정답만 모아

스피드 체크

1. 삼각비

01 삼각비

P. 8~9

개념 확인 (1) $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{4}$ (2) $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{3}$

필수 문제 1 $\sin A=\frac{15}{17}$, $\cos A=\frac{8}{17}$, $\tan A=\frac{15}{8}$

1-1 $\sin B=\frac{12}{13}$, $\cos B=\frac{5}{13}$, $\tan B=\frac{12}{5}$

필수 문제 2 $4\sqrt{6}$

2-1 $4\sqrt{13}$

2-2 $5\sqrt{5}\,\text{cm}^2$

필수 문제 3 $\cos A=\frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\tan A=\frac{\sqrt{2}}{4}$

3-1 $\frac{7}{12}$

3-2 ①

P. 10

필수 문제 4 (1) $\frac{7}{8}$, $\frac{\sqrt{15}}{8}$, $\frac{7\sqrt{15}}{15}$ (2) $\frac{\sqrt{5}}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{\sqrt{5}}{2}$

4-1 $\frac{17}{13}$

4-2 $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

STEP 1 쓱쓱 개념 익히기 P. 11

1 ③, ④ **2** $\frac{3}{10}$ **3** $\frac{32}{15}$

4 (1) $\mathrm{A}(-6,\ 0)$, $\mathrm{B}(0,\ 4)$ (2) $\frac{2\sqrt{13}}{13}$, $\frac{3\sqrt{13}}{13}$

5 $\frac{\sqrt{5}}{5}$, $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

02 삼각비의 값

P. 12~13

필수 문제 1 (1) $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$ (2) $\frac{5}{2}$ (3) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (4) 1

1-1 (1) 1 (2) 3

필수 문제 2 (1) $x=4\sqrt{2}$, $y=4\sqrt{2}$ (2) $x=6\sqrt{3}$, $y=12$

2-1 (1) $x=14$, $y=7\sqrt{3}$ (2) $x=11$, $y=11\sqrt{2}$

필수 문제 3 (1) 6 (2) $6\sqrt{3}$

3-1 $4\sqrt{2}$

3-2 ④

필수 문제 4 $y=\sqrt{3}x+2$

4-1 $y=x+3$

P. 14~15

필수 문제 5 (1) $\overline{\mathrm{AB}}$ (2) $\overline{\mathrm{OA}}$ (3) $\overline{\mathrm{CD}}$

5-1 (1) 0.6428 (2) 0.7660 (3) 0.8391

필수 문제 6 (1) 2 (2) 0 (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\sqrt{3}$

6-1 (1) 1 (2) 0 (3) $2\sqrt{3}$

필수 문제 7 ④

P. 15

필수 문제 8 (1) 1.3953 (2) 42°

STEP 1 쓱쓱 개념 익히기 P. 16

1 12 **2** $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+1$ **3** ④

4 ③, ⑤ **5** ② **6** 129°

개념편

STEP 2 탄탄 단원 다지기 P. 17~19

1 $\frac{\sqrt{13}}{13}$ 2 ① 3 $54\,\text{cm}^2$ 4 ④ 5 ②
6 ② 7 $\frac{1}{5}$ 8 ④, ⑤ 9 ⑤ 10 ③
11 $3\sqrt{2}$ 12 ① 13 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x-1$ 14 ⑤
15 $\sqrt{3}-\frac{1}{2}$ 16 ④ 17 2 18 13.594

STEP 3 쓱쓱 서술형 완성하기 P. 20~21

〈과정은 풀이 참조〉

따라 해보자 유제 1 $\frac{16}{17}$ 유제 2 $\sqrt{2}-1$

연습해 보자 1 (1) 5 cm (2) $5\sqrt{2}$ cm (3) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
2 $\sqrt{3}$ 3 $2\sqrt{3}$
4 $\frac{3\sqrt{3}}{8}$

개념 Review P. 22

① 사인 ② 코사인 ③ 탄젠트 ④ 1 ⑤ 1
⑥ 2 ⑦ $\sqrt{3}$ ⑧ 60 ⑨ 45 ⑩ 30
⑪ ㉠ ⑫ ㉢ ⑬ ㉡ ⑭ 1 ⑮ 증가
⑯ 0 ⑰ 감소 ⑱ 증가

2. 삼각비의 활용

01 길이 구하기

P. 26

개념 확인 (1) 30, $\frac{1}{2}$, 4 (2) 30, $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $4\sqrt{3}$

필수 문제 1 (1) 4.92 (2) 3.42

1-1 $x=5.12$, $y=6.16$

1-2 3.92 m

P. 27

필수 문제 2 (1) 3, $3\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$ (2) $4\sqrt{3}$, $4\sqrt{6}$

2-1 (1) $\sqrt{19}$ (2) $6\sqrt{3}$

P. 28

필수 문제 3 (1) 30, $\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$, $6(\sqrt{3}-1)$
(2) 30, $\sqrt{3}$, $\frac{\sqrt{3}}{3}$, $\sqrt{3}$, $\frac{\sqrt{3}}{3}$, $2\sqrt{3}$, $4\sqrt{3}$

3-1 (1) $5(3-\sqrt{3})$ (2) $2(\sqrt{3}+1)$

한 번 더 연습 P. 29

1 $20\sqrt{3}$ m 2 $30\sqrt{7}$ m 3 $100\sqrt{6}$ m
4 $4(\sqrt{3}-1)$ km 5 $5\sqrt{3}$ m

STEP 1 쏙쏙 개념 익히기 P. 30

1 7.98 2 8.9 m 3 $\sqrt{43}$ 4 ②
5 $12(3-\sqrt{3})$ cm 6 $9(3+\sqrt{3})\,\text{cm}^2$

02 넓이 구하기

P. 31

필수 문제 1 (1) $14\sqrt{2}\,\text{cm}^2$ (2) $\frac{35\sqrt{3}}{4}\,\text{cm}^2$

1-1 (1) $25\,\text{cm}^2$ (2) $9\sqrt{6}\,\text{cm}^2$

1-2 (1) $\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ (2) $3\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ (3) $4\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

P. 32

개념 확인 $\frac{1}{2}ab\sin x$, $ab\sin x$

필수 문제 2 (1) $6\sqrt{2}\,\text{cm}^2$ (2) $15\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

2-1 (1) $24\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ (2) $18\,\text{cm}^2$

2-2 $4\sqrt{2}\,\text{cm}$

P. 33

개념 확인 $ab\sin x$, $\frac{1}{2}ab\sin x$

필수 문제 3 (1) $30\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ (2) $27\,\text{cm}^2$

3-1 (1) $6\sqrt{2}\,\text{cm}^2$ (2) $15\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

3-2 $60°$

STEP 1 쓱쓱 개념 익히기 P. 34

1 $30°$　2 $(9\sqrt{3}+54)\,\text{cm}^2$　3 $10\,\text{cm}$
4 ⑤　5 ④　6 $(6\pi-4\sqrt{2})\,\text{cm}^2$

STEP 2 탄탄 단원 다지기 P. 35~37

1 ③　2 ③　3 ①　4 $(10\sqrt{3}+30)\,\text{m}$
5 $12\sqrt{3}\,\text{cm}^2$　6 ②　7 $\sqrt{34}\,\text{cm}$　8 ②
9 $(20\sqrt{3}+20)\,\text{m}$　10 ①　11 $10\,\text{cm}$　12 $4\sqrt{3}\,\text{cm}^2$
13 $\frac{12\sqrt{3}}{5}\,\text{cm}$　14 $72\,\text{cm}^2$　15 ②
16 ④　17 $45°$　18 $3\sqrt{3}\,\text{cm}^2$　19 $8\,\text{cm}$

STEP 3 쓱쓱 서술형 완성하기 P. 38~39

〈과정은 풀이 참조〉

따라 해보자 유제 1 $12\sqrt{2}$　유제 2 $8\sqrt{5}$

연습해 보자 1 $20\sqrt{61}\,\text{m}$　2 $45\,\text{m}$
3 $(8+6\sqrt{2})\,\text{cm}^2$　4 $\frac{3}{5}$

개념 Review P. 40

① sin　② $3\sqrt{3}$　③ cos　④ 3　⑤ 4
⑥ $2\sqrt{2}$　⑦ $3\sqrt{2}$　⑧ 4　⑨ $2\sqrt{2}$　⑩ $\sqrt{26}$
⑪ $b\sin A$　⑫ $\frac{1}{2}bc\sin A$　⑬ $b\sin(180°-A)$
⑭ $\frac{1}{2}bc\sin(180°-A)$

3. 원과 직선

01 원의 현

P. 44~45

개념 확인 OMB, $\overline{OB}$, $\overline{OM}$, RHS, $\overline{BM}$

필수 문제 1 (1) 18 (2) $\sqrt{41}$

1-1 (1) 4 (2) 6

1-2 $12\pi\,\text{cm}^2$

필수 문제 2 (1) $\sqrt{55}$ (2) 11

2-1 10

필수 문제 3 $r-8$, $r-8$, 16, 13, 13

3-1 (1) $\frac{65}{8}\,\text{cm}$ (2) $\frac{15}{2}\,\text{cm}$

P. 46

개념 확인 ONC, $\overline{OC}$, $\overline{ON}$, $\overline{CN}$, $\overline{CD}$

필수 문제 4 (1) 3 (2) 14

4-1 12 cm

필수 문제 5 50°

5-1 40°

STEP 1 쑥쑥 개념 익히기 P. 47~48

1 13 cm 2 ① 3 $8\sqrt{10}$ cm 4 8 cm
5 15 cm 6 8 cm 7 48 cm^2 8 $20\sqrt{3}$ cm
9 $7\sqrt{3}$ cm

02 원의 접선

P. 49~50

개념 확인 90, $\overline{OP}$, $\overline{OB}$, $\overline{PB}$

필수 문제 1 (1) 50° (2) 55°

1-1 (1) 134° (2) 44°

필수 문제 2 $2\sqrt{21}$ cm

2-1 5 cm

2-2 (1) $2\sqrt{3}$ cm (2) $2\sqrt{3}$ cm

필수 문제 3 11 cm

3-1 6 cm

P. 51

필수 문제 4 (1) 15 cm (2) 3 cm

4-1 3 cm

필수 문제 5 1 cm

5-1 9π cm^2

P. 52

필수 문제 6 8

6-1 2

필수 문제 7 6 cm

7-1 4 cm

STEP 1 쑥쑥 개념 익히기 P. 53~54

1 32° 2 ⑤ 3 6
4 (1) 10 (2) 2 5 26 cm 6 42 cm
7 20 cm 8 $6\sqrt{6}$ cm 9 $10\sqrt{2}$ cm

STEP 2 탄탄 단원 다지기 P. 55~57

1 ⑤ 2 ⑤ 3 ③ 4 ⑤
5 48π cm^2 6 $x=3\sqrt{3}$, $y=3$
7 $4\sqrt{14}$ cm 8 ④ 9 5 cm 10 ①
11 $(36\sqrt{3}-12\pi)$ cm^2 12 8 cm 13 ④ 14 16 cm
15 ③ 16 $x=5$, $y=8$ 17 ③ 18 18 cm

STEP 3 쓱쓱 서술형 완성하기 P. 58~59

〈과정은 풀이 참조〉

따라 해보자 유제 1 16π cm^2 유제 2 $(60-9\pi)$ cm^2

연습해 보자 1 $6\sqrt{3}$ cm 2 625π cm^2
3 30 cm 4 $(12+4\sqrt{2})$ cm

개념 Review P. 60

① 수직이등분 ② 중심 ③ 같다 ④ 중심
⑤ 2 ⑥ 같다 ⑦ 180 ⑧ PBA ⑨ ㉠
⑩ ㉢ ⑪ ㉡

4. 원주각

01 원주각

P. 64

필수 문제 1 (1) $60°$ (2) $80°$ (3) $110°$

1-1 $140°$

P. 65

필수 문제 2 (1) $\angle x=60°$, $\angle y=45°$
(2) $\angle x=35°$, $\angle y=45°$

2-1 (1) $78°$ (2) $50°$

필수 문제 3 (1) $48°$ (2) $34°$

3-1 $70°$

P. 66

필수 문제 4 (1) 26 (2) 9 (3) 24

4-1 (1) 30 (2) 5 (3) 45

필수 문제 5 $\angle x=40°$, $\angle y=60°$, $\angle z=80°$

5-1 $20°$

STEP 1 쑥쑥 개념 익히기 P. 67~68

1 $\angle x=100°$, $\angle y=80°$ 2 $4\,\text{cm}^2$ 3 $110°$
4 (1) $140°$ (2) $70°$ 5 (1) $35°$ (2) $30°$
6 $54°$ 7 ② 8 $\frac{20}{3}\pi\,\text{cm}$ 9 $67°$
10 $64°$

02 원에 내접하는 사각형

P. 69

개념 확인 ㄱ, ㄷ

필수 문제 1 (1) $100°$ (2) $40°$

1-1 $20°$

1-2 $75°$

P. 70

개념 확인 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, 360, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, 180

필수 문제 2 (1) $\angle x=100°$, $\angle y=70°$
(2) $\angle x=100°$, $\angle y=86°$

2-1 (1) $\angle x=85°$, $\angle y=95°$
(2) $\angle x=40°$, $\angle y=110°$

2-2 $65°$

P. 71

필수 문제 3 ①, ④

3-1 ③, ④

3-2 $115°$

STEP 1 쑥쑥 개념 익히기 P. 72~73

1 ⑤ 2 $85°$ 3 $\angle x=75°$, $\angle y=150°$
4 $\angle x=64°$, $\angle y=86°$ 5 $105°$ 6 $45°$
7 $65°$ 8 $35°$ 9 ㄱ, ㄷ 10 $84°$

03 원의 접선과 현이 이루는 각

P. 74

필수 문제 1 (1) $\angle x=30°$, $\angle y=115°$
(2) $\angle x=64°$, $\angle y=52°$
(3) $\angle x=35°$, $\angle y=35°$

1-1 $20°$

P. 75

필수 문제 2 (1) $70°$ (2) $70°$ (3) $70°$ (4) $\overline{CD}$

2-1 $\angle x=65°$, $\angle y=54°$

2-2 $\angle x=50°$, $\angle y=50°$

STEP 1 쑥쑥 개념 익히기 P. 76

1 $64°$ 2 ③ 3 $46°$
4 (1) $67°$ (2) $63°$ 5 ④

STEP 2 탄탄 단원 다지기 P. 77~79

1 ⑤ 2 ① 3 ① 4 $114°$ 5 $\frac{\sqrt{7}}{4}$
6 $70°$ 7 $22°$ 8 $60°$ 9 ④ 10 ③
11 ② 12 $59°$ 13 ㄱ, ㄹ, ㅂ
14 $\angle x=35°$, $\angle y=80°$ 15 $60°$ 16 ⑤
17 $38°$ 18 ② 19 $35°$

STEP 3 쓱쓱 서술형 완성하기 P. 80~81

〈과정은 풀이 참조〉

따라 해보자 유제 1 36 cm 유제 2 $215°$

연습해 보자 1 $54°$ 2 $160°$
3 $36°$ 4 $62°$

개념 Review P. 82

① 한 개이고 ② 무수히 많다 ③ $\frac{1}{2}$
④ ARB ⑤ 90 ⑥ 같다 ⑦ 호 ⑧ 정비례
⑨ $180°$ ⑩ 같은 ⑪ 60 ⑫ 75

5. 산포도

01 산포도

P. 86

개념 확인 평균: 13 / -1, 1, 2, 0, -2

필수 문제 1 (1) -1 (2) 2시간

1-1 36개

1-2 10

P. 87~88

개념 확인 ❶ 6 ❷ -1, 1, -2, 0, 2 ❸ 10
❹ 2 ❺ $\sqrt{2}$

필수 문제 2 (1) 1 (2) 4 (3) 2회

2-1 $\frac{\sqrt{510}}{5}$ g

2-2 분산: 24, 표준편차: $2\sqrt{6}$세

필수 문제 3 3

3-1 2

필수 문제 4 (1) A 모둠: $\frac{26}{5}$, B 모둠: $\frac{14}{5}$ (2) B 모둠

4-1 한수: $\sqrt{2}$점, 소희: $\frac{2\sqrt{5}}{5}$점 / 소희

4-2 ㄷ

STEP 1 쑥쑥 개념 익히기 P. 89

1 4개 2 0.6 3 3
4 (1) 2반 (2) 3반 5 74 6 27

STEP 2 탄탄 단원 다지기 P. 90~92

1 ② **2** 2 **3** ③ **4** ㄴ, ㄹ
5 $\sqrt{50.4}$ dB **6** 10 **7** ⑤ **8** $\sqrt{3}$회
9 ④ **10** 평균: 10, 분산: $\frac{33}{5}$ **11** ⑤
12 ③ **13** $\sqrt{7}$점 **14** ㄱ, ㄴ, ㄹ **15** 학생 B
16 ④ **17** ③

STEP 3 쓱쓱 서술형 완성하기 P. 93

<과정은 풀이 참조>

따라 해보자 유제 1 평균: 30, 표준편차: 18

연습해 보자 **1** 4회 **2** -5

개념 Review P. 94

① 산포도 ② 0 ③ 양수 ④ 클수록 ⑤ 편차
⑥ 변량 ⑦ 평균 ⑧ 작을수록 ⑨ 분산
⑩ 가까이 모여 ⑪ A

6. 상자그림과 산점도

01 상자그림

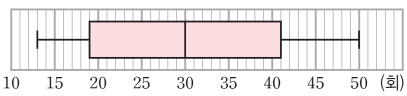
P. 98

필수 문제 1 (1) 최솟값: 1권, 최댓값: 9권
(2) 제1사분위수: 3권, 제2사분위수: 5권,
제3사분위수: 7.5권
(3) 범위: 8권, 사분위수 범위: 4.5권

1-1 21.5

P. 99

필수 문제 2 (1) 13회, 19회, 30회, 41회, 50회
(2)



P. 100

개념 확인 (1) 52점 (2) 96점 (3) 58점 (4) 72점
(5) 82점 (6) 24점

필수 문제 3 (1) 3회 (2) 약 50 % (3) ㉡

3-1 ㄴ, ㄹ

P. 101

필수 문제 4 (1) A: 24개, B: 37개
(2) A: 14개, B: 19개
(3) 타자 B

4-1 (1) 2학년: 32분, 3학년: 23분
(2) 3학년 (3) 2학년 (4) 3학년

개념편

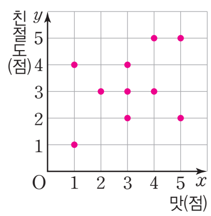
STEP 1 쏙쏙 개념 익히기 P. 102

1 ② **2** ㄴ **3** ㄷ **4** ㄱ, ㄹ

02 산점도와 상관관계

P. 103

개념 확인



필수 문제 1 (1) 4명 (2) 5명 (3) 40 %

1-1 (1) 3명 (2) 25 % (3) 5명

P. 104

필수 문제 2 ㄱ

2-1 ④

2-2 (1) 양의 상관관계 (2) C

STEP 1 쏙쏙 개념 익히기 P. 105

1 (1) 30 % (2) 70점 **2** (1) 7명 (2) 8명
3 ㄹ, ㅂ **4** ② **5** ④

STEP 2 탄탄 단원 다지기 P. 106~108

1 11회 **2** 약 50 % **3** ① **4** A
5 ② **6** 40점 **7** 6명 **8** ③ **9** ⑤
10 4점 **11** ② **12** ③ **13** 5명 **14** ⑤
15 ⑤ **16** (1) 양의 상관관계 (2) 상관관계가 없다.
17 ② **18** ② **19** ②, ⑤ **20** 양의 상관관계
21 ③ **22** ㄱ, ㄹ

STEP 3 쓱쓱 서술형 완성하기 P. 109~110

〈과정은 풀이 참조〉

따라 해보자 유제 1 11
유제 2 (1) 음의 상관관계 (2) 3.5시간

연습해 보자 **1** (1) 선수 A: 중앙값 67회, 사분위수 범위: 27회
선수 B: 중앙값 71회, 사분위수 범위: 24회
(2) 선수 B, 이유는 풀이 참조
2 24 %
3 $a=4$, $b=13$, $c=43.75$
4 85점

개념 Review P. 111

① 작은 ② 중앙값 ③ 큰 ④ 3 ⑤ 1
⑥ 상자그림 ⑦ 최솟값 ⑧ 최댓값 ⑨ 중앙값
⑩ 제3사분위수 ⑪ 산점도 ⑫ 증가 ⑬ 감소
⑭ ㄷ ⑮ ㄴ ⑯ ㄱ

01 삼각비

P. 8~9

개념 확인 (1) $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{4}$ (2) $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{3}$

필수 문제 1 $\sin A=\frac{15}{17}$, $\cos A=\frac{8}{17}$, $\tan A=\frac{15}{8}$

$\overline{BC}=\sqrt{17^2-8^2}=15$

1-1 $\sin B=\frac{12}{13}$, $\cos B=\frac{5}{13}$, $\tan B=\frac{12}{5}$

$\overline{AC}=\sqrt{13^2-5^2}=12$

필수 문제 2 $4\sqrt{6}$

$\cos B=\frac{\overline{BC}}{14}=\frac{5}{7}$이므로 $\overline{BC}=10$

$\therefore \overline{AC}=\sqrt{14^2-10^2}=4\sqrt{6}$

2-1 $4\sqrt{13}$

$\tan A=\frac{\overline{BC}}{8}=\frac{3}{2}$이므로 $\overline{BC}=12$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{12^2+8^2}=4\sqrt{13}$

2-2 $5\sqrt{5}\ \text{cm}^2$

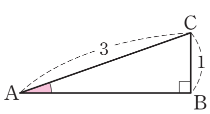
$\sin C=\frac{2\sqrt{5}}{\overline{AC}}=\frac{2}{3}$이므로 $\overline{AC}=3\sqrt{5}(\text{cm})$

$\therefore \overline{BC}=\sqrt{(3\sqrt{5})^2-(2\sqrt{5})^2}=5(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times5\times2\sqrt{5}=5\sqrt{5}(\text{cm}^2)$

필수 문제 3 $\cos A=\frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\tan A=\frac{\sqrt{2}}{4}$

$\sin A=\frac{1}{3}$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.

