유형만렙 LITE

정답과 해설

확률과 통계

01 중복순열과 같은 것이 있는 순열

개념유형 9~13쪽

001 답 9

구하는 경우의 수는 $4+5=9$

002 답 7

구하는 경우의 수는 $3+4=7$

003 답 8

(i) 뽑은 카드에 적힌 수가 3의 배수인 경우는
3, 6, 9, 12, 15, 18의 6가지
(ii) 뽑은 카드에 적힌 수가 10의 배수인 경우는
10, 20의 2가지
(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는 $6+2=8$

004 답 6

(i) 나오는 두 눈의 수의 합이 6인 경우는
$(1, 5)$, $(2, 4)$, $(3, 3)$, $(4, 2)$, $(5, 1)$의 5가지
(ii) 나오는 두 눈의 수의 합이 12인 경우는
$(6, 6)$의 1가지
(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는 $5+1=6$

005 답 12

구하는 경우의 수는 $4\times3=12$

006 답 9

나오는 두 눈의 수의 곱이 홀수인 경우는 두 눈의 수가 모두 홀수인 경우이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $3\times3=9$

007 답 60

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 1, 3, 5, 7, 9의 5개
십의 자리에 올 수 있는 숫자는 1, 2, 4의 3개
일의 자리에 올 수 있는 숫자는 2, 3, 5, 7의 4개
따라서 구하는 자연수의 개수는 $5\times3\times4=60$

008 답 6

$(a+b+c)(x+y)$를 전개하면 a, b, c에 x, y를 각각 곱하여 항이 만들어지므로 구하는 항의 개수는 $3\times2=6$

009 답 60

${}_5P_3=5\times4\times3=60$

010 답 6

${}_6P_1=6$

011 답 6

${}_3P_3=3\times2\times1=6$

012 답 1

${}_7P_0=1$

013 답 20

구하는 경우의 수는 ${}_5P_2=5\times4=20$

014 답 24

구하는 경우의 수는 $4!=4\times3\times2\times1=24$

015 답 56

구하는 경우의 수는 ${}_8P_2=8\times7=56$

016 답 120

구하는 경우의 수는 ${}_6P_3=6\times5\times4=120$

017 답 720

여학생 3명을 한 명으로 생각하여 5명을 일렬로 세우는 경우의 수는
$5!=5\times4\times3\times2\times1=120$
여학생끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는 $3!=3\times2\times1=6$
따라서 구하는 경우의 수는 $120\times6=720$

018 답 1440

남학생 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는
$4!=4\times3\times2\times1=24$
남학생 사이사이와 양 끝의 5개의 자리에 여학생 3명을 세우는 경우의 수는 ${}_5P_3=5\times4\times3=60$
따라서 구하는 경우의 수는 $24\times60=1440$

019 답 144

남학생 4명을 일렬로 세운 후 남학생 사이사이에 여학생 3명을 세우면 된다.
남학생 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는
$4!=4\times3\times2\times1=24$
여학생 3명을 일렬로 세우는 경우의 수는
$3!=3\times2\times1=6$
따라서 구하는 경우의 수는 $24\times6=144$

020 답 6

A를 맨 앞, E를 맨 뒤에 고정시키고 나머지 B, C, D를 일렬로 배열하면 되므로 구하는 경우의 수는
$3!=3\times2\times1=6$

021 답 36

양 끝에 자음 B, C, D 중에서 2개를 택하여 배열하는 경우의 수는

${}_3P_2=3\times2=6$

나머지 3개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$3!=3\times2\times1=6$

따라서 구하는 경우의 수는

$6\times6=36$

022 답 12

A, B, C를 한 문자로 생각하여 3개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$3!=3\times2\times1=6$

A와 B의 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2!=2\times1=2$

따라서 구하는 경우의 수는

$6\times2=12$

023 답 100

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 5개

십의 자리와 일의 자리의 숫자를 택하는 경우의 수는 백의 자리에 오는 숫자를 제외한 5개의 숫자 중에서 2개를 택하여 일렬로 배열하는 경우의 수와 같으므로

${}_5P_2=5\times4=20$

따라서 구하는 자연수의 개수는

$5\times20=100$

024 답 80

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 2, 3, 4, 5의 4개

십의 자리와 일의 자리의 숫자를 택하는 경우의 수는 백의 자리에 오는 숫자를 제외한 5개의 숫자 중에서 2개를 택하여 일렬로 배열하는 경우의 수와 같으므로

${}_5P_2=5\times4=20$

따라서 구하는 자연수의 개수는

$4\times20=80$

025 답 52

짝수이므로 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 0, 2, 4이다.

(i) 일의 자리의 숫자가 0인 경우

나머지 자리에는 0을 제외한 5개의 숫자 중에서 2개를 택하여 일렬로 배열하면 되므로 일의 자리의 숫자가 0인 짝수의 개수는

${}_5P_2=5\times4=20$

(ii) 일의 자리의 숫자가 2 또는 4인 경우

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 일의 자리에 오는 숫자를 제외한 4개

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리와 일의 자리에 오는 숫자를 제외한 4개

따라서 일의 자리의 숫자가 2 또는 4인 짝수의 개수는

$2\times4\times4=32$

(i), (ii)에서 구하는 짝수의 개수는 $20+32=52$

026 답 54

5개의 문자 중에서 3개를 택하여 일렬로 배열하는 경우의 수는

${}_5P_3=5\times4\times3=60$

자음 b, c, d를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$3!=3\times2\times1=6$

따라서 구하는 경우의 수는 $60-6=54$

027 답 4320

7명의 학생을 일렬로 세우는 경우의 수는

$7!=7\times6\times5\times4\times3\times2\times1=5040$

양 끝에 1학년 학생 3명 중에서 2명을 뽑아 세우는 경우의 수는

${}_3P_2=3\times2=6$

나머지 5명의 학생을 일렬로 세우는 경우의 수는

$5!=5\times4\times3\times2\times1=120$

즉, 양 끝에 1학년 학생을 세우는 경우의 수는

$6\times120=720$

따라서 구하는 경우의 수는 $5040-720=4320$

028 답 672

6개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$6!=6\times5\times4\times3\times2\times1=720$

양 끝에 모음 e, o를 배열하는 경우의 수는

$2!=2\times1=2$

나머지 4개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$4!=4\times3\times2\times1=24$

즉, 양 끝에 모음만 오도록 배열하는 경우의 수는 $2\times24=48$

따라서 구하는 경우의 수는 $720-48=672$

029 답 7

${}_7\Pi_1=7^1=7$

030 답 25

${}_5\Pi_2=5^2=25$

031 답 64

${}_4\Pi_3=4^3=64$

032 답 256

${}_4\Pi_4=4^4=256$

033 답 32

${}_2\Pi_5=2^5=32$

034 답 81

${}_3\Pi_4=3^4=81$

035 답 6

${}_n\Pi_3=216$에서 $n^3=216=6^3$

$\therefore n=6$ ($\because n$은 자연수)

036 답 2

${}_n\Pi_4=16$에서 $n^4=16=2^4$

$\therefore n=2$ ($\because n$은 자연수)

037 답 3

${}_n\Pi_n=27$에서 $n^n=27=3^3$

$\therefore n=3$ ($\because n$은 자연수)

038 답 9

${}_2\Pi_r=512$에서 $2^r=512=2^9$

$\therefore r=9$

039 답 4

${}_5\Pi_r=625$에서 $5^r=625=5^4$

$\therefore r=4$

040 답 3

${}_7\Pi_r=343$에서 $7^r=343=7^3$

$\therefore r=3$

041 답 16

구하는 경우의 수는 4개의 문자에서 2개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_4\Pi_2=4^2=16$

042 답 32

구하는 경우의 수는 2종류의 우유에서 5개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_2\Pi_5=2^5=32$

043 답 81

구하는 경우의 수는 3개의 메뉴에서 4개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_3\Pi_4=3^4=81$

044 답 216

구하는 경우의 수는 6개의 숙소에서 3개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_6\Pi_3=6^3=216$

045 답 256

구하는 경우의 수는 2종류의 답에서 8개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_2\Pi_8=2^8=256$

046 답 0, 3, 3, 4, 3, 64, 192

047 답 768

만의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 3가지

나머지 자리에는 0, 1, 2, 3의 4개의 숫자 중에서 중복을 허용하여 4개를 택하여 일렬로 배열하면 되므로 그 경우의 수는

${}_4\Pi_4=4^4=256$

따라서 구하는 자연수의 개수는 $3\times256=768$

048 답 96

천의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 3가지

짝수이므로 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 0, 2의 2가지

나머지 자리에는 0, 1, 2, 3의 4개의 숫자 중에서 중복을 허용하여 2개를 택하여 일렬로 배열하면 되므로 그 경우의 수는

${}_4\Pi_2=4^2=16$

따라서 구하는 짝수의 개수는 $3\times2\times16=96$

049 답 192

만의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 3가지

5의 배수이므로 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 0의 1가지

나머지 자리에는 0, 1, 2, 3의 4개의 숫자 중에서 중복을 허용하여 3개를 택하여 일렬로 배열하면 되므로 그 경우의 수는

${}_4\Pi_3=4^3=64$

따라서 구하는 5의 배수의 개수는 $3\times1\times64=192$

050 답 128

천의 자리에 올 수 있는 숫자는 1, 2의 2가지

나머지 자리에는 0, 1, 2, 3의 4개의 숫자 중에서 중복을 허용하여 3개를 택하여 일렬로 배열하면 되므로 그 경우의 수는

${}_4\Pi_3=4^3=64$

따라서 구하는 자연수의 개수는 $2\times64=128$

실전유형

14~16쪽

051 답 ④

구하는 경우의 수는 6종류의 놀이기구에서 4개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_6\Pi_4=6^4=1296$

052 답 343

구하는 경우의 수는 7개의 우체통에서 3개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_7\Pi_3=7^3=343$

053 답 ①

구하는 경우의 수는 4명의 학생에서 5명을 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_4\Pi_5=4^5=1024$

054 답 243

구하는 경우의 수는 3개에서 5개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_3\Pi_5=3^5=243$

055 답 ④

1반 학생 4명이 여행지를 택하는 경우의 수는 3종류의 여행지에서 4곳을 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_3\Pi_4=3^4=81$

2반 학생 2명이 여행지를 택하는 경우의 수는 4종류의 여행지에서 2곳을 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_4\Pi_2=4^2=16$

따라서 구하는 경우의 수는 $81\times16=1296$

056 답 250

맨 앞에 올 수 있는 문자는 o, a의 2가지

나머지 자리에는 5개의 문자에서 중복을 허용하여 3개를 택하여 일렬로 배열하면 되므로 그 경우의 수는

${}_5\Pi_3=5^3=125$

따라서 구하는 경우의 수는 $2\times125=250$

057 답 ①

학생 A가 일본어 또는 독일어 수업을 택하는 경우는 2가지

두 학생 B, C가 수업을 택하는 경우의 수는 4개의 수업에서 2개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_4\Pi_2=4^2=16$

따라서 구하는 경우의 수는 $2\times16=32$

058 답 ②

4개의 문자에서 4개를 택하는 중복순열의 수는

${}_4\Pi_4=4^4=256$

a를 포함하지 않도록 나열하는 경우의 수는 a를 제외한 나머지 3개의 문자에서 4개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_3\Pi_4=3^4=81$

따라서 구하는 경우의 수는 $256-81=175$

059 답 ④

4명의 학생이 서로 다른 4인용 텐트 5개 중에서 각각 텐트를 1개씩 택하는 경우의 수는 5개에서 4개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_5\Pi_4=5^4=625$

이때 학생 4명이 모두 서로 다른 텐트를 택하는 경우의 수는

${}_5P_4=120$

따라서 구하는 경우의 수는 $625-120=505$

060 답 480

두 그릇 A, B에 각각 1개씩 담을 2개의 빵을 정하는 경우의 수는

${}_6P_2=30$

나머지 4개의 빵을 두 그릇 C, D에 나누어 담는 경우의 수는 2개의 그릇에서 4개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_2\Pi_4=2^4=16$

따라서 구하는 경우의 수는

$30\times16=480$

061 답 1024

만들 수 있는 신호의 개수는 2종류의 부호에서 10개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_2\Pi_{10}=2^{10}=1024$

062 답 31

5개의 전구를 각각 켜거나 꺼서 만들 수 있는 서로 다른 신호의 개수는 켜거나 끄는 것의 2종류에서 5개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_2\Pi_5=2^5=32$

이때 전구가 모두 꺼진 경우 1가지는 제외해야 하므로 구하는 신호의 개수는

$32-1=31$

063 답 ④

깃발을 2번 들어 올려서 만들 수 있는 신호의 개수는 3종류의 깃발에서 2개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_3\Pi_2=3^2=9$

깃발을 3번 들어 올려서 만들 수 있는 신호의 개수는 3종류의 깃발에서 3개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_3\Pi_3=3^3=27$

깃발을 4번 들어 올려서 만들 수 있는 신호의 개수는 3종류의 깃발에서 4개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_3\Pi_4=3^4=81$

따라서 구하는 신호의 개수는

$9+27+81=117$

064 답 ④

천의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 1, 2, 3, 4의 4가지

나머지 자리에는 5개의 숫자 중에서 중복을 허용하여 3개를 택하여 일렬로 배열하면 되므로 그 경우의 수는

${}_5\Pi_3=5^3=125$

따라서 구하는 자연수의 개수는

$4\times125=500$

065 답 ②

천의 자리에 올 수 있는 숫자는 4, 5의 2가지

홀수이므로 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 1, 3, 5의 3가지

나머지 자리에는 5개의 숫자 중에서 중복을 허용하여 2개를 택하여 일렬로 배열하면 되므로 그 경우의 수는

${}_5\Pi_2=5^2=25$

따라서 구하는 홀수의 개수는 $2\times3\times25=150$

066 답 80

0, 1, 2, 3, 4, 5의 6개의 숫자로 만들 수 있는 세 자리의 자연수의 개수는

$5\times{}_6\Pi_2=5\times6^2=180$

3을 제외한 0, 1, 2, 4, 5의 5개의 숫자로 만들 수 있는 세 자리의 자연수의 개수는

$4\times{}_5\Pi_2=4\times5^2=100$

따라서 구하는 자연수의 개수는 $180-100=80$

067 답 ⑤

X에서 Y로의 함수의 개수는 집합 Y의 원소 a, b, c, d, e의 5개에서 중복을 허용하여 4개를 택하여 집합 X의 원소 1, 2, 3, 4에 대응시키는 경우의 수와 같으므로

$m={}_5\Pi_4=5^4=625$

X에서 Y로의 일대일함수의 개수는 집합 Y의 원소 a, b, c, d, e의 5개에서 서로 다른 4개를 택하여 집합 X의 원소 1, 2, 3, 4에 대응시키는 경우의 수와 같으므로

$n={}_5\mathrm{P}_4=120$

$\therefore\ m-n=625-120=505$

068 답 27

$f(1)=0$인 함수의 개수는 집합 X의 원소 1에 대응하는 집합 Y의 원소를 0으로 고정시키고, 집합 Y의 원소 -1, 0, 1의 3개에서 중복을 허용하여 3개를 택하여 집합 X의 원소 2, 3, 4에 대응시키는 경우의 수와 같으므로

${}_3\Pi_3=3^3=27$

069 답 ④

$f(1)\neq7$이므로 $f(1)$의 값이 될 수 있는 수는 1, 3, 5의 3가지

또 집합 X의 원소 1, 3, 5, 7의 4개에서 중복을 허용하여 3개를 택하여 집합 X의 원소 3, 5, 7에 대응시키는 경우의 수는

${}_4\Pi_3=4^3=64$

따라서 구하는 함수의 개수는 $3\times64=192$

다른 풀이

함수 f의 개수는 집합 X의 원소 1, 3, 5, 7의 4개에서 중복을 허용하여 4개를 택하여 집합 X의 원소 1, 3, 5, 7에 대응시키는 경우의 수와 같으므로

${}_4\Pi_4=4^4=256$

함수 f 중에서 $f(1)=7$인 함수의 개수는 집합 X의 원소 1에 대응하는 집합 X의 원소를 7로 고정시키고, 집합 X의 원소 1, 3, 5, 7의 4개에서 중복을 허용하여 3개를 택하여 집합 X의 원소 3, 5, 7에 대응시키는 경우의 수와 같으므로

${}_4\Pi_3=4^3=64$

따라서 구하는 함수의 개수는 $256-64=192$

개념유형

18~19쪽

070 답 4

4개의 문자 중 a가 3개 있으므로 구하는 경우의 수는

$\frac{4!}{3!}=4$

071 답 60

6개의 문자 중 a가 3개, b가 2개 있으므로 구하는 경우의 수는

$\frac{6!}{3!\times2!}=60$

072 답 2520

8개의 문자 중 a가 2개, b가 2개, c가 2개, d가 2개 있으므로 구하는 경우의 수는

$\frac{8!}{2!\times2!\times2!\times2!}=2520$

073 답 1260

7개의 문자 중 n이 2개, t가 2개 있으므로 구하는 경우의 수는

$\frac{7!}{2!\times2!}=1260$

074 답 5040

8개의 문자 중 n이 2개, t가 2개, e가 2개 있으므로 구하는 경우의 수는

$\frac{8!}{2!\times2!\times2!}=5040$

075 답 30

양 끝에 2개의 p를 고정시키고 그 사이에 나머지 문자 r, e, a, r, e를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$\frac{5!}{2!\times2!}=30$

076 답 60

양 끝에 r와 a가 오는 경우는 2가지

그 사이에 나머지 문자 p, e, p, r, e를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$\frac{5!}{2!\times2!}=30$

따라서 구하는 경우의 수는

$2\times30=60$

077 답 120

양 끝에 p와 e가 오는 경우는 2가지

그 사이에 나머지 문자 r, p, a, r, e를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$\frac{5!}{2!}=60$

따라서 구하는 경우의 수는

$2\times60=120$

078 답 90

맨 앞에 a를 고정시키고 나머지 문자 p, r, e, p, r, e를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$\frac{6!}{2!\times 2!\times 2!}=90$

079 답 180

맨 뒤에 r를 고정시키고 나머지 문자 p, e, p, a, r, e를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$\frac{6!}{2!\times 2!}=180$

080 답 4, 2, 12

081 답 60

숫자 1, 3의 순서가 정해져 있으므로 1, 3을 모두 X로 생각하여 X, 2, X, 4, 5를 일렬로 배열한 후 첫 번째 X는 3으로, 두 번째 X는 1로 바꾸면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는 $\frac{5!}{2!}=60$

082 답 120

숫자 2, 4, 6의 순서가 정해져 있으므로 2, 4, 6을 모두 X로 생각하여 1, X 3, X, 5, X를 일렬로 배열한 후 첫 번째 X는 2로, 두 번째 X는 4로, 세 번째 X는 6으로 바꾸면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는 $\frac{6!}{3!}=120$

083 답 180

A, B와 C, D의 순서가 정해져 있으므로 A, B를 모두 X로, C, D를 모두 Y로 생각하여 X, X, Y, Y, E, F를 일렬로 배열한 후 첫 번째 X는 A로, 두 번째 X는 B로, 첫 번째 Y는 C로, 두 번째 Y는 D로 바꾸면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는 $\frac{6!}{2!\times 2!}=180$

084 답 6, 2, 180, 5, 2, 30, 150

085 답 30

5의 배수이려면 일의 자리에 0이 와야 한다.

따라서 구하는 5의 배수의 개수는 나머지 숫자 1, 2, 2, 3, 3을 일렬로 배열하는 경우의 수와 같으므로

$\frac{5!}{2!\times 2!}=30$

086 답 78

짝수이므로 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 0, 2이다.

(i) 일의 자리에 0이 오는 경우

나머지 숫자 1, 2, 2, 3, 3을 일렬로 배열하는 경우의 수는

$\frac{5!}{2!\times 2!}=30$

(ii) 일의 자리에 2가 오는 경우

나머지 숫자 0, 1, 2, 3, 3을 일렬로 배열하는 경우의 수는

$\frac{5!}{2!}=60$

맨 앞자리에 숫자 0이 오는 경우의 수는 나머지 숫자 1, 2, 3, 3을 일렬로 배열하는 경우의 수와 같으므로

$\frac{4!}{2!}=12$

따라서 짝수의 개수는 $60-12=48$

(i), (ii)에서 구하는 짝수의 개수는 $30+48=78$

다른 풀이

짝수이므로 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 0, 2이다.

(i) 일의 자리에 0이 오는 경우

나머지 숫자 1, 2, 2, 3, 3을 일렬로 배열하는 경우의 수는

$\frac{5!}{2!\times 2!}=30$

(ii) 일의 자리에 2가 오는 경우

맨 앞자리에 올 수 있는 숫자는 1, 2, 3의 3가지

맨 앞자리에 1이 왔을 때 나머지 숫자 0, 2, 3, 3을 일렬로 배열하는 경우의 수는

$\frac{4!}{2!}=12$

맨 앞자리에 2가 왔을 때 나머지 숫자 0, 1, 3, 3을 일렬로 배열하는 경우의 수는

$\frac{4!}{2!}=12$

맨 앞자리에 3이 왔을 때 나머지 숫자 0, 1, 2, 3을 일렬로 배열하는 경우의 수는

$4!=24$

따라서 짝수의 개수는 $12+12+24=48$

(i), (ii)에서 구하는 짝수의 개수는 $30+48=78$

087 답 120

여섯 자리의 자연수 중에서 200000보다 큰 수는 맨 앞자리의 숫자가 2 또는 3인 수이다.

(i) 맨 앞자리에 2가 오는 경우

나머지 숫자 0, 1, 2, 3, 3을 일렬로 배열하는 경우의 수는

$\frac{5!}{2!}=60$

(ii) 맨 앞자리에 3이 오는 경우

나머지 숫자 0, 1, 2, 2, 3을 일렬로 배열하는 경우의 수는

$\frac{5!}{2!}=60$

(i), (ii)에서 구하는 자연수의 개수는 $60+60=120$

실전유형

20~21쪽

088 답 ③

구하는 경우의 수는

$\frac{7!}{2!\times 3!\times 2!}=210$

089 답 ④

구하는 경우의 수는 양 끝에 B가 적힌 카드를 고정시키고 그 사이에 나머지 문자 A, A, A, B, C, C가 적힌 카드를 일렬로 배열하는 경우의 수와 같으므로

$\frac{6!}{3!\times2!}=60$

090 답 2520

구하는 경우의 수는 3개의 e를 한 문자 A로 생각하여 A, x, c, l, l, n, t를 일렬로 배열하는 경우의 수와 같으므로

$\frac{7!}{2!}=2520$

091 답 ⑤

b와 d를 제외한 a, a, c, c, e, e를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$\frac{6!}{2!\times2!\times2!}=90$

a, a, c, c, e, e의 사이사이와 양 끝의 7개의 자리에서 2개를 택하여 b와 d를 배열하는 경우의 수는

${}_7\mathrm{P}_2=7\times6=42$

따라서 구하는 경우의 수는

$90\times42=3780$

다른 풀이

8개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$\frac{8!}{2!\times2!\times2!}=5040$

b, d를 한 문자 A로 생각하여 A, a, a, c, c, e, e를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$\frac{7!}{2!\times2!\times2!}=630$

b, d가 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2!=2$

즉, b와 d가 서로 이웃하도록 배열하는 경우의 수는

$630\times2=1260$

따라서 구하는 경우의 수는

$5040-1260=3780$

092 답 ④

b, c의 순서가 정해져 있으므로 b, c를 모두 X로 생각하여 a, X, X, d, e, f를 일렬로 배열한 후 첫 번째 X는 b로, 두 번째 X는 c로 바꾸면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는

$\frac{6!}{2!}=360$

093 답 504

자음 p, p, l, t, r의 순서가 정해져 있으므로 p, p, l, t, r를 모두 X로 생각하여 a, X, X, X, e, X, X, e, e를 일렬로 배열한 후 첫 번째 X는 l로, 두 번째 X는 p로, 세 번째 X는 p로, 네 번째 X는 r로, 다섯 번째 X는 t로 바꾸면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는

$\frac{9!}{5!\times3!}=504$

094 답 ②

d, a, m과 e, r의 순서가 정해져 있으므로 d, a, m을 모두 X로, e, r를 모두 Y로 생각하여 X, Y, Y, X, X를 일렬로 배열한 후 첫 번째 X는 d로, 두 번째 X는 a로, 세 번째 X는 m으로, 첫 번째 Y는 e로, 두 번째 Y는 r로 바꾸면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는

$\frac{5!}{3!\times2!}=10$

095 답 ④

A, B, C의 순서가 정해져 있으므로 A, B, C를 모두 X로 생각하여 6개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$\frac{6!}{3!}=120$

첫 번째 X와 세 번째 X에 2개의 문자 B, C를 배열하는 경우의 수는 $2!=2$이고, 두 번째 X는 A로 바꾸면 되므로 구하는 경우의 수는

$120\times2=240$

096 답 40

0, 0, 1, 2, 2, 2를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$\frac{6!}{2!\times3!}=60$

맨 앞자리에 0이 오는 경우의 수는 나머지 숫자 0, 1, 2, 2, 2를 일렬로 배열하는 경우의 수와 같으므로

$\frac{5!}{3!}=20$

따라서 구하는 자연수의 개수는

$60-20=40$

다른 풀이

(i) 맨 앞자리에 1이 오는 경우

나머지 숫자 0, 0, 2, 2, 2를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$\frac{5!}{2!\times3!}=10$

(ii) 맨 앞자리에 2가 오는 경우

나머지 숫자 0, 0, 1, 2, 2를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$\frac{5!}{2!\times2!}=30$

(i), (ii)에서 구하는 자연수의 개수는

$10+30=40$

097 답 ②

홀수이므로 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 1, 3이다.

(i) 일의 자리에 1이 오는 경우

나머지 숫자 1, 2, 2, 2, 3을 일렬로 배열하는 경우의 수는

$\frac{5!}{3!}=20$

(ii) 일의 자리에 3이 오는 경우

나머지 숫자 1, 1, 2, 2, 2를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$\frac{5!}{2!\times3!}=10$

(i), (ii)에서 구하는 홀수의 개수는

$20+10=30$

098 답 480

3000000보다 작은 자연수이므로 맨 앞자리에 올 수 있는 숫자는 1, 2 이다.

(i) 맨 앞자리에 1이 오는 경우

나머지 숫자 0, 2, 2, 2, 3, 4를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$\frac{6!}{3!}=120$

(ii) 맨 앞자리에 2가 오는 경우

나머지 숫자 0, 1, 2, 2, 3, 4를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$\frac{6!}{2!}=360$

(i), (ii)에서 구하는 자연수의 개수는

$120+360=480$

099 답 ③

4의 배수이려면 끝의 두 자리의 수가 4의 배수이어야 하므로 □□□□12 또는 □□□□20 또는 □□□□32 꼴이어야 한다.

(i) □□□□12 꼴인 경우

나머지 숫자 0, 2, 3, 3을 일렬로 배열하는 경우의 수는

$\frac{4!}{2!}=12$

맨 앞자리에 0이 오는 경우의 수는 나머지 숫자 2, 3, 3을 일렬로 배열하는 경우의 수와 같으므로

$\frac{3!}{2!}=3$

따라서 □□□□12 꼴인 자연수의 개수는

$12-3=9$

(ii) □□□□20 꼴인 경우

나머지 숫자 1, 2, 3, 3을 일렬로 배열하는 경우의 수는

$\frac{4!}{2!}=12$

(iii) □□□□32 꼴인 경우

나머지 숫자 0, 1, 2, 3을 일렬로 배열하는 경우의 수는

$4!=24$

맨 앞자리에 0이 오는 경우의 수는 나머지 숫자 1, 2, 3을 일렬로 배열하는 경우의 수와 같으므로

$3!=6$

따라서 □□□□32 꼴인 자연수의 개수는

$24-6=18$

(i), (ii), (iii)에서 구하는 4의 배수의 개수는

$9+12+18=39$

다른 풀이

4의 배수이려면 끝의 두 자리의 수가 4의 배수이어야 한다.

(i) □□□□12 꼴인 경우

맨 앞자리에 2가 왔을 때 나머지 숫자 0, 3, 3을 일렬로 배열하는 경우의 수는

$\frac{3!}{2!}=3$

맨 앞자리에 3이 왔을 때 나머지 숫자 0, 2, 3을 일렬로 배열하는 경우의 수는

$3!=6$

따라서 □□□□12 꼴인 자연수의 개수는 $3+6=9$

(ii) □□□□20 꼴인 경우

나머지 숫자 1, 2, 3, 3을 일렬로 배열하는 경우의 수는

$\frac{4!}{2!}=12$

(iii) □□□□32 꼴인 경우

맨 앞자리에 1이 왔을 때 나머지 숫자 0, 2, 3을 일렬로 배열하는 경우의 수는

$3!=6$

맨 앞자리에 2가 왔을 때 나머지 숫자 0, 1, 3을 일렬로 배열하는 경우의 수는

$3!=6$

맨 앞자리에 3이 왔을 때 나머지 숫자 0, 1, 2를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$3!=6$

따라서 □□□□32 꼴인 자연수의 개수는

$6+6+6=18$

(i), (ii), (iii)에서 구하는 4의 배수의 개수는

$9+12+18=39$

개념유형 23~24쪽

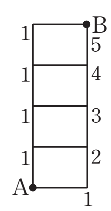
100 답 5

구하는 경우의 수는

$\frac{5!}{4!}=5$

다른 풀이

구하는 경우의 수는 오른쪽 그림에서 5이다.



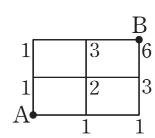
101 답 6

구하는 경우의 수는

$\frac{4!}{2!\times2!}=6$

다른 풀이

구하는 경우의 수는 오른쪽 그림에서 6이다.



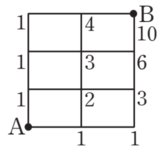
102 답 10

구하는 경우의 수는

$\frac{5!}{2!\times3!}=10$

다른 풀이

구하는 경우의 수는 오른쪽 그림에서 10이다.



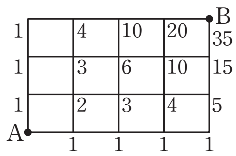
103 답 35

구하는 경우의 수는

$\frac{7!}{4!\times 3!}=35$

다른 풀이

구하는 경우의 수는 오른쪽 그림에서 35이다.



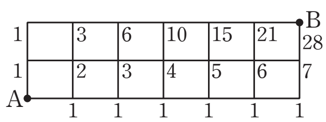
104 답 28

구하는 경우의 수는

$\frac{8!}{6!\times 2!}=28$

다른 풀이

구하는 경우의 수는 오른쪽 그림에서 28이다.



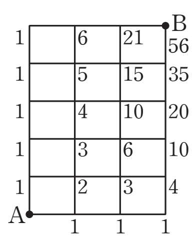
105 답 56

구하는 경우의 수는

$\frac{8!}{3!\times 5!}=56$

다른 풀이

구하는 경우의 수는 오른쪽 그림에서 56이다.



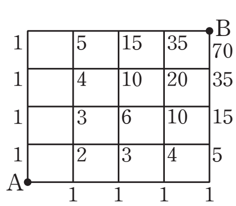
106 답 70

구하는 경우의 수는

$\frac{8!}{4!\times 4!}=70$

다른 풀이

구하는 경우의 수는 오른쪽 그림에서 70이다.



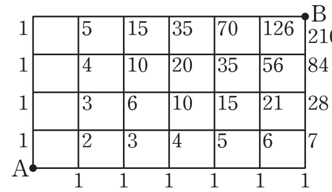
107 답 210

구하는 경우의 수는

$\frac{10!}{6!\times 4!}=210$

다른 풀이

구하는 경우의 수는 오른쪽 그림에서 210이다.



108 답 4, 2, 6, 3, 2, 3, 18

109 답 24

A 지점에서 P 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$\frac{4!}{2!\times 2!}=6$

P 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$\frac{4!}{3!}=4$

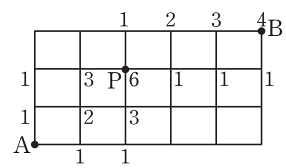
따라서 구하는 경우의 수는

$6\times 4=24$

다른 풀이

오른쪽 그림에서 A 지점에서 P 지점까지, P 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 각각 6, 4이므로 구하는 경우의 수는

$6\times 4=24$



110 답 80

A 지점에서 P 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$\frac{6!}{3!\times 3!}=20$

P 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$\frac{4!}{3!}=4$

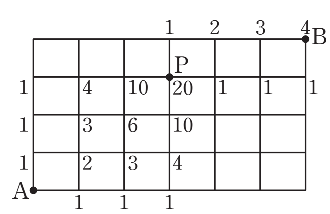
따라서 구하는 경우의 수는

$20\times 4=80$

다른 풀이

오른쪽 그림에서 A 지점에서 P 지점까지, P 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 각각 20, 4이므로 구하는 경우의 수는

$20\times 4=80$



111 답 225

A 지점에서 P 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$\frac{6!}{4!\times 2!}=15$

P 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

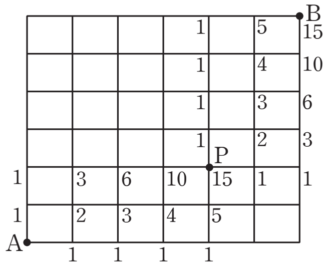
$\frac{6!}{2!\times4!}=15$

따라서 구하는 경우의 수는 $15\times15=225$

다른 풀이

오른쪽 그림에서 A 지점에서 P 지점까지, P 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 각각 15, 15이므로 구하는 경우의 수는

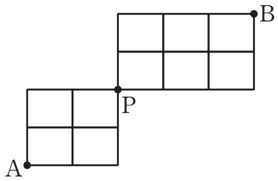
$15\times15=225$



112 답 3, 2, 3, 4, 2, 6, 18

113 답 60

오른쪽 그림과 같이 P 지점을 잡으면 A 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 갈 때 P 지점을 반드시 지나야 한다.



A 지점에서 P 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$\frac{4!}{2!\times2!}=6$

P 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

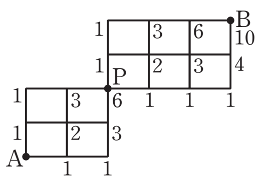
$\frac{5!}{3!\times2!}=10$

따라서 A 지점에서 P 지점을 거쳐 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 $6\times10=60$

다른 풀이

오른쪽 그림과 같이 P 지점을 잡으면 A 지점에서 P 지점까지, P 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 각각 6, 10이므로 구하는 경우의 수는

$6\times10=60$



실전유형

25쪽

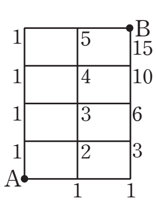
114 답 ③

구하는 경우의 수는

$\frac{6!}{2!\times4!}=15$

다른 풀이

구하는 경우의 수는 오른쪽 그림에서 15이다.



115 답 36

A 지점에서 P 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$\frac{4!}{2!\times2!}=6$

P 지점에서 Q 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$\frac{3!}{2!}=3$

Q 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$2!=2$

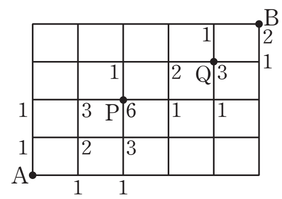
따라서 구하는 경우의 수는

$6\times3\times2=36$

다른 풀이

오른쪽 그림에서 A 지점에서 P 지점까지, P 지점에서 Q 지점까지, Q 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 각각 6, 3, 2이므로 구하는 경우의 수는

$6\times3\times2=36$



116 답 34

A 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$\frac{8!}{4!\times4!}=70$

A 지점에서 P 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$\frac{4!}{2!\times2!}=6$

P 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$\frac{4!}{2!\times2!}=6$

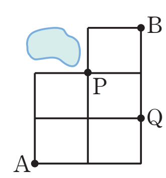
즉, A 지점에서 P 지점을 거쳐 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 $6\times6=36$

따라서 구하는 경우의 수는

$70-36=34$

117 답 9

오른쪽 그림과 같이 두 지점 P, Q를 잡으면 A 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우는



A → P → B 또는 A → Q → B

(i) A → P → B로 가는 경우의 수는

$\frac{3!}{2!}\times2!=6$

(ii) A → Q → B로 가는 경우의 수는

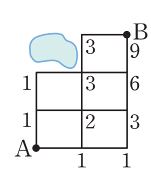
$\frac{3!}{2!}\times1=3$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$6+3=9$

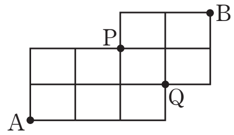
다른 풀이

구하는 경우의 수는 오른쪽 그림에서 9이다.



118 답 ④

오른쪽 그림과 같이 두 지점 P, Q를 잡으면 A 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우는



A → P → B 또는 A → Q → B

(i) A → P → B로 가는 경우의 수는

$\frac{4!}{2!\times2!}\times\frac{3!}{2!}=18$

(ii) A → Q → B로 가는 경우의 수는

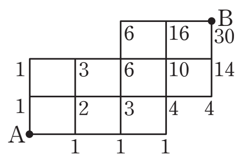
$\frac{4!}{3!}\times\frac{3!}{2!}=12$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$18+12=30$

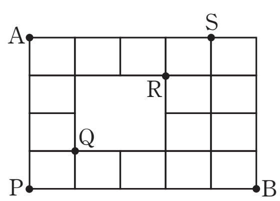
다른 풀이

구하는 경우의 수는 오른쪽 그림에서 30이다.



119 답 66

오른쪽 그림과 같이 네 지점 P, Q, R, S를 잡으면 A 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우는



A → P → B 또는

A → Q → B 또는 A → R → B

또는 A → S → B

(i) A → P → B로 가는 경우의 수는

$1\times1=1$

(ii) A → Q → B로 가는 경우의 수는

$\frac{4!}{3!}\times\frac{5!}{4!}=20$

(iii) A → R → B로 가는 경우의 수는

$\frac{4!}{3!}\times\frac{5!}{2!\times3!}=40$

(iv) A → S → B로 가는 경우의 수는

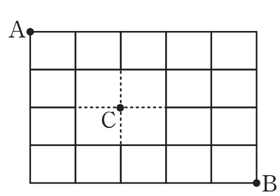
$1\times\frac{5!}{4!}=5$

(i)~(iv)에서 구하는 경우의 수는

$1+20+40+5=66$

다른 풀이

오른쪽 그림과 같이 C 지점을 잡으면 A 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는



$\frac{9!}{5!\times4!}=126$

A 지점에서 C 지점을 거쳐 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

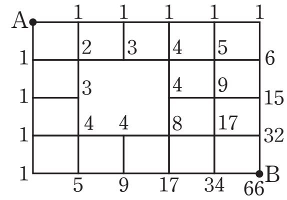
$\frac{4!}{2!\times2!}\times\frac{5!}{3!\times2!}=60$

따라서 구하는 경우의 수는

$126-60=66$

다른 풀이

구하는 경우의 수는 오른쪽 그림에서 66이다.



실전유형으로 중단원 점검 26~27쪽

1 답 ⑤

구하는 경우의 수는 3종류의 과일에서 6개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_3\Pi_6=3^6=729$

2 답 1250

학생 A가 탁구 또는 농구를 택하는 경우는 2가지

네 학생 B, C, D, E가 활동을 택하는 경우의 수는 5개의 활동에서 4개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_5\Pi_4=5^4=625$

따라서 구하는 경우의 수는 $2\times625=1250$

3 답 781

4개의 문자에서 5개를 택하는 중복순열의 수는

${}_4\Pi_5=4^5=1024$

d를 포함하지 않도록 배열하는 경우의 수는 d를 제외한 나머지 3개의 문자에서 5개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_3\Pi_5=3^5=243$

따라서 구하는 경우의 수는 $1024-243=781$

4 답 ④

기호를 2개 사용하여 만들 수 있는 신호의 개수는 3개의 기호에서 2개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_3\Pi_2=3^2=9$

기호를 3개 사용하여 만들 수 있는 신호의 개수는 3개의 기호에서 3개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_3\Pi_3=3^3=27$

기호를 4개 사용하여 만들 수 있는 신호의 개수는 3개의 기호에서 4개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_3\Pi_4=3^4=81$

기호를 5개 사용하여 만들 수 있는 신호의 개수는 3개의 기호에서 5개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_3\Pi_5=3^5=243$

따라서 구하는 신호의 개수는 $9+27+81+243=360$

5 답 ④

천의 자리에 올 수 있는 숫자는 1, 2의 2가지

짝수이므로 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 2, 4, 6의 3가지

나머지 자리에는 6개의 숫자 중에서 중복을 허용하여 2개를 택하여 일렬로 배열하면 되므로 그 경우의 수는

${}_6\Pi_2=6^2=36$

따라서 구하는 짝수의 개수는

$2\times3\times36=216$

6 답 606

0, 1, 2, 3의 4개의 숫자로 만들 수 있는 다섯 자리의 자연수의 개수는

$3\times{}_4\Pi_4=3\times4^4=768$ …… ⅰ

1을 제외한 0, 2, 3의 3개의 숫자로 만들 수 있는 다섯 자리의 자연수의 개수는

$2\times{}_3\Pi_4=2\times3^4=162$ …… ⅱ

따라서 구하는 자연수의 개수는 $768-162=606$ …… ⅲ

채점 기준

ⅰ 0, 1, 2, 3으로 만들 수 있는 다섯 자리의 자연수의 개수 구하기	40 %
ⅱ 숫자 1을 제외한 3개의 숫자로 만들 수 있는 다섯 자리의 자연수의 개수 구하기	40 %
ⅲ 숫자 1을 반드시 포함하는 다섯 자리의 자연수의 개수 구하기	20 %

7 답 ②

$f(3)=b$인 함수의 개수는 집합 X의 원소 3에 대응하는 집합 Y의 원소를 b로 고정시키고, 집합 Y의 원소 a, b, c의 3개에서 중복을 허용하여 4개를 택하여 집합 X의 원소 1, 2, 4, 5에 대응시키는 경우의 수와 같으므로

${}_3\Pi_4=3^4=81$

8 답 ③

구하는 경우의 수는 양 끝에 r를 고정시키고 그 사이에 나머지 문자 i, n, t, e, p, e, t를 일렬로 배열하는 경우의 수와 같으므로

$\dfrac{7!}{2!\times2!}=1260$

9 답 840

모음 e, a, i의 순서가 정해져 있으므로 e, a, i를 모두 X로 생각하여 b, X, X, r, X, n, g를 일렬로 배열한 후 첫 번째 X는 a로, 두 번째 X는 e로, 세 번째 X는 i로 바꾸면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는 $\dfrac{7!}{3!}=840$

10 답 ④

짝수이므로 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 2, 4이다.

(ⅰ) 일의 자리에 2가 오는 경우

나머지 숫자 1, 2, 3, 3, 4, 4를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$\dfrac{6!}{2!\times2!}=180$

(ⅱ) 일의 자리에 4가 오는 경우

나머지 숫자 1, 2, 2, 3, 3, 4를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$\dfrac{6!}{2!\times2!}=180$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 짝수의 개수는 $180+180=360$

11 답 44

A 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$\dfrac{9!}{6!\times3!}=84$

A 지점에서 P 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$\dfrac{4!}{3!}=4$

P 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$\dfrac{5!}{3!\times2!}=10$

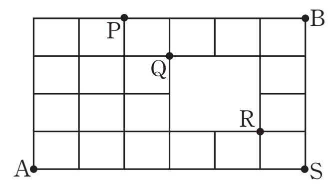
즉, A 지점에서 P 지점을 거쳐 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$4\times10=40$

따라서 구하는 경우의 수는 $84-40=44$

12 답 ④

오른쪽 그림과 같이 네 지점 P, Q, R, S를 잡으면 A 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우는



A → P → B 또는 A → Q → B 또는 A → R → B 또는 A → S → B

(ⅰ) A → P → B로 가는 경우의 수는

$\dfrac{6!}{2!\times4!}\times1=15$

(ⅱ) A → Q → B로 가는 경우의 수는

$\dfrac{6!}{3!\times3!}\times\dfrac{4!}{3!}=80$

(ⅲ) A → R → B로 가는 경우의 수는

$\dfrac{6!}{5!}\times\dfrac{4!}{3!}=24$

(ⅳ) A → S → B로 가는 경우의 수는

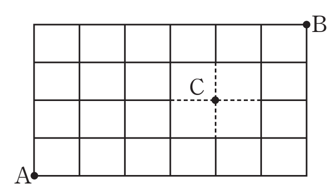
$1\times1=1$

(ⅰ)~(ⅳ)에서 구하는 경우의 수는

$15+80+24+1=120$

다른 풀이

오른쪽 그림과 같이 C 지점을 잡으면 A 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는



$\dfrac{10!}{6!\times4!}=210$

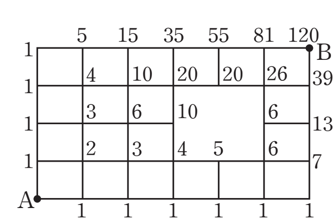
A 지점에서 C 지점을 거쳐 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$\dfrac{6!}{4!\times2!}\times\dfrac{4!}{2!\times2!}=90$

따라서 구하는 경우의 수는 $210-90=120$

다른 풀이

구하는 경우의 수는 오른쪽 그림에서 120이다.



02 중복조합과 이항정리

개념유형 28~33쪽

001 답 10

${}_5C_2=\frac{5\times4}{2\times1}=10$

002 답 6

${}_6C_1=6$

003 답 1

${}_7C_0=1$

004 답 105

${}_{15}C_{13}={}_{15}C_2=\frac{15\times14}{2\times1}=105$

005 답 15

구하는 경우의 수는

${}_6C_2=\frac{6\times5}{2\times1}=15$

006 답 56

구하는 경우의 수는

${}_8C_3=\frac{8\times7\times6}{3\times2\times1}=56$

007 답 126

구하는 경우의 수는

${}_9C_5={}_9C_4=\frac{9\times8\times7\times6}{4\times3\times2\times1}=126$

008 답 120

구하는 경우의 수는

${}_{10}C_3=\frac{10\times9\times8}{3\times2\times1}=120$

009 답 66

특정한 야구 선수 2명을 이미 뽑았다고 생각하고 나머지 선수 12명 중에서 2명을 뽑으면 되므로 구하는 경우의 수는

${}_{12}C_2=\frac{12\times11}{2\times1}=66$

010 답 330

특정한 농구 선수 3명을 제외하고 나머지 선수 11명 중에서 4명을 뽑으면 되므로 구하는 경우의 수는

${}_{11}C_4=\frac{11\times10\times9\times8}{4\times3\times2\times1}=330$

011 답 11

특정한 야구 선수 1명과 특정한 농구 선수 2명을 이미 뽑았다고 생각하고 나머지 선수 11명 중에서 1명을 뽑으면 되므로 구하는 경우의 수는

${}_{11}C_1=11$

012 답 74

문제집 9권 중에서 3권을 고르는 경우의 수는

${}_9C_3=\frac{9\times8\times7}{3\times2\times1}=84$

국어 문제집만 3권을 고르는 경우의 수는

${}_5C_3={}_5C_2=\frac{5\times4}{2\times1}=10$

따라서 구하는 경우의 수는

$84-10=74$

013 답 494

학생 12명 중에서 4명을 뽑는 경우의 수는

${}_{12}C_4=\frac{12\times11\times10\times9}{4\times3\times2\times1}=495$

1학년 학생만 4명을 뽑는 경우의 수는

${}_4C_4=1$

따라서 구하는 경우의 수는

$495-1=494$

014 답 25

7개의 문자 중에서 3개를 택하는 경우의 수는

${}_7C_3=\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=35$

5개의 자음 b, c, d, f, g 중에서 3개를 택하는 경우의 수는

${}_5C_3={}_5C_2=\frac{5\times4}{2\times1}=10$

따라서 구하는 경우의 수는

$35-10=25$

015 답 2160

1반 학생 6명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

${}_6C_2=\frac{6\times5}{2\times1}=15$

2반 학생 4명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

${}_4C_2=\frac{4\times3}{2\times1}=6$

뽑은 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$4!=4\times3\times2\times1=24$

따라서 구하는 경우의 수는

$15\times6\times24=2160$

016 답 3600

한국인 3명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

${}_3C_2={}_3C_1=3$

일본인 5명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는

${}_5C_3={}_5C_2=\frac{5\times4}{2\times1}=10$

뽑은 5명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$5!=5\times4\times3\times2\times1=120$

따라서 구하는 경우의 수는

$3\times10\times120=3600$

017 답 144

홀수 4개 중에서 2개를 택하는 경우의 수는

${}_4C_2=\frac{4\times3}{2\times1}=6$

짝수 4개 중에서 1개를 택하는 경우의 수는

${}_4C_1=4$

택한 3개의 자연수를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$3!=3\times2\times1=6$

따라서 구하는 자연수의 개수는

$6\times4\times6=144$

018 답 84

9개의 점 중에서 3개를 택하는 경우의 수는

${}_9C_3=\frac{9\times8\times7}{3\times2\times1}=84$

019 답 22

직선 l 위에 있는 점 1개와 직선 m 위에 있는 점 1개를 택하여 만들 수 있는 직선의 개수는

${}_4C_1\times{}_5C_1=4\times5=20$

또 직선 l 위에 있는 점으로 만들 수 있는 직선이 1개, 직선 m 위에 있는 점으로 만들 수 있는 직선이 1개이므로 구하는 직선의 개수는

$20+1+1=22$

020 답 60

가로 방향의 평행한 직선 4개 중에서 2개를 택하는 경우의 수는

${}_4C_2=\frac{4\times3}{2\times1}=6$

세로 방향의 평행한 직선 5개 중에서 2개를 택하는 경우의 수는

${}_5C_2=\frac{5\times4}{2\times1}=10$

따라서 구하는 평행사변형의 개수는

$6\times10=60$

021 답 6

${}_6H_1={}_6C_1=6$

022 답 15

${}_5H_2={}_6C_2=\frac{6\times5}{2\times1}=15$

023 답 20

${}_4H_3={}_6C_3=\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20$

024 답 35

${}_4H_4={}_7C_4={}_7C_3=\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=35$

025 답 6

${}_2H_5={}_6C_5={}_6C_1=6$

026 답 15

${}_3H_4={}_6C_4={}_6C_2=\frac{6\times5}{2\times1}=15$

027 답 10

${}_4H_7={}_nC_3$에서 ${}_4H_7={}_{10}C_7={}_{10}C_3$이므로

$n=10$

028 답 7

${}_2H_6={}_nC_1$에서 ${}_2H_6={}_7C_6={}_7C_1$이므로

$n=7$

029 답 5

${}_3H_r={}_7C_2$에서 ${}_3H_r={}_{2+r}C_r={}_{2+r}C_2$이므로

$2+r=7$

$\therefore r=5$

030 답 4

${}_6H_r={}_9C_4$에서 ${}_6H_r={}_{5+r}C_r={}_{5+r}C_5$이고 ${}_9C_4={}_9C_5$이므로

$5+r=9$

$\therefore r=4$

031 답 11

${}_nH_2=66$에서 ${}_{n+1}C_2=66$이므로

$\frac{(n+1)n}{2\times1}=66$

$(n+1)n=12\times11$

$\therefore n=11$ ($\because$ n은 자연수)

032 답 2

${}_nH_3=4$에서 ${}_{n+2}C_3=4$이므로

$\frac{(n+2)(n+1)n}{3\times2\times1}=4$

$(n+2)(n+1)n=4\times3\times2$

$\therefore n=2$ ($\because$ n은 자연수)

033 답 20

구하는 경우의 수는 4개의 숫자에서 3개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_4H_3={}_6C_3=\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20$

034 답 5

구하는 경우의 수는 2종류의 꽃에서 4송이를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_2H_4={}_5C_4={}_5C_1=5$

035 답 28

구하는 경우의 수는 3종류의 과일에서 6개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_3H_6={}_8C_6={}_8C_2=\dfrac{8\times7}{2\times1}=28$

036 답 165

구하는 경우의 수는 4명의 학생에서 8명을 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_4H_8={}_{11}C_8={}_{11}C_3=\dfrac{11\times10\times9}{3\times2\times1}=165$

037 답 210

구하는 경우의 수는 5개의 상자에서 6개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_5H_6={}_{10}C_6={}_{10}C_4=\dfrac{10\times9\times8\times7}{4\times3\times2\times1}=210$

038 답 7, 3, 7, 36

039 답 15

먼저 짜장면, 짬뽕, 볶음밥을 각각 1개씩 주문하고, 나머지 4개를 주문하면 되므로 구하는 경우의 수는

${}_3H_4={}_6C_4={}_6C_2=\dfrac{6\times5}{2\times1}=15$

040 답 1001

먼저 5개의 꽃병에 꽃을 각각 한 송이씩 꽂고, 남은 꽃 10송이를 나누어 꽂으면 되므로 구하는 경우의 수는

${}_5H_{10}={}_{14}C_{10}={}_{14}C_4=\dfrac{14\times13\times12\times11}{4\times3\times2\times1}=1001$

041 답 78

먼저 사탕을 4개, 젤리를 5개 사고, 나머지 11개를 사면 되므로 구하는 경우의 수는

${}_3H_{11}={}_{13}C_{11}={}_{13}C_2=\dfrac{13\times12}{2\times1}=78$

042 답 5, 3, 5, 21

043 답 28

구하는 항의 개수는 3개의 문자 x, y, z에서 6개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_3H_6={}_8C_6={}_8C_2=\dfrac{8\times7}{2\times1}=28$

044 답 20

구하는 항의 개수는 4개의 문자 a, b, c, d에서 3개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_4H_3={}_6C_3=\dfrac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20$

045 답 144

$(a+b)^3$의 전개식의 항의 개수는 2개의 문자 a, b에서 3개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_2H_3={}_4C_3={}_4C_1=4$

$(x+y+z)^7$의 전개식의 항의 개수는 3개의 문자 x, y, z에서 7개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_3H_7={}_9C_7={}_9C_2=\dfrac{9\times8}{2\times1}=36$

따라서 구하는 항의 개수는 $4\times36=144$

046 답 6, 3, 6, 28

047 답 55

음이 아닌 정수인 해의 개수는 3개의 문자 x, y, z에서 9개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_3H_9={}_{11}C_9={}_{11}C_2=\dfrac{11\times10}{2\times1}=55$

048 답 286

음이 아닌 정수인 해의 개수는 4개의 문자 x, y, z, w에서 10개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_4H_{10}={}_{13}C_{10}={}_{13}C_3=\dfrac{13\times12\times11}{3\times2\times1}=286$

049 답 560

음이 아닌 정수인 해의 개수는 4개의 문자 x, y, z, w에서 13개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_4H_{13}={}_{16}C_{13}={}_{16}C_3=\dfrac{16\times15\times14}{3\times2\times1}=560$

실전유형

34~36쪽

050 답 ④

구하는 경우의 수는 8개의 접시에서 4개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_8H_4={}_{11}C_4=330$

051 답 ④

구하는 경우의 수는 3명의 후보에서 10명을 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_3H_{10}={}_{12}C_{10}={}_{12}C_2=66$

052 답 495

a, b, c, d의 값을 정하는 경우의 수는 3, 4, 5, ..., 11의 9개의 자연수에서 중복을 허용하여 4개를 택한 후 크기가 작거나 같은 수부터 순서대로 a, b, c, d에 대응시키는 경우의 수와 같으므로 구하는 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는

${}_9H_4={}_{12}C_4=495$

053 답 ①

5자루의 빨간색 볼펜을 4명의 학생에게 나누어 주는 경우의 수는 4명의 학생에서 5명을 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_4H_5={}_8C_5={}_8C_3=56$

2자루의 파란색 볼펜을 4명의 학생에게 나누어 주는 경우의 수는 4명의 학생에서 2명을 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_4H_2={}_5C_2=10$

따라서 구하는 경우의 수는

$56\times10=560$

054 답 7

먼저 4개의 구슬을 학생 A에게 나누어 주고, 나머지 6개의 구슬을 두 학생 B, C에게 나누어 주면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는 2명의 학생에서 6명을 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_2H_6={}_7C_6={}_7C_1=7$

055 답 35

먼저 5종류의 공을 각각 한 개씩 사고, 나머지 3개의 공을 사면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는 5종류의 공에서 3개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_5H_3={}_7C_3=35$

056 답 ③

먼저 감, 귤, 자두를 각각 3개씩 고르고, 나머지 5개를 고르면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는 3종류의 과일에서 5개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_3H_5={}_7C_5={}_7C_2=21$

057 답 ③

먼저 공책을 두 학생 A, B에게 각각 2권씩 나누어 주고, 나머지 6권의 공책을 나누어 주면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는 4명의 학생에서 6명을 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_4H_6={}_9C_6={}_9C_3=84$

058 답 ③

9개의 사탕을 5개의 그릇에 나누어 담는 경우의 수는 5개의 그릇에서 9개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_5H_9={}_{13}C_9={}_{13}C_4=715$

5개의 그릇에 모두 적어도 1개의 사탕을 담으려면 먼저 5개의 그릇에 사탕을 각각 1개씩 나누어 담고, 나머지 4개의 사탕을 나누어 담으면 된다.

