이는 } \frac{20-2x}{2} = 10-x(\text{cm}) \text{이므로}$$

$$y = x(10-x) = -x^2 + 10x$$

따라서 이차함수인 것은 ⑤이다.

592 **답 ④**

$$f(0) = -0^2 - 3 \times 0 + 4 = 4$$

$$f(-1) = -(-1)^2 - 3 \times (-1) + 4 = 6$$

$$\therefore 2f(0) + f(-1) = 2 \times 4 + 6 = 14$$

593 **답 ①**

$$\textcircled{1} f(-1) = (-1)^2 - 3 \times (-1) + 1 = 5$$

$$\textcircled{2} f(0) = 0^2 - 3 \times 0 + 1 = 1$$

$$\textcircled{3} f(1) = 1^2 - 3 \times 1 + 1 = -1$$

$$\textcircled{4} f(2) = 2^2 - 3 \times 2 + 1 = -1$$

$$\textcircled{5} f(3) = 3^2 - 3 \times 3 + 1 = 1$$

따라서 함수값을 바르게 구한 것은 ①이다.

594 [답 ③]

$$y = 2x^2 - x(ax + 1) = 2x^2 - ax^2 - x$$

$$= (2 - a)x^2 - x$$

이때 이차함수가 되기 위해서는 x^2 의 계수가 0이 아니어야 하므로
 $2 - a \neq 0 \quad \therefore a \neq 2$

595 [답 ④]

$$f(2) = 11 \text{이므로 } 2 \times 2^2 + 2a + 5 = 11$$

$$2a = -2 \quad \therefore a = -1$$

따라서 $f(x) = 2x^2 - x + 5$ 이므로

$$f(-1) = 2 \times (-1)^2 - (-1) + 5 = 8$$

596 [답 ①]

$$f(a) = 1 \text{이므로 } 2a^2 + 5a - 2 = 1$$

$$2a^2 + 5a - 3 = 0, (a + 3)(2a - 1) = 0$$

$$\therefore a = -3 \text{ 또는 } a = \frac{1}{2}$$

따라서 a 는 정수이므로 $a = -3$

597 [답 26]

$$f(-1) = 8 \text{이므로}$$

$$2 \times (-1)^2 - a + b = 8 \quad \therefore a - b = -6 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

$$f(2) = 11 \text{이므로}$$

$$2 \times 2^2 + 2a + b = 11 \quad \therefore 2a + b = 3 \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

⑦, ⑧을 연립하여 풀면 $a = -1, b = 5$ i

따라서 $f(x) = 2x^2 - x + 5$ 이므로 ii

$$f(-3) = 2 \times (-3)^2 - (-3) + 5 = 26 \quad \cdots \cdots \textcircled{iii}$$

채점 기준

i a, b의 값 구하기	60%
ii f(x) 구하기	20%
iii f(-3)의 값 구하기	20%

598 [답 ④]

보기의 이차함수 중 그래프가 위로 볼록한 것은 이차항의 계수가 음수인 ㄴ, ㄷ이다.

599 [답 ①]

$y = 2x^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭이려면 이차항의 계수의 절댓값이 같아야 하므로 구하는 그래프의 식은 $y = -2x^2$

600 [답 ③]

점선으로 나타나는 그래프의 식을 $y = ax^2$ 이라 하면 이 그래프의 폭이 $y = -x^2$ 의 그래프보다 넓으므로 $|a| < |-1|$ 이고 그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$ 이다.

따라서 $-1 < a < 0$ 인 것은 ③ $y = -\frac{3}{4}x^2$ 이다.

601 [답 -20]

$$y = 5x^2 \text{의 그래프와 } x \text{축에 서로 대칭인 그래프의 식은}$$

$$y = -5x^2 \quad \cdots \cdots \text{i}$$

이 그래프가 점 $(-2, k)$ 를 지나므로

$$k = -5 \times (-2)^2 = -20 \quad \cdots \cdots \text{ii}$$

채점 기준

i x축에 서로 대칭인 그래프의 식 구하기	40%
ii k의 값 구하기	60%

602 [답 ②]

그래프의 꼭짓점이 원점이므로 이차함수의 식을 $y = ax^2$ 으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(-3, -6)$ 을 지나므로

$$-6 = a \times (-3)^2 \quad \therefore a = -\frac{2}{3}$$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y = -\frac{2}{3}x^2$

603 [답 ⑤]

③ $y = -2x^2$ 에 $x = -2$ 를 대입하면 $y = -2 \times (-2)^2 = -8$ 이므로 점 $(-2, -8)$ 을 지난다.

⑤ $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

604 [답 ⑤]

이차항의 계수의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁다.

$|4| > |-2| > \left|-\frac{4}{3}\right| > |1| > \left|-\frac{1}{2}\right|$ 이므로 그래프의 폭이 좁은 것부터 차례로 나열하면 ㄷ, ㄴ, ㄹ, ㄱ, ㄴ이다.

605 [답 ①, ④]

① 위로 볼록하면 이차항의 계수가 음수이므로 ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅂ의 4개이다.

④ 그래프의 폭이 가장 좁은 것은 이차항의 계수의 절댓값이 가장 큰 ㅂ이다.

⑤ 그래프의 식에 $x = 2, y = -2$ 를 대입하여 성립하는 것은

$$y = -\frac{1}{2}x^2 \text{이므로 점 } (2, -2) \text{를 지나는 그래프는 ㄷ뿐이다.}$$

따라서 옳지 않은 것은 ①, ④이다.

606 [답 ④]

ㄱ. 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

ㄷ. a 의 절댓값이 클수록 그래프의 폭은 좁아진다.

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

607 [답 ②]

㉠, ㉡은 그래프가 아래로 볼록하므로 이차항의 계수가 양수이고,

㉢, ㉣은 그래프가 위로 볼록하므로 이차항의 계수가 음수이다.

이때 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁으므로

$$\textcircled{1}: y = 3x^2, \textcircled{2}: y = \frac{4}{7}x^2, \textcircled{3}: y = -\frac{8}{5}x^2, \textcircled{4}: y = -5x^2$$

608 [답 ④]

$y = -7x^2$ 의 그래프는 위로 볼록하고, 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

따라서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는 $x > 0$

609 답 -2

$y=10x^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭인 그래프의 식은
 $y=-10x^2$ $\therefore a=-10$ ①
 $y=-\frac{1}{5}x^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭인 그래프의 식은
 $y=\frac{1}{5}x^2$ $\therefore b=\frac{1}{5}$ ②
 $\therefore ab=-10 \times \frac{1}{5}=-2$ ③

채점 기준

① a 의 값 구하기	40%
② b 의 값 구하기	40%
③ ab 의 값 구하기	20%

610 답 ②

$y=4x^2$ 의 그래프가 점 $(a, -4a)$ 를 지나므로
 $-4a=4a^2, a^2+a=0$
 $a(a+1)=0$ $\therefore a=-1$ 또는 $a=0$
 따라서 $a \neq 0$ 이므로 $a=-1$

611 답 ①

그래프의 꼭짓점이 원점이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2$ 으로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 점 $(2, -10)$ 을 지나므로
 $-10=a \times 2^2$ $\therefore a=-\frac{5}{2}$
 따라서 $y=-\frac{5}{2}x^2$ 의 그래프가 점 $(-2\sqrt{2}, k)$ 를 지나므로
 $k=-\frac{5}{2} \times (-2\sqrt{2})^2=-20$

612 답 ①

그래프의 꼭짓점이 원점이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2$ 으로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 점 $(-2, -3)$ 을 지나므로
 $-3=a \times (-2)^2$ $\therefore a=-\frac{3}{4}$
 이때 $y=-\frac{3}{4}x^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭인 그래프의 식은
 $y=\frac{3}{4}x^2$
 따라서 $y=\frac{3}{4}x^2$ 의 그래프가 지나는 점은 ① $(-2, 3)$ 이다.

613 답 ②

그래프의 꼭짓점이 원점이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2$ 으로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 점 $(3, 6)$ 을 지나므로
 $6=a \times 3^2$ $\therefore a=\frac{2}{3}$
 따라서 $y=\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프가 점 $(k, \frac{8}{3})$ 을 지나므로
 $\frac{8}{3}=\frac{2}{3} \times k^2, k^2=4$ $\therefore k=\pm 2$
 이때 k 는 양수이므로 $k=2$

614 답 1

점 D의 좌표를 $(a, 3a^2)$ ($a>0$)이라 하면
 $A(-a, 3a^2), B(-a, -a^2), C(a, -a^2)$ ①
 $\overline{AD}=a-(-a)=2a, \overline{AB}=3a^2-(-a^2)=4a^2$ 이고, $\overline{AD}=\overline{AB}$
 이므로
 $2a=4a^2, 2a^2-a=0$
 $a(2a-1)=0$ $\therefore a=0$ 또는 $a=\frac{1}{2}$
 이때 $a>0$ 이므로 $a=\frac{1}{2}$ ②
 $\therefore \square ABCD=\overline{AD}^2=(2a)^2$
 $=\left(2 \times \frac{1}{2}\right)^2=1$ ③

채점 기준

① 네 꼭짓점의 좌표를 a 를 이용하여 나타내기	40%
② a 의 값 구하기	40%
③ $\square ABCD$ 의 넓이 구하기	20%

615 답 ①

$y=ax^2$ 의 그래프가 주어진 그림의 어두운 부분을 지나려면
 (i) $a>0$ 인 경우
 $y=ax^2$ 의 그래프의 폭이 $y=2x^2$ 의 그래프보다 넓어야 하므로
 $0<a<2$
 (ii) $a<0$ 인 경우
 $y=ax^2$ 의 그래프의 폭이 $y=-\frac{3}{5}x^2$ 의 그래프보다 넓어야 하므로
 $-\frac{3}{5}<a<0$
 (i), (ii)에 의해 $-\frac{3}{5}<a<0$ 또는 $0<a<2$
 따라서 그래프가 어두운 부분을 지나지 않는 것은 ①이다.

616 답 ㄱ, ㄷ

ㄱ. 두 그래프가 x 축에 서로 대칭이면 이차항의 계수의 절댓값이 같고 부호가 다르므로 $b+c=0$
 ㄷ. ㄷ. 그래프의 폭이 좁아질수록 이차항의 계수의 절댓값이 크므로 $|a|>|c|$
 이때 $|a|=|d|, |b|=|c|$ 이고, $a>0, b>0, c<0, d<0$ 이므로 $d<c<b<a$
 따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

617 답 ④

점 A의 좌표를 $(k, 0)$ ($k \neq 0$)이라 하면 두 점 B, C는 각각 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2, y=ax^2$ 의 그래프 위의 점이므로
 $B(k, \frac{1}{2}k^2), C(k, ak^2)$
 이때 $\overline{AB}=\frac{1}{2}k^2, \overline{BC}=ak^2-\frac{1}{2}k^2=\left(a-\frac{1}{2}\right)k^2$ 이고, $\overline{BC}=3\overline{AB}$
 이므로 $\left(a-\frac{1}{2}\right)k^2=3 \times \frac{1}{2}k^2$
 $a-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$ $\therefore a=2$

618 [답] $-\frac{1}{16}$

점 A의 x 좌표가 4이므로 y 좌표는 $y = -4^2 = -16$

$\therefore A(4, -16)$

이때 $\overline{AC} = 4$ 이므로 $\overline{AB} = 3\overline{AC} = 3 \times 4 = 12$

직선 BC는 x 축에 평행하고, $\overline{BC} = \overline{AC} + \overline{AB} = 4 + 12 = 16$ 이므로
점 B의 x 좌표는 16이다.

$\therefore B(16, -16)$

따라서 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 B(16, -16)을 지나므로

$$-16 = a \times 16^2 \quad \therefore a = -\frac{1}{16}$$

619 [답] ③

$\square ACDB$ 는 평행사변형이므로

$$\overline{AB} \parallel \overline{CD}, \overline{AB} = \overline{CD}$$

이때 $\overline{AB} = \overline{CD} = 6 - (-2) = 8$ 이고, $y = ax^2$ 의 그래프는 y 축에 대칭이므로 두 점 C, D의 x 좌표는 각각 -4, 4이다.

$\therefore C(-4, -12), D(4, -12)$

따라서 점 D(4, -12)가 $y = ax^2$ 의 그래프 위의 점이므로

$$-12 = a \times 4^2 \quad \therefore a = -\frac{3}{4}$$

620 [답] ④

점 A의 x 좌표가 -1이므로 y 좌표는 $y = -3 \times (-1)^2 = -3$

$\therefore A(-1, -3)$

이때 $y = -3x^2$ 의 그래프는 y 축에 대칭이므로 B(1, -3)

$$\overline{AB} = 1 - (-1) = 2 \text{이므로 } \overline{CD} = 2\overline{AB} = 2 \times 2 = 4$$

$y = ax^2$ 의 그래프는 y 축에 대칭이므로 두 점 C, D의 x 좌표는 각각 2, -2이다.

두 점 C, D의 y 좌표는 $y = a \times 2^2 = a \times (-2)^2 = 4a$ 이므로

$C(2, 4a), D(-2, 4a)$

따라서 $\square ABCD = 33$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times (4+2) \times \{4a - (-3)\} = 33, 3(4a+3) = 33$$

$$4a+3=11, 4a=8 \quad \therefore a=2$$

621 [답] ①

이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = -3x^2 - 2$$

622 [답] ③

$y = -4x^2 + 1$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 (0, 1), 축의 방정식은 $x=0$ 이므로 $a=0, b=1, c=0$

$$\therefore a+b+c=0+1+0=1$$

623 [답] ①

$y = \frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 그래프의

$$\text{식은 } y = \frac{1}{3}x^2 + a$$

이 그래프가 점 (3, 2)를 지나므로 $2 = \frac{1}{3} \times 3^2 + a \quad \therefore a = -1$

624 [답] $-\frac{1}{2}$

$y = ax^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = ax^2 + 4$

이 그래프가 점 (2, 2)를 지나므로

$$2 = a \times 2^2 + 4, 4a = -2 \quad \therefore a = -\frac{1}{2}$$

625 [답] ④

$y = 2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = 2x^2 - 1$

따라서 축의 방정식은 $x=0$, 꼭짓점의 좌표는 (0, -1)이다.

626 [답] ④

$y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$ 의 그래프는 위로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표는 (0, 3)이다.

따라서 그래프로 알맞은 것은 ④이다.

627 [답] ③

$y = 4x^2 + 9$ 의 그래프는 아래로 볼록하고, 축의 방정식은 $x=0$ 이다.