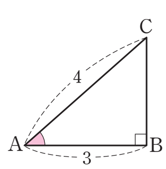


이때 $\overline{AB}=\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}$이므로

$\cos A=\frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\tan A=\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$

3-1 $\frac{7}{12}$

$\cos A=\frac{3}{4}$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



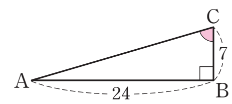
이때 $\overline{BC}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$이므로

$\sin A=\frac{\sqrt{7}}{4}$, $\tan A=\frac{\sqrt{7}}{3}$

$\therefore \sin A\times\tan A=\frac{\sqrt{7}}{4}\times\frac{\sqrt{7}}{3}=\frac{7}{12}$

3-2 ①

$\tan A=\frac{7}{24}$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



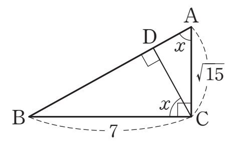
이때 $\overline{AC}=\sqrt{24^2+7^2}=25$이므로

$\cos C=\frac{7}{25}$

P. 10

필수 문제 4 (1) $\frac{7}{8}$, $\frac{\sqrt{15}}{8}$, $\frac{7\sqrt{15}}{15}$ (2) $\frac{\sqrt{5}}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{\sqrt{5}}{2}$

(1) 오른쪽 그림에서



$\triangle ABC \backsim \triangle CBD$(AA 닮음)

이므로 $\angle BAC=\angle BCD=x$

$\triangle ABC$에서

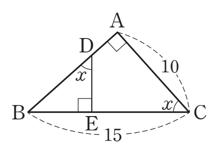
$\overline{AB}=\sqrt{7^2+(\sqrt{15})^2}=8$이므로

$\sin x=\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{7}{8}$

$\cos x=\cos A=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{\sqrt{15}}{8}$

$\tan x=\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{7}{\sqrt{15}}=\frac{7\sqrt{15}}{15}$

(2) 오른쪽 그림에서



$\triangle ABC \backsim \triangle EBD$(AA 닮음)

이므로 $\angle ACB=\angle EDB=x$

$\triangle ABC$에서

$\overline{AB}=\sqrt{15^2-10^2}=5\sqrt{5}$이므로

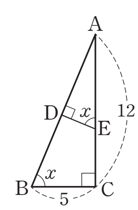
$\sin x=\sin C=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{5\sqrt{5}}{15}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

$\cos x=\cos C=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$

$\tan x=\tan C=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{5\sqrt{5}}{10}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

4-1 $\frac{17}{13}$

오른쪽 그림에서



$\triangle ABC \backsim \triangle AED$(AA 닮음)이므로

$\angle ABC=\angle AED=x$

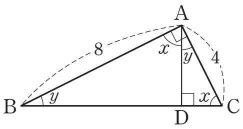
$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{5^2+12^2}=13$이므로

$\sin x=\sin B=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{12}{13}$

$\cos x=\cos B=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{5}{13}$

$\therefore \sin x+\cos x=\frac{12}{13}+\frac{5}{13}=\frac{17}{13}$

4-2 $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$



오른쪽 그림에서

$\triangle ABC \backsim \triangle DBA$ (AA 닮음)

이므로 $\angle ACB = \angle DAB = x$

$\triangle ABC \backsim \triangle DAC$ (AA 닮음)

이므로 $\angle ABC = \angle DAC = y$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}$이므로

$\cos x = \cos C = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \dfrac{4}{4\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$

$\cos y = \cos B = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \dfrac{8}{4\sqrt{5}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

$\therefore \cos x + \cos y = \dfrac{\sqrt{5}}{5} + \dfrac{2\sqrt{5}}{5} = \dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

STEP 1 쏙쏙 개념 익히기 P. 11

1 ③, ④ **2** $\dfrac{3}{10}$ **3** $\dfrac{32}{15}$

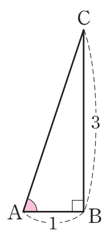
4 (1) $A(-6, 0)$, $B(0, 4)$ (2) $\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$, $\dfrac{3\sqrt{13}}{13}$

5 $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$, $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

1 $\overline{AB}=\sqrt{(\sqrt{11})^2+5^2}=6$이므로

③ $\tan A = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \dfrac{\sqrt{11}}{5}$ ④ $\sin B = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \dfrac{5}{6}$

2 $\tan A = 3$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



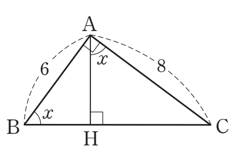
이때 $\overline{AC}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$이므로

$\sin A = \dfrac{3}{\sqrt{10}} = \dfrac{3\sqrt{10}}{10}$

$\cos A = \dfrac{1}{\sqrt{10}} = \dfrac{\sqrt{10}}{10}$

$\therefore \sin A \times \cos A = \dfrac{3\sqrt{10}}{10} \times \dfrac{\sqrt{10}}{10} = \dfrac{3}{10}$

3 오른쪽 그림에서



$\triangle ABC \backsim \triangle HAC$ (AA 닮음)

이므로 $\angle ABC = \angle HAC = x$

$\triangle ABC$에서

$\overline{BC}=\sqrt{6^2+8^2}=10$이므로

$\sin x = \sin B = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \dfrac{8}{10} = \dfrac{4}{5}$

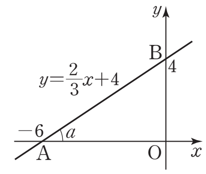
$\tan x = \tan B = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \dfrac{8}{6} = \dfrac{4}{3}$

$\therefore \sin x + \tan x = \dfrac{4}{5} + \dfrac{4}{3} = \dfrac{32}{15}$

4 (1) $y=\dfrac{2}{3}x+4$에 $y=0$, $x=0$을 각각 대입하여 두 점 A, B의 좌표를 구하면

$A(-6, 0)$, $B(0, 4)$

(2) $\overline{OA}=6$, $\overline{OB}=4$이고



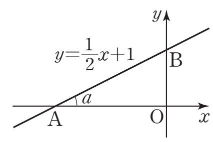
$\triangle AOB$에서

$\overline{AB}=\sqrt{6^2+4^2}=2\sqrt{13}$이므로

$\sin a = \dfrac{\overline{OB}}{\overline{AB}} = \dfrac{4}{2\sqrt{13}} = \dfrac{2\sqrt{13}}{13}$

$\cos a = \dfrac{\overline{OA}}{\overline{AB}} = \dfrac{6}{2\sqrt{13}} = \dfrac{3\sqrt{13}}{13}$

5 오른쪽 그림과 같이 직선 $y=\dfrac{1}{2}x+1$과 x축, y축의 교점을 각각 A, B라 고 하자.



$y=\dfrac{1}{2}x+1$에 $y=0$, $x=0$을 각각 대입하여 두 점 A, B의 좌표를 구하면

$A(-2, 0)$, $B(0, 1)$

$\therefore \overline{OA}=2$, $\overline{OB}=1$

따라서 $\triangle AOB$에서 $\overline{AB}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$이므로

$\sin a = \dfrac{\overline{OB}}{\overline{AB}} = \dfrac{1}{\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$

$\cos a = \dfrac{\overline{OA}}{\overline{AB}} = \dfrac{2}{\sqrt{5}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

02 삼각비의 값

P. 12~13

필수 문제 1 (1) $\dfrac{1+\sqrt{2}}{2}$ (2) $\dfrac{5}{2}$ (3) $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ (4) 1

(1) $\sin 30^\circ + \cos 45^\circ = \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{1+\sqrt{2}}{2}$

(2) $\sin 60^\circ \times \tan 60^\circ + \tan 45^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} + 1$

$= \dfrac{3}{2} + 1 = \dfrac{5}{2}$

(3) $\dfrac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} + \dfrac{\sin 60^\circ}{\cos 60^\circ} = \dfrac{1}{2} \div \dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2} \div \dfrac{1}{2}$

$= \dfrac{1}{2} \times \dfrac{2}{\sqrt{3}} + \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 2$

$= \dfrac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{3} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} + \sqrt{3} = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

(4) $\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ = \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$= \dfrac{1}{4} + \dfrac{3}{4} = 1$

1-1 (1) 1 (2) 3

(1) $2\tan 30^\circ \times \sin 60^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 1$

(2) $\cos 30^\circ \times \tan 60^\circ \div \sin^2 45^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} \div \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} \div \frac{1}{2}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} \times 2 = 3$

필수 문제 2 (1) $x=4\sqrt{2}$, $y=4\sqrt{2}$ (2) $x=6\sqrt{3}$, $y=12$

(1) $\sin 45^\circ = \frac{x}{8} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad \therefore x = 4\sqrt{2}$

$\cos 45^\circ = \frac{y}{8} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad \therefore y = 4\sqrt{2}$

(2) $\tan 60^\circ = \frac{x}{6} = \sqrt{3}$ $\quad \therefore x = 6\sqrt{3}$

$\cos 60^\circ = \frac{6}{y} = \frac{1}{2}$ $\quad \therefore y = 12$

2-1 (1) $x=14$, $y=7\sqrt{3}$ (2) $x=11$, $y=11\sqrt{2}$

(1) $\sin 30^\circ = \frac{7}{x} = \frac{1}{2}$ $\quad \therefore x = 14$

$\tan 30^\circ = \frac{7}{y} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\quad \therefore y = 7\sqrt{3}$

(2) $\tan 45^\circ = \frac{11}{x} = 1$ $\quad \therefore x = 11$

$\sin 45^\circ = \frac{11}{y} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad \therefore y = 11\sqrt{2}$

필수 문제 3 (1) 6 (2) $6\sqrt{3}$

(1) $\triangle ABD$에서

$\sin 60^\circ = \frac{\overline{AD}}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad \therefore \overline{AD} = 6$

(2) $\triangle ADC$에서

$\tan 30^\circ = \frac{6}{\overline{CD}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\quad \therefore \overline{CD} = 6\sqrt{3}$

3-1 $4\sqrt{2}$

$\triangle ABD$에서

$\sin 30^\circ = \frac{\overline{AD}}{8} = \frac{1}{2}$ $\quad \therefore \overline{AD} = 4$

$\triangle ADC$에서

$\sin 45^\circ = \frac{4}{\overline{AC}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad \therefore \overline{AC} = 4\sqrt{2}$

3-2 ④

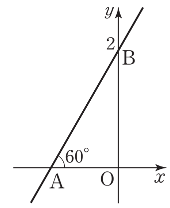
$\triangle ABC$에서

$\sin 45^\circ = \frac{\overline{BC}}{3\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad \therefore \overline{BC} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$

$\triangle BCD$에서

$\tan 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{\overline{CD}} = \sqrt{3}$ $\quad \therefore \overline{CD} = 3(\text{cm})$

필수 문제 4 $y=\sqrt{3}x+2$



주어진 직선과 x축, y축의 교점을 각각 A, B라고 하면

(직선의 기울기)

$= \frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})} = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}$

$= \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

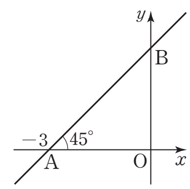
이때 y절편이 2이므로 구하는 직선의 방정식은

$y=\sqrt{3}x+2$

참고 기울기가 m이고 y절편이 n인 직선의 방정식

⇨ $y=mx+n$

4-1 $y=x+3$



주어진 직선과 x축, y축의 교점을 각각 A, B라고 하면

(직선의 기울기)

$= \frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})} = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}$

$= \tan 45^\circ = 1$

직선의 방정식을 $y=x+b$로 놓으면 이 직선이 점 $(-3, 0)$을 지나므로

$0 = -3 + b$ $\quad \therefore b = 3$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y=x+3$

P. 14~15

필수 문제 5 (1) $\overline{AB}$ (2) $\overline{OA}$ (3) $\overline{CD}$

(1) $\sin x = \frac{\overline{AB}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$

(2) $\cos x = \frac{\overline{OA}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{OA}}{1} = \overline{OA}$

(3) $\tan x = \frac{\overline{CD}}{\overline{OC}} = \frac{\overline{CD}}{1} = \overline{CD}$

5-1 (1) 0.6428 (2) 0.7660 (3) 0.8391

(1) $\sin 40^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{0.6428}{1} = 0.6428$

(2) $\cos 40^\circ = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{0.7660}{1} = 0.7660$

(3) $\tan 40^\circ = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \frac{0.8391}{1} = 0.8391$

필수 문제 6 (1) 2 (2) 0 (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\sqrt{3}$

(1) $\sin 90^\circ + \cos 0^\circ = 1 + 1 = 2$

(2) $\cos 90^\circ \times \sin 0^\circ = 0 \times 0 = 0$

(3) $\sin 30^\circ\times\tan 0^\circ+\cos 60^\circ=\frac{1}{2}\times0+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

(4) $\sin 90^\circ\times\cos 30^\circ+\cos 0^\circ\times\sin 60^\circ$

$=1\times\frac{\sqrt{3}}{2}+1\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

6-1 (1) **1** (2) **0** (3) $\mathbf{2\sqrt{3}}$

(1) $\cos 0^\circ\times\tan 45^\circ\div\sin 90^\circ=1\times1\div1=1$

(2) $\sin^2 90^\circ+\cos^2 90^\circ-\tan^2 45^\circ=1^2+0^2-1^2=0$

(3) $(1+\cos 0^\circ)\times\tan 60^\circ-\sin 0^\circ=(1+1)\times\sqrt{3}-0$

$=2\sqrt{3}$

필수 문제 7 ④

① $\sin 90^\circ=1$, $\cos 0^\circ=1$이므로 $\sin 90^\circ=\cos 0^\circ$

② $\sin 0^\circ=0$, $\tan 45^\circ=1$이므로 $\sin 0^\circ<\tan 45^\circ$

③ $0^\circ<x<90^\circ$일 때, x의 크기가 증가하면 $\sin x$의 값도 증가하므로 $\sin 30^\circ<\sin 35^\circ$

④ $0^\circ<x<90^\circ$일 때, x의 크기가 증가하면 $\cos x$의 값은 감소하므로 $\cos 40^\circ>\cos 43^\circ$

⑤ $0^\circ<x<90^\circ$일 때, x의 크기가 증가하면 $\tan x$의 값도 증가하므로 $\tan 50^\circ<\tan 55^\circ$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

P. 15

필수 문제 8 (1) **1.3953** (2) **42°**

(1) 주어진 삼각비의 표에서

$\sin 39^\circ=0.6293$, $\cos 40^\circ=0.7660$이므로

$\sin 39^\circ+\cos 40^\circ=0.6293+0.7660=1.3953$

(2) 주어진 삼각비의 표에서 $\tan 42^\circ=0.9004$이므로

$x=42^\circ$

STEP 1 **쏙쏙 개념 익히기** P. 16

1 12	**2** $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+1$	**3** ④
4 ③, ⑤	**5** ②	**6** 129°

1 △ABC에서

$\tan 30^\circ=\frac{6\sqrt{3}}{\overline{BC}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ $\quad\therefore \overline{BC}=18$

△ADC에서

$\tan 60^\circ=\frac{6\sqrt{3}}{\overline{CD}}=\sqrt{3}$ $\quad\therefore \overline{CD}=6$

$\therefore \overline{BD}=\overline{BC}-\overline{CD}=18-6=12$

다른 풀이

△ABD에서

$30^\circ+\angle BAD=60^\circ$ $\quad\therefore \angle BAD=30^\circ$

즉, △ABD는 $\overline{AD}=\overline{BD}$인 이등변삼각형이다.

△ADC에서

$\sin 60^\circ=\frac{6\sqrt{3}}{\overline{AD}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad\therefore \overline{AD}=12$

$\therefore \overline{BD}=\overline{AD}=12$

2 (직선의 기울기)$=\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$

직선의 방정식을 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+b$로 놓으면 이 직선이 점 $(\sqrt{3}, 2)$를 지나므로

$2=\frac{\sqrt{3}}{3}\times\sqrt{3}+b$ $\quad\therefore b=1$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+1$

3 ① $\sin x=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$

② $\cos x=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{OB}}{1}=\overline{OB}$

③ $\tan y=\frac{\overline{OD}}{\overline{CD}}=\frac{1}{\overline{CD}}$

④, ⑤ $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로 $\angle OAB=\angle OCD=y$(동위각)

$\therefore \cos y=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$, $\sin y=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{OB}}{1}=\overline{OB}$

따라서 옳은 것은 ④이다.

4 ① $\sin 90^\circ-\cos 90^\circ=1-0=1$

② $(1-\tan 45^\circ)(1+\tan 45^\circ)=(1-1)\times(1+1)=0$

③ $\sin 0^\circ-\tan 30^\circ+\sin 60^\circ=0-\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{6}$

④ $\tan 30^\circ\times\tan 60^\circ+\tan 0^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}\times\sqrt{3}+0=1$

⑤ $(\sin 90^\circ-\sin 45^\circ)(\cos 0^\circ+\cos 45^\circ)$

$=\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\times\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=1^2-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$

$=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

5 $\tan 60^\circ=\sqrt{3}$, $\cos 0^\circ=1$, $\cos 90^\circ=0$

$0^\circ<A<45^\circ$일 때, $0<\sin A<\cos A<1$이므로

$0=\cos 90^\circ<\sin 20^\circ<\cos 20^\circ<\cos 0^\circ=1$

따라서 삼각비의 값을 작은 것부터 차례로 나열하면

$\underset{⑤}{\cos 90^\circ}$, $\underset{①}{\sin 20^\circ}$, $\underset{③}{\cos 20^\circ}$, $\underset{④}{\cos 0^\circ}$, $\underset{②}{\tan 60^\circ}$

이므로 가장 큰 것은 ②이다.

6 주어진 삼각비의 표에서

$\cos 65^\circ=0.4226$이므로 $A=65^\circ$

$\tan 64^\circ=2.0503$이므로 $B=64^\circ$

$\therefore A+B=65^\circ+64^\circ=129^\circ$

STEP 2 탄탄 단원 다지기

P. 17~19

1 $\frac{\sqrt{13}}{13}$	**2** ①	**3** $54\,\text{cm}^2$	**4** ④	**5** ②
6 ②	**7** $\frac{1}{5}$	**8** ④, ⑤	**9** ⑤	**10** ③
11 $3\sqrt{2}$	**12** ①	**13** $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x-1$		**14** ⑤
15 $\sqrt{3}-\frac{1}{2}$		**16** ④	**17** 2	**18** 13.594

1 △ABD에서 $\overline{BD}=\sqrt{4^2+6^2}=2\sqrt{13}$이므로

$\sin x=\frac{\overline{AD}}{\overline{BD}}=\frac{6}{2\sqrt{13}}=\frac{3\sqrt{13}}{13}$

$\cos x=\frac{\overline{AB}}{\overline{BD}}=\frac{4}{2\sqrt{13}}=\frac{2\sqrt{13}}{13}$

$\therefore \sin x-\cos x=\frac{3\sqrt{13}}{13}-\frac{2\sqrt{13}}{13}=\frac{\sqrt{13}}{13}$

2 △ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{3})^2}=2$이므로

$\overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 2=1$

△ADC에서 $\overline{AD}=\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}=2$이므로

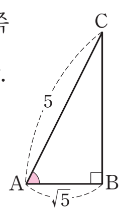
$\sin x=\frac{\overline{CD}}{\overline{AD}}=\frac{1}{2}$

3 $\sin A=\frac{9}{\overline{AC}}=\frac{3}{5}$이므로 $\overline{AC}=15(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{15^2-9^2}=12(\text{cm})$

$\therefore$ △ABC$=\frac{1}{2}\times 9\times 12=54(\text{cm}^2)$

4 $5\cos A-\sqrt{5}=0$, 즉 $\cos A=\frac{\sqrt{5}}{5}$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.

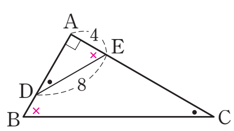


이때 $\overline{BC}=\sqrt{5^2-(\sqrt{5})^2}=2\sqrt{5}$이므로

$\sin A=\frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\tan A=\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=2$

$\therefore \sin A\times\tan A=\frac{2\sqrt{5}}{5}\times 2=\frac{4\sqrt{5}}{5}$

5 오른쪽 그림에서



△ADE∽△ACB (AA 닮음)

이므로 ∠AED=∠ABC

따라서 △ADE에서

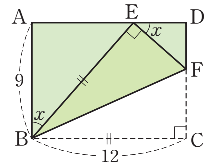
$\overline{AD}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$이므로

$\sin B=\sin(\angle\text{AED})=\frac{\overline{AD}}{\overline{DE}}=\frac{4\sqrt{3}}{8}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin C=\sin(\angle\text{ADE})=\frac{\overline{AE}}{\overline{DE}}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

$\therefore \sin B+\sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

6 오른쪽 그림에서



△ABE∽△DEF (AA 닮음)

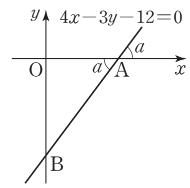
이므로 ∠ABE=∠DEF$=x$

△ABE에서 $\overline{BE}=\overline{BC}=12$이므로

$\overline{AE}=\sqrt{12^2-9^2}=3\sqrt{7}$

$\therefore \tan x=\frac{\overline{AE}}{\overline{AB}}=\frac{3\sqrt{7}}{9}=\frac{\sqrt{7}}{3}$

7 오른쪽 그림과 같이 일차방정식 $4x-3y-12=0$의 그래프와 x축, y축의 교점을 각각 A, B라고 하자.



$4x-3y-12=0$에 $y=0$, $x=0$을 각각 대입하여 두 점 A, B의 좌표를 구하면

A(3, 0), B(0, −4)

$\therefore \overline{OA}=3$, $\overline{OB}=4$

따라서 △AOB에서 $\overline{AB}=\sqrt{3^2+4^2}=5$이고

∠OAB$=a$(맞꼭지각)이므로

$\sin a=\frac{\overline{OB}}{\overline{AB}}=\frac{4}{5}$, $\cos a=\frac{\overline{OA}}{\overline{AB}}=\frac{3}{5}$

$\therefore \sin a-\cos a=\frac{4}{5}-\frac{3}{5}=\frac{1}{5}$

8 ① $\sin 60^\circ+\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

② $\sin 30^\circ-\tan 45^\circ=\frac{1}{2}-1=-\frac{1}{2}$

③ $\tan 60^\circ\div\sin 30^\circ=\sqrt{3}\div\frac{1}{2}=\sqrt{3}\times 2=2\sqrt{3}$

④ $\sin^2 45^\circ+\cos^2 45^\circ=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=1$

⑤ $3\tan 30^\circ+\sin 60^\circ=3\times\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

따라서 옳지 않은 것은 ④, ⑤이다.

9 $20^\circ<x<110^\circ$에서 $0^\circ<x-20^\circ<90^\circ$이고

$\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$이므로

$x-20^\circ=60^\circ$　　$\therefore x=80^\circ$

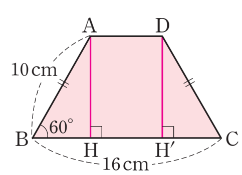
10 가장 작은 내각의 크기는 $180^\circ\times\frac{3}{3+7+8}=30^\circ$이므로

$A=30^\circ$　　$\therefore \tan A=\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$

11 △ABC에서 $\sin 45^\circ=\frac{\overline{AC}}{6\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$　　$\therefore \overline{AC}=3\sqrt{6}(\text{cm})$

△ACD에서 $\tan 30^\circ=\frac{x}{3\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$　　$\therefore x=3\sqrt{2}$

12 오른쪽 그림과 같이 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라고 하면



△ABH에서

$\sin 60° = \frac{\overline{AH}}{10} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad \therefore \overline{AH} = 5\sqrt{3}$(cm)

$\cos 60° = \frac{\overline{BH}}{10} = \frac{1}{2}$ $\quad \therefore \overline{BH} = 5$(cm)

이때 $\overline{CH'} = \overline{BH} = 5$ cm이므로

$\overline{AD} = \overline{HH'} = 16 - (5+5) = 6$(cm)

$\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times (6+16) \times 5\sqrt{3} = 55\sqrt{3}$(cm^2)

13 $\sin a = \frac{1}{2}$이므로 $a = 30°$

따라서 (직선의 기울기)$= \tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$이고

y절편이 -1이므로

구하는 직선의 방정식은 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 1$

14 $\angle OAB = \angle OCD = 180° - (48° + 90°) = 42°$

① $\sin 48° = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB} = 0.7431$

② $\cos 48° = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OB}}{1} = \overline{OB} = 0.6691$

③ $\tan 48° = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \frac{\overline{CD}}{1} = \overline{CD} = 1.1106$

④ $\cos 42° = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB} = 0.7431$

⑤ $\tan 42° = \frac{\overline{OD}}{\overline{CD}} = \frac{1}{\overline{CD}} = \frac{1}{1.1106} = 0.9004\cdots$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

15 $\cos 0° \times \tan 60° - \sin 45° \times \cos 45° + \tan 0° \times \sin 90°$

$= 1 \times \sqrt{3} - \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 0 \times 1$

$= \sqrt{3} - \frac{1}{2}$

16 ④ $0° < A < 45°$일 때, $\cos A > \sin A$이다.

⑤ $45° < A < 90°$일 때, A의 크기가 커지면 $\tan A$의 값도 커지고, $\tan 45° = 1$이므로 $\tan A > 1$이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

17 $0° < A < 90°$일 때, $0 < \cos A < 1$이므로

$\cos A - 1 < 0$, $\cos A + 1 > 0$

$\therefore \sqrt{(\cos A - 1)^2} + \sqrt{(\cos A + 1)^2}$

$= -(\cos A - 1) + (\cos A + 1)$

$= -\cos A + 1 + \cos A + 1$

$= 2$

참고 실수 a에 대하여

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

18 $\sin 61° = \frac{\overline{AC}}{10} = 0.8746$이므로

$\overline{AC} = 10 \times 0.8746 = 8.746$

$\cos 61° = \frac{\overline{BC}}{10} = 0.4848$이므로

$\overline{BC} = 10 \times 0.4848 = 4.848$

$\therefore \overline{AC} + \overline{BC} = 8.746 + 4.848 = 13.594$

STEP 3 쓱쓱 서술형 완성하기 P. 20~21

〈과정은 풀이 참조〉

따라 해보자 유제 1 $\frac{16}{17}$ 유제 2 $\sqrt{2} - 1$

연습해 보자 **1** (1) 5 cm (2) $5\sqrt{2}$ cm (3) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

2 $\sqrt{3}$ **3** $2\sqrt{3}$

4 $\frac{3\sqrt{3}}{8}$

따라 해보자

유제 1 (1단계) $\triangle ABC \backsim \triangle ACH \backsim \triangle CBH$ (AA 닮음)이므로

$\angle ABC = \angle ACH = x$, $\angle BAC = \angle BCH = y$

(2단계) $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$이므로

$\sin x = \sin B = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{8}{17}$

$\cos y = \cos A = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{8}{17}$

(3단계) $\therefore \sin x + \cos y = \frac{8}{17} + \frac{8}{17} = \frac{16}{17}$

채점 기준		
1단계	$\angle ABC = x$, $\angle BAC = y$임을 설명하기	… 40 %
2단계	$\sin x$, $\cos y$의 값 각각 구하기	… 40 %
3단계	$\sin x + \cos y$의 값 구하기	… 20 %

유제 2 (1단계) $\triangle ABD$에서

$\angle ADC = 22.5° + 22.5° = 45°$

(2단계) $\triangle ADC$에서

$\sin 45° = \frac{2}{\overline{AD}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad \therefore \overline{AD} = 2\sqrt{2}$

$\tan 45° = \frac{2}{\overline{CD}} = 1$ $\quad \therefore \overline{CD} = 2$

(3단계) $\triangle ABD$는 이등변삼각형이므로 $\overline{BD} = \overline{AD} = 2\sqrt{2}$

따라서 $\triangle ABC$에서

$\tan 22.5° = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{2}{2\sqrt{2} + 2} = \sqrt{2} - 1$

채점 기준		
1단계	$\angle ADC$의 크기 구하기	… 20 %
2단계	$\overline{AD}$, $\overline{CD}$의 길이 각각 구하기	… 40 %
3단계	$\tan 22.5°$의 값 구하기	… 40 %

연습해 보자

1 (1) 1단계 $\triangle FGH$에서

$\overline{FH}=\sqrt{4^2+3^2}=5(\text{cm})$

(2) 2단계 $\triangle DFH$는 $\angle DHF=90^\circ$인 직각삼각형이므로

$\overline{DF}=\sqrt{5^2+5^2}=5\sqrt{2}(\text{cm})$

(3) 3단계 $\triangle DFH$에서

$$\cos x=\frac{\overline{FH}}{\overline{DF}}=\frac{5}{5\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

채점 기준		
1단계	$\overline{FH}$의 길이 구하기	… 30 %
2단계	$\overline{DF}$의 길이 구하기	… 30 %
3단계	$\cos x$의 값 구하기	… 40 %

2 1단계 $0^\circ<A<90^\circ$이고 $\tan A=\sqrt{3}$이므로 $A=60^\circ$

2단계 $\sin A=\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos A=\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$

3단계 $\therefore 6\sin A-\frac{5+2\cos A}{\tan A}$

$=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}-\left(5+2\times\frac{1}{2}\right)\div\sqrt{3}$

$=3\sqrt{3}-6\times\frac{1}{\sqrt{3}}$

$=3\sqrt{3}-2\sqrt{3}=\sqrt{3}$

채점 기준		
1단계	A의 크기 구하기	… 20 %
2단계	$\sin A$, $\cos A$의 값 각각 구하기	… 40 %
3단계	주어진 식의 값 구하기	… 40 %

3 1단계 $\triangle ABC$에서

$\sin 45^\circ=\frac{3\sqrt{2}}{\overline{BC}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad\therefore \overline{BC}=6$

2단계 $\triangle BCD$에서

$\tan 30^\circ=\frac{\overline{CD}}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ $\quad\therefore \overline{CD}=2\sqrt{3}$

채점 기준		
1단계	$\overline{BC}$의 길이 구하기	… 50 %
2단계	$\overline{CD}$의 길이 구하기	… 50 %

4 1단계 $\sin 60^\circ=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{BC}}{1}=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $\overline{BC}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

2단계 $\cos 60^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\frac{1}{2}$이므로 $\overline{AB}=\frac{1}{2}$

$\therefore \overline{BD}=\overline{AD}-\overline{AB}=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

3단계 $\tan 60^\circ=\frac{\overline{DE}}{\overline{AD}}=\frac{\overline{DE}}{1}=\sqrt{3}$이므로 $\overline{DE}=\sqrt{3}$

4단계 이때 $\overline{BC}\,/\!/\,\overline{DE}$이므로 □BDEC는 사다리꼴이다.