즉, 5개의 그릇에 모두 적어도 1개의 사탕을 담는 경우의 수는 5개의 그릇에서 4개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_5H_4={}_8C_4=70$

따라서 빈 그릇이 생기도록 담는 경우의 수는

$715-70=645$

059 답 45

구하는 항의 개수는 3개의 문자 a, b, c에서 8개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_3H_8={}_{10}C_8={}_{10}C_2=45$

060 답 ⑤

$(x+y)^4$의 전개식의 항의 개수는 2개의 문자 x, y에서 4개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_2H_4={}_5C_4={}_5C_1=5$

$(a+b+c+d)^7$의 전개식의 항의 개수는 4개의 문자 a, b, c, d에서 7개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_4H_7={}_{10}C_7={}_{10}C_3=120$

따라서 구하는 항의 개수는

$5\times120=600$

061 답 4

$(x+y+z)^n$의 전개식의 항의 개수는 3개의 문자 x, y, z에서 n개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_3H_n={}_{n+2}C_n={}_{n+2}C_2=\frac{(n+2)(n+1)}{2}$

즉, $\frac{(n+2)(n+1)}{2}=15$이므로

$(n+2)(n+1)=6\times5$

$\therefore n=4$ ($\because$ n은 자연수)

062 답 ⑤

음이 아닌 정수 x, y, z, w의 순서쌍 (x, y, z, w)의 개수는 4개의 문자 x, y, z, w에서 15개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_4H_{15}={}_{18}C_{15}={}_{18}C_3=816$

063 답 66

음이 아닌 정수 x, y, z의 순서쌍 (x, y, z)의 개수는 3개의 문자 x, y, z에서 8개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$a={}_3H_8={}_{10}C_8={}_{10}C_2=45$

x, y, z가 자연수일 때, $X=x-1$, $Y=y-1$, $Z=z-1$이라 하면 X, Y, Z는 음이 아닌 정수이다.

이때 $x=X+1$, $y=Y+1$, $z=Z+1$을 방정식 $x+y+z=8$에 대입하면

$(X+1)+(Y+1)+(Z+1)=8$

$\therefore X+Y+Z=5$

따라서 자연수 x, y, z의 순서쌍 (x, y, z)의 개수는 방정식 $X+Y+Z=5$를 만족시키는 음이 아닌 정수 X, Y, Z의 순서쌍 (X, Y, Z)의 개수와 같으므로

$b={}_3\mathrm{H}_5={}_7\mathrm{C}_5={}_7\mathrm{C}_2=21$

$\therefore a+b=45+21=66$

064 답 ②

x, y, z가 음이 아닌 정수이므로 $x+y+z<4$에서

$x+y+z=0$ 또는 $x+y+z=1$ 또는 $x+y+z=2$

또는 $x+y+z=3$

방정식 $x+y+z=0$을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z의 순서쌍 (x, y, z)는

$(0, 0, 0)$의 1개

방정식 $x+y+z=1$을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z의 순서쌍 (x, y, z)의 개수는 3개의 문자 x, y, z에서 1개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_3\mathrm{H}_1={}_3\mathrm{C}_1=3$

방정식 $x+y+z=2$를 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z의 순서쌍 (x, y, z)의 개수는 3개의 문자 x, y, z에서 2개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_3\mathrm{H}_2={}_4\mathrm{C}_2=6$

방정식 $x+y+z=3$을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z의 순서쌍 (x, y, z)의 개수는 3개의 문자 x, y, z에서 3개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_3\mathrm{H}_3={}_5\mathrm{C}_3={}_5\mathrm{C}_2=10$

따라서 구하는 순서쌍의 개수는

$1+3+6+10=20$

다른 풀이

${}_n\mathrm{C}_r={}_{n-1}\mathrm{C}_r+{}_{n-1}\mathrm{C}_{r-1}$ (단, $1\le r<n$)

조합의 수의 성질을 이용하면 다음과 같이 구할 수도 있다.

방정식 $x+y+z=n$을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z의 순서쌍 (x, y, z)의 개수는 3개의 문자 x, y, z에서 n개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로 ${}_3\mathrm{H}_n$

$$\begin{aligned}\therefore 1+{}_3\mathrm{H}_1+{}_3\mathrm{H}_2+{}_3\mathrm{H}_3&={}_3\mathrm{C}_0+{}_3\mathrm{C}_1+{}_4\mathrm{C}_2+{}_5\mathrm{C}_3\\&={}_4\mathrm{C}_1+{}_4\mathrm{C}_2+{}_5\mathrm{C}_3\\&={}_5\mathrm{C}_2+{}_5\mathrm{C}_3\\&={}_6\mathrm{C}_3\\&=20\end{aligned}$$

065 답 15

$A=a-1$, $B=b-2$, $C=c-3$이라 하면

$A\ge0$, $B\ge0$, $C\ge0$

이때 $a=A+1$, $b=B+2$, $c=C+3$을 방정식 $a+b+c=10$에 대입하면

$(A+1)+(B+2)+(C+3)=10$

$\therefore A+B+C=4$

따라서 구하는 순서쌍의 개수는 방정식 $A+B+C=4$를 만족시키는 음이 아닌 정수 A, B, C의 순서쌍 (A, B, C)의 개수와 같으므로

${}_3\mathrm{H}_4={}_6\mathrm{C}_4={}_6\mathrm{C}_2=15$

066 답 ①

집합 Y의 원소 1, 2, 3, 4, 5의 5개에서 중복을 허용하여 3개를 택한 후 크기가 작거나 같은 수부터 순서대로 집합 X의 원소 1, 2, 3에 대응시키면 되므로 구하는 함수의 개수는

${}_5\mathrm{H}_3={}_7\mathrm{C}_3=35$

067 답 16

$i<j$이면 $f(i)<f(j)$이므로 $f(-1)<f(0)<f(1)$

이를 만족시키려면 집합 Y의 원소 1, 2, 3, 4의 4개에서 서로 다른 3개를 택한 후 크기가 작은 수부터 순서대로 집합 X의 원소 -1, 0, 1에 대응시키면 되므로 함수의 개수는

$a={}_4\mathrm{C}_3={}_4\mathrm{C}_1=4$

또 $i<j$이면 $f(i)\le f(j)$이므로 $f(-1)\le f(0)\le f(1)$

이를 만족시키려면 집합 Y의 원소 1, 2, 3, 4의 4개에서 중복을 허용하여 3개를 택한 후 크기가 작거나 같은 수부터 순서대로 집합 X의 원소 -1, 0, 1에 대응시키면 되므로 함수의 개수는

$b={}_4\mathrm{H}_3={}_6\mathrm{C}_3=20$

$\therefore b-a=20-4=16$

068 답 ②

$x_1<x_2$이면 $f(x_1)\le f(x_2)$이고, $f(3)=4$이므로

$f(1)\le f(2)\le 4\le f(4)$

$f(1)$, $f(2)$의 값을 정하는 경우의 수는 집합 Y의 원소 1, 2, 3, 4의 4개에서 중복을 허용하여 2개를 택한 후 크기가 작거나 같은 수부터 순서대로 집합 X의 원소 1, 2에 대응시키는 경우의 수와 같으므로

${}_4\mathrm{H}_2={}_5\mathrm{C}_2=10$

$f(4)$의 값이 될 수 있는 수는 4, 5, 6의 3개이다.

따라서 구하는 함수의 개수는

$10\times3=30$

개념유형

38~39쪽

069 답 $a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$

$$\begin{aligned}(a+b)^4&={}_4\mathrm{C}_0a^4+{}_4\mathrm{C}_1a^3b+{}_4\mathrm{C}_2a^2b^2+{}_4\mathrm{C}_3ab^3+{}_4\mathrm{C}_4b^4\\&=a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4\end{aligned}$$

070 답 $a^5-5a^4+10a^3-10a^2+5a-1$

$$\begin{aligned}(a-1)^5&={}_5\mathrm{C}_0a^5+{}_5\mathrm{C}_1a^4\times(-1)+{}_5\mathrm{C}_2a^3(-1)^2+{}_5\mathrm{C}_3a^2(-1)^3\\&\quad+{}_5\mathrm{C}_4a(-1)^4+{}_5\mathrm{C}_5\times(-1)^5\\&=a^5-5a^4+10a^3-10a^2+5a-1\end{aligned}$$

071 답 $8a^3+12a^2b+6ab^2+b^3$

$$\begin{aligned}(2a+b)^3&={}_3\mathrm{C}_0(2a)^3+{}_3\mathrm{C}_1(2a)^2b+{}_3\mathrm{C}_2\times2ab^2+{}_3\mathrm{C}_3b^3\\&=8a^3+12a^2b+6ab^2+b^3\end{aligned}$$

072 답 $81a^4-216a^3b+216a^2b^2-96ab^3+16b^4$

$$(3a-2b)^4={}_4C_0(3a)^4+{}_4C_1(3a)^3\times(-2b)+{}_4C_2(3a)^2(-2b)^2+{}_4C_3\times 3a(-2b)^3+{}_4C_4(-2b)^4$$
$$=81a^4-216a^3b+216a^2b^2-96ab^3+16b^4$$

073 답 $x^4+4x^2+6+\frac{4}{x^2}+\frac{1}{x^4}$

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^4$$
$$={}_4C_0x^4+{}_4C_1x^3\times\frac{1}{x}+{}_4C_2x^2\left(\frac{1}{x}\right)^2+{}_4C_3x\left(\frac{1}{x}\right)^3+{}_4C_4\left(\frac{1}{x}\right)^4$$
$$=x^4+4x^2+6+\frac{4}{x^2}+\frac{1}{x^4}$$

074 답 $x^5-5x^3+10x-\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}-\frac{1}{x^5}$

$$\left(x-\frac{1}{x}\right)^5={}_5C_0x^5+{}_5C_1x^4\times\left(-\frac{1}{x}\right)+{}_5C_2x^3\left(-\frac{1}{x}\right)^2+{}_5C_3x^2\left(-\frac{1}{x}\right)^3+{}_5C_4x\left(-\frac{1}{x}\right)^4+{}_5C_5\left(-\frac{1}{x}\right)^5$$
$$=x^5-5x^3+10x-\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}-\frac{1}{x^5}$$

075 답 $8x^3+12x+\frac{6}{x}+\frac{1}{x^3}$

$$\left(2x+\frac{1}{x}\right)^3$$
$$={}_3C_0(2x)^3+{}_3C_1(2x)^2\times\frac{1}{x}+{}_3C_2\times 2x\left(\frac{1}{x}\right)^2+{}_3C_3\left(\frac{1}{x}\right)^3$$
$$=8x^3+12x+\frac{6}{x}+\frac{1}{x^3}$$

076 답 $x^4-12x^2+54-\frac{108}{x^2}+\frac{81}{x^4}$

$$\left(x-\frac{3}{x}\right)^4={}_4C_0x^4+{}_4C_1x^3\times\left(-\frac{3}{x}\right)+{}_4C_2x^2\left(-\frac{3}{x}\right)^2+{}_4C_3x\left(-\frac{3}{x}\right)^3+{}_4C_4\left(-\frac{3}{x}\right)^4$$
$$=x^4-12x^2+54-\frac{108}{x^2}+\frac{81}{x^4}$$

077 답 $6-r$, $6-r$, 3, 3, 3, 540

078 답 10

$(x+y)^5$의 전개식의 일반항은

${}_5C_rx^{5-r}y^r$

$x^{5-r}y^r=x^3y^2$에서

$r=2$

따라서 x^3y^2의 계수는

${}_5C_2=10$

079 답 -32

$(x-2y)^4$의 전개식의 일반항은

${}_4C_rx^{4-r}(-2y)^r={}_4C_r(-2)^rx^{4-r}y^r$

$x^{4-r}y^r=xy^3$에서

$r=3$

따라서 xy^3의 계수는

${}_4C_3\times(-2)^3=-32$

080 답 5

$\left(x+\frac{1}{x}\right)^5$의 전개식의 일반항은

${}_5C_rx^{5-r}\left(\frac{1}{x}\right)^r={}_5C_r\frac{x^{5-r}}{x^r}$

$\frac{x^{5-r}}{x^r}=x^3$에서 $5-r-r=3$이므로

$r=1$

따라서 x^3의 계수는

${}_5C_1=5$

081 답 -6

$\left(x-\frac{1}{x}\right)^6$의 전개식의 일반항은

${}_6C_rx^{6-r}\left(-\frac{1}{x}\right)^r={}_6C_r(-1)^r\frac{x^{6-r}}{x^r}$

$\frac{x^{6-r}}{x^r}=x^4$에서 $6-r-r=4$이므로

$r=1$

따라서 x^4의 계수는

${}_6C_1\times(-1)=-6$

082 답 24

$\left(x+\frac{2}{x}\right)^4$의 전개식의 일반항은

${}_4C_rx^{4-r}\left(\frac{2}{x}\right)^r={}_4C_r2^r\frac{x^{4-r}}{x^r}$

상수항은 $4-r=r$일 때이므로

$r=2$

따라서 상수항은

${}_4C_2\times2^2=24$

083 답 5, 1, 5, 1, 10, 10, 11

084 답 7

$(1+x)^6$의 전개식의 일반항은

${}_6C_rx^r$ …… ㉠

이때 $(x^2+x)(1+x)^6=x^2(1+x)^6+x(1+x)^6$이므로 x^2항은 x^2과 ㉠의 상수항을 곱하는 경우, x와 ㉠의 x항을 곱하는 경우에 나타난다.

(i) x^2과 ㉠의 상수항을 곱하는 경우
 ㉠의 상수항은 $r=0$일 때이므로
 $x^2\times{}_6C_0=x^2$

(ii) x와 ㉠의 x항을 곱하는 경우
 ㉠의 x항은 $r=1$일 때이므로
 $x\times{}_6C_1x=6x^2$

(i), (ii)에서 구하는 x^2의 계수는

$1+6=7$

085 답 2

$\left(x-\frac{1}{x}\right)^4$의 전개식의 일반항은

${}_4C_r x^{4-r}\left(-\frac{1}{x}\right)^r={}_4C_r(-1)^r\frac{x^{4-r}}{x^r}$ …… ㉠

이때 $(x^2+1)\left(x-\frac{1}{x}\right)^4=x^2\left(x-\frac{1}{x}\right)^4+\left(x-\frac{1}{x}\right)^4$이므로 상수항은 x^2과 ㉠의 $\frac{1}{x^2}$항을 곱하는 경우, 1과 ㉠의 상수항을 곱하는 경우에 나타난다.

(i) x^2과 ㉠의 $\frac{1}{x^2}$항을 곱하는 경우

㉠의 $\frac{1}{x^2}$항은 $r-(4-r)=2$, 즉 $r=3$일 때이므로

$x^2\times{}_4C_3\times(-1)^3\times\frac{1}{x^2}=-4$

(ii) 1과 ㉠의 상수항을 곱하는 경우

㉠의 상수항은 $4-r=r$, 즉 $r=2$일 때이므로

$1\times{}_4C_2\times(-1)^2=6$

(i), (ii)에서 구하는 상수항은

$-4+6=2$

086 답 3, $3-s$, 3, $3+r-s$, 3, 3, 174

087 답 64

$(1+x)^2$의 전개식의 일반항은

${}_2C_r x^r$ …… ㉠

$(2+x)^4$의 전개식의 일반항은

${}_4C_s 2^{4-s}x^s$ …… ㉡

$(1+x)^2(2+x)^4$의 전개식의 일반항은 ㉠×㉡이므로

${}_2C_r\times{}_4C_s 2^{4-s}x^{r+s}$

x항은 $r+s=1$ (r, s는 $0\le r\le 2$, $0\le s\le 4$인 정수)일 때이므로 r, s의 순서쌍 (r, s)는

$(0, 1)$, $(1, 0)$

따라서 x의 계수는

${}_2C_0\times{}_4C_1\times2^3+{}_2C_1\times{}_4C_0\times2^4=32+32$

$=64$

088 답 -567

$(1-x)^4$의 전개식의 일반항은

${}_4C_r(-1)^r x^r$ …… ㉠

$(3+x)^5$의 전개식의 일반항은

${}_5C_s 3^{5-s}x^s$ …… ㉡

$(1-x)^4(3+x)^5$의 전개식의 일반항은 ㉠×㉡이므로

${}_4C_r\times{}_5C_s(-1)^r 3^{5-s}x^{r+s}$

x항은 $r+s=1$ (r, s는 $0\le r\le 4$, $0\le s\le 5$인 정수)일 때이므로 r, s의 순서쌍 (r, s)는

$(0, 1)$, $(1, 0)$

따라서 x의 계수는

${}_4C_0\times{}_5C_1\times3^4+{}_4C_1\times{}_5C_0\times(-1)\times3^5=405+(-972)$

$=-567$

실전유형

40~41쪽

089 답 ①

$(x^2+2)^6$의 전개식의 일반항은

${}_6C_r(x^2)^{6-r}2^r={}_6C_r2^r x^{12-2r}$

$x^{12-2r}=x^4$에서 $12-2r=4$이므로 $r=4$

따라서 x^4의 계수는

${}_6C_4\times2^4=240$

090 답 ①

$\left(x-\frac{3}{x^3}\right)^4$의 전개식의 일반항은

${}_4C_r x^{4-r}\left(-\frac{3}{x^3}\right)^r={}_4C_r(-3)^r\frac{x^{4-r}}{x^{3r}}$

상수항은 $4-r=3r$일 때이므로 $r=1$

따라서 상수항은

${}_4C_1\times(-3)=-12$

091 답 3

$(x+ay)^5$의 전개식의 일반항은

${}_5C_r x^{5-r}(ay)^r={}_5C_r a^r x^{5-r}y^r$

$x^{5-r}y^r=x^3y^2$에서 $r=2$

이때 x^3y^2의 계수가 90이므로

${}_5C_2a^2=90$, $a^2=9$

$\therefore a=3$ ($\because a>0$)

092 답 ②

$\left(x^2+\frac{a}{x}\right)^5$의 전개식의 일반항은

${}_5C_r(x^2)^{5-r}\left(\frac{a}{x}\right)^r={}_5C_r a^r\frac{x^{10-2r}}{x^r}$

$\frac{1}{x^2}$항은 $r-(10-2r)=2$일 때이므로 $r=4$

따라서 $\frac{1}{x^2}$의 계수는 ${}_5C_4a^4=5a^4$

또 x항은 $10-2r-r=1$일 때이므로 $r=3$

따라서 x의 계수는 ${}_5C_3a^3=10a^3$

이때 $\frac{1}{x^2}$의 계수와 x의 계수가 같으므로

$5a^4=10a^3$

$\therefore a=2$ ($\because a>0$)

093 답 5

$\left(x^3+\frac{3}{x^2}\right)^n$의 전개식의 일반항은

${}_nC_r(x^3)^{n-r}\left(\frac{3}{x^2}\right)^r={}_nC_r3^r\frac{x^{3n-3r}}{x^{2r}}$

상수항은 $3n-3r=2r$일 때이므로

$r=\frac{3}{5}n$

이때 n, r는 자연수이고 5와 3은 서로소이므로 n은 5의 배수, r는 3의 배수이다.

따라서 자연수 n의 최솟값은 5이다.

094 답 ③

$(2x-1)^5$의 전개식의 일반항은

${}_5C_r(2x)^{5-r}(-1)^r={}_5C_r2^{5-r}(-1)^rx^{5-r}$ …… ㉠

이때 $(2x-1)^5(x+1)=x(2x-1)^5+(2x-1)^5$이므로 x^3항은 x와 ㉠의 x^2항을 곱하는 경우, 1과 ㉠의 x^3항을 곱하는 경우에 나타난다.

(i) x와 ㉠의 x^2항을 곱하는 경우

㉠의 x^2항은 $5-r=2$, 즉 $r=3$일 때이므로

$x\times{}_5C_3\times2^2\times(-1)^3x^2=-40x^3$

(ii) 1과 ㉠의 x^3항을 곱하는 경우

㉠의 x^3항은 $5-r=3$, 즉 $r=2$일 때이므로

$1\times{}_5C_2\times2^3\times(-1)^2x^3=80x^3$

(i), (ii)에서 구하는 x^3의 계수는

$-40+80=40$

095 답 ④

$\left(x-\frac{2}{x}\right)^5$의 전개식의 일반항은

${}_5C_rx^{5-r}\left(-\frac{2}{x}\right)^r={}_5C_r(-2)^r\frac{x^{5-r}}{x^r}$ …… ㉠

이때 $(x-4)\left(x-\frac{2}{x}\right)^5=x\left(x-\frac{2}{x}\right)^5-4\left(x-\frac{2}{x}\right)^5$이므로 x^2항은 x와 ㉠의 x항을 곱하는 경우, -4와 ㉠의 x^2항을 곱하는 경우에 나타난다.

(i) x와 ㉠의 x항을 곱하는 경우

㉠의 x항은 $5-r-r=1$, 즉 $r=2$일 때이므로

$x\times{}_5C_2\times(-2)^2x=40x^2$

(ii) -4와 ㉠의 x^2항을 곱하는 경우

㉠의 x^2항은 $5-r-r=2$, 즉 $r=\frac{3}{2}$일 때이고 r는 $0\le r\le5$인 정수이므로 ㉠의 x^2항은 존재하지 않는다.

(i), (ii)에서 구하는 x^2의 계수는 40이다.

096 답 ②

$(2+x)^4$의 전개식의 일반항은

${}_4C_r2^{4-r}x^r$ …… ㉠

이때 $(1-2x+x^2)(2+x)^4=(2+x)^4-2x(2+x)^4+x^2(2+x)^4$이므로 x^4항은 1과 ㉠의 x^4항을 곱하는 경우, $-2x$와 ㉠의 x^3항을 곱하는 경우, x^2과 ㉠의 x^2항을 곱하는 경우에 나타난다.

(i) 1과 ㉠의 x^4항을 곱하는 경우

㉠의 x^4항은 $r=4$일 때이므로

$1\times{}_4C_4x^4=x^4$

(ii) $-2x$와 ㉠의 x^3항을 곱하는 경우

㉠의 x^3항은 $r=3$일 때이므로

$-2x\times{}_4C_3\times2x^3=-16x^4$

(iii) x^2과 ㉠의 x^2항을 곱하는 경우

㉠의 x^2항은 $r=2$일 때이므로

$x^2\times{}_4C_2\times2^2x^2=24x^4$

(i), (ii), (iii)에서 구하는 x^4의 계수는

$1+(-16)+24=9$

097 답 -2

$(x+3)^5$의 전개식의 일반항은

${}_5C_rx^{5-r}3^r={}_5C_r3^rx^{5-r}$ …… ㉠

이때 $(x+a)(x+3)^5=x(x+3)^5+a(x+3)^5$이므로 x^3항은 x와 ㉠의 x^2항을 곱하는 경우, a와 ㉠의 x^3항을 곱하는 경우에 나타난다.

(i) x와 ㉠의 x^2항을 곱하는 경우

㉠의 x^2항은 $5-r=2$, 즉 $r=3$일 때이므로

$x\times{}_5C_3\times3^3x^2=270x^3$

(ii) a와 ㉠의 x^3항을 곱하는 경우

㉠의 x^3항은 $5-r=3$, 즉 $r=2$일 때이므로

$a\times{}_5C_2\times3^2x^3=90ax^3$

(i), (ii)에서 x^3의 계수는

$270+90a$

즉, $270+90a=90$이므로

$90a=-180$

$\therefore a=-2$

098 답 ①

$(x-1)^6$의 전개식의 일반항은

${}_6C_rx^{6-r}(-1)^r={}_6C_r(-1)^rx^{6-r}$ …… ㉠

$(2x+1)^7$의 전개식의 일반항은

${}_7C_s(2x)^{7-s}={}_7C_s2^{7-s}x^{7-s}$ …… ㉡

$(x-1)^6(2x+1)^7$의 전개식의 일반항은 ㉠×㉡이므로

${}_6C_r\times{}_7C_s(-1)^r2^{7-s}x^{13-r-s}$

x^2항은 $13-r-s=2$, 즉 $r+s=11$ (r, s는 $0\le r\le6$, $0\le s\le7$인 정수)일 때이므로 r, s의 순서쌍 (r, s)는

$(4, 7)$, $(5, 6)$, $(6, 5)$

따라서 x^2의 계수는

${}_6C_4\times{}_7C_7\times(-1)^4\times1+{}_6C_5\times{}_7C_6\times(-1)^5\times2$
$+{}_6C_6\times{}_7C_5\times(-1)^6\times2^2$

$=15+(-84)+84$

$=15$

099 답 -2

$(1+ax)^4$의 전개식의 일반항은

${}_4C_r(ax)^r={}_4C_ra^rx^r$ …… ㉠

$(1+x)^6$의 전개식의 일반항은

${}_6C_sx^s$ …… ㉡

$(1+ax)^4(1+x)^6$의 전개식의 일반항은 ㉠×㉡이므로

${}_4C_r\times{}_6C_sa^rx^{r+s}$

x^2항은 $r+s=2$ (r, s는 $0\le r\le4$, $0\le s\le6$인 정수)일 때이므로 r, s의 순서쌍 (r, s)는

$(0, 2)$, $(1, 1)$, $(2, 0)$

이때 x^2의 계수가 -9이므로

${}_4C_0\times{}_6C_2+{}_4C_1\times{}_6C_1a+{}_4C_2\times{}_6C_0a^2=-9$

$15+24a+6a^2=-9$, $a^2+4a+4=0$

$(a+2)^2=0$

$\therefore a=-2$

100 답 6

$(1+3x)^4$의 전개식의 일반항은

${}_4C_r(3x)^r={}_4C_r 3^r x^r$ ...... ㉠

$(1+x)^n$의 전개식의 일반항은

${}_nC_s x^s$ ...... ㉡

$(1+3x)^4(1+x)^n$의 전개식의 일반항은 ㉠×㉡이므로

${}_4C_r\times{}_nC_s 3^r x^{r+s}$

x^2항은 $r+s=2$ (r, s는 $0\le r\le 4$, $0\le s\le n$인 정수)일 때이므로 r, s의 순서쌍 (r, s)는

$(0, 2)$, $(1, 1)$, $(2, 0)$

이때 x^2의 계수가 141이므로

${}_4C_0\times{}_nC_2+{}_4C_1\times{}_nC_1\times 3+{}_4C_2\times{}_nC_0\times 3^2=141$

$\dfrac{n(n-1)}{2}+12n+54=141$

$n^2+23n-174=0$

$(n+29)(n-6)=0$

$\therefore n=6$ ($\because$ n은 자연수)

개념유형 43쪽

101 답 $x^5+5x^4y+10x^3y^2+10x^2y^3+5xy^4+y^5$

102 답 $a^6-6a^5b+15a^4b^2-20a^3b^3+15a^2b^4-6ab^5+b^6$

103 답 $a^4-12a^3+54a^2-108a+81$

$(a-3)^4=a^4+4a^3\times(-3)+6a^2\times(-3)^2+4a\times(-3)^3+(-3)^4$
$=a^4-12a^3+54a^2-108a+81$

104 답 $64x^6+192x^5+240x^4+160x^3+60x^2+12x+1$

$(2x+1)^6=(2x)^6+6\times(2x)^5\times 1+15\times(2x)^4\times 1^2$
$+20\times(2x)^3\times 1^3+15\times(2x)^2\times 1^4+6\times(2x)\times 1^5+1^6$
$=64x^6+192x^5+240x^4+160x^3+60x^2+12x+1$

105 답 ${}_6C_3$

106 답 ${}_9C_4$

107 답 ${}_{11}C_5$

108 답 ${}_9C_3$

${}_7C_2+{}_7C_3+{}_8C_2={}_8C_3+{}_8C_2={}_9C_3$

109 답 ${}_{10}C_5$

${}_8C_4+{}_8C_5+{}_9C_4={}_9C_5+{}_9C_4={}_{10}C_5$

110 답 ${}_7C_3$

${}_4C_3+{}_4C_2+{}_5C_2+{}_6C_2={}_5C_3+{}_5C_2+{}_6C_2$
$={}_6C_3+{}_6C_2={}_7C_3$

실전유형 44쪽

111 답 ④

${}_1C_1={}_2C_2$이므로

${}_1C_1+{}_2C_1+{}_3C_1+{}_4C_1+{}_5C_1+{}_6C_1={}_2C_2+{}_2C_1+{}_3C_1+{}_4C_1+{}_5C_1+{}_6C_1$
$={}_3C_2+{}_3C_1+{}_4C_1+{}_5C_1+{}_6C_1$
$={}_4C_2+{}_4C_1+{}_5C_1+{}_6C_1$
$={}_5C_2+{}_5C_1+{}_6C_1$
$={}_6C_2+{}_6C_1={}_7C_2$

112 답 ③

${}_1C_0={}_2C_0$이므로

${}_1C_0+{}_2C_1+{}_3C_2+{}_4C_3+{}_5C_4={}_2C_0+{}_2C_1+{}_3C_2+{}_4C_3+{}_5C_4$
$={}_3C_1+{}_3C_2+{}_4C_3+{}_5C_4$
$={}_4C_2+{}_4C_3+{}_5C_4$
$={}_5C_3+{}_5C_4={}_6C_4={}_6C_2$

113 답 9

${}_2C_0={}_3C_0$이므로

${}_2C_0+{}_3C_1+{}_4C_2+{}_5C_3+\cdots+{}_{20}C_{18}={}_3C_0+{}_3C_1+{}_4C_2+{}_5C_3+\cdots+{}_{20}C_{18}$
$={}_4C_1+{}_4C_2+{}_5C_3+\cdots+{}_{20}C_{18}$
$={}_5C_2+{}_5C_3+{}_6C_4+\cdots+{}_{20}C_{18}$
$\vdots$
$={}_{20}C_{17}+{}_{20}C_{18}={}_{21}C_{18}$

따라서 ${}_nC_{18}={}_{21}C_{18}$이므로

$n=21$

${}_3C_3={}_4C_4$이므로

${}_3C_3+{}_4C_3+{}_5C_3+{}_6C_3+\cdots+{}_{15}C_3={}_4C_4+{}_4C_3+{}_5C_3+{}_6C_3+\cdots+{}_{15}C_3$
$={}_5C_4+{}_5C_3+{}_6C_3+\cdots+{}_{15}C_3$
$={}_6C_4+{}_6C_3+{}_7C_3+\cdots+{}_{15}C_3$
$\vdots$
$={}_{15}C_4+{}_{15}C_3={}_{16}C_4$

따라서 ${}_{16}C_r={}_{16}C_4$이고 ${}_{16}C_4={}_{16}C_{12}$이므로

$r=4$ 또는 $r=12$

그런데 $8<r<16$이므로

$r=12$

$\therefore n-r=21-12=9$

114 답 ⑤

$(1+x)^n$의 전개식의 일반항은 ${}_nC_rx^r$

x^2항은 $(1+x)^2$의 전개식에서부터 나오므로

$(1+x)^2$의 전개식에서 x^2의 계수는 ${}_2C_2$

$(1+x)^3$의 전개식에서 x^2의 계수는 ${}_3C_2$

$(1+x)^4$의 전개식에서 x^2의 계수는 ${}_4C_2$

⋮

$(1+x)^{11}$의 전개식에서 x^2의 계수는 ${}_{11}C_2$

따라서 x^2의 계수는

$$\begin{aligned}{}_2C_2+{}_3C_2+{}_4C_2+{}_5C_2+\cdots+{}_{11}C_2&={}_3C_3+{}_3C_2+{}_4C_2+{}_5C_2+\cdots+{}_{11}C_2\\&={}_4C_3+{}_4C_2+{}_5C_2+\cdots+{}_{11}C_2\\&={}_5C_3+{}_5C_2+{}_6C_2+\cdots+{}_{11}C_2\\&\ \ \vdots\\&={}_{11}C_3+{}_{11}C_2\\&={}_{12}C_3=220\end{aligned}$$

115 답 ④

주어진 항등식에서 a_8의 값은 x^8의 계수와 같다.

$(1+x)^n$의 전개식의 일반항은 ${}_nC_rx^r$

x^8항은 $(1+x)^8$의 전개식에서부터 나오므로

$(1+x)^8$의 전개식에서 x^8의 계수는 ${}_8C_8$

$(1+x)^9$의 전개식에서 x^8의 계수는 ${}_9C_8$

$(1+x)^{10}$의 전개식에서 x^8의 계수는 ${}_{10}C_8$

$(1+x)^{11}$의 전개식에서 x^8의 계수는 ${}_{11}C_8$

$(1+x)^{12}$의 전개식에서 x^8의 계수는 ${}_{12}C_8$

따라서 x^8의 계수는

$$\begin{aligned}{}_8C_8+{}_9C_8+{}_{10}C_8+{}_{11}C_8+{}_{12}C_8&={}_9C_9+{}_9C_8+{}_{10}C_8+{}_{11}C_8+{}_{12}C_8\\&={}_{10}C_9+{}_{10}C_8+{}_{11}C_8+{}_{12}C_8\\&={}_{11}C_9+{}_{11}C_8+{}_{12}C_8\\&={}_{12}C_9+{}_{12}C_8\\&={}_{13}C_9\\&={}_{13}C_4=715\end{aligned}$$

$\therefore\ a_8=715$

116 답 210

$(1+x^2)^n$의 전개식의 일반항은 ${}_nC_rx^{2r}$

x^{10}항은 $(1+x^2)^5$의 전개식에서부터 나오므로

$(1+x^2)^5$의 전개식에서 x^{10}의 계수는 ${}_5C_5$

$(1+x^2)^6$의 전개식에서 x^{10}의 계수는 ${}_6C_5$

$(1+x^2)^7$의 전개식에서 x^{10}의 계수는 ${}_7C_5$

$(1+x^2)^8$의 전개식에서 x^{10}의 계수는 ${}_8C_5$

$(1+x^2)^9$의 전개식에서 x^{10}의 계수는 ${}_9C_5$

따라서 x^{10}의 계수는

$$\begin{aligned}{}_5C_5+{}_6C_5+{}_7C_5+{}_8C_5+{}_9C_5&={}_6C_6+{}_6C_5+{}_7C_5+{}_8C_5+{}_9C_5\\&={}_7C_6+{}_7C_5+{}_8C_5+{}_9C_5\\&={}_8C_6+{}_8C_5+{}_9C_5\\&={}_9C_6+{}_9C_5\\&={}_{10}C_6\\&={}_{10}C_4=210\end{aligned}$$

개념유형

117 답 256

${}_8C_0+{}_8C_1+{}_8C_2+\cdots+{}_8C_8=2^8=256$

118 답 2047

${}_{11}C_0+{}_{11}C_1+{}_{11}C_2+{}_{11}C_3+\cdots+{}_{11}C_{11}=2^{11}$이므로

${}_{11}C_1+{}_{11}C_2+{}_{11}C_3+\cdots+{}_{11}C_{11}=2^{11}-1=2047$

119 답 0

120 답 0

121 답 7

${}_nC_0+{}_nC_1+{}_nC_2+\cdots+{}_nC_n=2^n$이므로 주어진 등식은

$2^n=128,\ 2^n=2^7\qquad\therefore\ n=7$

122 답 10

${}_nC_0+{}_nC_1+{}_nC_2+\cdots+{}_nC_n=2^n$이므로 주어진 등식은

$2^n=1024,\ 2^n=2^{10}\qquad\therefore\ n=10$

123 답 6

${}_nC_0-{}_nC_1+{}_nC_2-\cdots+(-1)^n{}_nC_n=0$이므로

$n=6$

124 답 11

${}_nC_0-{}_nC_1+{}_nC_2-\cdots+(-1)^n{}_nC_n=0$이므로

$n=11$

125 답 0, 2, 8, 256

126 답 255

${}_9C_0+{}_9C_1+{}_9C_2+\cdots+{}_9C_9=2^9\qquad\cdots\cdots$ ㉠

${}_9C_0-{}_9C_1+{}_9C_2-\cdots-{}_9C_9=0\qquad\cdots\cdots$ ㉡

㉠+㉡을 하면

$2({}_9C_0+{}_9C_2+{}_9C_4+{}_9C_6+{}_9C_8)=2^9$

${}_9C_0+{}_9C_2+{}_9C_4+{}_9C_6+{}_9C_8=2^8=256$

$\therefore\ {}_9C_2+{}_9C_4+{}_9C_6+{}_9C_8=256-1=255$

127 답 2048

${}_{12}C_0+{}_{12}C_1+{}_{12}C_2+\cdots+{}_{12}C_{12}=2^{12}\qquad\cdots\cdots$ ㉠

${}_{12}C_0-{}_{12}C_1+{}_{12}C_2-\cdots+{}_{12}C_{12}=0\qquad\cdots\cdots$ ㉡

㉠−㉡을 하면

$2({}_{12}C_1+{}_{12}C_3+{}_{12}C_5+{}_{12}C_7+{}_{12}C_9+{}_{12}C_{11})=2^{12}$

$\therefore\ {}_{12}C_1+{}_{12}C_3+{}_{12}C_5+{}_{12}C_7+{}_{12}C_9+{}_{12}C_{11}=2^{11}=2048$

실전유형 47쪽

128 답 ③

${}_{15}C_0-{}_{15}C_1+{}_{15}C_2-{}_{15}C_3+{}_{15}C_4-\cdots+{}_{15}C_{14}-{}_{15}C_{15}=0$이므로

${}_{15}C_1-{}_{15}C_2+{}_{15}C_3-{}_{15}C_4+\cdots-{}_{15}C_{14}={}_{15}C_0-{}_{15}C_{15}$

$=1-1=0$

129 답 ⑤

${}_{11}C_6+{}_{11}C_7+{}_{11}C_8+{}_{11}C_9+{}_{11}C_{10}+{}_{11}C_{11}$

$={}_{11}C_6+{}_{11}C_4+{}_{11}C_8+{}_{11}C_2+{}_{11}C_{10}+{}_{11}C_0$

$={}_{11}C_0+{}_{11}C_2+{}_{11}C_4+{}_{11}C_6+{}_{11}C_8+{}_{11}C_{10}$

$=2^{11-1}=2^{10}$

$=1024$

다른 풀이

${}_{11}C_0+{}_{11}C_1+{}_{11}C_2+\cdots+{}_{11}C_5+{}_{11}C_6+\cdots+{}_{11}C_9+{}_{11}C_{10}+{}_{11}C_{11}=2^{11}$에서

${}_{11}C_0={}_{11}C_{11}$, ${}_{11}C_1={}_{11}C_{10}$, ${}_{11}C_2={}_{11}C_9$, $\dots$, ${}_{11}C_5={}_{11}C_6$이므로

${}_{11}C_{11}+{}_{11}C_{10}+{}_{11}C_9+\cdots+{}_{11}C_6+{}_{11}C_6+\cdots+{}_{11}C_9+{}_{11}C_{10}+{}_{11}C_{11}=2^{11}$

즉, $2({}_{11}C_6+\cdots+{}_{11}C_9+{}_{11}C_{10}+{}_{11}C_{11})=2^{11}$이므로

${}_{11}C_6+\cdots+{}_{11}C_9+{}_{11}C_{10}+{}_{11}C_{11}=2^{10}=1024$

130 답 4

${}_{2n}C_0+{}_{2n}C_2+{}_{2n}C_4+\cdots+{}_{2n}C_{2n}=2^{2n-1}$이므로

${}_{2n}C_2+{}_{2n}C_4+{}_{2n}C_6+\cdots+{}_{2n}C_{2n}=2^{2n-1}-1$

즉, $2^{2n-1}-1=127$이므로

$2^{2n-1}=128=2^7$

따라서 $2n-1=7$이므로

$n=4$

131 답 ②

${}_nC_0+{}_nC_1+{}_nC_2+{}_nC_3+\cdots+{}_nC_n=2^n$이므로

${}_nC_1+{}_nC_2+{}_nC_3+\cdots+{}_nC_n=2^n-1$

따라서 주어진 부등식은

$200<2^n-1<300$

$\therefore\ 201<2^n<301$

이때 $2^7=128$, $2^8=256$, $2^9=512$이므로

$n=8$

132 답 ④

${}_{50}C_0+{}_{50}C_1\times9+{}_{50}C_2\times9^2+\cdots+{}_{50}C_{50}\times9^{50}$

$={}_{50}C_0\times1^{50}+{}_{50}C_1\times1^{49}\times9^1+{}_{50}C_2\times1^{48}\times9^2+\cdots+{}_{50}C_{50}\times9^{50}$

$=(1+9)^{50}=10^{50}$

133 답 ⑤

$15^9=(13+2)^9$

$={}_9C_0\times13^9+{}_9C_1\times13^8\times2^1+{}_9C_2\times13^7\times2^2$

$+\cdots+{}_9C_8\times13^1\times2^8+{}_9C_9\times2^9$

${}_9C_9\times2^9$을 제외한 나머지 항은 모두 13의 배수이므로 15^9을 13으로 나누었을 때의 나머지는 ${}_9C_9\times2^9$, 즉 512를 13으로 나누었을 때의 나머지와 같다.

따라서 $512=13\times39+5$이므로 구하는 나머지는 5이다.

실전유형으로 중단원 점검 48~49쪽

1 답 ②

구하는 경우의 수는 2명의 후보에서 9명을 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_2H_9={}_{10}C_9={}_{10}C_1=10$

2 답 ①

먼저 2개의 통 A, B에 각각 2개, 3개의 조약돌을 담고, 나머지 10개의 조약돌을 4개의 통에 나누어 담으면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는 4개의 통에서 10개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_4H_{10}={}_{13}C_{10}={}_{13}C_3=286$

3 답 60

$(a+b)^3$의 전개식의 항의 개수는 2개의 문자 a, b에서 3개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_2H_3={}_4C_3={}_4C_1=4$

$(x+y+z)^4$의 전개식의 항의 개수는 3개의 문자 x, y, z에서 4개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_3H_4={}_6C_4={}_6C_2=15$

따라서 구하는 항의 개수는

$4\times15=60$

4 답 146

음이 아닌 정수 x, y, z의 순서쌍 (x, y, z)의 개수는 3개의 문자 x, y, z에서 12개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$a={}_3H_{12}={}_{14}C_{12}={}_{14}C_2=91$ …… ⅰ

x, y, z가 자연수일 때, $X=x-1$, $Y=y-1$, $Z=z-1$이라 하면 X, Y, Z는 음이 아닌 정수이다.

이때 $x=X+1$, $y=Y+1$, $z=Z+1$을 방정식 $x+y+z=12$에 대입하면

$(X+1)+(Y+1)+(Z+1)=12$

$\therefore\ X+Y+Z=9$

따라서 자연수 x, y, z의 순서쌍 (x, y, z)의 개수는 방정식 $X+Y+Z=9$를 만족시키는 음이 아닌 정수 X, Y, Z의 순서쌍 (X, Y, Z)의 개수와 같으므로

$b={}_3H_9={}_{11}C_9={}_{11}C_2=55$ …… ⅱ

$\therefore\ a+b=91+55=146$ …… ⅲ

채점 기준	
ⅰ a의 값 구하기	40 %
ⅱ b의 값 구하기	40 %
ⅲ $a+b$의 값 구하기	20 %

5 답 ④

$x_1<x_2$이면 $f(x_1)\le f(x_2)$이고, $f(5)=1$이므로

$f(1)\le f(3)\le 1\le f(7)$

$f(1)$, $f(3)$의 값을 정하는 경우의 수는 집합 Y의 원소 -3, -2, -1, 0, 1의 5개에서 중복을 허용하여 2개를 택한 후 크기가 작거나 같은 수부터 순서대로 집합 X의 원소 1, 3에 대응시키는 경우의 수와 같으므로

${}_5H_2={}_6C_2=15$

$f(7)$의 값이 될 수 있는 수는 1, 2, 3의 3개이다.

따라서 구하는 함수의 개수는

$15\times 3=45$

6 답 ②

$(ax+y)^7$의 전개식의 일반항은

${}_7C_r(ax)^{7-r}y^r={}_7C_r a^{7-r}x^{7-r}y^r$

$x^{7-r}y^r=x^3y^4$에서 $r=4$

이때 x^3y^4의 계수가 -280이므로

${}_7C_4\times a^3=-280$

$35a^3=-280$, $a^3=-8$

$\therefore a=-2$ ($\because$ a는 실수)

7 답 ①

$(x+1)^6$의 전개식의 일반항은

${}_6C_r x^{6-r}$ ...... ㉠

이때 $(2x-3)(x+1)^6=2x(x+1)^6-3(x+1)^6$이므로 x^4항은 $2x$와 ㉠의 x^3항을 곱하는 경우, -3과 ㉠의 x^4항을 곱하는 경우에 나타난다.

(ⅰ) $2x$와 ㉠의 x^3항을 곱하는 경우

㉠의 x^3항은 $6-r=3$, 즉 $r=3$일 때이므로

$2x\times {}_6C_3x^3=40x^4$

(ⅱ) -3과 ㉠의 x^4항을 곱하는 경우

㉠의 x^4항은 $6-r=4$, 즉 $r=2$일 때이므로

$-3\times {}_6C_2x^4=-45x^4$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 x^4의 계수는

$40+(-45)=-5$

8 답 ⑤

$(1+x^2)^4$의 전개식의 일반항은

${}_4C_r x^{2r}$ ...... ㉠

$(2-x)^5$의 전개식의 일반항은

${}_5C_s 2^{5-s}(-x)^s={}_5C_s 2^{5-s}(-1)^s x^s$ ...... ㉡

$(1+x^2)^4(2-x)^5$의 전개식의 일반항은 ㉠$\times$㉡이므로

${}_4C_r\times {}_5C_s 2^{5-s}(-1)^s x^{2r+s}$

x^6항은 $2r+s=6$ (r, s는 $0\le r\le 4$, $0\le s\le 5$인 정수)일 때이므로 r, s의 순서쌍 (r, s)는

$(1, 4)$, $(2, 2)$, $(3, 0)$

따라서 x^6의 계수는

${}_4C_1\times {}_5C_4\times 2\times(-1)^4+{}_4C_2\times {}_5C_2\times 2^3\times(-1)^2+{}_4C_3\times {}_5C_0\times 2^5$

$=40+480+128$

$=648$

9 답 ②

$$\begin{aligned}{}_3C_0+{}_3C_1+{}_4C_2+{}_5C_3+{}_6C_4&={}_4C_1+{}_4C_2+{}_5C_3+{}_6C_4\\&={}_5C_2+{}_5C_3+{}_6C_4\\&={}_6C_3+{}_6C_4\\&={}_7C_4={}_7C_3\end{aligned}$$

10 답 210

$(1+x)^n$의 전개식의 일반항은

${}_nC_r x^r$

x^3항은 $(1+x)^3$의 전개식에서부터 나오므로

$(1+x)^3$의 전개식에서 x^3의 계수는 ${}_3C_3$

$(1+x)^4$의 전개식에서 x^3의 계수는 ${}_4C_3$

$(1+x)^5$의 전개식에서 x^3의 계수는 ${}_5C_3$

⋮

$(1+x)^9$의 전개식에서 x^3의 계수는 ${}_9C_3$

따라서 x^3의 계수는

$$\begin{aligned}{}_3C_3+{}_4C_3+{}_5C_3+{}_6C_3+\cdots+{}_9C_3&={}_4C_4+{}_4C_3+{}_5C_3+{}_6C_3+\cdots+{}_9C_3\\&={}_5C_4+{}_5C_3+{}_6C_3+\cdots+{}_9C_3\\&={}_6C_4+{}_6C_3+{}_7C_3+{}_8C_3+{}_9C_3\\&\ \vdots\\&={}_9C_4+{}_9C_3\\&={}_{10}C_4\\&=210\end{aligned}$$

11 답 ①

${}_nC_0+{}_nC_1+{}_nC_2+{}_nC_3+\cdots+{}_nC_{n-1}+{}_nC_n=2^n$이므로

${}_nC_1+{}_nC_2+{}_nC_3+\cdots+{}_nC_{n-1}=2^n-2$

즉, $2^n-2=62$이므로

$2^n=64=2^6$

$\therefore n=6$

12 답 ③

${}_{30}C_0+{}_{30}C_1\times 3+{}_{30}C_2\times 3^2+\cdots+{}_{30}C_{30}\times 3^{30}$

$={}_{30}C_0\times 1^{30}+{}_{30}C_1\times 1^{29}\times 3^1+{}_{30}C_2\times 1^{28}\times 3^2+\cdots+{}_{30}C_{30}\times 3^{30}$

$=(1+3)^{30}$

$=4^{30}=2^{60}$

03 확률의 개념과 활용

개념유형 53쪽

001 답 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

002 답 $\{2, 4, 6\}$

003 답 $\{1, 2, 4\}$

004 답 $\{2, 3, 5\}$

005 답 $\{2, 4, 6, 8, 10\}$

006 답 $\{6\}$

007 답 $\{2, 4\}$

008 답 $\{2, 6\}$

009 답 $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10\}$

$A=\{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B=\{2, 3, 5, 7\}$이므로
$A\cup B=\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10\}$

010 답 $\{2\}$

011 답 $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

012 답 $\{1, 4, 6, 8, 9, 10\}$

013 답 A와 C

$A=\{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$, $B=\{1, 2, 4, 8\}$, $C=\{4, 8, 12\}$
(ⅰ) $A\cap B=\{1\}$이므로 두 사건 A, B는 서로 배반사건이 아니다.
(ⅱ) $B\cap C=\{4, 8\}$이므로 두 사건 B, C는 서로 배반사건이 아니다.
(ⅲ) $A\cap C=\varnothing$이므로 두 사건 A, C는 서로 배반사건이다.
(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 서로 배반사건인 두 사건은 A와 C이다.

014 답 $\{1, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 11, 12\}$

015 답 $\{1, 2, 4, 8, 12\}$

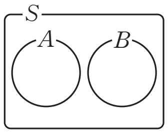
016 답 $\{2, 4, 8\}$

$A^C=\{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$이므로
$A^C\cap B=\{2, 4, 8\}$

실전유형 54쪽

017 답 ㄱ, ㄷ, ㄹ

두 사건 A, B가 서로 배반사건이므로 이를 벤 다이어그램으로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



ㄴ. $A\cup B\neq A$
따라서 보기에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

018 답 ⑤

보기의 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ의 사건을 각각 A, B, C, D라 하면
$A=\{1, 3, 5\}$, $B=\{2, 3, 5\}$, $C=\{1, 2, 4\}$, $D=\{5, 6\}$
따라서 $C\cap D=\varnothing$이므로 서로 배반사건인 것끼리 짝 지은 것은 ⑤이다.

019 답 ㄴ, ㄷ

ㄱ. $A\cap B^C=\{2, 3, 4\}$이므로 두 사건 A, B^C는 서로 배반사건이 아니다.
ㄴ. $A^C\cap B=\{5, 6\}$이므로 $A\cap(A^C\cap B)=\varnothing$
즉, 두 사건 A, $A^C\cap B$는 서로 배반사건이다.
ㄷ. $B^C\cap C=\{7, 8\}$이므로 $A\cap(B^C\cap C)=\varnothing$
즉, 두 사건 A, $B^C\cap C$는 서로 배반사건이다.
따라서 보기에서 사건 A와 서로 배반사건인 것은 ㄴ, ㄷ이다.

020 답 ④

$A=\{4, 8\}$, $B=\{2, 3, 5, 7\}$, $C=\{1, 2, 3, 6\}$
ㄱ. $A\cap B=\varnothing$이므로 두 사건 A, B는 서로 배반사건이다.
ㄴ. $A\cap C=\varnothing$이므로 두 사건 A, C는 서로 배반사건이다.
ㄷ. $B\cap C=\{2, 3\}$이므로 두 사건 B, C는 서로 배반사건이 아니다.
따라서 보기에서 서로 배반사건인 것은 ㄱ, ㄴ이다.

021 답 256

표본공간을 S라 하면 $S=\{1, 2, 3, \dots, 12\}$이므로
$A=\{3, 6, 9, 12\}$
사건 A와 서로 배반인 사건은 A^C의 부분집합이므로
$A^C=\{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11\}$
따라서 구하는 사건의 개수는 A^C의 부분집합의 개수와 같으므로
$2^8=256$

022 답 ⑤

표본공간 S는 $S=\{1, 2, 3, \dots, 15\}$
사건 A와 서로 배반인 사건은 A^C의 부분집합이고, 사건 B와 서로 배반인 사건은 B^C의 부분집합이므로 두 사건 A, B와 모두 배반인 사건은 $A^C\cap B^C$의 부분집합이다.
이때 $A^C=\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 15\}$,
$B^C=\{1, 3, 4, 6, 7, 9, 10, 12, 13, 14\}$이므로
$A^C\cap B^C=\{4, 6, 10, 12, 14\}$
따라서 구하는 사건의 개수는 $A^C\cap B^C$의 부분집합의 개수와 같으므로
$2^5=32$

개념유형 56~57쪽

023 답 $\frac{1}{4}$

두 개의 동전을 동시에 던질 때, 나오는 모든 경우의 수는

$2\times2=4$

앞면이 나오는 경우를 H, 뒷면이 나오는 경우를 T라 하면 두 개 모두 앞면이 나오는 경우는 HH의 1가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{4}$

024 답 $\frac{1}{2}$

서로 다른 면이 나오는 경우는 HT, TH의 2가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

025 답 $\frac{1}{6}$

두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 모든 경우의 수는

$6\times6=36$

두 눈의 수가 서로 같은 경우는

(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)의 6가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

026 답 $\frac{1}{9}$

두 눈의 수의 합이 9인 경우는

(3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)의 4가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$

027 답 $\frac{1}{6}$

(i) 두 눈의 수의 합이 2인 경우는
(1, 1)의 1가지

(ii) 두 눈의 수의 합이 3인 경우는
(1, 2), (2, 1)의 2가지

(iii) 두 눈의 수의 합이 4인 경우는
(1, 3), (2, 2), (3, 1)의 3가지

(i), (ii), (iii)에서 두 눈의 수의 합이 4 이하인 경우의 수는

$1+2+3=6$

따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

028 답 $\frac{5}{36}$

(i) 두 눈의 수의 곱이 8인 경우는
(2, 4), (4, 2)의 2가지

(ii) 두 눈의 수의 곱이 16인 경우는
(4, 4)의 1가지

(iii) 두 눈의 수의 곱이 24인 경우는
(4, 6), (6, 4)의 2가지

(i), (ii), (iii)에서 두 눈의 수의 곱이 8의 배수인 경우의 수는

$2+1+2=5$

따라서 구하는 확률은 $\frac{5}{36}$

029 답 $\frac{1}{5}$

5개의 문자 a, b, c, d, e를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$5!=120$

a를 맨 앞에 고정시키고 나머지 문자 b, c, d, e를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$4!=24$

따라서 구하는 확률은 $\frac{24}{120}=\frac{1}{5}$

030 답 $\frac{1}{10}$

양 끝에 a, b를 배열하는 경우의 수는

$2!=2$

그 사이에 나머지 문자 c, d, e를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$3!=6$

즉, a, b가 양 끝에 오도록 배열하는 경우의 수는

$2\times6=12$

따라서 구하는 확률은 $\frac{12}{120}=\frac{1}{10}$

031 답 $\frac{2}{5}$

a, b를 한 문자로 생각하여 4개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$4!=24$

a, b의 자리를 서로 바꾸는 경우의 수는

$2!=2$

즉, a, b가 서로 이웃하도록 배열하는 경우의 수는

$24\times2=48$

따라서 구하는 확률은 $\frac{48}{120}=\frac{2}{5}$

032 답 $\frac{3}{5}$

a, b, e를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$3!=6$

a, b, e 사이사이와 양 끝의 4개의 자리에 c, d를 배열하는 경우의 수는

${}_4P_2=12$

즉, c, d가 서로 이웃하지 않도록 배열하는 경우의 수는

$6\times12=72$

따라서 구하는 확률은 $\frac{72}{120}=\frac{3}{5}$

033 답 $\frac{3}{5}$

만들 수 있는 세 자리의 자연수의 개수는

${}_5P_3=60$

일의 자리에 올 수 있는 숫자는 1, 3, 5의 3개이고 나머지 자리에는 일의 자리에 오는 숫자를 제외한 4개의 숫자 중에서 2개를 택하여 일렬로 배열하면 되므로 홀수의 개수는

$3\times{}_4P_2=3\times12=36$

따라서 구하는 확률은 $\frac{36}{60}=\frac{3}{5}$

034 답 $\frac{1}{5}$

5의 배수이므로 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 5의 1개이고 나머지 자리에는 5를 제외한 4개의 숫자 중에서 2개를 택하여 일렬로 배열하면 된다.