따라서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는 $x > 0$

628 [답] ④

(가)에서 그래프가 아래로 볼록하므로 이차함의 계수는 양수이다.

즉, ③, ④, ⑤이다.

(나)에서 꼭짓점의 좌표는 (0, 2)이고 y 축을 축으로 하는 것은 ①, ②, ③, ④이다.

(다)에서 $y = x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁은 것은 ①, ④, ⑤이다.

따라서 조건을 모두 만족시키는 이차함수의 식은 ④이다.

629 [답] ②

① $y = 5x^2 + 1$ 에 $x=1$ 을 대입하면 $y = 5 \times 1^2 + 1 = 6$ 이므로 점 (1, 6)을 지난다.

② 축의 방정식은 $x=0$ 이다.

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

630 [답] ④

$y = -3x^2 + 1$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = -3x^2 + 1 + 2 \quad \therefore y = -3x^2 + 3$$

따라서 $x=2$ 일 때, $y = -3 \times 2^2 + 3 = -9$ 이므로 이 그래프가 지나가는 점은 ④ (2, -9)이다.

631 [답] ③

$y = -2x^2 + q$ 의 그래프가 점 (1, -4)를 지나므로

$$-4 = -2 \times 1^2 + q \quad \therefore q = -2$$

따라서 이차함수 $y = -2x^2 - 2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 (0, -2)

632 [답 ②]

$y = -\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 그래프

의 식은 $y = -\frac{2}{3}x^2 + a$

이 그래프가 점 $(3, 12)$ 를 지나므로

$$12 = -\frac{2}{3} \times 3^2 + a \quad \therefore a = 18$$

따라서 $y = -\frac{2}{3}x^2 + 18$ 의 그래프가 점 $(6, k)$ 를 지나므로

$$k = -\frac{2}{3} \times 6^2 + 18 = -6$$

633 [답 24]

점 $(0, -4)$ 를 꼭짓점, y 축을 축으로 하므로 이차함수의 식을

$y = ax^2 - 4$ 로 놓을 수 있다. ①

이 그래프가 점 $(-1, 3)$ 을 지나므로

$$3 = a \times (-1)^2 - 4 \quad \therefore a = 7$$

$\therefore y = 7x^2 - 4$ ②

따라서 이 그래프가 점 $(2, k)$ 를 지나므로

$$k = 7 \times 2^2 - 4 = 24 \quad \dots\dots \text{③}$$

채점 기준

① 이차함수의 식 세우기	20%
② 이차함수의 식 구하기	40%
③ k 의 값 구하기	40%

634 [답 ②]

꼭짓점의 좌표가 $(0, -4)$ 이므로 $q = -4$

따라서 $y = ax^2 - 4$ 의 그래프가 점 $(4, 0)$ 을 지나므로

$$0 = a \times 4^2 - 4, 16a = 4 \quad \therefore a = \frac{1}{4}$$

$$\therefore aq = \frac{1}{4} \times (-4) = -1$$

635 [답 ③]

① q 의 값에 따라 그래프의 폭은 변하지 않는다.

④ $a < 0$ 이면 위로 볼록하고, 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, q)$ 이

므로 모든 y 의 값은 q 보다 작거나 같다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

636 [답 ⑤]

$y = ax + b$ 의 그래프에서 (기울기) < 0 , (y 절편) > 0 이므로

$a < 0, b > 0$

$y = -bx^2 + a$ 의 그래프는 $-b < 0$ 이므로 위로 볼록하고, $a < 0$ 이므로 꼭짓점 $(0, a)$ 는 y 축 위에 있으면서 x 축보다 아래쪽에 있다.

따라서 그래프로 알맞은 것은 ⑤이다.

중2 다시보기

일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가

(1) 오른쪽 위로 향하면 $a > 0$

오른쪽 아래로 향하면 $a < 0$

(2) y 축과 양의 부분에서 만나면 $b > 0$

y 축과 음의 부분에서 만나면 $b < 0$

637 [답 ④]

$y = ax^2 + 8$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, 8)$ 이므로 $A(0, 8)$

그래프가 x 축과 만나는 두 점의 좌표를 $B(-k, 0)$,

$C(k, 0) (k > 0)$ 이라 하면 $\triangle ABC = 16$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times \{k - (-k)\} \times 8 = 16 \quad \therefore k = 2$$

따라서 $y = ax^2 + 8$ 의 그래프가 점 $C(2, 0)$ 을 지나므로

$$0 = a \times 2^2 + 8, 4a = -8 \quad \therefore a = -2$$

638 [답 108]

점 $C(6, 6)$ 은 $y = -\frac{1}{3}x^2 + q$ 위의 점이므로

$$6 = -\frac{1}{3} \times 6^2 + q \quad \therefore q = 18 \quad \dots\dots \text{①}$$

점 A 는 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 18$ 의 그래프의 꼭짓점이므로

$A(0, 18)$ ②

두 이차함수의 그래프는 y 축에 서로 대칭이므로

$$\square OCAB = 2\triangle OCA = 2 \times \frac{1}{2} \times 18 \times 6 = 108 \quad \dots\dots \text{③}$$

채점 기준

① q 의 값 구하기	40%
② 점 A 의 좌표 구하기	20%
③ $\square OCAB$ 의 넓이 구하기	40%

639 [답 ⑤]

$y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프의

식은 $y = -2(x-4)^2$

640 [답 ⑤]

⑤ $y = -6(x-1)^2$ 의 그래프는 $y = -6x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프이다.

따라서 평행이동하여 완전히 포개어지는 것은 ⑤이다.

641 [답 ③]

이차항의 계수의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁다.

$|\frac{1}{2}| < |\frac{2}{3}| < |1| < |-3| < |4|$ 이므로 그래프의 폭이 가장 좁은 것은 ③이다.

642 [답 4]

$y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 5만큼 평행이동한 그래프의

식은 $y = \frac{1}{4}(x-5)^2$

이 그래프가 점 $(1, k)$ 를 지나므로 $k = \frac{1}{4} \times (1-5)^2 = 4$

643 [답 ③]

ㄷ. $y = -\frac{2}{3}x^2 + 1$ 의 그래프는 $y = -\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

ㄹ. $y = -\left(x - \frac{2}{3}\right)^2$ 의 그래프는 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{2}{3}$ 만큼 평행이동한 것이다.

ㄱ. $y = -\frac{3}{2}(x-1)^2$ 의 그래프는 $y = -\frac{3}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.
 ㄴ. $y = -\frac{2}{3}(x-3)^2$ 의 그래프는 $y = -\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.
 따라서 평행이동하여 완전히 포갤 수 있는 것은 ㄴ, ㄴ이다.

644 [답 ④]
 $y = a(x+p)^2$ 의 그래프는 $y = 7x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이므로 $a=7$
 이때 꼭짓점의 좌표는 $(-p, 0)$ 이므로
 $-p=3, q=0 \quad \therefore p=-3, q=0$
 $\therefore a+p+q=7+(-3)+0=4$

645 [답 ①]
 $y = \frac{1}{4}(x+5)^2$ 의 그래프는 아래로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표는 $(-5, 0)$ 이다.
 따라서 그래프로 알맞은 것은 ①이다.

646 [답 ②]
 이차함수의 그래프의 축의 방정식을 각각 구하면
 ① $x=1$ ② $x=5$ ③ $x=-4$ ④ $x=\frac{2}{3}$ ⑤ $x=3$
 따라서 축의 위치가 가장 오른쪽에 있는 것은 ②이다.

647 [답 ⑤]
 $y = 2(x-3)^2$ 의 그래프는 아래로 볼록하고, 축의 방정식은 $x=3$ 이다.
 따라서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는 $x > 3$

648 [답 ④, ⑤]
 ① 축의 방정식은 $x=5$ 이다. ② 위로 볼록한 포물선이다.
 ③ 꼭짓점의 좌표는 $(5, 0)$ 이다.
 따라서 옳은 것은 ④, ⑤이다.

649 [답 ②]
 $y = -\frac{1}{2}(x-3)^2$ 의 그래프는 위로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표가 $(3, 0)$ 이므로 x 축과 한 점에서 만난다.
 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$ 의 그래프는 위로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표가 $(0, 3)$ 이므로 x 축과 두 점에서 만난다.
 따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

650 [답 ③]
 $y = (x-p)^2$ 의 그래프가 점 $(2, 16)$ 을 지나므로
 $16 = (2-p)^2, p-2 = \pm 4$
 $p-2 = -4$ 또는 $p-2 = 4 \quad \therefore p = -2$ 또는 $p = 6$
 이때 $p > 0$ 이므로 $p = 6$
 따라서 $y = (x-6)^2$ 이므로 구하는 축의 방정식은 $x=6$

651 [답 ②]
 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 k 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = 2(x-k)^2$
 이 그래프가 점 $(0, 32)$ 를 지나므로
 $32 = 2 \times (-k)^2, k^2 = 16 \quad \therefore k = \pm 4$
 이때 k 는 양수이므로 $k = 4$

652 [답 -12]
 $y = -3(x+1)^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y = -3\{(x-4)+1\}^2 \quad \therefore y = -3(x-3)^2 \quad \dots\dots \textcircled{i}$
 이 그래프가 점 $(1, k)$ 를 지나므로
 $k = -3 \times (1-3)^2 = -12 \quad \dots\dots \textcircled{ii}$

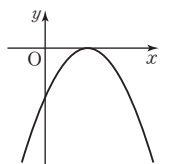
채점 기준	
① 평행이동한 이차함수의 식 구하기	50%
② k 의 값 구하기	50%

653 [답 24]
 주어진 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(3, 0)$ 이므로 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프이다.
 $\therefore y = a(x-3)^2 \quad \dots\dots \textcircled{i}$
 이 그래프가 점 $(0, 6)$ 을 지나므로
 $6 = a \times (-3)^2, 9a = 6 \quad \therefore a = \frac{2}{3}$
 $\therefore y = \frac{2}{3}(x-3)^2 \quad \dots\dots \textcircled{ii}$
 따라서 이 그래프가 점 $(9, k)$ 를 지나므로
 $k = \frac{2}{3} \times (9-3)^2 = 24 \quad \dots\dots \textcircled{iii}$

채점 기준	
① 평행이동한 이차함수의 식 세우기	20%
② 평행이동한 이차함수의 식 구하기	40%
③ k 의 값 구하기	40%

654 [답 ⑤]
 이차함수 $y = (x-3)^2 = \{(x-5)+2\}^2$ 의 그래프는 $y = (x+2)^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 5만큼 평행이동한 것이다.
 따라서 점 B가 점 A로, 점 A가 점 C로 5만큼 평행이동한 것과 같으므로 $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$
 $\therefore \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{AC} = 5 + 5 = 10$

655 [답 ③]
 $y = ax + b$ 의 그래프에서 (기울기) > 0 , (y 절편) < 0 이므로
 $a > 0, b < 0$
 $y = b(x-a)^2$ 의 그래프는 $b < 0$ 이므로 위로 볼록하고, $a > 0$ 이므로 꼭짓점 $(a, 0)$ 은 x 축 위에 있으면서 y 축보다 오른쪽에 있다.
 따라서 $y = b(x-a)^2$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제1사분면, 제2사분면을 지나지 않는다.



656 [답 4]

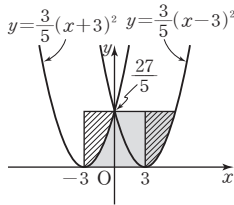
$y = -x^2 + 9$ 의 그래프가 $y = a(x-p)^2$ 의 꼭짓점 $(p, 0)$ 을 지나므로 $0 = -p^2 + 9$
 $p^2 = 9 \quad \therefore p = \pm 3$
 이때 $p > 0$ 이므로 $p = 3$
 $y = a(x-3)^2$ 의 그래프가 $y = -x^2 + 9$ 의 꼭짓점 $(0, 9)$ 를 지나므로 $9 = a \times (-3)^2, 9a = 9 \quad \therefore a = 1$
 $\therefore a + p = 1 + 3 = 4$

657 [답 ①]

$y = ax + b$ 의 그래프가 두 점 $(-6, 0), (0, -3)$ 을 지나므로
 $a = (\text{기울기}) = \frac{-3-0}{0-(-6)} = -\frac{1}{2}, b = (y\text{절편}) = -3$
 $y = -a(x-b)^2$ 에서
 $y = -\left(-\frac{1}{2}\right)\{x-(-3)\}^2 \quad \therefore y = \frac{1}{2}(x+3)^2$
 이 그래프는 아래로 볼록하고, 축의 방정식은 $x = -3$ 이다.
 따라서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는 $x < -3$

658 [답 $\frac{162}{5}$]

$y = \frac{3}{5}(x-3)^2 = \frac{3}{5}\{(x-6)+3\}^2$ 의 그래프는 $y = \frac{3}{5}(x+3)^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 6만큼 평행이동한 것과 같다.
 $y = \frac{3}{5}(x+3)^2$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y = \frac{3}{5} \times 3^2 = \frac{27}{5}$ 이므로 이 그래프가 y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, \frac{27}{5})$
 따라서 오른쪽 그림에서 빗금 친 부분의 넓이가 서로 같으므로 어두운 부분의 넓이는 가로의 길이가 $3 - (-3) = 6$ 이고, 세로의 길이가 $\frac{27}{5}$ 인 직사각형의 넓이와 같다.
 $\therefore (\text{어두운 부분의 넓이}) = 6 \times \frac{27}{5} = \frac{162}{5}$



659 [답 $\frac{3}{16}$]

$\square ACDB$ 는 평행사변형이므로 $\overline{AB} = \overline{CD} = 4 - (-4) = 8$
 점 A 의 x 좌표를 $k (k < 0)$ 라 하면 점 B 의 x 좌표는 $k + 8$
 두 점 $A(k, 3), B(k+8, 3)$ 은 $y = a(x+2)^2$ 의 그래프 위의 점이고, y 좌표가 같으므로
 $a(k+2)^2 = a\{(k+8)+2\}^2$
 $k^2 + 4k + 4 = k^2 + 20k + 100, 16k = -96 \quad \therefore k = -6$
 따라서 $y = a(x+2)^2$ 의 그래프가 점 $A(-6, 3)$ 을 지나므로
 $3 = a \times (-6+2)^2 \quad \therefore a = \frac{3}{16}$

660 [답 ②]

$y = -4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = -4(x+2)^2 + 1$

661 [답 ④]

④ $y = 3(x-1)^2 + 1$ 의 그래프는 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 그래프이다.
 따라서 평행이동하면 완전히 포개어지는 것은 ④이다.