$\therefore$ □BDEC$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{3}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{8}$

채점 기준		
1단계	$\overline{BC}$의 길이 구하기	… 20 %
2단계	$\overline{BD}$의 길이 구하기	… 30 %
3단계	$\overline{DE}$의 길이 구하기	… 20 %
4단계	□BDEC의 넓이 구하기	… 30 %

다른 풀이

1단계 $\sin 60^\circ=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{BC}}{1}=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $\overline{BC}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

2단계 $\cos 60^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\frac{1}{2}$이므로 $\overline{AB}=\frac{1}{2}$

3단계 $\tan 60^\circ=\frac{\overline{DE}}{\overline{AD}}=\frac{\overline{DE}}{1}=\sqrt{3}$이므로 $\overline{DE}=\sqrt{3}$

4단계 $\therefore$ □BDEC$=\triangle ADE-\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{3}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{8}=\frac{3\sqrt{3}}{8}$

채점 기준		
1단계	$\overline{BC}$의 길이 구하기	… 20 %
2단계	$\overline{AB}$의 길이 구하기	… 20 %
3단계	$\overline{DE}$의 길이 구하기	… 20 %
4단계	□BDEC의 넓이 구하기	… 40 %

01 길이 구하기

P. 26

개념 확인 (1) $30,\ \frac{1}{2},\ 4$ (2) $30,\ \frac{\sqrt{3}}{2},\ 4\sqrt{3}$

필수 문제 1 (1) 4.92 (2) 3.42

(1) $\overline{AB}=6\sin 55^\circ=6\times0.82=4.92$

(2) $\overline{BC}=6\cos 55^\circ=6\times0.57=3.42$

1-1 $x=5.12,\ y=6.16$

$x=8\cos 50^\circ=8\times0.64=5.12$

$y=8\sin 50^\circ=8\times0.77=6.16$

1-2 $3.92\,\mathrm{m}$

$\overline{BC}=2\tan 63^\circ=2\times1.96=3.92(\mathrm{m})$

P. 27

필수 문제 2 (1) $3,\ 3\sqrt{3},\ \sqrt{3},\ 2\sqrt{3}$ (2) $4\sqrt{3},\ 4\sqrt{6}$

(1) $\triangle$ABH에서

$\overline{AH}=6\sin 30^\circ=6\times\frac{1}{2}=\boxed{3}$,

$\overline{BH}=6\cos 30^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\boxed{3\sqrt{3}}$

$\therefore\ \overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=4\sqrt{3}-3\sqrt{3}=\boxed{\sqrt{3}}$

따라서 $\triangle$AHC에서

$\overline{AC}=\sqrt{\overline{AH}^2+\overline{CH}^2}=\sqrt{3^2+(\sqrt{3})^2}=\boxed{2\sqrt{3}}$

(2) $\triangle$ABC에서 $\angle A=180^\circ-(60^\circ+75^\circ)=45^\circ$

$\triangle$BCH에서

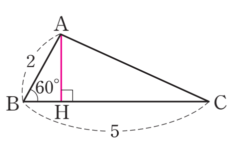
$\overline{CH}=8\sin 60^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\boxed{4\sqrt{3}}$

따라서 $\triangle$AHC에서

$\overline{AC}=\frac{\overline{CH}}{\sin 45^\circ}=4\sqrt{3}\div\frac{\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{2}}=\boxed{4\sqrt{6}}$

2-1 (1) $\sqrt{19}$ (2) $6\sqrt{3}$

(1) 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\triangle$ABH에서

$\overline{AH}=2\sin 60^\circ=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

$\overline{BH}=2\cos 60^\circ=2\times\frac{1}{2}=1$

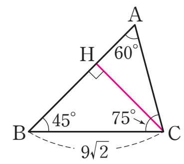
$\therefore\ \overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=5-1=4$

따라서 $\triangle$AHC에서

$\overline{AC}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+4^2}=\sqrt{19}$

(2) $\angle A=180^\circ-(45^\circ+75^\circ)=60^\circ$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 고 하면



$\triangle$BCH에서

$\overline{CH}=9\sqrt{2}\sin 45^\circ=9\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=9$

따라서 $\triangle$AHC에서

$\overline{AC}=\frac{9}{\sin 60^\circ}=9\div\frac{\sqrt{3}}{2}=9\times\frac{2}{\sqrt{3}}=6\sqrt{3}$

P. 28

필수 문제 3 (1) $30,\ \sqrt{3},\ \sqrt{3},\ \sqrt{3},\ 6(\sqrt{3}-1)$

(2) $30,\ \sqrt{3},\ \frac{\sqrt{3}}{3},\ \sqrt{3},\ \frac{\sqrt{3}}{3},\ 2\sqrt{3},\ 4\sqrt{3}$

(1) $\triangle$ABH에서

$\overline{BH}=\frac{h}{\tan\boxed{30}^\circ}=h\div\frac{\sqrt{3}}{3}=h\times\frac{3}{\sqrt{3}}=\boxed{\sqrt{3}}h$

$\triangle$AHC에서

$\overline{CH}=\frac{h}{\tan 45^\circ}=h\div1=h$

이때 $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

$12=\boxed{\sqrt{3}}h+h,\ (\sqrt{3}+1)h=12$

$\therefore\ h=\frac{12}{\boxed{\sqrt{3}}+1}=\boxed{6(\sqrt{3}-1)}$

참고 $\triangle$ABC의 높이 h는 다음과 같이 구할 수도 있다.

$\triangle$ABH에서 $\angle BAH=180^\circ-(30^\circ+90^\circ)=60^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 60^\circ=h\times\sqrt{3}=\sqrt{3}h$

$\triangle$AHC에서 $\angle CAH=180^\circ-(90^\circ+45^\circ)=45^\circ$이므로

$\overline{CH}=h\tan 45^\circ=h\times1=h$

이때 $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로 $12=\sqrt{3}h+h$

$(\sqrt{3}+1)h=12$ $\therefore\ h=\frac{12}{\sqrt{3}+1}=6(\sqrt{3}-1)$

(2) $\triangle$ABH에서

$\overline{BH}=\frac{h}{\tan\boxed{30}^\circ}=h\div\frac{\sqrt{3}}{3}=h\times\frac{3}{\sqrt{3}}=\boxed{\sqrt{3}}h$

$\triangle$ACH에서 $\angle ACH=180^\circ-120^\circ=60^\circ$이므로

$\overline{CH}=\frac{h}{\tan 60^\circ}=h\div\sqrt{3}=h\times\frac{1}{\sqrt{3}}=\boxed{\frac{\sqrt{3}}{3}}h$

이때 $\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로

$8=\boxed{\sqrt{3}}h-\boxed{\frac{\sqrt{3}}{3}}h,\ \frac{2\sqrt{3}}{3}h=8$

$\therefore\ h=8\times\frac{3}{\boxed{2\sqrt{3}}}=\boxed{4\sqrt{3}}$

참고 △ABC의 높이 h는 다음과 같이 구할 수도 있다.
△ABH에서 $\angle BAH=180^\circ-(30^\circ+90^\circ)=60^\circ$이므로
$\overline{BH}=h\tan 60^\circ=h\times\sqrt{3}=\sqrt{3}h$
△ACH에서 $\angle ACH=180^\circ-120^\circ=60^\circ$이고
$\angle CAH=180^\circ-(60^\circ+90^\circ)=30^\circ$이므로
$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=h\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}h$
이때 $\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로 $8=\sqrt{3}h-\frac{\sqrt{3}}{3}h$
$\frac{2\sqrt{3}}{3}h=8$ $\therefore h=4\sqrt{3}$

3-1 (1) $5(3-\sqrt{3})$ (2) $2(\sqrt{3}+1)$

(1) $\overline{AH}=h$라고 하면
△ABH에서
$\overline{BH}=\frac{h}{\tan 45^\circ}=h\div 1=h$
△AHC에서
$\overline{CH}=\frac{h}{\tan 60^\circ}=h\div\sqrt{3}=h\times\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}h$
이때 $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로 $10=h+\frac{\sqrt{3}}{3}h$
$\frac{3+\sqrt{3}}{3}h=10$ $\therefore h=10\times\frac{3}{3+\sqrt{3}}=5(3-\sqrt{3})$
따라서 $\overline{AH}$의 길이는 $5(3-\sqrt{3})$이다.

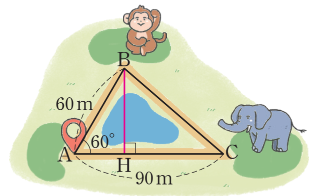
(2) $\overline{AH}=h$라고 하면
△ABH에서
$\overline{BH}=\frac{h}{\tan 30^\circ}=h\div\frac{\sqrt{3}}{3}=h\times\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}h$
△ACH에서 $\angle ACH=180^\circ-135^\circ=45^\circ$이므로
$\overline{CH}=\frac{h}{\tan 45^\circ}=h\div 1=h$
이때 $\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로 $4=\sqrt{3}h-h$
$(\sqrt{3}-1)h=4$ $\therefore h=\frac{4}{\sqrt{3}-1}=2(\sqrt{3}+1)$
따라서 $\overline{AH}$의 길이는 $2(\sqrt{3}+1)$이다.

한번 더 연습 P. 29

1 $20\sqrt{3}$ m	**2** $30\sqrt{7}$ m	**3** $100\sqrt{6}$ m
4 $4(\sqrt{3}-1)$ km	**5** $5\sqrt{3}$ m	

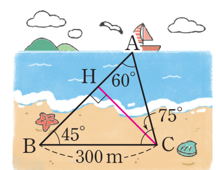
1 $\overline{AB}=20\tan 30^\circ=20\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{20\sqrt{3}}{3}$(m)
$\overline{AC}=\frac{20}{\cos 30^\circ}=20\div\frac{\sqrt{3}}{2}=20\times\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{40\sqrt{3}}{3}$(m)
따라서 부러지기 전의 나무의 높이는
$\overline{AB}+\overline{AC}=\frac{20\sqrt{3}}{3}+\frac{40\sqrt{3}}{3}=\frac{60\sqrt{3}}{3}=20\sqrt{3}$(m)

2 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



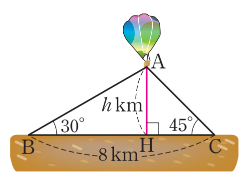
△BAH에서
$\overline{BH}=60\sin 60^\circ$
$=60\times\frac{\sqrt{3}}{2}=30\sqrt{3}$(m)
$\overline{AH}=60\cos 60^\circ=60\times\frac{1}{2}=30$(m)
$\therefore \overline{CH}=\overline{AC}-\overline{AH}=90-30=60$(m)
따라서 △BHC에서 $\overline{BC}=\sqrt{(30\sqrt{3})^2+60^2}=30\sqrt{7}$(m)

3 $\angle A=180^\circ-(45^\circ+75^\circ)=60^\circ$
오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



△BCH에서
$\overline{CH}=300\sin 45^\circ$
$=300\times\frac{\sqrt{2}}{2}=150\sqrt{2}$(m)
따라서 △AHC에서
$\overline{AC}=\frac{\overline{CH}}{\sin 60^\circ}=150\sqrt{2}\div\frac{\sqrt{3}}{2}=150\sqrt{2}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=100\sqrt{6}$(m)

4 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{AH}=h$ km라고 하면



△ABH에서
$\overline{BH}=\frac{h}{\tan 30^\circ}=h\div\frac{\sqrt{3}}{3}$
$=h\times\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}h$(km)
△AHC에서
$\overline{CH}=\frac{h}{\tan 45^\circ}=h\div 1=h$(km)
이때 $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로 $8=\sqrt{3}h+h$
$(\sqrt{3}+1)h=8$ $\therefore h=\frac{8}{\sqrt{3}+1}=4(\sqrt{3}-1)$
따라서 지면에서 열기구의 A 지점까지의 높이는 $4(\sqrt{3}-1)$ km이다.

5 $\overline{AD}=h$ m라고 하면
△ABD에서
$\overline{BD}=\frac{h}{\tan 30^\circ}=h\div\frac{\sqrt{3}}{3}=h\times\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}h$(m)
△ACD에서
$\overline{CD}=\frac{h}{\tan 60^\circ}=h\div\sqrt{3}=h\times\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}h$(m)
이때 $\overline{BC}=\overline{BD}-\overline{CD}$이므로 $10=\sqrt{3}h-\frac{\sqrt{3}}{3}h$
$\frac{2\sqrt{3}}{3}h=10$ $\therefore h=10\times\frac{3}{2\sqrt{3}}=5\sqrt{3}$
따라서 탑의 높이 $\overline{AD}$는 $5\sqrt{3}$ m이다.

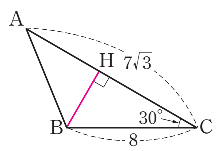
STEP 1 쏙쏙 개념 익히기 P. 30

1 7.98 **2** 8.9 m **3** $\sqrt{43}$ **4** ②
5 $12(3-\sqrt{3})$ cm **6** $9(3+\sqrt{3})\text{ cm}^2$

1 $\angle C=180°-(25°+90°)=65°$이므로
$x=6\sin 65°=6\times0.91=5.46$
$y=6\cos 65°=6\times0.42=2.52$
$\therefore x+y=5.46+2.52=7.98$

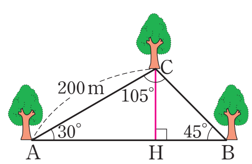
2 $\overline{BC}=10\tan 36°=10\times0.73=7.3(\text{m})$
$\therefore \overline{BD}=\overline{BC}+\overline{CD}=7.3+1.6=8.9(\text{m})$

3 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



△BCH에서
$\overline{BH}=8\sin 30°=8\times\frac{1}{2}=4$
$\overline{CH}=8\cos 30°=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$
$\therefore \overline{AH}=\overline{AC}-\overline{CH}=7\sqrt{3}-4\sqrt{3}=3\sqrt{3}$
따라서 △ABH에서
$\overline{AB}=\sqrt{4^2+(3\sqrt{3})^2}=\sqrt{43}$

4 $\angle B=180°-(30°+105°)=45°$
오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



△CAH에서
$\overline{AH}=200\cos 30°$
$=200\times\frac{\sqrt{3}}{2}=100\sqrt{3}(\text{m})$
$\overline{CH}=200\sin 30°=200\times\frac{1}{2}=100(\text{m})$
따라서 △CHB에서
$\overline{BH}=\frac{100}{\tan 45°}=100\div1=100(\text{m})$
$\therefore \overline{AB}=\overline{AH}+\overline{BH}=100\sqrt{3}+100(\text{m})$

5 $\overline{AH}=h$ cm라고 하면
△ABH에서
$\overline{BH}=\frac{h}{\tan 60°}=h\div\sqrt{3}=h\times\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}h(\text{cm})$
△AHC에서
$\overline{CH}=\frac{h}{\tan 45°}=h\div1=h(\text{cm})$
이때 $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로 $24=\frac{\sqrt{3}}{3}h+h$
$\frac{\sqrt{3}+3}{3}h=24 \qquad \therefore h=24\times\frac{3}{\sqrt{3}+3}=12(3-\sqrt{3})$
따라서 $\overline{AH}$의 길이는 $12(3-\sqrt{3})$ cm이다.

다른 풀이
$\overline{AH}=h$ cm라고 하면
△ABH에서 $\angle BAH=180°-(60°+90°)=30°$이므로
$\overline{BH}=h\tan 30°=\frac{\sqrt{3}}{3}h(\text{cm})$
△AHC에서 $\angle CAH=180°-(90°+45°)=45°$이므로
$\overline{CH}=h\tan 45°=h(\text{cm})$
이때 $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로 $24=\frac{\sqrt{3}}{3}h+h$
$\frac{\sqrt{3}+3}{3}h=24 \qquad \therefore h=24\times\frac{3}{\sqrt{3}+3}=12(3-\sqrt{3})$
따라서 $\overline{AH}$의 길이는 $12(3-\sqrt{3})$ cm이다.

6 $\overline{AH}=h$ cm라고 하면
△ABH에서
$\overline{BH}=\frac{h}{\tan 45°}=h\div1=h(\text{cm})$
△ACH에서
$\overline{CH}=\frac{h}{\tan 60°}=h\div\sqrt{3}=h\times\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}h(\text{cm})$
이때 $\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로 $6=h-\frac{\sqrt{3}}{3}h$
$\frac{3-\sqrt{3}}{3}h=6 \qquad \therefore h=6\times\frac{3}{3-\sqrt{3}}=3(3+\sqrt{3})$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times3(3+\sqrt{3})=9(3+\sqrt{3})(\text{cm}^2)$

02 넓이 구하기

P. 31

필수 문제 1 (1) $14\sqrt{2}\text{ cm}^2$ (2) $\frac{35\sqrt{3}}{4}\text{ cm}^2$

(1) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times7\times8\times\sin 45°$
$=\frac{1}{2}\times7\times8\times\frac{\sqrt{2}}{2}=14\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

(2) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times7\times5\times\sin(180°-120°)$
$=\frac{1}{2}\times7\times5\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{35\sqrt{3}}{4}(\text{cm}^2)$

1-1 (1) 25 cm^2 (2) $9\sqrt{6}\text{ cm}^2$

(1) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times10\times10\times\sin 30°$
$=\frac{1}{2}\times10\times10\times\frac{1}{2}=25(\text{cm}^2)$

(2) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times6\times\sin(180°-135°)$
$=\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times6\times\frac{\sqrt{2}}{2}=9\sqrt{6}(\text{cm}^2)$

1-2 (1) $\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^2$ (2) $3\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^2$ (3) $4\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^2$

(1) $\triangle ABD=\frac{1}{2}\times 2\times 2\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 2\times 2\times \frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

(2) $\triangle BCD=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}\times \sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}\times \frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

(3) $\square ABCD=\triangle ABD+\triangle BCD$

$=\sqrt{3}+3\sqrt{3}=4\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

P. 32

개념 확인 $\frac{1}{2}ab\sin x,\ ab\sin x$

필수 문제 2 (1) $6\sqrt{2}\ \mathrm{cm}^2$ (2) $15\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^2$

(1) $\square ABCD=3\times 4\times \sin 45^\circ$

$=3\times 4\times \frac{\sqrt{2}}{2}=6\sqrt{2}(\mathrm{cm}^2)$

(2) $\square ABCD=6\times 5\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=6\times 5\times \frac{\sqrt{3}}{2}=15\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

2-1 (1) $24\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^2$ (2) $18\ \mathrm{cm}^2$

(1) $\angle A=360^\circ-(60^\circ+120^\circ+60^\circ)=120^\circ$

즉, $\square ABCD$는 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이다.

$\therefore\ \square ABCD=6\times 8\times \sin 60^\circ$

$=6\times 8\times \frac{\sqrt{3}}{2}=24\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

(2) $\square ABCD$는 네 변의 길이가 같으므로 마름모, 즉 평행사변형이다.

$\therefore\ \square ABCD=6\times 6\times \sin(180^\circ-150^\circ)$

$=6\times 6\times \frac{1}{2}=18(\mathrm{cm}^2)$

2-2 $4\sqrt{2}\ \mathrm{cm}$

$\square ABCD=\overline{AB}\times 4\times \sin 60^\circ=8\sqrt{6}$에서

$\overline{AB}\times 4\times \frac{\sqrt{3}}{2}=8\sqrt{6},\ 2\sqrt{3}\,\overline{AB}=8\sqrt{6}$

$\therefore\ \overline{AB}=4\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

P. 33

개념 확인 $ab\sin x,\ \frac{1}{2}ab\sin x$

필수 문제 3 (1) $30\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^2$ (2) $27\ \mathrm{cm}^2$

(1) $\square ABCD=\frac{1}{2}\times 10\times 12\times \sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 10\times 12\times \frac{\sqrt{3}}{2}=30\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

(2) $\square ABCD=\frac{1}{2}\times 12\times 9\times \sin(180^\circ-150^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 12\times 9\times \frac{1}{2}=27(\mathrm{cm}^2)$

3-1 (1) $6\sqrt{2}\ \mathrm{cm}^2$ (2) $15\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^2$

(1) $\square ABCD=\frac{1}{2}\times 4\times 6\times \sin 45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 4\times 6\times \frac{\sqrt{2}}{2}=6\sqrt{2}(\mathrm{cm}^2)$

(2) $\square ABCD=\frac{1}{2}\times 10\times 6\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 10\times 6\times \frac{\sqrt{3}}{2}=15\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

3-2 60°

두 대각선이 이루는 예각의 크기를 x라고 하면

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times 8\times 5\sqrt{2}\times \sin x=10\sqrt{6}$에서

$20\sqrt{2}\sin x=10\sqrt{6},\ \sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$

이때 $0^\circ<x<90^\circ$이므로 $x=60^\circ$

따라서 두 대각선이 이루는 예각의 크기는 60°이다.

STEP 1 쏙쏙 개념 익히기 P. 34

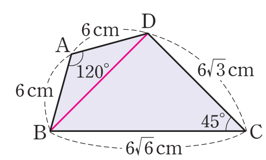
1	30°	**2**	$(9\sqrt{3}+54)\ \mathrm{cm}^2$	**3**	$10\ \mathrm{cm}$
4	⑤	**5**	④	**6**	$(6\pi-4\sqrt{2})\ \mathrm{cm}^2$

1 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 4\times 8\times \sin B=8$에서

$16\sin B=8,\ \sin B=\frac{1}{2}$

이때 $\angle B$는 예각이므로 $\angle B=30^\circ$

2 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\square ABCD$

$=\triangle ABD+\triangle BCD$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 6\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$\quad+\frac{1}{2}\times 6\sqrt{6}\times 6\sqrt{3}\times \sin 45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 6\times \frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\times 6\sqrt{6}\times 6\sqrt{3}\times \frac{\sqrt{2}}{2}$

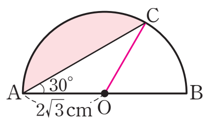
$=9\sqrt{3}+54(\mathrm{cm}^2)$

개념편

3 마름모의 한 변의 길이를 a cm라고 하면
$\square ABCD=a\times a\times \sin(180^\circ-120^\circ)=50\sqrt{3}$에서
$\frac{\sqrt{3}}{2}a^2=50\sqrt{3}$, $a^2=100$
이때 $a>0$이므로 $a=10$
따라서 마름모 ABCD의 한 변의 길이는 10 cm이다.