즉, 5의 배수의 개수는

$1\times{}_4P_2=1\times12=12$

따라서 구하는 확률은 $\frac{12}{60}=\frac{1}{5}$

035 답 $\frac{2}{7}$

학생 7명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는

${}_7C_3=35$

1학년 학생 5명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는

${}_5C_3={}_5C_2=10$

따라서 구하는 확률은 $\frac{10}{35}=\frac{2}{7}$

036 답 $\frac{4}{7}$

2학년 학생 2명 중에서 1명, 1학년 학생 5명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

${}_2C_1\times{}_5C_2=2\times10=20$

따라서 구하는 확률은 $\frac{20}{35}=\frac{4}{7}$

037 답 $\frac{1}{120}$

10개의 공 중에서 3개를 꺼내는 경우의 수는

${}_{10}C_3=120$

3개의 검은 공 중에서 3개를 꺼내는 경우의 수는

${}_3C_3={}_3C_0=1$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{120}$

038 답 $\frac{1}{2}$

10개의 공 중에서 4개를 꺼내는 경우의 수는

${}_{10}C_4=210$

7개의 흰 공 중에서 3개, 3개의 검은 공 중에서 1개를 꺼내는 경우의 수는 ${}_7C_3\times{}_3C_1=35\times3=105$

따라서 구하는 확률은 $\frac{105}{210}=\frac{1}{2}$

039 답 $\frac{1}{21}$

9장의 카드 중에서 3장을 뽑는 경우의 수는

${}_9C_3=84$

2, 4, 6, 8이 적힌 4장의 카드 중에서 3장을 뽑는 경우의 수는

${}_4C_3={}_4C_1=4$

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{84}=\frac{1}{21}$

040 답 $\frac{5}{42}$

세 수의 곱이 홀수이려면 세 수가 모두 홀수이어야 하므로 1, 3, 5, 7, 9가 적힌 5장의 카드 중에서 3장을 뽑는 경우의 수는

${}_5C_3={}_5C_2=10$

따라서 구하는 확률은 $\frac{10}{84}=\frac{5}{42}$

041 답 $\frac{3}{4}$

구하는 확률은 $\frac{75}{100}=\frac{3}{4}$

042 답 $\frac{19}{24}$

구하는 확률은 $\frac{95}{120}=\frac{19}{24}$

043 답 $\frac{57}{100}$

구하는 확률은 $\frac{114}{200}=\frac{57}{100}$

044 답 $\frac{9}{100}$

045 답 $\frac{37}{100}$

8점 이상을 맞힌 횟수는

$16+12+9=37$

따라서 구하는 확률은 $\frac{37}{100}$

046 답 $\frac{11}{100}$

4점 미만을 맞힌 횟수는

$1+3+7=11$

따라서 구하는 확률은 $\frac{11}{100}$

실전유형

58~61쪽

047 답 ④

집합 A의 부분집합의 개수는

$2^5=32$

집합 A의 부분집합 중에서 원소 b, c, d를 모두 포함하는 부분집합의 개수는

$2^{5-3}=2^2=4$

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{32}=\frac{1}{8}$

048 답 $\frac{1}{6}$

두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 모든 경우의 수는

$6\times6=36$

(ⅰ) 두 눈의 수의 차가 4인 경우는

(1, 5), (2, 6), (5, 1), (6, 2)의 4가지

(ⅱ) 두 눈의 수의 차가 5인 경우는

(1, 6), (6, 1)의 2가지

(ⅰ), (ⅱ)에서 두 눈의 수의 차가 4 이상인 경우의 수는

$4+2=6$

따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

049 답 ④

한 개의 주사위를 두 번 던질 때, 나오는 모든 경우의 수는

$6\times6=36$

$3\le 2a+b\le 18$이므로 $2a+b$가 5의 배수가 되도록 하는 a, b의 값을 순서쌍 (a, b)로 나타내면 다음과 같다.

(ⅰ) $2a+b=5$인 경우는

(1, 3), (2, 1)의 2가지

(ⅱ) $2a+b=10$인 경우는

(2, 6), (3, 4), (4, 2)의 3가지

(ⅲ) $2a+b=15$인 경우는

(5, 5), (6, 3)의 2가지

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 $2a+b$가 5의 배수인 경우의 수는

$2+3+2=7$

따라서 구하는 확률은 $\frac{7}{36}$

050 답 ②

9개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수는 $9!$

자음 d, c, t, n 중에서 2개를 택하여 양 끝에 배열하는 경우의 수는

${}_4P_2=12$

그 사이에 나머지 7개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수는 $7!$

즉, 양 끝에 자음이 오도록 배열하는 경우의 수는

$12\times7!$

따라서 구하는 확률은 $\frac{12\times7!}{9!}=\frac{1}{6}$

051 답 ④

학생 8명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $8!$

여학생 5명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $5!$

여학생 사이사이와 양 끝의 6개의 자리에 남학생 3명을 세우는 경우의 수는

${}_6P_3=120$

즉, 어느 두 남학생도 서로 이웃하지 않도록 세우는 경우의 수는

$5!\times120$

따라서 구하는 확률은 $\frac{5!\times120}{8!}=\frac{5}{14}$

052 답 $\frac{5}{16}$

만들 수 있는 네 자리의 자연수의 개수는

$4\times{}_4P_3=96$

4의 배수이려면 끝의 두 자리의 수가 4의 배수이어야 한다.

□□04 꼴인 자연수의 개수는 ${}_3P_2=6$

□□12 꼴인 자연수의 개수는 $2\times2=4$

□□20 꼴인 자연수의 개수는 ${}_3P_2=6$

□□24 꼴인 자연수의 개수는 $2\times2=4$

□□32 꼴인 자연수의 개수는 $2\times2=4$

□□40 꼴인 자연수의 개수는 ${}_3P_2=6$

즉, 4의 배수의 개수는 $6+4+6+4+4+6=30$

따라서 구하는 확률은 $\frac{30}{96}=\frac{5}{16}$

053 답 $\frac{5}{9}$

서로 다른 6개의 우체통에 서로 다른 3통의 편지를 넣는 경우의 수는

${}_6\Pi_3=6^3=216$

3통의 편지를 모두 다른 우체통에 넣는 경우의 수는

${}_6P_3=120$

따라서 구하는 확률은 $\frac{120}{216}=\frac{5}{9}$

054 답 ④

X에서 Y로의 함수 f의 개수는 ${}_3\Pi_5=3^5=243$

$f(0)=2$인 함수 f의 개수는

${}_3\Pi_4=3^4=81$

따라서 구하는 확률은 $\frac{81}{243}=\frac{1}{3}$

055 답 ③

만들 수 있는 네 자리의 자연수의 개수는 ${}_5\Pi_4=5^4=625$

35□□ 꼴의 자연수의 개수는

${}_5\Pi_2=5^2=25$

4□□□, 5□□□ 꼴의 자연수의 개수는 각각

${}_5\Pi_3=5^3=125$

즉, 3500보다 큰 자연수의 개수는

$25+2\times125=275$

따라서 구하는 확률은 $\frac{275}{625}=\frac{11}{25}$

056 답 $\frac{1}{4}$

8개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$\frac{8!}{2!\times2!\times2!}=5040$

모음 a, a를 한 문자로 생각하여 7개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$\frac{7!}{2!\times2!}=1260$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1260}{5040}=\frac{1}{4}$

057 답 ②

한 개의 주사위를 세 번 던질 때, 나오는 모든 경우의 수는

$6\times6\times6=216$

6 이하의 세 자연수 중에서 곱하여 4가 되는 경우는

$(1,\ 1,\ 4)$ 또는 $(1,\ 2,\ 2)$

1, 1, 4를 일렬로 배열하는 경우의 수는 $\frac{3!}{2!}=3$

1, 2, 2를 일렬로 배열하는 경우의 수는 $\frac{3!}{2!}=3$

즉, $a\times b\times c=4$인 경우의 수는

$3+3=6$

따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{216}=\frac{1}{36}$

058 답 ②

학교에서 독서실까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$\frac{8!}{5!\times3!}=56$

학교에서 편의점을 거쳐 독서실까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$\frac{4!}{3!}\times\frac{4!}{2!\times2!}=24$

따라서 구하는 확률은 $\frac{24}{56}=\frac{3}{7}$

059 답 $\frac{3}{7}$

10장의 카드 중에서 4장을 뽑는 경우의 수는

${}_{10}C_4=210$

♥가 그려진 카드와 ♣가 그려진 카드를 각각 2장씩 뽑는 경우의 수는

${}_6C_2\times{}_4C_2=15\times6=90$

따라서 구하는 확률은 $\frac{90}{210}=\frac{3}{7}$

060 답 ③

7일 중에서 4일을 택하는 경우의 수는

${}_7C_4={}_7C_3=35$

할인 행사일에 토요일과 일요일이 모두 포함되는 경우의 수는 토요일과 일요일을 먼저 택한 후 나머지 5일 중에서 2일을 택하는 경우의 수와 같으므로

${}_5C_2=10$

따라서 구하는 확률은 $\frac{10}{35}=\frac{2}{7}$

061 답 ⑤

8명의 학생 중에서 5명을 선택하는 경우의 수는

${}_8C_5={}_8C_3=56$

선택된 2학년 학생 수와 3학년 학생 수가 같은 경우의 수는 1학년 학생 1명, 2학년 학생 2명, 3학년 학생 2명을 선택하는 경우의 수와 같으므로

${}_1C_1\times{}_3C_2\times{}_4C_2={}_1C_1\times{}_3C_1\times{}_4C_2=1\times3\times6=18$

따라서 구하는 확률은 $\frac{18}{56}=\frac{9}{28}$

062 답 $\frac{6}{11}$

3명의 학생에게 같은 종류의 사탕 10개를 나누어 주는 경우의 수는

${}_3H_{10}={}_{12}C_{10}={}_{12}C_2=66$

모든 학생이 사탕을 적어도 1개씩 받는 경우의 수는 먼저 모든 학생에게 사탕을 1개씩 나누어 주고, 나머지 7개를 나누어 주는 경우의 수와 같으므로

${}_3H_7={}_9C_7={}_9C_2=36$

따라서 구하는 확률은 $\frac{36}{66}=\frac{6}{11}$

063 답 ①

방정식 $x+y+z=11$을 만족시키는 음이 아닌 정수 $x,\ y,\ z$의 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수는

${}_3H_{11}={}_{13}C_{11}={}_{13}C_2=78$

$x=3$이면 $y+z=8$이므로 음이 아닌 정수 $y,\ z$의 순서쌍 $(y,\ z)$의 개수는

${}_2H_8={}_9C_8={}_9C_1=9$

따라서 구하는 확률은 $\frac{9}{78}=\frac{3}{26}$

064 답 ①

X에서 Y로의 함수 f의 개수는 ${}_4\Pi_3=4^3=64$

$a<b$이면 $f(a)\le f(b)$를 만족시키는 함수 f의 개수는

${}_4H_3={}_6C_3=20$

따라서 구하는 확률은 $\frac{20}{64}=\frac{5}{16}$

065 답 ②

구하는 확률은 $\frac{2}{1000}=\frac{1}{500}$

066 답 $\frac{32}{125}$

구하는 확률은 $\frac{128}{500}=\frac{32}{125}$

067 답 8개

상자 안에 n개의 파란 공이 들어 있다고 하면 10개의 공 중에서 임의로 3개를 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 3개가 모두 파란 공일 확률은 $\frac{7}{15}$이므로

$\frac{{}_nC_3}{{}_{10}C_3}=\frac{7}{15}$, $\frac{{}_nC_3}{120}=\frac{7}{15}$, ${}_nC_3=56$

$n(n-1)(n-2)=8\times7\times6 \qquad \therefore n=8$

따라서 상자 안에 8개의 파란 공이 들어 있다고 볼 수 있다.

068 답 ③

반지름의 길이가 4, 8, 12인 원의 넓이는 각각 16π, 64π, 144π이다.

색칠한 부분의 넓이는 $64\pi-16\pi=48\pi$

따라서 구하는 확률은 $\frac{48\pi}{144\pi}=\frac{1}{3}$

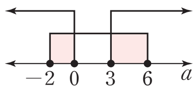
069 답 ④

이차방정식 $x^2-4ax+12a=0$의 판별식을 D라 할 때, 이 이차방정식이 실근을 가지려면

$\frac{D}{4}=4a^2-12a\geq0$, $4a(a-3)\geq0$

$\therefore$ $a\leq0$ 또는 $a\geq3$

그런데 $-2\leq a\leq6$이므로 오른쪽 그림에서 구하는 확률은



$\frac{\{0-(-2)\}+(6-3)}{6-(-2)}=\frac{5}{8}$

고1 다시보기

이차방정식의 근의 판별

계수가 실수인 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 판별식을 $D=b^2-4ac$라 할 때

(1) $D>0$이면 서로 다른 두 실근을 갖는다.

(2) $D=0$이면 중근(서로 같은 두 실근)을 갖는다.

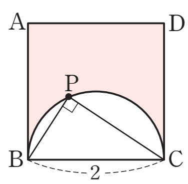
(3) $D<0$이면 서로 다른 두 허근을 갖는다.

이때 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 실근을 가질 조건은

➡ $D\geq0$

070 답 8

오른쪽 그림과 같이 선분 BC를 지름으로 하는 반원을 그리면 반원 위의 점 P에 대하여 삼각형 PBC는 직각삼각형이므로 삼각형 PBC가 예각삼각형이려면 점 P는 색칠한 부분에 있어야 한다.



색칠한 부분의 넓이는 $2^2-\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{2}{2}\right)^2=4-\frac{\pi}{2}$

삼각형 PBC가 예각삼각형일 확률은

$\frac{(\text{색칠한 부분의 넓이})}{(\text{정사각형 ABCD의 넓이})}=\frac{4-\frac{\pi}{2}}{2^2}=1-\frac{\pi}{8}$

따라서 $a=1$, $b=8$이므로 $ab=8$

개념유형 62~63쪽

071 답 $\frac{1}{36}$

072 답 1

나오는 두 눈의 수가 모두 자연수인 사건은 반드시 일어나므로 구하는 확률은 1이다.

073 답 0

나오는 두 눈의 수의 합이 1인 사건은 절대로 일어나지 않으므로 구하는 확률은 0이다.

074 답 1

나오는 두 눈의 수의 합이 12 이하인 사건은 반드시 일어나므로 구하는 확률은 1이다.

075 답 0

나오는 두 눈의 수의 차가 6인 사건은 절대로 일어나지 않으므로 구하는 확률은 0이다.

076 답 $\frac{3}{5}$

077 답 1

빨간 공 또는 노란 공을 꺼내는 사건은 반드시 일어나므로 구하는 확률은 1이다.

078 답 0

파란 공을 꺼내는 사건은 절대로 일어나지 않으므로 구하는 확률은 0이다.

079 답 0

카드에 적힌 수가 짝수이면서 홀수인 사건은 절대로 일어나지 않으므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=0$

080 답 1

카드에 적힌 수가 짝수 또는 홀수인 사건은 반드시 일어나므로

$\mathrm{P}(A\cup B)=1$

실전유형 63쪽

081 답 ③

ㄴ. [반례] $\mathrm{P}(A)=\frac{3}{4}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{2}{3}$이면

$\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)=\frac{17}{12}$

이때 $\mathrm{P}(S)=1$이므로

$\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)>\mathrm{P}(S)$

ㄷ. $0\leq\mathrm{P}(A)\leq1$, $0\leq\mathrm{P}(B)\leq1$이므로

$0\leq\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)\leq1$

이때 $\mathrm{P}(S)=1$이므로

$\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)\leq\mathrm{P}(S)$

따라서 보기에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

082 답 ④

ㄱ. $\varnothing\subset(A\cup B)\subset S$이므로

$\mathrm{P}(\varnothing)\leq\mathrm{P}(A\cup B)\leq\mathrm{P}(S)$

$\therefore$ $0\leq\mathrm{P}(A\cup B)\leq1$

ㄴ. $\mathrm{P}(S)=1$, $\mathrm{P}(\varnothing)=0$이므로

$\mathrm{P}(S)+\mathrm{P}(\varnothing)=1$

ㄷ. $(A\cap B)\subset A\subset(A\cup B)$이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)\leq\mathrm{P}(A)\leq\mathrm{P}(A\cup B)$

따라서 보기에서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

개념유형

083 답 $\frac{7}{12}$

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}-\frac{1}{6}=\frac{7}{12}$

084 답 $\frac{1}{12}$

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$에서

$\frac{1}{2}=\frac{1}{6}+\frac{5}{12}-P(A\cap B)$ $\quad\therefore P(A\cap B)=\frac{1}{12}$

085 답 $\frac{13}{18}$

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$에서

$\frac{8}{9}=\frac{1}{3}+P(B)-\frac{1}{6}$ $\quad\therefore P(B)=\frac{13}{18}$

086 답 $\frac{7}{10}$

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$에서

$\frac{4}{5}=P(A)+\frac{3}{10}-\frac{1}{5}$ $\quad\therefore P(A)=\frac{7}{10}$

087 답 $\frac{5}{6}$

두 사건 A, B가 서로 배반사건이므로

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$=\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{5}{6}$

088 답 $\frac{11}{12}$

두 사건 A, B가 서로 배반사건이므로

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$=\frac{2}{3}+\frac{1}{4}=\frac{11}{12}$

089 답 $\frac{3}{10}$

두 사건 A, B가 서로 배반사건이므로 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$에서

$\frac{7}{10}=\frac{2}{5}+P(B)$ $\quad\therefore P(B)=\frac{3}{10}$

090 답 $\frac{1}{3}$

두 사건 A, B가 서로 배반사건이므로 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$에서

$1=P(A)+\frac{2}{3}$ $\quad\therefore P(A)=\frac{1}{3}$

091 답 $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{17}{20}$

092 답 $\frac{7}{20}$

카드에 적힌 수가 4의 배수인 사건을 A라 하면

$A=\{4, 8, 12, 16, 20\}$

카드에 적힌 수가 6의 배수인 사건을 B라 하면

$B=\{6, 12, 18\}$

$\therefore A\cap B=\{12\}$

따라서 $P(A)=\frac{5}{20}$, $P(B)=\frac{3}{20}$, $P(A\cap B)=\frac{1}{20}$이므로 구하는 확률은

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$=\frac{5}{20}+\frac{3}{20}-\frac{1}{20}=\frac{7}{20}$

093 답 $\frac{9}{20}$

카드에 적힌 수가 3의 배수인 사건을 A라 하면

$A=\{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$

카드에 적힌 수가 12의 약수인 사건을 B라 하면

$B=\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

$\therefore A\cap B=\{3, 6, 12\}$

따라서 $P(A)=\frac{6}{20}$, $P(B)=\frac{6}{20}$, $P(A\cap B)=\frac{3}{20}$이므로 구하는 확률은

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$=\frac{6}{20}+\frac{6}{20}-\frac{3}{20}=\frac{9}{20}$

094 답 $\frac{3}{10}$

카드에 적힌 수가 10의 약수인 사건을 A라 하면

$A=\{1, 2, 5, 10\}$

카드에 적힌 수가 15의 약수인 사건을 B라 하면

$B=\{1, 3, 5, 15\}$

$\therefore A\cap B=\{1, 5\}$

따라서 $P(A)=\frac{4}{20}$, $P(B)=\frac{4}{20}$, $P(A\cap B)=\frac{2}{20}$이므로 구하는 확률은

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$=\frac{4}{20}+\frac{4}{20}-\frac{2}{20}=\frac{3}{10}$

095 답 $\frac{21}{50}$

카드에 적힌 수가 10 이하인 사건을 A, 40 이상인 사건을 B라 하면 두 사건 A, B는 서로 배반사건이다.

이때 $P(A)=\frac{10}{50}$, $P(B)=\frac{11}{50}$이므로 구하는 확률은

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$=\frac{10}{50}+\frac{11}{50}=\frac{21}{50}$

096 답 $\frac{37}{50}$

카드에 적힌 수가 홀수인 사건을 A, 4의 배수인 사건을 B라 하면 두 사건 A, B는 서로 배반사건이다.

이때 $\mathrm{P}(A)=\frac{25}{50}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{12}{50}$이므로 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)=\frac{25}{50}+\frac{12}{50}=\frac{37}{50}$$

097 답 $\frac{6}{25}$

카드에 적힌 수가 7의 배수인 사건을 A, 9의 배수인 사건을 B라 하면 두 사건 A, B는 서로 배반사건이다.

이때 $\mathrm{P}(A)=\frac{7}{50}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{5}{50}$이므로 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)=\frac{7}{50}+\frac{5}{50}=\frac{6}{25}$$

098 답 $\frac{9}{50}$

카드에 적힌 수가 8의 약수인 사건을 A, 10의 배수인 사건을 B라 하면 두 사건 A, B는 서로 배반사건이다.

이때 $\mathrm{P}(A)=\frac{4}{50}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{5}{50}$이므로 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)=\frac{4}{50}+\frac{5}{50}=\frac{9}{50}$$

실전유형

67~68쪽

099 답 ①

두 사건 A, B가 서로 배반사건이므로 $\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)$에서

$\frac{9}{10}=\frac{2}{5}+\mathrm{P}(B)$ $\quad\therefore \mathrm{P}(B)=\frac{1}{2}$

100 답 ②

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cup B)=0.4+0.6-0.8=0.2$$

101 답 $\frac{1}{2}$

$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(B)$이고 $\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\frac{1}{16}$이므로

$\{\mathrm{P}(A)\}^2=\frac{1}{16}$ $\quad\therefore \mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(B)=\frac{1}{4}$ $(\because \mathrm{P}(A)>0)$

두 사건 A, B가 서로 배반사건이므로

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$$

102 답 ④

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$에서

$\frac{2}{3}=4\mathrm{P}(A\cap B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

$\frac{2}{3}=3\mathrm{P}(A\cap B)$ $\quad\therefore \mathrm{P}(A\cap B)=\frac{2}{9}$

103 답 ②

택한 학생이 수박을 좋아하는 학생인 사건을 A, 포도를 좋아하는 학생인 사건을 B라 하면 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{25}{100}+\frac{20}{100}-\frac{12}{100}=\frac{33}{100}$$

104 답 $\frac{7}{36}$

나오는 두 눈의 수의 합이 6인 사건을 A, 차가 4인 사건을 B라 하면

$A=\{(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)\}$,

$B=\{(1, 5), (2, 6), (5, 1), (6, 2)\}$,

$A\cap B=\{(1, 5), (5, 1)\}$이므로

$\mathrm{P}(A)=\frac{5}{36}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{4}{36}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{2}{36}$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{5}{36}+\frac{4}{36}-\frac{2}{36}=\frac{7}{36}$$

105 답 $\frac{8}{15}$

10장의 카드 중에서 3장을 동시에 뽑을 때, 3이 적힌 카드를 뽑는 사건을 A, 5가 적힌 카드를 뽑는 사건을 B라 하면

$\mathrm{P}(A)=\frac{{}_9\mathrm{C}_2}{{}_{10}\mathrm{C}_3}=\frac{36}{120}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{{}_9\mathrm{C}_2}{{}_{10}\mathrm{C}_3}=\frac{36}{120}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{{}_8\mathrm{C}_1}{{}_{10}\mathrm{C}_3}=\frac{8}{120}$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{36}{120}+\frac{36}{120}-\frac{8}{120}=\frac{8}{15}$$

106 답 ④

네 자리의 자연수 중에서 임의로 1개를 택할 때, 택한 수가 5의 배수인 사건을 A, 3500 이상인 사건을 B라 하면

$\mathrm{P}(A)=\frac{1\times{}_4\mathrm{P}_3}{{}_5\mathrm{P}_4}=\frac{24}{120}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{{}_3\mathrm{P}_2+2\times{}_4\mathrm{P}_3}{{}_5\mathrm{P}_4}=\frac{54}{120}$

$\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{{}_3\mathrm{P}_2}{{}_5\mathrm{P}_4}=\frac{6}{120}$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{24}{120}+\frac{54}{120}-\frac{6}{120}=\frac{3}{5}$$

107 답 ④

나오는 두 눈의 수의 합이 4인 사건을 A, 곱이 6인 사건을 B라 하면

$A=\{(1, 3), (2, 2), (3, 1)\}$,

$B=\{(1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1)\}$이므로

$\mathrm{P}(A)=\frac{3}{36}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{4}{36}$

두 사건 A, B는 서로 배반사건이므로 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)=\frac{3}{36}+\frac{4}{36}=\frac{7}{36}$$

108 답 ③

c가 맨 앞에 오는 사건을 A, c가 맨 뒤에 오는 사건을 B라 하면

$\mathrm{P}(A)=\frac{5!}{6!}=\frac{1}{6}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{5!}{6!}=\frac{1}{6}$

두 사건 A, B는 서로 배반사건이므로 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$

109 답 $\frac{1}{6}$

9개의 구슬 중에서 3개를 동시에 꺼낼 때, 3개 모두 빨간 구슬인 사건을 A, 흰 구슬인 사건을 B라 하면

$\mathrm{P}(A)=\frac{{}_5\mathrm{C}_3}{{}_9\mathrm{C}_3}=\frac{10}{84}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{{}_4\mathrm{C}_3}{{}_9\mathrm{C}_3}=\frac{4}{84}$

두 사건 A, B는 서로 배반사건이므로 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)=\frac{10}{84}+\frac{4}{84}=\frac{1}{6}$

110 답 ④

남자 회원이 여자 회원보다 많으려면 뽑힌 5명의 회원 중에서 남자 회원이 3명 또는 4명이어야 한다.

뽑힌 남자 회원이 3명인 사건을 A, 4명인 사건을 B라 하면

$\mathrm{P}(A)=\frac{{}_4\mathrm{C}_3\times{}_3\mathrm{C}_2}{{}_7\mathrm{C}_5}=\frac{12}{21}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{{}_4\mathrm{C}_4\times{}_3\mathrm{C}_1}{{}_7\mathrm{C}_5}=\frac{3}{21}$

두 사건 A, B는 서로 배반사건이므로 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)=\frac{12}{21}+\frac{3}{21}=\frac{5}{7}$

개념유형 69~71쪽

111 답 $\frac{2}{3}$

$\mathrm{P}(A^C)=1-\mathrm{P}(A)=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

112 답 $\frac{4}{7}$

$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)=1-\frac{3}{7}=\frac{4}{7}$

113 답 $\frac{1}{4}$

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A^C\cap B^C)&=\mathrm{P}((A\cup B)^C)\\&=1-\mathrm{P}(A\cup B)=1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}\end{aligned}$$

114 답 $\frac{4}{5}$

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A^C\cup B^C)&=\mathrm{P}((A\cap B)^C)\\&=1-\mathrm{P}(A\cap B)=1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}\end{aligned}$$

115 답 $\frac{11}{12}$

$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

두 사건 A, B가 서로 배반사건이므로

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)=\frac{2}{3}+\frac{1}{4}=\frac{11}{12}$

116 답 $\frac{7}{10}$

$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)=1-\frac{4}{5}=\frac{1}{5}$

$\mathrm{P}(B)=1-\mathrm{P}(B^C)=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

두 사건 A, B가 서로 배반사건이므로

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)=\frac{1}{5}+\frac{1}{2}=\frac{7}{10}$

117 답 $\frac{5}{12}$

두 사건 A, B가 서로 배반사건이므로

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)=\frac{1}{4}+\frac{1}{3}=\frac{7}{12}$

$$\begin{aligned}\therefore \mathrm{P}(A^C\cap B^C)&=\mathrm{P}((A\cup B)^C)\\&=1-\mathrm{P}(A\cup B)=1-\frac{7}{12}=\frac{5}{12}\end{aligned}$$

118 답 $\frac{11}{15}$

$A=\{1, 3, 5, 15\}$이므로

$\mathrm{P}(A)=\frac{4}{15}$

$\therefore \mathrm{P}(A^C)=1-\mathrm{P}(A)=1-\frac{4}{15}=\frac{11}{15}$

119 답 $\frac{3}{5}$

$B=\{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$이므로 $\mathrm{P}(B)=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$

$\therefore \mathrm{P}(B^C)=1-\mathrm{P}(B)=1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$

120 답 $\frac{9}{10}$

카드에 적힌 수가 7의 배수인 사건을 A라 하면 $A=\{7, 14\}$이므로

$\mathrm{P}(A)=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A^C)=1-\mathrm{P}(A)=1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$

121 답 $\frac{7}{10}$

카드에 적힌 수가 20의 약수인 사건을 A라 하면

$A=\{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$이므로

$\mathrm{P}(A)=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A^C)=1-\mathrm{P}(A)=1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$

122 답 $\frac{5}{6}$

서로 다른 눈이 나오는 사건을 A라 하면 A^C는 서로 같은 눈이 나오는 사건이므로

$\mathrm{P}(A^C)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

123 답 $\frac{3}{4}$

나오는 두 눈의 수의 곱이 짝수인 사건을 A라 하면 A^C는 두 눈의 수의 곱이 홀수인 사건이므로

$\mathrm{P}(A^C)=\frac{3\times3}{36}=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

124 답 $\frac{2}{3}$

남학생끼리 이웃하지 않게 세우는 사건을 A라 하면 A^C는 남학생끼리 이웃하게 세우는 사건이므로

$\mathrm{P}(A^C)=\frac{5!\times2!}{6!}=\frac{1}{3}$

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

다른 풀이

학생 6명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $6!$

남학생끼리 이웃하지 않게 세우는 경우의 수는 여학생 4명을 일렬로 세운 후 여학생 사이사이와 양 끝의 5개의 자리에 남학생 2명을 세우는 경우의 수와 같으므로

$4!\times{}_5\mathrm{P}_2=4!\times20$

따라서 구하는 확률은 $\frac{4!\times20}{6!}=\frac{2}{3}$

125 답 $\frac{3}{5}$

적어도 한쪽 끝에는 남학생을 세우는 사건을 A라 하면 A^C는 양쪽 끝에 모두 여학생을 세우는 사건이므로

$\mathrm{P}(A^C)=\frac{{}_4\mathrm{P}_2\times4!}{6!}=\frac{2}{5}$

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)=1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$

126 답 $\frac{44}{45}$

적어도 1개는 정상 제품을 꺼내는 사건을 A라 하면 A^C는 2개 모두 불량품을 꺼내는 사건이므로

$\mathrm{P}(A^C)=\frac{{}_2\mathrm{C}_2}{{}_{10}\mathrm{C}_2}=\frac{1}{45}$

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)=1-\frac{1}{45}=\frac{44}{45}$

127 답 $\frac{17}{45}$

적어도 1개는 불량품을 꺼내는 사건을 A라 하면 A^C는 2개 모두 정상 제품을 꺼내는 사건이므로

$\mathrm{P}(A^C)=\frac{{}_8\mathrm{C}_2}{{}_{10}\mathrm{C}_2}=\frac{28}{45}$

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)=1-\frac{28}{45}=\frac{17}{45}$

128 답 $\frac{589}{715}$

적어도 1개는 흰 바둑돌을 꺼내는 사건을 A라 하면 A^C는 4개 모두 검은 바둑돌을 꺼내는 사건이므로

$\mathrm{P}(A^C)=\frac{{}_9\mathrm{C}_4}{{}_{13}\mathrm{C}_4}=\frac{126}{715}$

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)=1-\frac{126}{715}=\frac{589}{715}$

129 답 $\frac{678}{715}$

적어도 2개는 검은 바둑돌을 꺼내는 사건을 A라 하면 A^C는 4개 모두 흰 바둑돌을 꺼내거나 흰 바둑돌 3개와 검은 바둑돌 1개를 꺼내는 사건이므로

$\mathrm{P}(A^C)=\frac{{}_4\mathrm{C}_4+{}_4\mathrm{C}_3\times{}_9\mathrm{C}_1}{{}_{13}\mathrm{C}_4}=\frac{1+36}{715}=\frac{37}{715}$

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)=1-\frac{37}{715}=\frac{678}{715}$

130 답 $\frac{57}{64}$

2문제 이상 맞히는 사건을 A라 하면 A^C는 1문제도 맞히지 못하거나 1문제만 맞히는 사건이므로

$\mathrm{P}(A^C)=\frac{{}_6\mathrm{C}_0+{}_6\mathrm{C}_1}{{}_2\Pi_6}=\frac{1+6}{64}=\frac{7}{64}$

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)=1-\frac{7}{64}=\frac{57}{64}$

131 답 $\frac{57}{64}$

4문제 이하로 맞히는 사건을 A라 하면 A^C는 6문제 모두 맞히거나 5문제만 맞히는 사건이므로

$\mathrm{P}(A^C)=\frac{{}_6\mathrm{C}_6+{}_6\mathrm{C}_5}{{}_2\Pi_6}=\frac{1+6}{64}=\frac{7}{64}$

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)=1-\frac{7}{64}=\frac{57}{64}$

132 답 $\frac{5}{6}$

빨간 공을 2개 이상 꺼내는 사건을 A라 하면 A^C는 4개 모두 파란 공을 꺼내거나 빨간 공을 1개만 꺼내는 사건이므로

$\mathrm{P}(A^C)=\frac{{}_4\mathrm{C}_4+{}_5\mathrm{C}_1\times{}_4\mathrm{C}_3}{{}_9\mathrm{C}_4}=\frac{1+20}{126}=\frac{1}{6}$

따라서 구하는 확률은

$P(A)=1-P(A^C)=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

133 답 $\frac{125}{126}$

파란 공을 3개 이하로 꺼내는 사건을 A라 하면 A^C는 4개 모두 파란 공을 꺼내는 사건이므로

$P(A^C)=\frac{{}_4C_4}{{}_9C_4}=\frac{1}{126}$

따라서 구하는 확률은

$P(A)=1-P(A^C)=1-\frac{1}{126}=\frac{125}{126}$

실전유형 72~73쪽

134 답 ④

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$에서

$1=P(A)+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\qquad \therefore P(A)=\frac{5}{6}$

$\therefore\ P(A^C)=1-P(A)=1-\frac{5}{6}=\frac{1}{6}$

135 답 ④

$P(A^C)=2P(A)$에서 $1-P(A)=2P(A)$

$3P(A)=1\qquad \therefore P(A)=\frac{1}{3}$

두 사건 A, B가 서로 배반사건이므로 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$에서

$1=\frac{1}{3}+P(B)\qquad \therefore P(B)=\frac{2}{3}$

136 답 ④

$P(B)=1-P(B^C)=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$이므로

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$=\frac{1}{5}+\frac{2}{3}-\frac{1}{10}=\frac{23}{30}$

$\therefore P(A^C\cap B^C)=P((A\cup B)^C)$

$=1-P(A\cup B)=1-\frac{23}{30}=\frac{7}{30}$

137 답 ④

나오는 두 눈의 수의 차가 2가 아닌 사건을 A라 하면 A^C는 두 눈의 수의 차가 2인 사건이므로

A^C

$=\{(1, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 5), (4, 2), (4, 6), (5, 3), (6, 4)\}$

$\therefore P(A^C)=\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$

따라서 구하는 확률은

$P(A)=1-P(A^C)=1-\frac{2}{9}=\frac{7}{9}$

138 답 $\frac{37}{64}$

택한 함수가 $f(a)f(b)f(c)=0$을 만족시키는 사건을 A라 하면 A^C는 $f(a)f(b)f(c)\neq 0$, 즉 치역에 0이 포함되지 않는 사건이므로

$P(A^C)=\frac{{}_3\Pi_3}{{}_4\Pi_3}=\frac{27}{64}$

따라서 구하는 확률은

$P(A)=1-P(A^C)=1-\frac{27}{64}=\frac{37}{64}$

139 답 ⑤

양 끝에 놓인 카드에 적힌 두 수의 곱이 짝수인 사건을 A라 하면 A^C는 두 수의 곱이 홀수인 사건이므로

$P(A^C)=\frac{{}_4P_2\times 5!}{7!}=\frac{2}{7}$

따라서 구하는 확률은

$P(A)=1-P(A^C)=1-\frac{2}{7}=\frac{5}{7}$

140 답 ④

각 자리에 있는 3개의 숫자 중에서 적어도 1개는 짝수인 사건을 A라 하면 A^C는 3개 모두 홀수인 사건이므로

$P(A^C)=\frac{{}_3\Pi_3}{{}_5\Pi_3}=\frac{27}{125}$

따라서 구하는 확률은

$P(A)=1-P(A^C)=1-\frac{27}{125}=\frac{98}{125}$

141 답 ⑤

꺼낸 3개의 마스크 중에서 적어도 1개가 흰색 마스크인 사건을 A라 하면 A^C는 3개 모두 검은색 마스크인 사건이므로

$P(A^C)=\frac{{}_9C_3}{{}_{14}C_3}=\frac{3}{13}$

따라서 구하는 확률은

$P(A)=1-P(A^C)=1-\frac{3}{13}=\frac{10}{13}$

142 답 $\frac{7}{10}$

적어도 한쪽 끝에 t가 오도록 배열하는 사건을 A라 하면 A^C는 양 끝에 모두 t가 오지 않도록 배열하는 사건이므로

$P(A^C)=\frac{{}_3P_2\times\frac{3!}{2!}}{\frac{5!}{2!}}=\frac{3}{10}$

따라서 구하는 확률은

$P(A)=1-P(A^C)=1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$

143 답 ②

나오는 두 눈의 수의 곱이 8 이상인 사건을 A라 하면 A^C는 두 눈의 수의 곱이 8 미만인 사건이므로

$A^C=\{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1),$
$(2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (4, 1), (5, 1), (6, 1)\}$

$\therefore \mathrm{P}(A^C)=\frac{14}{36}=\frac{7}{18}$

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)=1-\frac{7}{18}=\frac{11}{18}$

144 답 ③

흰색 손수건을 2장 이상 꺼내는 사건을 A라 하면 A^C는 4장 모두 검은색 손수건을 꺼내거나 흰색 손수건 1장과 검은색 손수건 3장을 꺼내는 사건이므로

$\mathrm{P}(A^C)=\frac{{}_5\mathrm{C}_4+{}_4\mathrm{C}_1\times{}_5\mathrm{C}_3}{{}_9\mathrm{C}_4}=\frac{5+40}{126}=\frac{5}{14}$

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)=1-\frac{5}{14}=\frac{9}{14}$

145 답 $\frac{9}{10}$

자연수가 33000 이하인 사건을 A라 하면 A^C는 자연수가 33000 초과인 사건이다.

만들 수 있는 다섯 자리의 자연수의 개수는

$\frac{5!}{2!\times2!}=30$

만의 자리와 천의 자리에 3이 올 때, 나머지 숫자 1, 1, 2를 일렬로 배열하는 경우의 수는 $\frac{3!}{2!}=3$이므로

$\mathrm{P}(A^C)=\frac{3}{30}=\frac{1}{10}$

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)=1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$

실전유형으로 중단원 점검 74~75쪽

1 답 ②

사건 A와 서로 배반인 사건은 A^C의 부분집합이고, 사건 B와 서로 배반인 사건은 B^C의 부분집합이므로 두 사건 A, B와 모두 배반인 사건은 $A^C\cap B^C$의 부분집합이다.

이때 $A^C=\{-3, -2, -1, 1, 3, 4\}$,

$B^C=\{-4, -3, -2, -1, 0, 4\}$이므로

$A^C\cap B^C=\{-3, -2, -1, 4\}$

따라서 구하는 사건의 개수는 $A^C\cap B^C$의 부분집합의 개수와 같으므로

$2^4=16$

2 답 ②

두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 모든 경우의 수는

$6\times6=36$

두 눈의 수의 곱이 12의 배수인 경우는 두 눈의 수의 곱이 12 또는 24 또는 36인 경우이다.

(i) 두 눈의 수의 곱이 12인 경우는

(2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2)의 4가지

(ii) 두 눈의 수의 곱이 24인 경우는

(4, 6), (6, 4)의 2가지

(iii) 두 눈의 수의 곱이 36인 경우는

(6, 6)의 1가지

(i), (ii), (iii)에서 두 눈의 수의 곱이 12의 배수인 경우의 수는

$4+2+1=7$

따라서 구하는 확률은 $\frac{7}{36}$

3 답 $\frac{1}{7}$

학생 7명이 일렬로 줄을 서는 경우의 수는 $7!$

남학생 3명 중에서 2명이 맨 앞과 맨 뒤에 서는 경우의 수는

${}_3\mathrm{P}_2=6$

그 사이에 나머지 5명의 학생이 일렬로 서는 경우의 수는

$5!$

즉, 맨 앞과 맨 뒤에 모두 남학생이 서는 경우의 수는

$6\times5!$

따라서 구하는 확률은 $\frac{6\times5!}{7!}=\frac{1}{7}$

4 답 ④

서로 다른 노래 3곡을 4개의 프로그램에 신청하는 경우의 수는

${}_4\Pi_3=4^3=64$

서로 다른 노래 3곡을 모두 다른 프로그램에 신청하는 경우의 수는

${}_4\mathrm{P}_3=24$

따라서 구하는 확률은 $\frac{24}{64}=\frac{3}{8}$

5 답 $\frac{1}{3}$

6개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$\frac{6!}{3!\times2!}=60$

2개의 n을 한 문자로 생각하여 5개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$\frac{5!}{3!}=20$

따라서 구하는 확률은 $\frac{20}{60}=\frac{1}{3}$

6 답 ⑤

11개 중에서 6개를 꺼내는 경우의 수는

${}_{11}\mathrm{C}_6={}_{11}\mathrm{C}_5=462$

당근과 고구마를 각각 3개씩 꺼내는 경우의 수는

${}_5\mathrm{C}_3\times{}_4\mathrm{C}_3={}_5\mathrm{C}_2\times{}_4\mathrm{C}_1=10\times4=40$

따라서 구하는 확률은 $\frac{40}{462}=\frac{20}{231}$

7 답 $\frac{2}{21}$

방정식 $x+y+z=13$을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z의 순서쌍 (x, y, z)의 개수는

${}_3H_{13}={}_{15}C_{13}={}_{15}C_2=105$ …… ⅰ

$z=4$이면 $x+y=9$이므로 음이 아닌 정수 x, y의 순서쌍 (x, y)의 개수는

${}_2H_9={}_{10}C_9={}_{10}C_1=10$ …… ⅱ

따라서 구하는 확률은

$\frac{10}{105}=\frac{2}{21}$ …… ⅲ

채점 기준

ⅰ 방정식 $x+y+z=13$을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z의 순서쌍 (x, y, z)의 개수 구하기	40 %
ⅱ $z=4$를 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z의 순서쌍 (x, y, z)의 개수 구하기	40 %
ⅲ $z=4$일 확률 구하기	20 %

8 답 $\frac{8}{45}$

구하는 확률은

$\frac{96}{540}=\frac{8}{45}$

9 답 $\frac{2}{3}$

반지름의 길이가 2, 4, 6인 원의 넓이는 각각 4π, 16π, 36π이다.

색칠한 부분의 넓이는

$4\pi+(36\pi-16\pi)=24\pi$

따라서 구하는 확률은

$\frac{24\pi}{36\pi}=\frac{2}{3}$

10 답 ④

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$에서

$\frac{9}{10}=\frac{1}{2}+P(B)-\frac{1}{5}$

$\therefore\ P(B)=\frac{3}{5}$

11 답 ⑤

나오는 두 눈의 수의 합이 8인 사건을 A, 차가 2인 사건을 B라 하면

$A=\{(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)\}$,

$B=\{(1, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 5), (4, 2), (4, 6), (5, 3), (6, 4)\}$,

$A\cap B=\{(3, 5), (5, 3)\}$이므로

$P(A)=\frac{5}{36}$, $P(B)=\frac{8}{36}$, $P(A\cap B)=\frac{2}{36}$

따라서 구하는 확률은

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{5}{36}+\frac{8}{36}-\frac{2}{36}=\frac{11}{36}$$

12 답 $\frac{13}{28}$

학생 8명 중에서 2명의 대표를 뽑을 때, 대표가 모두 1학년인 사건을 A, 2학년인 사건을 B라 하면

$P(A)=\frac{{}_3C_2}{{}_8C_2}=\frac{3}{28}$, $P(B)=\frac{{}_5C_2}{{}_8C_2}=\frac{10}{28}$

두 사건 A, B는 서로 배반사건이므로 구하는 확률은

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{3}{28}+\frac{10}{28}=\frac{13}{28}$$

13 답 ④

$P(B)=1-P(B^C)=1-0.5=0.5$이므로

$$P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)=0.4+0.5-0.6=0.3$$

$$\therefore\ P(A^C\cup B^C)=P((A\cap B)^C)=1-P(A\cap B)=1-0.3=0.7$$

14 답 ②

나오는 두 눈의 수의 곱이 5의 배수가 아닌 사건을 A라 하면 A^C는 두 눈의 수의 곱이 5의 배수인 사건이므로

$A^C=\{(1, 5), (2, 5), (3, 5), (4, 5), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 5)\}$

$\therefore\ P(A^C)=\frac{11}{36}$

따라서 구하는 확률은

$P(A)=1-P(A^C)=1-\frac{11}{36}=\frac{25}{36}$

15 답 ④

각 자리에 있는 4개의 숫자 중에서 적어도 1개는 홀수인 사건을 A라 하면 A^C는 4개 모두 짝수인 사건이므로

$P(A^C)=\frac{{}_2\Pi_4}{{}_4\Pi_4}=\frac{1}{16}$

따라서 구하는 확률은

$P(A)=1-P(A^C)=1-\frac{1}{16}=\frac{15}{16}$

16 답 $\frac{19}{33}$

당첨 제비를 2개 이상 뽑는 사건을 A라 하면 A^C는 4개 모두 당첨이 아닌 제비를 뽑거나 당첨 제비 1개와 당첨이 아닌 제비 3개를 뽑는 사건이므로

$P(A^C)=\frac{{}_7C_4+{}_5C_1\times{}_7C_3}{{}_{12}C_4}=\frac{14}{33}$ …… ⅰ

따라서 구하는 확률은

$P(A)=1-P(A^C)=1-\frac{14}{33}=\frac{19}{33}$ …… ⅱ

채점 기준

ⅰ 당첨 제비를 2개 미만으로 뽑을 확률 구하기	50 %
ⅱ 당첨 제비를 2개 이상 뽑을 확률 구하기	50 %

04 조건부확률

개념유형

77~79쪽

001 답 $\frac{5}{12}$

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{5}}=\frac{5}{12}$$

002 답 $\frac{1}{2}$

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}$$

003 답 $\frac{3}{8}$

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{3}}=\frac{3}{8}$$

004 답 $\frac{5}{8}$

$P(B)=1-P(B^c)=1-\frac{4}{5}=\frac{1}{5}$이므로

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{5}}=\frac{5}{8}$$

005 답 $\frac{1}{2}$

$$\begin{aligned}P(A\cap B)&=P(A)+P(B)-P(A\cup B)\\&=\frac{3}{4}+\frac{1}{2}-\frac{7}{8}=\frac{3}{8}\end{aligned}$$

$$\therefore P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{3}{8}}{\frac{3}{4}}=\frac{1}{2}$$

006 답 $\frac{3}{4}$

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{3}{8}}{\frac{1}{2}}=\frac{3}{4}$$

007 답 $\frac{1}{4}$

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{10}}{\frac{2}{5}}=\frac{1}{4}$$

008 답 $\frac{3}{19}$

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$에서

$\frac{14}{15}=P(A)+\frac{2}{5}-\frac{1}{10}$

$\therefore P(A)=\frac{19}{30}$

$$\therefore P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{10}}{\frac{19}{30}}=\frac{3}{19}$$

009 답 $\frac{2}{3}$

$A=\{2, 4, 6\}$, $B=\{1, 2, 3, 6\}$이므로

$A\cap B=\{2, 6\}$

따라서 $P(A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$, $P(A\cap B)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$이므로

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}}=\frac{2}{3}$$

010 답 $\frac{1}{2}$

$P(B)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$이므로

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}}=\frac{1}{2}$$

011 답 $\frac{1}{6}$

$A=\{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$, $B=\{4, 8, 12, 16, 20\}$이므로

$A\cap B=\{12\}$

따라서 $P(A)=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$, $P(A\cap B)=\frac{1}{20}$이므로

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{20}}{\frac{3}{10}}=\frac{1}{6}$$

012 답 $\frac{1}{5}$

$P(B)=\frac{5}{20}=\frac{1}{4}$이므로

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{20}}{\frac{1}{4}}=\frac{1}{5}$$

013 답 $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{8}$, A, $\frac{1}{3}$

014 답 $\frac{2}{3}$

뒷면이 2개 나오는 사건을 A, 50원짜리 동전의 뒷면이 나오는 사건을 B라 하면

$P(A)=\frac{{}_3C_2}{8}=\frac{3}{8}$, $P(A\cap B)=\frac{{}_2C_1}{8}=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 확률은

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{8}}=\frac{2}{3}$$

015 답 $\frac{3}{5}$

나오는 두 눈의 수의 합이 6인 사건을 A, 두 눈의 수가 모두 홀수인 사건을 B라 하면

$A=\{(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)\}$

$A\cap B=\{(1, 5), (3, 3), (5, 1)\}$

$\therefore P(A)=\frac{5}{36}, P(A\cap B)=\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

따라서 구하는 확률은

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{12}}{\frac{5}{36}}=\frac{3}{5}$$

016 답 $\frac{1}{2}$

나오는 두 눈의 수의 곱이 12인 사건을 A, 두 눈의 수가 모두 짝수인 사건을 B라 하면

$A=\{(2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2)\}$

$A\cap B=\{(2, 6), (6, 2)\}$

$\therefore P(A)=\frac{4}{36}=\frac{1}{9}, P(A\cap B)=\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

따라서 구하는 확률은

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{18}}{\frac{1}{9}}=\frac{1}{2}$$

017 답 $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{10}$, A, $\frac{1}{2}$

018 답 $\frac{1}{3}$

택한 1명이 글짓기 대회에 참가하지 않는 학생인 사건을 A, 여학생인 사건을 B라 하면

$P(A)=\frac{12}{30}=\frac{2}{5}, P(A\cap B)=\frac{4}{30}=\frac{2}{15}$

따라서 구하는 확률은

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{2}{15}}{\frac{2}{5}}=\frac{1}{3}$$

019 답 $\frac{4}{13}$

택한 1명이 여학생인 사건을 A, 글짓기 대회에 참가하지 않는 학생인 사건을 B라 하면

$P(A)=\frac{13}{30}, P(A\cap B)=\frac{4}{30}=\frac{2}{15}$

따라서 구하는 확률은

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{2}{15}}{\frac{13}{30}}=\frac{4}{13}$$

020 답 $\frac{9}{25}$

택한 1명이 1학년 학생인 사건을 A, 통합사회를 선호하는 학생인 사건을 B라 하면

$P(A)=\frac{100}{180}=\frac{5}{9}, P(A\cap B)=\frac{36}{180}=\frac{1}{5}$

따라서 구하는 확률은

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{5}}{\frac{5}{9}}=\frac{9}{25}$$

021 답 $\frac{9}{20}$

택한 1명이 2학년 학생인 사건을 A, 통합과학을 선호하는 학생인 사건을 B라 하면

$P(A)=\frac{80}{180}=\frac{4}{9}, P(A\cap B)=\frac{36}{180}=\frac{1}{5}$

따라서 구하는 확률은

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{5}}{\frac{4}{9}}=\frac{9}{20}$$

022 답 $\frac{16}{25}$

택한 1명이 통합과학을 선호하는 학생인 사건을 A, 1학년 학생인 사건을 B라 하면

$P(A)=\frac{100}{180}=\frac{5}{9}, P(A\cap B)=\frac{64}{180}=\frac{16}{45}$

따라서 구하는 확률은

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{16}{45}}{\frac{5}{9}}=\frac{16}{25}$$

실전유형

80쪽

023 답 ⑤

$$P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$$
$$=\frac{2}{5}+\frac{4}{5}-\frac{9}{10}=\frac{3}{10}$$

$$\therefore P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{3}{10}}{\frac{2}{5}}=\frac{3}{4}$$

024 답 $\frac{3}{7}$

$P(A^c\cap B)=P(A\cup B)-P(A)=0.6-0.3=0.3$

또 $P(A^c)=1-P(A)=1-0.3=0.7$이므로

$$P(B|A^c)=\frac{P(A^c\cap B)}{P(A^c)}=\frac{0.3}{0.7}=\frac{3}{7}$$

025 답 $\frac{6}{13}$

택한 1명이 버스를 이용하여 통학하는 학생인 사건을 A, 남학생인 사건을 B라 하면

$\mathrm{P}(A)=0.65$, $\mathrm{P}(A\cap B)=0.3$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{0.3}{0.65}=\frac{6}{13}$$

026 답 $\frac{13}{15}$

택한 옷 1벌이 치마인 사건을 A, 중국에서 생산된 옷인 사건을 B라 하면

$\mathrm{P}(A)=\frac{900}{2000}=\frac{9}{20}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{780}{2000}=\frac{39}{100}$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{39}{100}}{\frac{9}{20}}=\frac{13}{15}$$

027 답 ②

ab의 값이 4의 배수인 사건을 A, $a+b\le7$인 사건을 B라 하자.

ab의 값이 4의 배수인 경우는

$ab=4$일 때, (1, 4), (2, 2), (4, 1)의 3가지

$ab=8$일 때, (2, 4), (4, 2)의 2가지

$ab=12$일 때, (2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2)의 4가지

$ab=16$일 때, (4, 4)의 1가지

$ab=20$일 때, (4, 5), (5, 4)의 2가지

$ab=24$일 때, (4, 6), (6, 4)의 2가지

$ab=36$일 때, (6, 6)의 1가지

$\therefore \mathrm{P}(A)=\frac{3+2+4+1+2+2+1}{36}=\frac{5}{12}$

ab의 값이 4의 배수이고 $a+b\le7$인 경우는 (1, 4), (2, 2), (2, 4), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3)의 7가지이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{7}{36}$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{7}{36}}{\frac{5}{12}}=\frac{7}{15}$$

028 답 $\frac{1}{5}$

택한 1명이 A 전시회를 관람한 사람인 사건을 A, B 전시회를 관람한 사람인 사건을 B라 하면

$\mathrm{P}(A)=\frac{80}{160}=\frac{1}{2}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{68}{160}=\frac{17}{40}$, $\mathrm{P}(A^c\cap B^c)=\frac{28}{160}=\frac{7}{40}$

이때 $\mathrm{P}(A^c\cap B^c)=\mathrm{P}((A\cup B)^c)=1-\mathrm{P}(A\cup B)$이므로

$\frac{7}{40}=1-\mathrm{P}(A\cup B)$ $\quad\therefore \mathrm{P}(A\cup B)=\frac{33}{40}$

$$\begin{aligned}\therefore \mathrm{P}(A\cap B)&=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cup B)\\&=\frac{1}{2}+\frac{17}{40}-\frac{33}{40}=\frac{1}{10}\end{aligned}$$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{2}}=\frac{1}{5}$$

개념유형 82~83쪽

029 답 $\frac{1}{16}$

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(A|B)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{8}=\frac{1}{16}$$

030 답 $\frac{3}{16}$

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{1}{16}}{\frac{1}{3}}=\frac{3}{16}$$

031 답 0.06

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)=0.3\times0.2=0.06$$

032 답 0.15

$$\mathrm{P}(A|B)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(B)}=\frac{0.06}{0.4}=0.15$$

033 답 5, 4, $\frac{1}{19}$

034 답 $\frac{21}{38}$

첫 번째에 검은 공을 꺼내는 사건을 A, 두 번째에 검은 공을 꺼내는 사건을 B라 하면

$\mathrm{P}(A)=\frac{15}{20}=\frac{3}{4}$, $\mathrm{P}(B|A)=\frac{14}{19}$

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A\cap B)&=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)\\&=\frac{3}{4}\times\frac{14}{19}=\frac{21}{38}\end{aligned}$$

035 답 $\frac{15}{76}$

첫 번째에 흰 공을 꺼내는 사건을 A, 두 번째에 검은 공을 꺼내는 사건을 B라 하면

$\mathrm{P}(A)=\frac{5}{20}=\frac{1}{4}$, $\mathrm{P}(B|A)=\frac{15}{19}$

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A\cap B)&=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)\\&=\frac{1}{4}\times\frac{15}{19}=\frac{15}{76}\end{aligned}$$

036 답 $\frac{15}{76}$

첫 번째에 검은 공을 꺼내는 사건을 A, 두 번째에 흰 공을 꺼내는 사건을 B라 하면

$\mathrm{P}(A)=\frac{15}{20}=\frac{3}{4}$, $\mathrm{P}(B|A)=\frac{5}{19}$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)=\frac{3}{4}\times\frac{5}{19}=\frac{15}{76}$$

037 답 $\frac{2}{15}$

진영이가 당첨되는 사건을 A, 경민이가 당첨되는 사건을 B라 하면

$\mathrm{P}(A)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$, $\mathrm{P}(B|A)=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)=\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{15}$$

038 답 $\frac{4}{15}$

진영이가 당첨되는 사건을 A, 경민이가 당첨되지 않는 사건을 B라 하면

$\mathrm{P}(A)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$, $\mathrm{P}(B|A)=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)=\frac{2}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{15}$$

039 답 $\frac{1}{22}$

첫 번째 먹은 송편에 밤이 들어 있는 사건을 A, 두 번째 먹은 송편에 밤이 들어 있는 사건을 B라 하면

$\mathrm{P}(A)=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$, $\mathrm{P}(B|A)=\frac{2}{11}$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)=\frac{1}{4}\times\frac{2}{11}=\frac{1}{22}$$

040 답 $\frac{9}{44}$

첫 번째 먹은 송편에 밤이 들어 있는 사건을 A, 두 번째 먹은 송편에 깨가 들어 있는 사건을 B라 하면

$\mathrm{P}(A)=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$, $\mathrm{P}(B|A)=\frac{9}{11}$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)=\frac{1}{4}\times\frac{9}{11}=\frac{9}{44}$$

041 답 $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{35}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{14}$, $\frac{6}{35}$, $\frac{1}{5}$

042 답 $\frac{4}{9}$

첫 번째에 노란 장미를 꺼내는 사건을 A, 두 번째에 노란 장미를 꺼내는 사건을 B라 하자.