662 [답 ④]

$y = -2(x-1)^2 - 3$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x = 1$, 꼭짓점의 좌표는 $(1, -3)$ 이다.

663 [답 ①]

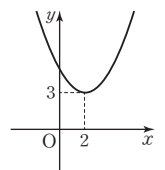
이차함수의 축의 방정식을 각각 구하면

- ① $x = -\frac{4}{3}$ ② $x = 1$ ③ $x = 2$ ④ $x = -1$ ⑤ $x = 4$

따라서 축의 위치가 가장 왼쪽에 있는 것은 ①이다.

664 [답 ⑤]

$y = (x-2)^2 + 3$ 의 그래프는 아래로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표가 $(2, 3)$ 이므로 오른쪽 그림과 같다.



따라서 그래프가 지나지 않는 사분면은 제3사분면, 제4사분면이다.

665 [답 ①]

$y = 2(x+5)^2 + 3$ 의 그래프는 아래로 볼록하고, 축의 방정식은 $x = -5$ 이다.
 따라서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는 $x < -5$

666 [답 ④]

③ 그래프는 위로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표가 $(-2, -1)$ 이므로 제3사분면, 제4사분면을 지난다.
 ④ 그래프는 위로 볼록하고, 축의 방정식이 $x = -2$ 이므로 $x < -2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
 따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

667 [답 ⑤]

ㄱ. 축의 방정식은 $x = -4$ 이다.
 ㄴ. $\left|\frac{5}{3}\right| < \left|-\frac{7}{2}\right|$ 이므로 $y = -\frac{7}{2}(x-1)^2 + \frac{5}{3}$ 의 그래프보다 폭이 넓다.
 ㄷ. $y = \frac{5}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -4 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = \frac{5}{3}(x+4)^2 - 3$ 이므로 그래프가 일치한다.
 따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

668 [답 ③]

(가)에서 그래프가 위로 볼록하므로 이차항의 계수는 음수이다.
 즉, ①, ②, ③, ④이다.
 (나)에서 $y = -3(x+1)^2$ 의 그래프와 폭이 같으므로 이차항의 계수의 절댓값이 같다.
 즉, ①, ②, ③, ⑤이다.

(다)에서 꼭짓점이 제2사분면 위에 있으므로 ③, ⑤이다.
따라서 조건을 모두 만족시키는 이차함수의 식은 ③이다.

669 [답] -2

$y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = \frac{1}{4}(x+1)^2 - 3$

이 그래프가 점 $(a, 1)$ 을 지나므로

$$1 = \frac{1}{4}(a+1)^2 - 3, a^2 + 2a - 15 = 0$$

$$(a+5)(a-3) = 0 \quad \therefore a = -5 \text{ 또는 } a = 3$$

따라서 구하는 모든 a 의 값의 합은 $-5 + 3 = -2$

670 [답] ②

$y = (x-a)^2 - a^2 + 2b$ 의 그래프가

점 $(3, 1)$ 을 지나므로 $1 = (3-a)^2 - a^2 + 2b$

$$1 = 9 - 6a + a^2 - a^2 + 2b \quad \therefore 3a - b = 4 \quad \cdots \textcircled{1}$$

또 점 $(-2, 6)$ 을 지나므로 $6 = (-2-a)^2 - a^2 + 2b$

$$6 = 4 + 4a + a^2 - a^2 + 2b \quad \therefore 2a + b = 1 \quad \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하여 풀면 $a = 1, b = -1$

$$\therefore a + b = 1 + (-1) = 0$$

671 [답] -2

$y = (x+4)^2 - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 k 만큼, y 축의 방향으로 $-2k$ 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = (x-k+4)^2 - 2 - 2k$$

이 그래프가 점 $(-4, 6)$ 을 지나므로

$$6 = (-4-k+4)^2 - 2 - 2k, k^2 - 2k - 8 = 0$$

$$(k+2)(k-4) = 0 \quad \therefore k = -2 \text{ 또는 } k = 4$$

이때 k 는 음수이므로 $k = -2$

672 [답] ⑤

$y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = -\frac{1}{2}(x-m)^2 + 2 + n$$

이 그래프와 $y = -\frac{1}{2}(x+3)^2 - 2$ 의 그래프가 일치하므로

$$-m = 3, 2 + n = -2 \quad \therefore m = -3, n = -4$$

$$\therefore m - n = -3 - (-4) = 1$$

673 [답] -1

$y = (x-4)^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = (x-m-4)^2 + n$$

이 그래프와 $y = (x-1)^2 + \frac{1}{3}$ 의 그래프가 일치하므로

$$-m-4 = -1, n = \frac{1}{3} \quad \therefore m = -3, n = \frac{1}{3}$$

$$\therefore mn = -3 \times \frac{1}{3} = -1$$

674 [답] ③

$y = 2(x+2)^2 + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = 2(x-p+2)^2 + 3 + q$$

이 그래프와 $y = 2x^2 + 1$ 의 그래프가 일치하므로

$$-p+2=0, 3+q=1 \quad \therefore p=2, q=-2$$

$$\therefore p+q=2+(-2)=0$$

675 [답] 24

$y = a(x+2)^2 + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = a(x+1+2)^2 + 3 - 5$$

$$= a(x+3)^2 - 2$$

..... ①

이 그래프와 $y = -4(x+b)^2 + c$ 의 그래프가 일치하므로

$$a = -4, b = 3, c = -2$$

..... ②

$$\therefore abc = -4 \times 3 \times (-2) = 24$$

..... ③

채점 기준

① 평행이동한 이차함수의 식 구하기	40%
② a, b, c 의 값 구하기	40%
③ abc 의 값 구하기	20%

676 [답] $y = (x-5)^2 - 6$

①의 그래프의 꼭짓점이 원점이므로 ①의 이차함수의 식을 $y = ax^2$ 으로 놓을 수 있다.

$$\text{이 그래프가 점 } (3, 9) \text{를 지나므로 } 9 = a \times 3^2 \quad \therefore a = 1$$

즉, ①을 그래프로 하는 이차함수의 식이 $y = x^2$ 이므로 ①의 그래프는 $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 5만큼, y 축의 방향으로 -6만큼 평행이동한 그래프이다.

따라서 ①을 그래프로 하는 이차함수의 식은 $y = (x-5)^2 - 6$

677 [답] ④

그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$

꼭짓점 (p, q) 가 제2사분면 위에 있으므로 $p < 0, q > 0$

678 [답] ⑤

그래프가 위로 볼록하므로 $-a < 0 \quad \therefore a > 0$

꼭짓점 $(-p, q)$ 가 제1사분면 위에 있으므로

$$-p > 0, q > 0 \quad \therefore p < 0, q > 0$$

$$\textcircled{1} a + q > 0$$

$$\textcircled{2} pq < 0$$

$$\textcircled{3} p - q < 0$$

$$\textcircled{4} apq < 0$$

$$\textcircled{5} y = -a(x+p)^2 + q \text{에 } x=0 \text{을 대입하면 } y = -ap^2 + q$$

이때 그래프가 y 축과 만나는 점이 x 축보다 위쪽에 있으므로

$$-ap^2 + q > 0 \quad \therefore ap^2 - q < 0$$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

679 [답] ③

$y = -2(x-p)^2 + 2p^2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(p, 2p^2)$

이 점이 직선 $y = x + 3$ 위에 있으므로 $2p^2 = p + 3$

$$2p^2 - p - 3 = 0, (p+1)(2p-3) = 0$$

$$\therefore p = -1 \text{ 또는 } p = \frac{3}{2}$$

이때 p 는 양수이므로 $p = \frac{3}{2}$

680 [답 ①]

$y = -x^2 + 5$ 의 그래프가 $y = a(x+3)^2 + b$ 의 꼭짓점 $(-3, b)$ 를 지나므로

$$b = -(-3)^2 + 5 = -4$$

$y = a(x+3)^2 - 4$ 의 그래프가 $y = -x^2 + 5$ 의 꼭짓점 $(0, 5)$ 를 지나므로

$$5 = a \times 3^2 - 4, 9a = 9 \quad \therefore a = 1$$

$$\therefore a + b = 1 + (-4) = -3$$

681 [답 ②]

$y = ax + b$ 의 그래프에서 (기울기) < 0 , (y 절편) > 0 이므로

$$a < 0, b > 0$$

$y = -a(x-b)^2 - ab$ 의 그래프는 $-a > 0$ 이므로 아래로 볼록하고,

$b > 0, -ab > 0$ 이므로 꼭짓점 $(b, -ab)$ 는 제1사분면 위에 있다.

따라서 그래프로 알맞은 것은 ②이다.

682 [답 ④]

$y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프는 위로 볼록하므로 $a < 0$ 이고, 꼭짓점 (p, q) 가 제2사분면 위에 있으므로 $p < 0, q > 0$ 이다.

$y = p(x+a)^2 - q$ 의 그래프는 $p < 0$ 이므로 위로 볼록하고, $-a > 0, -q < 0$ 이므로 꼭짓점 $(-a, -q)$ 는 제4사분면 위에 있다.

따라서 그래프로 알맞은 것은 ④이다.

683 [답 20]

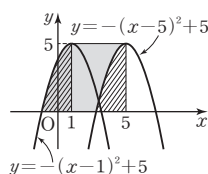
$y = -(x-5)^2 + 5 = -\{(x-4)-1\}^2 + 5$ 의 그래프는

$y = -(x-1)^2 + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것과 같다. ①

두 그래프의 꼭짓점의 좌표는 각각 $(1, 5), (5, 5)$ ②

따라서 오른쪽 그림에서 빗금 친 부분의 넓이가 서로 같으므로 어두운 부분의 넓이는 가로 길이 5-1=4이고, 세로 길이가 5인 직사각형의 넓이와 같다.

$$\therefore (\text{어두운 부분의 넓이}) = 4 \times 5 = 20$$



..... ③

채점 기준

① 두 이차함수의 그래프의 평행이동의 관계 알기	40%
② 두 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표 구하기	20%
③ 어두운 부분의 넓이 구하기	40%

684 [답 1]

꼭짓점 $A(m, m-7)$ 은 제4사분면 위의 점이므로

$$\overline{OH} = m, \overline{AH} = -(m-7) = 7-m$$

$$\triangle OAH = 3 \text{ 이므로 } \frac{1}{2} \times m \times (7-m) = 3$$

$$m^2 - 7m + 6 = 0, (m-1)(m-6) = 0$$

$$\therefore m = 1 \text{ 또는 } m = 6$$

이때 $\overline{OH} < \overline{AH}$ 이므로 $m = 1$

685 [답 ⑤]

두 점 B, C의 좌표는 $B(p, p+4), C(p, 0)$

$$\square OCB A = 8 \text{ 이므로 } \frac{1}{2} \times \{2 + (p+4)\} \times p = 8$$

$$p^2 + 6p - 16 = 0, (p+8)(p-2) = 0$$

$$\therefore p = -8 \text{ 또는 } p = 2$$

이때 $p > 0$ 이므로 $p = 2$

따라서 $y = a(x-2)^2 + 6$ 의 그래프가 점 $A(0, 2)$ 를 지나므로

$$2 = a \times (-2)^2 + 6, 4a = -4 \quad \therefore a = -1$$

$$\therefore ap = -1 \times 2 = -2$$

686 [답 ③]

$y = (x-p)^2 - 4p + 3$ 의 축의 방정식은 $x = p$

두 이차함수의 그래프가 x 축과 만나는 두 점의 좌표는 $O(0, 0),$

$C(6, 0)$ 이고, 이차함수의 그래프는 축에 대칭이므로 $p = 3$

이때 $y = (x-p)^2 - 4p + 3$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$$(p, -4p + 3) \text{ 이므로}$$

$$A(3, -4 \times 3 + 3) \quad \therefore A(3, -9)$$

$$\therefore \square OACB = 2 \triangle OAC = 2 \times \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 54$$

최고수준 도전 기출

142~143쪽

687 [답 ③]

전략 이차함수의 그래프는 축에 대칭이므로 그래프가 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 $2k$ 이면 축과 이 점들 사이의 거리는 각각 k 이다.

$y = \frac{1}{3}(x+2)^2 - 4$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = \frac{1}{3}(x-p+2)^2 - 4 + q$$

이 그래프는 축인 직선 $x = p-2$ 에 대칭이고, x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 $6\sqrt{3}$ 이므로 x 축과 만나는 두 점의 좌표는 각각 $(p-2-3\sqrt{3}, 0), (p-2+3\sqrt{3}, 0)$ 이다.

따라서 $y = \frac{1}{3}(x-p+2)^2 - 4 + q$ 의 그래프가 점 $(p-2+3\sqrt{3}, 0)$

을 지나므로

$$0 = \frac{1}{3}\{(p-2+3\sqrt{3})-p+2\}^2 - 4 + q \quad \therefore q = -5$$

688 [답 ②]

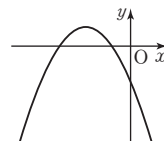
전략 이차함수의 그래프가 제2사분면, 제3사분면, 제4사분면만을 지나는 경우를 그려 본 후 그래프의 특징을 판단한다.

$y = a(x+p)^2 - q$ 의 그래프가 제2사분면, 제3사분면, 제4사분면만을 지나는 경우는 오른쪽 그림과 같다.

그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$ 이고, 꼭짓점

$(-p, -q)$ 가 제2사분면 위에 있으므로 $-p < 0, -q > 0$

$$\therefore a < 0, p > 0, q < 0$$



689 답 ④

전략 $y=x^2$ 의 그래프를 규칙에 따라 평행이동시킬 때, 점 (0, 2)를 지나는 경우는 y 축의 방향으로 2만큼 평행이동하거나 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동하는 경우이다.

$y=x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 2만큼 평행이동하거나 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동하면 점 (0, 2)를 지날 수 있다.

(i) y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 경우

두 번 모두 홀수의 눈이 나와야 하므로 그 확률은

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

(ii) x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 경우

(홀수, 짝수) 또는 (짝수, 홀수)의 눈이 나와야 하므로 그 확률은

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$

다른 풀이

$y=x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 경우 점 (0, 2)를 지날 수 없으므로 두 번 모두 짝수의 눈이 나올 확률은

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

따라서 구하는 확률은 $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

690 답 20

전략 세 이차함수의 그래프는 이차항의 계수가 모두 같으므로 평행이동하면 포갠 수 있다. 즉, 평행이동한 방법을 찾아 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구한다.