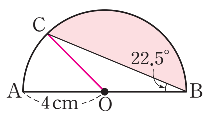
4 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times 8\times \overline{BD}\times \sin(180^\circ-135^\circ)=12\sqrt{3}$에서
$\frac{1}{2}\times 8\times \overline{BD}\times \frac{\sqrt{2}}{2}=12\sqrt{3}$, $2\sqrt{2}\,\overline{BD}=12\sqrt{3}$
$\therefore\ \overline{BD}=3\sqrt{6}$(cm)

5 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면
△AOC는 $\overline{OA}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로



$\angle OCA=\angle OAC=30^\circ$
따라서 $\angle AOC=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)=120^\circ$이므로
(색칠한 부분의 넓이)
=(부채꼴 AOC의 넓이)−(△AOC의 넓이)
$=\pi\times(2\sqrt{3})^2\times\frac{120}{360}-\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}\times \sin(180^\circ-120^\circ)$
$=4\pi-\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$
$=4\pi-3\sqrt{3}$(cm²)

6 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면
△COB는 $\overline{OC}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로



$\angle OCB=\angle OBC=22.5^\circ$
따라서 $\angle COB=180^\circ-(22.5^\circ+22.5^\circ)=135^\circ$이므로
(색칠한 부분의 넓이)
=(부채꼴 COB의 넓이)−(△COB의 넓이)
$=\pi\times 4^2\times\frac{135}{360}-\frac{1}{2}\times 4\times 4\times \sin(180^\circ-135^\circ)$
$=6\pi-\frac{1}{2}\times 4\times 4\times\frac{\sqrt{2}}{2}=6\pi-4\sqrt{2}$(cm²)

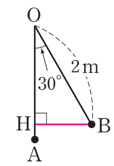
STEP 2 탄탄 단원 다지기 P. 35~37

1 ③	**2** ③	**3** ①	**4** $(10\sqrt{3}+30)$ m
5 $12\sqrt{3}$ cm²		**6** ②	**7** $\sqrt{34}$ cm **8** ②
9 $(20\sqrt{3}+20)$ m		**10** ①	**11** 10 cm **12** $4\sqrt{3}$ cm²
13 $\frac{12\sqrt{3}}{5}$ cm		**14** 72 cm²	**15** ②
16 ④	**17** 45°	**18** $3\sqrt{3}$ cm²	**19** 8 cm

1 $\angle A=180^\circ-(65^\circ+90^\circ)=25^\circ$이므로
$\overline{AB}=\frac{10}{\sin 65^\circ}=\frac{10}{\cos 25^\circ}$
$\overline{BC}=\frac{10}{\tan 65^\circ}=10\tan 25^\circ$
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

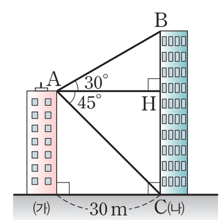
2 △AHB에서
$\overline{AH}=12\sin 60^\circ=12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$(cm)
$\overline{BH}=12\cos 60^\circ=12\times\frac{1}{2}=6$(cm)
$\therefore$ (원뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times 6^2\times 6\sqrt{3}=72\sqrt{3}\pi$(cm³)

3 오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{OA}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면
△OHB에서



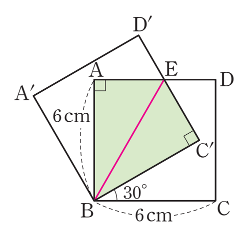
$\overline{OH}=2\cos 30^\circ=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$(m)
$\therefore\ \overline{HA}=\overline{OA}-\overline{OH}=2-\sqrt{3}$(m)
따라서 B 지점은 A 지점보다 $(2-\sqrt{3})$ m 더 높이 있다.

4 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면
$\overline{AH}=30$ m이므로
△AHB에서



$\overline{BH}=30\tan 30^\circ$
$=30\times\frac{\sqrt{3}}{3}=10\sqrt{3}$(m)
△ACH에서
$\overline{CH}=30\tan 45^\circ=30\times 1=30$(m)
$\therefore\ \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=10\sqrt{3}+30$(m)

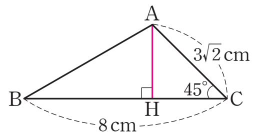
5 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$를 그으면
△ABE≡△C′BE(RHS 합동)
이므로



$\angle ABE=\angle C'BE$
$=\frac{1}{2}\times(90^\circ-30^\circ)=30^\circ$
△ABE에서
$\overline{AE}=6\tan 30^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$(cm)
$\therefore$ △ABE$=\frac{1}{2}\times 6\times 2\sqrt{3}=6\sqrt{3}$(cm²)
따라서 두 정사각형이 겹쳐지는 부분의 넓이는
□ABC′E=2△ABE$=2\times 6\sqrt{3}=12\sqrt{3}$(cm²)

6 $\overline{AC}=\frac{10}{\sin 25^\circ}=\frac{10}{0.4}=25$(m)
이때 진우의 속력이 초속 2 m이므로 A 지점에서 C 지점까지 가는 데 걸리는 시간은 $\frac{25}{2}=12.5$(초)

7 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



△AHC에서

$\overline{AH}=3\sqrt{2}\sin 45^\circ=3\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=3(\text{cm})$

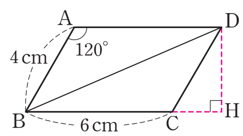
$\overline{CH}=3\sqrt{2}\cos 45^\circ=3\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=3(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{BH}=\overline{BC}-\overline{CH}=8-3=5(\text{cm})$

따라서 △ABH에서

$\overline{AB}=\sqrt{5^2+3^2}=\sqrt{34}(\text{cm})$

8 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\angle DCH=180^\circ-\angle BCD$
$=180^\circ-\angle BAD$
$=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

이때 $\overline{DC}=\overline{AB}=4$ cm이므로

△DCH에서

$\overline{CH}=4\cos 60^\circ=4\times\frac{1}{2}=2(\text{cm})$

$\overline{DH}=4\sin 60^\circ=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

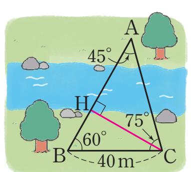
$\therefore\ \overline{BH}=\overline{BC}+\overline{CH}=6+2=8(\text{cm})$

따라서 △DBH에서

$\overline{BD}=\sqrt{8^2+(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{19}(\text{cm})$

9 $\angle A=180^\circ-(60^\circ+75^\circ)=45^\circ$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



△BCH에서

$\overline{BH}=40\cos 60^\circ=40\times\frac{1}{2}=20(\text{m})$

$\overline{CH}=40\sin 60^\circ=40\times\frac{\sqrt{3}}{2}=20\sqrt{3}(\text{m})$

△AHC에서

$\overline{AH}=\frac{20\sqrt{3}}{\tan 45^\circ}=20\sqrt{3}\div 1=20\sqrt{3}(\text{m})$

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{AH}+\overline{BH}=20\sqrt{3}+20(\text{m})$

10 $\overline{AH}=h$ m라고 하면

△ABH에서 $\angle BAH=180^\circ-(24^\circ+90^\circ)=66^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 66^\circ(\text{m})$

△ACH에서 $\angle CAH=180^\circ-(32^\circ+90^\circ)=58^\circ$이므로

$\overline{CH}=h\tan 58^\circ(\text{m})$

이때 $\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로 $5=h\tan 66^\circ-h\tan 58^\circ$

$(\tan 66^\circ-\tan 58^\circ)h=5 \qquad \therefore\ h=\frac{5}{\tan 66^\circ-\tan 58^\circ}$

$\therefore\ \overline{AH}=\frac{5}{\tan 66^\circ-\tan 58^\circ}$ m

11 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times 12\times\sin 60^\circ=30\sqrt{3}$에서

$\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times 12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=30\sqrt{3},\ 3\sqrt{3}\,\overline{AB}=30\sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{AB}=10(\text{cm})$

12 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\times 8\times\sin 60^\circ$

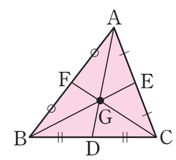
$=\frac{1}{2}\times 6\times 8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=12\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

점 G는 △ABC의 무게중심이므로

$\triangle AGC=\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{3}\times 12\sqrt{3}=4\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

참고 **삼각형의 무게중심과 넓이**

점 G가 △ABC의 무게중심일 때



(1) $\triangle GAF=\triangle GBF=\triangle GBD$
$=\triangle GCD=\triangle GCE$
$=\triangle GAE=\frac{1}{6}\triangle ABC$

(2) $\triangle GAB=\triangle GBC=\triangle GCA=\frac{1}{3}\triangle ABC$

13 $\angle BAD=\angle CAD=\frac{1}{2}\angle BAC=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$

$\overline{AD}=x$ cm라고 하면

$\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle ADC$이므로

$\frac{1}{2}\times 6\times 4\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 6\times x\times\sin 30^\circ+\frac{1}{2}\times x\times 4\times\sin 30^\circ$

$\frac{1}{2}\times 6\times 4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}\times 6\times x\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times x\times 4\times\frac{1}{2}$

$6\sqrt{3}=\frac{3}{2}x+x,\ \frac{5}{2}x=6\sqrt{3} \qquad \therefore\ x=\frac{12\sqrt{3}}{5}$

따라서 $\overline{AD}$의 길이는 $\frac{12\sqrt{3}}{5}$ cm이다.

14 $\overline{BC}=8\sqrt{3}$ cm이므로 △ABC에서

$\overline{AB}=8\sqrt{3}\sin 60^\circ=8\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=12(\text{cm})$

$\angle ABC=180^\circ-(90^\circ+60^\circ)=30^\circ$이므로

$\angle ABD=30^\circ+90^\circ=120^\circ$

$\therefore\ \triangle ABD=\frac{1}{2}\times 12\times 8\sqrt{3}\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 12\times 8\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=72(\text{cm}^2)$

15 △AOC는 $\overline{OA}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OCA=\angle OAC=30^\circ$

따라서 $\angle AOC=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)=120^\circ$이므로

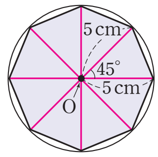
(색칠한 부분의 넓이)

=(반원 O의 넓이)−(△AOC의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times\pi\times 6^2-\frac{1}{2}\times 6\times 6\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=18\pi-\frac{1}{2}\times 6\times 6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=18\pi-9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

16 정팔각형은 오른쪽 그림과 같이 서로 합동인 8개의 이등변삼각형으로 나누어진다.



이때 이등변삼각형의 꼭지각의 크기는

$\frac{360^\circ}{8}=45^\circ$이므로

$(\text{정팔각형의 넓이})=8\times\left(\frac{1}{2}\times5\times5\times\sin 45^\circ\right)$

$=8\times\left(\frac{1}{2}\times5\times5\times\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=50\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

17 □ABCD는 평행사변형이므로

$\overline{AB}=\overline{CD}=6\,\text{cm},\ \overline{BC}=\overline{AD}=8\,\text{cm}$

□ABCD$=6\times8\times\sin B=24\sqrt{2}$에서

$48\sin B=24\sqrt{2}\qquad \therefore \sin B=\frac{\sqrt{2}}{2}$

이때 ∠B는 예각이므로 $\angle B=45^\circ$

18 $\overline{BC}=\overline{AD}=6\,\text{cm}$이므로

□ABCD$=4\times6\times\sin 60^\circ$

$=4\times6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=12\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle AMC=\frac{1}{2}\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\square ABCD\right)$

$=\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\times12\sqrt{3}=3\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

19 등변사다리꼴의 두 대각선의 길이는 같으므로

$\overline{AC}=\overline{BD}=x\,\text{cm}$라고 하면

□ABCD$=\frac{1}{2}\times x\times x\times\sin(180^\circ-120^\circ)=16\sqrt{3}$에서

$\frac{1}{2}\times x\times x\times\frac{\sqrt{3}}{2}=16\sqrt{3}$

$\frac{\sqrt{3}}{4}x^2=16\sqrt{3}\qquad \therefore x^2=64$

이때 $x>0$이므로 $x=8$

따라서 $\overline{AC}$의 길이는 8 cm이다.

STEP 3 쓱쓱 서술형 완성하기 P. 38~39

〈과정은 풀이 참조〉

따라 해보자 유제 1 $12\sqrt{2}$ 유제 2 $8\sqrt{5}$

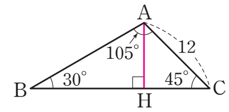
연습해 보자 **1** $20\sqrt{61}$ m **2** 45 m

3 $(8+6\sqrt{2})\,\text{cm}^2$ **4** $\frac{3}{5}$

따라 해보자

유제 1 (1단계) $\angle B=180^\circ-(105^\circ+45^\circ)=30^\circ$

(2단계) 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 △AHC에서



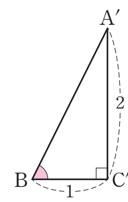
$\overline{AH}=12\sin 45^\circ=12\times\frac{\sqrt{2}}{2}=6\sqrt{2}$

(3단계) 따라서 △ABH에서

$\overline{AB}=\frac{6\sqrt{2}}{\sin 30^\circ}=6\sqrt{2}\div\frac{1}{2}=6\sqrt{2}\times2=12\sqrt{2}$

채점 기준		
1단계	∠B의 크기 구하기	… 20 %
2단계	꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 길이 구하기	… 40 %
3단계	$\overline{AB}$의 길이 구하기	… 40 %

유제 2 (1단계) $\tan B=2$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 A′BC′을 생각할 수 있다.



이때 $\overline{A'B}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$이므로

$\sin B=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

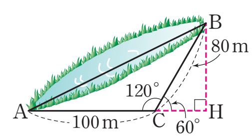
(2단계) $\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times5\times8\times\sin B$

$=\frac{1}{2}\times5\times8\times\frac{2\sqrt{5}}{5}=8\sqrt{5}$

채점 기준		
1단계	$\sin B$의 값 구하기	… 50 %
2단계	△ABC의 넓이 구하기	… 50 %

연습해 보자

1 (1단계) 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라고 하면



△BCH에서 $\angle BCH=180^\circ-120^\circ=60^\circ$이므로

$\overline{BH}=80\sin 60^\circ=80\times\frac{\sqrt{3}}{2}=40\sqrt{3}(\text{m})$

$\overline{CH}=80\cos 60^\circ=80\times\frac{1}{2}=40(\text{m})$

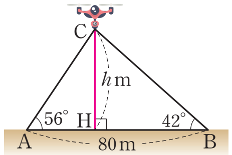
(2단계) $\therefore \overline{AH}=\overline{AC}+\overline{CH}=100+40=140(\text{m})$

(3단계) 따라서 △BAH에서

$\overline{AB}=\sqrt{140^2+(40\sqrt{3})^2}=20\sqrt{61}(\text{m})$

채점 기준		
1단계	꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라고 할 때, $\overline{BH}$, $\overline{CH}$의 길이 각각 구하기	… 50 %
2단계	$\overline{AH}$의 길이 구하기	… 20 %
3단계	두 지점 A, B 사이의 거리 $\overline{AB}$ 구하기	… 30 %

2 (1단계) 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{\mathrm{AB}}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{\mathrm{CH}}=h\,\mathrm{m}$라고 하면



△CAH에서

$$\overline{\mathrm{AH}}=\frac{h}{\tan 56^\circ}=h\div 1.5=h\times\frac{2}{3}=\frac{2}{3}h(\mathrm{m})$$

(2단계) △CHB에서

$$\overline{\mathrm{BH}}=\frac{h}{\tan 42^\circ}=h\div 0.9=h\times\frac{10}{9}=\frac{10}{9}h(\mathrm{m})$$

(3단계) 이때 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AH}}+\overline{\mathrm{BH}}$이므로 $80=\frac{2}{3}h+\frac{10}{9}h$

$\frac{16}{9}h=80 \qquad \therefore h=45$

따라서 지면에서 드론 C까지의 높이는 45 m이다.

채점 기준		
1단계	꼭짓점 C에서 $\overline{\mathrm{AB}}$에 내린 수선의 발을 H라고 할 때, $\overline{\mathrm{AH}}$의 길이를 $\overline{\mathrm{CH}}$의 길이를 사용하여 나타내기	… 30 %
2단계	$\overline{\mathrm{BH}}$의 길이를 $\overline{\mathrm{CH}}$의 길이를 사용하여 나타내기	… 30 %
3단계	지면에서 드론 C까지의 높이 구하기	… 40 %

3 (1단계) △ABC에서

$$\overline{\mathrm{AC}}=\frac{4}{\cos 45^\circ}=4\div\frac{\sqrt{2}}{2}=4\times\frac{2}{\sqrt{2}}=4\sqrt{2}(\mathrm{cm})$$

(2단계) ∴ □ABCD

$$=\triangle\mathrm{ABC}+\triangle\mathrm{ACD}$$
$$=\frac{1}{2}\times4\times4\sqrt{2}\times\sin 45^\circ+\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times6\times\sin 30^\circ$$
$$=\frac{1}{2}\times4\times4\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times6\times\frac{1}{2}$$
$$=8+6\sqrt{2}(\mathrm{cm}^2)$$

채점 기준		
1단계	$\overline{\mathrm{AC}}$의 길이 구하기	… 30 %
2단계	□ABCD의 넓이 구하기	… 70 %

4 (1단계) $\overline{\mathrm{AM}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AD}}=\frac{1}{2}\times8=4(\mathrm{cm})$,

$\overline{\mathrm{NC}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{CD}}=\frac{1}{2}\times8=4(\mathrm{cm})$이므로

$\overline{\mathrm{BM}}=\overline{\mathrm{BN}}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}(\mathrm{cm})$

(2단계) ∴ □ABCD

$$=\triangle\mathrm{ABM}+\triangle\mathrm{MBN}+\triangle\mathrm{NBC}+\triangle\mathrm{MND}$$
$$=\frac{1}{2}\times8\times4+\frac{1}{2}\times4\sqrt{5}\times4\sqrt{5}\times\sin x+\frac{1}{2}\times8\times4+\frac{1}{2}\times4\times4$$
$$=16+40\sin x+16+8$$
$$=40+40\sin x(\mathrm{cm}^2)$$

(3단계) 즉, $40+40\sin x=8\times8$이므로

$40\sin x=24 \qquad \therefore \sin x=\frac{3}{5}$

채점 기준		
1단계	$\overline{\mathrm{BM}}$, $\overline{\mathrm{BN}}$의 길이 각각 구하기	… 20 %
2단계	□ABCD의 넓이를 $\sin x$를 사용하여 나타내기	… 50 %
3단계	$\sin x$의 값 구하기	… 30 %

01 원의 현

P. 44~45

개념 확인 $\overline{\mathrm{OMB}}$, $\overline{\mathrm{OB}}$, $\overline{\mathrm{OM}}$, RHS, $\overline{\mathrm{BM}}$

필수 문제 1 (1) 18 (2) $\sqrt{41}$

(1) $\overline{\mathrm{AB}}=2\overline{\mathrm{AM}}=2\times9=18(\mathrm{cm})$ $\quad\therefore x=18$

(2) $\overline{\mathrm{AM}}=\overline{\mathrm{BM}}=5\,\mathrm{cm}$

따라서 △OAM에서

$x=\sqrt{5^2+4^2}=\sqrt{41}$

1-1 (1) 4 (2) 6

(1) $\overline{\mathrm{AM}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}}=\frac{1}{2}\times8=4(\mathrm{cm})$ $\quad\therefore x=4$

(2) $\overline{\mathrm{BM}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}}=\frac{1}{2}\times16=8(\mathrm{cm})$

따라서 △OMB에서

$x=\sqrt{10^2-8^2}=6$

1-2 $12\pi\,\mathrm{cm}^2$

$\overline{\mathrm{AM}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}}=\frac{1}{2}\times4=2(\mathrm{cm})$

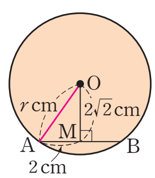
오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{OA}}=r\,\mathrm{cm}$라고 하면

△OAM에서

$r=\sqrt{2^2+(2\sqrt{2})^2}=2\sqrt{3}$

$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times(2\sqrt{3})^2$

$=12\pi(\mathrm{cm}^2)$



필수 문제 2 (1) $\sqrt{55}$ (2) 11

(1) $\overline{\mathrm{OC}}=\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}=8\,\mathrm{cm}$(반지름)이므로

$\overline{\mathrm{OM}}=\overline{\mathrm{OA}}-\overline{\mathrm{MA}}=8-5=3(\mathrm{cm})$

따라서 △OCM에서

$x=\sqrt{8^2-3^2}=\sqrt{55}$

(2) $\overline{\mathrm{AM}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}}=\frac{1}{2}\times8\sqrt{6}=4\sqrt{6}(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{OC}}=\overline{\mathrm{OA}}=x\,\mathrm{cm}$이므로

$\overline{\mathrm{OM}}=\overline{\mathrm{OC}}-\overline{\mathrm{MC}}=x-6(\mathrm{cm})$

따라서 △OMA에서 $(x-6)^2+(4\sqrt{6})^2=x^2$

$12x=132$ $\quad\therefore x=11$

2-1 10

$\overline{\mathrm{BM}}=\overline{\mathrm{AM}}=8\,\mathrm{cm}$

$\overline{\mathrm{OC}}=\overline{\mathrm{OB}}=x\,\mathrm{cm}$(반지름)이므로

$\overline{\mathrm{OM}}=\overline{\mathrm{OC}}-\overline{\mathrm{MC}}=x-4(\mathrm{cm})$

따라서 △OMB에서

$8^2+(x-4)^2=x^2$

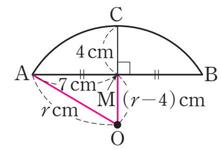
$8x=80$ $\quad\therefore x=10$

필수 문제 3 $r-8$, $r-8$, 16, 13, 13

3-1 (1) $\frac{65}{8}$ cm (2) $\frac{15}{2}$ cm

(1) 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라고 하면 $\overline{\mathrm{CM}}$의 연장선은 점 O를 지난다.

원 O의 반지름의 길이를 $r\,\mathrm{cm}$라고 하면



$\overline{\mathrm{OA}}=r\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{OM}}=(r-4)\,\mathrm{cm}$이므로

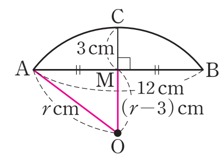
△OMA에서 $7^2+(r-4)^2=r^2$

$8r=65$ $\quad\therefore r=\frac{65}{8}$

따라서 원의 반지름의 길이는 $\frac{65}{8}$ cm이다.

(2) 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라고 하면 $\overline{\mathrm{CM}}$의 연장선은 점 O를 지난다.

원 O의 반지름의 길이를 $r\,\mathrm{cm}$라고 하면



$\overline{\mathrm{OA}}=r\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{OM}}=(r-3)\,\mathrm{cm}$이고

$\overline{\mathrm{AM}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}}=\frac{1}{2}\times12=6(\mathrm{cm})$이므로

△OMA에서 $6^2+(r-3)^2=r^2$

$6r=45$ $\quad\therefore r=\frac{15}{2}$

따라서 원의 반지름의 길이는 $\frac{15}{2}$ cm이다.

P. 46

개념 확인 ONC, $\overline{\mathrm{OC}}$, $\overline{\mathrm{ON}}$, $\overline{\mathrm{CN}}$, $\overline{\mathrm{CD}}$

필수 문제 4 (1) 3 (2) 14

(1) $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{CD}}=4\,\mathrm{cm}$이므로

$\overline{\mathrm{ON}}=\overline{\mathrm{OM}}=3\,\mathrm{cm}$ $\quad\therefore x=3$

(2) $\overline{\mathrm{AB}}=2\overline{\mathrm{AM}}=2\times7=14(\mathrm{cm})$

이때 $\overline{\mathrm{OM}}=\overline{\mathrm{ON}}$이므로

$\overline{\mathrm{CD}}=\overline{\mathrm{AB}}=14\,\mathrm{cm}$ $\quad\therefore x=14$

4-1 12 cm

$\overline{\mathrm{AM}}=\overline{\mathrm{BM}}=9\,\mathrm{cm}$이므로

△OMA에서

$\overline{\mathrm{OM}}=\sqrt{15^2-9^2}=12(\mathrm{cm})$

이때 $\overline{\mathrm{AB}}=2\overline{\mathrm{BM}}=2\times9=18(\mathrm{cm})$, 즉 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{CD}}$이므로

$\overline{\mathrm{ON}}=\overline{\mathrm{OM}}=12\,\mathrm{cm}$

필수 문제 5 $50°$

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

즉, $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\frac{1}{2}\times(180°-80°)=50°$

5-1 $40°$

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

즉, $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\angle ACB=\angle ABC=70°$

$\therefore \angle BAC=180°-(70°+70°)=40°$

STEP **1** 쏙쏙 개념 익히기 P. 47~48

1	13 cm	**2**	①	**3**	$8\sqrt{10}$ cm	**4**	8 cm
5	15 cm	**6**	8 cm	**7**	48 cm^2	**8**	$20\sqrt{3}$ cm
9	$7\sqrt{3}$ cm						

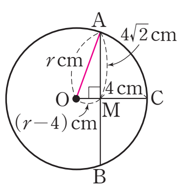
1 $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times24=12(cm)$

따라서 $\triangle OAM$에서

$\overline{OA}=\sqrt{12^2+5^2}=13(cm)$

2 $\overline{AM}=\overline{BM}=4\sqrt{2}$ cm

오른쪽 그림과 같이 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면



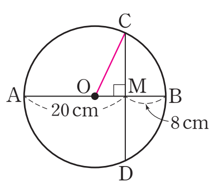
$\overline{OA}=r$ cm, $\overline{OM}=(r-4)$ cm이므로

$\triangle OMA$에서 $(r-4)^2+(4\sqrt{2})^2=r^2$

$8r=48$ $\quad\therefore r=6$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 6 cm이다.