이때 사건 B가 일어나는 것은 첫 번째와 두 번째에 모두 노란 장미를 꺼내는 경우와 첫 번째에 빨간 장미를 꺼내고 두 번째에 노란 장미를 꺼내는 경우이다.

(i) 첫 번째와 두 번째에 모두 노란 장미를 꺼내는 경우

$\mathrm{P}(A)=\frac{8}{18}=\frac{4}{9}$, $\mathrm{P}(B|A)=\frac{7}{17}$

첫 번째와 두 번째에 모두 노란 장미를 꺼낼 확률은

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)=\frac{4}{9}\times\frac{7}{17}=\frac{28}{153}$

(ii) 첫 번째에 빨간 장미를 꺼내고 두 번째에 노란 장미를 꺼내는 경우

첫 번째에 빨간 장미를 꺼내는 사건은 A^C이므로

$\mathrm{P}(A^C)=\frac{10}{18}=\frac{5}{9}$, $\mathrm{P}(B|A^C)=\frac{8}{17}$

첫 번째에 빨간 장미를 꺼내고 두 번째에 노란 장미를 꺼낼 확률은

$\mathrm{P}(A^C\cap B)=\mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(B|A^C)=\frac{5}{9}\times\frac{8}{17}=\frac{40}{153}$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(B)=\mathrm{P}(A\cap B)+\mathrm{P}(A^C\cap B)=\frac{28}{153}+\frac{40}{153}=\frac{4}{9}$$

043 답 $\frac{7}{12}$

갑이 자몽 음료를 꺼내는 사건을 A, 을이 자몽 음료를 꺼내는 사건을 B라 하자.

이때 사건 B가 일어나는 것은 갑과 을이 모두 자몽 음료를 꺼내는 경우와 갑이 포도 음료를 꺼내고 을이 자몽 음료를 꺼내는 경우이다.

(i) 갑과 을이 모두 자몽 음료를 꺼내는 경우

$\mathrm{P}(A)=\frac{7}{12}$, $\mathrm{P}(B|A)=\frac{6}{11}$

갑과 을이 모두 자몽 음료를 꺼낼 확률은

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)=\frac{7}{12}\times\frac{6}{11}=\frac{7}{22}$

(ii) 갑이 포도 음료를 꺼내고 을이 자몽 음료를 꺼내는 경우

갑이 포도 음료를 꺼내는 사건은 A^C이므로

$\mathrm{P}(A^C)=\frac{5}{12}$, $\mathrm{P}(B|A^C)=\frac{7}{11}$

갑이 포도 음료를 꺼내고 을이 자몽 음료를 꺼낼 확률은

$\mathrm{P}(A^C\cap B)=\mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(B|A^C)=\frac{5}{12}\times\frac{7}{11}=\frac{35}{132}$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(B)=\mathrm{P}(A\cap B)+\mathrm{P}(A^C\cap B)=\frac{7}{22}+\frac{35}{132}=\frac{7}{12}$$

실전유형

84~85쪽

044 답 ①

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)=\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{10}$

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$에서

$1=\frac{2}{5}+\mathrm{P}(B)-\frac{1}{10}$ $\qquad\therefore \mathrm{P}(B)=\frac{7}{10}$

045 답 $\frac{4}{15}$

$P(A)=1-P(A^c)=1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$이므로

$P(A\cap B)=P(A)P(B|A)$

$=\frac{1}{4}\times\frac{2}{5}=\frac{1}{10}$

$P(A|B)=\frac{3}{8}$에서 $\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{3}{8}$

$\therefore P(B)=\frac{P(A\cap B)}{\frac{3}{8}}=\frac{\frac{1}{10}}{\frac{3}{8}}=\frac{4}{15}$

046 답 ④

$P(A\cap B)=P(B)P(A|B)$

$=0.6\times0.7=0.42$

$\therefore P(A^c\cap B)=P(B)-P(A\cap B)$

$=0.6-0.42=0.18$

047 답 $\frac{39}{95}$

첫 번째에 여학생을 뽑는 사건을 A, 두 번째에 여학생을 뽑는 사건을 B라 하면

$P(A)=\frac{13}{20}$, $P(B|A)=\frac{12}{19}$

따라서 구하는 확률은

$P(A\cap B)=P(A)P(B|A)$

$=\frac{13}{20}\times\frac{12}{19}=\frac{39}{95}$

048 답 ①

상자 A를 택하는 사건을 A, 파란 공을 꺼내는 사건을 B라 하면

$P(A)=\frac{1}{2}$, $P(B|A)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

따라서 구하는 확률은

$P(A\cap B)=P(A)P(B|A)$

$=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

049 답 4

첫 번째에 주황색 탁구공을 꺼내는 사건을 A, 두 번째에 연두색 탁구공을 꺼내는 사건을 B라 하면

$P(A)=\frac{6}{n+6}$, $P(B|A)=\frac{n}{n+5}$

이때 첫 번째에 주황색 탁구공을 꺼내고 두 번째에 연두색 탁구공을 꺼낼 확률은

$P(A\cap B)=P(A)P(B|A)$

$=\frac{6}{n+6}\times\frac{n}{n+5}=\frac{6n}{(n+6)(n+5)}$

즉, $\frac{6n}{(n+6)(n+5)}=\frac{4}{15}$이므로

$4(n+6)(n+5)=90n$

$2n^2-23n+60=0$, $(n-4)(2n-15)=0$

$\therefore n=4$ ($\because$ n은 자연수)

050 답 ③

경미가 당첨권을 뽑는 사건을 A, 희찬이가 당첨권을 뽑는 사건을 B라 하면

$P(A)=\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$, $P(A^c)=\frac{10}{16}=\frac{5}{8}$

$P(B|A)=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$, $P(B|A^c)=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$

$\therefore P(A\cap B)=P(A)P(B|A)$

$=\frac{3}{8}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{8}$

$P(A^c\cap B)=P(A^c)P(B|A^c)$

$=\frac{5}{8}\times\frac{2}{5}=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 확률은

$P(B)=P(A\cap B)+P(A^c\cap B)$

$=\frac{1}{8}+\frac{1}{4}=\frac{3}{8}$

051 답 ⑤

내일 비가 오는 사건을 A, 경기에서 이기는 사건을 B라 하면

$P(A)=0.4$, $P(A^c)=0.6$

$P(B|A)=0.3$, $P(B|A^c)=0.7$

$\therefore P(A\cap B)=P(A)P(B|A)$

$=0.4\times0.3=0.12$

$P(A^c\cap B)=P(A^c)P(B|A^c)$

$=0.6\times0.7=0.42$

따라서 구하는 확률은

$P(B)=P(A\cap B)+P(A^c\cap B)$

$=0.12+0.42=0.54$

052 답 $\frac{9}{56}$

주머니 A를 택하는 사건을 A, 모두 검은 바둑돌을 꺼내는 사건을 B라 하면

$P(A)=\frac{1}{2}$, $P(A^c)=\frac{1}{2}$

$P(B|A)=\frac{{}_4C_2}{{}_7C_2}=\frac{2}{7}$, $P(B|A^c)=\frac{{}_2C_2}{{}_8C_2}=\frac{1}{28}$

$\therefore P(A\cap B)=P(A)P(B|A)$

$=\frac{1}{2}\times\frac{2}{7}=\frac{1}{7}$

$P(A^c\cap B)=P(A^c)P(B|A^c)$

$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{28}=\frac{1}{56}$

따라서 구하는 확률은

$P(B)=P(A\cap B)+P(A^c\cap B)$

$=\frac{1}{7}+\frac{1}{56}=\frac{9}{56}$

053 답 $\frac{5}{7}$

A 공장에서 공급받은 제품을 뽑는 사건을 A, 불량품을 뽑는 사건을 B라 하면

$P(A)=0.6$, $P(A^c)=0.4$

$P(B|A)=0.05$, $P(B|A^c)=0.03$

$\therefore \mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)$

$=0.6\times0.05=0.03$

$\mathrm{P}(A^c\cap B)=\mathrm{P}(A^c)\mathrm{P}(B|A^c)$

$=0.4\times0.03=0.012$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A|B)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(B)}=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A\cap B)+\mathrm{P}(A^c\cap B)}=\frac{0.03}{0.03+0.012}=\frac{5}{7}$$

054 답 $\frac{2}{5}$

이 팀이 치르는 경기가 원정 경기인 사건을 A, 이 팀이 이기는 사건을 B라 하면

$\mathrm{P}(A^c)=\frac{2}{5}$, $\mathrm{P}(A)=\frac{3}{5}$

$\mathrm{P}(B|A^c)=\frac{3}{4}$, $\mathrm{P}(B|A)=\frac{1}{3}$

$\therefore \mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)$

$=\frac{3}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{5}$

$\mathrm{P}(A^c\cap B)=\mathrm{P}(A^c)\mathrm{P}(B|A^c)$

$=\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{10}$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A|B)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(B)}=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A\cap B)+\mathrm{P}(A^c\cap B)}=\frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{5}+\frac{3}{10}}=\frac{2}{5}$$

055 답 ⑤

노란 주머니를 택하는 사건을 A, 모두 흰 구슬을 꺼내는 사건을 B라 하면

$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{2}$, $\mathrm{P}(A^c)=\frac{1}{2}$

$\mathrm{P}(B|A)=\frac{{}_5\mathrm{C}_2}{{}_{11}\mathrm{C}_2}=\frac{2}{11}$, $\mathrm{P}(B|A^c)=\frac{{}_3\mathrm{C}_2}{{}_{10}\mathrm{C}_2}=\frac{1}{15}$

$\therefore \mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)$

$=\frac{1}{2}\times\frac{2}{11}=\frac{1}{11}$

$\mathrm{P}(A^c\cap B)=\mathrm{P}(A^c)\mathrm{P}(B|A^c)$

$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{15}=\frac{1}{30}$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A|B)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(B)}=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A\cap B)+\mathrm{P}(A^c\cap B)}=\frac{\frac{1}{11}}{\frac{1}{11}+\frac{1}{30}}=\frac{30}{41}$$

개념유형

056 답 $\frac{5}{8}$

057 답 $\frac{5}{9}$

사건 B가 일어나는 것은 첫 번째에 검은 바둑돌을 꺼내고 두 번째에 흰 바둑돌을 꺼내는 경우와 첫 번째와 두 번째에 모두 흰 바둑돌을 꺼내는 경우이다.

(i) 첫 번째에 검은 바둑돌을 꺼내고 두 번째에 흰 바둑돌을 꺼낼 확률은

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)$

$=\frac{4}{9}\times\frac{5}{8}=\frac{5}{18}$

(ii) 첫 번째에 흰 바둑돌을 꺼내고 두 번째에 흰 바둑돌을 꺼낼 확률은

$\mathrm{P}(A^c\cap B)=\mathrm{P}(A^c)\mathrm{P}(B|A^c)$

$=\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}=\frac{5}{18}$

(i), (ii)에서

$\mathrm{P}(B)=\mathrm{P}(A\cap B)+\mathrm{P}(A^c\cap B)$

$=\frac{5}{18}+\frac{5}{18}=\frac{5}{9}$

058 답 종속

$\mathrm{P}(B)=\frac{5}{9}$, $\mathrm{P}(B|A)=\frac{5}{8}$에서 $\mathrm{P}(B)\neq\mathrm{P}(B|A)$

따라서 두 사건 A, B는 서로 종속이다.

059 답 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $=$, 독립

060 답 독립

$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{2}$, $\mathrm{P}(C)=\frac{1}{3}$, $\mathrm{P}(A\cap C)=\frac{1}{6}$이므로

$\mathrm{P}(A\cap C)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(C)$

따라서 두 사건 A와 C는 서로 독립이다.

061 답 종속

$\mathrm{P}(B)=\frac{1}{3}$, $\mathrm{P}(C)=\frac{1}{3}$, $\mathrm{P}(B\cap C)=0$이므로

$\mathrm{P}(B\cap C)\neq\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(C)$

따라서 두 사건 B와 C는 서로 종속이다.

062 답 종속

$A=\{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B=\{3, 6, 9\}$, $A\cap B=\{3, 9\}$이므로

$\mathrm{P}(A)=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{3}{10}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$

$\therefore \mathrm{P}(A\cap B)\neq\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

따라서 두 사건 A와 B는 서로 종속이다.

063 답 **독립**

$A=\{1, 3, 5, 7, 9\}$, $C=\{1, 2, 5, 10\}$, $A\cap C=\{1, 5\}$이므로

$\mathrm{P}(A)=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$, $\mathrm{P}(C)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$, $\mathrm{P}(A\cap C)=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$

$\therefore \mathrm{P}(A\cap C)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(C)$

따라서 두 사건 A와 C는 서로 독립이다.

064 답 **종속**

$B=\{3, 6, 9\}$, $C=\{1, 2, 5, 10\}$, $B\cap C=\varnothing$이므로

$\mathrm{P}(B)=\frac{3}{10}$, $\mathrm{P}(C)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$, $\mathrm{P}(B\cap C)=0$

$\therefore \mathrm{P}(B\cap C)\neq\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(C)$

따라서 두 사건 B와 C는 서로 종속이다.

065 답 $\mathbf{\frac{2}{5}}$

두 사건 A, B가 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(A|B)=\mathrm{P}(A)=\frac{2}{5}$

066 답 $\mathbf{\frac{1}{2}}$

두 사건 A, B가 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(B|A)=\mathrm{P}(B)=\frac{1}{2}$

067 답 $\mathbf{\frac{1}{5}}$

두 사건 A, B가 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{5}$

068 답 $\mathbf{\frac{2}{5}}$

두 사건 A, B^C가 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(A|B^C)=\mathrm{P}(A)=\frac{2}{5}$

069 답 $\mathbf{\frac{1}{2}}$

두 사건 A^C, B^C가 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(B^C|A^C)=\mathrm{P}(B^C)=1-\mathrm{P}(B)=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

070 답 $\mathbf{\frac{3}{10}}$

두 사건 A^C, B가 서로 독립이므로

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A^C\cap B)&=\mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(B)=\{1-\mathrm{P}(A)\}\mathrm{P}(B)\\&=\left(1-\frac{2}{5}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{3}{10}\end{aligned}$$

071 답 **0.4**

두 사건 A, B가 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A|B)=0.4$

072 답 **0.3**

두 사건 A, B가 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(B)=\mathrm{P}(B|A)=0.3$

073 답 **0.12**

두 사건 A, B가 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=0.4\times0.3=0.12$

074 답 **0.28**

두 사건 A, B^C가 서로 독립이므로

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A\cap B^C)&=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B^C)=\mathrm{P}(A)\{1-\mathrm{P}(B)\}\\&=0.4\times(1-0.3)=0.28\end{aligned}$$

075 답 **0.18**

두 사건 A^C, B가 서로 독립이므로

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A^C\cap B)&=\mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(B)=\{1-\mathrm{P}(A)\}\mathrm{P}(B)\\&=(1-0.4)\times0.3=0.18\end{aligned}$$

076 답 **0.88**

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A^C\cup B^C)&=\mathrm{P}((A\cap B)^C)=1-\mathrm{P}(A\cap B)\\&=1-0.12=0.88\end{aligned}$$

077 답 $\mathbf{\frac{1}{4}}$

주사위의 짝수의 눈이 나오는 사건을 A, 동전의 뒷면이 나오는 사건을 B라 하면 두 사건 A, B는 서로 독립이므로 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\frac{3}{6}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

078 답 $\mathbf{\frac{1}{6}}$

주사위의 5의 약수의 눈이 나오는 사건을 A, 동전의 앞면이 나오는 사건을 B라 하면 두 사건 A, B는 서로 독립이므로 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\frac{2}{6}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$

079 답 $\mathbf{\frac{1}{12}}$

주사위의 6의 배수의 눈이 나오는 사건을 A, 동전의 뒷면이 나오는 사건을 B라 하면 두 사건 A, B는 서로 독립이므로 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{12}$

080 답 **0.08**

두 시험 A, B에 합격하는 사건을 각각 A, B라 하면 두 사건 A, B는 서로 독립이므로 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=0.4\times0.2=0.08$

081 답 **0.32**

두 사건 A, B^C는 서로 독립이므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A\cap B^C)&=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B^C)=\mathrm{P}(A)\{1-\mathrm{P}(B)\}\\&=0.4\times(1-0.2)=0.32\end{aligned}$$

082 답 0.48

두 사건 A^c, B^c는 서로 독립이므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A^c\cap B^c)&=\mathrm{P}(A^c)\mathrm{P}(B^c)=\{1-\mathrm{P}(A)\}\{1-\mathrm{P}(B)\}\\&=(1-0.4)\times(1-0.2)=0.48\end{aligned}$$

실전유형

89~90쪽

083 답 ⑤

동전의 앞면을 H, 뒷면을 T라 하고 100원짜리 동전과 500원짜리 동전이 나온 면을 차례대로 나타내면 표본공간은

{HH, HT, TH, TT}

이때 $A=\{\mathrm{HH, HT}\}$, $B=\{\mathrm{HT, TT}\}$, $C=\{\mathrm{HH}\}$,

$D=\{\mathrm{HT, TH}\}$이므로

$\mathrm{P}(A)=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$, $\mathrm{P}(C)=\frac{1}{4}$, $\mathrm{P}(D)=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

ㄱ. $A\cap B=\{\mathrm{HT}\}$이므로 $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{4}$

이때 $\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

따라서 두 사건 A와 B는 서로 독립이다.

ㄴ. $A\cap D=\{\mathrm{HT}\}$이므로 $\mathrm{P}(A\cap D)=\frac{1}{4}$

이때 $\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(D)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$이므로

$\mathrm{P}(A\cap D)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(D)$

따라서 두 사건 A와 D는 서로 독립이다.

ㄷ. $B\cap C=\varnothing$이므로 $\mathrm{P}(B\cap C)=0$

이때 $\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(C)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{8}$이므로

$\mathrm{P}(B\cap C)\neq\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(C)$

따라서 두 사건 B와 C는 서로 종속이다.

ㄹ. $B\cap D=\{\mathrm{HT}\}$이므로 $\mathrm{P}(B\cap D)=\frac{1}{4}$

이때 $\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(D)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$이므로

$\mathrm{P}(B\cap D)=\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(D)$

따라서 두 사건 B와 D는 서로 독립이다.

따라서 보기에서 서로 독립인 사건은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.

084 답 ③

$A=\{1, 3, 5\}$, $B=\{2, 3, 5\}$, $C=\{1, 2, 3, 6\}$이므로

$\mathrm{P}(A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$, $\mathrm{P}(C)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

ㄱ. $A\cap B=\{3, 5\}$이므로 $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

이때 $\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)\neq\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

따라서 두 사건 A와 B는 서로 종속이다.

ㄴ. $A\cap C^c=\{5\}$이므로 $\mathrm{P}(A\cap C^c)=\frac{1}{6}$

이때 $\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(C^c)=\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{6}$이므로

$\mathrm{P}(A\cap C^c)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(C^c)$

따라서 두 사건 A와 C^c는 서로 독립이다.

ㄷ. $A^c\cap B=\{2\}$이므로 $\mathrm{P}(A^c\cap B)=\frac{1}{6}$

이때 $\mathrm{P}(A^c)\mathrm{P}(B)=\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$이므로

$\mathrm{P}(A^c\cap B)\neq\mathrm{P}(A^c)\mathrm{P}(B)$

따라서 두 사건 A^c와 B는 서로 종속이다.

ㄹ. $B^c\cap C^c=\{4\}$이므로 $\mathrm{P}(B^c\cap C^c)=\frac{1}{6}$

이때 $\mathrm{P}(B^c)\mathrm{P}(C^c)=\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{6}$이므로

$\mathrm{P}(B^c\cap C^c)=\mathrm{P}(B^c)\mathrm{P}(C^c)$

따라서 두 사건 B^c와 C^c는 서로 독립이다.

따라서 보기에서 서로 독립인 사건은 ㄴ, ㄹ이다.

085 답 ㄱ, ㄴ

ㄱ. 두 사건 A, B가 서로 독립이면

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

$\mathrm{P}(B)=\mathrm{P}(A\cap B)+\mathrm{P}(A^c\cap B)$이므로

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A^c\cap B)&=\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)\\&=\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)\\&=\{1-\mathrm{P}(A)\}\mathrm{P}(B)\\&=\mathrm{P}(A^c)\mathrm{P}(B)\end{aligned}$$

따라서 두 사건 A^c, B도 서로 독립이다.

ㄴ. $A\cap A^c=\varnothing$이므로 $\mathrm{P}(A\cap A^c)=0$

$0<\mathrm{P}(A)<1$이므로 $0<1-\mathrm{P}(A)<1$

$\therefore\ 0<\mathrm{P}(A^c)<1$

즉, $\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(A^c)\neq0$이므로

$\mathrm{P}(A\cap A^c)\neq\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(A^c)$

따라서 사건 A와 그 여사건 A^c는 서로 종속이다.

ㄷ. [반례] $S=\{1, 2, 3, 4\}$, $A=\{1, 2, 3\}$, $B=\{1, 4\}$이면

$A\cap B=\{1\}$이므로

$\mathrm{P}(A)=\frac{3}{4}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{4}$

이때 $\mathrm{P}(A\cap B)\neq\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$이므로 두 사건 A, B는 서로 종속이지만 $\mathrm{P}(A\cap B)\neq0$이므로 A, B는 배반사건이 아니다.

따라서 보기에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

086 답 0.2

두 사건 A, B가 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A|B)=0.5$

$\mathrm{P}(B)=\mathrm{P}(B|A)=0.4$

두 사건 A^c, B도 서로 독립이므로

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A^c\cap B)&=\mathrm{P}(A^c)\mathrm{P}(B)\\&=\{1-\mathrm{P}(A)\}\mathrm{P}(B)\\&=(1-0.5)\times0.4=0.2\end{aligned}$$

참고 두 사건 A, B가 서로 독립이면 A와 B^c, A^c와 B, A^c와 B^c도 각각 서로 독립이다.

087 답 ③

두 사건 A, B가 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$에서

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

$\frac{5}{6}=\frac{2}{3}+\mathrm{P}(B)-\frac{2}{3}\mathrm{P}(B)$

$\frac{1}{3}\mathrm{P}(B)=\frac{1}{6}\qquad\therefore\ \mathrm{P}(B)=\frac{1}{2}$

088 답 ⑤

두 사건 A, B는 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

$\frac{1}{8}=\mathrm{P}(A)\times\frac{5}{16}\qquad\therefore\ \mathrm{P}(A)=\frac{2}{5}$

두 사건 A, C는 서로 배반사건이므로

$\mathrm{P}(A\cup C)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(C)$

$\frac{5}{8}=\frac{2}{5}+\mathrm{P}(C)\qquad\therefore\ \mathrm{P}(C)=\frac{9}{40}$

089 답 $\frac{1}{2}$

두 사건 A, B가 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A|B)=\frac{2}{3}$

두 사건 A, B가 서로 독립이면 A와 B^C, A^C와 B도 각각 서로 독립이므로 $\mathrm{P}(A\cap B^C)+\mathrm{P}(A^C\cap B)=\frac{5}{12}$에서

$\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B^C)+\mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(B)=\frac{5}{12}$

$\mathrm{P}(A)\{1-\mathrm{P}(B)\}+\{1-\mathrm{P}(A)\}\mathrm{P}(B)=\frac{5}{12}$

$\frac{2}{3}\{1-\mathrm{P}(B)\}+\frac{1}{3}\mathrm{P}(B)=\frac{5}{12}$

$\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\mathrm{P}(B)=\frac{5}{12}$

$\frac{1}{3}\mathrm{P}(B)=\frac{1}{4}\qquad\therefore\ \mathrm{P}(B)=\frac{3}{4}$

$\therefore\ \mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

$=\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{2}$

090 답 ④

A 자격증 시험에 합격하는 사건을 A, B 자격증 시험에 합격하는 사건을 B라 하면 두 사건 A, B^C는 서로 독립이므로 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A\cap B^C)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B^C)$

$=\mathrm{P}(A)\{1-\mathrm{P}(B)\}$

$=0.8\times(1-0.6)=0.32$

091 답 $\frac{2}{75}$

첫 번째에 빨간 구슬을 꺼내는 사건을 A, 두 번째에 빨간 구슬을 꺼내는 사건을 B라 하자.

꺼낸 구슬을 다시 넣는 경우에 두 사건 A, B는 서로 독립이므로 2번 모두 빨간 구슬이 나올 확률은

$p=\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

$=\frac{4}{10}\times\frac{4}{10}=\frac{4}{25}$

꺼낸 구슬을 다시 넣지 않는 경우에 2번 모두 빨간 구슬이 나올 확률은

$q=\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)$

$=\frac{4}{10}\times\frac{3}{9}=\frac{2}{15}$

$\therefore\ p-q=\frac{4}{25}-\frac{2}{15}=\frac{2}{75}$

092 답 $\frac{5}{12}$

두 양궁 선수 A, B가 과녁의 10점 영역을 맞히는 사건을 각각 A, B라 하면 A와 B^C, A^C와 B는 각각 서로 독립이다.

(i) A 선수만 10점 영역을 맞힐 확률은

$\mathrm{P}(A\cap B^C)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B^C)$

$=\mathrm{P}(A)\{1-\mathrm{P}(B)\}$

$=\frac{3}{4}\times\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{4}$

(ii) B 선수만 10점 영역을 맞힐 확률은

$\mathrm{P}(A^C\cap B)=\mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(B)$

$=\{1-\mathrm{P}(A)\}\mathrm{P}(B)$

$=\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\frac{2}{3}=\frac{1}{6}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{5}{12}$

093 답 $\frac{4}{5}$

두 야구 선수 A, B가 안타를 치는 사건을 각각 A, B라 하면 A, B가 모두 안타를 치는 사건은 $A\cap B$이고, 두 사건 A, B는 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

$\frac{8}{15}=\frac{2}{3}p\qquad\therefore\ p=\frac{4}{5}$

094 답 $\frac{13}{15}$

세 학생 A, B, C가 영어 수업 시간에 발표하지 않는 사건을 각각 A, B, C라 하면

$\mathrm{P}(A)=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$, $\mathrm{P}(B)=1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$, $\mathrm{P}(C)=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

3명의 학생 중에서 적어도 1명은 발표하는 사건은 $(A\cap B\cap C)^C$이고, $A\cap B\cap C$는 3명이 모두 발표하지 않는 사건이다.

이때 세 사건 A, B, C가 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(A\cap B\cap C)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(C)$

$=\frac{1}{3}\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{2}{15}$

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}((A\cap B\cap C)^C)=1-\mathrm{P}(A\cap B\cap C)$

$=1-\frac{2}{15}=\frac{13}{15}$

095 답 독립시행이다.

096 답 독립시행이 아니다.

097 답 독립시행이 아니다.

098 답 독립시행이다.

099 답 $\frac{1}{4}$

주사위를 한 번 던져서 소수의 눈이 나오는 사건을 A라 하면

$\mathrm{P}(A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

각 시행은 서로 독립이므로 구하는 확률은

${}_4\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^1=\frac{1}{4}$

100 답 $\frac{8}{27}$

주사위를 1번 던져서 3의 배수의 눈이 나오는 사건을 A라 하면

$\mathrm{P}(A)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

각 시행은 서로 독립이므로 구하는 확률은

${}_4\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{8}{27}$

101 답 $\frac{8}{81}$

주사위를 1번 던져서 6의 약수의 눈이 나오는 사건을 A라 하면

$\mathrm{P}(A)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

각 시행은 서로 독립이므로 구하는 확률은

${}_4\mathrm{C}_1\left(\frac{2}{3}\right)^1\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{8}{81}$

102 답 $\frac{9}{64}$

화살 1발을 쏘아서 과녁의 10점 영역에 맞히는 사건을 A라 하면

$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{4}$

각 시행은 서로 독립이므로 구하는 확률은

${}_3\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{3}{4}\right)^1=\frac{9}{64}$

103 답 $\frac{27}{128}$

구하는 확률은 ${}_4\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{27}{128}$

104 답 $\frac{135}{512}$

구하는 확률은 ${}_5\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{3}{4}\right)^3=\frac{135}{512}$

105 답 $\frac{405}{1024}$

이 공장에서 생산된 제품 중에서 1개를 택할 때 최종 검수를 통과한 제품이 나오는 사건을 A라 하면

$\mathrm{P}(A)=\frac{3}{4}$

각 시행은 서로 독립이므로 구하는 확률은

${}_5\mathrm{C}_4\left(\frac{3}{4}\right)^4\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{405}{1024}$

106 답 $\frac{45}{128}$

(i) 최종 검수를 통과한 제품을 2개 택할 확률은

$\quad {}_5\mathrm{C}_2\left(\frac{3}{4}\right)^2\left(\frac{1}{4}\right)^3=\frac{45}{512}$

(ii) 최종 검수를 통과한 제품을 3개 택할 확률은

$\quad {}_5\mathrm{C}_3\left(\frac{3}{4}\right)^3\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{135}{512}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$\frac{45}{512}+\frac{135}{512}=\frac{45}{128}$

107 답 $\frac{1}{1024}$

구하는 확률은 ${}_5\mathrm{C}_0\left(\frac{1}{4}\right)^5=\frac{1}{1024}$

108 답 $\frac{1023}{1024}$

최종 검수를 통과한 제품을 1개 이상 택하는 사건을 B라 하면 B^C는 최종 검수를 통과한 제품을 택하지 않는 사건이므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(B)&=1-\mathrm{P}(B^C)\\&=1-\frac{1}{1024}=\frac{1023}{1024}\end{aligned}$$

109 답 $\frac{1}{5}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{16}{625}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{625}$, $\frac{16}{625}$, $\frac{1}{625}$, $\frac{17}{625}$

110 답 $\frac{13}{125}$

(i) 3문제 중에서 2문제를 맞힐 확률은

$\quad {}_3\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{5}\right)^2\left(\frac{4}{5}\right)^1=\frac{12}{125}$

(ii) 3문제 모두 맞힐 확률은

$\quad {}_3\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{5}\right)^3=\frac{1}{125}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$\frac{12}{125}+\frac{1}{125}=\frac{13}{125}$

111 답 $\frac{3104}{3125}$

5문제 중에서 3문제 이하로 맞히는 사건을 A라 하면 A^C는 3문제 초과로 맞히는 사건이다.

(ⅰ) 5문제 중에서 4문제를 맞힐 확률은

$${}_5C_4\left(\frac{1}{5}\right)^4\left(\frac{4}{5}\right)^1=\frac{4}{625}$$

(ⅱ) 5문제 모두 맞힐 확률은

$${}_5C_5\left(\frac{1}{5}\right)^5=\frac{1}{3125}$$

(ⅰ), (ⅱ)에서

$$\mathrm{P}(A^C)=\frac{4}{625}+\frac{1}{3125}=\frac{21}{3125}$$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)$$
$$=1-\frac{21}{3125}=\frac{3104}{3125}$$

112 답 $\frac{61}{125}$

3문제 중에서 적어도 1문제를 맞히는 사건을 B라 하면 B^C는 1문제도 맞히지 못하는 사건이므로

$$\mathrm{P}(B^C)={}_3C_0\left(\frac{4}{5}\right)^3=\frac{64}{125}$$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(B)=1-\mathrm{P}(B^C)$$
$$=1-\frac{64}{125}=\frac{61}{125}$$

113 답 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{3}{8}$

114 답 $\frac{3}{8}$

(ⅰ) A가 우승자가 되는 경우

A가 세 번째까지는 2번 이기고 네 번째에서 이겨야 하므로

$${}_3C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^1\times\frac{1}{2}=\frac{3}{16}$$

(ⅱ) B가 우승자가 되는 경우

B가 세 번째까지는 2번 이기고 네 번째에서 이겨야 하므로

$${}_3C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^1\times\frac{1}{2}=\frac{3}{16}$$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$$\frac{3}{16}+\frac{3}{16}=\frac{3}{8}$$

115 답 $\frac{1}{4}$

(ⅰ) A가 우승자가 되는 경우

A가 네 번째까지는 3번 이기고 다섯 번째에서 이겨야 하므로

$${}_4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$$

(ⅱ) B가 우승자가 되는 경우

B가 네 번째까지는 3번 이기고 다섯 번째에서 이겨야 하므로

$${}_4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{1}{4}$$

실전유형

94~95쪽

116 답 6

7개의 씨앗 중에서 1개가 발아할 확률은

$${}_7C_1\left(\frac{6}{7}\right)^1\left(\frac{1}{7}\right)^6=\frac{6}{7^6}$$

$\therefore k=6$

117 답 ⑤

자유투를 3번 할 때 1번 이상 성공하는 사건을 A라 하면 A^C는 1번도 성공하지 못하는 사건이므로

$$\mathrm{P}(A^C)={}_3C_0\left(\frac{1}{5}\right)^3=\frac{1}{125}$$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)$$
$$=1-\frac{1}{125}=\frac{124}{125}$$

118 답 ③

(ⅰ) 5명의 환자 중에서 4명이 완치될 확률은

$${}_5C_4\left(\frac{3}{4}\right)^4\left(\frac{1}{4}\right)^1=\frac{405}{1024}$$

(ⅱ) 5명의 환자 모두 완치될 확률은

$${}_5C_5\left(\frac{3}{4}\right)^5=\frac{243}{1024}$$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$$\frac{405}{1024}+\frac{243}{1024}=\frac{81}{128}$$

119 답 43

(ⅰ) 앞면이 나오는 횟수가 4일 확률은

$${}_6C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{15}{64}$$

(ⅱ) 앞면이 나오는 횟수가 5일 확률은

$${}_6C_5\left(\frac{1}{2}\right)^5\left(\frac{1}{2}\right)^1=\frac{3}{32}$$

(ⅲ) 앞면이 나오는 횟수가 6일 확률은

$${}_6C_6\left(\frac{1}{2}\right)^6=\frac{1}{64}$$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 앞면이 나오는 횟수가 뒷면이 나오는 횟수보다 클 확률은

$$\frac{15}{64}+\frac{3}{32}+\frac{1}{64}=\frac{11}{32}$$

따라서 $p=32$, $q=11$이므로

$p+q=43$

120 답 $\frac{328}{625}$

4발을 쏠 때 적어도 2발은 과녁에 명중시키는 사건을 A라 하면 A^C는 1발도 과녁에 명중시키지 못하거나 1발만 과녁에 명중시키는 사건이다.

(ⅰ) 4발 중에서 1발도 과녁에 명중시키지 못할 확률은

$${}_4C_0\left(\frac{3}{5}\right)^4=\frac{81}{625}$$

(ii) 4발 중에서 1발만 과녁에 명중시킬 확률은

$${}_4C_1\left(\frac{2}{5}\right)^1\left(\frac{3}{5}\right)^3=\frac{216}{625}$$

(i), (ii)에서

$$P(A^C)=\frac{81}{625}+\frac{216}{625}=\frac{297}{625}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A)=1-P(A^C)=1-\frac{297}{625}=\frac{328}{625}$$

다른 풀이

(i) 4발 중에서 2발을 과녁에 명중시킬 확률은

$${}_4C_2\left(\frac{2}{5}\right)^2\left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{216}{625}$$

(ii) 4발 중에서 3발을 과녁에 명중시킬 확률은

$${}_4C_3\left(\frac{2}{5}\right)^3\left(\frac{3}{5}\right)^1=\frac{96}{625}$$

(iii) 4발 중에서 4발을 과녁에 명중시킬 확률은

$${}_4C_4\left(\frac{2}{5}\right)^4=\frac{16}{625}$$

(i), (ii), (iii)에서 구하는 확률은

$$\frac{216}{625}+\frac{96}{625}+\frac{16}{625}=\frac{328}{625}$$

121 답 ①

한 개의 주사위를 네 번 던질 때, $a\times b\times c\times d$가 27의 배수이려면 3의 배수의 눈이 3번 또는 4번 나와야 한다.
한 개의 주사위를 한 번 던져서 3의 배수의 눈이 나올 확률은

$$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

(i) 3의 배수의 눈이 3번 나올 확률은

$${}_4C_3\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^1=\frac{8}{81}$$

(ii) 3의 배수의 눈이 4번 나올 확률은

$${}_4C_4\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{1}{81}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{8}{81}+\frac{1}{81}=\frac{1}{9}$

122 답 $\frac{81}{256}$

A 선수가 5번째 경기에서 우승하려면 A 선수가 4번째 경기까지 3번 이기고 5번째 경기에서 이겨야 한다.
따라서 구하는 확률은

$${}_4C_3\left(\frac{3}{4}\right)^3\left(\frac{1}{4}\right)^1\times\frac{3}{4}=\frac{27}{64}\times\frac{3}{4}=\frac{81}{256}$$

123 답 $\frac{1}{9}$

(i) A 팀이 3번째 세트에서 우승하려면 3번째 세트까지 3번 모두 이겨야 하므로 그 확률은

$${}_3C_3\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1}{27}$$

(ii) A 팀이 4번째 세트에서 우승하려면 3번째 세트까지 2번 이기고 4번째 세트에서 이겨야 하므로 그 확률은

$${}_3C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^1\times\frac{1}{3}=\frac{2}{27}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{1}{27}+\frac{2}{27}=\frac{1}{9}$

124 답 ④

(i) 지우가 3번째 시합에서 우승하려면 3번째 시합까지 3번 모두 이겨야 하므로 그 확률은

$${}_3C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$$

(ii) 지우가 4번째 시합에서 우승하려면 3번째 시합까지 2번 이기고 4번째 시합에서 이겨야 하므로 그 확률은

$${}_3C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^1\times\frac{1}{2}=\frac{3}{16}$$

(iii) 지우가 5번째 시합에서 우승하려면 4번째 시합까지 2번 이기고 5번째 시합에서 이겨야 하므로 그 확률은

$${}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}=\frac{3}{16}$$

(i), (ii), (iii)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{8}+\frac{3}{16}+\frac{3}{16}=\frac{1}{2}$$

125 답 $\frac{4}{9}$

한 개의 주사위를 1번 던져서 6의 약수의 눈이 나올 확률은

$$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$$

(i) 동전의 앞면이 나오고, 주사위를 3번 던져서 6의 약수의 눈이 2번 나올 확률은

$$\frac{1}{2}\times{}_3C_2\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^1=\frac{2}{9}$$

(ii) 동전의 뒷면이 나오고, 주사위를 2번 던져서 6의 약수의 눈이 2번 나올 확률은

$$\frac{1}{2}\times{}_2C_2\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{2}{9}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{2}{9}+\frac{2}{9}=\frac{4}{9}$$

126 답 ③

서로 다른 색의 공 2개를 꺼낼 확률은

$$\frac{{}_4C_1\times{}_2C_1}{{}_6C_2}=\frac{8}{15}$$

서로 같은 색의 공 2개를 꺼낼 확률은

$$1-\frac{8}{15}=\frac{7}{15}$$

(i) 서로 다른 색의 공 2개를 꺼내고, 한 개의 동전을 5번 던져서 앞면이 2번 나올 확률은

$$\frac{8}{15}\times{}_5C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{8}{15}\times\frac{5}{16}=\frac{1}{6}$$

(ii) 서로 같은 색의 공 2개를 꺼내고, 한 개의 동전을 4번 던져서 앞면이 2번 나올 확률은

$$\frac{7}{15}\times{}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{7}{15}\times\frac{3}{8}=\frac{7}{40}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{6}+\frac{7}{40}=\frac{41}{120}$$

127 답 $\frac{3}{16}$

한 개의 주사위를 던져서 5의 약수의 눈이 나올 확률은

$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

(i) 주사위에서 5의 약수의 눈이 나오고, 동전을 4번 던져서 앞면이 3번 또는 4번 나올 확률은

$$\frac{1}{3}\times\left\{{}_4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^1+{}_4C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4\right\}=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{16}\right)$$
$$=\frac{1}{3}\times\frac{5}{16}=\frac{5}{48}$$

(ii) 주사위에서 5의 약수가 아닌 눈이 나오고, 동전을 3번 던져서 앞면이 3번 나올 확률은

$$\left(1-\frac{1}{3}\right)\times{}_3C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{2}{3}\times\frac{1}{8}$$
$$=\frac{1}{12}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$\frac{5}{48}+\frac{1}{12}=\frac{3}{16}$

실전유형으로 중단원 점검 96~97쪽

1 답 ⑤

$P(A^C\cap B^C)=P((A\cup B)^C)=1-P(A\cup B)$이므로

$1-P(A\cup B)=\frac{1}{6}$ $\quad\therefore P(A\cup B)=\frac{5}{6}$

$$\therefore P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$$
$$=\frac{1}{2}+\frac{3}{4}-\frac{5}{6}=\frac{5}{12}$$
$$\therefore P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$
$$=\frac{\frac{5}{12}}{\frac{3}{4}}=\frac{5}{9}$$

2 답 $\frac{3}{7}$

나오는 두 눈의 수의 합이 5의 배수인 사건을 A, 두 눈의 수가 모두 소수인 사건을 B라 하면

$A=\{(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (4, 6), (5, 5), (6, 4)\}$

$A\cap B=\{(2, 3), (3, 2), (5, 5)\}$

$\therefore P(A)=\frac{7}{36}$, $P(A\cap B)=\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

따라서 구하는 확률은

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$$
$$=\frac{\frac{1}{12}}{\frac{7}{36}}=\frac{3}{7}$$

3 답 ③

$P(B)=1-P(B^C)=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$이므로

$$P(A\cap B)=P(B)P(A|B)$$
$$=\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$$

$P(B|A)=\frac{7}{10}$에서

$\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{7}{10}$

$$\therefore P(A)=\frac{P(A\cap B)}{\frac{7}{10}}$$
$$=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{7}{10}}=\frac{5}{14}$$

4 답 ②

희준이가 당첨 제비를 뽑는 사건을 A, 민영이가 당첨 제비를 뽑는 사건을 B라 하면

$P(A)=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$

$P(B|A)=\frac{4}{14}=\frac{2}{7}$

따라서 구하는 확률은

$$P(A\cap B)=P(A)P(B|A)$$
$$=\frac{1}{3}\times\frac{2}{7}=\frac{2}{21}$$

5 답 ⑤

상자 A를 택하는 사건을 A, 서로 다른 색의 구슬을 꺼내는 사건을 B라 하면

$P(A)=\frac{1}{2}$, $P(A^C)=\frac{1}{2}$

$P(B|A)=\frac{{}_3C_1\times{}_3C_1}{{}_6C_2}=\frac{3}{5}$, $P(B|A^C)=\frac{{}_3C_1\times{}_2C_1}{{}_5C_2}=\frac{3}{5}$

$$\therefore P(A\cap B)=P(A)P(B|A)$$
$$=\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{10}$$
$$P(A^C\cap B)=P(A^C)P(B|A^C)$$
$$=\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{10}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(B)=P(A\cap B)+P(A^C\cap B)$$
$$=\frac{3}{10}+\frac{3}{10}=\frac{3}{5}$$

6 답 $\frac{8}{9}$

택한 1명이 사범대학 졸업생인 사건을 A, 고등학교로 발령이 나는 사건을 B라 하면

$P(A)=0.8$, $P(A^C)=0.2$

$P(B|A)=0.4$, $P(B|A^C)=0.2$

$\therefore\ \mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)$

$=0.8\times0.4=0.32$

$\mathrm{P}(A^C\cap B)=\mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(B|A^C)$

$=0.2\times0.2=0.04$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A|B)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(B)}=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A\cap B)+\mathrm{P}(A^C\cap B)}=\frac{0.32}{0.32+0.04}=\frac{8}{9}$$

7 답 ㄱ, ㄷ

$A=\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$,

$B=\{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$, $C=\{5, 10, 15, 20\}$이므로

$\mathrm{P}(A)=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$, $\mathrm{P}(C)=\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$

ㄱ. $A\cap B=\{6, 12, 18\}$이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{3}{20}$

이때 $\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\frac{1}{2}\times\frac{3}{10}=\frac{3}{20}$이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

따라서 두 사건 A와 B는 서로 독립이다.

ㄴ. $B\cap C=\{15\}$이므로

$\mathrm{P}(B\cap C)=\frac{1}{20}$

이때 $\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(C)=\frac{3}{10}\times\frac{1}{5}=\frac{3}{50}$이므로

$\mathrm{P}(B\cap C)\neq\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(C)$

따라서 두 사건 B와 C는 서로 종속이다.

ㄷ. $A\cap C^C=\{2, 4, 6, 8, 12, 14, 16, 18\}$이므로

$\mathrm{P}(A\cap C^C)=\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$

이때 $\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(C^C)=\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{1}{5}\right)=\frac{2}{5}$이므로

$\mathrm{P}(A\cap C^C)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(C^C)$

따라서 두 사건 A와 C^C는 서로 독립이다.

따라서 보기에서 서로 독립인 사건은 ㄱ, ㄷ이다.

8 답 ①

두 사건 A, B가 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A|B)=\frac{5}{6}$

$\mathrm{P}(B)=\mathrm{P}(B|A)=\frac{3}{7}$

두 사건 A^C, B^C도 서로 독립이므로

$$\mathrm{P}(A^C\cap B^C)=\mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(B^C)=\{1-\mathrm{P}(A)\}\{1-\mathrm{P}(B)\}=\left(1-\frac{5}{6}\right)\left(1-\frac{3}{7}\right)=\frac{2}{21}$$

9 답 ③

두 선수 A, B가 승부차기를 성공하는 사건을 각각 A, B라 하면 두 사건 A, B^C는 서로 독립이므로 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A\cap B^C)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B^C)=\mathrm{P}(A)\{1-\mathrm{P}(B)\}=\frac{1}{4}\times\left(1-\frac{5}{6}\right)=\frac{1}{24}$$

10 답 ⑤

이 도시에 6월 중에서 임의로 택한 하루에 비가 올 확률은

$\frac{20}{30}=\frac{2}{3}$

5일 중에서 적어도 2일은 비가 오는 사건을 A라 하면 A^C는 하루도 비가 오지 않거나 하루만 비가 오는 사건이다.

(i) 5일 중에서 하루도 비가 오지 않을 확률은

$${}_5\mathrm{C}_0\left(\frac{1}{3}\right)^5=\frac{1}{243}$$

(ii) 5일 중에서 하루만 비가 올 확률은

$${}_5\mathrm{C}_1\left(\frac{2}{3}\right)^1\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{10}{243}$$

(i), (ii)에서

$\mathrm{P}(A^C)=\frac{1}{243}+\frac{10}{243}=\frac{11}{243}$

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)=1-\frac{11}{243}=\frac{232}{243}$

11 답 ③

A 선수가 5번째 경기에서 우승하려면 A 선수가 4번째 경기까지 2번 이기고 5번째 경기에서 이겨야 한다.

따라서 구하는 확률은

$${}_4\mathrm{C}_2\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\frac{2}{3}=\frac{8}{27}\times\frac{2}{3}=\frac{16}{81}$$

12 답 $\frac{3}{16}$

한 개의 주사위를 1번 던져서 소수의 눈이 나올 확률은

$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

(i) 동전의 앞면이 나오고, 주사위를 3번 던져서 소수의 눈이 3번 나올 확률은

$\frac{1}{2}\times{}_3\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{16}$ ...... ⓘ

(ii) 동전의 뒷면이 나오고, 주사위를 4번 던져서 소수의 눈이 3번 나올 확률은

$\frac{1}{2}\times{}_4\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^1=\frac{1}{8}$ ...... ⓘⓘ

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$\frac{1}{16}+\frac{1}{8}=\frac{3}{16}$ ...... ⓘⓘⓘ

채점 기준

i 동전의 앞면이 나오고, 주사위를 3번 던져서 소수의 눈이 3번 나올 확률 구하기	40 %
ii 동전의 뒷면이 나오고, 주사위를 4번 던져서 소수의 눈이 3번 나올 확률 구하기	40 %
iii 소수의 눈이 3번 나올 확률 구하기	20 %

05 이산확률변수와 이항분포

개념유형

101~106쪽

001 답 이산확률변수이다.

002 답 이산확률변수이다.

003 답 이산확률변수이다.

004 답 이산확률변수가 아니다.

005 답 이산확률변수가 아니다.

006 답 이산확률변수가 아니다.

007 답 0, 1, 2, 3, 4

008 답 0, 1, 2, 3, 4, 5

009 답 1, 2, 3, 4, 5, 6

010 답 0, 1, 2, 3

011 답 2, x, 2, x, 2, 2

012 답 0, 1, 2, $\frac{1}{15}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{2}{5}$

$\mathrm{P}(X=0)=\frac{{}_2\mathrm{C}_2}{{}_6\mathrm{C}_2}=\frac{1}{15}$

$\mathrm{P}(X=1)=\frac{{}_4\mathrm{C}_1\times{}_2\mathrm{C}_1}{{}_6\mathrm{C}_2}=\frac{8}{15}$

$\mathrm{P}(X=2)=\frac{{}_4\mathrm{C}_2}{{}_6\mathrm{C}_2}=\frac{2}{5}$

013 답 $\mathrm{P}(X=x)={}_3\mathrm{C}_x\left(\frac{1}{2}\right)^x\left(\frac{1}{2}\right)^{3-x}$ $(x=0,\ 1,\ 2,\ 3)$

확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2, 3이다.

이때 한 개의 동전을 던져서 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이므로 확률변수 X의 확률질량함수는

$\mathrm{P}(X=x)={}_3\mathrm{C}_x\left(\frac{1}{2}\right)^x\left(\frac{1}{2}\right)^{3-x}$ $(x=0,\ 1,\ 2,\ 3)$

014 답 0, 1, 2, 3, $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{8}$

$\mathrm{P}(X=0)={}_3\mathrm{C}_0\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$

$\mathrm{P}(X=1)={}_3\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{8}$

$\mathrm{P}(X=2)={}_3\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^1=\frac{3}{8}$

$\mathrm{P}(X=3)={}_3\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$

015 답 $\mathrm{P}(X=x)=\frac{{}_3\mathrm{C}_x\times{}_2\mathrm{C}_{2-x}}{{}_5\mathrm{C}_2}$ $(x=0,\ 1,\ 2)$

확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2이다.

이때 5개 중에서 2개를 꺼내는 경우의 수는 ${}_5\mathrm{C}_2$

꺼낸 것 중에서 사탕이 x개인 경우의 수는

${}_3\mathrm{C}_x\times{}_2\mathrm{C}_{2-x}$

따라서 확률변수 X의 확률질량함수는

$\mathrm{P}(X=x)=\frac{{}_3\mathrm{C}_x\times{}_2\mathrm{C}_{2-x}}{{}_5\mathrm{C}_2}$ $(x=0,\ 1,\ 2)$

016 답 0, 1, 2, $\frac{1}{10}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{10}$

$\mathrm{P}(X=0)=\frac{{}_2\mathrm{C}_2}{{}_5\mathrm{C}_2}=\frac{1}{10}$

$\mathrm{P}(X=1)=\frac{{}_3\mathrm{C}_1\times{}_2\mathrm{C}_1}{{}_5\mathrm{C}_2}=\frac{3}{5}$

$\mathrm{P}(X=2)=\frac{{}_3\mathrm{C}_2}{{}_5\mathrm{C}_2}=\frac{3}{10}$

017 답 $\mathrm{P}(X=x)=\frac{{}_3\mathrm{C}_x\times{}_4\mathrm{C}_{3-x}}{{}_7\mathrm{C}_3}$ $(x=0,\ 1,\ 2,\ 3)$

확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2, 3이다.

이때 학생 7명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는 ${}_7\mathrm{C}_3$

뽑은 학생 중에서 남학생이 x명인 경우의 수는

${}_3\mathrm{C}_x\times{}_4\mathrm{C}_{3-x}$

따라서 확률변수 X의 확률질량함수는

$\mathrm{P}(X=x)=\frac{{}_3\mathrm{C}_x\times{}_4\mathrm{C}_{3-x}}{{}_7\mathrm{C}_3}$ $(x=0,\ 1,\ 2,\ 3)$

018 답 0, 1, 2, 3, $\frac{4}{35}$, $\frac{18}{35}$, $\frac{12}{35}$, $\frac{1}{35}$

$\mathrm{P}(X=0)=\frac{{}_4\mathrm{C}_3}{{}_7\mathrm{C}_3}=\frac{4}{35}$

$\mathrm{P}(X=1)=\frac{{}_3\mathrm{C}_1\times{}_4\mathrm{C}_2}{{}_7\mathrm{C}_3}=\frac{18}{35}$

$\mathrm{P}(X=2)=\frac{{}_3\mathrm{C}_2\times{}_4\mathrm{C}_1}{{}_7\mathrm{C}_3}=\frac{12}{35}$

$\mathrm{P}(X=3)=\frac{{}_3\mathrm{C}_3}{{}_7\mathrm{C}_3}=\frac{1}{35}$

019 답 $\frac{1}{8}$

020 답 $\frac{3}{4}$

$\mathrm{P}(X=3\text{ 또는 }X=4)=\mathrm{P}(X=3)+\mathrm{P}(X=4)$

$=\frac{5}{8}+\frac{1}{8}=\frac{3}{4}$

021 답 $\frac{7}{8}$

$$\mathrm{P}(X\le3)=\mathrm{P}(X=1)+\mathrm{P}(X=2)+\mathrm{P}(X=3)$$
$$=\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{5}{8}=\frac{7}{8}$$

다른 풀이

$$\mathrm{P}(X\le3)=1-\mathrm{P}(X>3)=1-\mathrm{P}(X=4)$$
$$=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$$

022 답 $\frac{3}{10}$

확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	2	3	4	5	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$	1

$$\mathrm{P}(X=3)=\frac{3}{10}$$

023 답 $\frac{3}{5}$

$$\mathrm{P}(3\le X\le4)=\mathrm{P}(X=3)+\mathrm{P}(X=4)$$
$$=\frac{3}{10}+\frac{3}{10}=\frac{3}{5}$$

024 답 $\frac{1}{2}$

$$\mathrm{P}(X\ge4)=\mathrm{P}(X=4)+\mathrm{P}(X=5)$$
$$=\frac{3}{10}+\frac{1}{5}=\frac{1}{2}$$

025 답 $\frac{1}{9}$

026 답 $\frac{1}{3}$

$$\mathrm{P}(X=0 \text{ 또는 } X=2)=\mathrm{P}(X=0)+\mathrm{P}(X=2)$$
$$=\frac{1}{9}+\frac{2}{9}=\frac{1}{3}$$

027 답 $\frac{2}{3}$

$$\mathrm{P}(0\le X\le2)=\mathrm{P}(X=0)+\mathrm{P}(X=1)+\mathrm{P}(X=2)$$
$$=\frac{1}{9}+\frac{1}{3}+\frac{2}{9}=\frac{2}{3}$$

다른 풀이

$$\mathrm{P}(0\le X\le2)=1-\mathrm{P}(X>2)$$
$$=1-\mathrm{P}(X=3)$$
$$=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$

028 답 $\frac{4}{9}$

$$\mathrm{P}(X\le1)=\mathrm{P}(X=0)+\mathrm{P}(X=1)$$
$$=\frac{1}{9}+\frac{1}{3}=\frac{4}{9}$$

029 답 $\frac{5}{9}$

$$\mathrm{P}(X\ge2)=\mathrm{P}(X=2)+\mathrm{P}(X=3)$$
$$=\frac{2}{9}+\frac{1}{3}=\frac{5}{9}$$

030 답 $\frac{4}{9}$

$X^2-3X=0$에서

$X(X-3)=0 \quad \therefore X=0$ 또는 $X=3$

$$\therefore \mathrm{P}(X^2-3X=0)=\mathrm{P}(X=0 \text{ 또는 } X=3)$$
$$=\mathrm{P}(X=0)+\mathrm{P}(X=3)$$
$$=\frac{1}{9}+\frac{1}{3}=\frac{4}{9}$$

031 답 1, $\frac{1}{8}$

032 답 $\frac{3}{8}$

$$\mathrm{P}(X=1 \text{ 또는 } X=3)=\mathrm{P}(X=1)+\mathrm{P}(X=3)$$
$$=a+2a=3a$$
$$=3\times\frac{1}{8}=\frac{3}{8}$$

033 답 $\frac{5}{8}$

$$\mathrm{P}(2\le X\le3)=\mathrm{P}(X=2)+\mathrm{P}(X=3)$$
$$=\frac{3}{8}+2a=\frac{3}{8}+2\times\frac{1}{8}=\frac{5}{8}$$

034 답 $\frac{7}{8}$

$$\mathrm{P}(X\ge2)=\mathrm{P}(X=2)+\mathrm{P}(X=3)+\mathrm{P}(X=4)$$
$$=\frac{3}{8}+2a+\frac{1}{4}=\frac{3}{8}+2\times\frac{1}{8}+\frac{1}{4}=\frac{7}{8}$$

다른 풀이

$$\mathrm{P}(X\ge2)=1-\mathrm{P}(X<2)=1-\mathrm{P}(X=1)$$
$$=1-a=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$$

035 답 $\frac{3}{4}$

$X^2-4X+3\le0$에서

$(X-1)(X-3)\le0 \quad \therefore 1\le X\le3$

$$\mathrm{P}(X^2-4X+3\le0)=\mathrm{P}(1\le X\le3)$$
$$=\mathrm{P}(X=1)+\mathrm{P}(X=2)+\mathrm{P}(X=3)$$
$$=a+\frac{3}{8}+2a=3a+\frac{3}{8}$$
$$=3\times\frac{1}{8}+\frac{3}{8}=\frac{3}{4}$$

다른 풀이

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(X^2-4X+3\le 0)&=\mathrm{P}(1\le X\le 3)\\&=1-\mathrm{P}(X>3)\\&=1-\mathrm{P}(X=4)\\&=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}\end{aligned}$$

036 답 $\frac{1}{4}$

확률의 총합은 1이므로

$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+a+b+\frac{1}{6}=1 \qquad \therefore a+b=\frac{1}{4}$

037 답 $\frac{1}{2}$

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(1\le X\le 3)&=\mathrm{P}(X=1)+\mathrm{P}(X=2)+\mathrm{P}(X=3)\\&=\frac{1}{4}+a+b=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}\end{aligned}$$

다른 풀이

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(1\le X\le 3)&=1-\{\mathrm{P}(X<1)+\mathrm{P}(X>3)\}\\&=1-\mathrm{P}(X=0)-\mathrm{P}(X=4)\\&=1-\frac{1}{3}-\frac{1}{6}=\frac{1}{2}\end{aligned}$$

038 답 $\frac{7}{12}$

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(X\le 1)&=\mathrm{P}(X=0)+\mathrm{P}(X=1)\\&=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{7}{12}\end{aligned}$$

039 답 $\frac{5}{12}$

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(X\ge 2)&=\mathrm{P}(X=2)+\mathrm{P}(X=3)+\mathrm{P}(X=4)\\&=a+b+\frac{1}{6}\\&=\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{5}{12}\end{aligned}$$

다른 풀이

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(X\ge 2)&=1-\mathrm{P}(X<2)=1-\mathrm{P}(X=0)-\mathrm{P}(X=1)\\&=1-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{5}{12}\end{aligned}$$

040 답 $\frac{1}{2}$

$X^2-4X\ge 0$에서

$X(X-4)\ge 0 \qquad \therefore X\le 0$ 또는 $X\ge 4$

$$\begin{aligned}\therefore \mathrm{P}(X^2-4X\ge 0)&=\mathrm{P}(X\le 0 \text{ 또는 } X\ge 4)\\&=\mathrm{P}(X=0)+\mathrm{P}(X=4)\\&=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{1}{2}\end{aligned}$$

041 답 **4, 1, $4k$, 1, $\frac{1}{10}$**

042 답 $\frac{1}{9}$

확률의 총합은 1이므로

$\mathrm{P}(X=1)+\mathrm{P}(X=2)+\mathrm{P}(X=3)=1$

$2k+3k+4k=1$

$9k=1 \qquad \therefore k=\frac{1}{9}$

043 답 $\frac{1}{14}$

확률의 총합은 1이므로

$\mathrm{P}(X=1)+\mathrm{P}(X=2)+\mathrm{P}(X=3)=1$

$k+4k+9k=1$

$14k=1 \qquad \therefore k=\frac{1}{14}$

044 답 $\frac{1}{6}$

확률의 총합은 1이므로

$\mathrm{P}(X=-2)+\mathrm{P}(X=-1)+\mathrm{P}(X=1)+\mathrm{P}(X=2)=1$

$2k+k+k+2k=1$

$6k=1 \qquad \therefore k=\frac{1}{6}$

045 답 **3, 1, $\frac{3}{7}$, 4, $\frac{1}{14}$, $\frac{1}{2}$**

046 답 $\frac{3}{7}$

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(1<X<3)&=\mathrm{P}(X=2)\\&=\frac{{}_5\mathrm{C}_2\times{}_3\mathrm{C}_2}{{}_8\mathrm{C}_4}=\frac{3}{7}\end{aligned}$$

047 답 $\frac{1}{3}$

확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2, 3이고

$\mathrm{P}(X=0)=\frac{{}_4\mathrm{C}_3}{{}_{10}\mathrm{C}_3}=\frac{4}{120}$

$\mathrm{P}(X=1)=\frac{{}_6\mathrm{C}_1\times{}_4\mathrm{C}_2}{{}_{10}\mathrm{C}_3}=\frac{36}{120}$

$$\begin{aligned}\therefore \mathrm{P}(X\le 1)&=\mathrm{P}(X=0)+\mathrm{P}(X=1)\\&=\frac{4}{120}+\frac{36}{120}=\frac{1}{3}\end{aligned}$$

048 답 $\frac{1}{2}$

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(2\le X<3)&=\mathrm{P}(X=2)\\&=\frac{{}_6\mathrm{C}_2\times{}_4\mathrm{C}_1}{{}_{10}\mathrm{C}_3}=\frac{1}{2}\end{aligned}$$

049 답 **3, 3, 2, $\frac{3}{10}$, 3, $\frac{1}{5}$, 3, 3, $\frac{1}{2}$**

050 답 $\frac{3}{5}$

$X^2-6X+8\le 0$에서

$(X-2)(X-4)\le 0 \qquad \therefore 2\le X\le 4$

카드에 적힌 두 수의 차가 1인 경우는 (1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)의 4가지이므로

$P(X=1)=\frac{2}{5}$

$\therefore P(X^2-6X+8\le 0)=P(2\le X\le 4)$
$=1-P(X=1)$
$=1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$

051 답 $\frac{1}{4}$

확률변수 X가 가질 수 있는 값은 2, 3, 4, …, 12이다.