$y=\frac{1}{3}(x-8)^2$ 의 그래프는 $y=\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 8만큼 평행이동한 그래프이고, $\overline{AB}$ 는 x 축에 평행하므로 $\overline{AB}=8$

$y=\frac{1}{3}x^2+5$ 의 그래프는 $y=\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 5만큼 평행이동한 그래프이고, $\overline{AC}$ 는 y 축에 평행하므로 $\overline{AC}=5$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 5 = 20$$

691 답 ③

전략 두 점 P, Q의 x 좌표가 같으므로 두 점의 좌표를 한 문자를 이용하여 각각 나타낸 후 $\overline{PQ} = \frac{16}{3}$ 임을 이용하여 점 P의 좌표를 구한다.

두 점 P, Q의 x 좌표가 같으므로 x 좌표를 $a(a < 0)$ 라 하면

$$P\left(a, \frac{1}{3}(a+3)^2\right), Q(a, -a^2-1)$$

$$\overline{PQ} = \frac{16}{3} \text{ 이므로 } \frac{1}{3}(a+3)^2 - (-a^2-1) = \frac{16}{3}$$

$$\frac{4}{3}a^2 + 2a + 4 = \frac{16}{3}, 2a^2 + 3a - 2 = 0$$

$$(a+2)(2a-1) = 0 \quad \therefore a = -2 \text{ 또는 } a = \frac{1}{2}$$

이때 $a < 0$ 이므로 $a = -2$

$$\therefore P\left(-2, \frac{1}{3}\right)$$

692 답 1

전략 $\overline{PQ}$ 의 길이를 m 을 이용하여 나타낸 후 $\square RSQP$ 가 정사각형을 이용하여 m 의 값을 구한다.

두 점 P, Q의 x 좌표는 m 으로 같으므로

$$P\left(m, \frac{3}{4}m^2 + \frac{3}{4}\right), Q\left(m, \frac{1}{2}(m-2)^2\right)$$

$\square RSQP$ 는 한 변의 길이가 m 인 정사각형이므로 $\overline{PQ} = m$

$$\text{즉, } \left(\frac{3}{4}m^2 + \frac{3}{4}\right) - \left[\frac{1}{2}(m-2)^2\right] = m \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{4}m^2 + 2m - \frac{5}{4} = m, m^2 + 4m - 5 = 0$$

$$(m+5)(m-1) = 0 \quad \therefore m = -5 \text{ 또는 } m = 1$$

이때 $m > 0$ 이므로 $m = 1$

693 답 ②

전략 주어진 두 이차함수의 그래프는 평행이동하면 포개어지므로 넓이가 같은 부분을 찾은 후 어두운 부분과 넓이가 같은 간단한 도형으로 바꾸어 넓이를 구한다.

$y = \frac{1}{4}x^2 + 3 = \frac{1}{4}x^2 - 1 + 4$ 의 그래프는 $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것과 같다.

$$y = \frac{1}{4}x^2 + 3 \text{과 직선 } x=3 \text{의 교점의 } y \text{좌표는 } y = \frac{1}{4} \times 3^2 + 3 = \frac{21}{4}$$

$$y = \frac{1}{4}x^2 - 1 \text{과 직선 } x=3 \text{의 교점의 } y \text{좌표는 } y = \frac{1}{4} \times 3^2 - 1 = \frac{5}{4}$$

따라서 오른쪽 그림에서 빗금 친 부분의 넓이가 서로 같으므로 어두운

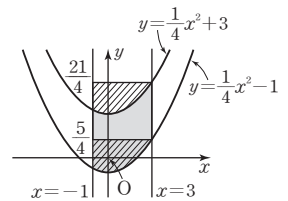
부분의 넓이는 가로의 길이가

$$3 - (-1) = 4 \text{이고, 세로의 길이가}$$

$$\frac{21}{4} - \frac{5}{4} = 4 \text{인 직사각형의 넓이와}$$

같다.

$$\therefore (\text{어두운 부분의 넓이}) = 4 \times 4 = 16$$



694 답 $\frac{1}{16} < a < 1$

전략 $y = a(x+2)^2 - 1$ 의 그래프의 꼭짓점이 제3사분면 위에 있으므로 이 그래프가 주어진 직사각형의 둘레 위의 서로 다른 두 점에서 만나려면 점 A, 점 C를 지나는 두 이차함수의 그래프 사이에 있어야 한다.

$y = a(x+2)^2 - 1$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$$(-2, -1)$$

이때 $y = a(x+2)^2 - 1$ 의 그래프가 직사각형 OABC의 둘레 위의 서로 다른 두 점에서 만나려면 오른쪽 그림과 같이 아래로 볼록하고, 점 A를 지나는 포물선과 점 C를 지나는 포물선 사이에 있어야 한다.

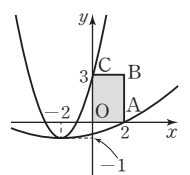
(i) 점 A(2, 0)을 지나는 경우

$$0 = a(2+2)^2 - 1, 16a = 1 \quad \therefore a = \frac{1}{16}$$

(ii) 점 C(0, 3)을 지나는 경우

$$3 = a \times 2^2 - 1, 4a = 4 \quad \therefore a = 1$$

(i), (ii)에서 구하는 a 의 값의 범위는 $\frac{1}{16} < a < 1$



난이도별 필수 기출

146~161쪽

695 [답] ③

$$\begin{aligned}
 y &= 7x^2 - 14x - 4 = 7(x^2 - 2x) - 4 \\
 &= 7(x^2 - 2x + 1 - 1) - 4 \\
 &= 7(x-1)^2 - 11
 \end{aligned}$$

이므로 $a=7, p=1, q=-11$

$$\therefore a+p+q=7+1+(-11)=-3$$

696 [답] ⑤

$$\begin{aligned}
 y &= -2x^2 + 16x - 4 = -2(x^2 - 8x) - 4 \\
 &= -2(x^2 - 8x + 16 - 16) - 4 \\
 &= -2(x-4)^2 + 28
 \end{aligned}$$

따라서 구하는 꼭짓점의 좌표는 (4, 28)

697 [답] ⑤

$y=ax^2+bx+c$ 의 그래프에서 위로 볼록하면 $a<0$ 이고, 폭이 가장 좁으려면 a 의 절댓값이 가장 커야 하므로 포물선이 위로 볼록하면 폭이 가장 좁은 그래프는 ⑤이다.

698 [답] ④

$$\begin{aligned}
 y &= -2x^2 + 8x - 3 = -2(x^2 - 4x) - 3 \\
 &= -2(x^2 - 4x + 4 - 4) - 3 \\
 &= -2(x-2)^2 + 5
 \end{aligned}$$

$y=-2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-2(x-p)^2+q$

따라서 $p=2, q=5$ 이므로 $p+q=2+5=7$

699 [답] ⑤

이차함수의 그래프의 축의 방정식을 각각 구하면

① $x=1$

② $x=0$

$$\begin{aligned}
 \text{③ } y &= \frac{1}{2}x^2 + x + 4 = \frac{1}{2}(x^2 + 2x) + 4 \\
 &= \frac{1}{2}(x^2 + 2x + 1 - 1) + 4 = \frac{1}{2}(x+1)^2 + \frac{7}{2}
 \end{aligned}$$

이므로 $x=-1$

$$\begin{aligned}
 \text{④ } y &= x^2 - 4x + 5 = (x^2 - 4x + 4 - 4) + 5 = (x-2)^2 + 1 \\
 &\text{이므로 } x=2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{⑤ } y &= -x^2 + 5x + 1 = -(x^2 - 5x) + 1 \\
 &= -\left(x^2 - 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4}\right) + 1 = -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{29}{4} \\
 &\text{이므로 } x = \frac{5}{2}
 \end{aligned}$$

따라서 그래프의 축이 가장 오른쪽에 있는 것은 ⑤이다.

700 [답] (2, -5)

$y=x^2+ax-1$ 의 그래프가 점 (1, -4)를 지나므로
 $-4=1^2+a-1 \quad \therefore a=-4$

$$\begin{aligned}
 y &= x^2 - 4x - 1 \\
 &= (x^2 - 4x + 4 - 4) - 1 \\
 &= (x-2)^2 - 5
 \end{aligned}$$

..... ②

따라서 구하는 꼭짓점의 좌표는 (2, -5)

..... ③

채점 기준

① a 의 값 구하기	40%
② 주어진 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하기	40%
③ 꼭짓점의 좌표 구하기	20%

701 [답] ①

$$\begin{aligned}
 y &= -3x^2 + 6x - 4 = -3(x^2 - 2x) - 4 \\
 &= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) - 4 \\
 &= -3(x-1)^2 - 1
 \end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 (1, -1)이다.

 $y=-x^2+ax+b$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표도 (1, -1)이므로

$$\begin{aligned}
 y &= -(x-1)^2 - 1 = -(x^2 - 2x + 1) - 1 \\
 &= -x^2 + 2x - 2
 \end{aligned}$$

$$\therefore a=2, b=-2$$

$$\therefore ab=2 \times (-2) = -4$$

702 [답] ④

이차함수의 그래프의 꼭짓점이 x 축 위에 있으려면 이차함수의 식이 $y=a(x-p)^2$ 꼴이어야 한다.

$$\begin{aligned}
 y &= x^2 - 6x + k \\
 &= (x^2 - 6x + 9 - 9) + k \\
 &= (x-3)^2 - 9 + k
 \end{aligned}$$

따라서 $-9+k=0$ 이어야 하므로 $k=9$

703 [답] ②

$$\begin{aligned}
 y &= x^2 - 2ax + 15 \\
 &= (x^2 - 2ax + a^2 - a^2) + 15 \\
 &= (x-a)^2 - a^2 + 15
 \end{aligned}$$

이때 꼭짓점의 좌표는 $(a, -a^2+15)$ 이고, 이 꼭짓점이 직선 $y=2x$ 위에 있으므로

$$-a^2 + 15 = 2a, \quad a^2 + 2a - 15 = 0$$

$$(a+5)(a-3)=0 \quad \therefore a=-5 \text{ 또는 } a=3$$

따라서 $a<0$ 이므로 $a=-5$ 704 [답] $\left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$ $y=ax+b$ 의 그래프가 두 점 (3, 0), (0, -6)을 지나므로

$$a = (\text{기울기}) = \frac{-6-0}{0-3} = 2, \quad b = (y\text{절편}) = -6$$

$$\therefore y=2x^2+6x+5=2\left(x^2+3x\right)+5$$

$$=2\left(x^2+3x+\frac{9}{4}-\frac{9}{4}\right)+5$$

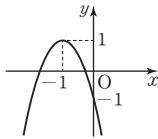
$$=2\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{1}{2}$$

따라서 구하는 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$

705 답 ①

$$\begin{aligned} y &= -2x^2 - 4x - 1 = -2(x^2 + 2x) - 1 \\ &= -2(x^2 + 2x + 1 - 1) - 1 \\ &= -2(x+1)^2 + 1 \end{aligned}$$

따라서 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 1)$, y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, -1)$ 인 위로 볼록한 그래프이므로 제1사분면을 지나지 않는다.



706 답 ④

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 4x + 3 \\ &= (x^2 - 4x + 4 - 4) + 3 \\ &= (x-2)^2 - 1 \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, -1)$, y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 3)$ 인 아래로 볼록한 포물선이므로 그 그래프는 ④와 같다.

707 답 ②

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{2}x^2 + x + a - 1 = -\frac{1}{2}(x^2 - 2x) + a - 1 \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 - 2x + 1 - 1) + a - 1 \\ &= -\frac{1}{2}(x-1)^2 + a - \frac{1}{2} \end{aligned}$$

이 그래프는 위로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표가 $(1, a - \frac{1}{2})$ 이다.

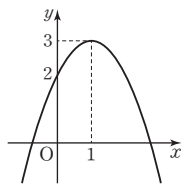
따라서 이 그래프가 x 축과 만나지 않으려면 꼭짓점의 y 좌표가 x 축보다 아래에 있어야 하므로

$$a - \frac{1}{2} < 0 \quad \therefore a < \frac{1}{2}$$

708 답 ⑤

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2x + 2 = -(x^2 - 2x) + 2 \\ &= -(x^2 - 2x + 1 - 1) + 2 \\ &= -(x-1)^2 + 3 \end{aligned}$$

따라서 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



① 축의 방정식은 $x=1$ 이다.

② 꼭짓점의 좌표는 $(1, 3)$ 이다.

③ $y = -x^2 + 2x + 2$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y=2$ 이므로 y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 2)$ 이다.

④ $x > 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

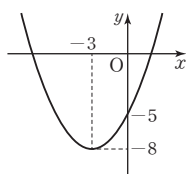
⑤ $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

709 답 ①

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{3}x^2 + 2x - 5 = \frac{1}{3}(x^2 + 6x) - 5 \\ &= \frac{1}{3}(x^2 + 6x + 9 - 9) - 5 \\ &= \frac{1}{3}(x+3)^2 - 8 \end{aligned}$$

따라서 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



ㄱ. 그래프는 모든 사분면을 지난다.

ㄴ. 축의 방정식은 $x=-3$ 이므로 축은 y 축보다 왼쪽에 있다.

ㄷ. 주어진 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -8)$ 이고, $y = -4(x-3)^2 - 8$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3, -8)$ 이므로 일치하지 않는다.

ㄹ. $y = \frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 8 만큼 평행이동하면

$$y = \frac{1}{3}(x+3)^2 + 8$$

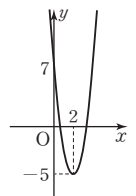
이므로 일치하지 않는다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

710 답 ④

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 - 12x + 7 = 3(x^2 - 4x) + 7 \\ &= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 7 \\ &= 3(x-2)^2 - 5 \end{aligned}$$

따라서 이 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는 $x > 2$ 이다.



711 답 (3, 21)

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2ax + 4a = -(x^2 - 2ax) + 4a \\ &= -(x^2 - 2ax + a^2 - a^2) + 4a \\ &= -(x-a)^2 + a^2 + 4a \quad \cdots \cdots ㉠ \end{aligned}$$

이 그래프가 $x < 3$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하고,

$x > 3$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소하므로 축의 방정식은 $x=3$ 이다.

㉠에서 축의 방정식이 $x=a$ 이므로 $a=3$

따라서 $a^2 + 4a = 3^2 + 4 \times 3 = 21$ 이고, ㉠에서 꼭짓점의 좌표는 $(a, a^2 + 4a)$ 이므로 구하는 꼭짓점의 좌표는 $(3, 21)$

참고 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프는 축 $x=p$ 를 기준으로 증가, 감소가 바뀐다.