3 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면



$\overline{OC}=\overline{OA}=\frac{1}{2}\overline{AB}$

$=\frac{1}{2}\times(20+8)=14(cm)$

$\overline{OM}=\overline{AM}-\overline{OA}=20-14=6(cm)$

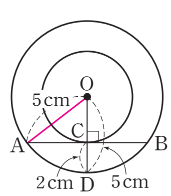
따라서 $\triangle OMC$에서

$\overline{CM}=\sqrt{14^2-6^2}=4\sqrt{10}(cm)$

$\therefore \overline{CD}=2\overline{CM}=2\times4\sqrt{10}=8\sqrt{10}(cm)$

4 $\overline{AB}$가 작은 원의 접선이므로 $\angle OCA=90°$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



$\overline{OA}=\overline{OD}=5$ cm(큰 원의 반지름)이고

$\overline{OC}=\overline{OD}-\overline{CD}$

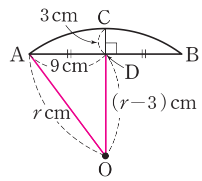
$=5-2=3(cm)$

따라서 $\triangle OAC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{5^2-3^2}=4(cm)$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AC}=2\times4=8(cm)$

5 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라고 하면 $\overline{CD}$의 연장선은 점 O를 지난다.



원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$\overline{OA}=r$ cm, $\overline{OD}=(r-3)$ cm이므로

$\triangle ODA$에서 $9^2+(r-3)^2=r^2$

$6r=90$ $\quad\therefore r=15$

따라서 원의 반지름의 길이는 15 cm이다.

6 $\triangle OMA$에서

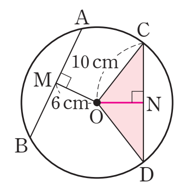
$\overline{AM}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-2^2}=4(cm)$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times4=8(cm)$

이때 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로

$\overline{CD}=\overline{AB}=8$ cm

7 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 N이라고 하면



$\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\overline{ON}=\overline{OM}=6$ cm

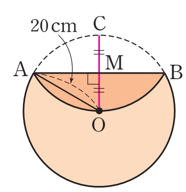
따라서 $\triangle ONC$에서

$\overline{CN}=\sqrt{10^2-6^2}=8(cm)$이므로

$\overline{CD}=2\overline{CN}=2\times8=16(cm)$

$\therefore \triangle ODC=\frac{1}{2}\times16\times6=48(cm^2)$

8 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하고, $\overline{OM}$의 연장선과 원 O의 교점을 C라고 하면



$\overline{OC}=\overline{OA}=20$ cm(반지름)이므로

$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OC}$

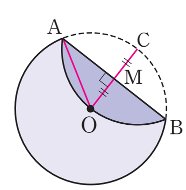
$=\frac{1}{2}\times20=10(cm)$

따라서 $\triangle OMA$에서

$\overline{AM}=\sqrt{20^2-10^2}=10\sqrt{3}(cm)$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times10\sqrt{3}=20\sqrt{3}(cm)$

9 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하고, $\overline{OM}$의 연장선과 원 O의 교점을 C라고 하면 원 O의 반지름의 길이가



$\frac{1}{2}\times14=7(cm)$이므로

$\overline{OA}=\overline{OC}=7\,\text{cm}$

$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OC}=\frac{1}{2}\times 7=\frac{7}{2}(\text{cm})$

따라서 $\triangle OMA$에서

$\overline{AM}=\sqrt{7^2-\left(\frac{7}{2}\right)^2}=\frac{7\sqrt{3}}{2}(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times\frac{7\sqrt{3}}{2}=7\sqrt{3}(\text{cm})$

02 원의 접선

P. 49~50

개념 확인 90, $\overline{OP}$, $\overline{OB}$, $\overline{PB}$

필수 문제 1 (1) 50° (2) 55°

(1) $\angle PAO=\angle PBO=90°$이므로

□APBO에서

$\angle x=360°-(90°+130°+90°)=50°$

(2) $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle PBA$는 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \angle x=\frac{1}{2}\times(180°-70°)=55°$

1-1 (1) 134° (2) 44°

(1) $\angle OAP=\angle OBP=90°$이므로

□AOBP에서

$\angle x=360°-(90°+46°+90°)=134°$

(2) $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle PAB$는 이등변삼각형이다.

따라서 $\angle PAB=\angle PBA=68°$이므로

$\angle x=180°-(68°+68°)=44°$

필수 문제 2 $2\sqrt{21}$ cm

$\overline{OC}=\overline{OA}=4\,\text{cm}$(반지름)이므로

$\overline{OP}=\overline{PC}+\overline{OC}=6+4=10(\text{cm})$

$\angle PAO=90°$이므로 $\triangle PAO$에서

$\overline{PA}=\sqrt{10^2-4^2}=2\sqrt{21}(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{PB}=\overline{PA}=2\sqrt{21}\,\text{cm}$

2-1 5 cm

$\overline{OB}=x\,\text{cm}$라고 하면 $\overline{OC}=\overline{OB}=x\,\text{cm}$(반지름)

$\overline{PB}=\overline{PA}=12\,\text{cm}$, $\angle PBO=90°$이므로

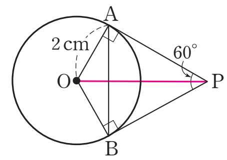
$\triangle PBO$에서 $12^2+x^2=(x+8)^2$

$16x=80 \qquad \therefore\ x=5$

따라서 $\overline{OB}$의 길이는 5 cm이다.

2-2 (1) $2\sqrt{3}$ cm (2) $2\sqrt{3}$ cm

(1) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$를 그으면



$\triangle PAO\equiv\triangle PBO$(RHS 합동)이므로

$\angle APO=\angle BPO=\frac{1}{2}\angle APB$

$=\frac{1}{2}\times 60°=30°$

따라서 $\triangle PAO$에서

$\overline{PA}=\frac{\overline{OA}}{\tan 30°}=2\times\frac{3}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

(2) $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle PAB$는 이등변삼각형이다.

이때 $\angle APB=60°$이므로

$\angle PAB=\angle PBA=\frac{1}{2}\times(180°-60°)=60°$

따라서 $\triangle PAB$는 정삼각형이므로

$\overline{AB}=\overline{PA}=2\sqrt{3}\,\text{cm}$

필수 문제 3 11 cm

$\overline{BD}=x\,\text{cm}$라고 하면

$\overline{BF}=\overline{BD}=x\,\text{cm}$, $\overline{CE}=\overline{CF}=(5-x)\,\text{cm}$

이때 $\overline{AD}=\overline{AE}$이므로 $9+x=8+(5-x)$

$2x=4 \qquad \therefore\ x=2$

$\therefore\ \overline{AD}=\overline{AB}+\overline{BD}=9+2=11(\text{cm})$

다른 풀이

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}=\overline{AD}+\overline{AE}=2\overline{AD}$이므로

$9+5+8=2\overline{AD} \qquad \therefore\ \overline{AD}=11(\text{cm})$

3-1 6 cm

$\overline{CF}=\overline{CE}=\overline{AE}-\overline{AC}=12-8=4(\text{cm})$

$\overline{AD}=\overline{AE}=12\,\text{cm}$이므로

$\overline{BF}=\overline{BD}=\overline{AD}-\overline{AB}=12-10=2(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{BC}=\overline{BF}+\overline{CF}=2+4=6(\text{cm})$

다른 풀이

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}=\overline{AD}+\overline{AE}=2\overline{AE}$이므로

$10+\overline{BC}+8=2\times 12 \qquad \therefore\ \overline{BC}=6(\text{cm})$

P. 51

필수 문제 4 (1) 15 cm (2) 3 cm

(1) $2(\overline{AD}+\overline{BE}+\overline{CF})=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

$=8+12+10=30(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AD}+\overline{BE}+\overline{CF}=\frac{1}{2}\times 30=15(\text{cm})$

(2) $\overline{AD}=x\,\text{cm}$라고 하면 $\overline{AF}=\overline{AD}=x\,\text{cm}$

$\overline{BE}=\overline{BD}=(8-x)\,\text{cm}$, $\overline{CE}=\overline{CF}=(10-x)\,\text{cm}$

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$이므로 $12=(8-x)+(10-x)$

$2x=6$ $\quad\therefore x=3$

따라서 $\overline{AD}$의 길이는 3 cm이다.

4-1 **3 cm**

$\overline{BE}=\overline{BD}=5$ cm이므로

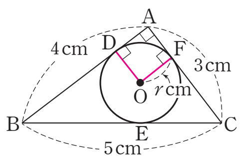
$\overline{CF}=\overline{CE}=\overline{BC}-\overline{BE}=9-5=4(\text{cm})$

$\therefore \overline{AD}=\overline{AF}=7-4=3(\text{cm})$

필수 문제 5 **1 cm**

$\triangle$ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{4^2+3^2}=5(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면 □ADOF는 정사각형이므로



$\overline{AD}=\overline{AF}=r$ cm,

$\overline{BE}=\overline{BD}=(4-r)$ cm,

$\overline{CE}=\overline{CF}=(3-r)$ cm

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$이므로 $5=(4-r)+(3-r)$

$2r=2$ $\quad\therefore r=1$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 1 cm이다.

다른 풀이

$\triangle$ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{4^2+3^2}=5(\text{cm})$이므로

원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times3=6(\text{cm}^2)$에서

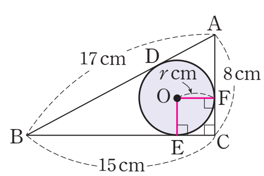
$\frac{1}{2}\times r\times(4+5+3)=6$, $6r=6$ $\quad\therefore r=1$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 1 cm이다.

5-1 **9π cm^2**

$\triangle$ABC에서 $\overline{AC}=\sqrt{17^2-15^2}=8(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면 □OECF는 정사각형이므로



$\overline{CE}=\overline{CF}=r$ cm,

$\overline{AD}=\overline{AF}=(8-r)$ cm, $\overline{BD}=\overline{BE}=(15-r)$ cm

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로 $17=(8-r)+(15-r)$

$2r=6$ $\quad\therefore r=3$

$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times3^2=9\pi(\text{cm}^2)$

P. 52

필수 문제 6 **8**

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$x+6=5+9$ $\quad\therefore x=8$

6-1 **2**

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$10+8=(4+x)+12$ $\quad\therefore x=2$

다른 풀이

$\overline{AP}=\overline{AS}=4$ cm,

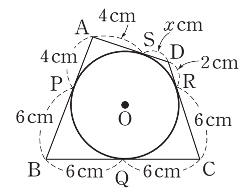
$\overline{BQ}=\overline{BP}=10-4=6(\text{cm})$,

$\overline{CR}=\overline{CQ}=12-6=6(\text{cm})$

이므로

$\overline{DS}=\overline{DR}=8-6=2(\text{cm})$

$\therefore x=2$



필수 문제 7 **6 cm**

$\triangle$DEC에서 $\overline{CE}=\sqrt{5^2-4^2}=3(\text{cm})$

$\overline{AD}=x$ cm라고 하면 $\overline{BC}=\overline{AD}=x$ cm이므로

$\overline{BE}=(x-3)$ cm

또 $\overline{AB}=\overline{CD}=4$ cm이고 □ABED가 원 O에 외접하므로

$\overline{AB}+\overline{DE}=\overline{AD}+\overline{BE}$에서 $4+5=x+(x-3)$

$2x=12$ $\quad\therefore x=6$

따라서 $\overline{AD}$의 길이는 6 cm이다.

7-1 **4 cm**

$\triangle$ABE에서 $\overline{BE}=\sqrt{8^2+6^2}=10(\text{cm})$

$\overline{DE}=x$ cm라고 하면 $\overline{BC}=\overline{AD}=(8+x)$ cm

또 $\overline{CD}=\overline{AB}=6$ cm이고 □EBCD가 원 O에 외접하므로

$\overline{BE}+\overline{CD}=\overline{DE}+\overline{BC}$에서 $10+6=x+(8+x)$

$2x=8$ $\quad\therefore x=4$

따라서 $\overline{DE}$의 길이는 4 cm이다.

STEP 1 쏙쏙 개념 익히기 P. 53~54

1	$32°$	**2**	⑤	**3**	6			
4	(1) 10 (2) 2			**5**	26 cm	**6**	42 cm	
7	20 cm	**8**	$6\sqrt{6}$ cm	**9**	$10\sqrt{2}$ cm			

1 $\angle PAC=90°$이므로

$\angle PAB=90°-16°=74°$

이때 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle$PAB는 이등변삼각형이다.

따라서 $\angle PBA=\angle PAB=74°$이므로

$\angle x=180°-(74°+74°)=32°$

2 ① $\overline{PA}=\overline{PB}=6$ cm

② $\triangle$PAO와 $\triangle$PBO에서

$\angle PAO=\angle PBO=90°$, $\overline{OP}$는 공통, $\overline{OA}=\overline{OB}$(반지름)

이므로 $\triangle PAO\equiv\triangle PBO$(RHS 합동)

③ △PAO≡△PBO이므로

$\angle AOP=\angle BOP=\frac{1}{2}\angle AOB$

$=\frac{1}{2}\times 120°=60°$

따라서 △PAO에서

$\angle APO=180°-(90+60°)=30°$

④ △PBO에서

$\overline{OP}=\frac{\overline{PB}}{\cos 30°}=6\times\frac{2}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

⑤ △PBO에서

$\overline{OB}=\overline{PB}\tan 30°=6\times\frac{\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

∴ (색칠한 부분의 넓이)$=\pi\times(2\sqrt{3})^2\times\frac{120}{360}$

$=4\pi(\text{cm}^2)$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

3 $\overline{CE}=\overline{CA}=3\,\text{cm}$이므로

$\overline{DB}=\overline{DE}=\overline{CD}-\overline{CE}=5-3=2(\text{cm})$

이때 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로

$x+3=7+2 \quad \therefore x=6$

다른 풀이

$\overline{PC}+\overline{CD}+\overline{PD}=\overline{PA}+\overline{PB}=2\overline{PA}$이므로

$x+5+7=2(x+3) \quad \therefore x=6$

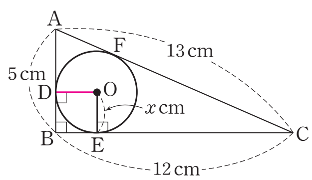
4 (1) $\overline{AF}=\overline{AD}=\overline{AB}-\overline{BD}=10-6=4(\text{cm})$이므로

$\overline{CE}=\overline{CF}=\overline{AC}-\overline{AF}=8-4=4(\text{cm})$

이때 $\overline{BE}=\overline{BD}=6\,\text{cm}$이고

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$이므로 $x=6+4=10$

(2) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$를 그으면 □ODBE는 정사각형이므로



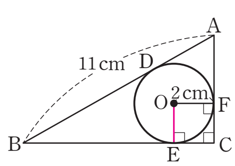
$\overline{BE}=\overline{BD}=\overline{OE}=x\,\text{cm}$,

$\overline{AF}=\overline{AD}=(5-x)\,\text{cm}$, $\overline{CF}=\overline{CE}=(12-x)\,\text{cm}$

$\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}$이므로 $13=(5-x)+(12-x)$

$2x=4 \quad \therefore x=2$

5 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OE}$를 그으면



□OECF는 정사각형이므로

$\overline{CE}=\overline{CF}=\overline{OF}=2\,\text{cm}$

이때 $\overline{AF}=\overline{AD}$, $\overline{BE}=\overline{BD}$이므로

$\overline{AF}+\overline{BE}=\overline{AD}+\overline{BD}=\overline{AB}=11\,\text{cm}$

∴ (△ABC의 둘레의 길이)

$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

$=\overline{AB}+(\overline{BE}+\overline{CE})+(\overline{CF}+\overline{AF})$

$=\overline{AB}+(\overline{AF}+\overline{BE})+\overline{CE}+\overline{CF}$

$=11+11+2+2=26(\text{cm})$

6 $\overline{DR}=\overline{DS}=4\,\text{cm}$이므로

$\overline{CD}=\overline{CR}+\overline{DR}=6+4=10(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}+\overline{CD}=11+10=21(\text{cm})$

이때 □ABCD가 원 O에 외접하므로

$\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}=21\,\text{cm}$

∴ (□ABCD의 둘레의 길이)$=(\overline{AB}+\overline{CD})+(\overline{AD}+\overline{BC})$

$=21+21=42(\text{cm})$

7 $\overline{AB}=\overline{CD}=15\,\text{cm}$

$\overline{BC}=x\,\text{cm}$라고 하면 □ABCE가 원 O에 외접하므로

$\overline{AB}+\overline{CE}=\overline{AE}+\overline{BC}$에서

$15+\overline{CE}=12+x \qquad \therefore \overline{CE}=x-3(\text{cm})$

$\overline{AD}=\overline{BC}=x\,\text{cm}$이므로

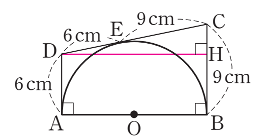
$\overline{DE}=(x-12)\,\text{cm}$

△ECD에서 $(x-12)^2+15^2=(x-3)^2$

$18x=360 \qquad \therefore x=20$

따라서 $\overline{BC}$의 길이는 20 cm이다.

8 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 $\overline{BH}=\overline{AD}=6\,\text{cm}$이므로



$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=9-6=3(\text{cm})$

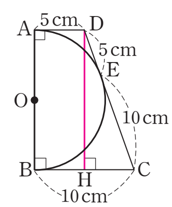
또 $\overline{CE}=\overline{CB}=9\,\text{cm}$, $\overline{DE}=\overline{DA}=6\,\text{cm}$이므로

$\overline{CD}=\overline{CE}+\overline{DE}=9+6=15(\text{cm})$

따라서 △DHC에서 $\overline{DH}=\sqrt{15^2-3^2}=6\sqrt{6}(\text{cm})$이므로

$\overline{AB}=\overline{DH}=6\sqrt{6}\,\text{cm}$

9 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 $\overline{BH}=\overline{AD}=5\,\text{cm}$이므로



$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=10-5=5(\text{cm})$

또 $\overline{CE}=\overline{CB}=10\,\text{cm}$, $\overline{DE}=\overline{DA}=5\,\text{cm}$이므로

$\overline{CD}=\overline{CE}+\overline{DE}=10+5=15(\text{cm})$

따라서 △DHC에서 $\overline{DH}=\sqrt{15^2-5^2}=10\sqrt{2}(\text{cm})$이므로

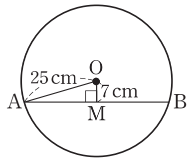
$\overline{AB}=\overline{DH}=10\sqrt{2}\,\text{cm}$

STEP 2 탄탄 단원 다지기 P. 55~57

1	⑤	**2**	⑤	**3**	③	**4**	⑤
5	$48\pi\,\text{cm}^2$			**6**	$x=3\sqrt{3}$, $y=3$		
7	$4\sqrt{14}\,\text{cm}$			**8**	④	**9**	5 cm
10	①						
11	$(36\sqrt{3}-12\pi)\,\text{cm}^2$	**12**	8 cm	**13**	④	**14**	16 cm
15	③	**16**	$x=5$, $y=8$	**17**	③	**18**	18 cm

1 ⑤ 원 밖의 한 점에서 그 원에 그을 수 있는 접선은 2개이다.

2 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 현 AB에 내린 수선의 발을 M이라고 하면



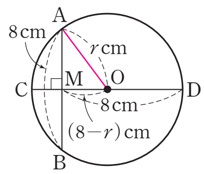
$\overline{OA}=25\,\text{cm}$, $\overline{OM}=7\,\text{cm}$이므로

$\triangle OAM$에서

$\overline{AM}=\sqrt{25^2-7^2}=24(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times 24=48(\text{cm})$

3 오른쪽 그림과 같이 원 O의 반지름의 길이를 $r\,\text{cm}$라고 하면



$\overline{OA}=\overline{OD}=r\,\text{cm}$, $\overline{OM}=(8-r)\,\text{cm}$

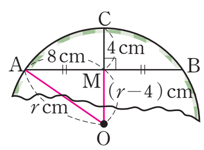
$\overline{AM}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}\times 8=4(\text{cm})$이므로

$\triangle OAM$에서 $(8-r)^2+4^2=r^2$

$16r=80 \qquad \therefore\ r=5$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 5 cm이다.

4 오른쪽 그림과 같이 깨지기 전 원 모양의 접시의 중심을 O라고 하면 $\overline{CM}$의 연장선은 점 O를 지난다.



원 O의 반지름의 길이를 $r\,\text{cm}$라고 하면

$\overline{OA}=r\,\text{cm}$, $\overline{OM}=(r-4)\,\text{cm}$이므로

$\triangle OMA$에서 $8^2+(r-4)^2=r^2$

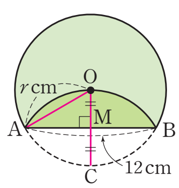
$8r=80 \qquad \therefore\ r=10$

따라서 깨지기 전 이 접시의 반지름의 길이는 10 cm이므로

(깨지기 전 접시의 둘레의 길이)$=2\pi\times 10$

$=20\pi(\text{cm})$

5 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M, $\overline{OM}$의 연장선과 원 O의 교점을 C라 하고 원 O의 반지름의 길이를 $r\,\text{cm}$라고 하면



$\overline{OA}=r\,\text{cm}$, $\overline{OM}=\dfrac{1}{2}\overline{OC}=\dfrac{r}{2}(\text{cm})$

$\overline{AM}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}\times 12=6(\text{cm})$이므로

$\triangle OAM$에서 $6^2+\left(\dfrac{r}{2}\right)^2=r^2$

$3r^2=144$, $r^2=48 \qquad \therefore\ r=4\sqrt{3}\ (\because\ r>0)$

$\therefore$ (처음 종이의 넓이)$=\pi\times(4\sqrt{3})^2=48\pi(\text{cm}^2)$

6 $\triangle ODN$에서 $\overline{DN}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}$이므로

$\overline{CN}=\overline{DN}=3\sqrt{3} \qquad \therefore\ x=3\sqrt{3}$

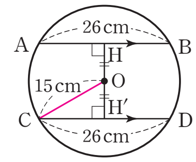
$\therefore\ \overline{CD}=2\overline{CN}=2\times 3\sqrt{3}=6\sqrt{3}$

따라서 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로

$\overline{OM}=\overline{ON}=3 \qquad \therefore\ y=3$

7 $\overline{AB}=\overline{CD}=26\,\text{cm}$이므로 $\overline{OH}=\overline{OH'}$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면



$\overline{OC}=\dfrac{1}{2}\times 30=15(\text{cm})$이고

$\overline{CH'}=\dfrac{1}{2}\overline{CD}=\dfrac{1}{2}\times 26=13(\text{cm})$

이므로 $\triangle OCH'$에서

$\overline{OH'}=\sqrt{15^2-13^2}=2\sqrt{14}(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{HH'}=2\overline{OH'}=2\times 2\sqrt{14}=4\sqrt{14}(\text{cm})$

8 $\square AMON$에서

$\angle MAN=360^\circ-(90^\circ+130^\circ+90^\circ)=50^\circ$

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

즉, $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\angle ACB=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$

9 원 O에서 $\overline{BC}=\overline{AB}=9\,\text{cm}$

원 O′에서 $\overline{PB}=\overline{PD}=4\,\text{cm}$

$\therefore\ \overline{PC}=\overline{BC}-\overline{PB}=9-4=5(\text{cm})$

10 $\overline{OC}=\overline{OA}=4\,\text{cm}$(반지름)이므로

$\overline{OP}=\overline{OC}+\overline{PC}=4+2=6(\text{cm})$

$\angle PAO=90^\circ$이므로 $\triangle PAO$에서

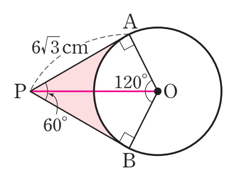
$\overline{PA}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{PB}=\overline{PA}=2\sqrt{5}\,\text{cm}$

11 $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로 $\square APBO$에서

$\angle AOB=360^\circ-(90^\circ+60^\circ+90^\circ)=120^\circ$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$를 그으면



$\triangle PAO\equiv\triangle PBO$(RHS 합동)

이므로

$\angle APO=\angle BPO=\dfrac{1}{2}\angle APB$

$=\dfrac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$

따라서 $\triangle PAO$에서

$\overline{OA}=\overline{PA}\tan 30^\circ=6\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=6(\text{cm})$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=\square APBO-$(부채꼴 AOB의 넓이)

$=2\triangle PAO-$(부채꼴 AOB의 넓이)

$=2\times\left(\dfrac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 6\right)-\pi\times 6^2\times\dfrac{120}{360}$

$=36\sqrt{3}-12\pi(\text{cm}^2)$

12 $\triangle CPD$에서 $\overline{CD}=\sqrt{20^2-16^2}=12(\text{cm})$

$\overline{BD}=x\,\text{cm}$라고 하면

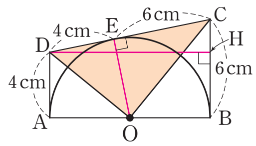
$\overline{DE}=\overline{DB}=x\,\text{cm}$, $\overline{CA}=\overline{CE}=(12-x)\,\text{cm}$

이때 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $20+(12-x)=16+x$

$2x=16 \qquad \therefore\ x=8$

따라서 $\overline{BD}$의 길이는 8 cm이다.