$X^2-11X+30=0$에서

$(X-5)(X-6)=0 \qquad \therefore X=5$ 또는 $X=6$

두 개의 주사위를 동시에 던져서 나오는 모든 경우의 수는

$6\times 6=36$

주사위에서 나오는 두 눈의 수를 각각 a, b라 하면 순서쌍 (a, b)는

(i) 두 수의 합이 5인 경우

(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)의 4가지

(ii) 두 수의 합이 6인 경우

(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)의 5가지

(i), (ii)에서

$P(X=5)=\frac{4}{36}$, $P(X=6)=\frac{5}{36}$

$\therefore P(X^2-11X+30=0)=P(X=5$ 또는 $X=6)$
$=P(X=5)+P(X=6)$
$=\frac{4}{36}+\frac{5}{36}=\frac{1}{4}$

052 답 $\frac{7}{36}$

$X^2-9X+18<0$에서

$(X-3)(X-6)<0 \qquad \therefore 3<X<6$

두 수의 합이 4인 경우는 (1, 3), (2, 2), (3, 1)의 3가지이므로

$P(X=4)=\frac{3}{36}$

$\therefore P(X^2-9X+18<0)=P(3<X<6)$
$=P(X=4)+P(X=5)$
$=\frac{3}{36}+\frac{4}{36}=\frac{7}{36}$

실전유형

107~108쪽

053 답 ⑤

확률의 총합은 1이므로

$a+\frac{1}{6}+b+\frac{1}{3}=1 \qquad \therefore a+b=\frac{1}{2}$

054 답 ②

확률의 총합은 1이므로

$P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)=1$

$3k+4k+5k=1$, $12k=1$

$\therefore k=\frac{1}{12}$

055 답 $\frac{6}{5}$

확률의 총합은 1이므로

$P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)+P(X=5)=1$

$\frac{k}{1\times 2}+\frac{k}{2\times 3}+\frac{k}{3\times 4}+\frac{k}{4\times 5}+\frac{k}{5\times 6}=1$

$k\left\{\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)\right\}=1$

$k\left(1-\frac{1}{6}\right)=1$, $\frac{5}{6}k=1$

$\therefore k=\frac{6}{5}$

056 답 $\frac{1}{2}$

확률의 총합은 1이므로

$P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+\cdots+P(X=7)=1$

$k\{(\sqrt{2}-\sqrt{1})+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{4}-\sqrt{3})+\cdots+(\sqrt{9}-\sqrt{8})\}=1$

$k(\sqrt{9}-\sqrt{1})=1$

$2k=1 \qquad \therefore k=\frac{1}{2}$

057 답 ③

$P(X\le 3)=1-P(X=4)$
$=1-\frac{3\times 4+2}{40}=\frac{13}{20}$

058 답 $\frac{3}{7}$

확률의 총합은 1이므로

$\frac{3}{7}+\frac{1}{7}+a+\frac{2}{7}=1 \qquad \therefore a=\frac{1}{7}$

$\therefore P(X>7a)=P(X>1)=P(X=2)+P(X=3)$
$=a+\frac{2}{7}$
$=\frac{1}{7}+\frac{2}{7}=\frac{3}{7}$

059 답 $\frac{3}{8}$

확률의 총합은 1이므로

$2a+3a+a+2a=1$

$8a=1 \qquad \therefore a=\frac{1}{8}$

$X^2=1$에서 $X=-1$ 또는 $X=1$

$\therefore P(X^2=1)=P(X=-1)+P(X=1)$
$=2a+a=3a$
$=3\times\frac{1}{8}=\frac{3}{8}$

060 답 ⑤

확률의 총합은 1이므로

$P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)=1$

$\frac{k}{6}+\frac{2}{6}k+(k-1)=1$

$\frac{3}{2}k=2 \quad \therefore k=\frac{4}{3}$

$P(X=x)=\begin{cases} \frac{2}{9}x & (x=1,\ 2) \\ \frac{4}{3}-\frac{x}{3} & (x=3) \end{cases}$ 이므로

$P(2\le X\le 3)=P(X=2)+P(X=3)$

$=\frac{4}{9}+\left(\frac{4}{3}-1\right)=\frac{7}{9}$

061 답 ②

확률변수 X가 가질 수 있는 값은 1, 2, 3, 4이다.

약수의 개수가 3인 수는 4의 1가지이므로

$P(X=3)=\frac{1}{8}$

약수의 개수가 4인 수는 6, 8의 2가지이므로

$P(X=4)=\frac{2}{8}$

$\therefore P(X=3$ 또는 $X=4)=P(X=3)+P(X=4)$

$=\frac{1}{8}+\frac{2}{8}=\frac{3}{8}$

062 답 ④

확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2, 3, 4, 5이다.

두 개의 주사위를 동시에 던져서 나오는 모든 경우의 수는

$6\times6=36$

주사위에서 나오는 두 눈의 수를 각각 a, b라 하면 순서쌍 (a, b)는

(i) 두 눈의 수의 차가 0인 경우

(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)의 6가지

(ii) 두 눈의 수의 차가 1인 경우

(1, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2), (3, 4), (4, 3), (4, 5), (5, 4), (5, 6), (6, 5)의 10가지

(iii) 두 눈의 수의 차가 2인 경우

(1, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 5), (4, 2), (4, 6), (5, 3), (6, 4)의 8가지

(i), (ii), (iii)에서

$P(X=0)=\frac{6}{36},\ P(X=1)=\frac{10}{36},\ P(X=2)=\frac{8}{36}$

$\therefore P(0\le X\le 2)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)$

$=\frac{6}{36}+\frac{10}{36}+\frac{8}{36}=\frac{2}{3}$

063 답 ②

확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2, 3이고

$P(X=0)=\frac{{}_3C_3}{{}_8C_3}=\frac{1}{56},\ P(X=1)=\frac{{}_5C_1\times{}_3C_2}{{}_8C_3}=\frac{15}{56}$

$\therefore P(X\le 1)=P(X=0)+P(X=1)$

$=\frac{1}{56}+\frac{15}{56}=\frac{2}{7}$

064 답 $\frac{1}{4}$

확률변수 X가 가질 수 있는 값은 2, 3, 4, …, 8이다.

$X^2-11X+24\ge0$에서

$(X-3)(X-8)\ge0 \quad \therefore X\le3$ 또는 $X\ge8$

정사면체 모양의 상자 한 개를 2번 던질 때, 나오는 모든 경우의 수는

$4\times4=16$

바닥에 놓인 면에 적힌 두 수를 각각 a, b라 하면 순서쌍 (a, b)는

(i) 두 수의 합이 2인 경우

(1, 1)의 1가지

(ii) 두 수의 합이 3인 경우

(1, 2), (2, 1)의 2가지

(iii) 두 수의 합이 8인 경우

(4, 4)의 1가지

(i), (ii), (iii)에서

$P(X=2)=\frac{1}{16},\ P(X=3)=\frac{2}{16},\ P(X=8)=\frac{1}{16}$

$\therefore P(X^2-11X+24\ge0)=P(X\le3$ 또는 $X\ge8)$

$=P(X=2)+P(X=3)+P(X=8)$

$=\frac{1}{16}+\frac{2}{16}+\frac{1}{16}=\frac{1}{4}$

개념유형 110~111쪽

065 답 $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 2

066 답 X^2, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 2, $\frac{1}{2}$

067 답 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

068 답 $\frac{4}{3}$

$E(X)=0\times\frac{1}{6}+1\times\frac{1}{3}+2\times\frac{1}{2}=\frac{4}{3}$

069 답 $\frac{5}{9}$

$E(X^2)=0^2\times\frac{1}{6}+1^2\times\frac{1}{3}+2^2\times\frac{1}{2}=\frac{7}{3}$

$\therefore V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=\frac{7}{3}-\left(\frac{4}{3}\right)^2=\frac{5}{9}$

070 답 $\frac{\sqrt{5}}{3}$

$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{5}{9}}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

071 답 $\frac{5}{4}$

$\mathrm{E}(X)=0\times\frac{3}{8}+1\times\frac{1}{8}+2\times\frac{3}{8}+3\times\frac{1}{8}=\frac{5}{4}$

072 답 $\frac{19}{16}$

$\mathrm{E}(X^2)=0^2\times\frac{3}{8}+1^2\times\frac{1}{8}+2^2\times\frac{3}{8}+3^2\times\frac{1}{8}=\frac{11}{4}$

$\therefore\ \mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2=\frac{11}{4}-\left(\frac{5}{4}\right)^2=\frac{19}{16}$

073 답 $\frac{\sqrt{19}}{4}$

$\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{\frac{19}{16}}=\frac{\sqrt{19}}{4}$

074 답 2

$\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2=6-2^2=2$

075 답 3

$\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2=34-5^2=9$

$\therefore\ \sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{9}=3$

076 답 26

$\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$에서

$\mathrm{E}(X^2)=\mathrm{V}(X)+\{\mathrm{E}(X)\}^2=10+4^2=26$

077 답 2

$\sigma(X)=6$에서 $\mathrm{V}(X)=6^2=36$

$\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$에서

$\{\mathrm{E}(X)\}^2=\mathrm{E}(X^2)-\mathrm{V}(X)=40-36=4$

$\therefore\ \mathrm{E}(X)=2\ (\because\ \mathrm{E}(X)>0)$

078 답 풀이 참고

확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2이고

$\mathrm{P}(X=0)=\frac{{}_6\mathrm{C}_2}{{}_9\mathrm{C}_2}=\frac{5}{12}$

$\mathrm{P}(X=1)=\frac{{}_3\mathrm{C}_1\times{}_6\mathrm{C}_1}{{}_9\mathrm{C}_2}=\frac{1}{2}$

$\mathrm{P}(X=2)=\frac{{}_3\mathrm{C}_2}{{}_9\mathrm{C}_2}=\frac{1}{12}$

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$	1

079 답 $\frac{2}{3}$

$\mathrm{E}(X)=0\times\frac{5}{12}+1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{12}=\frac{2}{3}$

080 답 $\frac{7}{18}$

$\mathrm{E}(X^2)=0^2\times\frac{5}{12}+1^2\times\frac{1}{2}+2^2\times\frac{1}{12}=\frac{5}{6}$

$\therefore\ \mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

$=\frac{5}{6}-\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{7}{18}$

081 답 $\frac{\sqrt{14}}{6}$

$\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{\frac{7}{18}}=\frac{\sqrt{14}}{6}$

082 답 풀이 참고

1부터 5까지의 자연수 중에서 소수는 2, 3, 5의 3개이므로 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 1, 2, 3이고

$\mathrm{P}(X=1)=\frac{{}_3\mathrm{C}_1\times{}_2\mathrm{C}_2}{{}_5\mathrm{C}_3}=\frac{3}{10}$

$\mathrm{P}(X=2)=\frac{{}_3\mathrm{C}_2\times{}_2\mathrm{C}_1}{{}_5\mathrm{C}_3}=\frac{3}{5}$

$\mathrm{P}(X=3)=\frac{{}_3\mathrm{C}_3}{{}_5\mathrm{C}_3}=\frac{1}{10}$

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$	1

083 답 $\frac{9}{5}$

$\mathrm{E}(X)=1\times\frac{3}{10}+2\times\frac{3}{5}+3\times\frac{1}{10}=\frac{9}{5}$

084 답 $\frac{9}{25}$

$\mathrm{E}(X^2)=1^2\times\frac{3}{10}+2^2\times\frac{3}{5}+3^2\times\frac{1}{10}=\frac{18}{5}$

$\therefore\ \mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

$=\frac{18}{5}-\left(\frac{9}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$

085 답 $\frac{3}{5}$

$\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{\frac{9}{25}}=\frac{3}{5}$

실전유형

086 답 $\frac{11}{3}$

확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	4	5	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{1}{3}$	1

확률변수 X에 대하여

$\mathrm{E}(X)=1\times\frac{1}{15}+2\times\frac{2}{15}+3\times\frac{1}{5}+4\times\frac{4}{15}+5\times\frac{1}{3}=\frac{11}{3}$

087 답 $\frac{19}{18}$

확률의 총합은 1이므로

$\frac{1}{6}+\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+a=1 \qquad \therefore a=\frac{1}{4}$

확률변수 X에 대하여

$\mathrm{E}(X)=-1\times\frac{1}{6}+0\times\frac{1}{4}+1\times\frac{1}{3}+2\times\frac{1}{4}=\frac{2}{3}$

$\mathrm{E}(X^2)=(-1)^2\times\frac{1}{6}+0^2\times\frac{1}{4}+1^2\times\frac{1}{3}+2^2\times\frac{1}{4}=\frac{3}{2}$

$\therefore \mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2=\frac{3}{2}-\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{19}{18}$

088 답 ④

확률의 총합은 1이므로

$\mathrm{P}(X=-2)+\mathrm{P}(X=-1)+\mathrm{P}(X=1)+\mathrm{P}(X=2)=1$

$4k+k+k+4k=1,\ 10k=1 \qquad \therefore k=\frac{1}{10}$

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	-2	-1	1	2	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{5}$	1

확률변수 X에 대하여

$\mathrm{E}(X)=-2\times\frac{2}{5}+(-1)\times\frac{1}{10}+1\times\frac{1}{10}+2\times\frac{2}{5}=0$

$\mathrm{E}(X^2)=(-2)^2\times\frac{2}{5}+(-1)^2\times\frac{1}{10}+1^2\times\frac{1}{10}+2^2\times\frac{2}{5}=\frac{17}{5}$

$\therefore \mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2=\frac{17}{5}-0^2=\frac{17}{5}$

$\therefore \sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{\frac{17}{5}}=\frac{\sqrt{85}}{5}$

089 답 ⑤

확률의 총합은 1이므로 $\frac{1}{3}+a+b=1$

$\therefore a+b=\frac{2}{3} \qquad \cdots\cdots$ ㉠

$\mathrm{E}(X)=\frac{5}{18}$에서 $0\times\frac{1}{3}+a\times a+b\times b=\frac{5}{18}$

$\therefore a^2+b^2=\frac{5}{18} \qquad \cdots\cdots$ ㉡

이때 $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$이므로 ㉠, ㉡을 대입하면

$\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{5}{18}+2ab,\ 2ab=\frac{1}{6} \qquad \therefore ab=\frac{1}{12}$

090 답 $\frac{3}{5}$

확률의 총합은 1이므로 $\frac{3}{10}+a+b=1$

$\therefore a+b=\frac{7}{10} \qquad \cdots\cdots$ ㉠

$\mathrm{E}(X^2)=\frac{8}{5}$에서 $0^2\times\frac{3}{10}+1^2\times a+2^2\times b=\frac{8}{5}$

$\therefore a+4b=\frac{8}{5} \qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=\frac{2}{5},\ b=\frac{3}{10}$

확률변수 X에 대하여

$\mathrm{E}(X)=0\times\frac{3}{10}+1\times\frac{2}{5}+2\times\frac{3}{10}=1$

$\therefore \mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2=\frac{8}{5}-1^2=\frac{3}{5}$

091 답 1

확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2이고 주사위 1개를 던질 때 홀수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이므로

$\mathrm{P}(X=0)={}_2\mathrm{C}_0\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$

$\mathrm{P}(X=1)={}_2\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^1=\frac{1}{2}$

$\mathrm{P}(X=2)={}_2\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1

확률변수 X에 대하여

$\mathrm{E}(X)=0\times\frac{1}{4}+1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{4}=1$

092 답 $\frac{7}{12}$

확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2, 3이고

$\mathrm{P}(X=0)=\frac{{}_5\mathrm{C}_3}{{}_{10}\mathrm{C}_3}=\frac{1}{12}$

$\mathrm{P}(X=1)=\frac{{}_5\mathrm{C}_1\times{}_5\mathrm{C}_2}{{}_{10}\mathrm{C}_3}=\frac{5}{12}$

$\mathrm{P}(X=2)=\frac{{}_5\mathrm{C}_2\times{}_5\mathrm{C}_1}{{}_{10}\mathrm{C}_3}=\frac{5}{12}$

$\mathrm{P}(X=3)=\frac{{}_5\mathrm{C}_3}{{}_{10}\mathrm{C}_3}=\frac{1}{12}$

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$	1

확률변수 X에 대하여

$\mathrm{E}(X)=0\times\frac{1}{12}+1\times\frac{5}{12}+2\times\frac{5}{12}+3\times\frac{1}{12}=\frac{3}{2}$

$\mathrm{E}(X^2)=0^2\times\frac{1}{12}+1^2\times\frac{5}{12}+2^2\times\frac{5}{12}+3^2\times\frac{1}{12}=\frac{17}{6}$

$\therefore \mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2=\frac{17}{6}-\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{7}{12}$

093 답 ④

확률변수 X가 가질 수 있는 값은 2, 3, 4이다.

뽑은 카드에 적힌 두 수를 각각 a, b $(a<b)$라 하면 순서쌍 (a, b)는

(ⅰ) 두 수 중에서 큰 수가 2인 경우

$(1, 2)$의 1가지

(ⅱ) 두 수 중에서 큰 수가 3인 경우

$(1, 3)$, $(2, 3)$의 2가지

(ⅲ) 두 수 중에서 큰 수가 4인 경우

$(1, 4)$, $(2, 4)$, $(3, 4)$의 3가지

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서

$\mathrm{P}(X=2)=\frac{1}{{}_4\mathrm{C}_2}=\frac{1}{6}$, $\mathrm{P}(X=3)=\frac{2}{{}_4\mathrm{C}_2}=\frac{1}{3}$, $\mathrm{P}(X=4)=\frac{3}{{}_4\mathrm{C}_2}=\frac{1}{2}$

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	2	3	4	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1

확률변수 X에 대하여

$\mathrm{E}(X)=2\times\frac{1}{6}+3\times\frac{1}{3}+4\times\frac{1}{2}=\frac{10}{3}$

$\mathrm{E}(X^2)=2^2\times\frac{1}{6}+3^2\times\frac{1}{3}+4^2\times\frac{1}{2}=\frac{35}{3}$

$\therefore\ \mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

$=\frac{35}{3}-\left(\frac{10}{3}\right)^2=\frac{5}{9}$

$\therefore\ \sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{\frac{5}{9}}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

094 답 ④

서로 다른 두 정사면체 모양의 상자를 던져서 바닥에 닿은 면에 적혀 있는 두 수를 각각 X_1, X_2라 할 때, 두 수의 차를 표로 나타내면 오른쪽과 같다.

X_1 \ X_2	1	2	2	3
1	0	1	1	2
2	1	0	0	1
2	1	0	0	1
3	2	1	1	0

확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2이고

$\mathrm{P}(X=0)=\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$

$\mathrm{P}(X=1)=\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$

$\mathrm{P}(X=2)=\frac{2}{16}=\frac{1}{8}$

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	1

확률변수 X에 대하여

$\mathrm{E}(X)=0\times\frac{3}{8}+1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{8}=\frac{3}{4}$

$\mathrm{E}(X^2)=0^2\times\frac{3}{8}+1^2\times\frac{1}{2}+2^2\times\frac{1}{8}=1$

$\therefore\ \mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

$=1-\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{7}{16}$

095 답 ③

추첨권 1장으로 받을 수 있는 상금을 X원이라 할 때, 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	5000	10000	50000	100000	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{11}{20}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{100}$	1

확률변수 X에 대하여

$\mathrm{E}(X)=0\times\frac{11}{20}+5000\times\frac{3}{10}+10000\times\frac{1}{10}+50000\times\frac{1}{25}$

$+100000\times\frac{1}{100}$

$=5500$

따라서 구하는 기댓값은 5500원이다.

096 답 2200원

2개의 공을 꺼내서 받을 수 있는 상금을 X원이라 하면 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 1400, 2100, 2800이고

$\mathrm{P}(X=1400)=\frac{{}_3\mathrm{C}_2}{{}_7\mathrm{C}_2}=\frac{1}{7}$, $\mathrm{P}(X=2100)=\frac{{}_3\mathrm{C}_1\times{}_4\mathrm{C}_1}{{}_7\mathrm{C}_2}=\frac{4}{7}$

$\mathrm{P}(X=2800)=\frac{{}_4\mathrm{C}_2}{{}_7\mathrm{C}_2}=\frac{2}{7}$

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1400	2100	2800	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{7}$	1

확률변수 X에 대하여

$\mathrm{E}(X)=1400\times\frac{1}{7}+2100\times\frac{4}{7}+2800\times\frac{2}{7}=2200$

따라서 구하는 기댓값은 2200원이다.

097 답 ②

동전의 앞면을 H, 뒷면을 T라 하고 시행을 한 번 하여 나오는 모든 경우를 표로 나타내면 다음과 같다.

100원짜리 동전	500원짜리 동전	상금(원)
H	HH	1100
H	HT	600
H	TH	600
H	TT	100
T	HH	1000
T	HT	500
T	TH	500
T	TT	0

시행을 한 번 하여 받을 수 있는 상금을 X원이라 하면 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 100, 500, 600, 1000, 1100이고

$\mathrm{P}(X=0)=\frac{1}{8}$, $\mathrm{P}(X=100)=\frac{1}{8}$, $\mathrm{P}(X=500)=\frac{1}{4}$

$\mathrm{P}(X=600)=\frac{1}{4}$, $\mathrm{P}(X=1000)=\frac{1}{8}$, $\mathrm{P}(X=1100)=\frac{1}{8}$

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	100	500	600	1000	1100	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

확률변수 X에 대하여

$$\mathrm{E}(X)=0\times\frac{1}{8}+100\times\frac{1}{8}+500\times\frac{1}{4}+600\times\frac{1}{4}+1000\times\frac{1}{8}+1100\times\frac{1}{8}$$
$$=550$$

따라서 구하는 기댓값은 550원이다.

개념유형 115~116쪽

098 답 **평균: 8, 분산: 36, 표준편차: 6**

$\mathrm{E}(2X)=2\mathrm{E}(X)=2\times4=8$

$\mathrm{V}(2X)=2^2\mathrm{V}(X)=4\times9=36$

$\sigma(2X)=|2|\sigma(X)=2\sqrt{\mathrm{V}(X)}=2\times\sqrt{9}=6$

099 답 **평균: -16, 분산: 144, 표준편차: 12**

$\mathrm{E}(-4X)=-4\mathrm{E}(X)=-4\times4=-16$

$\mathrm{V}(-4X)=(-4)^2\mathrm{V}(X)=16\times9=144$

$\sigma(-4X)=|-4|\sigma(X)=4\sqrt{\mathrm{V}(X)}=4\times\sqrt{9}=12$

100 답 **평균: $\frac{4}{3}$, 분산: 1, 표준편차: 1**

$\mathrm{E}\left(\frac{1}{3}X\right)=\frac{1}{3}\mathrm{E}(X)=\frac{1}{3}\times4=\frac{4}{3}$

$\mathrm{V}\left(\frac{1}{3}X\right)=\left(\frac{1}{3}\right)^2\mathrm{V}(X)=\frac{1}{9}\times9=1$

$\sigma\left(\frac{1}{3}X\right)=\left|\frac{1}{3}\right|\sigma(X)=\frac{1}{3}\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\frac{1}{3}\times\sqrt{9}=1$

101 답 **평균: 7, 분산: 81, 표준편차: 9**

$\mathrm{E}(3X-5)=3\mathrm{E}(X)-5=3\times4-5=7$

$\mathrm{V}(3X-5)=3^2\mathrm{V}(X)=9\times9=81$

$\sigma(3X-5)=|3|\sigma(X)=3\sqrt{\mathrm{V}(X)}=3\times\sqrt{9}=9$

102 답 **평균: -2, 분산: 9, 표준편차: 3**

$\mathrm{E}(-X+2)=-\mathrm{E}(X)+2=-4+2=-2$

$\mathrm{V}(-X+2)=(-1)^2\mathrm{V}(X)=1\times9=9$

$\sigma(-X+2)=|-1|\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{9}=3$

103 답 **평균: 50, 분산: 100, 표준편차: 10**

$\mathrm{E}(Y)=\mathrm{E}(5X)=5\mathrm{E}(X)=5\times10=50$

$\mathrm{V}(Y)=\mathrm{V}(5X)=5^2\mathrm{V}(X)=25\times4=100$

$\sigma(Y)=\sigma(5X)=|5|\sigma(X)=5\sqrt{\mathrm{V}(X)}=5\times\sqrt{4}=10$

104 답 **평균: $-\frac{10}{3}$, 분산: $\frac{4}{9}$, 표준편차: $\frac{2}{3}$**

$\mathrm{E}(Y)=\mathrm{E}\left(-\frac{1}{3}X\right)=-\frac{1}{3}\mathrm{E}(X)=-\frac{1}{3}\times10=-\frac{10}{3}$

$\mathrm{V}(Y)=\mathrm{V}\left(-\frac{1}{3}X\right)=\left(-\frac{1}{3}\right)^2\mathrm{V}(X)=\frac{1}{9}\times4=\frac{4}{9}$

$\sigma(Y)=\sigma\left(-\frac{1}{3}X\right)=\left|-\frac{1}{3}\right|\sigma(X)=\frac{1}{3}\sqrt{\mathrm{V}(X)}$

$=\frac{1}{3}\times\sqrt{4}=\frac{2}{3}$

105 답 **평균: 27, 분산: 16, 표준편차: 4**

$\mathrm{E}(Y)=\mathrm{E}(2X+7)=2\mathrm{E}(X)+7=2\times10+7=27$

$\mathrm{V}(Y)=\mathrm{V}(2X+7)=2^2\mathrm{V}(X)=4\times4=16$

$\sigma(Y)=\sigma(2X+7)=|2|\sigma(X)=2\sqrt{\mathrm{V}(X)}=2\times\sqrt{4}=4$

106 답 **평균: -20, 분산: 36, 표준편차: 6**

$\mathrm{E}(Y)=\mathrm{E}(-3X+10)=-3\mathrm{E}(X)+10=-3\times10+10=-20$

$\mathrm{V}(Y)=\mathrm{V}(-3X+10)=(-3)^2\mathrm{V}(X)=9\times4=36$

$\sigma(Y)=\sigma(-3X+10)=|-3|\sigma(X)=3\sqrt{\mathrm{V}(X)}=3\times\sqrt{4}=6$

107 답 **평균: -6, 분산: 1, 표준편차: 1**

$\mathrm{E}(Y)=\mathrm{E}\left(-\frac{1}{2}X-1\right)=-\frac{1}{2}\mathrm{E}(X)-1=-\frac{1}{2}\times10-1=-6$

$\mathrm{V}(Y)=\mathrm{V}\left(-\frac{1}{2}X-1\right)=\left(-\frac{1}{2}\right)^2\mathrm{V}(X)=\frac{1}{4}\times4=1$

$\sigma(Y)=\sigma\left(-\frac{1}{2}X-1\right)=\left|-\frac{1}{2}\right|\sigma(X)=\frac{1}{2}\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\frac{1}{2}\times\sqrt{4}=1$

108 답 **평균: $-\frac{3}{2}$, 분산: $\frac{3}{4}$, 표준편차: $\frac{\sqrt{3}}{2}$**

확률변수 X에 대하여

$\mathrm{E}(X)=0\times\frac{1}{8}+1\times\frac{3}{8}+2\times\frac{3}{8}+3\times\frac{1}{8}=\frac{3}{2}$

$\mathrm{E}(X^2)=0^2\times\frac{1}{8}+1^2\times\frac{3}{8}+2^2\times\frac{3}{8}+3^2\times\frac{1}{8}=3$

$\therefore\ \mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2=3-\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{3}{4}$

$\therefore\ \sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

따라서 확률변수 Y에 대하여

$\mathrm{E}(Y)=\mathrm{E}(X-3)=\mathrm{E}(X)-3=\frac{3}{2}-3=-\frac{3}{2}$

$\mathrm{V}(Y)=\mathrm{V}(X-3)=1^2\mathrm{V}(X)=1\times\frac{3}{4}=\frac{3}{4}$

$\sigma(Y)=\sigma(X-3)=|1|\sigma(X)=1\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

109 답 **평균: -8, 분산: 27, 표준편차: $3\sqrt{3}$**

$\mathrm{E}(Y)=\mathrm{E}(-6X+1)=-6\mathrm{E}(X)+1=-6\times\frac{3}{2}+1=-8$

$\mathrm{V}(Y)=\mathrm{V}(-6X+1)=(-6)^2\mathrm{V}(X)=36\times\frac{3}{4}=27$

$\sigma(Y)=\sigma(-6X+1)=|-6|\sigma(X)=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$

110 답 **평균: 4, 분산: 24, 표준편차: $2\sqrt{6}$**

확률의 총합은 1이므로

$a+a+3a+5a=1,\ 10a=1\qquad\therefore\ a=\frac{1}{10}$

확률변수 X에 대하여

$$\mathrm{E}(X)=0\times\frac{1}{10}+1\times\frac{1}{10}+2\times\frac{3}{10}+3\times\frac{1}{2}=\frac{11}{5}$$

$$\mathrm{E}(X^2)=0^2\times\frac{1}{10}+1^2\times\frac{1}{10}+2^2\times\frac{3}{10}+3^2\times\frac{1}{2}=\frac{29}{5}$$

$$\therefore\ \mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2=\frac{29}{5}-\left(\frac{11}{5}\right)^2=\frac{24}{25}$$

$$\therefore\ \sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{\frac{24}{25}}=\frac{2\sqrt{6}}{5}$$

따라서 확률변수 Y에 대하여

$$\mathrm{E}(Y)=\mathrm{E}(5X-7)=5\mathrm{E}(X)-7$$
$$=5\times\frac{11}{5}-7=4$$

$$\mathrm{V}(Y)=\mathrm{V}(5X-7)=5^2\mathrm{V}(X)$$
$$=25\times\frac{24}{25}=24$$

$$\sigma(Y)=\sigma(5X-7)=|5|\sigma(X)$$
$$=5\times\frac{2\sqrt{6}}{5}=2\sqrt{6}$$

111 답 평균: $\frac{23}{5}$, 분산: $\frac{96}{25}$, 표준편차: $\frac{4\sqrt{6}}{5}$

$$\mathrm{E}(Y)=\mathrm{E}(-2X+9)=-2\mathrm{E}(X)+9$$
$$=-2\times\frac{11}{5}+9=\frac{23}{5}$$

$$\mathrm{V}(Y)=\mathrm{V}(-2X+9)=(-2)^2\mathrm{V}(X)$$
$$=4\times\frac{24}{25}=\frac{96}{25}$$

$$\sigma(Y)=\sigma(-2X+9)=|-2|\sigma(X)$$
$$=2\times\frac{2\sqrt{6}}{5}=\frac{4\sqrt{6}}{5}$$

112 답 평균: 17, 분산: $\frac{140}{3}$, 표준편차: $\frac{2\sqrt{105}}{3}$

확률변수 X가 가질 수 있는 값은 1, 2, 3, 4, 5, 6이고 각 값을 가질 확률은 $\frac{1}{6}$이므로 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	4	5	6	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	1

확률변수 X에 대하여

$$\mathrm{E}(X)=1\times\frac{1}{6}+2\times\frac{1}{6}+3\times\frac{1}{6}+4\times\frac{1}{6}+5\times\frac{1}{6}+6\times\frac{1}{6}=\frac{7}{2}$$

$$\mathrm{E}(X^2)=1^2\times\frac{1}{6}+2^2\times\frac{1}{6}+3^2\times\frac{1}{6}+4^2\times\frac{1}{6}+5^2\times\frac{1}{6}+6^2\times\frac{1}{6}=\frac{91}{6}$$

$$\therefore\ \mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2=\frac{91}{6}-\left(\frac{7}{2}\right)^2=\frac{35}{12}$$

$$\therefore\ \sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{\frac{35}{12}}=\frac{\sqrt{105}}{6}$$

따라서 확률변수 Y에 대하여

$$\mathrm{E}(Y)=\mathrm{E}(4X+3)=4\mathrm{E}(X)+3=4\times\frac{7}{2}+3=17$$

$$\mathrm{V}(Y)=\mathrm{V}(4X+3)=4^2\mathrm{V}(X)=16\times\frac{35}{12}=\frac{140}{3}$$

$$\sigma(Y)=\sigma(4X+3)=|4|\sigma(X)=4\times\frac{\sqrt{105}}{6}=\frac{2\sqrt{105}}{3}$$

113 답 평균: 20, 분산: 105, 표준편차: $\sqrt{105}$

$$\mathrm{E}(Y)=\mathrm{E}(6X-1)=6\mathrm{E}(X)-1$$
$$=6\times\frac{7}{2}-1=20$$

$$\mathrm{V}(Y)=\mathrm{V}(6X-1)=6^2\mathrm{V}(X)$$
$$=36\times\frac{35}{12}=105$$

$$\sigma(Y)=\sigma(6X-1)=|6|\sigma(X)$$
$$=6\times\frac{\sqrt{105}}{6}=\sqrt{105}$$

114 답 평균: $\frac{3}{10}$, 분산: $\frac{9}{400}$, 표준편차: $\frac{3}{20}$

확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2이고

$$\mathrm{P}(X=0)=\frac{{}_2\mathrm{C}_2}{{}_5\mathrm{C}_2}=\frac{1}{10},\ \mathrm{P}(X=1)=\frac{{}_3\mathrm{C}_1\times{}_2\mathrm{C}_1}{{}_5\mathrm{C}_2}=\frac{3}{5}$$

$$\mathrm{P}(X=2)=\frac{{}_3\mathrm{C}_2}{{}_5\mathrm{C}_2}=\frac{3}{10}$$

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$	1

확률변수 X에 대하여

$$\mathrm{E}(X)=0\times\frac{1}{10}+1\times\frac{3}{5}+2\times\frac{3}{10}=\frac{6}{5}$$

$$\mathrm{E}(X^2)=0^2\times\frac{1}{10}+1^2\times\frac{3}{5}+2^2\times\frac{3}{10}=\frac{9}{5}$$

$$\therefore\ \mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2=\frac{9}{5}-\left(\frac{6}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$$

$$\therefore\ \sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{\frac{9}{25}}=\frac{3}{5}$$

따라서 확률변수 Y에 대하여

$$\mathrm{E}(Y)=\mathrm{E}\left(\frac{1}{4}X\right)=\frac{1}{4}\mathrm{E}(X)=\frac{1}{4}\times\frac{6}{5}=\frac{3}{10}$$

$$\mathrm{V}(Y)=\mathrm{V}\left(\frac{1}{4}X\right)=\left(\frac{1}{4}\right)^2\mathrm{V}(X)=\frac{1}{16}\times\frac{9}{25}=\frac{9}{400}$$

$$\sigma(Y)=\sigma\left(\frac{1}{4}X\right)=\left|\frac{1}{4}\right|\sigma(X)=\frac{1}{4}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{20}$$

115 답 평균: -4, 분산: 9, 표준편차: 3

$$\mathrm{E}(Y)=\mathrm{E}(-5X+2)=-5\mathrm{E}(X)+2=-5\times\frac{6}{5}+2=-4$$

$$\mathrm{V}(Y)=\mathrm{V}(-5X+2)=(-5)^2\mathrm{V}(X)=25\times\frac{9}{25}=9$$

$$\sigma(Y)=\sigma(-5X+2)=|-5|\sigma(X)=5\times\frac{3}{5}=3$$

실전유형

117~118쪽

116 답 ⑤

$\mathrm{E}(X)=8$, $\mathrm{V}(X)=16$이므로

$$\mathrm{E}(Y)=\mathrm{E}(-2X+1)=-2\mathrm{E}(X)+1=-2\times8+1=-15$$

$$\mathrm{V}(Y)=\mathrm{V}(-2X+1)=(-2)^2\mathrm{V}(X)=4\times16=64$$

$$\therefore\ \mathrm{E}(Y)+\mathrm{V}(Y)=-15+64=49$$

117 답 ⑤

$E(X)=770$, $\sigma(X)=70$이므로

$E(Y)=E\left(\frac{8}{7}X+160\right)=\frac{8}{7}E(X)+160=\frac{8}{7}\times 770+160=1040$

$\sigma(Y)=\sigma\left(\frac{8}{7}X+160\right)=\left|\frac{8}{7}\right|\sigma(X)=\frac{8}{7}\times 70=80$

$\therefore \frac{E(Y)}{\sigma(Y)}=\frac{1040}{80}=13$

118 답 $\frac{7}{2}$

$E(Y)=6$에서

$E(4X-2)=6$, $4E(X)-2=6$ $\quad \therefore E(X)=2$

또 $E(Y^2)=60$에서

$V(Y)=E(Y^2)-\{E(Y)\}^2=60-6^2=24$

이므로

$V(4X-2)=24$, $4^2V(X)=24$ $\quad \therefore V(X)=\frac{3}{2}$

$\therefore E(X)+V(X)=2+\frac{3}{2}=\frac{7}{2}$

119 답 ①

$E(X)=-5$이므로 $E(Y)=-13$에서

$E(aX+b)=-13$

$aE(X)+b=-13$

$\therefore -5a+b=-13$ $\quad \cdots\cdots$ ㉠

또 $V(X)=3$이므로 $V(Y)=12$에서

$V(aX+b)=12$

$a^2V(X)=12$, $3a^2=12$

$a^2=4$ $\quad \therefore a=2$ ($\because a>0$)

이를 ㉠에 대입하면

$-10+b=-13$ $\quad \therefore b=-3$

$\therefore ab=2\times(-3)=-6$

120 답 36

$E(X)=m$, $E(X^2)=4m+5$이므로

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=4m+5-m^2$

$\therefore V(-2X+5)=(-2)^2V(X)$

$=4(-m^2+4m+5)$

$=-4(m-2)^2+36$

따라서 $V(-2X+5)$는 $m=2$에서 최댓값 36을 갖는다.

121 답 10

$E(X)=0\times\frac{2}{7}+1\times\frac{3}{7}+2\times\frac{1}{7}+3\times\frac{1}{7}=\frac{8}{7}$이므로

$E(7X+2)=7E(X)+2=7\times\frac{8}{7}+2=10$

122 답 100

확률의 총합은 1이므로

$4a+3a+2a+a=1$, $10a=1$ $\quad \therefore a=\frac{1}{10}$

확률변수 X에 대하여

$E(X)=-3\times\frac{2}{5}+(-1)\times\frac{3}{10}+1\times\frac{1}{5}+3\times\frac{1}{10}=-1$

$E(X^2)=(-3)^2\times\frac{2}{5}+(-1)^2\times\frac{3}{10}+1^2\times\frac{1}{5}+3^2\times\frac{1}{10}=5$

$\therefore V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=5-(-1)^2=4$

$\therefore V(5X-1)=5^2V(X)=25\times 4=100$

123 답 ④

확률의 총합은 1이므로

$P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)=1$

$\frac{k-2}{12}+\frac{2k-2}{12}+\frac{3k-2}{12}=1$

$\frac{6k-6}{12}=1$, $6k=18$ $\quad \therefore k=3$

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{7}{12}$	1

확률변수 X에 대하여

$E(X)=1\times\frac{1}{12}+2\times\frac{1}{3}+3\times\frac{7}{12}=\frac{5}{2}$

$E(X^2)=1^2\times\frac{1}{12}+2^2\times\frac{1}{3}+3^2\times\frac{7}{12}=\frac{20}{3}$

$\therefore V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=\frac{20}{3}-\left(\frac{5}{2}\right)^2=\frac{5}{12}$

따라서 $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{5}{12}}=\frac{\sqrt{15}}{6}$이므로

$\sigma(6X-5)=|6|\sigma(X)=6\times\frac{\sqrt{15}}{6}=\sqrt{15}$

124 답 ③

$E(X)=-1$에서

$-3\times\frac{1}{2}+0\times\frac{1}{4}+a\times\frac{1}{4}=-1$

$\frac{1}{4}a=\frac{1}{2}$ $\quad \therefore a=2$

$E(X^2)=(-3)^2\times\frac{1}{2}+0^2\times\frac{1}{4}+2^2\times\frac{1}{4}=\frac{11}{2}$이므로

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=\frac{11}{2}-(-1)^2=\frac{9}{2}$

$\therefore V(aX)=V(2X)=2^2V(X)=4\times\frac{9}{2}=18$

125 답 -1

확률변수 X가 가지는 값은 0, 1, 2이고

$P(X=0)=\frac{{}_2C_2}{{}_4C_2}=\frac{1}{6}$, $P(X=1)=\frac{{}_2C_1\times{}_2C_1}{{}_4C_2}=\frac{2}{3}$

$P(X=2)=\frac{{}_2C_2}{{}_4C_2}=\frac{1}{6}$

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	1

확률변수 X에 대하여

$\mathrm{E}(X)=0\times\frac{1}{6}+1\times\frac{2}{3}+2\times\frac{1}{6}=1$

$\therefore\ \mathrm{E}(3X-4)=3\mathrm{E}(X)-4=3\times1-4=-1$

126 답 ③

확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2, 3이고

$\mathrm{P}(X=0)={}_3\mathrm{C}_0\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$, $\mathrm{P}(X=1)={}_3\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{8}$

$\mathrm{P}(X=2)={}_3\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^1=\frac{3}{8}$, $\mathrm{P}(X=3)={}_3\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

확률변수 X에 대하여

$\mathrm{E}(X)=0\times\frac{1}{8}+1\times\frac{3}{8}+2\times\frac{3}{8}+3\times\frac{1}{8}=\frac{3}{2}$

$\mathrm{E}(X^2)=0^2\times\frac{1}{8}+1^2\times\frac{3}{8}+2^2\times\frac{3}{8}+3^2\times\frac{1}{8}=3$

$\therefore\ \mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2=3-\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{3}{4}$

따라서 $\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$\sigma(6X+3)=|6|\sigma(X)=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$

127 답 ②

확률변수 X가 가질 수 있는 값은 9, 11, 13, 15이고 각 값을 가질 확률은 $\frac{1}{4}$이므로 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	9	11	13	15	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

확률변수 X에 대하여

$\mathrm{E}(X)=9\times\frac{1}{4}+11\times\frac{1}{4}+13\times\frac{1}{4}+15\times\frac{1}{4}=12$

$\mathrm{E}(X^2)=9^2\times\frac{1}{4}+11^2\times\frac{1}{4}+13^2\times\frac{1}{4}+15^2\times\frac{1}{4}=149$

$\therefore\ \mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2=149-12^2=5$

$\therefore\ \mathrm{V}(2X+4)=2^2\mathrm{V}(X)=4\times5=20$

개념유형

120쪽

128 답 $\mathrm{B}\left(5,\ \frac{1}{2}\right)$

한 번의 시행에서 홀수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이므로 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(5,\ \frac{1}{2}\right)$을 따른다.

129 답 $\mathrm{B}\left(10,\ \frac{1}{2}\right)$

한 번의 시행에서 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이므로 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(10,\ \frac{1}{2}\right)$을 따른다.

130 답 이항분포를 따르지 않는다.

첫 번째 공을 꺼내는 시행과 두 번째 공을 꺼내는 시행은 서로 독립이 아니므로 확률변수 X는 이항분포를 따르지 않는다.

131 답 $\mathrm{B}\left(5,\ \frac{1}{3}\right)$

한 번의 시행에서 명중할 확률은 $\frac{1}{3}$이므로 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(5,\ \frac{1}{3}\right)$을 따른다.

132 답 $\mathrm{B}(8,\ 0.3)$

한 번의 시행에서 안타를 칠 확률은 0.3이므로 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}(8,\ 0.3)$을 따른다.

133 답 이항분포를 따르지 않는다.

시행을 반복하지 않으므로 확률변수 X는 이항분포를 따르지 않는다.

134 답 $\frac{1}{2}$, 6, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, 6, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{16}$

135 답 $\frac{3}{32}$

$\mathrm{P}(X=5)={}_6\mathrm{C}_5\left(\frac{1}{2}\right)^5\left(\frac{1}{2}\right)^1=\frac{3}{32}$

136 답 $\frac{135}{512}$

한 번의 시행에서 동전 2개 모두 뒷면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$이므로 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(5,\ \frac{1}{4}\right)$을 따른다.

따라서 확률변수 X의 확률질량함수는

$\mathrm{P}(X=x)={}_5\mathrm{C}_x\left(\frac{1}{4}\right)^x\left(\frac{3}{4}\right)^{5-x}$ $(x=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)$

$\therefore\ \mathrm{P}(X=2)={}_5\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{3}{4}\right)^3$

$=\frac{135}{512}$

137 답 $\frac{15}{1024}$

$\mathrm{P}(X=4)={}_5\mathrm{C}_4\left(\frac{1}{4}\right)^4\left(\frac{3}{4}\right)^1$

$=\frac{15}{1024}$

실전유형

121쪽

138 답 540

주어진 확률질량함수에서 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(60,\ \frac{1}{9}\right)$을 따르므로

$n=60,\ p=\frac{1}{9}$

$\therefore \frac{n}{p}=540$

139 답 ④

확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(8,\ \frac{1}{2}\right)$을 따르므로 X의 확률질량함수는

$\mathrm{P}(X=x)={}_8\mathrm{C}_x\left(\frac{1}{2}\right)^x\left(\frac{1}{2}\right)^{8-x}\ (x=0,\ 1,\ 2,\ \dots,\ 8)$

$$\begin{aligned}\therefore \mathrm{P}(X\le 2)&=\mathrm{P}(X=0)+\mathrm{P}(X=1)+\mathrm{P}(X=2)\\&={}_8\mathrm{C}_0\left(\frac{1}{2}\right)^8+{}_8\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^7+{}_8\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^6\\&=\frac{1}{256}+\frac{8}{256}+\frac{28}{256}=\frac{37}{256}\end{aligned}$$

140 답 $\frac{7}{16}$

한 번의 시행에서 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이므로 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(7,\ \frac{1}{2}\right)$을 따른다.

따라서 확률변수 X의 확률질량함수는

$\mathrm{P}(X=x)={}_7\mathrm{C}_x\left(\frac{1}{2}\right)^x\left(\frac{1}{2}\right)^{7-x}\ (x=0,\ 1,\ 2,\ \dots,\ 7)$

$$\begin{aligned}\therefore \mathrm{P}(2\le X<4)&=\mathrm{P}(X=2)+\mathrm{P}(X=3)\\&={}_7\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^5+{}_7\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^4\\&=\frac{21}{128}+\frac{35}{128}=\frac{7}{16}\end{aligned}$$

141 답 ④

주사위를 한 번 던져서 5의 약수의 눈이 나올 확률은 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$이므로 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(6,\ \frac{1}{3}\right)$을 따른다.