712 답 ⑤

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2x + 3 \text{에 } y=0 \text{을 대입하면} \\ 0 &= -x^2 + 2x + 3, x^2 - 2x - 3 = 0 \end{aligned}$$

$$(x+1)(x-3) = 0 \quad \therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 3$$

이때 $p < q$ 이므로 $p = -1, q = 3$

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2x + 3 \text{에 } x=0 \text{을 대입하면 } y=3 \text{이므로 } r=3 \\ \therefore p+qr &= -1+3 \times 3 = 8 \end{aligned}$$

713 답 ③

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 6x + 12 \\ &= (x^2 - 6x + 9 - 9) + 12 \\ &= (x-3)^2 + 3 \end{aligned}$$

이 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행 이동한 그래프의 식은
 $y = \{(x+2)-3\}^2 + 3 + 1 = (x-1)^2 + 4$
 따라서 구하는 축의 방정식은 $x=1$

714 답 -3

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 + 12x + 8 = 3(x^2 + 4x) + 8 \\ &= 3(x^2 + 4x + 4 - 4) + 8 \\ &= 3(x+2)^2 - 4 \end{aligned}$$

이 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행 이동한 그래프의 식은

$$y = 3(x-p+2)^2 - 4 + q \quad \dots\dots \textcircled{i}$$

이고, 이 그래프가

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 - 18x + 15 = 3(x^2 - 6x) + 15 \\ &= 3(x^2 - 6x + 9 - 9) + 15 \\ &= 3(x-3)^2 - 12 \end{aligned}$$

의 그래프와 일치하므로

$$-p+2 = -3, \quad -4+q = -12$$

$$\therefore p=5, \quad q=-8 \quad \dots\dots \textcircled{ii}$$

$$\therefore p+q = 5 + (-8) = -3 \quad \dots\dots \textcircled{iii}$$

채점 기준

① 이차함수 $y=3x^2+12x+8$ 의 그래프가 평행이동한 식 구하기	40%
② p, q 의 값 구하기	40%
③ $p+q$ 의 값 구하기	20%

715 답 25

$y=ax^2-6ax+b$ 의 그래프가 점 $(5, 7)$ 을 지나므로

$$7 = a \times 5^2 - 6a \times 5 + b \quad \therefore 5a - b = -7 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\begin{aligned} y &= ax^2 - 6ax + b = a(x^2 - 6x) + b \\ &= a(x^2 - 6x + 9 - 9) + b \\ &= a(x-3)^2 - 9a + b \end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(3, -9a+b)$

이때 꼭짓점이 직선 $y=2x-11$ 위에 있으므로

$$-9a+b = 2 \times 3 - 11 \quad \therefore 9a - b = 5 \quad \dots\dots \textcircled{2} \quad \dots\dots \textcircled{i}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{을 연립하여 풀면 } a=3, \quad b=22 \quad \dots\dots \textcircled{ii}$$

$$\therefore a+b = 3+22=25 \quad \dots\dots \textcircled{iii}$$

채점 기준

① a, b 사이의 관계식 세우기	70%
② a, b 의 값 구하기	20%
③ $a+b$ 의 값 구하기	10%

716 답 ④

$$\begin{aligned} y &= ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c \\ &= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2}\right) + c \\ &= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} \text{ 축의 방정식은 } x = -\frac{b}{2a} \text{이다.}$$

$$\textcircled{3} x=0 \text{을 대입하면 } y=c \text{이므로 } y \text{축과의 교점의 좌표는 } (0, c) \text{이다.}$$

$$\textcircled{4} y=0 \text{을 대입하면 } ax^2+bx+c=0$$

이때 x 축과의 교점의 개수는 a, b, c 의 값에 따라 달라지므로 알 수 없다.

$$\textcircled{5} \text{ 이차항의 계수의 절댓값이 같으므로 } y = -ax^2 + bx + c \text{의 그래프와 폭이 같다.}$$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

717 답 ③

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 6x + k \\ &= (x^2 - 6x + 9 - 9) + k \\ &= (x-3)^2 + k - 9 \end{aligned}$$

$\overline{AB}=2$ 이므로 축에서 두 점 A, B까지의 거리는 각각 1이고, 이 그래프의 축의 방정식은 $x=3$ 이므로

$$A(2, 0), B(4, 0) \text{ 또는 } A(4, 0), B(2, 0)$$

따라서 $y=x^2-6x+k$ 의 그래프가 점 $(2, 0)$ 을 지나므로

$$0 = 2^2 - 6 \times 2 + k \quad \therefore k = 8$$

718 답 ①

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2x + 3 = -(x^2 - 2x) + 3 \\ &= -(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 \\ &= -(x-1)^2 + 4 \end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, 4)$ 이다.

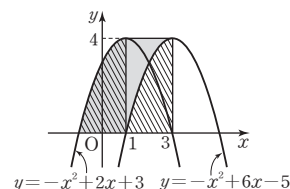
$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 6x - 5 = -(x^2 - 6x) - 5 \\ &= -(x^2 - 6x + 9 - 9) - 5 \\ &= -(x-3)^2 + 4 \end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(3, 4)$ 이다.

$$\text{이때 } y = -(x-3)^2 + 4 = -\{(x-2)-1\}^2 + 4 \text{이므로}$$

$y = -x^2 + 6x - 5$ 의 그래프는 $y = -x^2 + 2x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것과 같다.

따라서 다음 그림에서 빗금 친 부분의 넓이가 서로 같으므로 어두운 부분의 넓이는 가로의 길이가 $3-1=2$ 이고, 세로의 길이가 4인 직사각형의 넓이와 같다.



$$\therefore (\text{어두운 부분의 넓이}) = 2 \times 4 = 8$$

참고 $y = -x^2 + 6x - 5$ 에 $y=0$ 을 대입하면

$$0 = -x^2 + 6x - 5, \quad x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$(x-1)(x-5) = 0 \quad \therefore x=1 \text{ 또는 } x=5$$

즉, $y = -x^2 + 6x - 5$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점 중 왼쪽에 있는 점의 x 좌표는 1이므로 $y = -x^2 + 2x + 3$ 의 그래프의 꼭짓점의 x 좌표와 일치한다.

따라서 어두운 부분의 넓이는 가로, 세로의 길이가 각각 2, 4인 직사각형의 넓이와 같다.

719 [답 ⑤]

$y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가

위로 볼록하므로 $a < 0$

축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0 \quad \therefore b < 0$

y 축과 만나는 점이 x 축보다 아래쪽에 있으므로 $c < 0$

720 [답 ③]

$y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가

아래로 볼록하므로 $a > 0$

축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0 \quad \therefore b < 0$

y 축과 만나는 점이 x 축보다 아래쪽에 있으므로 $c < 0$

이때 $y=cx^2-ax-b$ 의 그래프는

$c < 0$ 이므로 위로 볼록하다.

$-a < 0$ 이고, $-ac > 0$ 이므로 축은 y 축의 왼쪽에 있다.

$-b > 0$ 이므로 y 축과 만나는 점은 x 축보다 위쪽에 있다.

따라서 $y=cx^2-ax-b$ 의 그래프로 알맞은 것은 ③이다.

721 [답 ④]

$y=ax^2-6x+b$ 의 그래프가

아래로 볼록하므로 $a > 0$

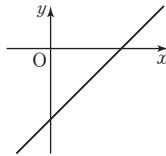
y 축과 만나는 점이 x 축보다 위쪽에 있으므로 $b > 0$

이때 $y=bx-a$ 의 그래프는

(기울기) $=b > 0$, (y 절편) $=-a < 0$

이므로 오른쪽 그림과 같다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.



722 [답 ④]

$y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가

위로 볼록하므로 $a < 0$

꼭짓점이 y 축 위에 있으므로 $b=0$

y 축과 만나는 점이 x 축보다 위쪽에 있으므로 $c > 0$

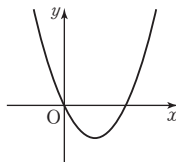
이때 $y=cx^2+ax+b$ 의 그래프는

$c > 0$ 이므로 아래로 볼록하다.

$ca < 0$ 이므로 축은 y 축의 오른쪽에 있다.

$b=0$ 이므로 원점을 지난다.

따라서 $y=cx^2+ax+b$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 그래프는 제1사분면, 제2사분면, 제4사분면을 지난다.



723 [답 ⑤]

$y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가

위로 볼록하므로 $a < 0$

축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0 \quad \therefore b > 0$

y 축과 만나는 점이 x 축보다 위쪽에 있으므로 $c > 0$

① $a < 0$, $b > 0$ 이므로 $ab < 0$

② $a < 0$, $c > 0$ 이므로 $ac < 0$

③ $b > 0$, $c > 0$ 이므로 $bc > 0$

④, ⑤ 주어진 그래프에서 $x=-2$ 의 함숫값은 음수, $x=2$ 의 함숫값은 양수이다.

이때 $x=-2$, $x=2$ 를 각각 $y=ax^2+bx+c$ 에 대입하면

$$y=a \times (-2)^2-2b+c=4a-2b+c < 0$$

$$y=a \times 2^2+2b+c=4a+2b+c > 0$$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

724 [답 ④]

$ab > 0$ 이므로 $a > 0$, $b > 0$ 또는 $a < 0$, $b < 0$

이때 $a+b < 0$ 이므로 $a < 0$, $b < 0$

$y=ax^2-2x-b$ 의 그래프는

$a < 0$ 이므로 위로 볼록하다.

$a \times (-2) > 0$ 이므로 그래프의 축은 y 축의 왼쪽에 있다.

$-b > 0$ 이므로 y 축과 만나는 점은 x 축보다 위쪽에 있다.

따라서 $y=ax^2-2x-b$ 의 그래프로 알맞은 것은 ④이다.

725 [답 제2사분면]

$y=ax+b$ 의 그래프에서 (기울기) < 0 , (y 절편) < 0 이므로

$a < 0$, $b < 0$

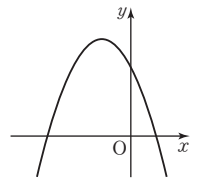
$y=-x^2+ax-b$ 의 그래프는

이차항의 계수가 음수이므로 위로 볼록하다.

$(-1) \times a > 0$ 이므로 그래프의 축은 y 축의 왼쪽에 있다.

$-b > 0$ 이므로 y 축과 만나는 점은 x 축보다 위쪽에 있다.

따라서 $y=-x^2+ax-b$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 꼭짓점은 제2사분면 위에 있다.



726 [답 제3사분면]

$\sqrt{a^2}=a$, $\sqrt{b^2}=-b$, $\sqrt{c^2}=c$ 이므로 $a > 0$, $b < 0$, $c > 0$ ①

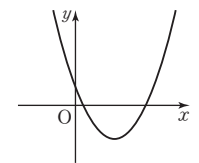
$y=ax^2+bx+c$ 의 그래프는

$a > 0$ 이므로 아래로 볼록하다.

$ab < 0$ 이므로 그래프의 축은 y 축의 오른쪽에 있다.

$c > 0$ 이므로 y 축과 만나는 점은 x 축보다 위쪽에 있다. ②

따라서 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 그래프는 제3사분면을 지나지 않는다. ③



채점 기준

① a , b , c 의 부호 구하기	30%
② $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프의 개형 파악하기	50%
③ 그래프가 지나지 않는 사분면 구하기	20%

727 [답 ③]

$y=ax^2+bx+c$ ($c \neq 0$)의 그래프가 제4사분

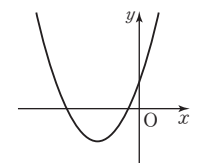
면만을 지나지 않으므로 오른쪽 그림과 같다.

이때 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프는

아래로 볼록하므로 $a > 0$

축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0 \quad \therefore b > 0$

y 축과 만나는 점이 x 축보다 위쪽에 있으므로 $c > 0$



$y = -bx^2 + cx + a$ 의 그래프는
 $-b < 0$ 이므로 위로 볼록하다.
 $-bc < 0$ 이므로 그래프의 축은 y 축의 오른쪽에 있다.
 $a > 0$ 이므로 y 축과 만나는 점은 x 축보다 위쪽에 있다.
 따라서 $y = -bx^2 + cx + a$ 의 그래프로 알맞은 것은 ③이다.

728 [답 ③]

$y = x^2 - x - 6$ 에 $y = 0$ 을 대입하면
 $0 = x^2 - x - 6, (x+2)(x-3) = 0$
 $\therefore x = -2$ 또는 $x = 3$
 즉, 두 점 A, B의 좌표는 A(-2, 0), B(3, 0)
 $y = x^2 - x - 6$ 에 $x = 0$ 을 대입하면 $y = -6$ 이므로
 C(0, -6)
 $\therefore \triangle ACB = \frac{1}{2} \times \{3 - (-2)\} \times 6 = 15$

729 [답 2]

$y = \frac{1}{2}x^2 + x - 4 = \frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{9}{2}$ 이므로 꼭짓점의 좌표는
 A(-1, - $\frac{9}{2}$) i
 $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 4$ 에 $x = 0$ 을 대입하면 $y = -4$ 이므로
 B(0, -4) ii
 $\therefore \triangle OAB = \frac{1}{2} \times 4 \times 1 = 2$ iii

채점 기준

i 점 A의 좌표 구하기	40%
ii 점 B의 좌표 구하기	40%
iii $\triangle OAB$ 의 넓이 구하기	20%

730 [답 ②]

$y = -x^2 + 6x - 5 = -(x-3)^2 + 4$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 A(3, 4)
 $y = -x^2 + 6x - 5$ 에 $y = 0$ 을 대입하면
 $0 = -x^2 + 6x - 5, x^2 - 6x + 5 = 0$
 $(x-1)(x-5) = 0 \therefore x = 1$ 또는 $x = 5$
 즉, 두 점 B, C의 좌표는 B(1, 0), C(5, 0)
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times (5-1) \times 4 = 8$

731 [답 ①]

$y = -x^2 + ax + b$ 의 그래프가 원점 O(0, 0)을 지나므로 $b = 0$
 즉, $y = -x^2 + ax$ 의 그래프가 점 B(6, 0)을 지나므로
 $0 = -6^2 + 6a, 6a = 36 \therefore a = 6$
 $y = -x^2 + 6x = -(x-3)^2 + 9$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 A(3, 9)
 $\therefore \triangle AOB = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$

732 [답 ①]

$y = x^2 - 4x + 7 = (x-2)^2 + 3$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 A(2, 3)
 $y = -x^2 + 6x - 9 = -(x-3)^2$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 B(3, 0)
 점 A에서 x 축에 내린 수선의 발의 좌표는 H(2, 0)

따라서 직각삼각형 AHB에서 빗변 AB의 길이는

$$AB = \sqrt{AH^2 + BH^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

733 [답 ③]