13 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{HB}=\overline{DA}=4\,\text{cm}$이므로

$\overline{CH}=\overline{CB}-\overline{HB}=6-4=2(\text{cm})$

또 $\overline{CE}=\overline{CB}=6\,\text{cm}$, $\overline{DE}=\overline{DA}=4\,\text{cm}$이므로

$\overline{CD}=\overline{CE}+\overline{DE}=6+4=10(\text{cm})$

따라서 $\triangle DHC$에서

$\overline{DH}=\sqrt{10^2-2^2}=4\sqrt{6}(\text{cm})$

즉, $\overline{AB}=\overline{DH}=4\sqrt{6}\,\text{cm}$이므로 $\overline{OE}$를 그으면

$\overline{OE}=\overline{OA}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{6}=2\sqrt{6}(\text{cm})$

이때 $\overline{OE}\perp\overline{CD}$이므로

$\triangle DOC=\frac{1}{2}\times\overline{CD}\times\overline{OE}=\frac{1}{2}\times10\times2\sqrt{6}=10\sqrt{6}(\text{cm}^2)$

14 $\overline{BP}=\overline{BQ}=x\,\text{cm}$라고 하면

$\overline{AR}=\overline{AP}=(15-x)\,\text{cm}$, $\overline{CR}=\overline{CQ}=(13-x)\,\text{cm}$

이때 $\overline{AC}=\overline{AR}+\overline{CR}$이므로 $12=(15-x)+(13-x)$

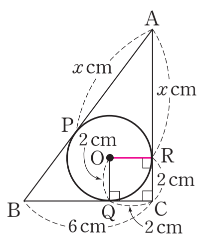
$2x=16$ $\quad\therefore x=8$

$\therefore$ ($\triangle DBE$의 둘레의 길이)$=\overline{DB}+\overline{BE}+\overline{DE}$

$=\overline{BP}+\overline{BQ}=2\overline{BP}$

$=2\times8=16(\text{cm})$

15 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OR}$를 그으면 □OQCR는 정사각형이므로



$\overline{CQ}=\overline{CR}=\overline{OQ}=2\,\text{cm}$

$\overline{BP}=\overline{BQ}=6-2=4(\text{cm})$

$\overline{AP}=\overline{AR}=x\,\text{cm}$라고 하면

$\overline{AB}=(x+4)\,\text{cm}$,

$\overline{AC}=(x+2)\,\text{cm}$이므로

$\triangle ABC$에서

$6^2+(x+2)^2=(x+4)^2$

$4x=24$ $\quad\therefore x=6$

$\therefore \overline{AB}+\overline{AC}=(x+4)+(x+2)$

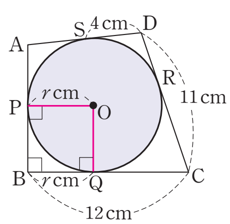
$=(6+4)+(6+2)=18(\text{cm})$

16 □ABCD의 둘레의 길이가 24 cm이므로

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}=\frac{1}{2}\times24=12(\text{cm})$

따라서 $7+x=12$, $4+y=12$이므로 $x=5$, $y=8$

17 오른쪽 그림과 같이 원 O의 반지름의 길이를 $r\,\text{cm}$라고 하면 □PBQO는 정사각형이므로



$\overline{BQ}=\overline{OP}=r\,\text{cm}$

또 $\overline{DR}=\overline{DS}=4\,\text{cm}$이므로

$\overline{CQ}=\overline{CR}=11-4=7(\text{cm})$

이때 $\overline{BC}=\overline{BQ}+\overline{CQ}$이므로 $12=r+7$ $\quad\therefore r=5$

$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times5^2=25\pi(\text{cm}^2)$

18 $\overline{AE}=x\,\text{cm}$라고 하면 □AECD가 원 O에 외접하므로

$\overline{AE}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{CE}$에서

$x+6=9+\overline{CE}$ $\quad\therefore \overline{CE}=x-3(\text{cm})$

$\overline{BC}=\overline{AD}=9\,\text{cm}$이므로

$\overline{BE}=\overline{BC}-\overline{CE}=9-(x-3)=12-x(\text{cm})$

또 $\overline{AB}=\overline{CD}=6\,\text{cm}$이므로

($\triangle ABE$의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BE}+\overline{AE}$

$=6+(12-x)+x=18(\text{cm})$

다른 풀이

$\overline{DQ}=\overline{CQ}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times6=3(\text{cm})$이므로

$\overline{DR}=\overline{DQ}=3\,\text{cm}$, $\overline{CP}=\overline{CQ}=3\,\text{cm}$

$\therefore \overline{AS}=\overline{AR}=\overline{AD}-\overline{DR}=9-3=6(\text{cm})$

$\overline{ES}=x\,\text{cm}$라고 하면 $\overline{EP}=\overline{ES}=x\,\text{cm}$이므로

$\overline{AE}=(6+x)\,\text{cm}$

$\overline{BC}=\overline{AD}=9\,\text{cm}$이고 $\overline{CE}=(x+3)\,\text{cm}$이므로

$\overline{BE}=\overline{BC}-\overline{CE}=9-(x+3)=6-x(\text{cm})$

$\therefore$ ($\triangle ABE$의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BE}+\overline{AE}$

$=6+(6-x)+(6+x)$

$=18(\text{cm})$

STEP 3 쓱쓱 서술형 완성하기 P. 58~59

〈과정은 풀이 참조〉

따라 해보자 유제 1 $16\pi\,\text{cm}^2$ 유제 2 $(60-9\pi)\,\text{cm}^2$

연습해 보자 **1** $6\sqrt{3}\,\text{cm}$ **2** $625\pi\,\text{cm}^2$

3 $30\,\text{cm}$ **4** $(12+4\sqrt{2})\,\text{cm}$

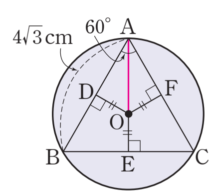
따라 해보자

유제 1 1단계 $\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{AC}$

즉, $\triangle ABC$는 정삼각형이므로

$\angle BAC=60^\circ$

2단계 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



$\triangle OAD\equiv\triangle OAF$

(RHS 합동)

이므로

$\angle OAD=\angle OAF=\frac{1}{2}\angle BAC$

$=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$

이때 $\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}=2\sqrt{3}(\text{cm})$이므로

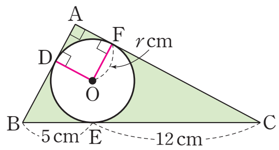
$\triangle OAD$에서

$\overline{OA}=\frac{\overline{AD}}{\cos 30^\circ}=2\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=4(\text{cm})$

3단계 $\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times4^2=16\pi(\text{cm}^2)$

채점 기준		
1단계	∠BAC의 크기 구하기	⋯ 30 %
2단계	원 O의 반지름의 길이 구하기	⋯ 50 %
3단계	원 O의 넓이 구하기	⋯ 20 %

유제 2 (1단계) 오른쪽 그림과 같이 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면 □ADOF는 정사각형이므로



$\overline{AD}=\overline{AF}=r$ cm

$\overline{BD}=\overline{BE}=5$ cm, $\overline{CF}=\overline{CE}=12$ cm이므로

△ABC에서 $(r+5)^2+(r+12)^2=(5+12)^2$

(2단계) $2r^2+34r-120=0$, $r^2+17r-60=0$

$(r+20)(r-3)=0 \quad \therefore r=3\ (\because r>0)$

(3단계) ∴ (색칠한 부분의 넓이)

$=$△ABC$-$(원 O의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times(3+5)\times(3+12)-\pi\times3^2$

$=60-9\pi(\mathrm{cm}^2)$

채점 기준		
1단계	원 O의 반지름의 길이를 구하는 식 세우기	⋯ 40 %
2단계	원 O의 반지름의 길이 구하기	⋯ 30 %
3단계	색칠한 부분의 넓이 구하기	⋯ 30 %

연습해 보자

1 (1단계) △ODB에서

$\overline{BD}=\sqrt{9^2-3^2}=6\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

이때 $\overline{AB}\perp\overline{OC}$이므로 $\overline{AD}=\overline{BD}=6\sqrt{2}$ cm

(2단계) 또 $\overline{OC}=\overline{OB}=9$ cm(반지름)이므로

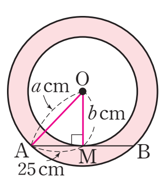
$\overline{CD}=\overline{OC}-\overline{OD}=9-3=6(\mathrm{cm})$

(3단계) 따라서 △ACD에서

$\overline{AC}=\sqrt{6^2+(6\sqrt{2})^2}=6\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

채점 기준		
1단계	$\overline{AD}$의 길이 구하기	⋯ 50 %
2단계	$\overline{CD}$의 길이 구하기	⋯ 20 %
3단계	$\overline{AC}$의 길이 구하기	⋯ 30 %

2 (1단계) 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라고 하면



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times50=25(\mathrm{cm})$

(2단계) 큰 원의 반지름의 길이를 a cm, 작은 원의 반지름의 길이를 b cm라고 하면

△OAM에서 $25^2+b^2=a^2$

$\therefore a^2-b^2=25^2=625$

(3단계) ∴ (색칠한 부분의 넓이)

$=$(큰 원의 넓이)$-$(작은 원의 넓이)

$=\pi a^2-\pi b^2=\pi(a^2-b^2)$

$=625\pi(\mathrm{cm}^2)$

채점 기준		
1단계	$\frac{1}{2}\overline{AB}$의 길이 구하기	⋯ 20 %
2단계	큰 원과 작은 원의 반지름의 길이 사이의 관계식 구하기	⋯ 40 %
3단계	색칠한 부분의 넓이 구하기	⋯ 40 %

3 (1단계) $\overline{OP}=\overline{OT}=8$ cm(반지름)이므로

$\overline{OC}=\overline{OP}+\overline{CP}=8+9=17(\mathrm{cm})$

$\angle OTC=90^\circ$이므로

△CTO에서

$\overline{CT}=\sqrt{17^2-8^2}=15(\mathrm{cm})$

(2단계) $\therefore \overline{CT'}=\overline{CT}=15$ cm

(3단계) 이때 $\overline{AP}=\overline{AT}$, $\overline{BP}=\overline{BT'}$이므로

(△ABC의 둘레의 길이)

$=\overline{AC}+\overline{AB}+\overline{BC}$

$=\overline{AC}+(\overline{AP}+\overline{BP})+\overline{BC}$

$=(\overline{AC}+\overline{AT})+(\overline{BT'}+\overline{BC})$

$=\overline{CT}+\overline{CT'}$

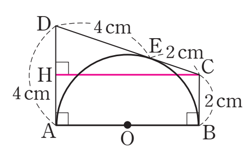
$=15+15=30(\mathrm{cm})$

채점 기준		
1단계	$\overline{CT}$의 길이 구하기	⋯ 30 %
2단계	$\overline{CT'}$의 길이 구하기	⋯ 20 %
3단계	△ABC의 둘레의 길이 구하기	⋯ 50 %

4 (1단계) $\overline{CE}=\overline{CB}=2$ cm이므로

$\overline{AD}=\overline{DE}=\overline{CD}-\overline{CE}=6-2=4(\mathrm{cm})$

(2단계) 오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{AH}=\overline{BC}=2$ cm이므로

$\overline{DH}=\overline{AD}-\overline{AH}=4-2=2(\mathrm{cm})$

따라서 △DHC에서 $\overline{HC}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}(\mathrm{cm})$이므로

$\overline{AB}=\overline{HC}=4\sqrt{2}$ cm

(3단계) ∴ (□ABCD의 둘레의 길이)$=4+4\sqrt{2}+2+6$

$=12+4\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

채점 기준		
1단계	$\overline{AD}$의 길이 구하기	⋯ 30 %
2단계	$\overline{AB}$의 길이 구하기	⋯ 50 %
3단계	□ABCD의 둘레의 길이 구하기	⋯ 20 %

01 원주각

P. 64

필수 문제 1 (1) $60°$ (2) $80°$ (3) $110°$

(1) $\angle x=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times120°=60°$

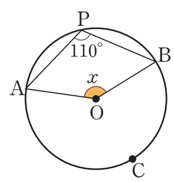
(2) $\angle x=2\angle APB=2\times40°=80°$

(3) $\angle x=2\angle APB=2\times55°=110°$

1-1 $140°$

오른쪽 그림에서 $\overset{\frown}{ACB}$에 대한 중심각 $\angle AOB$(큰 각)의 크기가 $2\times110°=220°$이므로

$\angle x=360°-220°=140°$



P. 65

필수 문제 2 (1) $\angle x=60°$, $\angle y=45°$ (2) $\angle x=35°$, $\angle y=45°$

(1) $\angle x=\angle PBQ=60°$, $\angle y=\angle APB=45°$

(2) $\angle x=\angle APB=35°$, $\angle y=\angle BRC=45°$

2-1 (1) $78°$ (2) $50°$

(1) $\angle AQB=\angle APB=50°$이므로

$\triangle QRB$에서 $\angle x=50°+28°=78°$

(2) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BQ}$를 그으면

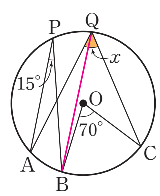
$\angle AQB=\angle APB=15°$

$\angle BQC=\frac{1}{2}\angle BOC$

$=\frac{1}{2}\times70°=35°$

$\therefore\ \angle x=\angle AQB+\angle BQC$

$=15°+35°=50°$



필수 문제 3 (1) $48°$ (2) $34°$

(1) $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle APB=90°$

$\therefore\ \angle x=180°-(90°+42°)=48°$

(2) $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle BCA=90°$

$\therefore\ \angle DCA=\angle BCA-\angle BCD=90°-56°=34°$

$\therefore\ \angle x=\angle DCA=34°$

3-1 $70°$

$\overline{BD}$가 원 O의 지름이므로 $\angle BCD=90°$

따라서 $\triangle BCD$에서 $\angle BDC=180°-(20°+90°)=70°$

$\therefore\ \angle x=\angle BDC=70°$

P. 66

필수 문제 4 (1) 26 (2) 9 (3) 24

(3) 호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례하므로

$8:x=25°:75°\qquad\therefore\ x=24$

4-1 (1) 30 (2) 5 (3) 45

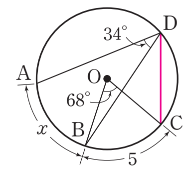
(2) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$를 그으면

$\angle BDC=\frac{1}{2}\angle BOC$

$=\frac{1}{2}\times68°=34°$

따라서 $\angle ADB=\angle BDC$이므로

$x=\overset{\frown}{BC}=5$



(3) $\overline{BD}$가 원 O의 지름이므로 $\angle DCB=90°$

따라서 $\triangle DBC$에서

$\angle DBC=180°-(25°+90°)=65°$

호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례하므로

$9:13=x°:65°\qquad\therefore\ x=45$

필수 문제 5 $\angle x=40°$, $\angle y=60°$, $\angle z=80°$

호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례하므로

$\angle x:\angle y:\angle z=\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CA}=2:3:4$

이때 $\angle x+\angle y+\angle z=180°$이므로

$\angle x=180°\times\frac{2}{2+3+4}=40°$

$\angle y=180°\times\frac{3}{2+3+4}=60°$

$\angle z=180°\times\frac{4}{2+3+4}=80°$

5-1 $20°$

$\angle C:\angle A:\angle B=\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CA}=3:1:5$

따라서 $\triangle ABC$의 가장 작은 내각은 $\angle A$이므로

$\angle A=180°\times\frac{1}{3+1+5}=20°$

STEP 1 쓱쓱 개념 익히기 P. 67~68

1 $\angle x=100°$, $\angle y=80°$ **2** 4 cm^2 **3** $110°$
4 (1) $140°$ (2) $70°$ **5** (1) $35°$ (2) $30°$
6 $54°$ **7** ② **8** $\frac{20}{3}\pi\text{ cm}$ **9** $67°$
10 $64°$

1 $\angle x=\frac{1}{2}\times 200^\circ=100^\circ$

$\widehat{BD}$에 대한 중심각의 크기가 $360^\circ-200^\circ=160^\circ$이므로

$\angle y=\frac{1}{2}\times 160^\circ=80^\circ$

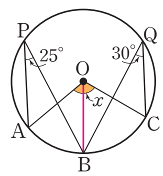
2 $\angle AOB=2\angle APB=2\times 75^\circ=150^\circ$

이때 $\overline{OA}=\overline{OB}=4\,\text{cm}$(반지름)이므로

$\triangle OAB=\frac{1}{2}\times 4\times 4\times \sin(180^\circ-150^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 4\times 4\times \frac{1}{2}=4(\text{cm}^2)$

3 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면



$\angle AOB=2\angle APB=2\times 25^\circ=50^\circ$

$\angle BOC=2\angle BQC=2\times 30^\circ=60^\circ$

$\therefore\ \angle x=\angle AOB+\angle BOC$

$=50^\circ+60^\circ=110^\circ$

4 (1) $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로

□APBO에서

$\angle AOB=360^\circ-(90^\circ+40^\circ+90^\circ)=140^\circ$

(2) $\angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB$

$=\frac{1}{2}\times 140^\circ=70^\circ$

5 (1) $\angle DAC=\angle DBC=50^\circ$이므로

$\triangle APD$에서

$\angle x+50^\circ=85^\circ\qquad \therefore\ \angle x=35^\circ$

(2) $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ACB=90^\circ$

$\angle DCB=\frac{1}{2}\angle DOB$

$=\frac{1}{2}\times 120^\circ=60^\circ$

$\therefore\ \angle x=\angle ACB-\angle DCB$

$=90^\circ-60^\circ=30^\circ$

6 $\angle ACD=\angle ABD=56^\circ$

$\widehat{AB}=\widehat{BC}$이므로

$\angle ADB=\angle BDC=35^\circ$

따라서 $\triangle ACD$에서

$\angle CAD=180^\circ-(35^\circ+35^\circ+56^\circ)=54^\circ$

7 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ACB=90^\circ$

$\triangle ABC$에서

$\angle BAC=180^\circ-(25^\circ+90^\circ)=65^\circ$

호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례하므로

$\widehat{AC}:\widehat{BC}=\angle ABC:\angle BAC$에서

$10:\widehat{BC}=25^\circ:65^\circ$

$\therefore\ \widehat{BC}=26(\text{cm})$

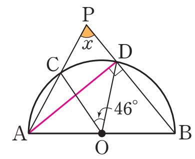
8 $\angle A:\angle B:\angle C=\widehat{BC}:\widehat{AC}:\widehat{AB}=5:4:3$이므로

$\widehat{AC}$에 대한 원주각의 크기는

$\angle B=180^\circ\times\frac{4}{5+4+3}=60^\circ$

$\therefore\ \widehat{AC}=2\pi\times 10\times\frac{60}{180}=\frac{20}{3}\pi(\text{cm})$

9 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\overline{AB}$가 반원 O의 지름이므로

$\angle ADB=90^\circ$이고

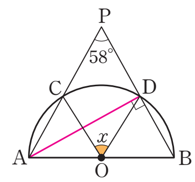
$\angle CAD=\frac{1}{2}\angle COD$

$=\frac{1}{2}\times 46^\circ=23^\circ$

따라서 $\triangle PAD$에서

$\angle x+23^\circ=90^\circ\qquad \therefore\ \angle x=67^\circ$

10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\overline{AB}$가 반원 O의 지름이므로

$\angle ADB=90^\circ$

따라서 $\triangle PAD$에서

$58^\circ+\angle PAD=90^\circ$이므로

$\angle PAD=32^\circ$

$\therefore\ \angle x=2\angle CAD=2\times 32^\circ=64^\circ$

02 원에 내접하는 사각형

P. 69

개념 확인 ㄱ, ㄷ

ㄱ. $\angle CAD=\angle CBD$이므로 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있다.

ㄴ. $\angle BAC\neq\angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있지 않다.

ㄷ. $\triangle DBC$에서

$\angle BDC=180^\circ-(50^\circ+60^\circ)=70^\circ$

즉, $\angle BAC=\angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있다.

따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것은 ㄱ, ㄷ이다.

필수 문제 1 (1) 100° (2) 40°

(1) 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle BDC=\angle BAC=40^\circ$

따라서 $\triangle DEC$에서

$\angle x=40^\circ+60^\circ=100^\circ$

다른 풀이

$\angle ABD=\angle ACD=60^\circ$이므로

$\triangle ABE$에서 $\angle x=40^\circ+60^\circ=100^\circ$

(2) 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle DBC=\angle DAC=70^\circ$

따라서 $\triangle DEB$에서

$\angle x+30^\circ=70^\circ \quad \therefore \angle x=40^\circ$

다른 풀이

$\angle ACB=\angle ADB=30^\circ$이므로

$\triangle AEC$에서

$\angle x+30^\circ=70^\circ \quad \therefore \angle x=40^\circ$

1-1 20°

네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle BDC=\angle BAC=50^\circ$

따라서 $\triangle DEC$에서

$\angle x+50^\circ=70^\circ \quad \therefore \angle x=20^\circ$

1-2 75°

네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면

$\angle ADB=\angle ACB=45^\circ$이어야 하므로

$\angle BDC=\angle ADC-\angle ADB$

$=120^\circ-45^\circ=75^\circ$

$\therefore \angle x=\angle BDC=75^\circ$

P. 70

개념 확인 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, 360, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, 180

필수 문제 2 (1) $\angle x=100^\circ$, $\angle y=70^\circ$
(2) $\angle x=100^\circ$, $\angle y=86^\circ$

(1) $80^\circ+\angle x=180^\circ \quad \therefore \angle x=100^\circ$

$110^\circ+\angle y=180^\circ \quad \therefore \angle y=70^\circ$

(2) $\angle x=\angle DAB=100^\circ$

$\angle y=\angle ADE=86^\circ$

2-1 (1) $\angle x=85^\circ$, $\angle y=95^\circ$
(2) $\angle x=40^\circ$, $\angle y=110^\circ$

(1) $\triangle ABC$에서

$\angle x=180^\circ-(45^\circ+50^\circ)=85^\circ$

$85^\circ+\angle y=180^\circ$이므로

$\angle y=180^\circ-85^\circ=95^\circ$

(2) $\overline{BC}$가 반원 O의 지름이므로

$\angle BAC=90^\circ$

$\square ABCD$에서 $\angle BAD=\angle DCE=130^\circ$이므로

$90^\circ+\angle x=130^\circ \quad \therefore \angle x=40^\circ$

$\triangle ABC$에서 $\angle ABC=180^\circ-(90^\circ+20^\circ)=70^\circ$이므로

$\square ABCD$에서

$70^\circ+\angle y=180^\circ \quad \therefore \angle y=110^\circ$

2-2 65°

$\triangle APB$에서

$30^\circ+\angle PAB=95^\circ \quad \therefore \angle PAB=65^\circ$

$\therefore \angle x=\angle PAB=65^\circ$

다른 풀이

$\square ABCD$가 원에 내접하므로

$\angle ADC+95^\circ=180^\circ \quad \therefore \angle ADC=85^\circ$

따라서 $\triangle PCD$에서

$\angle x=180^\circ-(30^\circ+85^\circ)=65^\circ$

P. 71

필수 문제 3 ①, ④

① $\angle A+\angle C=180^\circ$이므로 $\square ABCD$가 원에 내접한다.

② $\angle BAC+40^\circ=110^\circ \quad \therefore \angle BAC=70^\circ$
즉, $\angle BAC\neq\angle BDC$이므로 $\square ABCD$가 원에 내접하지 않는다.

③ $\angle DAB=180^\circ-75^\circ=105^\circ$
즉, $\angle DAB\neq\angle DCE$이므로 $\square ABCD$가 원에 내접하지 않는다.

④ $\square ABCD$는 등변사다리꼴이므로 마주 보는 두 각의 크기의 합이 180°이다. 따라서 $\square ABCD$가 원에 내접한다.

⑤ $\angle A+\angle C\neq180^\circ$이므로 $\square ABCD$가 원에 내접하지 않는다.

따라서 $\square ABCD$가 원에 내접하는 것은 ①, ④이다.

3-1 ③, ④

③ $\angle BCD=105^\circ$이면
$\angle A+\angle BCD=75^\circ+105^\circ=180^\circ$이므로 $\square ABCD$가 원에 내접한다.

④ $\angle DCE=75^\circ$이면 $\angle DCE=\angle A$이므로 $\square ABCD$가 원에 내접한다.

따라서 $\square ABCD$가 원에 내접하기 위한 조건으로 옳은 것은 ③, ④이다.

3-2 115°

$\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle B=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$

$\square ABCD$가 원에 내접하려면

$\angle B+\angle D=180^\circ$이어야 하므로

$65^\circ+\angle D=180^\circ \quad \therefore \angle D=115^\circ$

STEP 1 쏙쏙 개념 익히기 P. 72~73

1	⑤	**2**	85°	**3**	$\angle x=75^\circ$, $\angle y=150^\circ$
4	$\angle x=64^\circ$, $\angle y=86^\circ$	**5**	105°	**6**	45°
7	65°	**8**	35°	**9**	ㄱ, ㄷ
10	84°				

1 ① $\angle BAC \neq \angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있지 않다.

② $\triangle DPB$에서
$\angle DBC=35^\circ+30^\circ=65^\circ$
즉, $\angle DAC \neq \angle DBC$이므로 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있지 않다.

③ $\angle BDC+80^\circ=110^\circ \quad \therefore \angle BDC=30^\circ$
즉, $\angle BAC \neq \angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있지 않다.

④ $\angle BDC+30^\circ=120^\circ \quad \therefore \angle BDC=90^\circ$
즉, $\angle BAC \neq \angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있지 않다.