따라서 확률변수 X의 확률질량함수는

$\mathrm{P}(X=x)={}_6\mathrm{C}_x\left(\frac{1}{3}\right)^x\left(\frac{2}{3}\right)^{6-x}\ (x=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6)$

$$\therefore \frac{\mathrm{P}(X=0)}{\mathrm{P}(X=2)}=\frac{{}_6\mathrm{C}_0\left(\frac{2}{3}\right)^6}{{}_6\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^4}=\frac{4}{15}$$

142 답 ③

확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(10,\ \frac{2}{5}\right)$를 따르므로 X의 확률질량함수는

$\mathrm{P}(X=x)={}_{10}\mathrm{C}_x\left(\frac{2}{5}\right)^x\left(\frac{3}{5}\right)^{10-x}\ (x=0,\ 1,\ 2,\ \dots,\ 10)$

$$\begin{aligned}\therefore \mathrm{P}(X\ge 1)&=1-\mathrm{P}(X=0)\\&=1-{}_{10}\mathrm{C}_0\left(\frac{3}{5}\right)^{10}=1-\left(\frac{3}{5}\right)^{10}\end{aligned}$$

143 답 10

확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(n,\ \frac{1}{4}\right)$을 따르므로 X의 확률질량함수는

$\mathrm{P}(X=x)={}_n\mathrm{C}_x\left(\frac{1}{4}\right)^x\left(\frac{3}{4}\right)^{n-x}\ (x=0,\ 1,\ 2,\ \dots,\ n)$

이때 $\mathrm{P}(X=n-1)=30\mathrm{P}(X=n)$에서

${}_n\mathrm{C}_{n-1}\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}\left(\frac{3}{4}\right)^1=30\times{}_n\mathrm{C}_n\left(\frac{1}{4}\right)^n$

${}_n\mathrm{C}_1\times\frac{3}{4}=30\times{}_n\mathrm{C}_n\times\frac{1}{4}$

$\frac{3}{4}n=\frac{15}{2}\qquad \therefore n=10$

개념유형

123~124쪽

144 답 평균: 3, 분산: 2, 표준편차: $\sqrt{2}$

$\mathrm{E}(X)=9\times\frac{1}{3}=3$

$\mathrm{V}(X)=9\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=2$

$\sigma(X)=\sqrt{9\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}}=\sqrt{2}$

145 답 평균: 8, 분산: $\frac{24}{5}$, 표준편차: $\frac{2\sqrt{30}}{5}$

$\mathrm{E}(X)=20\times\frac{2}{5}=8$

$\mathrm{V}(X)=20\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{24}{5}$

$\sigma(X)=\sqrt{20\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}}=\frac{2\sqrt{30}}{5}$

146 답 평균: 16, 분산: 12, 표준편차: $2\sqrt{3}$

$\mathrm{E}(X)=64\times\frac{1}{4}=16$

$\mathrm{V}(X)=64\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=12$

$\sigma(X)=\sqrt{64\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}}=2\sqrt{3}$

147 답 평균: 20, 분산: 16, 표준편차: 4

$\mathrm{E}(X)=100\times0.2=20$

$\mathrm{V}(X)=100\times0.2\times0.8=16$

$\sigma(X)=\sqrt{100\times0.2\times0.8}=4$

148 답 평균: 75, 분산: 30, 표준편차: $\sqrt{30}$

$\mathrm{E}(X)=125\times0.6=75$

$\mathrm{V}(X)=125\times0.6\times0.4=30$

$\sigma(X)=\sqrt{125\times0.6\times0.4}=\sqrt{30}$

149 답 $\frac{1}{2}$

$\mathrm{E}(X)=18$에서

$36p=18 \qquad \therefore p=\frac{1}{2}$

150 답 9

$\mathrm{V}(X)=36\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=9$

151 답 3

$\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{9}=3$

152 답 200

$\mathrm{V}(X)=42$에서

$n\times0.7\times0.3=42$

$0.21n=42 \qquad \therefore n=200$

153 답 140

$\mathrm{E}(X)=200\times0.7=140$

154 답 19642

$\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$에서

$\mathrm{E}(X^2)=\mathrm{V}(X)+\{\mathrm{E}(X)\}^2=42+140^2=19642$

155 답 $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$, 30, $\frac{2}{3}$, 20, 20, $2\sqrt{5}$

156 답 평균: 100, 분산: 90, 표준편차: $3\sqrt{10}$

씨앗을 1개 심을 때, 발아할 확률은 0.1

즉, 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}(1000,\ 0.1)$을 따르므로

$\mathrm{E}(X)=1000\times0.1=100$

$\mathrm{V}(X)=1000\times0.1\times0.9=90$

$\sigma(X)=\sqrt{90}=3\sqrt{10}$

157 답 평균: 60, 분산: 48, 표준편차: $4\sqrt{3}$

제품을 1개 택할 때, 불량품일 확률은 0.2

즉, 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}(300,\ 0.2)$를 따르므로

$\mathrm{E}(X)=300\times0.2=60$

$\mathrm{V}(X)=300\times0.2\times0.8=48$

$\sigma(X)=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$

158 답 평균: 30, 분산: 21, 표준편차: $\sqrt{21}$

한 번의 시행에서 9의 약수가 적힌 공이 나올 확률은 $\frac{3}{10}$

즉, 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(100,\ \frac{3}{10}\right)$을 따르므로

$\mathrm{E}(X)=100\times\frac{3}{10}=30$

$\mathrm{V}(X)=100\times\frac{3}{10}\times\frac{7}{10}=21$

$\sigma(X)=\sqrt{21}$

실전유형

159 답 15

$\mathrm{E}(X)=20$에서 $80p=20 \qquad \therefore p=\frac{1}{4}$

$\therefore \mathrm{V}(X)=80\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=15$

160 답 ④

확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(36,\ \frac{1}{3}\right)$을 따르므로

$\mathrm{E}(X)=36\times\frac{1}{3}=12$

$\mathrm{V}(X)=36\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=8$

$\therefore \mathrm{E}(X)\mathrm{V}(X)=12\times8=96$

161 답 ⑤

$\mathrm{E}(X)=120$에서 $np=120 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

$\sigma(X)=2\sqrt{10}$에서 $\sqrt{np(1-p)}=2\sqrt{10}$

양변을 제곱하면 $np(1-p)=40$

㉠을 대입하면 $120(1-p)=40$

$1-p=\frac{1}{3} \qquad \therefore p=\frac{2}{3}$

이를 ㉠에 대입하면

$\frac{2}{3}n=120 \qquad \therefore n=180$

162 답 ②

한 개의 주사위를 던질 때, 3의 배수의 눈이 나올 확률은 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

따라서 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(36,\ \frac{1}{3}\right)$을 따르므로

$\mathrm{V}(X)=36\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=8$

163 답 ②

고객 1명이 예약을 취소할 확률은 0.05

즉, 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}(60,\ 0.05)$를 따르므로

$\mathrm{E}(X)=60\times0.05=3$

$\mathrm{V}(X)=60\times0.05\times0.95=2.85$

$\therefore \mathrm{E}(X^2)=\mathrm{V}(X)+\{\mathrm{E}(X)\}^2=2.85+3^2=11.85$

164 답 13

5종류의 액세서리 중에서 2종류를 택할 때, 2종류 모두 목걸이일 확률은 $\frac{{}_2\mathrm{C}_2}{{}_5\mathrm{C}_2}=\frac{1}{10}$

즉, 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(100,\ \frac{1}{10}\right)$을 따르므로

$\mathrm{E}(X)=100\times\frac{1}{10}=10$

$\sigma(X)=\sqrt{100\times\frac{1}{10}\times\frac{9}{10}}=3$

$\therefore \mathrm{E}(X)+\sigma(X)=10+3=13$

165 답 ④

$V(X)=216\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}=30$이므로

$V(3X)=3^2V(X)=9\times30=270$

166 답 ①

사격 선수가 1발을 쏘아 명중할 확률은 0.9

즉, 확률변수 X는 이항분포 $B(400, 0.9)$를 따르므로

$\sigma(X)=\sqrt{400\times0.9\times0.1}=6$

$\therefore \sigma\left(\frac{1}{2}X+1\right)=\left|\frac{1}{2}\right|\sigma(X)$

$=\frac{1}{2}\times6=3$

167 답 64

확률변수 X는 이항분포 $B(72, p)$를 따르므로

$E(X)=72p$

이때 $E(2X-3)=45$에서

$2E(X)-3=45$

$2\times72p-3=45$

$144p=48 \qquad \therefore p=\frac{1}{3}$

따라서 $V(X)=72\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=16$이므로

$V(2X-3)=2^2V(X)$

$=4\times16=64$

실전유형으로 중단원 점검

126~127쪽

1 답 ③

확률의 총합은 1이므로

$P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)=1$

$\frac{k}{12}+\frac{2k}{12}+\frac{3k}{12}+\frac{4k}{12}=1,\ \frac{5}{6}k=1$

$\therefore k=\frac{6}{5}$

2 답 $\frac{5}{8}$

확률의 총합은 1이므로

$a+\frac{3}{8}+a+\frac{1}{8}=1$

$2a=\frac{1}{2} \qquad \therefore a=\frac{1}{4}$

$X^2-5X+4<0$에서

$(X-1)(X-4)<0 \qquad \therefore 1<X<4$

$\therefore P(X^2-5X+4<0)=P(1<X<4)$

$=P(X=2)+P(X=3)$

$=\frac{3}{8}+a$

$=\frac{3}{8}+\frac{1}{4}=\frac{5}{8}$

3 답 ③

확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2, 3이고

$P(X=1)=\frac{{}_4C_1\times{}_5C_2}{{}_9C_3}=\frac{40}{84}$

$P(X=2)=\frac{{}_4C_2\times{}_5C_1}{{}_9C_3}=\frac{30}{84}$

$\therefore P(1\le X\le2)=P(X=1)+P(X=2)$

$=\frac{40}{84}+\frac{30}{84}=\frac{5}{6}$

4 답 1

확률의 총합은 1이므로

$\frac{1}{10}+\frac{1}{5}+\frac{3}{10}+a=1 \qquad \therefore a=\frac{2}{5}$

확률변수 X에 대하여

$E(X)=0\times\frac{1}{10}+1\times\frac{1}{5}+2\times\frac{3}{10}+3\times\frac{2}{5}=2$

$E(X^2)=0^2\times\frac{1}{10}+1^2\times\frac{1}{5}+2^2\times\frac{3}{10}+3^2\times\frac{2}{5}=5$

$\therefore V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=5-2^2=1$

$\therefore \sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{1}=1$

5 답 $\frac{28}{75}$

확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2이고

$P(X=0)=\frac{{}_8C_3}{{}_{10}C_3}=\frac{7}{15}$

$P(X=1)=\frac{{}_2C_1\times{}_8C_2}{{}_{10}C_3}=\frac{7}{15}$

$P(X=2)=\frac{{}_2C_2\times{}_8C_1}{{}_{10}C_3}=\frac{1}{15}$

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{7}{15}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{1}{15}$	1

…… ⅰ

확률변수 X에 대하여

$E(X)=0\times\frac{7}{15}+1\times\frac{7}{15}+2\times\frac{1}{15}=\frac{3}{5}$

$E(X^2)=0^2\times\frac{7}{15}+1^2\times\frac{7}{15}+2^2\times\frac{1}{15}=\frac{11}{15}$

$\therefore V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$

$=\frac{11}{15}-\left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{28}{75}$ …… ⅱ

채점 기준

ⅰ X의 확률분포 구하기	40 %
ⅱ $V(X)$ 구하기	60 %

6 답 ⑤

2장의 카드를 뽑아서 받을 수 있는 상금을 X원이라 하면 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 1000, 2000, 3000이고

$P(X=1000)=\dfrac{{}_{15}C_2}{{}_{25}C_2}=\dfrac{7}{20}$

$P(X=2000)=\dfrac{{}_{10}C_1\times{}_{15}C_1}{{}_{25}C_2}=\dfrac{1}{2}$

$P(X=3000)=\dfrac{{}_{10}C_2}{{}_{25}C_2}=\dfrac{3}{20}$

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1000	2000	3000	합계
$P(X=x)$	$\frac{7}{20}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{20}$	1

확률변수 X에 대하여

$E(X)=1000\times\dfrac{7}{20}+2000\times\dfrac{1}{2}+3000\times\dfrac{3}{20}=1800$

따라서 구하는 기댓값은 1800원이다.

7 답 ③

$E(X)=4$이므로 $E(Y)=23$에서

$E(aX+b)=23$

$aE(X)+b=23$

$\therefore\ 4a+b=23$ $\cdots\cdots$ ㉠

또 $V(X)=2$이므로 $V(Y)=50$에서

$V(aX+b)=50$

$a^2V(X)=50,\ 2a^2=50$

$a^2=25$ $\quad\therefore\ a=5\ (\because\ a>0)$

이를 ㉠에 대입하면

$20+b=23$ $\quad\therefore\ b=3$

$\therefore\ a+b=5+3=8$

8 답 236

확률의 총합은 1이므로

$3a+4a+5a+3a=1,\ 15a=1$ $\quad\therefore\ a=\dfrac{1}{15}$

확률변수 X에 대하여

$E(X)=-1\times\dfrac{1}{5}+0\times\dfrac{4}{15}+1\times\dfrac{1}{3}+2\times\dfrac{1}{5}=\dfrac{8}{15}$

$E(X^2)=(-1)^2\times\dfrac{1}{5}+0^2\times\dfrac{4}{15}+1^2\times\dfrac{1}{3}+2^2\times\dfrac{1}{5}=\dfrac{4}{3}$

$\therefore\ V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$

$=\dfrac{4}{3}-\left(\dfrac{8}{15}\right)^2=\dfrac{236}{225}$

$\therefore\ V(15X-6)=15^2V(X)=225\times\dfrac{236}{225}=236$

9 답 ④

확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2, 3, 4이고

$P(X=0)={}_4C_0\left(\dfrac{1}{2}\right)^4=\dfrac{1}{16},\ P(X=1)={}_4C_1\left(\dfrac{1}{2}\right)^1\left(\dfrac{1}{2}\right)^3=\dfrac{1}{4}$

$P(X=2)={}_4C_2\left(\dfrac{1}{2}\right)^2\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{3}{8},\ P(X=3)={}_4C_3\left(\dfrac{1}{2}\right)^3\left(\dfrac{1}{2}\right)^1=\dfrac{1}{4}$

$P(X=4)={}_4C_4\left(\dfrac{1}{2}\right)^4=\dfrac{1}{16}$

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	4	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$	1

확률변수 X에 대하여

$E(X)=0\times\dfrac{1}{16}+1\times\dfrac{1}{4}+2\times\dfrac{3}{8}+3\times\dfrac{1}{4}+4\times\dfrac{1}{16}=2$

$E(X^2)=0^2\times\dfrac{1}{16}+1^2\times\dfrac{1}{4}+2^2\times\dfrac{3}{8}+3^2\times\dfrac{1}{4}+4^2\times\dfrac{1}{16}=5$

$\therefore\ V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=5-2^2=1$

따라서 $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{1}=1$이므로

$\sigma(5X-2)=|5|\sigma(X)=5\times1=5$

10 답 $\frac{11}{243}$

꽃씨를 1개 심어서 싹이 날 확률은 $\dfrac{1}{3}$이므로 확률변수 X는 이항분포 $B\left(5,\ \dfrac{1}{3}\right)$을 따른다.

따라서 확률변수 X의 확률질량함수는

$P(X=x)={}_5C_x\left(\dfrac{1}{3}\right)^x\left(\dfrac{2}{3}\right)^{5-x}\ (x=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)$

$\therefore\ P(X\geq4)=P(X=4)+P(X=5)$

$={}_5C_4\left(\dfrac{1}{3}\right)^4\left(\dfrac{2}{3}\right)^1+{}_5C_5\left(\dfrac{1}{3}\right)^5$

$=\dfrac{10}{243}+\dfrac{1}{243}=\dfrac{11}{243}$

11 답 4

$E(X)=6$에서

$18p=6$ $\quad\therefore\ p=\dfrac{1}{3}$

$\therefore\ V(X)=18\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{2}{3}=4$

12 답 ②

확률변수 X는 이항분포 $B(20,\ 0.2)$를 따르므로

$E(X)=20\times0.2=4$

$V(X)=20\times0.2\times0.8=3.2$

$\therefore\ E(X^2)=V(X)+\{E(X)\}^2=3.2+4^2=19.2$

13 답 18

한 개의 주사위를 던져서 6의 약수의 눈이 나올 확률은

$\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}$

즉, 확률변수 X는 이항분포 $B\left(162,\ \dfrac{2}{3}\right)$를 따르므로

$\sigma(X)=\sqrt{162\times\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{3}}=6$

$\therefore\ \sigma(-3X+4)=|-3|\sigma(X)=3\times6=18$

06 연속확률변수와 정규분포

개념유형

129~130쪽

001 답 연속확률변수

002 답 이산확률변수

003 답 이산확률변수

004 답 연속확률변수

005 답 이산확률변수

006 답 연속확률변수

007 답 ×

$y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=-1$, $x=1$로 둘러싸인 부분의 넓이가 1이 아니므로 확률밀도함수의 그래프가 될 수 없다.

008 답 ○

$f(x)\ge 0$이고, $y=f(x)$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 1이므로 확률밀도함수의 그래프가 될 수 있다.

009 답 ×

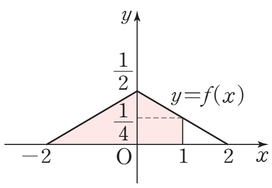
$0<x\le 1$에서 $f(x)<0$이므로 확률밀도함수의 그래프가 될 수 없다.

010 답 ○

$f(x)\ge 0$이고, $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 직선 $x=1$로 둘러싸인 부분의 넓이가 1이므로 확률밀도함수의 그래프가 될 수 있다.

011 답 $\frac{7}{8}$

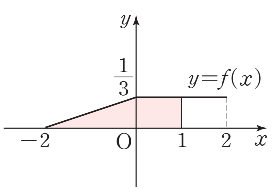
$\mathrm{P}(X\le 1)$은 오른쪽 그림과 같이 $-2\le x\le 1$에서 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 직선 $x=1$로 둘러싸인 부분의 넓이와 같으므로



$\mathrm{P}(X\le 1)=1-\left(\frac{1}{2}\times 1\times\frac{1}{4}\right)=\frac{7}{8}$

012 답 $\frac{2}{3}$

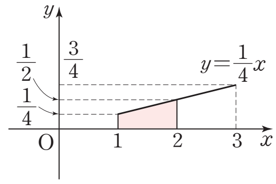
$\mathrm{P}(X\le 1)$은 오른쪽 그림과 같이 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 직선 $x=1$로 둘러싸인 부분의 넓이와 같으므로



$\mathrm{P}(X\le 1)=1-\left(1\times\frac{1}{3}\right)=\frac{2}{3}$

013 답 $\frac{3}{8}$

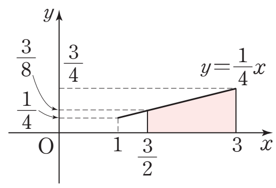
$\mathrm{P}(X\le 2)$는 오른쪽 그림과 같이 직선 $y=\frac{1}{4}x$와 x축 및 두 직선 $x=1$, $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이와 같으므로



$\mathrm{P}(X\le 2)=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right)\times 1=\frac{3}{8}$

014 답 $\frac{27}{32}$

$\mathrm{P}\left(\frac{3}{2}\le X\le 3\right)$은 오른쪽 그림과 같이 직선 $y=\frac{1}{4}x$와 x축 및 두 직선 $x=\frac{3}{2}$, $x=3$으로 둘러싸인 부분의 넓이와 같으므로

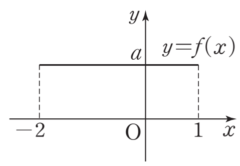


$\mathrm{P}\left(\frac{3}{2}\le X\le 3\right)=\frac{1}{2}\times\left(\frac{3}{8}+\frac{3}{4}\right)\times\frac{3}{2}=\frac{27}{32}$

015 답 $\frac{1}{3}$

$f(x)\ge 0$이므로 $a\ge 0$이고 $y=f(x)$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

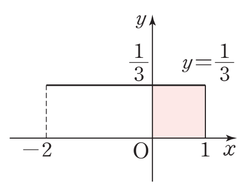
이때 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=-2$, $x=1$로 둘러싸인 부분의 넓이가 1이므로



$3\times a=1 \qquad \therefore a=\frac{1}{3}$

016 답 $\frac{1}{3}$

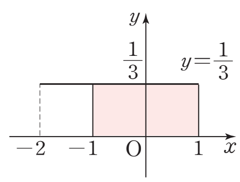
$\mathrm{P}(X\ge 0)$은 오른쪽 그림과 같이 직선 $y=\frac{1}{3}$과 x축 및 두 직선 $x=0$, $x=1$로 둘러싸인 부분의 넓이와 같으므로



$\mathrm{P}(X\ge 0)=1\times\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$

017 답 $\frac{2}{3}$

$\mathrm{P}(-1\le X\le 1)$은 오른쪽 그림과 같이 직선 $y=\frac{1}{3}$과 x축 및 두 직선 $x=-1$, $x=1$로 둘러싸인 부분의 넓이와 같으므로

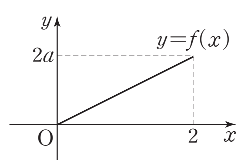


$\mathrm{P}(-1\le X\le 1)=2\times\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

018 답 $\frac{1}{2}$

$f(x)\ge 0$이므로 $a\ge 0$이고 $y=f(x)$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

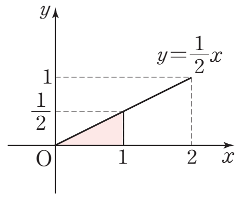
이때 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 직선 $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이가 1이므로



$\frac{1}{2}\times 2\times 2a=1 \qquad \therefore a=\frac{1}{2}$

019 답 $\frac{1}{4}$

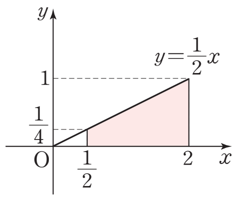
$\mathrm{P}(0\le X\le 1)$은 오른쪽 그림과 같이 직선 $y=\frac{1}{2}x$와 x축 및 직선 $x=1$로 둘러싸인 부분의 넓이와 같으므로



$\mathrm{P}(0\le X\le 1)=\frac{1}{2}\times 1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

020 답 $\frac{15}{16}$

$\mathrm{P}\left(X\ge\frac{1}{2}\right)$은 오른쪽 그림과 같이 직선 $y=\frac{1}{2}x$와 x축 및 두 직선 $x=\frac{1}{2}$, $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이와 같으므로



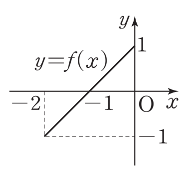
$\mathrm{P}\left(X\ge\frac{1}{2}\right)=1-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{15}{16}$

실전유형

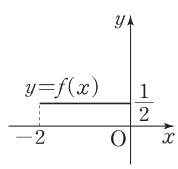
131쪽

021 답 ②

ㄱ. $-2\le x<-1$에서 $f(x)<0$이므로 확률밀도함수가 될 수 없다.



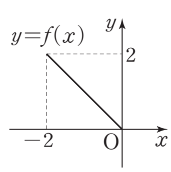
ㄴ. $-2\le x\le 0$에서 $f(x)\ge 0$이고 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=-2$, $x=0$으로 둘러싸인 부분의 넓이는



$2\times\frac{1}{2}=1$

따라서 확률밀도함수가 될 수 있다.

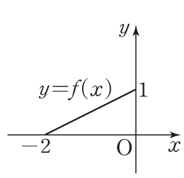
ㄷ. $-2\le x\le 0$에서 $f(x)\ge 0$이고 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 직선 $x=-2$로 둘러싸인 부분의 넓이는



$\frac{1}{2}\times 2\times 2=2$

따라서 확률밀도함수가 될 수 없다.

ㄹ. $-2\le x\le 0$에서 $f(x)\ge 0$이고 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 직선 $x=0$으로 둘러싸인 부분의 넓이는



$\frac{1}{2}\times 2\times 1=1$

따라서 확률밀도함수가 될 수 있다.

따라서 보기에서 확률밀도함수가 될 수 있는 것은 ㄴ, ㄹ이다.

022 답 1

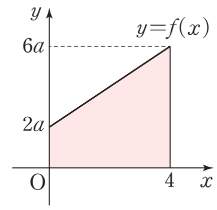
$y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=-1$, $x=1$로 둘러싸인 부분의 넓이가 1이므로

$2\times\left(\frac{1}{2}\times 1\times a\right)=1 \qquad \therefore a=1$

023 답 ①

$f(x)\ge 0$이므로 $a\ge 0$이고 $y=f(x)$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

이때 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=0$, $x=4$로 둘러싸인 부분의 넓이가 1이므로



$\frac{1}{2}\times(2a+6a)\times 4=1$

$16a=1 \qquad \therefore a=\frac{1}{16}$

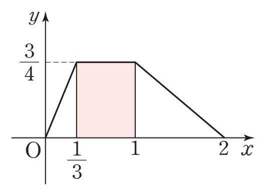
024 답 ④

$y=f(x)$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 1이므로

$\frac{1}{2}\times\left(a-\frac{1}{3}+2\right)\times\frac{3}{4}=1$

$\frac{3}{8}\left(a+\frac{5}{3}\right)=1$, $a+\frac{5}{3}=\frac{8}{3} \qquad \therefore a=1$

따라서 구하는 확률은 오른쪽 그림과 같이 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=\frac{1}{3}$, $x=1$로 둘러싸인 부분의 넓이와 같으므로



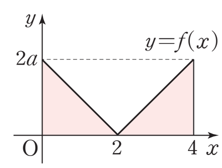
$\mathrm{P}\left(\frac{1}{3}\le X\le a\right)=\mathrm{P}\left(\frac{1}{3}\le X\le 1\right)$

$=\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{3}{4}=\frac{1}{2}$

025 답 $\frac{1}{4}$

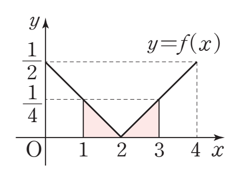
$f(x)\ge 0$이므로 $a\ge 0$이고 $y=f(x)$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

이때 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=0$, $x=4$로 둘러싸인 부분의 넓이가 1이므로



$2\times\left(\frac{1}{2}\times 2\times 2a\right)=1$, $4a=1 \qquad \therefore a=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 확률은 오른쪽 그림과 같이 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=1$, $x=3$으로 둘러싸인 부분의 넓이와 같으므로



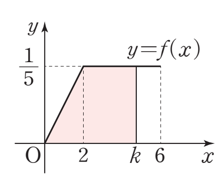
$\mathrm{P}(1\le X\le 3)=2\times\left(\frac{1}{2}\times 1\times\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{4}$

026 답 5

$y=f(x)$의 그래프와 x축 및 직선 $x=6$으로 둘러싸인 부분의 넓이가 1이므로

$\frac{1}{2}\times(4+6)\times a=1$, $5a=1 \qquad \therefore a=\frac{1}{5}$

이때 $\mathrm{P}(X\le k)$는 오른쪽 그림과 같이 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 직선 $x=k$로 둘러싸인 부분의 넓이와 같으므로



$\mathrm{P}(X\le k)=\frac{4}{5}$에서

$1-(6-k)\times\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$, $6-k=1 \qquad \therefore k=5$

개념유형 133~134쪽

027 답 $\mathbf{N(5,\ 2^2)}$

평균이 5, 분산이 $4=2^2$이므로

$\mathrm{N}(5,\ 2^2)$

028 답 $\mathbf{N(7,\ 3^2)}$

평균이 7, 분산이 $9=3^2$이므로

$\mathrm{N}(7,\ 3^2)$

029 답 $\mathbf{N(8,\ 1^2)}$

평균이 8, 분산이 $1=1^2$이므로

$\mathrm{N}(8,\ 1^2)$

030 답 **10, 3, 2, 32, 9, 32, 9**

031 답 $\mathbf{N(-7,\ 3^2)}$

확률변수 Y에 대하여

$\mathrm{E}(Y)=\mathrm{E}(-X+3)=-\mathrm{E}(X)+3=-10+3=-7$

$\sigma(Y)=\sigma(-X+3)=|-1|\sigma(X)=1\times3=3$

따라서 확률변수 Y가 따르는 정규분포는

$\mathrm{N}(-7,\ 3^2)$

032 답 $\mathbf{N(16,\ 6^2)}$

확률변수 Y에 대하여

$\mathrm{E}(Y)=\mathrm{E}(2X-4)=2\mathrm{E}(X)-4=2\times10-4=16$

$\sigma(Y)=\sigma(2X-4)=|2|\sigma(X)=2\times3=6$

따라서 확률변수 Y가 따르는 정규분포는

$\mathrm{N}(16,\ 6^2)$

033 답 $\boldsymbol{m_{\mathrm{A}}=m_{\mathrm{B}}<m_{\mathrm{C}}}$

두 곡선 A, B의 대칭축이 서로 같고, 곡선 C의 대칭축이 두 곡선 A, B의 대칭축보다 오른쪽에 있으므로

$m_{\mathrm{A}}=m_{\mathrm{B}}<m_{\mathrm{C}}$

034 답 $\boldsymbol{\sigma_{\mathrm{A}}=\sigma_{\mathrm{C}}<\sigma_{\mathrm{B}}}$

두 곡선 A, C의 가운데 부분의 높이가 서로 같고, 곡선 B의 가운데 부분의 높이가 두 곡선 A, C의 가운데 부분의 높이보다 낮으므로

$\sigma_{\mathrm{A}}=\sigma_{\mathrm{C}}<\sigma_{\mathrm{B}}$

035 답 ×

B 학교의 정규분포곡선의 대칭축이 A 학교의 정규분포곡선의 대칭축보다 오른쪽에 있으므로 평균적으로 A 학교의 학생들보다 B 학교의 학생들의 기록이 더 길다.

따라서 100 m 달리기 기록이 짧은 A 학교의 학생들의 기록이 더 좋다.

036 답 ○

A 학교의 정규분포곡선의 가운데 부분의 높이가 B 학교의 정규분포곡선의 가운데 부분의 높이보다 낮으므로 A 학교의 학생들보다 B 학교의 학생들의 기록이 더 고르다.

037 답 $\boldsymbol{m,\ \sigma,\ \sigma,\ a}$

038 답 $\mathbf{2}\boldsymbol{a}$

$\mathrm{P}(m-\sigma\le X\le m+\sigma)$

$=\mathrm{P}(m-\sigma\le X\le m)+\mathrm{P}(m\le X\le m+\sigma)$

$=\mathrm{P}(m\le X\le m+\sigma)+\mathrm{P}(m\le X\le m+\sigma)$

$=2\mathrm{P}(m\le X\le m+\sigma)$

$=2a$

039 답 $\mathbf{0.5}+\boldsymbol{a}$

$\mathrm{P}(X\le m+\sigma)=\mathrm{P}(X\le m)+\mathrm{P}(m\le X\le m+\sigma)$

$=0.5+a$

040 답 $\mathbf{0.5}-\boldsymbol{b}$

$\mathrm{P}(X\le m-2\sigma)=\mathrm{P}(X\ge m+2\sigma)$

$=\mathrm{P}(X\ge m)-\mathrm{P}(m\le X\le m+2\sigma)$

$=0.5-b$

041 답 $\boldsymbol{b-a}$

$\mathrm{P}(m+\sigma\le X\le m+2\sigma)$

$=\mathrm{P}(m\le X\le m+2\sigma)-\mathrm{P}(m\le X\le m+\sigma)$

$=b-a$

042 답 $\boldsymbol{m-\sigma}$**, 2, 0.34**

043 답 **0.84**

$\mathrm{P}(X\ge m-\sigma)=\mathrm{P}(m-\sigma\le X\le m)+\mathrm{P}(X\ge m)$

$=0.34+0.5$

$=0.84$

044 답 **0.16**

$\mathrm{P}(X\ge m+\sigma)=\mathrm{P}(X\le m-\sigma)$

$=\mathrm{P}(X\le m)-\mathrm{P}(m-\sigma\le X\le m)$

$=0.5-0.34$

$=0.16$

045 답 **0.69**

$\mathrm{P}(X\ge m-0.5\sigma)=0.69$에서

$\mathrm{P}(X\le m+0.5\sigma)=0.69$

046 답 0.38

$P(X \ge m-0.5\sigma)=0.69$에서
$P(m-0.5\sigma \le X \le m)+P(X \ge m)=0.69$
$P(m-0.5\sigma \le X \le m)+0.5=0.69$
$\therefore P(m-0.5\sigma \le X \le m)=0.19$
$\therefore P(m-0.5\sigma \le X \le m+0.5\sigma)$
$=P(m-0.5\sigma \le X \le m)+P(m \le X \le m+0.5\sigma)$
$=P(m-0.5\sigma \le X \le m)+P(m-0.5\sigma \le X \le m)$
$=2P(m-0.5\sigma \le X \le m)$
$=2\times 0.19$
$=0.38$

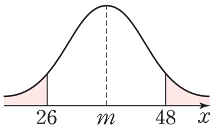
실전유형 135쪽

047 답 ⑤

①, ② 확률변수 X_1의 정규분포곡선의 대칭축이 확률변수 X_2의 정규분포곡선의 대칭축보다 왼쪽에 있으므로
$E(X_1)<E(X_2)$
③, ④ 확률변수 X_1의 정규분포곡선의 가운데 부분의 높이가 확률변수 X_2의 정규분포곡선의 가운데 부분의 높이보다 높으므로
$\sigma(X_1)<\sigma(X_2)$
⑤ $E(X_1)<a$이므로 $P(X_1 \le a)>0.5$
$E(X_2)>a$이므로 $P(X_2 \le a)<0.5$
$\therefore P(X_1 \le a)>P(X_2 \le a)$
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

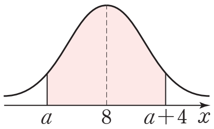
048 답 37

확률변수 X의 정규분포곡선은 직선 $x=m$에 대하여 대칭이므로
$P(X \le 26)=P(X \ge 48)$이면
$m=\dfrac{26+48}{2}=37$



049 답 ⑤

확률변수 X의 정규분포곡선은 $x=8$에서 최댓값을 갖고, 직선 $x=8$에 대하여 대칭이다.
따라서 $P(a \le X \le a+4)$가 최대가 되려면 a, $a+4$의 평균이 8이어야 하므로
$\dfrac{a+(a+4)}{2}=8$
$2a+4=16$, $2a=12$ $\quad\therefore a=6$



050 답 ①

$P(m-\sigma \le X \le m+\sigma)=a$에서
$P(m-\sigma \le X \le m)+P(m \le X \le m+\sigma)=a$
$P(m \le X \le m+\sigma)+P(m \le X \le m+\sigma)=a$
$2P(m \le X \le m+\sigma)=a$
$\therefore P(m \le X \le m+\sigma)=\dfrac{a}{2}$
$P(m-2\sigma \le X \le m+2\sigma)=b$에서
$P(m-2\sigma \le X \le m)+P(m \le X \le m+2\sigma)=b$
$P(m \le X \le m+2\sigma)+P(m \le X \le m+2\sigma)=b$
$2P(m \le X \le m+2\sigma)=b$
$\therefore P(m \le X \le m+2\sigma)=\dfrac{b}{2}$
$\therefore P(m+\sigma \le X \le m+2\sigma)$
$=P(m \le X \le m+2\sigma)-P(m \le X \le m+\sigma)$
$=\dfrac{b}{2}-\dfrac{a}{2}=\dfrac{b-a}{2}$

051 답 0.9544

$P(X \ge m+2\sigma)=0.0228$에서
$P(X \ge m)-P(m \le X \le m+2\sigma)=0.0228$
$0.5-P(m \le X \le m+2\sigma)=0.0228$
$\therefore P(m \le X \le m+2\sigma)=0.4772$
$\therefore P(m-2\sigma \le X \le m+2\sigma)$
$=P(m-2\sigma \le X \le m)+P(m \le X \le m+2\sigma)$
$=P(m \le X \le m+2\sigma)+P(m \le X \le m+2\sigma)$
$=2P(m \le X \le m+2\sigma)$
$=2\times 0.4772$
$=0.9544$

052 답 0.84

$P(32 \le X \le 40)=P(34-2 \le X \le 34+3\times 2)$
$=P(m-\sigma \le X \le m+3\sigma)$
$=P(m-\sigma \le X \le m)+P(m \le X \le m+3\sigma)$
$=P(m \le X \le m+\sigma)+P(m \le X \le m+3\sigma)$
$=0.3413+0.4987$
$=0.84$

개념유형 137~141쪽

053 답 0.1498

$P(0.5 \le Z \le 1)=P(0 \le Z \le 1)-P(0 \le Z \le 0.5)$
$=0.3413-0.1915$
$=0.1498$

054 답 0.0668

$P(Z \ge 1.5)=P(Z \ge 0)-P(0 \le Z \le 1.5)$
$=0.5-0.4332$
$=0.0668$

055 답 **0.9987**

$$\begin{aligned}P(Z\le 3)&=P(Z\le 0)+P(0\le Z\le 3)\\&=0.5+0.4987\\&=0.9987\end{aligned}$$

056 답 **0.9772**

$$\begin{aligned}P(Z\ge -2)&=P(Z\le 2)\\&=P(Z\le 0)+P(0\le Z\le 2)\\&=0.5+0.4772\\&=0.9772\end{aligned}$$

057 답 **0.8185**

$$\begin{aligned}P(-1\le Z\le 2)&=P(-1\le Z\le 0)+P(0\le Z\le 2)\\&=P(0\le Z\le 1)+P(0\le Z\le 2)\\&=0.3413+0.4772\\&=0.8185\end{aligned}$$

058 답 **0.3023**

$$\begin{aligned}P(-2.5\le Z\le -0.5)&=P(0.5\le Z\le 2.5)\\&=P(0\le Z\le 2.5)-P(0\le Z\le 0.5)\\&=0.4938-0.1915\\&=0.3023\end{aligned}$$

059 답 **0.5**

060 답 **2**

$P(-a\le Z\le 0)=0.4772$에서

$P(0\le Z\le a)=0.4772$

$\therefore\ a=2$

061 답 **2.5**

$P(-a\le Z\le a)=0.9876$에서

$P(-a\le Z\le 0)+P(0\le Z\le a)=0.9876$

$P(0\le Z\le a)+P(0\le Z\le a)=0.9876$

$2P(0\le Z\le a)=0.9876$

$\therefore\ P(0\le Z\le a)=0.4938$

$\therefore\ a=2.5$

062 답 **−2.5**

$P(Z\ge a)=0.9938$에서

$P(a\le Z\le 0)+P(Z\ge 0)=0.9938$

$P(a\le Z\le 0)+0.5=0.9938$

$P(a\le Z\le 0)=0.4938$

$\therefore\ P(0\le Z\le -a)=0.4938$

따라서 $-a=2.5$이므로

$a=-2.5$

063 답 **1.5**

$P(Z\le a)=0.9332$에서

$P(Z\le 0)+P(0\le Z\le a)=0.9332$

$0.5+P(0\le Z\le a)=0.9332$

$\therefore\ P(0\le Z\le a)=0.4332$

$\therefore\ a=1.5$

064 답 **0.5**

$P(Z\ge 2a)=0.1587$에서

$P(Z\ge 0)-P(0\le Z\le 2a)=0.1587$

$0.5-P(0\le Z\le 2a)=0.1587$

$\therefore\ P(0\le Z\le 2a)=0.3413$

따라서 $2a=1$이므로 $a=0.5$

065 답 $\boldsymbol{Z=\frac{X-8}{2}}$

평균이 8, 표준편차가 2이므로

$Z=\frac{X-8}{2}$

066 답 $\boldsymbol{Z=\frac{X-25}{3}}$

평균이 25, 표준편차가 3이므로

$Z=\frac{X-25}{3}$

067 답 $\boldsymbol{Z=\frac{2X-1}{8}}$

평균이 $\frac{1}{2}$, 표준편차가 4이므로

$Z=\frac{X-\frac{1}{2}}{4}=\frac{2X-1}{8}$

068 답 $\boldsymbol{Z=3X-39}$

평균이 13, 표준편차가 $\frac{1}{3}$이므로

$Z=\frac{X-13}{\frac{1}{3}}=3X-39$

069 답 $\boldsymbol{Z=10X-500}$

평균이 50, 표준편차가 0.1이므로

$Z=\frac{X-50}{0.1}=10X-500$

070 답 **0.2417**

확률변수 X가 정규분포 $N(15,\ 2^2)$을 따르므로 $Z=\frac{X-15}{2}$로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따른다.

$\therefore \mathrm{P}(12 \le X \le 14) = \mathrm{P}\left(\frac{12-15}{2} \le Z \le \frac{14-15}{2}\right)$
$= \mathrm{P}(-1.5 \le Z \le -0.5)$
$= \mathrm{P}(0.5 \le Z \le 1.5)$
$= \mathrm{P}(0 \le Z \le 1.5) - \mathrm{P}(0 \le Z \le 0.5)$
$= 0.4332 - 0.1915$
$= 0.2417$

071 답 0.8185

$\mathrm{P}(13 \le X \le 19) = \mathrm{P}\left(\frac{13-15}{2} \le Z \le \frac{19-15}{2}\right)$
$= \mathrm{P}(-1 \le Z \le 2)$
$= \mathrm{P}(-1 \le Z \le 0) + \mathrm{P}(0 \le Z \le 2)$
$= \mathrm{P}(0 \le Z \le 1) + \mathrm{P}(0 \le Z \le 2)$
$= 0.3413 + 0.4772$
$= 0.8185$

072 답 0.9772

$\mathrm{P}(X \ge 11) = \mathrm{P}\left(Z \ge \frac{11-15}{2}\right)$
$= \mathrm{P}(Z \ge -2)$
$= \mathrm{P}(Z \le 2)$
$= \mathrm{P}(Z \le 0) + \mathrm{P}(0 \le Z \le 2)$
$= 0.5 + 0.4772$
$= 0.9772$

073 답 0.0668

$\mathrm{P}(X \ge 18) = \mathrm{P}\left(Z \ge \frac{18-15}{2}\right)$
$= \mathrm{P}(Z \ge 1.5)$
$= \mathrm{P}(Z \ge 0) - \mathrm{P}(0 \le Z \le 1.5)$
$= 0.5 - 0.4332 = 0.0668$

074 답 0.8413

$\mathrm{P}(X \le 17) = \mathrm{P}\left(Z \le \frac{17-15}{2}\right)$
$= \mathrm{P}(Z \le 1)$
$= \mathrm{P}(Z \le 0) + \mathrm{P}(0 \le Z \le 1)$
$= 0.5 + 0.3413 = 0.8413$

075 답 0.84

확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(24,\ 3^2)$을 따르므로 $Z = \frac{X-24}{3}$로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

$\therefore \mathrm{P}(15 \le X \le 27) = \mathrm{P}\left(\frac{15-24}{3} \le Z \le \frac{27-24}{3}\right)$
$= \mathrm{P}(-3 \le Z \le 1)$
$= \mathrm{P}(-3 \le Z \le 0) + \mathrm{P}(0 \le Z \le 1)$
$= \mathrm{P}(0 \le Z \le 3) + \mathrm{P}(0 \le Z \le 1)$
$= 0.4987 + 0.3413 = 0.84$

076 답 0.0215

$\mathrm{P}(30 \le X \le 33) = \mathrm{P}\left(\frac{30-24}{3} \le Z \le \frac{33-24}{3}\right)$
$= \mathrm{P}(2 \le Z \le 3)$
$= \mathrm{P}(0 \le Z \le 3) - \mathrm{P}(0 \le Z \le 2)$
$= 0.4987 - 0.4772$
$= 0.0215$

077 답 0.9319

확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(30,\ 10^2)$을 따르므로 $Z = \frac{X-30}{10}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

$\therefore \mathrm{P}(15 \le X \le 60) = \mathrm{P}\left(\frac{15-30}{10} \le Z \le \frac{60-30}{10}\right)$
$= \mathrm{P}(-1.5 \le Z \le 3)$
$= \mathrm{P}(-1.5 \le Z \le 0) + \mathrm{P}(0 \le Z \le 3)$
$= \mathrm{P}(0 \le Z \le 1.5) + \mathrm{P}(0 \le Z \le 3)$
$= 0.4332 + 0.4987$
$= 0.9319$

078 답 0.0062

$\mathrm{P}(X \le 5) = \mathrm{P}\left(Z \le \frac{5-30}{10}\right)$
$= \mathrm{P}(Z \le -2.5) = \mathrm{P}(Z \ge 2.5)$
$= \mathrm{P}(Z \ge 0) - \mathrm{P}(0 \le Z \le 2.5)$
$= 0.5 - 0.4938$
$= 0.0062$

079 답 0.5, 0.4987, 3, 0.4987, 3, 50

080 답 42.5

$\mathrm{P}(37.5 \le X \le a) = 0.2417$에서
$\mathrm{P}\left(\frac{37.5-35}{5} \le Z \le \frac{a-35}{5}\right) = 0.2417$
$\mathrm{P}\left(0.5 \le Z \le \frac{a-35}{5}\right) = 0.2417$
$\mathrm{P}\left(0 \le Z \le \frac{a-35}{5}\right) - \mathrm{P}(0 \le Z \le 0.5) = 0.2417$
$\mathrm{P}\left(0 \le Z \le \frac{a-35}{5}\right) - 0.1915 = 0.2417$
$\therefore \mathrm{P}\left(0 \le Z \le \frac{a-35}{5}\right) = 0.4332$
이때 $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.5) = 0.4332$이므로
$\frac{a-35}{5} = 1.5 \qquad \therefore a = 42.5$

081 답 45

$\mathrm{P}(X \le a) = 0.9772$에서
$\mathrm{P}\left(Z \le \frac{a-35}{5}\right) = 0.9772$

$\mathrm{P}(Z \le 0)+\mathrm{P}\left(0 \le Z \le \frac{a-35}{5}\right)=0.9772$

$0.5+\mathrm{P}\left(0 \le Z \le \frac{a-35}{5}\right)=0.9772$

$\therefore \mathrm{P}\left(0 \le Z \le \frac{a-35}{5}\right)=0.4772$

이때 $\mathrm{P}(0 \le Z \le 2)=0.4772$이므로

$\frac{a-35}{5}=2 \qquad \therefore a=45$

082 답 10, 10, 2.5, 2.5, 0.4938, 0.0062

083 답 0.9332

구하는 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(X \le 185)&=\mathrm{P}\left(Z \le \frac{185-170}{10}\right)\\&=\mathrm{P}(Z \le 1.5)=\mathrm{P}(Z \le 0)+\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.5)\\&=0.5+0.4332\\&=0.9332\end{aligned}$$

084 답 0.0215

구하는 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(190 \le X \le 200)&=\mathrm{P}\left(\frac{190-170}{10} \le Z \le \frac{200-170}{10}\right)\\&=\mathrm{P}(2 \le Z \le 3)=\mathrm{P}(0 \le Z \le 3)-\mathrm{P}(0 \le Z \le 2)\\&=0.4987-0.4772\\&=0.0215\end{aligned}$$

085 답 0.9772

확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(100,\ 8^2)$을 따르므로 $Z=\frac{X-100}{8}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(X \ge 84)&=\mathrm{P}\left(Z \ge \frac{84-100}{8}\right)\\&=\mathrm{P}(Z \ge -2)\\&=\mathrm{P}(Z \le 2)\\&=\mathrm{P}(Z \le 0)+\mathrm{P}(0 \le Z \le 2)\\&=0.5+0.4772\\&=0.9772\end{aligned}$$

086 답 0.6915

구하는 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(X \le 104)&=\mathrm{P}\left(Z \le \frac{104-100}{8}\right)\\&=\mathrm{P}(Z \le 0.5)\\&=\mathrm{P}(Z \le 0)+\mathrm{P}(0 \le Z \le 0.5)\\&=0.5+0.1915\\&=0.6915\end{aligned}$$

087 답 0.7745

구하는 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(92 \le X \le 112)&=\mathrm{P}\left(\frac{92-100}{8} \le Z \le \frac{112-100}{8}\right)\\&=\mathrm{P}(-1 \le Z \le 1.5)\\&=\mathrm{P}(-1 \le Z \le 0)+\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.5)\\&=\mathrm{P}(0 \le Z \le 1)+\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.5)\\&=0.3413+0.4332\\&=0.7745\end{aligned}$$

실전유형

142~146쪽

088 답 ⑤

확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 6^2)$을 따르므로 확률변수 $Z=\frac{X-m}{6}$은 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

따라서 $\frac{X-m}{6}=\frac{X-20}{\sigma}$이므로

$m=20,\ \sigma=6 \qquad \therefore m\sigma=120$

089 답 ③

확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(16,\ 3^2)$을 따르므로 $Z=\frac{X-16}{3}$으로 놓으면 두 확률변수 $Z,\ Y$는 모두 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

$\mathrm{P}(X \le a)=\mathrm{P}(Y \ge a)$에서

$\mathrm{P}\left(Z \le \frac{a-16}{3}\right)=\mathrm{P}(Y \ge a)$

$\mathrm{P}\left(Z \le \frac{a-16}{3}\right)=\mathrm{P}(Y \le -a)$

따라서 $\frac{a-16}{3}=-a$이므로

$a-16=-3a$

$4a=16 \qquad \therefore a=4$

090 답 39

두 확률변수 $X,\ Y$가 각각 정규분포 $\mathrm{N}(45,\ 6^2)$, $\mathrm{N}(56,\ 10^2)$을 따르므로 $Z_X=\frac{X-45}{6}$, $Z_Y=\frac{Y-56}{10}$으로 놓으면 두 확률변수 $Z_X,\ Z_Y$는 모두 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

$\mathrm{P}(33 \le X \le k)=\mathrm{P}(66 \le Y \le 76)$에서

$\mathrm{P}\left(\frac{33-45}{6} \le Z_X \le \frac{k-45}{6}\right)=\mathrm{P}\left(\frac{66-56}{10} \le Z_Y \le \frac{76-56}{10}\right)$

$\mathrm{P}\left(-2 \le Z_X \le \frac{k-45}{6}\right)=\mathrm{P}(1 \le Z_Y \le 2)$

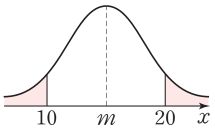
$\therefore \mathrm{P}\left(-2 \le Z_X \le \frac{k-45}{6}\right)=\mathrm{P}(-2 \le Z_Y \le -1)$

따라서 $\frac{k-45}{6}=-1$이므로

$k-45=-6 \qquad \therefore k=39$

091 답 18

확률변수 X의 정규분포곡선은 직선 $x=m$에 대하여 대칭이므로 ㈎에서



$m=\frac{10+20}{2}=15$

㈏에서 $P(12\le X\le 18)=2P(0\le Z\le 1)$이므로

$P\left(\frac{12-15}{\sigma}\le Z\le \frac{18-15}{\sigma}\right)=2P(0\le Z\le 1)$

$P\left(-\frac{3}{\sigma}\le Z\le \frac{3}{\sigma}\right)=2P(0\le Z\le 1)$

$P\left(-\frac{3}{\sigma}\le Z\le 0\right)+P\left(0\le Z\le \frac{3}{\sigma}\right)=2P(0\le Z\le 1)$

$P\left(0\le Z\le \frac{3}{\sigma}\right)+P\left(0\le Z\le \frac{3}{\sigma}\right)=2P(0\le Z\le 1)$

$2P\left(0\le Z\le \frac{3}{\sigma}\right)=2P(0\le Z\le 1)$

$\therefore P\left(0\le Z\le \frac{3}{\sigma}\right)=P(0\le Z\le 1)$

따라서 $\frac{3}{\sigma}=1$이므로 $\sigma=3$

$\therefore m+\sigma=15+3=18$

092 답 0.0668

확률변수 X가 정규분포 $N(60,\ 10^2)$을 따르므로 $Z=\frac{X-60}{10}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따른다.

$\therefore P(X\ge 75)=P\left(Z\ge \frac{75-60}{10}\right)=P(Z\ge 1.5)$
$=P(Z\ge 0)-P(0\le Z\le 1.5)$
$=0.5-0.4332$
$=0.0668$

093 답 ㄴ

확률변수 X가 정규분포 $N(25,\ 4^2)$을 따르므로 $Z=\frac{X-25}{4}$로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따른다.

ㄱ. $P(13\le X\le 25)=P\left(\frac{13-25}{4}\le Z\le \frac{25-25}{4}\right)$
$=P(-3\le Z\le 0)$
$=P(0\le Z\le 3)$
$=0.4987$

ㄴ. $P(X\ge 13)=P\left(Z\ge \frac{13-25}{4}\right)$
$=P(Z\ge -3)=P(Z\le 3)$
$=P(Z\le 0)+P(0\le Z\le 3)$
$=0.5+0.4987$
$=0.9987$

ㄷ. $P(X\ge 37)=P\left(Z\ge \frac{37-25}{4}\right)$
$=P(Z\ge 3)$
$=P(Z\ge 0)-P(0\le Z\le 3)$
$=0.5-0.4987$
$=0.0013$

따라서 보기에서 옳은 것은 ㄴ이다.

094 답 0.5328

확률변수 X가 정규분포 $N(44,\ 8^2)$을 따르므로 $Z=\frac{X-44}{8}$로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따른다.

$\therefore P(69\le Y\le 93)=P(69\le 2X-3\le 93)$
$=P(36\le X\le 48)$
$=P\left(\frac{36-44}{8}\le Z\le \frac{48-44}{8}\right)$
$=P(-1\le Z\le 0.5)$
$=P(-1\le Z\le 0)+P(0\le Z\le 0.5)$
$=P(0\le Z\le 1)+P(0\le Z\le 0.5)$
$=0.3413+0.1915$
$=0.5328$

095 답 ①

확률변수 X가 정규분포 $N(36,\ 4^2)$을 따르므로 $Z=\frac{X-36}{4}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따른다.

$\therefore P(|X-36|\le 4)=P(-4\le X-36\le 4)$
$=P(32\le X\le 40)$
$=P\left(\frac{32-36}{4}\le Z\le \frac{40-36}{4}\right)$
$=P(-1\le Z\le 1)$
$=P(-1\le Z\le 0)+P(0\le Z\le 1)$
$=P(0\le Z\le 1)+P(0\le Z\le 1)$
$=2P(0\le Z\le 1)$
$=2\times 0.3413$
$=0.6826$

096 답 ⑤

확률변수 X가 정규분포 $N(12,\ 4^2)$을 따르므로 $Z=\frac{X-12}{4}$로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따른다.

$P(X\le a)=0.9332$에서

$P\left(Z\le \frac{a-12}{4}\right)=0.9332$

$P(Z\le 0)+P\left(0\le Z\le \frac{a-12}{4}\right)=0.9332$

$0.5+P\left(0\le Z\le \frac{a-12}{4}\right)=0.9332$

$\therefore P\left(0\le Z\le \frac{a-12}{4}\right)=0.4332$

이때 $P(0\le Z\le 1.5)=0.4332$이므로

$\frac{a-12}{4}=1.5$

$a-12=6 \qquad \therefore a=18$

097 답 12

확률변수 X가 정규분포 $N(15,\ 3^2)$을 따르므로 $Z=\frac{X-15}{3}$로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따른다.

$P(k\le X\le 21)=0.8185$에서

$P\left(\frac{k-15}{3}\le Z\le \frac{21-15}{3}\right)=0.8185$

$\mathrm{P}\left(\frac{k-15}{3} \le Z \le 2\right)=0.8185$

$\mathrm{P}\left(\frac{k-15}{3} \le Z \le 0\right)+\mathrm{P}(0 \le Z \le 2)=0.8185$

$\mathrm{P}\left(0 \le Z \le \frac{15-k}{3}\right)+0.4772=0.8185$

$\therefore \mathrm{P}\left(0 \le Z \le \frac{15-k}{3}\right)=0.3413$

이때 $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1)=0.3413$이므로

$\frac{15-k}{3}=1$

$15-k=3 \qquad \therefore k=12$

098 답 0.0013

확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(32,\ 2^2)$을 따르므로 $Z=\frac{X-32}{2}$로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

$\mathrm{P}(X \le 32-k)=0.0062$에서

$\mathrm{P}\left(Z \le \frac{32-k-32}{2}\right)=0.0062$

$\mathrm{P}\left(Z \le -\frac{k}{2}\right)=0.0062,\ \mathrm{P}\left(Z \ge \frac{k}{2}\right)=0.0062$

$\mathrm{P}(Z \ge 0)-\mathrm{P}\left(0 \le Z \le \frac{k}{2}\right)=0.0062$

$0.5-\mathrm{P}\left(0 \le Z \le \frac{k}{2}\right)=0.0062$

$\therefore \mathrm{P}\left(0 \le Z \le \frac{k}{2}\right)=0.4938$

이때 $\mathrm{P}(0 \le Z \le 2.5)=0.4938$이므로

$\frac{k}{2}=2.5 \qquad \therefore k=5$

$$\begin{aligned}\therefore \mathrm{P}(X \ge 6k+8)&=\mathrm{P}(X \ge 38)\\&=\mathrm{P}\left(Z \ge \frac{38-32}{2}\right)\\&=\mathrm{P}(Z \ge 3)\\&=\mathrm{P}(Z \ge 0)-\mathrm{P}(0 \le Z \le 3)\\&=0.5-0.4987\\&=0.0013\end{aligned}$$

099 답 ④

확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}\left(m,\ \left(\frac{m}{3}\right)^2\right)$을 따르므로 $Z=\frac{X-m}{\frac{m}{3}}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

$\mathrm{P}\left(X \le \frac{9}{2}\right)=0.9987$에서

$\mathrm{P}\left(Z \le \frac{\frac{9}{2}-m}{\frac{m}{3}}\right)=0.9987$

$\mathrm{P}\left(Z \le \frac{27-6m}{2m}\right)=0.9987$

$\mathrm{P}(Z \le 0)+\mathrm{P}\left(0 \le Z \le \frac{27-6m}{2m}\right)=0.9987$

$0.5+\mathrm{P}\left(0 \le Z \le \frac{27-6m}{2m}\right)=0.9987$

$\therefore \mathrm{P}\left(0 \le Z \le \frac{27-6m}{2m}\right)=0.4987$

이때 $\mathrm{P}(0 \le Z \le 3)=0.4987$이므로

$\frac{27-6m}{2m}=3$

$27-6m=6m \qquad \therefore m=\frac{9}{4}$

100 답 ①

세 확률변수 $X,\ Y,\ W$가 각각 정규분포 $\mathrm{N}(55,\ 6^2),\ \mathrm{N}(70,\ 4^2),\ \mathrm{N}(63,\ 5^2)$을 따르므로 $Z_X=\frac{X-55}{6},\ Z_Y=\frac{Y-70}{4},\ Z_W=\frac{W-63}{5}$으로 놓으면 세 확률변수 $Z_X,\ Z_Y,\ Z_W$는 모두 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

$p=\mathrm{P}(X \ge 67)=\mathrm{P}\left(Z_X \ge \frac{67-55}{6}\right)=\mathrm{P}(Z_X \ge 2)$

$q=\mathrm{P}(Y \ge 76)=\mathrm{P}\left(Z_Y \ge \frac{76-70}{4}\right)=\mathrm{P}(Z_Y \ge 1.5)$

$r=\mathrm{P}(W \ge 68)=\mathrm{P}\left(Z_W \ge \frac{68-63}{5}\right)=\mathrm{P}(Z_W \ge 1)$

이때 $\mathrm{P}(Z_X \ge 2)<\mathrm{P}(Z_Y \ge 1.5)<\mathrm{P}(Z_W \ge 1)$이므로

$p<q<r$

101 답 ④

희원이네 학교 학생의 국어, 영어, 수학 시험 성적을 각각 확률변수 $X_{\mathrm{A}},\ X_{\mathrm{B}},\ X_{\mathrm{C}}$라 하면 $X_{\mathrm{A}},\ X_{\mathrm{B}},\ X_{\mathrm{C}}$는 각각 정규분포 $\mathrm{N}(79,\ 5^2),\ \mathrm{N}(80,\ 6^2),\ \mathrm{N}(56,\ 8^2)$을 따르므로

$Z_{\mathrm{A}}=\frac{X_{\mathrm{A}}-79}{5},\ Z_{\mathrm{B}}=\frac{X_{\mathrm{B}}-80}{6},\ Z_{\mathrm{C}}=\frac{X_{\mathrm{C}}-56}{8}$으로 놓으면 세 확률변수 $Z_{\mathrm{A}},\ Z_{\mathrm{B}},\ Z_{\mathrm{C}}$는 모두 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

다른 학생들보다 희원이의 국어, 영어, 수학 시험 성적이 높을 확률은 각각

$\mathrm{P}(X_{\mathrm{A}}<88)=\mathrm{P}\left(Z_{\mathrm{A}}<\frac{88-79}{5}\right)=\mathrm{P}\left(Z_{\mathrm{A}}<\frac{9}{5}\right)$

$\mathrm{P}(X_{\mathrm{B}}<90)=\mathrm{P}\left(Z_{\mathrm{B}}<\frac{90-80}{6}\right)=\mathrm{P}\left(Z_{\mathrm{B}}<\frac{5}{3}\right)$

$\mathrm{P}(X_{\mathrm{C}}<72)=\mathrm{P}\left(Z_{\mathrm{C}}<\frac{72-56}{8}\right)=\mathrm{P}(Z_{\mathrm{C}}<2)$

이때 $\mathrm{P}\left(Z_{\mathrm{B}}<\frac{5}{3}\right)<\mathrm{P}\left(Z_{\mathrm{A}}<\frac{9}{5}\right)<\mathrm{P}(Z_{\mathrm{C}}<2)$이므로

$\mathrm{P}(X_{\mathrm{B}}<90)<\mathrm{P}(X_{\mathrm{A}}<88)<\mathrm{P}(X_{\mathrm{C}}<72)$

따라서 희원이의 성적이 상대적으로 높은 과목부터 순서대로 나열하면 수학, 국어, 영어이다.