$y = -x^2 + 3x + 4 = -(x - \frac{3}{2})^2 + \frac{25}{4}$ 이므로 꼭짓점의 좌표는
 A($\frac{3}{2}, \frac{25}{4}$)
 $y = -x^2 + 3x + 4$ 에 $x = 0$ 을 대입하면 $y = 4$ 이므로 D(0, 4)
 이때 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DBC$ 의 밑변을 모두 $\overline{BC}$ 로 정하면 두 삼각형의
 밑변의 길이가 같으므로 두 삼각형의 넓이의 비는 높이의 비와 같다.
 따라서 두 삼각형의 높이의 비가 $\frac{25}{4} : 4 = 25 : 16$ 이므로
 $\triangle ABC : \triangle DBC = 25 : 16$

734 [답 ④]

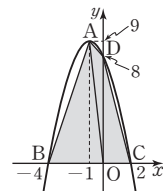
$y = 2x^2 - 8x + 4 = 2(x-2)^2 - 4$ 이므로 꼭짓점의 좌표는
 A(2, -4)
 $y = 2x^2 - 8x + 4$ 에 $x = 0$ 을 대입하면 $y = 4$ 이므로 B(0, 4)
 한편 $y = 2(x-2)^2 - 4$ 의 축의 방정식은 $x = 2$ 이므로 축에서 두 점
 B, C까지의 거리는 각각 2이다.
 $\therefore \overline{BC} = 4$
 $\therefore \triangle ACB = \frac{1}{2} \times 4 \times \{4 - (-4)\} = 16$

735 [답 ③]

$y = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + k = -\frac{1}{4}(x+3)^2 + k + \frac{9}{4}$ 이므로 그래프의 축
 의 방정식은 $x = -3$ 이고, 꼭짓점의 좌표는 A(-3, $k + \frac{9}{4}$)이다.
 이때 $\overline{BC} = 10$ 이므로 축에서 두 점 B, C까지의 거리는 각각 5이다.
 $\therefore B(-8, 0), C(2, 0)$
 즉, $y = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + k$ 의 그래프가 점 C(2, 0)을 지나므로
 $0 = -\frac{1}{4} \times 2^2 - \frac{3}{2} \times 2 + k \therefore k = 4$
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 10 \times (4 + \frac{9}{4}) = \frac{125}{4}$

736 [답 30]

$y = -x^2 - 2x + 8 = -(x+1)^2 + 9$ 이므로 꼭짓점의 좌표는
 A(-1, 9)
 $y = -x^2 - 2x + 8$ 에 $y = 0$ 을 대입하면
 $0 = -x^2 - 2x + 8, x^2 + 2x - 8 = 0$
 $(x+4)(x-2) = 0 \therefore x = -4$ 또는 $x = 2$
 즉, 두 점 B, C의 좌표는 B(-4, 0), C(2, 0)
 $y = -x^2 - 2x + 8$ 에 $x = 0$ 을 대입하면 $y = 8$ 이므로 D(0, 8)
 따라서 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$ 를 그으면
 $\square ABCD$
 $= \triangle ABO + \triangle AOD + \triangle DOC$
 $= \frac{1}{2} \times 4 \times 9 + \frac{1}{2} \times 8 \times 1 + \frac{1}{2} \times 2 \times 8$
 $= 18 + 4 + 8 = 30$



737 답 ③

$y = -x^2 - 2x + 3 = -(x+1)^2 + 4$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $A(-1, 4)$

$y = -x^2 - 2x + 3$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y=3$ 이므로 $B(0, 3)$

$y = -x^2 - 2x + 3$ 에 $y=0$ 을 대입하면

$$0 = -x^2 - 2x + 3, x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x+3)(x-1) = 0 \quad \therefore x = -3 \text{ 또는 } x = 1$$

이때 점 C는 그래프가 x 축의 음의 부분과 만나는 점이므로

$C(-3, 0)$

따라서 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$ 를 그으면

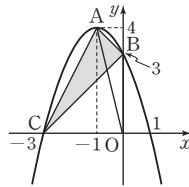
$\triangle ACB$

$$= \square ACOB - \triangle BCO$$

$$= \triangle ACO + \triangle AOB - \triangle BCO$$

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 + \frac{1}{2} \times 3 \times 1 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3$$

$$= 6 + \frac{3}{2} - \frac{9}{2} = 3$$



738 답 $(-\frac{1}{2}, \frac{9}{2})$

$y = -x^2 - 4x + 5 = -(x+2)^2 + 9$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $A(-2, 9)$

$y = -x^2 - 4x + 5$ 에 $y=0$ 을 대입하면

$$0 = -x^2 - 4x + 5, x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$(x+5)(x-1) = 0 \quad \therefore x = -5 \text{ 또는 } x = 1$$

즉, 두 점 B, C의 좌표는 $B(-5, 0), C(1, 0)$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \{1 - (-5)\} \times 9 = 27$$

이때 점 P의 좌표를 (a, b) 라 하면

$$\triangle PBC = \frac{1}{2} \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 27 = \frac{27}{2}$$

$$\text{이므로 } \frac{1}{2} \times 6 \times b = \frac{27}{2} \quad \therefore b = \frac{9}{2}$$

두 점 $A(-2, 9), C(1, 0)$ 을 지나는 직선의 방정식은

$$y = -3x + 3$$

따라서 점 $P(a, \frac{9}{2})$ 가 이 직선 위의 점이므로

$$\frac{9}{2} = -3a + 3, 3a = -\frac{3}{2} \quad \therefore a = -\frac{1}{2}$$

따라서 구하는 점 P의 좌표는 $(-\frac{1}{2}, \frac{9}{2})$

중2 다시보기

두 점 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은 다음과 같은 순서로 구한다. (단, $x_1 \neq x_2$)

① 기울기 a 를 구한다.

$$\rightarrow a = \frac{(y \text{의 값의 증가량})}{(x \text{의 값의 증가량})} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

② 일차함수의 식을 $y = ax + b$ 로 놓는다.

③ $y = ax + b$ 에 한 점의 좌표를 대입하여 b 의 값을 구한다.

▶ 일차함수의 식을 $y = ax + b$ 로 놓고, 두 점의 좌표를 각각 대입하여 a, b 의 값을 구할 수도 있다.

739 답 ④

꼭짓점의 좌표가 $(3, 1)$ 이므로 이차함수의 식을 $y = a(x-3)^2 + 1$ 로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(1, 5)$ 를 지나므로

$$5 = a \times (1-3)^2 + 1, 4a = 4 \quad \therefore a = 1$$

$$\therefore y = (x-3)^2 + 1 = x^2 - 6x + 10$$

740 답 ③

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 2)$ 이므로 이차함수의 식을

$$y = a(x+1)^2 + 2 \text{로 놓을 수 있다.}$$

이 그래프가 점 $(0, 3)$ 을 지나므로

$$3 = a \times 1^2 + 2 \quad \therefore a = 1$$

따라서 $y = (x+1)^2 + 2 = x^2 + 2x + 3$ 이므로 $a=1, b=2, c=3$

$$\therefore abc = 1 \times 2 \times 3 = 6$$

741 답 ②

$y = 3x^2$ 의 그래프를 평행이동하면 완전히 포개어지므로 이차항의 계수가 3이고, x 축과 두 점 $(-1, 0), (4, 0)$ 에서 만나므로 구하는 이차함수의 식은

$$y = 3(x+1)(x-4) = 3x^2 - 9x - 12$$

따라서 이 식에 $x=0$ 을 대입하면 $y=-12$ 이므로 그래프가 y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, -12)$ 이다.

742 답 ④

꼭짓점의 좌표가 $(-2, 5)$ 이므로 이차함수의 식을

$$y = a(x+2)^2 + 5 \text{로 놓을 수 있다.}$$

이 그래프가 점 $(0, 3)$ 을 지나므로

$$3 = a \times 2^2 + 5, 4a = -2 \quad \therefore a = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 5 = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$$

743 답 (0, 5)

꼭짓점의 좌표가 $(3, -4)$ 이므로 이차함수의 식을

$$y = a(x-3)^2 - 4 \text{로 놓을 수 있다.}$$

이 그래프가 점 $(-1, 12)$ 를 지나므로

$$12 = a \times (-1-3)^2 - 4, 16a = 16 \quad \therefore a = 1$$

$$\therefore y = (x-3)^2 - 4$$

..... ①

이 식에 $x=0$ 을 대입하면 $y = (-3)^2 - 4 = 5$

따라서 y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 5)$ 이다.

..... ②

채점 기준

① 이차함수의 식 구하기	60%
② y 축과 만나는 점의 좌표 구하기	40%

744 답 ④

$y = -2(x-3)^2 + 1$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(3, 1)$ 이므로 구하는 이차함수의 식을 $y = a(x-3)^2 + 1$ 로 놓을 수 있다.

$$y = -\frac{1}{5}x^2 + x + 4 \text{에 } x=0 \text{을 대입하면 } y=4 \text{이므로 이 그래프가 } y$$

축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 4)$

즉, $y=a(x-3)^2+1$ 의 그래프가 점 $(0, 4)$ 를 지나므로
 $4=a \times (-3)^2+1, 9a=3 \quad \therefore a=\frac{1}{3}$
 $\therefore y=\frac{1}{3}(x-3)^2+1=\frac{1}{3}x^2-2x+4$

745 [답] ①

꼭짓점의 좌표가 $(-1, -4)$ 이므로 이차함수의 식을
 $y=a(x+1)^2-4$ 로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 점 $(0, -3)$ 을 지나므로
 $-3=a \times 1^2-4 \quad \therefore a=1$
 $\therefore y=(x+1)^2-4=x^2+2x-3$
 이 식에 $y=0$ 을 대입하면
 $0=x^2+2x-3, (x+3)(x-1)=0$
 $\therefore x=-3$ 또는 $x=1$
 즉, 두 점 B, C의 좌표는 $B(-3, 0), C(1, 0)$
 $\therefore \triangle ACB=\frac{1}{2} \times \{1-(-3)\} \times 4=8$

746 [답] ⑤

축의 방정식이 $x=4$ 이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-4)^2+q$ 로
 놓을 수 있다.
 이 그래프가 두 점 $(0, -3), (6, 3)$ 을 지나므로
 $-3=a \times (-4)^2+q \quad \therefore 16a+q=-3 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $3=a \times (6-4)^2+q \quad \therefore 4a+q=3 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면 $a=-\frac{1}{2}, q=5$
 따라서 $y=-\frac{1}{2}(x-4)^2+5$ 의 그래프가 점 $(2, k)$ 를 지나므로
 $k=-\frac{1}{2} \times (2-4)^2+5=-2+5=3$

747 [답] ⑤

이차항의 계수가 -2 이고, 축의 방정식이 $x=1$ 이므로 이차함수의
 식을 $y=-2(x-1)^2+q$ 로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 점 $(-1, 3)$ 을 지나므로
 $3=-2 \times (-1-1)^2+q \quad \therefore q=11$
 $\therefore y=-2(x-1)^2+11=-2x^2+4x+9$
 따라서 $a=4, b=9$ 이므로 $ab=4 \times 9=36$

748 [답] ③

이차항의 계수가 $\frac{1}{3}$ 이고, 축인 직선 l 의 방정식이 $x=-2$ 이므로
 이차함수의 식을 $y=\frac{1}{3}(x+2)^2+q$ 로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 점 $(1, 0)$ 을 지나므로
 $0=\frac{1}{3} \times (1+2)^2+q \quad \therefore q=-3$
 $\therefore y=\frac{1}{3}(x+2)^2-3=\frac{1}{3}x^2+\frac{4}{3}x-\frac{5}{3}$
 따라서 $a=\frac{4}{3}, b=-\frac{5}{3}$ 이므로
 $2a+b=2 \times \frac{4}{3} + (-\frac{5}{3})=1$

749 [답] ②

$y=ax^2-3x+b$ 의 그래프가 점 $(0, 2)$ 를 지나므로 $b=2$
 즉, $y=ax^2-3x+2$ 의 그래프가 점 $(2, 4)$ 를 지나므로
 $4=a \times 2^2-3 \times 2+2, 4a=8 \quad \therefore a=2$
 따라서 $y=2x^2-3x+2$ 의 그래프가 점 $(1, c)$ 를 지나므로
 $c=2 \times 1^2-3 \times 1+2=1$
 $\therefore a+b+c=2+2+1=5$

750 [답] $y=-x^2-3x+4$

주어진 그래프가 점 $(0, 4)$ 를 지나므로 이차함수의 식을
 $y=ax^2+bx+4$ 로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 두 점 $(-2, 6), (1, 0)$ 을 지나므로
 $6=a \times (-2)^2-2b+4 \quad \therefore 2a-b=1 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $0=a \times 1^2+b+4 \quad \therefore a+b=-4 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면 $a=-1, b=-3$
 따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-x^2-3x+4$

751 [답] ②

그래프가 점 $(0, 4)$ 를 지나므로 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+4$
 로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 두 점 $(-1, 4), (2, -8)$ 을 지나므로
 $4=a \times (-1)^2-b+4 \quad \therefore a-b=0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $-8=a \times 2^2+2b+4 \quad \therefore 2a+b=-6 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면 $a=-2, b=-2$
 $\therefore y=-2x^2-2x+4$
 이 식에 $y=0$ 을 대입하면
 $0=-2x^2-2x+4, x^2+x-2=0$
 $(x+2)(x-1)=0 \quad \therefore x=-2$ 또는 $x=1$
 따라서 그래프가 x 축과 만나는 두 점의 좌표는
 $A(-2, 0), B(1, 0)$ 또는 $A(1, 0), B(-2, 0)$
 이므로 $\overline{AB}=1-(-2)=3$

752 [답] ⑤

이차항의 계수가 -1 이고, x 축과 두 점 $(-2, 0), (6, 0)$ 에서 만나
 므로 구하는 이차함수의 식은
 $y=-(x+2)(x-6)=-x^2+4x+12$
 따라서 $a=4, b=12$ 이므로 $a+b=4+12=16$

753 [답] ④

그래프가 x 축과 두 점 $(-2, 0), (4, 0)$ 에서 만나므로 이차함수의
 식을 $y=a(x+2)(x-4)$ 로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 점 $(0, -4)$ 를 지나므로
 $-4=a \times 2 \times (-4) \quad \therefore a=\frac{1}{2}$
 $\therefore y=\frac{1}{2}(x+2)(x-4)=\frac{1}{2}x^2-x-4$
 $=\frac{1}{2}(x-1)^2-\frac{9}{2}$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(1, -\frac{9}{2})$ 이므로

$$p=1, q=-\frac{9}{2}$$

$$\therefore 3p-2q=3 \times 1 - 2 \times \left(-\frac{9}{2}\right)=12$$

754 [답] ②, ⑤

축인 직선 l 의 방정식이 $x=-2$ 이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+q$ 로 놓을 수 있다.