⑤ $\angle ABD=180^\circ-(60^\circ+80^\circ)=40^\circ$
즉, $\angle ABD=\angle ACD$이므로 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있다.

따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것은 ⑤이다.

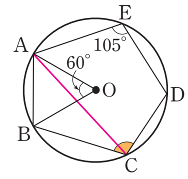
2 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면
$\angle BAC=\angle BDC=50^\circ$, $\angle ADB=\angle ACB=35^\circ$
이어야 한다.
이때 $\triangle ABD$는 $\overline{AB}=\overline{AD}$인 이등변삼각형이므로
$\angle ABD=\angle ADB=35^\circ$
따라서 $\triangle ABP$에서
$\angle x=50^\circ+35^\circ=85^\circ$

3 $\square ABCD$가 원 O에 내접하므로
$\angle x+105^\circ=180^\circ \quad \therefore \angle x=75^\circ$
$\therefore \angle y=2\angle x=2\times 75^\circ=150^\circ$

4 $\triangle APB$에서
$30^\circ+\angle ABP=94^\circ \quad \therefore \angle ABP=64^\circ$
이때 $\square ABCD$가 원에 내접하므로
$\angle x=\angle ABP=64^\circ$
또 $94^\circ+\angle y=180^\circ$이므로 $\angle y=86^\circ$

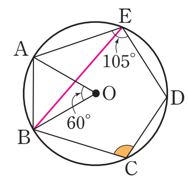
다른 풀이
$\square ABCD$가 원에 내접하므로
$94^\circ+\angle y=180^\circ \quad \therefore \angle y=86^\circ$
따라서 $\triangle DPC$에서
$\angle x=180^\circ-(30^\circ+86^\circ)=64^\circ$

5 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB$
$=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$
$\square ACDE$가 원 O에 내접하므로
$105^\circ+\angle ACD=180^\circ \quad \therefore \angle ACD=75^\circ$
$\therefore \angle BCD=\angle ACB+\angle ACD$
$=30^\circ+75^\circ=105^\circ$

다른 풀이
오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$를 그으면



$\angle AEB=\frac{1}{2}\angle AOB$
$=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$
이므로
$\angle BED=\angle AED-\angle AEB$
$=105^\circ-30^\circ=75^\circ$
$\square BCDE$가 원 O에 내접하므로
$75^\circ+\angle BCD=180^\circ \quad \therefore \angle BCD=105^\circ$

6 $\triangle APD$에서
$\angle PAD+35^\circ=75^\circ \quad \therefore \angle PAD=40^\circ$
$\square ABCD$가 원에 내접하려면
$\angle BAD+\angle BCD=180^\circ$이어야 하므로
$(\angle x+40^\circ)+95^\circ=180^\circ \quad \therefore \angle x=45^\circ$

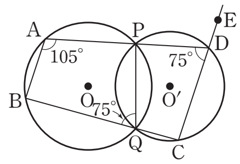
다른 풀이
$\square ABCD$가 원에 내접하려면
$\angle ACB=\angle ADB=35^\circ$이어야 하므로
$\angle ACD=\angle BCD-\angle ACB$
$=95^\circ-35^\circ=60^\circ$
따라서 $\triangle DPC$에서
$\angle PDC=180^\circ-(75^\circ+60^\circ)=45^\circ$
$\therefore \angle x=\angle BDC=45^\circ$

7 $\square ABCD$가 원에 내접하므로
$\angle CDQ=\angle ABC=\angle x$
$\triangle PBC$에서 $\angle PCQ=\angle x+30^\circ$
따라서 $\triangle DCQ$에서
$\angle x+(\angle x+30^\circ)+20^\circ=180^\circ$
$2\angle x=130^\circ \quad \therefore \angle x=65^\circ$

8 $\square ABCD$가 원에 내접하므로
$\angle CDQ=\angle ABC=59^\circ$
$\triangle PBC$에서 $\angle PCQ=59^\circ+27^\circ=86^\circ$
따라서 $\triangle DCQ$에서
$59^\circ+86^\circ+\angle x=180^\circ \quad \therefore \angle x=35^\circ$

9 ㄱ. $\square ABQP$가 원 O에 내접하므로
$105^\circ+\angle PQB=180^\circ \quad \therefore \angle PQB=75^\circ$

ㄴ. □PQCD가 원 O′에 내접하므로
$\angle PDC = \angle PQB = 75^\circ$
ㄷ. 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$의 연장 선 위의 한 점을 E라고 하면
$\angle PDE = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$
즉, $\angle BAD = \angle ADE$(엇각)
이므로 $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$



따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

10 □ABQP가 원 O에 내접하므로
$\angle PQC = \angle PAB = 96^\circ$
또 □PQCD가 원 O′에 내접하므로
$96^\circ + \angle x = 180^\circ \qquad \therefore \angle x = 84^\circ$

03 원의 접선과 현이 이루는 각

P. 74

필수 문제 1 (1) $\angle x = 30^\circ$, $\angle y = 115^\circ$
(2) $\angle x = 64^\circ$, $\angle y = 52^\circ$
(3) $\angle x = 35^\circ$, $\angle y = 35^\circ$

(2) $\angle BCA = \angle BAT = 64^\circ$
$\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle x = \angle BCA = 64^\circ$
따라서 $\triangle ABC$에서
$\angle y = 180^\circ - (64^\circ + 64^\circ) = 52^\circ$
(3) $\triangle CDA$에서
$45^\circ + \angle x = 80^\circ \qquad \therefore \angle x = 35^\circ$
$\therefore \angle y = \angle x = 35^\circ$

1-1 20°
$\overline{BC}$가 원 O의 지름이므로 $\angle BAC = 90^\circ$
$\angle BCA = \angle BAT = 70^\circ$
따라서 $\triangle BAC$에서
$\angle ABC = 180^\circ - (90^\circ + 70^\circ) = 20^\circ$

P. 75

필수 문제 2 (1) 70° (2) 70° (3) 70° (4) $\overline{CD}$

(1) $\angle ATP = \angle ABT = 70^\circ$
(2) $\angle CTQ = \angle ATP = 70^\circ$(맞꼭지각)
(3) $\angle CDT = \angle CTQ = 70^\circ$
(4) $\angle ABT = \angle CDT$, 즉 엇각의 크기가 같으므로 $\overline{AB}$와 평행한 선분은 $\overline{CD}$이다.

2-1 $\angle x = 65^\circ$, $\angle y = 54^\circ$
$\angle x = \angle BTQ$
이때 $\angle BTQ = \angle DTP = 65^\circ$(맞꼭지각)이므로 $\angle x = 65^\circ$
$\angle y = \angle CTQ$
이때 $\angle CTQ = \angle ATP$(맞꼭지각)이고
$\angle ATP = \angle ABT = 54^\circ$이므로 $\angle y = 54^\circ$

2-2 $\angle x = 50^\circ$, $\angle y = 50^\circ$
$\angle x = \angle ATP = 50^\circ$
$\angle y = \angle DTP = 50^\circ$

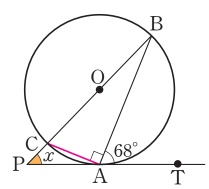
STEP 1 쏙쏙 개념 익히기 P. 76

1 64° **2** ③ **3** 46°
4 (1) 67° (2) 63° **5** ④

1 $\angle BCA = \frac{1}{2}\angle AOB = \frac{1}{2} \times 128^\circ = 64^\circ$
$\therefore \angle x = \angle BCA = 64^\circ$

2 □ABCD가 원에 내접하므로
$105^\circ + \angle x = 180^\circ \qquad \therefore \angle x = 75^\circ$
$\triangle BCD$에서 $\angle DBC = 180^\circ - (75^\circ + 44^\circ) = 61^\circ$
$\therefore \angle y = \angle DBC = 61^\circ$
$\therefore \angle x - \angle y = 75^\circ - 61^\circ = 14^\circ$

3 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면
$\overline{BC}$가 원 O의 지름이므로
$\angle BAC = 90^\circ$이고
$\angle BCA = \angle BAT = 68^\circ$이므로
$\triangle ABC$에서
$\angle ABC = 180^\circ - (90^\circ + 68^\circ) = 22^\circ$
따라서 $\triangle ABP$에서
$\angle x + 22^\circ = 68^\circ \qquad \therefore \angle x = 46^\circ$



4 (1) $\triangle BED$는 $\overline{BD} = \overline{BE}$인 이등변삼각형이므로
$\angle BED = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 46^\circ) = 67^\circ$
(2) $\angle DFE = \angle BED = 67^\circ$이므로
$\triangle DEF$에서 $\angle FDE = 180^\circ - (50^\circ + 67^\circ) = 63^\circ$

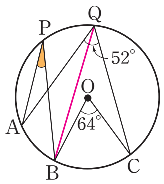
5 ③ ①, ②에서 $\angle ABT = \angle DCT$, 즉 동위각의 크기가 같으므로 $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$
④ 엇각인 $\angle DCT$와 $\angle CTQ$의 크기가 같은지 알 수 없으므로 $\overline{CD}$와 $\overline{PQ}$가 평행한지 알 수 없다.
⑤ $\angle BAT = \angle CTQ$, $\angle CDT = \angle CTQ$이므로
$\angle BAT = \angle CDT$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

STEP 2 탄탄 단원 다지기 P. 77~79

1 ⑤	**2** ①	**3** ①	**4** 114°	**5** $\frac{\sqrt{7}}{4}$
6 70°	**7** 22°	**8** 60°	**9** ④	**10** ③
11 ②	**12** 59°	**13** ㄱ, ㄹ, ㅂ		
14 $\angle x=35^\circ$, $\angle y=80^\circ$			**15** 60°	**16** ⑤
17 38°	**18** ②	**19** 35°		

1 $\angle AOB=2\angle APB=2\times50^\circ=100^\circ$이고
$\triangle OAB$는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로
$\angle OAB=\angle OBA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-100^\circ)=40^\circ$

2 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BQ}$를 그으면

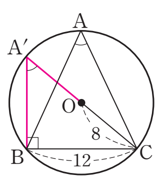


$\angle BQC=\frac{1}{2}\angle BOC$
$=\frac{1}{2}\times64^\circ=32^\circ$
이므로
$\angle AQB=\angle AQC-\angle BQC$
$=52^\circ-32^\circ=20^\circ$
$\therefore\ \angle APB=\angle AQB=20^\circ$

3 $\angle ADC=\angle ABC=\angle x$
$\triangle BPC$에서 $\angle BCD=\angle x+36^\circ$
따라서 $\triangle ECD$에서
$(\angle x+36^\circ)+\angle x=82^\circ$
$2\angle x=46^\circ\qquad\therefore\ \angle x=23^\circ$

4 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ACB=90^\circ$
$\triangle ABC$에서
$\angle CBA=180^\circ-(32^\circ+90^\circ)=58^\circ$
또 $\angle BDC=\angle BAC=32^\circ$이므로
$\triangle DBP$에서
$32^\circ+\angle DBP=88^\circ\qquad\therefore\ \angle DBP=56^\circ$
$\therefore\ \angle CBD=\angle CBA+\angle DBP$
$=58^\circ+56^\circ=114^\circ$

5 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A′이라 하고 $\overline{A'B}$를 그으면 $\overline{A'C}$가 원 O의 지름이므로

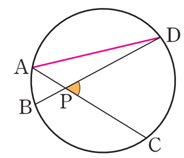


$\angle A'BC=90^\circ$
$\overline{A'C}=2\times8=16$이므로
$\triangle A'BC$에서
$\overline{A'B}=\sqrt{16^2-12^2}=4\sqrt{7}$
이때 $\angle BAC=\angle BA'C$이므로
$\cos A=\cos A'=\frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}}=\frac{4\sqrt{7}}{16}=\frac{\sqrt{7}}{4}$

6 $\overline{PA}$가 원 O의 지름이므로 $\angle PCA=90^\circ$
$\triangle PAC$에서
$\angle APC=180^\circ-(50^\circ+90^\circ)=40^\circ$
이때 $\widehat{AB}=\widehat{BC}$이므로
$\angle APB=\angle BPC=\frac{1}{2}\angle APC=\frac{1}{2}\times40^\circ=20^\circ$
따라서 $\triangle PQC$에서
$\angle x=180^\circ-(90^\circ+20^\circ)=70^\circ$

7 ($\widehat{AB}$에 대한 원주각의 크기)$=\frac{1}{2}\angle AOB$
$=\frac{1}{2}\times110^\circ=55^\circ$
호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례하므로
$\widehat{AB}:\widehat{CD}=$($\widehat{AB}$에 대한 원주각의 크기)$:\angle CED$에서
$10:4=55^\circ:\angle CED\qquad\therefore\ \angle CED=22^\circ$

8 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



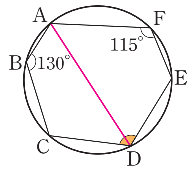
$\widehat{AB}$의 길이가 원주의 $\frac{1}{12}$이므로
$\angle ADB=180^\circ\times\frac{1}{12}=15^\circ$
$\widehat{CD}$의 길이가 원주의 $\frac{1}{4}$이므로
$\angle CAD=180^\circ\times\frac{1}{4}=45^\circ$
따라서 $\triangle APD$에서
$\angle DPC=45^\circ+15^\circ=60^\circ$

9 ① $\angle ADB=\angle ACB$이므로 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있다.
② $\triangle ABC$에서
$\angle BAC=180^\circ-(75^\circ+40^\circ)=65^\circ$
즉, $\angle BAC=\angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있다.
③ $\angle BAC=\angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있다.
⑤ $\angle ABD=180^\circ-(80^\circ+60^\circ)=40^\circ$
즉, $\angle ABD=\angle ACD$이므로 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있다.
따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있지 않은 것은 ④이다.

10 $\triangle OBC$는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle OCB=\angle OBC=40^\circ$
즉, $\angle BOC=180^\circ-(40^\circ+40^\circ)=100^\circ$이므로
$\angle x=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times100^\circ=50^\circ$
또 $\square ABCD$가 원 O에 내접하므로
$\angle y=\angle BAD=50^\circ+30^\circ=80^\circ$
$\therefore\ \angle x+\angle y=50^\circ+80^\circ=130^\circ$

개념편

11 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



□ABCD가 원에 내접하므로
$130° + \angle ADC = 180°$
$\therefore \angle ADC = 50°$
또 □ADEF가 원에 내접하므로
$115° + \angle ADE = 180°$
$\therefore \angle ADE = 65°$
$\therefore \angle CDE = \angle ADC + \angle ADE$
$= 50° + 65° = 115°$

12 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle QAB = \angle DCB = \angle x$
△PBC에서 $\angle PBQ = \angle x + 28°$
따라서 △AQB에서
$\angle x + 34° + (\angle x + 28°) = 180°$
$2\angle x = 118°$ $\quad \therefore \angle x = 59°$

13 ㄱ. $\angle ABC + \angle ADC = 180°$이면 마주 보는 두 각의 크기의 합이 180°이므로 □ABCD가 원에 내접한다.
ㄹ. $\angle BAC = \angle BDC$이면 $\overline{BC}$에 대하여 같은 쪽에 있는 두 각의 크기가 같으므로 □ABCD가 원에 내접한다.
ㅂ. $\angle BAD = \angle DCE$이면 한 외각의 크기가 그와 이웃한 내각에 대한 대각의 크기와 같으므로 □ABCD가 원에 내접한다.
따라서 □ABCD가 원에 내접하기 위한 조건으로 옳은 것은 ㄱ, ㄹ, ㅂ이다.

14 □ABCD가 원에 내접하려면
$\angle DBC = \angle DAC = 65°$이어야 한다.
이때 $\angle ABC = \angle ADE = 100°$이므로
$\angle x + 65° = 100°$ $\quad \therefore \angle x = 35°$
또 $\angle BAC = \angle BDE = 45°$이므로
△PAB에서
$\angle y = 35° + 45° = 80°$

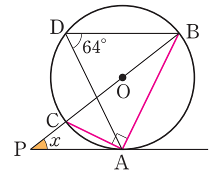
15 호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례하므로
$\angle C : \angle A : \angle B = \widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CA} = 4 : 5 : 6$에서
$\angle CAB = 180° \times \dfrac{5}{4+5+6} = 60°$
$\therefore \angle CBT = \angle CAB = 60°$

16 $\angle ABP = \angle ADB = 38°$
□ABCD가 원 O에 내접하므로
$\angle DAB + 108° = 180°$ $\quad \therefore \angle DAB = 72°$
따라서 △APB에서
$\angle x + 38° = 72°$ $\quad \therefore \angle x = 34°$

다른 풀이

$\angle DBP = \angle DCB = 108°$이므로
△DPB에서 $\angle x = 180° - (38° + 108°) = 34°$

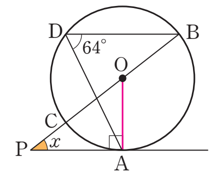
17 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$를 그으면 $\overline{BC}$가 원 O의 지름이므로



$\angle BAC = 90°$이고
$\angle BCA = \angle BDA = 64°$
△BCA에서
$\angle CBA = 180° - (90° + 64°) = 26°$
$\therefore \angle CAP = \angle CBA = 26°$
따라서 △CPA에서
$\angle x + 26° = 64°$ $\quad \therefore \angle x = 38°$

다른 풀이

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



$\angle BOA = 2\angle BDA$
$= 2 \times 64° = 128°$
$\overrightarrow{PA}$가 원 O의 접선이므로
$\angle OAP = 90°$
따라서 △OPA에서
$\angle x + 90° = 128°$ $\quad \therefore \angle x = 38°$

18 △PAB는 $\overline{PA} = \overline{PB}$인 이등변삼각형이므로
$\angle PBA = \angle PAB = \dfrac{1}{2} \times (180° - 58°) = 61°$
또 $\angle CBA = \angle CAD = 74°$이므로
$\angle CBE = 180° - (74° + 61°) = 45°$

19 $\angle ATP = \angle ABT = 70°$
$\angle DTP = \angle DCT = 75°$
$\therefore \angle x = 180° - (70° + 75°) = 35°$

STEP 3 쓱쓱 서술형 완성하기 P. 80~81

〈과정은 풀이 참조〉

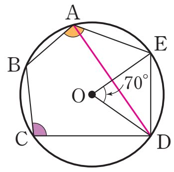
따라 해보자	유제 1 36 cm	유제 2 215°
연습해 보자	**1** 54°	**2** 160°
	3 36°	**4** 62°

따라 해보자

유제 1 (1단계) △APD에서 $\angle PAD + 40° = 85°$
$\therefore \angle PAD = 45°$
(2단계) 원의 둘레의 길이를 x cm라고 하면
$\widehat{CD} : x = \angle CAD : 180°$에서
$9 : x = 45° : 180°$ $\quad \therefore x = 36$
따라서 원의 둘레의 길이는 36 cm이다.

채점 기준		
1단계	∠PAD의 크기 구하기	… 40 %
2단계	원의 둘레의 길이 구하기	… 60 %

유제 2 1단계 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\angle DAE=\frac{1}{2}\angle DOE$

$=\frac{1}{2}\times 70^\circ=35^\circ$

2단계 □ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle BAD+\angle C=180^\circ$

3단계 $\therefore\ \angle A+\angle C=(\angle BAD+\angle DAE)+\angle C$

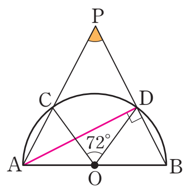
$=(\angle BAD+\angle C)+\angle DAE$

$=180^\circ+35^\circ=215^\circ$

채점 기준		
1단계	$\angle DAE$의 크기 구하기	… 40 %
2단계	$\angle BAD+\angle C$의 크기 구하기	… 30 %
3단계	$\angle A+\angle C$의 크기 구하기	… 30 %

연습해 보자

1 1단계 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면 $\overline{AB}$가 반원 O의 지름이므로



$\angle ADB=90^\circ$

2단계 $\angle CAD=\frac{1}{2}\angle COD$

$=\frac{1}{2}\times 72^\circ=36^\circ$

3단계 따라서 $\triangle PAD$에서

$\angle P+36^\circ=90^\circ\qquad\therefore\ \angle P=54^\circ$

채점 기준		
1단계	$\angle ADB$의 크기 구하기	… 30 %
2단계	$\angle CAD$의 크기 구하기	… 35 %
3단계	$\angle P$의 크기 구하기	… 35 %

2 1단계 □ABQP가 원 O에 내접하므로

$\angle PQC=\angle PAB=100^\circ$

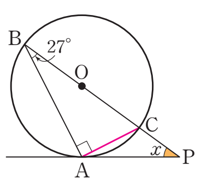
2단계 □PQCD가 원 O′에 내접하므로

$100^\circ+\angle PDC=180^\circ\qquad\therefore\ \angle PDC=80^\circ$

3단계 $\therefore\ \angle PO'C=2\angle PDC=2\times 80^\circ=160^\circ$

채점 기준		
1단계	$\angle PQC$의 크기 구하기	… 35 %
2단계	$\angle PDC$의 크기 구하기	… 35 %
3단계	$\angle PO'C$의 크기 구하기	… 30 %

3 1단계 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면 $\overline{BC}$가 원 O의 지름이므로



$\angle BAC=90^\circ$

$\triangle ACB$에서

$\angle ACB=180^\circ-(90^\circ+27^\circ)=63^\circ$

2단계 $\angle CAP=\angle CBA=27^\circ$

3단계 따라서 $\triangle CAP$에서

$27^\circ+\angle x=63^\circ\qquad\therefore\ \angle x=36^\circ$

채점 기준		
1단계	$\angle ACB$의 크기 구하기	… 40 %
2단계	$\angle CAP$의 크기 구하기	… 30 %
3단계	$\angle x$의 크기 구하기	… 30 %

4 1단계 $\angle DEB=\angle DFE=55^\circ$

2단계 $\triangle BED$는 $\overline{BD}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle EDB=\angle DEB=55^\circ$

$\therefore\ \angle DBE=180^\circ-(55^\circ+55^\circ)=70^\circ$

3단계 따라서 $\triangle ABC$에서

$\angle x=180^\circ-(48^\circ+70^\circ)=62^\circ$

채점 기준		
1단계	$\angle DEB$의 크기 구하기	… 40 %
2단계	$\angle DBE$의 크기 구하기	… 40 %
3단계	$\angle x$의 크기 구하기	… 20 %

01 산포도

P. 86

개념 확인 **평균: 13 / -1, 1, 2, 0, -2**

$(\text{평균})=\dfrac{12+14+15+13+11}{5}=\dfrac{65}{5}=13$

(편차)=(변량)−(평균)이므로

각 변량의 편차는 차례로 -1, 1, 2, 0, -2이다.

필수 문제 1 (1) -1 (2) 2시간

(1) 편차의 총합은 0이므로

$1+x+2+(-1)+(-1)=0$ $\therefore x=-1$

(2) (편차)=(변량)−(평균)이므로

$-1=$(학생 B의 독서 시간)-3

$\therefore$ (학생 B의 독서 시간)=2(시간)

1-1 **36개**

승우가 암기한 영어 단어를 x개라고 하면

$-4=x-40$ $\therefore x=36$

따라서 승우가 암기한 영어 단어는 36개이다.

1-2 **10**

편차의 총합은 0이므로

$1+a+0+2+(-1)+(-6)=0$ $\therefore a=4$

학생 C가 키우는 반려견의 몸무게의 편차가 0 kg이므로 평균은 12 kg이다.

학생 F가 키우는 반려견의 몸무게의 편차가 -6 kg이므로

$-6=b-12$ $\therefore b=6$

$\therefore a+b=4+6=10$

다른 풀이

학생 C가 키우는 반려견의 몸무게의 편차가 0 kg이므로 평균은 12 kg이다.