102 답 ㄱ

자격증 시험 응시생의 1차 필기시험, 1차 실기시험, 2차 필기시험, 2차 실기시험의 점수를 각각 확률변수 $X_{\mathrm{A}},\ X_{\mathrm{B}},\ X_{\mathrm{C}},\ X_{\mathrm{D}}$라 하면 $X_{\mathrm{A}},\ X_{\mathrm{B}},\ X_{\mathrm{C}},\ X_{\mathrm{D}}$는 각각 정규분포 $\mathrm{N}(45,\ 12^2),\ \mathrm{N}(50,\ 10^2),\ \mathrm{N}(60,\ 8^2),\ \mathrm{N}(56,\ 16^2)$을 따르므로

$Z_{\mathrm{A}}=\frac{X_{\mathrm{A}}-45}{12},\ Z_{\mathrm{B}}=\frac{X_{\mathrm{B}}-50}{10},\ Z_{\mathrm{C}}=\frac{X_{\mathrm{C}}-60}{8},\ Z_{\mathrm{D}}=\frac{X_{\mathrm{D}}-56}{16}$

으로 놓으면 네 확률변수 $Z_{\mathrm{A}},\ Z_{\mathrm{B}},\ Z_{\mathrm{C}},\ Z_{\mathrm{D}}$는 모두 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

다른 응시생보다 화영이의 1차 필기시험, 1차 실기시험, 2차 필기시험, 2차 실기시험 점수가 높을 확률은 각각

$P(X_A<72)=P\left(Z_A<\frac{72-45}{12}\right)=P(Z_A<2.25)$

$P(X_B<70)=P\left(Z_B<\frac{70-50}{10}\right)=P(Z_B<2)$

$P(X_C<74)=P\left(Z_C<\frac{74-60}{8}\right)=P(Z_C<1.75)$

$P(X_D<86)=P\left(Z_D<\frac{86-56}{16}\right)=P(Z_D<1.875)$

이때 $P(Z_C<1.75)<P(Z_D<1.875)<P(Z_B<2)<P(Z_A<2.25)$
이므로

$P(X_C<74)<P(X_D<86)<P(X_B<70)<P(X_A<72)$

즉, 화영이의 점수가 상대적으로 높은 시험부터 순서대로 나열하면
1차 필기시험, 1차 실기시험, 2차 실기시험, 2차 필기시험이다.

ㄱ. 1차 실기시험 점수가 2차 실기시험 점수보다 상대적으로 높다.
ㄴ. 2차 필기시험 점수가 상대적으로 가장 낮다.
ㄷ. 1차 필기시험 점수가 상대적으로 가장 높다.
따라서 보기에서 옳은 것은 ㄱ이다.

103 답 30.85

막대 과자 1개의 길이를 확률변수 X라 하면 X는 정규분포 $N(12,\ 2^2)$을 따르므로 $Z=\frac{X-12}{2}$로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따른다.
막대 과자 1개의 길이가 13 cm 이상일 확률은

$$\begin{aligned}P(X\ge13)&=P\left(Z\ge\frac{13-12}{2}\right)=P(Z\ge0.5)\\&=P(Z\ge0)-P(0\le Z\le0.5)\\&=0.5-0.1915\\&=0.3085\end{aligned}$$

따라서 길이가 13 cm 이상일 확률은 전체의 30.85 %이므로
$x=30.85$

104 답 0.1587

귤 1개의 무게를 확률변수 X라 하면 X는 정규분포 $N(100,\ 20^2)$을 따르므로 $Z=\frac{X-100}{20}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따른다.
따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned}P(X\le80)&=P\left(Z\le\frac{80-100}{20}\right)=P(Z\le-1)\\&=P(Z\ge1)=P(Z\ge0)-P(0\le Z\le1)\\&=0.5-0.3413\\&=0.1587\end{aligned}$$

105 답 ④

수하물 1개의 무게를 확률변수 X라 하면 X는 정규분포 $N(18,\ 2^2)$을 따르므로 $Z=\frac{X-18}{2}$로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따른다.
따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned}P(16\le X\le22)&=P\left(\frac{16-18}{2}\le Z\le\frac{22-18}{2}\right)\\&=P(-1\le Z\le2)\\&=P(-1\le Z\le0)+P(0\le Z\le2)\\&=P(0\le Z\le1)+P(0\le Z\le2)\\&=0.3413+0.4772=0.8185\end{aligned}$$

106 답 0.3085

등교하는 데 걸리는 시간을 확률변수 X라 하면 X는 정규분포 $N(24,\ 6^2)$을 따르므로 $Z=\frac{X-24}{6}$로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따른다.
등교하는 데 걸리는 시간이 27분을 초과하면 지각을 하므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned}P(X>27)&=P\left(Z>\frac{27-24}{6}\right)\\&=P(Z>0.5)=P(Z\ge0.5)\\&=P(Z\ge0)-P(0\le Z\le0.5)\\&=0.5-0.1915=0.3085\end{aligned}$$

참고 연속확률변수 X가 특정한 값을 가질 확률은 0이므로
$P(X>a)=P(X\ge a)$가 성립한다.

107 답 100

제자리멀리뛰기 기록을 확률변수 X라 하면 X는 정규분포 $N(130,\ 20^2)$을 따르므로 $Z=\frac{X-130}{20}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따른다.
제자리멀리뛰기 기록이 a cm 이하일 확률이 0.0668이므로

$P(X\le a)=0.0668,\ P\left(Z\le\frac{a-130}{20}\right)=0.0668$

$P\left(Z\ge\frac{130-a}{20}\right)=0.0668$

$P(Z\ge0)-P\left(0\le Z\le\frac{130-a}{20}\right)=0.0668$

$0.5-P\left(0\le Z\le\frac{130-a}{20}\right)=0.0668$

$\therefore\ P\left(0\le Z\le\frac{130-a}{20}\right)=0.4332$

이때 $P(0\le Z\le1.5)=0.4332$이므로

$\frac{130-a}{20}=1.5,\ 130-a=30 \qquad \therefore\ a=100$

108 답 ②

신입생의 키를 확률변수 X라 하면 X는 정규분포 $N(165,\ 4^2)$을 따르므로 $Z=\frac{X-165}{4}$로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따른다.
키가 171 cm 이하일 확률은

$$\begin{aligned}P(X\le171)&=P\left(Z\le\frac{171-165}{4}\right)=P(Z\le1.5)\\&=P(Z\le0)+P(0\le Z\le1.5)\\&=0.5+0.4332=0.9332\end{aligned}$$

따라서 구하는 신입생의 수는 $10000\times0.9332=9332$

109 답 1637

학생의 몸무게를 확률변수 X라 하면 X는 정규분포 $\mathrm{N}(62,\ 6^2)$을 따르므로 $Z=\frac{X-62}{6}$로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.
몸무게가 56 kg 이상 74 kg 이하일 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(56\le X\le 74)&=\mathrm{P}\left(\frac{56-62}{6}\le Z\le\frac{74-62}{6}\right)\\&=\mathrm{P}(-1\le Z\le 2)\\&=\mathrm{P}(-1\le Z\le 0)+\mathrm{P}(0\le Z\le 2)\\&=\mathrm{P}(0\le Z\le 1)+\mathrm{P}(0\le Z\le 2)\\&=0.3413+0.4772=0.8185\end{aligned}$$

따라서 구하는 중학생의 수는
$2000\times 0.8185=1637$

110 답 19088

제품 1개의 무게를 확률변수 X라 하면 X는 정규분포 $\mathrm{N}(20,\ 5^2)$을 따르므로 $Z=\frac{X-20}{5}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.
제품 1개의 무게가 10 g 이상 30 g 이하일 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(10\le X\le 30)&=\mathrm{P}\left(\frac{10-20}{5}\le Z\le\frac{30-20}{5}\right)\\&=\mathrm{P}(-2\le Z\le 2)\\&=\mathrm{P}(-2\le Z\le 0)+\mathrm{P}(0\le Z\le 2)\\&=\mathrm{P}(0\le Z\le 2)+\mathrm{P}(0\le Z\le 2)\\&=2\mathrm{P}(0\le Z\le 2)\\&=2\times 0.4772=0.9544\end{aligned}$$

따라서 구하는 정상 제품의 개수는
$20000\times 0.9544=19088$

111 답 ③

응시생의 점수를 확률변수 X라 하면 X는 정규분포 $\mathrm{N}(420,\ 12^2)$을 따르므로 $Z=\frac{X-420}{12}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.
불합격할 확률, 즉 점수가 426점 미만일 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(X<426)&=\mathrm{P}(X\le 426)\\&=\mathrm{P}\left(Z\le\frac{426-420}{12}\right)\\&=\mathrm{P}(Z\le 0.5)\\&=\mathrm{P}(Z\le 0)+\mathrm{P}(0\le Z\le 0.5)\\&=0.5+0.1915=0.6915\end{aligned}$$

따라서 구하는 시험에 불합격하는 응시생의 수는
$6000\times 0.6915=4149$

112 답 81점

학생의 영어 점수를 확률변수 X라 하면 X는 정규분포 $\mathrm{N}(68,\ 10^2)$을 따르므로 $Z=\frac{X-68}{10}$로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.
상위 10 % 이내에 속하기 위한 최소 점수를 a점이라 하면

$\mathrm{P}(X\ge a)=0.1$

$\mathrm{P}\left(Z\ge\frac{a-68}{10}\right)=0.1$

$\mathrm{P}(Z\ge 0)-\mathrm{P}\left(0\le Z\le\frac{a-68}{10}\right)=0.1$

$0.5-\mathrm{P}\left(0\le Z\le\frac{a-68}{10}\right)=0.1$

$\therefore\ \mathrm{P}\left(0\le Z\le\frac{a-68}{10}\right)=0.4$

이때 $\mathrm{P}(0\le Z\le 1.3)=0.4$이므로

$\frac{a-68}{10}=1.3$

$a-68=13\qquad\therefore\ a=81$

따라서 최소 81점 이상이어야 한다.

113 답 75점

학생의 입학 시험 점수를 확률변수 X라 하면 X는 정규분포 $\mathrm{N}(55,\ 10^2)$을 따르므로 $Z=\frac{X-55}{10}$로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.
상위 20등 이내에 속하는 학생의 최저 점수를 a점이라 하면

$\mathrm{P}(X\ge a)=\frac{20}{1000}=0.02$

$\mathrm{P}\left(Z\ge\frac{a-55}{10}\right)=0.02$

$\mathrm{P}(Z\ge 0)-\mathrm{P}\left(0\le Z\le\frac{a-55}{10}\right)=0.02$

$0.5-\mathrm{P}\left(0\le Z\le\frac{a-55}{10}\right)=0.02$

$\therefore\ \mathrm{P}\left(0\le Z\le\frac{a-55}{10}\right)=0.48$

이때 $\mathrm{P}(0\le Z\le 2)=0.48$이므로

$\frac{a-55}{10}=2$

$a-55=20\qquad\therefore\ a=75$

따라서 구하는 최저 점수는 75점이다.

114 답 ②

지원자의 입사 시험 점수를 확률변수 X라 하면 X는 정규분포 $\mathrm{N}(60,\ 2^2)$을 따르므로 $Z=\frac{X-60}{2}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.
입사 가능한 최저 점수를 a점이라 하면

$\mathrm{P}(X\ge a)=\frac{3500}{10000}=0.35$

$\mathrm{P}\left(Z\ge\frac{a-60}{2}\right)=0.35$

$\mathrm{P}(Z\ge 0)-\mathrm{P}\left(0\le Z\le\frac{a-60}{2}\right)=0.35$

$0.5-\mathrm{P}\left(0\le Z\le\frac{a-60}{2}\right)=0.35$

$\therefore\ \mathrm{P}\left(0\le Z\le\frac{a-60}{2}\right)=0.15$

이때 $\mathrm{P}(0\le Z\le 0.39)=0.15$이므로

$\frac{a-60}{2}=0.39$

$a-60=0.78\qquad\therefore\ a=60.78$

따라서 구하는 최저 점수는 60.78점이다.

115 답 $N(24,\ 4^2)$

확률변수 X가 이항분포 $B\left(72,\ \frac{1}{3}\right)$을 따르므로

$E(X)=72\times\frac{1}{3}=24$

$V(X)=72\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=16$

따라서 X는 근사적으로 정규분포 $N(24,\ 4^2)$을 따른다.

116 답 $N(30,\ 5^2)$

확률변수 X가 이항분포 $B\left(180,\ \frac{1}{6}\right)$을 따르므로

$E(X)=180\times\frac{1}{6}=30$

$V(X)=180\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}=25$

따라서 X는 근사적으로 정규분포 $N(30,\ 5^2)$을 따른다.

117 답 $N(324,\ 9^2)$

확률변수 X가 이항분포 $B\left(432,\ \frac{3}{4}\right)$을 따르므로

$E(X)=432\times\frac{3}{4}=324$

$V(X)=432\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}=81$

따라서 X는 근사적으로 정규분포 $N(324,\ 9^2)$을 따른다.

118 답 $N(240,\ 12^2)$

확률변수 X가 이항분포 $B\left(600,\ \frac{2}{5}\right)$를 따르므로

$E(X)=600\times\frac{2}{5}=240$

$V(X)=600\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}=144$

따라서 X는 근사적으로 정규분포 $N(240,\ 12^2)$을 따른다.

119 답 0.6247

확률변수 X가 이항분포 $B\left(48,\ \frac{3}{4}\right)$을 따르므로

$E(X)=48\times\frac{3}{4}=36$

$V(X)=48\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}=9$

이때 확률변수 X는 근사적으로 정규분포 $N(36,\ 3^2)$을 따르므로

$Z=\frac{X-36}{3}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따른다.

$$\begin{aligned}\therefore\ P(34.5\le X\le 40.5)&=P\left(\frac{34.5-36}{3}\le Z\le\frac{40.5-36}{3}\right)\\&=P(-0.5\le Z\le 1.5)\\&=P(-0.5\le Z\le 0)+P(0\le Z\le 1.5)\\&=P(0\le Z\le 0.5)+P(0\le Z\le 1.5)\\&=0.1915+0.4332=0.6247\end{aligned}$$

120 답 0.0013

$$\begin{aligned}P(X\le 27)&=P\left(Z\le\frac{27-36}{3}\right)\\&=P(Z\le -3)=P(Z\ge 3)\\&=P(Z\ge 0)-P(0\le Z\le 3)\\&=0.5-0.4987\\&=0.0013\end{aligned}$$

121 답 0.9938

$$\begin{aligned}P(X\ge 28.5)&=P\left(Z\ge\frac{28.5-36}{3}\right)\\&=P(Z\ge -2.5)\\&=P(Z\le 2.5)\\&=P(Z\le 0)+P(0\le Z\le 2.5)\\&=0.5+0.4938\\&=0.9938\end{aligned}$$

122 답 0.8185

확률변수 X가 이항분포 $B\left(100,\ \frac{4}{5}\right)$를 따르므로

$E(X)=100\times\frac{4}{5}=80$

$V(X)=100\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}=16$

이때 확률변수 X는 근사적으로 정규분포 $N(80,\ 4^2)$을 따르므로

$Z=\frac{X-80}{4}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따른다.

$$\begin{aligned}\therefore\ P(76\le X\le 88)&=P\left(\frac{76-80}{4}\le Z\le\frac{88-80}{4}\right)\\&=P(-1\le Z\le 2)\\&=P(-1\le Z\le 0)+P(0\le Z\le 2)\\&=P(0\le Z\le 1)+P(0\le Z\le 2)\\&=0.3413+0.4772\\&=0.8185\end{aligned}$$

123 답 0.0655

$$\begin{aligned}P(86\le X\le 92)&=P\left(\frac{86-80}{4}\le Z\le\frac{92-80}{4}\right)\\&=P(1.5\le Z\le 3)\\&=P(0\le Z\le 3)-P(0\le Z\le 1.5)\\&=0.4987-0.4332\\&=0.0655\end{aligned}$$

124 답 0.2857

$$\begin{aligned}P(72\le X\le 78)&=P\left(\frac{72-80}{4}\le Z\le\frac{78-80}{4}\right)\\&=P(-2\le Z\le -0.5)\\&=P(0.5\le Z\le 2)\\&=P(0\le Z\le 2)-P(0\le Z\le 0.5)\\&=0.4772-0.1915\\&=0.2857\end{aligned}$$

125 답 0.1587

$$\begin{aligned}P(X\ge 84)&=P\left(Z\ge \frac{84-80}{4}\right)\\&=P(Z\ge 1)\\&=P(Z\ge 0)-P(0\le Z\le 1)\\&=0.5-0.3413\\&=0.1587\end{aligned}$$

126 답 0.9938

$$\begin{aligned}P(X\le 90)&=P\left(Z\le \frac{90-80}{4}\right)\\&=P(Z\le 2.5)\\&=P(Z\le 0)+P(0\le Z\le 2.5)\\&=0.5+0.4938\\&=0.9938\end{aligned}$$

127 답 64, 32, 16, 4, 4, 4, 2.5, 2.5, 2.5, 0.4938, 0.0062

128 답 0.8413

구하는 확률은

$$\begin{aligned}P(X\ge 28)&=P\left(Z\ge \frac{28-32}{4}\right)\\&=P(Z\ge -1)\\&=P(Z\le 1)\\&=P(Z\le 0)+P(0\le Z\le 1)\\&=0.5+0.3413\\&=0.8413\end{aligned}$$

129 답 0.0215

구하는 확률은

$$\begin{aligned}P(40\le X\le 44)&=P\left(\frac{40-32}{4}\le Z\le \frac{44-32}{4}\right)\\&=P(2\le Z\le 3)\\&=P(0\le Z\le 3)-P(0\le Z\le 2)\\&=0.4987-0.4772\\&=0.0215\end{aligned}$$

실전유형 149쪽

130 답 0.8413

확률변수 X가 이항분포 $B\left(162, \frac{2}{3}\right)$를 따르므로

$E(X)=162\times\frac{2}{3}=108$

$V(X)=162\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=36$

이때 확률변수 X는 근사적으로 정규분포 $N(108, 6^2)$을 따르므로 $Z=\frac{X-108}{6}$로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0, 1)$을 따른다.

$$\begin{aligned}\therefore P(X\le 114)&=P\left(Z\le \frac{114-108}{6}\right)\\&=P(Z\le 1)\\&=P(Z\le 0)+P(0\le Z\le 1)\\&=0.5+0.3413\\&=0.8413\end{aligned}$$

131 답 ④

확률변수 X가 이항분포 $B\left(450, \frac{1}{3}\right)$을 따르므로

$E(X)=450\times\frac{1}{3}=150$

$V(X)=450\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=100$

이때 확률변수 X는 근사적으로 정규분포 $N(150, 10^2)$을 따르므로 $Z=\frac{X-150}{10}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0, 1)$을 따른다.

$$\begin{aligned}\therefore P(X\le 130)&=P\left(Z\le \frac{130-150}{10}\right)\\&=P(Z\le -2)=P(Z\ge 2)\\&=P(Z\ge 0)-P(0\le Z\le 2)\\&=0.5-0.4772\\&=0.0228\end{aligned}$$

132 답 ⑤

확률변수 X의 확률질량함수가 $P(X=x)={}_{192}C_x\left(\frac{1}{4}\right)^x\left(\frac{3}{4}\right)^{192-x}$이므로 X는 이항분포 $B\left(192, \frac{1}{4}\right)$을 따른다.

$\therefore E(X)=192\times\frac{1}{4}=48,$

$V(X)=192\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=36$

이때 확률변수 X는 근사적으로 정규분포 $N(48, 6^2)$을 따르므로 $Z=\frac{X-48}{6}$로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0, 1)$을 따른다.

$$\begin{aligned}\therefore P(39\le X\le 57)&=P\left(\frac{39-48}{6}\le Z\le \frac{57-48}{6}\right)\\&=P(-1.5\le Z\le 1.5)\\&=P(-1.5\le Z\le 0)+P(0\le Z\le 1.5)\\&=P(0\le Z\le 1.5)+P(0\le Z\le 1.5)\\&=2P(0\le Z\le 1.5)\\&=2\times 0.4332=0.8664\end{aligned}$$

133 답 0.9987

소수의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X라 하면 X는 이항분포 $B\left(900, \frac{1}{2}\right)$을 따르므로

$E(X)=900\times\frac{1}{2}=450$

$V(X)=900\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=225$

이때 확률변수 X는 근사적으로 정규분포 $N(450,\ 15^2)$을 따르므로 $Z=\frac{X-450}{15}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따른다.

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned}P(X\le 495)&=P\left(Z\le\frac{495-450}{15}\right)\\&=P(Z\le 3)\\&=P(Z\le 0)+P(0\le Z\le 3)\\&=0.5+0.4987\\&=0.9987\end{aligned}$$

134 답 ②

A 치료제를 투약하여 완치되는 환자의 수를 확률변수 X라 하면 X는 이항분포 $B\left(400,\ \frac{9}{10}\right)$를 따르므로

$E(X)=400\times\frac{9}{10}=360$

$V(X)=400\times\frac{9}{10}\times\frac{1}{10}=36$

이때 확률변수 X는 근사적으로 정규분포 $N(360,\ 6^2)$을 따르므로 $Z=\frac{X-360}{6}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따른다.

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned}P(X\ge 363)&=P\left(Z\ge\frac{363-360}{6}\right)\\&=P(Z\ge 0.5)\\&=P(Z\ge 0)-P(0\le Z\le 0.5)\\&=0.5-0.1915\\&=0.3085\end{aligned}$$

135 답 0.2417

혈액형이 O형인 학생 수를 확률변수 X라 하면 X는 이항분포 $B\left(600,\ \frac{2}{5}\right)$를 따르므로

$E(X)=600\times\frac{2}{5}=240$

$V(X)=600\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}=144$

이때 확률변수 X는 근사적으로 정규분포 $N(240,\ 12^2)$을 따르므로 $Z=\frac{X-240}{12}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따른다.

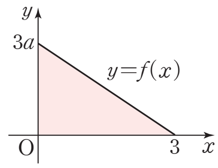
따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned}P(246\le X\le 258)&=P\left(\frac{246-240}{12}\le Z\le\frac{258-240}{12}\right)\\&=P(0.5\le Z\le 1.5)\\&=P(0\le Z\le 1.5)-P(0\le Z\le 0.5)\\&=0.4332-0.1915\\&=0.2417\end{aligned}$$

실전유형으로 중단원 점검 150~151쪽

1 답 $\frac{2}{9}$

$f(x)\ge 0$이므로 $a\ge 0$이고 $y=f(x)$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



이때 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 직선 $x=0$으로 둘러싸인 부분의 넓이가 1이므로

$\frac{1}{2}\times 3\times 3a=1,\ \frac{9}{2}a=1\qquad \therefore\ a=\frac{2}{9}$

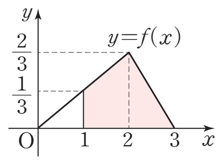
2 답 ④

$y=f(x)$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 1이므로

$\frac{1}{2}\times 3\times k=1$

$\therefore\ k=\frac{2}{3}$

따라서 구하는 확률은 오른쪽 그림과 같이 $1\le x\le 3$에서 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 직선 $x=1$로 둘러싸인 부분의 넓이와 같으므로



$$\begin{aligned}P(1\le X\le 3)&=1-\frac{1}{2}\times 1\times\frac{1}{3}\\&=\frac{5}{6}\end{aligned}$$

3 답 ②

ㄱ. 확률변수 X_1의 정규분포곡선의 대칭축이 확률변수 X_2의 정규분포곡선의 대칭축보다 왼쪽에 있으므로
$E(X_1)<E(X_2)$

ㄴ. 확률변수 X_1의 정규분포곡선의 가운데 부분의 높이가 확률변수 X_2의 정규분포곡선의 가운데 부분의 높이보다 낮으므로
$\sigma(X_1)>\sigma(X_2)$

ㄷ. $E(X_1)<a$이므로 $P(X_1\ge a)<0.5$
$E(X_2)>a$이므로 $P(X_2\ge a)>0.5$
$\therefore\ P(X_1\ge a)<P(X_2\ge a)$

따라서 보기에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

4 답 $\frac{a+b}{2}$

$P(m-\sigma\le X\le m+\sigma)=a$에서

$P(m-\sigma\le X\le m)+P(m\le X\le m+\sigma)=a$

$P(m\le X\le m+\sigma)+P(m\le X\le m+\sigma)=a$

$2P(m\le X\le m+\sigma)=a$

$\therefore\ P(m\le X\le m+\sigma)=\frac{a}{2}$ ⋯⋯ ⅰ

$P(m-3\sigma\le X\le m+3\sigma)=b$에서

$P(m-3\sigma\le X\le m)+P(m\le X\le m+3\sigma)=b$

$P(m\le X\le m+3\sigma)+P(m\le X\le m+3\sigma)=b$

$2P(m\le X\le m+3\sigma)=b$

$\therefore\ P(m\le X\le m+3\sigma)=\frac{b}{2}$ ⋯⋯ ⅱ

$\therefore \mathrm{P}(m-3\sigma \le X \le m+\sigma)$
$=\mathrm{P}(m-3\sigma \le X \le m)+\mathrm{P}(m \le X \le m+\sigma)$
$=\mathrm{P}(m \le X \le m+3\sigma)+\mathrm{P}(m \le X \le m+\sigma)$
$=\frac{b}{2}+\frac{a}{2}=\frac{a+b}{2}$ …… ⅲ

채점 기준	
ⅰ $\mathrm{P}(m \le X \le m+\sigma)$를 a에 대한 식으로 나타내기	30 %
ⅱ $\mathrm{P}(m \le X \le m+3\sigma)$를 b에 대한 식으로 나타내기	30 %
ⅲ $\mathrm{P}(m-3\sigma \le X \le m+\sigma)$를 a, b에 대한 식으로 나타내기	40 %

5 답 ③

두 확률변수 X, Y가 각각 정규분포 $\mathrm{N}(30,\ 4^2)$, $\mathrm{N}(42,\ 6^2)$을 따르므로 $Z_X=\frac{X-30}{4}$, $Z_Y=\frac{Y-42}{6}$로 놓으면 두 확률변수 Z_X, Z_Y는 모두 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.
$\mathrm{P}(26 \le X \le 38)=\mathrm{P}(36 \le Y \le k)$에서
$\mathrm{P}\left(\frac{26-30}{4} \le Z_X \le \frac{38-30}{4}\right)=\mathrm{P}\left(\frac{36-42}{6} \le Z_Y \le \frac{k-42}{6}\right)$
$\mathrm{P}(-1 \le Z_X \le 2)=\mathrm{P}\left(-1 \le Z_Y \le \frac{k-42}{6}\right)$
따라서 $\frac{k-42}{6}=2$이므로
$k-42=12$ $\therefore k=54$

6 답 0.8185

확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(36,\ 8^2)$을 따르므로 $Z=\frac{X-36}{8}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.
$\therefore \mathrm{P}(28 \le X \le 52)=\mathrm{P}\left(\frac{28-36}{8} \le Z \le \frac{52-36}{8}\right)$
$=\mathrm{P}(-1 \le Z \le 2)$
$=\mathrm{P}(-1 \le Z \le 0)+\mathrm{P}(0 \le Z \le 2)$
$=\mathrm{P}(0 \le Z \le 1)+\mathrm{P}(0 \le Z \le 2)$
$=0.3413+0.4772=0.8185$

7 답 21

확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(20,\ 2^2)$을 따르므로 $Z=\frac{X-20}{2}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.
$\mathrm{P}(16 \le X \le k)=0.6687$에서
$\mathrm{P}\left(\frac{16-20}{2} \le Z \le \frac{k-20}{2}\right)=0.6687$
$\mathrm{P}\left(-2 \le Z \le \frac{k-20}{2}\right)=0.6687$
$\mathrm{P}(-2 \le Z \le 0)+\mathrm{P}\left(0 \le Z \le \frac{k-20}{2}\right)=0.6687$
$\mathrm{P}(0 \le Z \le 2)+\mathrm{P}\left(0 \le Z \le \frac{k-20}{2}\right)=0.6687$
$0.4772+\mathrm{P}\left(0 \le Z \le \frac{k-20}{2}\right)=0.6687$
$\therefore \mathrm{P}\left(0 \le Z \le \frac{k-20}{2}\right)=0.1915$
이때 $\mathrm{P}(0 \le Z \le 0.5)=0.1915$이므로
$\frac{k-20}{2}=0.5$, $k-20=1$ $\therefore k=21$

8 답 미술, 체육, 음악

동재네 학교 학생의 음악, 미술, 체육 수행 평가 성적을 각각 확률변수 X_{A}, X_{B}, X_{C}라 하면 X_{A}, X_{B}, X_{C}는 각각 정규분포 $\mathrm{N}(80,\ 4^2)$, $\mathrm{N}(65,\ 5^2)$, $\mathrm{N}(56,\ 7^2)$을 따르므로 $Z_{\mathrm{A}}=\frac{X_{\mathrm{A}}-80}{4}$, $Z_{\mathrm{B}}=\frac{X_{\mathrm{B}}-65}{5}$, $Z_{\mathrm{C}}=\frac{X_{\mathrm{C}}-56}{7}$으로 놓으면 세 확률변수 Z_{A}, Z_{B}, Z_{C}는 모두 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.
다른 학생들보다 동재의 음악, 미술, 체육 수행 평가 성적이 높을 확률은 각각
$\mathrm{P}(X_{\mathrm{A}}<82)=\mathrm{P}\left(Z_{\mathrm{A}}<\frac{82-80}{4}\right)=\mathrm{P}(Z_{\mathrm{A}}<0.5)$
$\mathrm{P}(X_{\mathrm{B}}<72)=\mathrm{P}\left(Z_{\mathrm{B}}<\frac{72-65}{5}\right)=\mathrm{P}(Z_{\mathrm{B}}<1.4)$
$\mathrm{P}(X_{\mathrm{C}}<63)=\mathrm{P}\left(Z_{\mathrm{C}}<\frac{63-56}{7}\right)=\mathrm{P}(Z_{\mathrm{C}}<1)$
이때 $\mathrm{P}(Z_{\mathrm{A}}<0.5)<\mathrm{P}(Z_{\mathrm{C}}<1)<\mathrm{P}(Z_{\mathrm{B}}<1.4)$이므로
$\mathrm{P}(X_{\mathrm{A}}<82)<\mathrm{P}(X_{\mathrm{C}}<63)<\mathrm{P}(X_{\mathrm{B}}<72)$
따라서 동재의 성적이 상대적으로 높은 과목부터 순서대로 나열하면 미술, 체육, 음악이다.

9 답 0.0215

승용차 1대를 세차하는 데 걸리는 시간을 확률변수 X라 하면 X는 정규분포 $\mathrm{N}(38,\ 4^2)$을 따르므로 $Z=\frac{X-38}{4}$로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.
따라서 구하는 확률은
$\mathrm{P}(46 \le X \le 50)=\mathrm{P}\left(\frac{46-38}{4} \le Z \le \frac{50-38}{4}\right)$
$=\mathrm{P}(2 \le Z \le 3)$
$=\mathrm{P}(0 \le Z \le 3)-\mathrm{P}(0 \le Z \le 2)$
$=0.4987-0.4772=0.0215$

10 답 14

당근 1개의 무게를 확률변수 X라 하면 X는 정규분포 $\mathrm{N}(200,\ 30^2)$을 따르므로 $Z=\frac{X-200}{30}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.
당근 1개의 무게가 119 g 이하일 확률은
$\mathrm{P}(X \le 119)=\mathrm{P}\left(Z \le \frac{119-200}{30}\right)$
$=\mathrm{P}(Z \le -2.7)$
$=\mathrm{P}(Z \ge 2.7)$
$=\mathrm{P}(Z \ge 0)-\mathrm{P}(0 \le Z \le 2.7)$
$=0.5-0.4965=0.0035$
따라서 구하는 폐기할 당근의 개수는
$4000 \times 0.0035=14$

11 답 ②

학생의 수학 경시 대회 점수를 확률변수 X라 하면 X는 정규분포 $\mathrm{N}(44,\ 12^2)$을 따르므로 $Z=\frac{X-44}{12}$로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

상위 8등 이내에 속하는 학생의 최저 점수를 a점이라 하면

$\mathrm{P}(X\ge a)=\frac{8}{200}=0.04$

$\mathrm{P}\left(Z\ge\frac{a-44}{12}\right)=0.04$

$\mathrm{P}(Z\ge 0)-\mathrm{P}\left(0\le Z\le\frac{a-44}{12}\right)=0.04$

$0.5-\mathrm{P}\left(0\le Z\le\frac{a-44}{12}\right)=0.04$

$\therefore\ \mathrm{P}\left(0\le Z\le\frac{a-44}{12}\right)=0.46$

이때 $\mathrm{P}(0\le Z\le 1.75)=0.46$이므로

$\frac{a-44}{12}=1.75$

$a-44=21\qquad\therefore\ a=65$

따라서 구하는 최저 점수는 65점이다.

12 답 ②

확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(150,\ \frac{2}{5}\right)$를 따르므로

$\mathrm{E}(X)=150\times\frac{2}{5}=60$

$\mathrm{V}(X)=150\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}=36$

이때 확률변수 X는 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}(60,\ 6^2)$을 따르므로

$Z=\frac{X-60}{6}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

$$\begin{aligned}\therefore\ \mathrm{P}(X\ge 75)&=\mathrm{P}\left(Z\ge\frac{75-60}{6}\right)\\&=\mathrm{P}(Z\ge 2.5)\\&=\mathrm{P}(Z\ge 0)-\mathrm{P}(0\le Z\le 2.5)\\&=0.5-0.4938\\&=0.0062\end{aligned}$$

13 답 0.9544

3의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X라 하면 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(180,\ \frac{1}{6}\right)$을 따르므로

$\mathrm{E}(X)=180\times\frac{1}{6}=30$

$\mathrm{V}(X)=180\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}=25$

이때 확률변수 X는 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}(30,\ 5^2)$을 따르므로

$Z=\frac{X-30}{5}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(20\le X\le 40)&=\mathrm{P}\left(\frac{20-30}{5}\le Z\le\frac{40-30}{5}\right)\\&=\mathrm{P}(-2\le Z\le 2)\\&=\mathrm{P}(-2\le Z\le 0)+\mathrm{P}(0\le Z\le 2)\\&=\mathrm{P}(0\le Z\le 2)+\mathrm{P}(0\le Z\le 2)\\&=2\mathrm{P}(0\le Z\le 2)\\&=2\times 0.4772\\&=0.9544\end{aligned}$$

07 통계적 추정

개념유형 153~158쪽

001 답 전수조사

002 답 표본조사

003 답 전수조사

004 답 표본조사

005 답 표본조사

006 답 표본조사

007 답 전수조사

008 답 49

구하는 경우의 수는 7장의 카드에서 2장을 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_7\Pi_2=7^2=49$

009 답 42

구하는 경우의 수는 7장의 카드에서 2장을 택하는 순열의 수와 같으므로

${}_7\mathrm{P}_2=42$

010 답 21

구하는 경우의 수는 7장의 카드에서 2장을 택하는 조합의 수와 같으므로

${}_7\mathrm{C}_2=21$

011 답 216

구하는 경우의 수는 6개의 공에서 3개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_6\Pi_3=6^3=216$

012 답 120

구하는 경우의 수는 6개의 공에서 3개를 택하는 순열의 수와 같으므로

${}_6\mathrm{P}_3=120$

013 답 20

구하는 경우의 수는 6개의 공에서 3개를 택하는 조합의 수와 같으므로

${}_6\mathrm{C}_3=20$

014 답 $\overline{X}=2,\ S^2=2,\ S=\sqrt{2}$

$\overline{X}=\frac{1}{2}(1+3)=2$

$S^2=\frac{1}{2-1}\{(1-2)^2+(3-2)^2\}=2$

$S=\sqrt{2}$

015 답 $\overline{X}=5,\ S^2=2,\ S=\sqrt{2}$

$\overline{X}=\frac{1}{2}(4+6)=5$

$S^2=\frac{1}{2-1}\{(4-5)^2+(6-5)^2\}=2$

$S=\sqrt{2}$

016 답 $\overline{X}=3,\ S^2=1,\ S=1$

$\overline{X}=\frac{1}{3}(2+3+4)=3$

$S^2=\frac{1}{3-1}\{(2-3)^2+(3-3)^2+(4-3)^2\}=1$

$S=\sqrt{1}=1$

017 답 $\overline{X}=7,\ S^2=\frac{20}{3},\ S=\frac{2\sqrt{15}}{3}$

$\overline{X}=\frac{1}{4}(4+6+8+10)=7$

$S^2=\frac{1}{4-1}\{(4-7)^2+(6-7)^2+(8-7)^2+(10-7)^2\}=\frac{20}{3}$

$S=\sqrt{\frac{20}{3}}=\frac{2\sqrt{15}}{3}$

018 답 $1,\ 3,\ 1,\ 3,\ 1,\ 3,\ \frac{2}{9}$

019 답 풀이 참고

크기가 2인 표본의 수를 각각 X_1, X_2라 하면 X_1, X_2의 표본평균 $\overline{X}=\frac{X_1+X_2}{2}$는 오른쪽 표와 같다.

$X_1 \backslash X_2$	1	2
1	1	$\frac{3}{2}$
2	$\frac{3}{2}$	2

따라서 표본평균 $\overline{X}$가 가질 수 있는 값은 $1,\ \frac{3}{2},\ 2$이므로 $\overline{X}$의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

$\overline{X}$	1	$\frac{3}{2}$	2	합계
$\mathrm{P}(\overline{X}=\overline{x})$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1

020 답 풀이 참고

크기가 2인 표본의 수를 각각 X_1, X_2라 하면 X_1, X_2의 표본평균 $\overline{X}=\frac{X_1+X_2}{2}$는 오른쪽 표와 같다.

$X_1 \backslash X_2$	0	2	4
0	0	1	2
2	1	2	3
4	2	3	4

따라서 표본평균 $\overline{X}$가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2, 3, 4이므로 $\overline{X}$의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

$\overline{X}$	0	1	2	3	4	합계
$\mathrm{P}(\overline{X}=\overline{x})$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	1

021 답 평균: 30, 분산: 9, 표준편차: 3

모평균 $m=30$, 모표준편차 $\sigma=6$, 표본의 크기 $n=4$이므로

$\mathrm{E}(\overline{X})=m=30$

$\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{6^2}{4}=9$

$\sigma(\overline{X})=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{6}{\sqrt{4}}=3$

022 답 평균: 30, 분산: 4, 표준편차: 2

모평균 $m=30$, 모표준편차 $\sigma=6$, 표본의 크기 $n=9$이므로

$\mathrm{E}(\overline{X})=m=30$

$\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{6^2}{9}=4$

$\sigma(\overline{X})=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{6}{\sqrt{9}}=2$

023 답 평균: 30, 분산: 1, 표준편차: 1

모평균 $m=30$, 모표준편차 $\sigma=6$, 표본의 크기 $n=36$이므로

$\mathrm{E}(\overline{X})=m=30$

$\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{6^2}{36}=1$

$\sigma(\overline{X})=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{6}{\sqrt{36}}=1$

024 답 평균: 30, 분산: $\frac{9}{16}$, 표준편차: $\frac{3}{4}$

모평균 $m=30$, 모표준편차 $\sigma=6$, 표본의 크기 $n=64$이므로

$\mathrm{E}(\overline{X})=m=30$

$\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{6^2}{64}=\frac{9}{16}$

$\sigma(\overline{X})=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{6}{\sqrt{64}}=\frac{3}{4}$

025 답 평균: 30, 분산: $\frac{9}{25}$, 표준편차: $\frac{3}{5}$

모평균 $m=30$, 모표준편차 $\sigma=6$, 표본의 크기 $n=100$이므로

$\mathrm{E}(\overline{X})=m=30$

$\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{6^2}{100}=\frac{9}{25}$

$\sigma(\overline{X})=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{6}{\sqrt{100}}=\frac{3}{5}$

026 답 **평균: 30, 분산: $\frac{9}{100}$, 표준편차: $\frac{3}{10}$**

모평균 $m=30$, 모표준편차 $\sigma=6$, 표본의 크기 $n=400$이므로

$E(\overline{X})=m=30$

$V(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{6^2}{400}=\frac{9}{100}$

$\sigma(\overline{X})=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{6}{\sqrt{400}}=\frac{3}{10}$

027 답 **평균: 4, 분산: $\frac{9}{25}$, 표준편차: $\frac{3}{5}$**

모평균 $m=4$, 모분산 $\sigma^2=3^2$, 표본의 크기 $n=25$이므로

$E(\overline{X})=m=4$

$V(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{3^2}{25}=\frac{9}{25}$

$\sigma(\overline{X})=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{3}{\sqrt{25}}=\frac{3}{5}$

028 답 **평균: 8, 분산: 1, 표준편차: 1**

모평균 $m=8$, 모분산 $\sigma^2=5^2$, 표본의 크기 $n=25$이므로

$E(\overline{X})=m=8$

$V(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{5^2}{25}=1$

$\sigma(\overline{X})=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{5}{\sqrt{25}}=1$

029 답 **평균: 17, 분산: $\frac{49}{25}$, 표준편차: $\frac{7}{5}$**

모평균 $m=17$, 모분산 $\sigma^2=7^2$, 표본의 크기 $n=25$이므로

$E(\overline{X})=m=17$

$V(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{7^2}{25}=\frac{49}{25}$

$\sigma(\overline{X})=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{7}{\sqrt{25}}=\frac{7}{5}$

030 답 **평균: 42, 분산: $\frac{121}{25}$, 표준편차: $\frac{11}{5}$**

모평균 $m=42$, 모분산 $\sigma^2=11^2$, 표본의 크기 $n=25$이므로

$E(\overline{X})=m=42$

$V(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{11^2}{25}=\frac{121}{25}$

$\sigma(\overline{X})=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{11}{\sqrt{25}}=\frac{11}{5}$

031 답 **평균: 121, 분산: $\frac{144}{25}$, 표준편차: $\frac{12}{5}$**

모평균 $m=121$, 모분산 $\sigma^2=12^2$, 표본의 크기 $n=25$이므로

$E(\overline{X})=m=121$

$V(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{12^2}{25}=\frac{144}{25}$

$\sigma(\overline{X})=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{12}{\sqrt{25}}=\frac{12}{5}$

032 답 **평균: 172, 분산: 9, 표준편차: 3**

모평균 $m=172$, 모분산 $\sigma^2=15^2$, 표본의 크기 $n=25$이므로

$E(\overline{X})=m=172$

$V(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{15^2}{25}=9$

$\sigma(\overline{X})=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{15}{\sqrt{25}}=3$

033 답 **4, 28, 12, 4, $\frac{4}{3}$**

034 답 **$E(\overline{X})=1$, $V(\overline{X})=\frac{1}{18}$**

확률변수 X에 대하여

$E(X)=0\times\frac{1}{4}+1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{4}=1$

$E(X^2)=0^2\times\frac{1}{4}+1^2\times\frac{1}{2}+2^2\times\frac{1}{4}=\frac{3}{2}$

$\therefore\ V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=\frac{3}{2}-1^2=\frac{1}{2}$

이때 표본의 크기가 9이므로

$E(\overline{X})=1$

$V(\overline{X})=\frac{\frac{1}{2}}{9}=\frac{1}{18}$

035 답 **$E(\overline{X})=1$, $V(\overline{X})=\frac{5}{36}$**

확률변수 X에 대하여

$E(X)=0\times\frac{1}{2}+1\times\frac{1}{8}+2\times\frac{1}{4}+3\times\frac{1}{8}=1$

$E(X^2)=0^2\times\frac{1}{2}+1^2\times\frac{1}{8}+2^2\times\frac{1}{4}+3^2\times\frac{1}{8}=\frac{9}{4}$

$\therefore\ V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=\frac{9}{4}-1^2=\frac{5}{4}$

이때 표본의 크기가 9이므로

$E(\overline{X})=1$

$V(\overline{X})=\frac{\frac{5}{4}}{9}=\frac{5}{36}$

036 답 **$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{3}$, $\frac{1}{2}$, 6, $\frac{5}{9}$, $\frac{7}{3}$, $\frac{1}{9}$**

037 답 **$E(\overline{X})=\frac{14}{3}$, $V(\overline{X})=\frac{4}{9}$**

확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	2	4	6	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1

확률변수 X에 대하여

$E(X)=2\times\frac{1}{6}+4\times\frac{1}{3}+6\times\frac{1}{2}=\frac{14}{3}$

$E(X^2)=2^2\times\frac{1}{6}+4^2\times\frac{1}{3}+6^2\times\frac{1}{2}=24$

$\therefore\ V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=24-\left(\frac{14}{3}\right)^2=\frac{20}{9}$

이때 표본의 크기가 5이므로

$E(\overline{X})=\frac{14}{3}$

$V(\overline{X})=\frac{\frac{20}{9}}{5}=\frac{4}{9}$

038 답 $\mathrm{E}(\overline{X})=\frac{18}{7}$, $\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{19}{245}$

확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{14}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{9}{14}$	1

확률변수 X에 대하여

$\mathrm{E}(X)=1\times\frac{1}{14}+2\times\frac{2}{7}+3\times\frac{9}{14}=\frac{18}{7}$

$\mathrm{E}(X^2)=1^2\times\frac{1}{14}+2^2\times\frac{2}{7}+3^2\times\frac{9}{14}=7$

$\therefore\ \mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2=7-\left(\frac{18}{7}\right)^2=\frac{19}{49}$

이때 표본의 크기가 5이므로

$\mathrm{E}(\overline{X})=\frac{18}{7}$

$\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{\frac{19}{49}}{5}=\frac{19}{245}$

실전유형

159~160쪽

039 답 ④

모평균이 20, 모표준편차가 5, 표본의 크기가 16이므로

$\mathrm{E}(\overline{X})=20$, $\sigma(\overline{X})=\frac{5}{\sqrt{16}}=\frac{5}{4}$

$\therefore\ \mathrm{E}(\overline{X})+\sigma(\overline{X})=\frac{85}{4}$

040 답 62

모평균이 30, 모분산이 16, 표본의 크기가 n이므로

$\mathrm{E}(\overline{X})=m$에서 $m=30$

$\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{1}{2}$에서 $\frac{16}{n}=\frac{1}{2}$ $\qquad\therefore\ n=32$

$\therefore\ m+n=62$

041 답 ④

모표준편차가 18, 표본의 크기가 n이므로

$\sigma(\overline{X})=\frac{18}{\sqrt{n}}$

이때 $\sigma(\overline{X})\le 3$이어야 하므로

$\frac{18}{\sqrt{n}}\le 3$, $\sqrt{n}\ge 6$ $\qquad\therefore\ n\ge 36$

따라서 n의 최솟값은 36이다.

042 답 118

모평균이 7, 표본의 크기가 3이므로

$\mathrm{E}(\overline{X})=\mathrm{E}(X)=7$

$\mathrm{V}(\overline{X})=\mathrm{E}(\overline{X}^2)-\{\mathrm{E}(\overline{X})\}^2=72-7^2=23$

이때 $\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{\mathrm{V}(X)}{3}$이므로

$23=\frac{\mathrm{V}(X)}{3}$ $\qquad\therefore\ \mathrm{V}(X)=69$

따라서 $\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$이므로

$\mathrm{E}(X^2)=\mathrm{V}(X)+\{\mathrm{E}(X)\}^2=69+7^2=118$

043 답 ①

확률의 총합은 1이므로

$\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+a=1$ $\qquad\therefore\ a=\frac{1}{6}$

확률변수 X에 대하여

$\mathrm{E}(X)=-2\times\frac{1}{3}+0\times\frac{1}{2}+1\times\frac{1}{6}=-\frac{1}{2}$

$\mathrm{E}(X^2)=(-2)^2\times\frac{1}{3}+0^2\times\frac{1}{2}+1^2\times\frac{1}{6}=\frac{3}{2}$

$\therefore\ \mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2=\frac{3}{2}-\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{4}$

이때 표본의 크기가 16이므로

$\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{\frac{5}{4}}{16}=\frac{5}{64}$

044 답 1

확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	4	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{5}$	1

확률변수 X에 대하여

$\mathrm{E}(X)=1\times\frac{1}{10}+2\times\frac{1}{5}+3\times\frac{3}{10}+4\times\frac{2}{5}=3$

$\mathrm{E}(X^2)=1^2\times\frac{1}{10}+2^2\times\frac{1}{5}+3^2\times\frac{3}{10}+4^2\times\frac{2}{5}=10$

$\therefore\ \mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2=10-3^2=1$

$\therefore\ \sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{1}=1$

이때 표본의 크기가 9이므로

$\sigma(\overline{X})=\frac{1}{\sqrt{9}}=\frac{1}{3}$

$\therefore\ \sigma(3\overline{X}+1)=|3|\sigma(\overline{X})=3\times\frac{1}{3}=1$

045 답 9

확률변수 X에 대하여

$\mathrm{E}(X)=0\times\frac{1}{5}+1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{3}{10}=\frac{11}{10}$

$\mathrm{E}(X^2)=0^2\times\frac{1}{5}+1^2\times\frac{1}{2}+2^2\times\frac{3}{10}=\frac{17}{10}$

$\therefore\ \mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2=\frac{17}{10}-\left(\frac{11}{10}\right)^2=\frac{49}{100}$

표본의 크기가 n이므로 $\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{\frac{49}{100}}{n}=\frac{49}{100n}$

이때 $\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{49}{900}$에서

$\frac{49}{100n}=\frac{49}{900}$ $\qquad\therefore\ n=9$

046 답 ④

확률의 총합은 1이므로

$\frac{1}{6}+a+b=1$

$\therefore\ a+b=\frac{5}{6}$ ...... ㉠

$E(X^2)=\frac{16}{3}$에서

$0^2\times\frac{1}{6}+2^2\times a+4^2\times b=\frac{16}{3}$

$4a+16b=\frac{16}{3}$

$\therefore\ a+4b=\frac{4}{3}$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=\frac{2}{3}$, $b=\frac{1}{6}$

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	2	4	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	1

확률변수 X에 대하여

$E(X)=0\times\frac{1}{6}+2\times\frac{2}{3}+4\times\frac{1}{6}=2$

$\therefore\ V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$

$=\frac{16}{3}-2^2=\frac{4}{3}$

이때 표본의 크기가 20이므로

$V(\overline{X})=\frac{\frac{4}{3}}{20}=\frac{1}{15}$

047 답 $\frac{28}{9}$

주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼낼 때, 공에 적힌 수를 확률변수 X라 하고 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	2	4	8	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	1

확률변수 X에 대하여

$E(X)=2\times\frac{1}{3}+4\times\frac{1}{3}+8\times\frac{1}{3}=\frac{14}{3}$

$E(X^2)=2^2\times\frac{1}{3}+4^2\times\frac{1}{3}+8^2\times\frac{1}{3}=28$

$\therefore\ V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$

$=28-\left(\frac{14}{3}\right)^2=\frac{56}{9}$

이때 표본의 크기가 2이므로

$V(\overline{X})=\frac{\frac{56}{9}}{2}=\frac{28}{9}$

048 답 ①

상자에서 임의로 1개의 구슬을 꺼낼 때, 구슬에 적힌 수를 확률변수 X라 하고 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	-1	1	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	1

확률변수 X에 대하여

$E(X)=-1\times\frac{1}{3}+1\times\frac{1}{2}+3\times\frac{1}{6}=\frac{2}{3}$

$E(X^2)=(-1)^2\times\frac{1}{3}+1^2\times\frac{1}{2}+3^2\times\frac{1}{6}=\frac{7}{3}$

$\therefore\ V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$

$=\frac{7}{3}-\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{17}{9}$

이때 표본의 크기가 3이므로

$E(\overline{X})=\frac{2}{3}$, $V(\overline{X})=\frac{\frac{17}{9}}{3}=\frac{17}{27}$

$V(\overline{X})=E(\overline{X}^2)-\{E(\overline{X})\}^2$에서

$E(\overline{X}^2)=V(\overline{X})+\{E(\overline{X})\}^2$

$=\frac{17}{27}+\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{29}{27}$

049 답 700

동전의 앞면을 H, 뒷면을 T라 하고 게임을 한 번 하여 나오는 모든 경우를 표로 나타내면 다음과 같다.

50원짜리 동전	100원짜리 동전	상금(원)
H	H	150
H	T	50
T	H	100
T	T	0

게임을 한 번 하여 받을 수 있는 상금을 확률변수 X라 하고 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	50	100	150	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

확률변수 X에 대하여

$E(X)=0\times\frac{1}{4}+50\times\frac{1}{4}+100\times\frac{1}{4}+150\times\frac{1}{4}=75$

$E(X^2)=0^2\times\frac{1}{4}+50^2\times\frac{1}{4}+100^2\times\frac{1}{4}+150^2\times\frac{1}{4}=8750$

$\therefore\ V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$

$=8750-75^2=3125$

이때 표본의 크기가 5이므로

$E(\overline{X})=75$, $V(\overline{X})=\frac{3125}{5}=625$

$\therefore\ E(\overline{X})+V(\overline{X})=700$

050 답 ②

임의로 1장의 카드를 뽑을 때, 카드에 적힌 수를 확률변수 X라 하고 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	1

확률변수 X에 대하여

$E(X)=1\times\frac{1}{3}+2\times\frac{1}{3}+3\times\frac{1}{3}=2$

$\mathrm{E}(X^2)=1^2\times\frac{1}{3}+2^2\times\frac{1}{3}+3^2\times\frac{1}{3}=\frac{14}{3}$

$\therefore \mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

$=\frac{14}{3}-2^2=\frac{2}{3}$

표본의 크기가 n이므로

$\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{\frac{2}{3}}{n}=\frac{2}{3n}$

이때 $\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{1}{30}$에서

$\frac{2}{3n}=\frac{1}{30}$

$\therefore n=20$

개념유형

161~162쪽

051 답 $\mathbf{N(10,\ 2^2)}$

표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(10,\ \frac{4^2}{4}\right)$, 즉 $\mathrm{N}(10,\ 2^2)$을 따른다.

052 답 $\mathbf{N(34,\ (\sqrt{7})^2)}$

표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(34,\ \frac{7^2}{7}\right)$, 즉 $\mathrm{N}(34,\ (\sqrt{7})^2)$을 따른다.

053 답 $\mathbf{N(72,\ 5^2)}$

표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(72,\ \frac{15^2}{9}\right)$, 즉 $\mathrm{N}(72,\ 5^2)$을 따른다.

054 답 $\mathbf{N(120,\ 4^2)}$

표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(120,\ \frac{20^2}{25}\right)$, 즉 $\mathrm{N}(120,\ 4^2)$을 따른다.

055 답 **평균: 80, 분산: 4, 표준편차: 2**

모평균 $m=80$, 모분산 $\sigma^2=8^2$, 표본의 크기 $n=16$이므로

$\mathrm{E}(\overline{X})=m=80$

$\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{8^2}{16}=4$

$\sigma(\overline{X})=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{8}{\sqrt{16}}=2$

056 답 $\mathbf{N(80,\ 2^2)}$

057 답 $Z=\frac{\overline{X}-80}{2}$

058 답 **0.6826**

$\mathrm{P}(78\le\overline{X}\le 82)=\mathrm{P}\left(\frac{78-80}{2}\le Z\le\frac{82-80}{2}\right)$

$=\mathrm{P}(-1\le Z\le 1)$

$=\mathrm{P}(-1\le Z\le 0)+\mathrm{P}(0\le Z\le 1)$

$=\mathrm{P}(0\le Z\le 1)+\mathrm{P}(0\le Z\le 1)$

$=2\mathrm{P}(0\le Z\le 1)$

$=2\times 0.3413=0.6826$

059 답 **평균: 112, 분산: 4, 표준편차: 2**

모평균 $m=112$, 모표준편차 $\sigma=12$, 표본의 크기 $n=36$이므로

$\mathrm{E}(\overline{X})=m=112$

$\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{12^2}{36}=4$

$\sigma(\overline{X})=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{12}{\sqrt{36}}=2$

060 답 $\mathbf{N(112,\ 2^2)}$

061 답 $Z=\frac{\overline{X}-112}{2}$

062 답 **0.0228**

$\mathrm{P}(\overline{X}\ge 116)=\mathrm{P}\left(Z\ge\frac{116-112}{2}\right)$

$=\mathrm{P}(Z\ge 2)=\mathrm{P}(Z\ge 0)-\mathrm{P}(0\le Z\le 2)$

$=0.5-0.4772=0.0228$

실전유형

163~164쪽

063 답 **0.5328**

모집단이 정규분포 $\mathrm{N}(300,\ 4^2)$을 따르고 표본의 크기가 25이므로 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(300,\ \frac{4^2}{25}\right)$, 즉 $\mathrm{N}\left(300,\ \left(\frac{4}{5}\right)^2\right)$을 따른다.

$Z=\frac{\overline{X}-300}{\frac{4}{5}}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따르므로

$\mathrm{P}(299.2\le\overline{X}\le 300.4)=\mathrm{P}\left(\frac{299.2-300}{\frac{4}{5}}\le Z\le\frac{300.4-300}{\frac{4}{5}}\right)$

$=\mathrm{P}(-1\le Z\le 0.5)$

$=\mathrm{P}(-1\le Z\le 0)+\mathrm{P}(0\le Z\le 0.5)$

$=\mathrm{P}(0\le Z\le 1)+\mathrm{P}(0\le Z\le 0.5)$

$=0.3413+0.1915=0.5328$

064 답 ⑤

모집단이 정규분포 $N(201.5,\ 1.8^2)$을 따르고 표본의 크기가 9이므로 화장품 9개의 내용량의 평균을 $\overline{X}$라 하면 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $N\left(201.5,\ \frac{1.8^2}{9}\right)$, 즉 $N(201.5,\ 0.6^2)$을 따른다.