이 그래프가 두 점 $(0, 6)$, $(-6, 0)$ 을 지나므로

$$6=a \times 2^2+q \quad \therefore 4a+q=6 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$0=a \times (-6+2)^2+q \quad \therefore 16a+q=0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면 $a=-\frac{1}{2}$, $q=8$

$$\therefore y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+8 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

① $\textcircled{㉢}$ 에 $x=-4$ 를 대입하면 $y=-\frac{1}{2} \times (-4+2)^2+8=6$ 이므로

그래프는 점 $(-4, 6)$ 을 지난다.

② 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 8)$ 이다.

③ 축인 직선 $x=-2$ 에 대하여 대칭이므로 점 P의 좌표는 $(2, 0)$
 $\therefore \overline{OP}=2$

④ $\textcircled{㉢}$ 에서 $y=-\frac{1}{2}x^2-2x+6$

⑤ x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -6만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y=-\frac{1}{2}\{(x-2)+2\}^2+8-6=-\frac{1}{2}x^2+2$$

즉, $y=-\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 포개어지지 않는다.

따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

755 [답] $y=-3x^2+12x-11$

(㉠)에서 축의 방정식은 $x=2$, $a<0$ 이고,

(㉡)에서 $y=3x^2$ 과 이차항의 계수의 절댓값이 같으므로

$$a=-3 \quad \cdots \cdots \textcircled{i}$$

즉, 구하는 이차함수의 식을 $y=-3(x-2)^2+q$ 로 놓을 수 있다.

(㉢)에서 이 그래프가 점 $(1, -2)$ 를 지나므로

$$-2=-3 \times (1-2)^2+q \quad \therefore q=1$$

$$\therefore y=-3(x-2)^2+1=-3x^2+12x-11 \quad \cdots \cdots \textcircled{ii}$$

채점 기준

① a 의 값 구하기	40%
② 이차함수의 식 구하기	60%

756 [답] ①

$y=x^2+ax-b$ 의 그래프의 축은 y 축이고, x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 6이므로 두 점 $(-3, 0)$, $(3, 0)$ 을 지난다.

즉, 구하는 이차함수의 식은

$$y=(x+3)(x-3)=x^2-9$$

따라서 $a=0$, $b=9$ 이므로

$$a+b=0+9=9$$

757 [답] ②

$y=3x^2+12x-2=3(x+2)^2-14$ 이므로 $x=-2$ 에서 최솟값은 -14이다.

따라서 $a=-2$, $b=-14$ 이므로 $a-b=-2-(-14)=12$

758 [답] ⑤

① 이차항의 계수가 음수이므로 최솟값은 없다.

② $y=x^2+3$ 의 최솟값은 $x=0$ 일 때, 3이다.

③ $y=(x+3)^2-1$ 의 최솟값은 $x=-3$ 일 때, -1이다.

④ $y=x^2+3x=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$ 의 최솟값은 $x=-\frac{3}{2}$ 일 때, $-\frac{9}{4}$ 이다.

⑤ $y=2x^2-8x+5=2(x-2)^2-3$ 의 최솟값은 $x=2$ 일 때, -3이다.

759 [답] ⑤

① $y=-\frac{1}{3}x^2-6x-8=-\frac{1}{3}(x+9)^2+19$ 이므로 최댓값은 $x=-9$ 일 때, 19이다.

② $y=-x^2+2x=-(x-1)^2+1$ 이므로 최댓값은 $x=1$ 일 때, 1이다.

③ $y=-x^2+3x+3=-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{21}{4}$ 이므로 최댓값은 $x=\frac{3}{2}$ 일 때, $\frac{21}{4}$ 이다.

④ $y=-2x^2+4x+6=-2(x-1)^2+8$ 이므로 최댓값은 $x=1$ 일 때, 8이다.

⑤ $y=-3x^2-12x+11=-3(x+2)^2+23$ 이므로 최댓값은 $x=-2$ 일 때, 23이다.

따라서 최댓값이 가장 큰 것은 ⑤이다.

760 [답] ⑤

$y=x^2+4x+9=(x+2)^2+5$ 이므로 최솟값은 $x=-2$ 일 때, 5이다.

$y=-2x^2-8x+7=-2(x+2)^2+15$ 이므로 최댓값은 $x=-2$ 일 때, 15이다.

따라서 $m=5$, $M=15$ 이므로 $m+M=5+15=20$

761 [답] ②

$y=-2x^2+3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y=-2(x-3)^2+3-1=-2(x-3)^2+2$$

따라서 최댓값은 $x=3$ 일 때, 2이다.

762 [답] $-\frac{9}{4}$

$y=x^2+ax+b$ 의 그래프가 두 점 $(0, 4)$, $(-4, 0)$ 을 지나므로 $4=b$, $0=(-4)^2-4a+b \quad \therefore a=5$, $b=4$

$$\therefore y=x^2+5x+4=\left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$$

따라서 최솟값은 $x=-\frac{5}{2}$ 일 때, $-\frac{9}{4}$ 이다.

763 [답] -10

$y=2x^2+4x-a-3=2(x+1)^2-a-5$ 이므로 최솟값은 $x=-1$ 일 때, $-a-5$ 이다. ①

$y = -x^2 - 8x - 11 = -(x+4)^2 + 5$ 이므로 최댓값은 $x = -4$ 일 때, 5이다. ②
따라서 $-a-5=5$ 이므로 $a = -10$ ③

채점 기준

① 이차함수 $y=2x^2+4x-a-3$ 의 최솟값 구하기	40%
② 이차함수 $y=-x^2-8x-11$ 의 최댓값 구하기	40%
③ a 의 값 구하기	20%

764 답 ④

$$y = 2x^2 + 6x + k = 2\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + k - \frac{9}{2}$$

이때 최솟값이 4이므로

$$k - \frac{9}{2} = 4 \quad \therefore k = \frac{17}{2}$$

765 답 ⑤

$y = -x^2 + 4ax = -(x-2a)^2 + 4a^2$ 의 최댓값이 36이므로

$$4a^2 = 36, a^2 = 9 \quad \therefore a = \pm 3$$

이때 $a > 0$ 이므로 $a = 3$

따라서 $y = -(x-6)^2 + 36$ 이므로 구하는 꼭짓점의 좌표는 (6, 36)

766 답 ③

$x=4$ 에서 최댓값이 8이므로 꼭짓점의 좌표는 (4, 8)

이때 구하는 이차함수의 식은

$$y = -(x-4)^2 + 8 = -x^2 + 8x - 8$$

따라서 $-2a=8, b=-8$ 이므로 $a=-4, b=-8$

$$\therefore ab = -4 \times (-8) = 32$$

다른 풀이

$y = -x^2 - 2ax + b = -(x+a)^2 + a^2 + b$ 이므로 $x = -a$ 에서 최댓값이 $a^2 + b$ 이다.

따라서 $-a=4, a^2+b=8$ 이므로

$$a = -4, b = 8 - (-4)^2 = -8$$

$$\therefore ab = -4 \times (-8) = 32$$

767 답 ②

$x=-2$ 에서 최솟값이 -5 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2, -5)$

이때 구하는 이차함수의 식은

$$y = 2(x+2)^2 - 5 = 2x^2 + 8x + 3$$

$$\therefore a=8, b=3$$

따라서 $y = 2(x+2)^2 - 5$ 의 그래프가 점 $(-5, c)$ 를 지나므로

$$c = 2 \times (-5+2)^2 - 5 = 13$$

$$\therefore a+b+c = 8+3+13 = 24$$

768 답 ③

$x=4$ 에서 최솟값이 -7 이므로 꼭짓점의 좌표는 (4, -7)

이때 구하는 이차함수의 식은

$$y = a(x-4)^2 - 7 = ax^2 - 8ax + 16a - 7$$

따라서 $-4 = -8a, b = 16a - 7$ 이므로

$$a = \frac{1}{2}, b = 16 \times \frac{1}{2} - 7 = 1$$

$$\therefore a+b = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$

769 답 -4

$y = -3x^2 + 6x + 3k - 1 = -3(x-1)^2 + 3k + 2$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 (1, $3k+2$) ①

꼭짓점이 직선 $2x-y=6$ 위에 있으므로

$$2 \times 1 - (3k+2) = 6$$

$$3k = -6 \quad \therefore k = -2 \quad \dots\dots ②$$

따라서 $y = -3(x-1)^2 - 4$ 이므로 최댓값은 $x=1$ 일 때, -4 이다.

..... ③

채점 기준

① 꼭짓점의 좌표 구하기	40%
② k 의 값 구하기	40%
③ 최댓값 구하기	20%

770 답 ④

그래프가 x 축과 두 점 $(-6, 0), (0, 0)$ 에서 만나므로 이차함수의 식을

$$y = ax(x+6) = ax^2 + 6ax$$

$$= a(x+3)^2 - 9a$$

로 놓을 수 있다.

이때 최솟값이 -6 이므로 $-9a = -6 \quad \therefore a = \frac{2}{3}$

$$\therefore y = \frac{2}{3}x^2 + 4x$$

따라서 $b=4, c=0$ 이므로 $\frac{b}{a} + c = 4 \div \frac{2}{3} + 0 = 6$

다른 풀이

그래프가 x 축과 두 점 $(-6, 0), (0, 0)$ 에서 만나고, 두 점은 축에 대칭이므로 축의 방정식은 $x = -3$ 이다.

이때 최솟값이 -6 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -6)$

따라서 구하는 이차함수의 식을 $y = a(x+3)^2 - 6$ 으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 원점 $(0, 0)$ 을 지나므로

$$0 = a \times 3^2 - 6, 9a = 6 \quad \therefore a = \frac{2}{3}$$

$$\therefore y = \frac{2}{3}(x+3)^2 - 6 = \frac{2}{3}x^2 + 4x$$

따라서 $b=4, c=0$ 이므로 $\frac{b}{a} + c = 4 \div \frac{2}{3} + 0 = 6$

771 답 ⑤

$x=1$ 에서 최솟값이 -3 이므로 꼭짓점의 좌표는 (1, -3)

이때 구하는 이차함수의 식은

$$y = a(x-1)^2 - 3 = ax^2 - 2ax + a - 3$$

이차함수가 최솟값을 가지려면 이차항의 계수가 양수이어야 하므로 $a > 0$ ㉠

이 그래프가 제3사분면을 지나지 않으려면 y 축과 만나는 점의 y 좌표가 0보다 크거나 같아야 하므로

$$a - 3 \geq 0 \quad \therefore a \geq 3 \quad \dots\dots ㉡$$

따라서 ㉠, ㉡에서 구하는 a 의 값의 범위는 $a \geq 3$

772 답 6, 6

합이 12인 두 수를 $x, 12-x$ 라 하고, 두 수의 곱을 y 라 하면

$$y = x(12 - x) = -x^2 + 12x$$

$$= -(x - 6)^2 + 36$$

이므로 $x=6$ 에서 최댓값은 36이다.

따라서 두 수의 곱이 최대가 되는 두 수는 6, $12 - 6 = 6$ 이다.

773 [답 ②]

차가 4인 두 수를 x , $x+4$ 라 하고, 두 수의 제곱의 합을 y 라 하면

$$y = x^2 + (x+4)^2 = 2x^2 + 8x + 16$$

$$= 2(x+2)^2 + 8$$

이므로 $x=-2$ 에서 최솟값은 8이다.

따라서 두 수의 제곱의 합이 최소가 되는 두 수는 -2 , $-2+4=2$

이므로 구하는 두 수의 곱은 $-2 \times 2 = -4$

774 [답 ①]

$$y = -5x^2 + 10x + 5 = -5(x-1)^2 + 10$$

이므로 $x=1$ 에서 최댓값은 10이다.

따라서 야구공이 최고 높이에 도달하는 것은 공을 던진 지 1초 후이다.

775 [답 ⑤]

$$y = -5x^2 + 20x + 10 = -5(x-2)^2 + 30$$

이므로 $x=2$ 에서 최댓값은 30이다.

따라서 물체가 올라갈 수 있는 최고 높이는 30 m이다.

776 [답 270000원]

하루 동안의 총 판매 금액을 y 원이라 하면

$$y = (400 - x)(600 + 3x) = -3x^2 + 600x + 240000$$

$$= -3(x - 100)^2 + 270000$$

이므로 $x=100$ 에서 최댓값은 270000이다.

따라서 하루 동안의 총 판매 금액의 최댓값은 270000원이다.

채점 기준

i 이차함수의 식 구하기	60%
ii 이차함수의 최댓값 구하기	20%
iii 하루 동안의 총 판매 금액의 최댓값 구하기	20%

777 [답 ④]

부채꼴의 반지름의 길이를 x cm라 하면 호의 길이는 $(16-2x)$ cm

이고, 부채꼴의 넓이를 y cm²라 하면

$$y = \frac{1}{2} \times x \times (16 - 2x) = -x^2 + 8x$$

$$= -(x - 4)^2 + 16$$

이므로 $x=4$ 에서 최댓값은 16이다.

따라서 부채꼴의 넓이가 최대가 되는 반지름의 길이는 4 cm이다.

중1 다시보기

반지름의 길이가 r , 중심각의 크기가 x° 인 부채꼴에서 호의 길이를 l , 넓이를 S 라 하면

$$l = 2\pi r \times \frac{x}{360} \quad S = \pi r^2 \times \frac{x}{360} = \frac{1}{2} r l$$

778 [답 ③]

텃밭의 가로 길이를 x m라 하면 세로의 길이는 $(40-2x)$ m이고, 텃밭의 넓이를 y m²라 하면

$$y = x(40 - 2x) = -2x^2 + 40x$$

$$= -2(x - 10)^2 + 200$$

이므로 $x=10$ 에서 최댓값은 200이다.

따라서 텃밭의 최대 넓이는 200 m²이다.

779 [답 ④]

단면의 세로의 길이를 x cm라 하면 가로의 길이는 $(16-2x)$ cm

이고, 단면의 넓이를 y cm²라 하면

$$y = x(16 - 2x) = -2x^2 + 16x$$

$$= -2(x - 4)^2 + 32$$

이므로 $x=4$ 에서 최댓값은 32이다.

따라서 단면의 넓이가 최대가 되는 물받이의 높이는 4 cm이다.