$Z=\frac{\overline{X}-201.5}{0.6}$로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따르므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned}P(\overline{X}\ge 200)&=P\left(Z\ge\frac{200-201.5}{0.6}\right)\\&=P(Z\ge -2.5)\\&=P(Z\le 2.5)\\&=P(Z\le 0)+P(0\le Z\le 2.5)\\&=0.5+0.4938\\&=0.9938\end{aligned}$$

065 답 0.9987

모집단이 정규분포 $N(70,\ 18^2)$을 따르고 표본의 크기가 36이므로 학생 36명의 수학 시험 성적의 평균을 $\overline{X}$라 하면 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $N\left(70,\ \frac{18^2}{36}\right)$, 즉 $N(70,\ 3^2)$을 따른다.

$Z=\frac{\overline{X}-70}{3}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따르므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned}P(\overline{X}\le 79)&=P\left(Z\le\frac{79-70}{3}\right)\\&=P(Z\le 3)\\&=P(Z\le 0)+P(0\le Z\le 3)\\&=0.5+0.4987=0.9987\end{aligned}$$

066 답 0.8351

모집단이 정규분포 $N(55,\ 8^2)$을 따르고 표본의 크기가 16이므로 달걀 16개의 무게의 평균을 $\overline{X}$라 하면 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $N\left(55,\ \frac{8^2}{16}\right)$, 즉 $N(55,\ 2^2)$을 따른다.

$Z=\frac{\overline{X}-55}{2}$로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따르므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned}P(53\le\overline{X}\le 60)&=P\left(\frac{53-55}{2}\le Z\le\frac{60-55}{2}\right)\\&=P(-1\le Z\le 2.5)\\&=P(-1\le Z\le 0)+P(0\le Z\le 2.5)\\&=P(0\le Z\le 1)+P(0\le Z\le 2.5)\\&=0.3413+0.4938\\&=0.8351\end{aligned}$$

067 답 0.6826

모집단이 정규분포 $N(m,\ 20^2)$을 따르고 표본의 크기가 4이므로 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $N\left(m,\ \frac{20^2}{4}\right)$, 즉 $N(m,\ 10^2)$을 따른다.

$Z=\frac{\overline{X}-m}{10}$으로 놓으면 Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따르므로

$$\begin{aligned}P(|\overline{X}-m|\le 10)&=P(-10\le\overline{X}-m\le 10)\\&=P\left(\frac{-10}{10}\le\frac{\overline{X}-m}{10}\le\frac{10}{10}\right)\\&=P(-1\le Z\le 1)\\&=P(-1\le Z\le 0)+P(0\le Z\le 1)\\&=P(0\le Z\le 1)+P(0\le Z\le 1)\\&=2P(0\le Z\le 1)\\&=2\times 0.3413\\&=0.6826\end{aligned}$$

068 답 9

모집단이 정규분포 $N(100,\ 15^2)$을 따르고 표본의 크기가 n이므로 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $N\left(100,\ \frac{15^2}{n}\right)$, 즉 $N\left(100,\ \left(\frac{15}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$을 따른다.

$Z=\frac{\overline{X}-100}{\frac{15}{\sqrt{n}}}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따르므로 $P(\overline{X}\le 95)=0.1587$에서

$P\left(Z\le\frac{95-100}{\frac{15}{\sqrt{n}}}\right)=0.1587$

$P\left(Z\le -\frac{\sqrt{n}}{3}\right)=0.1587$

$P\left(Z\ge\frac{\sqrt{n}}{3}\right)=0.1587$

$P(Z\ge 0)-P\left(0\le Z\le\frac{\sqrt{n}}{3}\right)=0.1587$

$0.5-P\left(0\le Z\le\frac{\sqrt{n}}{3}\right)=0.1587$

$\therefore\ P\left(0\le Z\le\frac{\sqrt{n}}{3}\right)=0.3413$

이때 $P(0\le Z\le 1)=0.3413$이므로

$\frac{\sqrt{n}}{3}=1,\ \sqrt{n}=3$

$\therefore\ n=9$

069 답 43

모집단이 정규분포 $N(40,\ 5^2)$을 따르고 표본의 크기가 25이므로 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $N\left(40,\ \frac{5^2}{25}\right)$, 즉 $N(40,\ 1^2)$을 따른다.

또 모집단이 정규분포 $N(50,\ 8^2)$을 따르고 표본의 크기가 16이므로 표본평균 $\overline{Y}$는 정규분포 $N\left(50,\ \frac{8^2}{16}\right)$, 즉 $N(50,\ 2^2)$을 따른다.

$Z_{\overline{X}}=\overline{X}-40,\ Z_{\overline{Y}}=\frac{\overline{Y}-50}{2}$으로 놓으면 두 확률변수 $Z_{\overline{X}},\ Z_{\overline{Y}}$는 모두 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따르므로 $P(\overline{X}\ge a)=P(\overline{Y}\le 44)$에서

$P(Z_{\overline{X}}\ge a-40)=P\left(Z_{\overline{Y}}\le\frac{44-50}{2}\right)$

$P(Z_{\overline{X}}\ge a-40)=P(Z_{\overline{Y}}\le -3)$

$P(Z_{\overline{X}}\ge a-40)=P(Z_{\overline{Y}}\ge 3)$

따라서 $a-40=3$이므로

$a=43$

070 답 203

모집단이 정규분포 $N(200,\ 10^2)$을 따르고 표본의 크기가 25이므로 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $N\left(200,\ \frac{10^2}{25}\right)$, 즉 $N(200,\ 2^2)$을 따른다.

$Z=\frac{\overline{X}-200}{2}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따르므로 $P(\overline{X}\ge k)=0.0668$에서

$P\left(Z\ge\frac{k-200}{2}\right)=0.0668$

$P(Z\ge0)-P\left(0\le Z\le\frac{k-200}{2}\right)=0.0668$

$0.5-P\left(0\le Z\le\frac{k-200}{2}\right)=0.0668$

$\therefore\ P\left(0\le Z\le\frac{k-200}{2}\right)=0.4332$

이때 $P(0\le Z\le1.5)=0.4332$이므로

$\frac{k-200}{2}=1.5,\ k-200=3$

$\therefore\ k=203$

071 답 16

모집단이 정규분포 $N(35,\ 4^2)$을 따르고 표본의 크기가 n이므로 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $N\left(35,\ \frac{4^2}{n}\right)$, 즉 $N\left(35,\ \left(\frac{4}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$을 따른다.

$Z=\frac{\overline{X}-35}{\frac{4}{\sqrt{n}}}$로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따르므로 $P(32.5\le\overline{X}\le37.5)=0.9876$에서

$P\left(\frac{32.5-35}{\frac{4}{\sqrt{n}}}\le Z\le\frac{37.5-35}{\frac{4}{\sqrt{n}}}\right)=0.9876$

$P\left(-\frac{5}{8}\sqrt{n}\le Z\le\frac{5}{8}\sqrt{n}\right)=0.9876$

$P\left(-\frac{5}{8}\sqrt{n}\le Z\le0\right)+P\left(0\le Z\le\frac{5}{8}\sqrt{n}\right)=0.9876$

$P\left(0\le Z\le\frac{5}{8}\sqrt{n}\right)+P\left(0\le Z\le\frac{5}{8}\sqrt{n}\right)=0.9876$

$2P\left(0\le Z\le\frac{5}{8}\sqrt{n}\right)=0.9876$

$\therefore\ P\left(0\le Z\le\frac{5}{8}\sqrt{n}\right)=0.4938$

이때 $P(0\le Z\le2.5)=0.4938$이므로

$\frac{5}{8}\sqrt{n}=2.5,\ \sqrt{n}=4$

$\therefore\ n=16$

072 답 ③

모집단이 정규분포 $N(m,\ 5^2)$을 따르고 표본의 크기가 36이므로 근로자 36명의 일주일 근무 시간의 평균을 $\overline{X}$라 하면 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $N\left(m,\ \frac{5^2}{36}\right)$, 즉 $N\left(m,\ \left(\frac{5}{6}\right)^2\right)$을 따른다.

$Z=\frac{\overline{X}-m}{\frac{5}{6}}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따르므로 $P(\overline{X}\ge38)=0.9332$에서

$P\left(Z\ge\frac{38-m}{\frac{5}{6}}\right)=0.9332$

$P\left(Z\ge\frac{228-6m}{5}\right)=0.9332$

$P\left(Z\le\frac{6m-228}{5}\right)=0.9332$

$P(Z\le0)+P\left(0\le Z\le\frac{6m-228}{5}\right)=0.9332$

$0.5+P\left(0\le Z\le\frac{6m-228}{5}\right)=0.9332$

$\therefore\ P\left(0\le Z\le\frac{6m-228}{5}\right)=0.4332$

이때 $P(0\le Z\le1.5)=0.4332$이므로

$\frac{6m-228}{5}=1.5$

$6m-228=7.5,\ 6m=235.5\qquad\therefore\ m=39.25$

073 답 100

모집단이 정규분포 $N(20,\ 2^2)$을 따르고 표본의 크기가 n이므로 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $N\left(20,\ \frac{2^2}{n}\right)$, 즉 $N\left(20,\ \left(\frac{2}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$을 따른다.

$Z=\frac{\overline{X}-20}{\frac{2}{\sqrt{n}}}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따르므로 $P(19.6\le\overline{X}\le20.4)\ge0.9544$에서

$P\left(\frac{19.6-20}{\frac{2}{\sqrt{n}}}\le Z\le\frac{20.4-20}{\frac{2}{\sqrt{n}}}\right)\ge0.9544$

$P\left(-\frac{\sqrt{n}}{5}\le Z\le\frac{\sqrt{n}}{5}\right)\ge0.9544$

$P\left(-\frac{\sqrt{n}}{5}\le Z\le0\right)+P\left(0\le Z\le\frac{\sqrt{n}}{5}\right)\ge0.9544$

$P\left(0\le Z\le\frac{\sqrt{n}}{5}\right)+P\left(0\le Z\le\frac{\sqrt{n}}{5}\right)\ge0.9544$

$2P\left(0\le Z\le\frac{\sqrt{n}}{5}\right)\ge0.9544$

$\therefore\ P\left(0\le Z\le\frac{\sqrt{n}}{5}\right)\ge0.4772$

이때 $P(0\le Z\le2)=0.4772$이므로

$\frac{\sqrt{n}}{5}\ge2,\ \sqrt{n}\ge10\qquad\therefore\ n\ge100$

따라서 n의 최솟값은 100이다.

개념유형

165~168쪽

074 답 $\frac{16}{25}$

$p=\frac{320}{500}=\frac{16}{25}$

075 답 $\frac{1}{2}$

$\hat{p}=\frac{60}{120}=\frac{1}{2}$

076 답 $\frac{1}{20}$

$p=\frac{55}{1100}=\frac{1}{20}$

077 답 $\frac{3}{50}$

$\hat{p}=\frac{24}{400}=\frac{3}{50}$

078 답 0.3

모비율 $p=0.3$, 표본의 크기 $n=84$이므로

$E(\hat{p})=p=0.3$

079 답 0.0025

$V(\hat{p})=\frac{pq}{n}=\frac{0.3\times0.7}{84}=0.0025$

080 답 0.05

$\sigma(\hat{p})=\sqrt{\frac{pq}{n}}=\sqrt{0.0025}=0.05$

081 답 $\frac{3}{4}$

모비율 $p=\frac{3}{4}$, 표본의 크기 $n=300$이므로

$E(\hat{p})=p=\frac{3}{4}$

082 답 $\frac{1}{1600}$

$V(\hat{p})=\frac{pq}{n}=\frac{\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}}{300}=\frac{1}{1600}$

083 답 $\frac{1}{40}$

$\sigma(\hat{p})=\sqrt{\frac{pq}{n}}=\sqrt{\frac{1}{1600}}=\frac{1}{40}$

084 답 $\frac{1}{3}$

모비율 $p=\frac{1}{3}$, 표본의 크기 $n=120$이므로

$E(\hat{p})=p=\frac{1}{3}$

085 답 $\frac{1}{540}$

$V(\hat{p})=\frac{pq}{n}=\frac{\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}}{120}=\frac{1}{540}$

086 답 $\frac{\sqrt{15}}{90}$

$\sigma(\hat{p})=\sqrt{\frac{pq}{n}}=\sqrt{\frac{1}{540}}=\frac{\sqrt{15}}{90}$

087 답 0.2

모비율 $p=0.2$, 표본의 크기 $n=256$이므로

$E(\hat{p})=p=0.2$

088 답 0.000625

$V(\hat{p})=\frac{pq}{n}=\frac{0.2\times0.8}{256}=0.000625$

089 답 0.025

$\sigma(\hat{p})=\sqrt{\frac{pq}{n}}=\sqrt{0.000625}=0.025$

090 답 평균: 0.1, 분산: 0.0009, 표준편차: 0.03

모비율 $p=0.1$, 표본의 크기 $n=100$이므로

$E(\hat{p})=p=0.1$

$V(\hat{p})=\frac{pq}{n}=\frac{0.1\times0.9}{100}=0.0009$

$\sigma(\hat{p})=\sqrt{\frac{pq}{n}}=\sqrt{0.0009}=0.03$

091 답 $N(0.1,\ 0.03^2)$

092 답 $Z=\frac{\hat{p}-0.1}{0.03}$

093 답 0.0668

$$\begin{aligned}P(\hat{p}\geq0.145)&=P\left(Z\geq\frac{0.145-0.1}{0.03}\right)\\&=P(Z\geq1.5)\\&=P(Z\geq0)-P(0\leq Z\leq1.5)\\&=0.5-0.4332=0.0668\end{aligned}$$

094 답 0.0228

모비율 $p=0.6$, 표본의 크기 $n=150$이므로

$E(\hat{p})=p=0.6$

$V(\hat{p})=\frac{pq}{n}=\frac{0.6\times0.4}{150}=0.0016=0.04^2$

표본의 크기 150은 충분히 크므로 표본비율 $\hat{p}$은 근사적으로 정규분포 $N(0.6,\ 0.04^2)$을 따른다.

$Z=\frac{\hat{p}-0.6}{0.04}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따르므로

$$\begin{aligned}P(\hat{p}\leq0.52)&=P\left(Z\leq\frac{0.52-0.6}{0.04}\right)\\&=P(Z\leq-2)=P(Z\geq2)\\&=P(Z\geq0)-P(0\leq Z\leq2)\\&=0.5-0.4772=0.0228\end{aligned}$$

095 답 0.3085

$$\begin{aligned}P(\hat{p}\ge 0.62)&=P\left(Z\ge\frac{0.62-0.6}{0.04}\right)\\&=P(Z\ge 0.5)\\&=P(Z\ge 0)-P(0\le Z\le 0.5)\\&=0.5-0.1915=0.3085\end{aligned}$$

096 답 0.7745

$$\begin{aligned}P(0.56\le\hat{p}\le 0.66)&=P\left(\frac{0.56-0.6}{0.04}\le Z\le\frac{0.66-0.6}{0.04}\right)\\&=P(-1\le Z\le 1.5)\\&=P(-1\le Z\le 0)+P(0\le Z\le 1.5)\\&=P(0\le Z\le 1)+P(0\le Z\le 1.5)\\&=0.3413+0.4332=0.7745\end{aligned}$$

097 답 0.1359

$$\begin{aligned}P(0.64\le\hat{p}\le 0.68)&=P\left(\frac{0.64-0.6}{0.04}\le Z\le\frac{0.68-0.6}{0.04}\right)\\&=P(1\le Z\le 2)\\&=P(0\le Z\le 2)-P(0\le Z\le 1)\\&=0.4772-0.3413=0.1359\end{aligned}$$

098 답 0.1587

모비율 $p=0.8$, 표본의 크기 $n=400$이므로

$E(\hat{p})=p=0.8$

$V(\hat{p})=\frac{pq}{n}=\frac{0.8\times 0.2}{400}=0.0004=0.02^2$

표본의 크기 400은 충분히 크므로 표본비율 $\hat{p}$은 근사적으로 정규분포 $N(0.8,\ 0.02^2)$을 따른다.

$Z=\frac{\hat{p}-0.8}{0.02}$로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따르므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned}P(\hat{p}\le 0.78)&=P\left(Z\le\frac{0.78-0.8}{0.02}\right)\\&=P(Z\le -1)=P(Z\ge 1)\\&=P(Z\ge 0)-P(0\le Z\le 1)\\&=0.5-0.3413=0.1587\end{aligned}$$

099 답 0.9332

$$\begin{aligned}P(\hat{p}\ge 0.77)&=P\left(Z\ge\frac{0.77-0.8}{0.02}\right)\\&=P(Z\ge -1.5)=P(Z\le 1.5)\\&=P(Z\le 0)+P(0\le Z\le 1.5)\\&=0.5+0.4332=0.9332\end{aligned}$$

100 답 0.927

$$\begin{aligned}P(0.75\le\hat{p}\le 0.83)&=P\left(\frac{0.75-0.8}{0.02}\le Z\le\frac{0.83-0.8}{0.02}\right)\\&=P(-2.5\le Z\le 1.5)\\&=P(-2.5\le Z\le 0)+P(0\le Z\le 1.5)\\&=P(0\le Z\le 2.5)+P(0\le Z\le 1.5)\\&=0.4938+0.4332=0.927\end{aligned}$$

101 답 0.1359

$$\begin{aligned}P(0.82\le\hat{p}\le 0.84)&=P\left(\frac{0.82-0.8}{0.02}\le Z\le\frac{0.84-0.8}{0.02}\right)\\&=P(1\le Z\le 2)\\&=P(0\le Z\le 2)-P(0\le Z\le 1)\\&=0.4772-0.3413=0.1359\end{aligned}$$

실전유형

169쪽

102 답 ②

모비율이 0.35, 표본의 크기가 91이므로

$E(\hat{p})=0.35$

$\sigma(\hat{p})=\sqrt{\frac{0.35\times 0.65}{91}}=\sqrt{0.0025}=0.05$

$\therefore\ E(\hat{p})+\sigma(\hat{p})=0.4$

103 답 540

모비율이 $\frac{2}{3}$, 표본의 크기가 180이므로

$E(\hat{p})=\frac{2}{3}$

$V(\hat{p})=\frac{\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}}{180}=\frac{1}{810}$

$\therefore\ \frac{E(\hat{p})}{V(\hat{p})}=\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{810}}=540$

104 답 ③

모비율이 0.3, 표본의 크기가 n이므로

$V(\hat{p})=\frac{0.3\times 0.7}{n}=\frac{0.21}{n}$

이때 $V(\hat{p})=\frac{1}{1200}$에서

$\frac{0.21}{n}=\frac{1}{1200}\qquad\therefore\ n=252$

105 답 0.0228

임의추출한 96명 중에서 봉사 활동 경험이 있는 학생의 비율을 $\hat{p}$이라 하면 모비율이 0.4, 표본의 크기가 96이므로

$E(\hat{p})=0.4$

$V(\hat{p})=\frac{0.4\times 0.6}{96}=0.0025=0.05^2$

표본의 크기 96은 충분히 크므로 표본비율 $\hat{p}$은 근사적으로 정규분포 $N(0.4,\ 0.05^2)$을 따른다.

$Z=\frac{\hat{p}-0.4}{0.05}$로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따르므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned}P(\hat{p}\ge 0.5)&=P\left(Z\ge\frac{0.5-0.4}{0.05}\right)\\&=P(Z\ge 2)=P(Z\ge 0)-P(0\le Z\le 2)\\&=0.5-0.4772=0.0228\end{aligned}$$

106 답 0.9104

임의추출한 400명 중에서 작년에 유럽 지역 여행을 다녀온 회원의 비율을 $\hat{p}$이라 하면 모비율이 0.1, 표본의 크기가 400이므로

$E(\hat{p})=0.1$

$V(\hat{p})=\frac{0.1\times0.9}{400}=0.000225=0.015^2$

표본의 크기 400은 충분히 크므로 표본비율 $\hat{p}$은 근사적으로 정규분포 $N(0.1,\ 0.015^2)$을 따른다.

$Z=\frac{\hat{p}-0.1}{0.015}$로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따르므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned}P\left(\frac{31}{400}\le\hat{p}\le\frac{52}{400}\right)&=P(0.0775\le\hat{p}\le0.13)\\&=P\left(\frac{0.0775-0.1}{0.015}\le Z\le\frac{0.13-0.1}{0.015}\right)\\&=P(-1.5\le Z\le2)\\&=P(-1.5\le Z\le0)+P(0\le Z\le2)\\&=P(0\le Z\le1.5)+P(0\le Z\le2)\\&=0.4332+0.4772=0.9104\end{aligned}$$

107 답 ④

임의추출한 1600명 중에서 자격증 A를 가진 직원의 비율을 $\hat{p}$이라 하면 모비율이 0.2, 표본의 크기가 1600이므로

$E(\hat{p})=0.2$

$V(\hat{p})=\frac{0.2\times0.8}{1600}=0.0001=0.01^2$

표본의 크기 1600은 충분히 크므로 표본비율 $\hat{p}$은 근사적으로 정규분포 $N(0.2,\ 0.01^2)$을 따른다.

$Z=\frac{\hat{p}-0.2}{0.01}$로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따르므로 $P\left(\hat{p}\ge\frac{a}{100}\right)=0.9772$에서

$P\left(Z\ge\frac{\frac{a}{100}-0.2}{0.01}\right)=0.9772,\ P(Z\ge a-20)=0.9772$

$P(Z\le20-a)=0.9772$

$P(Z\le0)+P(0\le Z\le20-a)=0.9772$

$0.5+P(0\le Z\le20-a)=0.9772$

$\therefore\ P(0\le Z\le20-a)=0.4772$

이때 $P(0\le Z\le2)=0.4772$이므로

$20-a=2\qquad\therefore\ a=18$

개념유형

171쪽

108 답 $32.12\le m\le43.88$

표본의 크기가 4, 표본평균이 38, 모표준편차가 6이므로 모평균 m에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$38-1.96\times\frac{6}{\sqrt{4}}\le m\le38+1.96\times\frac{6}{\sqrt{4}}$

$\therefore\ 32.12\le m\le43.88$

109 답 $47.06\le m\le52.94$

표본의 크기가 16, 표본평균이 50, 모표준편차가 6이므로 모평균 m에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$50-1.96\times\frac{6}{\sqrt{16}}\le m\le50+1.96\times\frac{6}{\sqrt{16}}$

$\therefore\ 47.06\le m\le52.94$

110 답 $86.53\le m\le89.47$

표본의 크기가 64, 표본평균이 88, 모표준편차가 6이므로 모평균 m에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$88-1.96\times\frac{6}{\sqrt{64}}\le m\le88+1.96\times\frac{6}{\sqrt{64}}$

$\therefore\ 86.53\le m\le89.47$

111 답 $33.68\le m\le54.32$

표본의 크기가 9, 표본평균이 44, 모표준편차가 12이므로 모평균 m에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$44-2.58\times\frac{12}{\sqrt{9}}\le m\le44+2.58\times\frac{12}{\sqrt{9}}$

$\therefore\ 33.68\le m\le54.32$

112 답 $104.84\le m\le115.16$

표본의 크기가 36, 표본평균이 110, 모표준편차가 12이므로 모평균 m에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$110-2.58\times\frac{12}{\sqrt{36}}\le m\le110+2.58\times\frac{12}{\sqrt{36}}$

$\therefore\ 104.84\le m\le115.16$

113 답 $237.42\le m\le242.58$

표본의 크기가 144, 표본평균이 240, 모표준편차가 12이므로 모평균 m에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$240-2.58\times\frac{12}{\sqrt{144}}\le m\le240+2.58\times\frac{12}{\sqrt{144}}$

$\therefore\ 237.42\le m\le242.58$

114 답 7.84

표본의 크기가 25, 모표준편차가 10이므로 모평균 m을 신뢰도 95 %로 추정한 신뢰구간의 길이는

$2\times1.96\times\frac{10}{\sqrt{25}}=7.84$

115 답 10.32

표본의 크기가 25, 모표준편차가 10이므로 모평균 m을 신뢰도 99 %로 추정한 신뢰구간의 길이는

$2\times2.58\times\frac{10}{\sqrt{25}}=10.32$

116 답 11.76

표본의 크기가 49, 모표준편차가 21이므로 모평균 m을 신뢰도 95 %로 추정한 신뢰구간의 길이는

$2\times1.96\times\frac{21}{\sqrt{49}}=11.76$

117 답 15.48

표본의 크기가 49, 모표준편차가 21이므로 모평균 m을 신뢰도 99 %로 추정한 신뢰구간의 길이는

$2\times2.58\times\frac{21}{\sqrt{49}}=15.48$

실전유형 172~175쪽

118 답 ②

표본의 크기가 128, 모표준편차가 $2\sqrt{2}$이므로 모평균 m에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$\overline{x}-1.96\times\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{128}}\le m\le\overline{x}+1.96\times\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{128}}$

$\therefore\ \overline{x}-0.49\le m\le\overline{x}+0.49$

이 신뢰구간이 $\overline{x}-c\le m\le\overline{x}+c$와 같으므로 $c=0.49$

119 답 26.16

표본의 크기가 9, 표본평균이 7, 모표준편차가 6이므로 모평균 m에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$7-2.58\times\frac{6}{\sqrt{9}}\le m\le7+2.58\times\frac{6}{\sqrt{9}}$

$\therefore\ 1.84\le m\le12.16$

따라서 $a=1.84$, $b=12.16$이므로

$a+2b=1.84+24.32=26.16$

120 답 ③

표본의 크기가 100, 표본평균이 1000, 모표준편차가 40이므로 모평균 m에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$1000-1.96\times\frac{40}{\sqrt{100}}\le m\le1000+1.96\times\frac{40}{\sqrt{100}}$

$\therefore\ 992.16\le m\le1007.84$

121 답 $166.08\le m\le173.92$

표본의 크기 64는 충분히 크고, 표본평균이 170, 표본표준편차가 16이므로 모평균 m에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$170-1.96\times\frac{16}{\sqrt{64}}\le m\le170+1.96\times\frac{16}{\sqrt{64}}$

$\therefore\ 166.08\le m\le173.92$

122 답 11

표본의 크기 400은 충분히 크고, 표본평균이 1200, 표본표준편차가 40이므로 모평균 m에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$1200-2.58\times\frac{40}{\sqrt{400}}\le m\le1200+2.58\times\frac{40}{\sqrt{400}}$

$\therefore\ 1194.84\le m\le1205.16$

따라서 신뢰구간에 속하는 자연수는 1195, 1196, 1197, …, 1205의 11개이다.

123 답 ②

표본의 크기가 49, 모표준편차가 1.4이므로 표본평균을 $\overline{x}$라 하면 모평균 m에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$\overline{x}-1.96\times\frac{1.4}{\sqrt{49}}\le m\le\overline{x}+1.96\times\frac{1.4}{\sqrt{49}}$

$\therefore\ \overline{x}-0.392\le m\le\overline{x}+0.392$

이 신뢰구간이 $a\le m\le7.992$와 같으므로

$\overline{x}+0.392=7.992$

$\therefore\ \overline{x}=7.6$

$\therefore\ a=\overline{x}-0.392$

$=7.6-0.392=7.208$

124 답 25

표본의 크기가 n, 표본평균이 60, 모표준편차가 15이므로 모평균 m에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$60-1.96\times\frac{15}{\sqrt{n}}\le m\le60+1.96\times\frac{15}{\sqrt{n}}$

이 신뢰구간이 $54.12\le m\le65.88$과 같으므로

$60+1.96\times\frac{15}{\sqrt{n}}=65.88$, $\sqrt{n}=5$

$\therefore\ n=25$

125 답 ②

표본의 크기가 n, 표본평균이 27, 모표준편차가 4이므로 모평균 m에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$27-2.58\times\frac{4}{\sqrt{n}}\le m\le27+2.58\times\frac{4}{\sqrt{n}}$

이 신뢰구간이 $26.14\le m\le27.86$과 같으므로

$27+2.58\times\frac{4}{\sqrt{n}}=27.86$, $\sqrt{n}=12$

$\therefore\ n=144$

126 답 396

표본의 크기가 n, 표본평균이 $\overline{x}$, 모표준편차가 5이므로 모평균 m에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$\overline{x}-1.96\times\frac{5}{\sqrt{n}}\le m\le\overline{x}+1.96\times\frac{5}{\sqrt{n}}$

이 신뢰구간이 $199.3\le m\le200.7$과 같으므로

$\overline{x}-1.96\times\frac{5}{\sqrt{n}}=199.3$ …… ㉠

$\overline{x}+1.96\times\frac{5}{\sqrt{n}}=200.7$ …… ㉡

㉠+㉡을 하면

$2\overline{x}=400$

$\therefore\ \overline{x}=200$

이를 ㉡에 대입하면

$200+1.96\times\frac{5}{\sqrt{n}}=200.7$, $\sqrt{n}=14$

$\therefore\ n=196$

$\therefore\ n+\overline{x}=196+200=396$

127 답 1.29

표본의 크기가 64, 모표준편차가 2이므로 모평균 m을 신뢰도 99 %로 추정한 신뢰구간의 길이는

$2\times2.58\times\dfrac{2}{\sqrt{64}}=1.29$

128 답 0.62

표본의 크기가 196, 모표준편차가 7이므로 모평균을 신뢰도 95 %로 추정한 신뢰구간의 길이는

$a=2\times1.96\times\dfrac{7}{\sqrt{196}}=1.96$

모평균을 신뢰도 99 %로 추정한 신뢰구간의 길이는

$b=2\times2.58\times\dfrac{7}{\sqrt{196}}=2.58$

$\therefore\ b-a=2.58-1.96=0.62$

129 답 ⑤

표본의 크기가 36, 모표준편차가 σ이고, 모평균 m을 신뢰도 95 %로 추정한 신뢰구간의 길이가 5.88이므로

$2\times1.96\times\dfrac{\sigma}{\sqrt{36}}=5.88$

$\therefore\ \sigma=9$

따라서 모평균 m을 신뢰도 99 %로 추정한 신뢰구간의 길이는

$2\times2.58\times\dfrac{9}{\sqrt{36}}=7.74$

130 답 ⑤

표본의 크기가 n, 모표준편차가 10이므로 모평균을 신뢰도 99 %로 추정한 신뢰구간의 길이가 0.86이 되려면

$2\times2.58\times\dfrac{10}{\sqrt{n}}=0.86$

$\sqrt{n}=60$

$\therefore\ n=3600$

131 답 ②

표본의 크기가 n, 모표준편차가 5이므로 모평균을 신뢰도 95 %로 추정한 신뢰구간의 길이가 3.92 이상이 되려면

$2\times1.96\times\dfrac{5}{\sqrt{n}}\ge3.92$

$\sqrt{n}\le5$ $\quad\therefore\ n\le25$

따라서 n의 최댓값은 25이다.

132 답 9

표본의 크기가 n, 모표준편차가 σ일 때, 모평균 m에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은 $a\le m\le b$이므로 그 신뢰구간의 길이는

$b-a=2\times2.58\times\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

이때 $b-a\le1.72\sigma$에서

$2\times2.58\times\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\le1.72\sigma$

$\sqrt{n}\ge3$ $\quad\therefore\ n\ge9$

따라서 n의 최솟값은 9이다.

133 답 400

모표준편차를 σ, $\mathrm{P}(|Z|\le k)=\dfrac{\alpha}{100}$라 하고, 모평균을 신뢰도 α %로 추정할 때, 표본의 크기가 100, 신뢰구간의 길이가 16이므로

$2k\times\dfrac{\sigma}{\sqrt{100}}=16$

$\therefore\ k\sigma=80$

모평균을 신뢰도 α %로 추정할 때, 신뢰구간의 길이가 8이 되도록 하는 표본의 크기를 n이라 하면

$2k\times\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}=8$

이때 $k\sigma=80$이므로

$\dfrac{160}{\sqrt{n}}=8$

$\sqrt{n}=20$

$\therefore\ n=400$

134 답 ⑤

표본평균이 $\overline{x}$, 모표준편차가 30이고, 표본의 크기를 n이라 하면 모평균 m에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$\overline{x}-1.96\times\dfrac{30}{\sqrt{n}}\le m\le\overline{x}+1.96\times\dfrac{30}{\sqrt{n}}$

$-\dfrac{58.8}{\sqrt{n}}\le m-\overline{x}\le\dfrac{58.8}{\sqrt{n}}$

$\therefore\ |m-\overline{x}|\le\dfrac{58.8}{\sqrt{n}}$

이때 모평균 m과 표본평균 $\overline{x}$의 차가 5.88 이하이어야 하므로

$\dfrac{58.8}{\sqrt{n}}\le5.88$

$\sqrt{n}\ge10$

$\therefore\ n\ge100$

따라서 최소 100개의 표본을 조사해야 한다.

135 답 93

표본의 크기가 n, 표본평균이 $\overline{x}$, 모표준편차가 16이므로 모평균 m에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간은

$\overline{x}-2.58\times\dfrac{16}{\sqrt{n}}\le m\le\overline{x}+2.58\times\dfrac{16}{\sqrt{n}}$

$-\dfrac{41.28}{\sqrt{n}}\le m-\overline{x}\le\dfrac{41.28}{\sqrt{n}}$

$\therefore\ |m-\overline{x}|\le\dfrac{41.28}{\sqrt{n}}$

이때 $|m-\overline{x}|\le4.3$이어야 하므로

$\dfrac{41.28}{\sqrt{n}}\le4.3$

$\sqrt{n}\ge9.6$

$\therefore\ n\ge92.16$

따라서 n의 최솟값은 93이다.

136 답 ③

표본의 크기가 n이고, 모평균을 m, 표본평균을 $\overline{x}$, 모표준편차를 σ라 하면 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간은

$\overline{x}-1.96\times\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\le m\le\overline{x}+1.96\times\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$-\frac{1.96\sigma}{\sqrt{n}} \le m-\bar{x} \le \frac{1.96\sigma}{\sqrt{n}}$

$\therefore \; |m-\bar{x}| \le \frac{1.96\sigma}{\sqrt{n}}$

이때 $|m-\bar{x}| \le \frac{2}{5}\sigma$이어야 하므로

$\frac{1.96\sigma}{\sqrt{n}} \le \frac{2}{5}\sigma$

$\sqrt{n} \ge 4.9$

$\therefore \; n \ge 24.01$

따라서 n의 최솟값은 25이다.

137 답 ②

표본의 크기를 n, 모표준편차를 σ, $\mathrm{P}(|Z| \le k)=\frac{\alpha}{100}$라 하면 모평균을 신뢰도 α %로 추정한 신뢰구간의 길이는

$2k\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

ㄱ. 신뢰도 α %가 일정하면 k의 값이 일정하므로 표본의 크기 n이 커지면 $2k\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$의 값은 작아진다.
즉, 신뢰구간의 길이는 짧아진다.

ㄴ. 표본의 크기 n이 일정할 때, 신뢰도 α %가 높아지면 k의 값이 커지므로 $2k\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$의 값은 커진다.
즉, 신뢰구간의 길이는 길어진다.

ㄷ. 표본의 크기 n이 커져도 신뢰도 α %가 높아지면 k의 값도 커지므로 $2k\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$의 값은 커질 수도 있고 작아질 수도 있다.
즉, 신뢰구간의 길이는 짧아진다고 할 수 없다.

따라서 보기에서 옳은 것은 ㄴ이다.

138 답 ④

표본의 크기를 n, $\mathrm{P}(|Z| \le k)=\frac{\alpha}{100}$라 하면 모평균 m에 대한 신뢰도 α %의 신뢰구간은 $a \le m \le b$이므로 그 신뢰구간의 길이는

$b-a=2k\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

① 신뢰도 α %가 일정하면 k의 값이 일정하므로 표본의 크기 n이 작아지면 $2k\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$의 값은 커진다.
즉, $b-a$의 값은 커진다.

② 표본의 크기 n이 일정할 때, 신뢰도 α %가 낮아지면 k의 값이 작아지므로 $2k\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$의 값은 작아진다.
즉, $b-a$의 값은 작아진다.

③ 신뢰도 α %가 낮아지면 k의 값이 작아지고, 표본의 크기 n이 작아지면 $2k\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$의 값은 커질 수도 있고 작아질 수도 있다.
즉, $b-a$의 값은 작아진다고 할 수 없다.

④ 신뢰도 α %가 높아지면 k의 값이 커지고, 표본의 크기 n이 작아지면 $2k\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$의 값은 커진다.
즉, $b-a$의 값은 커진다.

⑤ 표본평균의 값은 신뢰구간의 길이에 영향을 주지 않는다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

139 답 ③

$\mathrm{P}(|Z| \le a)=0.9$, $\mathrm{P}(|Z| \le b)=0.95$, $\mathrm{P}(|Z| \le c)=0.99$라 하면 각각의 신뢰구간의 길이는 다음과 같다.

① $2a \times \frac{10}{\sqrt{100}}=2a$

② $2b \times \frac{10}{\sqrt{100}}=2b$

③ $2c \times \frac{10}{\sqrt{100}}=2c$

④ $2b \times \frac{10}{\sqrt{400}}=b$

⑤ $2c \times \frac{10}{\sqrt{400}}=c$

이때 $a<b<c$이므로

$2a<2b<2c$, $b<c<2c$

따라서 신뢰구간의 길이가 가장 긴 것은 ③이다.

개념유형

177쪽

140 답 $\mathbf{0.3216 \le p \le 0.4784}$

표본의 크기가 150, 표본비율이 0.4이고, n은 충분히 크므로 모비율 p에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$0.4-1.96 \times \sqrt{\frac{0.4 \times 0.6}{150}} \le p \le 0.4+1.96 \times \sqrt{\frac{0.4 \times 0.6}{150}}$

$\therefore \; 0.3216 \le p \le 0.4784$

141 답 $\mathbf{0.1608 \le p \le 0.2392}$

표본의 크기가 400, 표본비율이 0.2이고, n은 충분히 크므로 모비율 p에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$0.2-1.96 \times \sqrt{\frac{0.2 \times 0.8}{400}} \le p \le 0.2+1.96 \times \sqrt{\frac{0.2 \times 0.8}{400}}$

$\therefore \; 0.1608 \le p \le 0.2392$

142 답 $\mathbf{0.4755 \le p \le 0.5245}$

표본의 크기가 1600, 표본비율이 0.5이고, n은 충분히 크므로 모비율 p에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$0.5-1.96\times\sqrt{\frac{0.5\times0.5}{1600}}\le p\le 0.5+1.96\times\sqrt{\frac{0.5\times0.5}{1600}}$

$\therefore\ 0.4755\le p\le 0.5245$

143 답 $\mathbf{0.0613 \le p \le 0.1387}$

표본의 크기가 400, 표본비율이 0.1이고, n은 충분히 크므로 모비율 p에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$0.1-2.58\times\sqrt{\frac{0.1\times0.9}{400}}\le p\le 0.1+2.58\times\sqrt{\frac{0.1\times0.9}{400}}$

$\therefore\ 0.0613\le p\le 0.1387$

144 답 $\mathbf{0.4113 \le p \le 0.4887}$

표본의 크기가 1100, 표본비율이 0.45이고, n은 충분히 크므로 모비율 p에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$0.45-2.58\times\sqrt{\frac{0.45\times0.55}{1100}}\le p\le 0.45+2.58\times\sqrt{\frac{0.45\times0.55}{1100}}$

$\therefore\ 0.4113\le p\le 0.4887$

145 답 $\mathbf{0.2742 \le p \le 0.3258}$

표본의 크기가 2100, 표본비율이 0.3이고, n은 충분히 크므로 모비율 p에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$0.3-2.58\times\sqrt{\frac{0.3\times0.7}{2100}}\le p\le 0.3+2.58\times\sqrt{\frac{0.3\times0.7}{2100}}$

$\therefore\ 0.2742\le p\le 0.3258$

146 답 **0.0784**

표본의 크기가 600, 표본비율이 0.6이고, 표본의 크기는 충분히 크므로 모비율 p를 신뢰도 95 %로 추정한 신뢰구간의 길이는

$2\times1.96\times\sqrt{\frac{0.6\times0.4}{600}}=0.0784$

147 답 **0.1032**

표본의 크기가 600, 표본비율이 0.6이고, 표본의 크기는 충분히 크므로 모비율 p를 신뢰도 99 %로 추정한 신뢰구간의 길이는

$2\times2.58\times\sqrt{\frac{0.6\times0.4}{600}}=0.1032$

148 답 **0.0392**

표본의 크기가 900, 표본비율이 0.9이고, 표본의 크기는 충분히 크므로 모비율 p를 신뢰도 95 %로 추정한 신뢰구간의 길이는

$2\times1.96\times\sqrt{\frac{0.9\times0.1}{900}}=0.0392$

149 답 **0.0516**

표본의 크기가 900, 표본비율이 0.9이고, 표본의 크기는 충분히 크므로 모비율 p를 신뢰도 99 %로 추정한 신뢰구간의 길이는

$2\times2.58\times\sqrt{\frac{0.9\times0.1}{900}}=0.0516$

실전유형

178~179쪽

150 답 ④

표본의 크기가 400, 표본비율이 0.8이고, 표본의 크기는 충분히 크므로 모비율 p에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$0.8-2.58\times\sqrt{\frac{0.8\times0.2}{400}}\le p\le 0.8+2.58\times\sqrt{\frac{0.8\times0.2}{400}}$

$\therefore\ 0.7484\le p\le 0.8516$

151 답 $\mathbf{0.1855 \le p \le 0.3145}$

표본의 크기가 300, 표본비율이 $\frac{1}{4}=0.25$이고, 표본의 크기는 충분히 크므로 모비율 p에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$0.25-2.58\times\sqrt{\frac{0.25\times0.75}{300}}\le p\le 0.25+2.58\times\sqrt{\frac{0.25\times0.75}{300}}$

$\therefore\ 0.1855\le p\le 0.3145$

152 답 **0.0196**

표본의 크기가 1600, 표본비율이 $\frac{1280}{1600}=0.8$이고, 표본의 크기는 충분히 크므로 모비율 p에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$0.8-1.96\times\sqrt{\frac{0.8\times0.2}{1600}}\le p\le 0.8+1.96\times\sqrt{\frac{0.8\times0.2}{1600}}$

$\therefore\ 0.8-0.0196\le p\le 0.8+0.0196$

이 신뢰구간이 $0.8-k\le p\le 0.8+k$와 같으므로

$k=0.0196$

153 답 **225**

표본의 크기가 n, 표본비율이 0.2이고, n은 충분히 크므로 모비율 p에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$0.2-2.58\times\sqrt{\frac{0.2\times0.8}{n}}\le p\le 0.2+2.58\times\sqrt{\frac{0.2\times0.8}{n}}$

이 신뢰구간이 $0.1312\le p\le 0.2688$과 같으므로

$0.2+2.58\times\sqrt{\frac{0.2\times0.8}{n}}=0.2688$

$\sqrt{n}=15\qquad\therefore\ n=225$

154 답 ③

표본의 크기가 n, 표본비율이 0.5이고, n은 충분히 크므로 모비율 p에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$$0.5-2.58\times\sqrt{\frac{0.5\times0.5}{n}}\le p\le 0.5+2.58\times\sqrt{\frac{0.5\times0.5}{n}}$$

이 신뢰구간이 $0.3925\le p\le 0.6075$와 같으므로

$$0.5+2.58\times\sqrt{\frac{0.5\times0.5}{n}}=0.6075$$

$\sqrt{n}=12$ $\quad\therefore\ n=144$

155 답 9420.1

표본의 크기가 n, 표본비율이 0.65이고, n은 충분히 크므로 모비율 p에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$$0.65-1.96\times\sqrt{\frac{0.65\times0.35}{n}}\le p\le 0.65+1.96\times\sqrt{\frac{0.65\times0.35}{n}}$$

이 신뢰구간이 $a\le p\le 0.6598$과 같으므로

$$0.65+1.96\times\sqrt{\frac{0.65\times0.35}{n}}=0.6598$$

$\sqrt{n}=10\sqrt{91}$ $\quad\therefore\ n=9100$

$$\therefore\ a=0.65-1.96\times\sqrt{\frac{0.65\times0.35}{9100}}=0.6402$$

$\therefore\ n+500a=9100+320.1=9420.1$

156 답 ②

표본의 크기가 150, 표본비율이 0.6이고, 표본의 크기는 충분히 크므로 모비율 p를 신뢰도 99 %로 추정한 신뢰구간의 길이는

$$2\times2.58\times\sqrt{\frac{0.6\times0.4}{150}}=0.2064$$

157 답 256

표본의 크기가 n, 표본비율이 0.8일 때, 모비율 p에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은 $a\le p\le b$이므로 그 신뢰구간의 길이는

$$b-a=2\times1.96\times\sqrt{\frac{0.8\times0.2}{n}}$$

이때 $b-a=0.098$이므로

$$2\times1.96\times\frac{0.4}{\sqrt{n}}=0.098$$

$\sqrt{n}=16$ $\quad\therefore\ n=256$

158 답 ④

표본의 크기가 1600, 표본비율이 0.1이고, 표본의 크기는 충분히 크므로 모비율 p에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$$0.1-2.58\times\sqrt{\frac{0.1\times0.9}{1600}}\le p\le 0.1+2.58\times\sqrt{\frac{0.1\times0.9}{1600}}$$

$$-2.58\times\sqrt{\frac{0.1\times0.9}{1600}}\le p-0.1\le 2.58\times\sqrt{\frac{0.1\times0.9}{1600}}$$

$$|p-0.1|\le 2.58\times\sqrt{\frac{0.1\times0.9}{1600}}$$

$|p-0.1|\le 0.01935$

따라서 모비율과 표본비율의 차의 최댓값은 0.01935이다.

159 답 ③

표본의 크기가 n, 표본비율이 $\frac{1}{7}$이고, n은 충분히 크므로 모비율 p에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$$\frac{1}{7}-1.96\times\sqrt{\frac{\frac{1}{7}\times\frac{6}{7}}{n}}\le p\le\frac{1}{7}+1.96\times\sqrt{\frac{\frac{1}{7}\times\frac{6}{7}}{n}}$$

$$-1.96\times\sqrt{\frac{\frac{1}{7}\times\frac{6}{7}}{n}}\le p-\frac{1}{7}\le 1.96\times\sqrt{\frac{\frac{1}{7}\times\frac{6}{7}}{n}}$$

$$\left|p-\frac{1}{7}\right|\le 1.96\times\sqrt{\frac{\frac{1}{7}\times\frac{6}{7}}{n}}$$

이때 모비율과 표본비율의 차가 0.04 이하이어야 하므로

$$1.96\times\sqrt{\frac{\frac{1}{7}\times\frac{6}{7}}{n}}\le 0.04$$

$\sqrt{n}\ge 7\sqrt{6}$

$\therefore\ n\ge 294$

따라서 n의 최솟값은 294이다.

실전유형으로 중단원 점검 180~181쪽

1 답 40

모평균이 10, 모분산이 36, 표본의 크기가 9이므로

$\mathrm{E}(\overline{X})=10,\ \mathrm{V}(\overline{X})=\frac{36}{9}=4$

$\therefore\ \mathrm{E}(\overline{X})\mathrm{V}(\overline{X})=40$

2 답 $\frac{1}{12}$

확률의 총합은 1이므로

$$\frac{1}{6}+a+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=1$$

$$\therefore\ a=\frac{1}{3}$$

확률변수 X에 대하여

$$\mathrm{E}(X)=0\times\frac{1}{6}+1\times\frac{1}{3}+2\times\frac{1}{3}+3\times\frac{1}{6}=\frac{3}{2}$$

$$\mathrm{E}(X^2)=0^2\times\frac{1}{6}+1^2\times\frac{1}{3}+2^2\times\frac{1}{3}+3^2\times\frac{1}{6}=\frac{19}{6}$$

$$\therefore\ \mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2=\frac{19}{6}-\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{11}{12}$$

이때 표본의 크기가 11이므로

$$\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{\frac{11}{12}}{11}=\frac{1}{12}$$

3 답 $\frac{31}{7}$

상자에서 임의로 1개의 공을 꺼낼 때, 공에 적힌 숫자를 확률변수 X라 하고 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	3	5	7	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{7}$	1

확률변수 X에 대하여

$\mathrm{E}(X)=3\times\frac{2}{7}+5\times\frac{3}{7}+7\times\frac{2}{7}=5$

$\mathrm{E}(X^2)=3^2\times\frac{2}{7}+5^2\times\frac{3}{7}+7^2\times\frac{2}{7}=\frac{191}{7}$

$\therefore\ \mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2=\frac{191}{7}-5^2=\frac{16}{7}$

이때 표본의 크기가 4이므로

$\mathrm{E}(\overline{X})=5,\ \mathrm{V}(\overline{X})=\frac{\frac{16}{7}}{4}=\frac{4}{7}$

$\therefore\ \mathrm{E}(\overline{X})-\mathrm{V}(\overline{X})=5-\frac{4}{7}=\frac{31}{7}$

4 답 0.9544

모집단이 정규분포 $\mathrm{N}(200,\ 4^2)$을 따르고 표본의 크기가 64이므로 로션 64개의 용량의 평균을 $\overline{X}$라 하면 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(200,\ \frac{4^2}{64}\right)$, 즉 $\mathrm{N}(200,\ 0.5^2)$을 따른다.

$Z=\frac{\overline{X}-200}{0.5}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따르므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(199\le\overline{X}\le201)&=\mathrm{P}\left(\frac{199-200}{0.5}\le Z\le\frac{201-200}{0.5}\right)\\&=\mathrm{P}(-2\le Z\le2)\\&=\mathrm{P}(-2\le Z\le0)+\mathrm{P}(0\le Z\le2)\\&=\mathrm{P}(0\le Z\le2)+\mathrm{P}(0\le Z\le2)\\&=2\mathrm{P}(0\le Z\le2)\\&=2\times0.4772=0.9544\end{aligned}$$

5 답 4.5

모집단이 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 0.5^2)$을 따르고 표본의 크기가 9이므로 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(m,\ \frac{0.5^2}{9}\right)$, 즉 $\mathrm{N}\left(m,\ \left(\frac{1}{6}\right)^2\right)$을 따른다.

$Z=\frac{\overline{X}-m}{\frac{1}{6}}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따르므로 $\mathrm{P}(\overline{X}\ge5)=0.0013$에서

$\mathrm{P}\left(Z\ge\frac{5-m}{\frac{1}{6}}\right)=0.0013$

$\mathrm{P}(Z\ge30-6m)=0.0013$

$\mathrm{P}(Z\ge0)-\mathrm{P}(0\le Z\le30-6m)=0.0013$

$0.5-\mathrm{P}(0\le Z\le30-6m)=0.0013$

$\therefore\ \mathrm{P}(0\le Z\le30-6m)=0.4987$

이때 $\mathrm{P}(0\le Z\le3)=0.4987$이므로

$30-6m=3,\ 6m=27\qquad\therefore\ m=4.5$

6 답 0.0005

모비율이 0.5, 표본의 크기가 250이므로

$\mathrm{E}(\hat{p})=0.5$

$\mathrm{V}(\hat{p})=\frac{0.5\times0.5}{250}=0.001$

$$\begin{aligned}\therefore\ \mathrm{E}(\hat{p})\mathrm{V}(\hat{p})&=0.5\times0.001\\&=0.0005\end{aligned}$$

7 답 0.0606

임의추출한 150명 중에서 일주일에 2회 이상 자전거를 타는 주민의 비율을 $\hat{p}$이라 하면 모비율이 0.4, 표본의 크기가 150이므로

$\mathrm{E}(\hat{p})=0.4$

$\mathrm{V}(\hat{p})=\frac{0.4\times0.6}{150}=0.0016=0.04^2$

표본의 크기 150은 충분히 크므로 표본비율 $\hat{p}$은 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}(0.4,\ 0.04^2)$을 따른다.

$Z=\frac{\hat{p}-0.4}{0.04}$로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따르므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}\left(\frac{69}{150}\le\hat{p}\le\frac{75}{150}\right)&=\mathrm{P}(0.46\le\hat{p}\le0.5)\\&=\mathrm{P}\left(\frac{0.46-0.4}{0.04}\le Z\le\frac{0.5-0.4}{0.04}\right)\\&=\mathrm{P}(1.5\le Z\le2.5)\\&=\mathrm{P}(0\le Z\le2.5)-\mathrm{P}(0\le Z\le1.5)\\&=0.4938-0.4332\\&=0.0606\end{aligned}$$

8 답 $1196.13\le m\le1203.87$

표본의 크기가 400, 표본평균이 1200, 모표준편차가 30이므로 모평균 m에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$1200-2.58\times\frac{30}{\sqrt{400}}\le m\le1200+2.58\times\frac{30}{\sqrt{400}}$

$\therefore\ 1196.13\le m\le1203.87$

9 답 64

표본의 크기가 n, 표본평균이 50, 모표준편차가 6이므로 모평균 m에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$50-1.96\times\frac{6}{\sqrt{n}}\le m\le50+1.96\times\frac{6}{\sqrt{n}}$

이 신뢰구간이 $48.53\le m\le51.47$과 같으므로

$50+1.96\times\frac{6}{\sqrt{n}}=51.47,\ \sqrt{n}=8$

$\therefore\ n=64$

10 답 0.908

표본의 크기가 400, 모표준편차가 2이므로 모평균을 신뢰도 95 %로 추정한 신뢰구간의 길이는

$a=2\times1.96\times\frac{2}{\sqrt{400}}=0.392$ ······ ⓘ

모평균을 신뢰도 99 %로 추정한 신뢰구간의 길이는

$b=2\times2.58\times\frac{2}{\sqrt{400}}=0.516$ …… ⅱ

$\therefore\ a+b=0.392+0.516=0.908$ …… ⅲ

채점 기준

ⅰ a의 값 구하기	40 %
ⅱ b의 값 구하기	40 %
ⅲ $a+b$의 값 구하기	20 %

11 답 8

표본의 크기가 n, 모표준편차가 10이므로 모평균을 신뢰도 95 %로 추정한 신뢰구간의 길이가 14 이하가 되려면

$2\times1.96\times\frac{10}{\sqrt{n}}\le14$

$\sqrt{n}\ge2.8$

$\therefore\ n\ge7.84$

따라서 n의 최솟값은 8이다.

12 답 19

표본의 크기가 n, 표본평균이 $\overline{x}$, 모표준편차가 15이므로 모평균 m에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간은

$\overline{x}-2.58\times\frac{15}{\sqrt{n}}\le m\le\overline{x}+2.58\times\frac{15}{\sqrt{n}}$

$-\frac{38.7}{\sqrt{n}}\le m-\overline{x}\le\frac{38.7}{\sqrt{n}}$

$\therefore\ |m-\overline{x}|\le\frac{38.7}{\sqrt{n}}$

이때 $|m-\overline{x}|\le9$이어야 하므로

$\frac{38.7}{\sqrt{n}}\le9$

$\sqrt{n}\ge4.3$

$\therefore\ n\ge18.49$

따라서 n의 최솟값은 19이다.

13 답 $0.51616\le p\le0.76384$

표본의 크기가 100, 표본비율이 0.64이고, 표본의 크기는 충분히 크므로 모비율 p에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$0.64-2.58\times\sqrt{\frac{0.64\times0.36}{100}}\le p\le0.64+2.58\times\sqrt{\frac{0.64\times0.36}{100}}$

$\therefore\ 0.51616\le p\le0.76384$

14 답 7500

표본의 크기가 n, 표본비율이 0.75이고, n은 충분히 크므로 모비율 p에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$0.75-1.96\times\sqrt{\frac{0.75\times0.25}{n}}\le p\le0.75+1.96\times\sqrt{\frac{0.75\times0.25}{n}}$

이 신뢰구간이 $0.7402\le p\le0.7598$과 같으므로

$0.75+1.96\times\sqrt{\frac{0.75\times0.25}{n}}=0.7598$

$\sqrt{n}=50\sqrt{3}$

$\therefore\ n=7500$

15 답 0.0196

표본의 크기가 5100, 표본비율이 0.15이고, 표본의 크기는 충분히 크므로 모비율 p에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간의 길이는

$2\times1.96\times\sqrt{\frac{0.15\times0.85}{5100}}=0.0196$

16 답 1600

표본의 크기가 n, 표본비율이 0.2이고, n은 충분히 크므로 모비율 p에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$0.2-2.58\times\sqrt{\frac{0.2\times0.8}{n}}\le p\le0.2+2.58\times\sqrt{\frac{0.2\times0.8}{n}}$

$-2.58\times\sqrt{\frac{0.2\times0.8}{n}}\le p-0.2\le2.58\times\sqrt{\frac{0.2\times0.8}{n}}$

$|p-0.2|\le2.58\times\sqrt{\frac{0.2\times0.8}{n}}$

이때 모비율과 표본비율의 차가 0.0258 이하이어야 하므로

$2.58\times\sqrt{\frac{0.2\times0.8}{n}}\le0.0258$

$\sqrt{n}\ge40\qquad\therefore\ n\ge1600$

따라서 n의 최솟값은 1600이다.

memo

memo

memo