780 [답 ③]

x 초 후의 직사각형의 가로, 세로의 길이는 각각 $(18-2x)$ cm,

$(5+x)$ cm이므로

$$y = (18 - 2x)(5 + x) = -2x^2 + 8x + 90$$

$$= -2(x - 2)^2 + 98$$

따라서 $x=2$ 에서 y 의 최댓값은 98이다.

781 [답 ②]

$\overline{AP} = x$ cm라 하면 $\overline{PB} = (20-x)$ cm이고, 두 정사각형의 넓이의 합을 y cm²라 하면

$$y = x^2 + (20 - x)^2 = 2x^2 - 40x + 400$$

$$= 2(x - 10)^2 + 200$$

이므로 $x=10$ 에서 최솟값은 200이다.

따라서 두 정사각형의 넓이의 합이 최소가 되는 $\overline{AP}$ 의 길이는 10 cm이다.

782 [답 ①]

$x+y=6$ 에서 $y=6-x$ 이므로

$$2x^2 + xy + 2 = 2x^2 + x(6 - x) + 2$$

$$= x^2 + 6x + 2$$

$$= (x + 3)^2 - 7$$

따라서 구하는 최솟값은 $x=-3$ 일 때, -7 이다.

783 [답 ②]

입장료를 100x원씩 내릴 때마다 입장객은 10x명씩 늘어나므로 전 시관의 하루 동안의 총수입을 y 원이라 하면

$$y = (8000 - 100x)(500 + 10x)$$

$$= -1000x^2 + 30000x + 4000000$$

$$= -1000(x - 15)^2 + 4225000$$

이때 $x=15$ 에서 최댓값은 4225000이다.

따라서 $100 \times 15 = 1500$ (원) 내렸을 때, 하루 동안의 총수입이 최대가 되므로 그때의 1인당 입장료는 $8000 - 1500 = 6500$ (원)

784 [답 ①]

점 P의 좌표를 $(x, -4x+6)$ 이라 하고, $\triangle PRQ$ 의 넓이를 y 라 하면

$$y = \frac{1}{2} \times x \times (-4x+6) = -2x^2 + 3x$$

$$= -2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{9}{8}$$
 이므로 $x = \frac{3}{4}$ 에서 최댓값은 $\frac{9}{8}$ 이다.

따라서 $\triangle PRQ$ 의 넓이의 최댓값은 $\frac{9}{8}$ 이다.

785 [답 4초 후]

점 P는 매초 2 cm의 속력으로 이동하므로 점 P가 출발한 지 x 초 후에 $\overline{AP} = 2x$ cm
 점 Q는 매초 3 cm의 속력으로 이동하므로 점 Q가 출발한 지 x 초 후에 $\overline{BQ} = 3x$ cm
 두 점 P, Q가 동시에 출발한 지 x 초 후의 $\triangle PBQ$ 의 넓이를 y cm²라 하면

$$y = \frac{1}{2} \times 3x \times (16-2x) = -3x^2 + 24x$$

$$= -3(x-4)^2 + 48$$
 이므로 $x=4$ 에서 최댓값은 48이다.
 따라서 $\triangle PBQ$ 의 넓이가 최대가 되는 것은 두 점 P, Q가 동시에 출발한 지 4초 후이다.

최고수준 도전 기출

162~163쪽

786 [답 ③]

전략 그래프의 모양에서 a, b, c 의 부호를 정한 후 꼭짓점의 좌표, 그래프 위의 점의 위치, 축의 방정식 등을 이용하여 주어진 값들의 부호를 판단한다.

- ㄱ. 그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$
 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$ $\therefore b < 0$
 y 축과 만나는 점이 x 축보다 위쪽에 있으므로 $c > 0$
 $\therefore abc > 0$
- ㄴ. ㄷ. $y = ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$ 에서 꼭짓점의 좌표 $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$ 는 제2사분면 위의 점이므로
 $-\frac{b}{2a} < 0, -\frac{b^2 - 4ac}{4a} > 0$
 $\therefore \frac{b}{2a} > 0, b^2 - 4ac > 0$ ($\because a < 0$)
- ㄹ. $x = -\frac{1}{2}$ 에서 y 의 값은 양수이므로 $y = ax^2 + bx + c$ 에
 $x = -\frac{1}{2}$ 을 대입하면
 $y = a \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}b + c = \frac{1}{4}(a - 2b + 4c) > 0$
 $\therefore a - 2b + 4c > 0$

ㄱ, ㄴ, 그래프가 x 축과 만나는 점의 x 좌표 α, β 는 $\alpha < 0, \beta > 0$ 이고, 축인 직선 $x = -1$ 로부터 같은 거리만큼 떨어져 있으므로
 $\beta - (-1) = -1 - \alpha \quad \therefore \alpha + \beta = -2$
 $\therefore \alpha\beta < 0, \alpha + \beta < 0$
 따라서 옳은 것은 ㄷ, ㄴ이다.

787 [답 $\frac{1}{12}$]

전략 주어진 이차함수의 식을 $y = a(x-p)^2 + q$ 꼴로 고친 후 꼭짓점의 좌표를 구한다. 이때 꼭짓점 (p, q) 가 제4사분면 위에 있으려면 $p > 0, q < 0$ 이어야 한다.

서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$
 $y = x^2 - 4x + a + b = (x-2)^2 + a + b - 4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2, a+b-4)$
 이 꼭짓점이 제4사분면 위에 있으려면
 $a+b-4 < 0 \quad \therefore a+b < 4$
 따라서 $a+b < 4$ 를 만족시키는 a, b 의 순서쌍 (a, b) 는 $(1, 1), (1, 2), (2, 1)$ 의 3가지이므로 구하는 확률은 $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

788 [답 ⑤]

전략 주어진 상황을 공을 쏘아 올린 지점을 원점, 지면을 x 축으로 하는 좌표평면 위에 놓은 후 지면과 만나는 두 점의 좌표를 이용하여 이차함수의 식을 세운다.

공을 쏘아 올린 지점을 원점, 지면을 x 축으로 하는 좌표평면을 생각하면, 포물선을 그리며 날아간 공은 120 m 떨어진 지면에 떨어졌으므로 축의 방정식은 $x=60$ 이고, 60 m의 높이까지 올라갔으므로 꼭짓점의 좌표는 $(60, 60)$ 이다.

이 포물선이 이차함수의 그래프와 같으므로 이차함수의 식을
 $y = a(x-60)^2 + 60$
 으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 원점 $(0, 0)$ 을 지나므로

$$0 = a \times (-60)^2 + 60 \quad \therefore a = -\frac{1}{60}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{60}(x-60)^2 + 60$$

이때 나무의 높이는 $x=90$ 일 때, y 의 값과 같으므로

$$y = -\frac{1}{60} \times (90-60)^2 + 60 = 45$$

따라서 구하는 나무의 높이는 45 m이다.

789 [답 $a = -\frac{1}{3}, b = \frac{4}{3}$]

전략 함숫값이 같음을 이용하여 a, b 사이의 관계식을 찾은 후 x 축 위의 두 점을 지나는 이차함수의 식을 만들어 a, b 의 값을 구한다.

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{7}{2}\right) \text{이므로}$$

$$a \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}b + 4 = a \times \left(\frac{7}{2}\right)^2 + \frac{7}{2}b + 4$$

$$3b = -12a \quad \therefore b = -4a$$

$$\therefore f(x) = ax^2 - 4ax + 4 \quad \dots\dots ㉠$$

x 축 위의 두 점 $(-m, 0), (3m, 0)$ 을 지나는 이차함수의 식은

$$f(x) = a(x+m)(x-3m) = ax^2 - 2amx - 3am^2 \quad \dots\dots ㉡$$

㉠, ㉡에서 $-4a = -2am$, $4 = -3am^2$ 이므로

$$m=2, a = -\frac{4}{3 \times 2^2} = -\frac{1}{3}$$

$$\text{이때 } b = -4a \text{이므로 } b = -4 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{4}{3}$$

다른 풀이

x 축 위의 두 점 $(-m, 0)$, $(3m, 0)$ 을 지나는 이차함수의 식은

$$\begin{aligned} f(x) &= a(x+m)(x-3m) = ax^2 - 2amx - 3am^2 \\ &= a(x-m)^2 - 4am^2 \end{aligned}$$

이때 $f\left(\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{7}{2}\right)$, 즉 $x = \frac{1}{2}$, $x = \frac{7}{2}$ 에서 함수값이 같고, 이차함수의 그래프는 축에 대칭이므로 축의 방정식은 $x=2$

$$\therefore m=2$$

따라서 $b = -2am$, $4 = -3am^2$ 이므로

$$a = -\frac{4}{3 \times 2^2} = -\frac{1}{3}, b = -2 \times \left(-\frac{1}{3}\right) \times 2 = \frac{4}{3}$$

790 **답** $\frac{11}{4}$

전략 두 점 A, B의 y 좌표가 같음을 이용하여 이차함수의 식을 세운 후 $\overline{AB}$ 의 길이의 최솟값을 구한다.

두 점 A, B의 좌표를 $A(a, -a^2+4a-3)$, $B(b, -b+6)$ 이라 하면 두 점 A, B의 y 좌표가 같으므로

$$-a^2+4a-3 = -b+6 \quad \therefore b = a^2-4a+9$$

이때 $\overline{AB}$ 의 길이를 y 라 하면

$$y = b - a$$

$$= (a^2-4a+9) - a = a^2-5a+9$$

$$= \left(a - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{11}{4}$$

이므로 $a = \frac{5}{2}$ 에서 최솟값은 $\frac{11}{4}$ 이다.

따라서 $\overline{AB}$ 의 길이의 최솟값은 $\frac{11}{4}$ 이다.

791 **답** 350원

전략 상품의 가격과 하루 판매량 사이의 관계를 나타내는 그래프가 직선임을 이용하여 x, y 사이의 관계식을 세운 후 이를 이용하여 하루 매출액에 대한 식을 세워 매출액이 최대가 되는 상품의 가격을 구한다.

상품의 가격 x 원과 하루 판매량 y 개 사이의 관계를 나타내는 그래프는 직선이므로 그래프의 식을 $y = ax + b$ 로 놓을 수 있다.

이 그래프가 두 점 $(400, 600)$, $(450, 500)$ 을 지나므로

$$600 = 400a + b, 500 = 450a + b$$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a = -2$, $b = 1400$

$$\therefore y = -2x + 1400$$

이때 하루 매출액을 S 원이라 하면

$$S = (\text{상품의 가격}) \times (\text{하루 판매량})$$

$$= xy$$

$$= x(-2x + 1400) = -2x^2 + 1400x$$

$$= -2(x-350)^2 + 245000$$

이므로 $x = 350$ 에서 최댓값은 245000이다.

따라서 하루 매출액이 최대가 되는 상품의 가격은 350원이다.

792 **답** ⑤

전략 $\square PQBR$ 의 한 변의 길이를 x 로 놓고, $\triangle ABC$ 와 $\triangle PRC$ 가 서로 닮음을 이용하여 다른 한 변의 길이를 구한 후 $\square PQBR$ 의 넓이를 x 에 대한 이차함수로 나타낸다.

$\overline{BR} = x$ cm라 하면 $\overline{RC} = (20-x)$ cm이고,

$\triangle ABC \sim \triangle PRC$ (AA 닮음)이므로

$$\overline{AB} : \overline{PR} = \overline{BC} : \overline{RC} \text{에서 } 10 : \overline{PR} = 20 : (20-x)$$

$$20 \overline{PR} = 10(20-x) \quad \therefore \overline{PR} = \frac{1}{2}(20-x) \text{ (cm)}$$

이때 $\square PQBR$ 의 넓이를 y cm²라 하면

$$y = \overline{BR} \times \overline{PR}$$

$$= x \times \frac{1}{2}(20-x) = -\frac{1}{2}x^2 + 10x$$

$$= -\frac{1}{2}(x-10)^2 + 50$$

이므로 $x = 10$ 에서 최댓값은 50이다.

따라서 $\square PQBR$ 의 넓이가 최대가 되는 $\overline{BR}$ 의 길이는 10 cm이므로 이때의 $\square PQBR$ 의 둘레의 길이는

$$2(\overline{BR} + \overline{PR}) = 2 \times \left\{ 10 + \frac{1}{2} \times (20-10) \right\} = 30 \text{ (cm)}$$

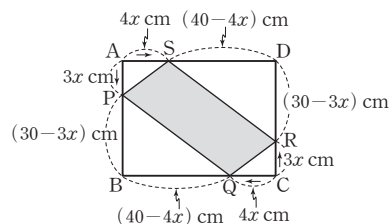
793 **답** 600 cm²

전략 x 초 후의 $\overline{AP}$, $\overline{CQ}$, $\overline{CR}$, $\overline{AS}$ 의 길이를 구한 다음 직사각형의 각 꼭짓점에 생기는 4개의 직각삼각형의 넓이를 x 를 이용하여 나타낸 후 직사각형 ABCD에서 이 4개의 직각삼각형의 넓이를 빼어 $\square PQRS$ 의 넓이를 x 에 대한 이차함수로 나타낸다.

두 점 P, R는 매초 3 cm의 속력으로 이동하므로 두 점 P, R가 출발한 지 x 초 후에 $\overline{AP} = \overline{CR} = 3x$ cm

두 점 Q, S는 매초 4 cm의 속력으로 이동하므로 두 점 Q, S가 출발한 지 x 초 후에 $\overline{CQ} = \overline{AS} = 4x$ cm

$$\therefore \overline{BP} = \overline{DR} = (30-3x) \text{ cm}, \overline{BQ} = \overline{DS} = (40-4x) \text{ cm}$$



직각삼각형 APS, CRQ의 넓이의 합은

$$\triangle APS + \triangle CRQ = 2 \times \frac{1}{2} \times 3x \times 4x = 12x^2 \text{ (cm}^2\text{)}$$

또 직각삼각형 BQP, DSR의 넓이의 합은

$$\begin{aligned} \triangle BQP + \triangle DSR &= 2 \times \frac{1}{2} \times (30-3x) \times (40-4x) \\ &= 12x^2 - 240x + 1200 \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

이때 $\square PQRS$ 의 넓이를 y cm²라 하면

$$y = \square ABCD - (\triangle APS + \triangle CRQ + \triangle BQP + \triangle DSR)$$

$$= 40 \times 30 - \{ 12x^2 + (12x^2 - 240x + 1200) \}$$

$$= -24x^2 + 240x$$

$$= -24(x-5)^2 + 600$$

이므로 $x = 5$ 에서 최댓값은 600이다.

따라서 $\square PQRS$ 의 넓이의 최댓값은 600 cm²이다.