$\therefore a=16-12=4$

$-6=b-12$ $\therefore b=6$

$\therefore a+b=4+6=10$

P. 87~88

개념 확인 ❶ 6 ❷ -1, 1, -2, 0, 2 ❸ 10 ❹ 2 ❺ $\sqrt{2}$

❶ $(\text{평균})=\dfrac{5+7+4+6+8}{5}=\dfrac{30}{5}=6$

❷ (편차)=(변량)−(평균)이므로

각 변량의 편차는 차례로 -1, 1, -2, 0, 2

❸ $\{(\text{편차})^2\text{의 총합}\}=(-1)^2+1^2+(-2)^2+0^2+2^2=10$

❹ $(\text{분산})=\dfrac{10}{5}=2$

❺ $(\text{표준편차})=\sqrt{2}$

필수 문제 2 (1) 1 (2) 4 (3) 2회

(1) 편차의 총합은 0이므로

$-2+3+x+(-3)+0+1=0$ $\therefore x=1$

(2) $(\text{분산})=\dfrac{(-2)^2+3^2+1^2+(-3)^2+0^2+1^2}{6}=\dfrac{24}{6}=4$

(3) (표준편차)$=\sqrt{4}=2$(회)

2-1 $\dfrac{\sqrt{510}}{5}$ **g**

편차의 총합은 0이므로

$-2+(-6)+x+3+7=0$ $\therefore x=-2$

$(\text{분산})=\dfrac{(-2)^2+(-6)^2+(-2)^2+3^2+7^2}{5}=\dfrac{102}{5}$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{\dfrac{102}{5}}=\dfrac{\sqrt{510}}{5}$(g)

2-2 **분산: 24, 표준편차: $2\sqrt{6}$세**

평균이 22세이므로

$\dfrac{17+31+20+a+23}{5}=22$

$91+a=110$ $\therefore a=19$

이때 각 변량의 편차는 차례로

-5세, 9세, -2세, -3세, 1세이므로

$(\text{분산})=\dfrac{(-5)^2+9^2+(-2)^2+(-3)^2+1^2}{5}=\dfrac{120}{5}=24$

(표준편차)$=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$(세)

필수 문제 3 **3**

분산이 12이므로

$\dfrac{(-1)^2+x^2+(-x)^2+(-4)^2+5^2}{5}=12$

$2x^2+42=60$, $x^2=9$ $\therefore x=-3$ 또는 $x=3$

이때 x는 양수이므로 $x=3$

3-1 **2**

$(\text{평균})=\dfrac{1+(3-x)+(x+2)}{3}=\dfrac{6}{3}=2$(개)

표준편차가 $\sqrt{2}$개이므로 → 분산은 $(\sqrt{2})^2$

$\dfrac{(-1)^2+(1-x)^2+x^2}{3}=(\sqrt{2})^2$

$1+(1-x)^2+x^2=6$

$2x^2-2x-4=0$, $x^2-x-2=0$

$(x+1)(x-2)=0$ $\therefore x=-1$ 또는 $x=2$

이때 x는 양수이므로 $x=2$

필수 문제 4 (1) A 모둠: $\frac{26}{5}$, B 모둠: $\frac{14}{5}$ (2) B 모둠

(1) A 모둠의 자유투 성공 개수에서

(평균)$=\frac{12+11+14+16+17}{5}=\frac{70}{5}=14$(개)이므로

(분산)$=\frac{(-2)^2+(-3)^2+0^2+2^2+3^2}{5}=\frac{26}{5}$

B 모둠의 자유투 성공 개수에서

(평균)$=\frac{13+16+16+13+12}{5}=\frac{70}{5}=14$(개)이므로

(분산)$=\frac{(-1)^2+2^2+2^2+(-1)^2+(-2)^2}{5}=\frac{14}{5}$

(2) 분산 또는 표준편차가 작을수록 변량이 평균을 중심으로 가까이 모여 있으므로 자유투 성공 개수가 평균을 중심으로 더 가까이 모여 있는 모둠은 분산이 작은 B 모둠이다.

4-1 한수: $\sqrt{2}$점, 소희: $\frac{2\sqrt{5}}{5}$점 / 소희

한수가 받은 점수에서

(평균)$=\frac{5+7+9+8+6}{5}=\frac{35}{5}=7$(점)이므로

(분산)$=\frac{(-2)^2+0^2+2^2+1^2+(-1)^2}{5}=\frac{10}{5}=2$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{2}$(점)

소희가 받은 점수에서

(평균)$=\frac{6+8+8+6+7}{5}=\frac{35}{5}=7$(점)이므로

(분산)$=\frac{(-1)^2+1^2+1^2+(-1)^2+0^2}{5}=\frac{4}{5}$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{\frac{4}{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$(점)

표준편차가 작을수록 점수가 고르다고 할 수 있으므로 점수가 더 고르게 나타난 사람은 소희이다.

4-2 ㄷ

ㄱ. 평균과 표준편차만으로는 성적이 가장 좋은 학생이 어느 반에 있는지 알 수 없다.

ㄴ. 편차의 총합은 항상 0이다.

ㄷ. B반의 표준편차가 가장 작으므로 중간고사 성적이 가장 고른 반은 B반이다.

따라서 옳은 것은 ㄷ이다.

STEP 1 쓱쓱 개념 익히기 P. 89

1	4개	**2**	0.6	**3**	3
4	(1) 2반 (2) 3반	**5**	74	**6**	27

1 편차의 총합은 0이므로

금요일의 경기에서 친 안타 수의 편차를 x개라고 하면

$4+(-2)+1+x+3+0=0 \quad \therefore x=-6$

(편차)=(변량)−(평균)이므로

$-6=$(금요일의 경기에서 친 안타 수)-10

$\therefore$ (금요일의 경기에서 친 안타 수)$=4$(개)

2 준호가 얻은 점수는 7점이 3회, 8점이 4회, 9점이 3회이므로

(평균)$=\frac{7\times3+8\times4+9\times3}{10}=\frac{80}{10}=8$(점)

$\therefore$ (분산)$=\frac{(-1)^2\times3+0^2\times4+1^2\times3}{10}=\frac{6}{10}=0.6$

3 (평균)$=\frac{(5-a)+5+(5+a)}{3}=\frac{15}{3}=5$

표준편차가 $\sqrt{6}$이므로 → 분산은 $(\sqrt{6})^2$

$\frac{(-a)^2+0^2+a^2}{3}=(\sqrt{6})^2$

$2a^2=18,\ a^2=9 \quad \therefore a=-3$ 또는 $a=3$

이때 a는 양수이므로 $a=3$

4 (1) 2반의 평균이 가장 높으므로 2반의 만족도가 평균적으로 가장 높다.

(2) 3반의 표준편차가 가장 작으므로 3반의 만족도가 가장 고르다.

5 평균이 7이므로

$\frac{6+10+x+y+7}{5}=7$에서 $23+x+y=35$

$\therefore x+y=12 \quad \cdots ㉠$

분산이 2.8이므로

$\frac{(-1)^2+3^2+(x-7)^2+(y-7)^2+0^2}{5}=2.8$에서

$10+(x-7)^2+(y-7)^2=14$

$\therefore x^2+y^2-14(x+y)+94=0 \quad \cdots ㉡$

㉠을 ㉡에 대입하면

$x^2+y^2-14\times12+94=0$

$\therefore x^2+y^2=74$

6 평균이 4이므로

$\frac{5+2+1+x+y}{5}=4$에서 $8+x+y=20$

$\therefore x+y=12 \quad \cdots ㉠$

표준편차가 $2\sqrt{2}$이므로 → 분산은 $(2\sqrt{2})^2$

$\frac{1^2+(-2)^2+(-3)^2+(x-4)^2+(y-4)^2}{5}=(2\sqrt{2})^2$에서

$14+(x-4)^2+(y-4)^2=40$

$\therefore x^2+y^2-8(x+y)+6=0 \quad \cdots ㉡$

㉠을 ㉡에 대입하면

$x^2+y^2-8\times12+6=0 \quad \therefore x^2+y^2=90$

이때 $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$이므로

$12^2=90+2xy,\ 2xy=54 \quad \therefore xy=27$

STEP 2 탄탄 단원 다지기 P. 90~92

1 ②	**2** 2	**3** ③	**4** ㄴ, ㄹ
5 $\sqrt{50.4}$ dB	**6** 10	**7** ⑤	**8** $\sqrt{3}$회
9 ④	**10** 평균: 10, 분산: $\frac{33}{5}$		**11** ⑤
12 ③	**13** $\sqrt{7}$점	**14** ㄱ, ㄴ, ㄹ	**15** 학생 B
16 ④	**17** ③		

1 (평균)$=\frac{9+7+10+3+8+5}{6}=\frac{42}{6}=7$(편)
각 변량의 편차는 차례로
2편, 0편, 3편, -4편, 1편, -2편
따라서 주어진 자료의 편차가 될 수 없는 것은 ②이다.

2 편차의 총합은 0이므로
$2+2x+(-5)+x+(-3)=0$
$3x-6=0 \quad \therefore x=2$

3 ① 편차의 총합은 0이므로
$-1+(-11)+x+13+(-5)=0 \quad \therefore x=4$
② 학생 A의 편차는 음수이므로 학생 A의 기록은 평균보다 낮다.
③ (편차)=(변량)−(평균)이므로
13=(학생 D의 기록)−49
∴ (학생 D의 기록)=62(회)
④ 학생 B의 편차가 −11회로 가장 작으므로 학생 B의 기록이 가장 낮다.
⑤ 학생 D의 편차의 절댓값이 가장 크므로 줄넘기 기록이 평균과 가장 많이 차이가 나는 학생은 D이다.
따라서 옳은 것은 ③이다.

4 ㄱ. (평균)$=\frac{3+4+5+1+5+2+5+7}{8}=\frac{32}{8}=4$
각 변량의 편차는 차례로
$-1, 0, 1, -3, 1, -2, 1, 3$
ㄴ. 편차의 총합은 항상 0이다.
ㄷ. (분산)
$=\frac{(-1)^2+0^2+1^2+(-3)^2+1^2+(-2)^2+1^2+3^2}{8}$
$=\frac{26}{8}=\frac{13}{4}$
ㄹ. (표준편차)$=\sqrt{\frac{13}{4}}=\frac{\sqrt{13}}{2}$
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

5 (평균)$=\frac{69+76+78+79+80+82+83+87+92+94}{10}$
$=\frac{820}{10}=82$(dB)
(분산)
$=\frac{(-13)^2+(-6)^2+(-4)^2+(-3)^2+(-2)^2+0^2+1^2+5^2+10^2+12^2}{10}$
$=\frac{504}{10}=50.4$
∴ (표준편차)$=\sqrt{50.4}$(dB)

6 자료 A의 변량은 1, 2, 3, 4, 5이므로
(자료 A의 평균)$=\frac{1+2+3+4+5}{5}=\frac{15}{5}=3$
(자료 A의 분산)$=\frac{(-2)^2+(-1)^2+0^2+1^2+2^2}{5}$
$=\frac{10}{5}=2$
$\therefore a=2$
자료 B의 변량은 1, 3, 5, 7, 9이므로
(자료 B의 평균)$=\frac{1+3+5+7+9}{5}=\frac{25}{5}=5$
(자료 B의 분산)$=\frac{(-4)^2+(-2)^2+0^2+2^2+4^2}{5}$
$=\frac{40}{5}=8$
$\therefore b=8$
$\therefore a+b=2+8=10$

7 편차의 총합은 0이므로
$(-3)\times2+(-2)\times6+0\times5+1\times2+a\times4+4\times1=0$
$-12+4a=0 \quad \therefore a=3$
∴ (분산)
$=\frac{(-3)^2\times2+(-2)^2\times6+0^2\times5+1^2\times2+3^2\times4+4^2\times1}{20}$
$=\frac{96}{20}=\frac{24}{5}$

8 평균이 10회이므로
$\frac{10+12+9+x+10+12}{6}=10$
$53+x=60 \quad \therefore x=7$
(분산)$=\frac{0^2+2^2+(-1)^2+(-3)^2+0^2+2^2}{6}=\frac{18}{6}=3$
∴ (표준편차)$=\sqrt{3}$(회)

9 (평균)$=\frac{8+12+(a+8)+3a}{4}=\frac{28+4a}{4}=7+a$
각 변량의 편차는 차례로
$1-a, 5-a, 1, 2a-7$
분산이 13이므로
$\frac{(1-a)^2+(5-a)^2+1^2+(2a-7)^2}{4}=13$
$6a^2-40a+76=52, 3a^2-20a+12=0$
$(3a-2)(a-6)=0 \quad \therefore a=\frac{2}{3}$ 또는 $a=6$
이때 a는 자연수이므로 $a=6$

10 x, y, z의 평균이 10이므로

$\dfrac{x+y+z}{3}=10$에서 $x+y+z=30$ … ㉠

x, y, z의 분산이 5이므로

$\dfrac{(x-10)^2+(y-10)^2+(z-10)^2}{3}=5$에서

$(x-10)^2+(y-10)^2+(z-10)^2=15$ … ㉡

$\therefore$ (x, y, z, 7, 13의 평균)$=\dfrac{x+y+z+7+13}{5}$

$=\dfrac{30+7+13}{5}$ ($\because$ ㉠)

$=\dfrac{50}{5}=10$

$\therefore$ (x, y, z, 7, 13의 분산)

$=\dfrac{(x-10)^2+(y-10)^2+(z-10)^2+(-3)^2+3^2}{5}$

$=\dfrac{15+9+9}{5}$ ($\because$ ㉡)

$=\dfrac{33}{5}$

11 평균이 7이므로

$\dfrac{6+9+a+b+c}{5}=7$에서 $15+a+b+c=35$

$\therefore a+b+c=20$ … ㉠

표준편차가 $\sqrt{2}$이므로 → 분산은 $(\sqrt{2})^2$

$\dfrac{(-1)^2+2^2+(a-7)^2+(b-7)^2+(c-7)^2}{5}=(\sqrt{2})^2$에서

$5+(a-7)^2+(b-7)^2+(c-7)^2=10$

$\therefore a^2+b^2+c^2-14(a+b+c)+142=0$ … ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$a^2+b^2+c^2-14\times20+142=0$

$\therefore a^2+b^2+c^2=138$

12 4개의 변량의 총합은 변함이 없으므로 처음 4개의 변량의 평균은 잘못 보고 구한 평균과 같다.

$\therefore$ (처음 4개의 변량의 평균)$=2$

잘못 본 4개의 변량은 a, 6, b, 2이고 이때의 분산이 30이므로

$\dfrac{(a-2)^2+4^2+(b-2)^2+0^2}{4}=30$에서

$(a-2)^2+(b-2)^2=104$ … ㉠

$\therefore$ (처음 4개의 변량의 분산)$=\dfrac{(a-2)^2+3^2+(b-2)^2+1^2}{4}$

$=\dfrac{104+9+1}{4}$ ($\because$ ㉠)

$=\dfrac{114}{4}=\dfrac{57}{2}$

13 남학생 18명과 여학생 12명의 점수의 평균이 7점으로 서로 같으므로 학생 30명의 점수의 평균도 7점이다.

(표준편차)$=\sqrt{\dfrac{\{(\text{편차})^2\text{의 총합}\}}{(\text{변량의 개수})}}$이므로

{남학생 점수의 (편차)^{2}의 총합}$=3^2\times18=162$

{여학생 점수의 (편차)^{2}의 총합}$=2^2\times12=48$

따라서 학생 30명의 점수의 분산은

$\dfrac{162+48}{30}=\dfrac{210}{30}=7$

$\therefore$ (학생 30명의 음악 실기 점수의 표준편차)$=\sqrt{7}$(점)

14 ㄷ. 분산은 편차의 제곱의 평균이므로 0 또는 양수이다.

ㅁ. 표준편차가 클수록 변량이 평균을 중심으로 멀리 흩어져 있다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.

15 (학생 A의 평균)$=\dfrac{8+4.5+8.5+5.5+6.5+7.5+5}{7}$

$=\dfrac{45.5}{7}=6.5$(시간)

(학생 A의 분산)

$=\dfrac{1.5^2+(-2)^2+2^2+(-1)^2+0^2+1^2+(-1.5)^2}{7}$

$=\dfrac{14.5}{7}$

(학생 B의 평균)$=\dfrac{5.5+6+6.5+7+7+6+7.5}{7}$

$=\dfrac{45.5}{7}=6.5$(시간)

(학생 B의 분산)

$=\dfrac{(-1)^2+(-0.5)^2+0^2+0.5^2+0.5^2+(-0.5)^2+1^2}{7}$

$=\dfrac{3}{7}$

따라서 학생 B의 분산이 학생 A의 분산보다 작으므로 학생 B의 학습 시간이 학생 A의 학습 시간보다 더 고르다.

16 ㄱ. (은호의 평균)$=\dfrac{1\times4+2\times2+3\times3+4\times2+5\times4}{15}$

$=\dfrac{45}{15}=3$(시간)

(진아의 평균)$=\dfrac{1\times3+2\times3+3\times3+4\times3+5\times3}{15}$

$=\dfrac{45}{15}=3$(시간)

(민주의 평균)$=\dfrac{1\times2+2\times3+3\times5+4\times3+5\times2}{15}$

$=\dfrac{45}{15}=3$(시간)

즉, 세 사람의 스마트폰 사용 시간의 평균은 3시간으로 모두 같다.

ㄴ. 산포도가 가장 작은 사람은 변량이 평균인 3시간을 중심으로 가장 가까이 모여 있는 민주이다.

ㄷ. 산포도가 클수록 스마트폰 사용 시간의 변화가 크므로 스마트폰 사용 시간의 변화가 가장 큰 사람은 변량이 평균인 3시간을 중심으로 가장 멀리 흩어져 있는 은호이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

참고 세 사람의 스마트폰 사용 시간의 분산을 각각 구하면

(은호의 분산)$=\dfrac{12}{5}$, (진아의 분산)$=2$, (민주의 분산)$=\dfrac{22}{15}$

$\therefore$ (민주의 분산)<(진아의 분산)<(은호의 분산)

17 ① 두 학급의 성적의 평균이 같으므로 1반의 성적이 2반의 성적보다 더 우수하다고 할 수 없다.
② 1반의 표준편차가 2반의 표준편차보다 작으므로 1반의 분산이 2반의 분산보다 작다.
③ 표준편차가 작을수록 성적이 고르므로 1반의 성적이 2반의 성적보다 더 고르다.
④ 두 학급의 학생 수를 알 수 없으므로 두 학급의 성적의 총합은 알 수 없다.
⑤ 성적이 가장 높은 학생이 속한 학급은 알 수 없다.
따라서 옳은 것은 ③이다.

STEP 3 쓱쓱 서술형 완성하기 P. 93

〈과정은 풀이 참조〉

따라 해보자 유제 1 평균: 30, 표준편차: 18

연습해 보자 **1** 4회 **2** -5

따라 해보자

유제 1 1단계 a, b, c의 평균이 10이므로

$\frac{a+b+c}{3}=10$에서 $a+b+c=30$

$\therefore$ ($3a$, $3b$, $3c$의 평균)$=\frac{3a+3b+3c}{3}$

$=\frac{3(a+b+c)}{3}$

$=\frac{3\times 30}{3}=30$

2단계 a, b, c의 표준편차가 6이므로 → 분산은 6^2

$\frac{(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2}{3}=6^2$에서

$(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2=108$

($3a$, $3b$, $3c$의 분산)

$=\frac{(3a-30)^2+(3b-30)^2+(3c-30)^2}{3}$

$=\frac{9\{(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2\}}{3}$

$=\frac{9\times 108}{3}=324$

$\therefore$ ($3a$, $3b$, $3c$의 표준편차)$=\sqrt{324}=18$

채점 기준		
1단계	$3a$, $3b$, $3c$의 평균 구하기	… 40 %
2단계	$3a$, $3b$, $3c$의 표준편차 구하기	… 60 %

연습해 보자

1 1단계 (평균)$=\frac{10+6+3+14+12}{5}=\frac{45}{5}=9$(회)

2단계 (분산)$=\frac{1^2+(-3)^2+(-6)^2+5^2+3^2}{5}=\frac{80}{5}=16$

3단계 $\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{16}=4$(회)

채점 기준		
1단계	평균 구하기	… 40 %
2단계	분산 구하기	… 40 %
3단계	표준편차 구하기	… 20 %

2 1단계 편차의 총합은 0이므로

$a+(-2)+(-3)+b+1=0$

$\therefore a+b=4$ … ㉠

2단계 분산이 8이므로

$\frac{a^2+(-2)^2+(-3)^2+b^2+1^2}{5}=8$에서

$a^2+b^2+14=40$

$\therefore a^2+b^2=26$ … ㉡

3단계 이때 $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$이므로

이 식에 ㉠, ㉡을 대입하면

$4^2=26+2ab$, $2ab=-10$

$\therefore ab=-5$

채점 기준		
1단계	$a+b$의 값 구하기	… 30 %
2단계	a^2+b^2의 값 구하기	… 40 %
3단계	ab의 값 구하기	… 30 %

01 상자그림

P. 98

필수 문제 1 (1) 최솟값: 1권, 최댓값: 9권
(2) 제1사분위수: 3권, 제2사분위수: 5권,
제3사분위수: 7.5권
(3) 범위: 8권, 사분위수 범위: 4.5권

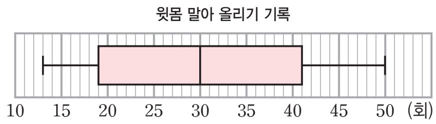
변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
1, 3, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
(2) 변량의 개수가 홀수이므로
중앙값, 즉 제2사분위수는 5권
제1사분위수는 변량 1, 3, 3, 4의 중앙값인
$\frac{3+3}{2}=3$(권)
제3사분위수는 변량 6, 7, 8, 9의 중앙값인
$\frac{7+8}{2}=7.5$(권)
(3) (범위)$=9-1=8$(권)
(사분위수 범위)$=7.5-3=4.5$(권)

1-1 21.5
변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
15, 16, 16, 16, 17, 18, 20, 20, 21, 23
변량의 개수가 짝수이므로
중앙값은 $\frac{17+18}{2}=17.5$(세) $\quad\therefore a=17.5$
제1사분위수는 변량 15, 16, 16, 16, 17의 중앙값인 16세,
제3사분위수는 변량 18, 20, 20, 21, 23의 중앙값인 20세
이므로
(사분위수 범위)$=20-16=4$(세) $\quad\therefore b=4$
$\therefore a+b=17.5+4=21.5$

P. 99

필수 문제 2 (1) 13회, 19회, 30회, 41회, 50회
(2) 풀이 참조

(1) 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
13, 16, 19, 22, 27, 30, 34, 36, 41, 45, 50
최솟값은 13회, 최댓값은 50회이고
변량의 개수가 홀수이므로
중앙값은 30회
제1사분위수는 변량 13, 16, 19, 22, 27의 중앙값인 19회
제3사분위수는 변량 34, 36, 41, 45, 50의 중앙값인 41회

(2)


P. 100

개념 확인 (1) 52점 (2) 96점 (3) 58점 (4) 72점
(5) 82점 (6) 24점

(6) (사분위수 범위)$=82-58=24$(점)

필수 문제 3 (1) 3회 (2) 약 50 % (3) ㉡

(2) 3회가 중앙값이므로 턱걸이 횟수가 3회 이하인 학생은 전체의 약 50 %이다.
(3) 구간이 짧을수록 변량이 밀집되어 있으므로 변량이 가장 밀집된 구간은 ㉡이다.

3-1 ㄴ, ㄹ
ㄱ. 필기구의 개수의 중앙값은 7개이지만 평균은 알 수 없다.
ㄴ. (사분위수 범위)$=9-4=5$(개)
ㄷ. 최댓값이 16개이므로 필기구를 17개 가지고 있는 학생은 없다.
ㄹ. 제3사분위수가 9개이므로 필기구를 9개 이상 가지고 있는 학생은 전체의 약 25 %이다.
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

P. 101

필수 문제 4 (1) A: 24개, B: 37개
(2) A: 14개, B: 19개
(3) 타자 B

(2) 사분위수 범위는
타자 A: $33-19=14$(개), 타자 B: $45-26=19$(개)
(3) 타자 B에 대한 상자그림이 전체적으로 오른쪽에 있으므로 매년 친 홈런의 개수가 상대적으로 더 많은 타자는 B이다.

4-1 (1) 2학년: 32분, 3학년: 23분 (2) 3학년
(3) 2학년 (4) 3학년

(2) 청소하는 데 걸린 시간이 가장 짧은 학생의 기록은 2분이고, 이 학생은 3학년에 속해 있다.

(3) 2학년에 대한 상자그림에서 중앙값이 19분이고, 3학년에 대한 상자그림에서 제3사분위수가 18분이므로 청소하는 데 걸린 시간이 18분 이상인 학생의 비율은 2학년이 더 많다.

(4) 3학년에 대한 상자그림이 전체적으로 아래쪽에 있으므로 청소하는 데 걸린 시간이 상대적으로 더 적은 학년은 3학년이다.

STEP 1 쓱쓱 개념 익히기 P. 102

1 ② **2** ㄴ **3** ㉢ **4** ㄱ, ㄹ

1 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

12, 13, 16, 18, 25, 27, 28, 29, 33, 35, 37, 38, 44

최솟값은 12℃이므로 $a=12$

변량의 개수가 홀수이므로

제1사분위수는 변량 12, 13, 16, 18, 25, 27의 중앙값인

$\frac{16+18}{2}=17$(℃)

제3사분위수는 변량 29, 33, 35, 37, 38, 44의 중앙값인

$\frac{35+37}{2}=36$(℃)

따라서 (사분위수 범위)$=36-17=19$(℃)이므로 $b=19$

$\therefore a+b=12+19=31$

2 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

4, 4, 6, 6, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 15, 16, 20, 24, 28

최솟값은 4회, 최댓값은 28회이고

변량의 개수가 15로 홀수이므로

중앙값은 10회,

제1사분위수는 변량 4, 4, 6, 6, 6, 8, 9의 중앙값인 6회,

제3사분위수는 변량 11, 12, 15, 16, 20, 24, 28의 중앙값인 16회이다.

따라서 상자그림으로 알맞은 것은 ㄴ이다.

3 구간이 짧을수록 변량이 밀집되어 있으므로 변량이 가장 밀집된 구간은 ㉢이다.

4 ㄱ. 영화 A에 대한 상자그림에서 중앙값은 18세이므로 영화 A의 관람객의 약 50 %는 18세 이하이다.

ㄴ. 영화 B에 대한 상자그림에서 중앙값이 36세이지만 36세인 관람객이 반드시 있는지는 알 수 없다.

ㄷ. 30세 이상인 관람객 수는 알 수 없다.

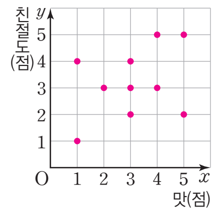
ㄹ. 영화 A에 대한 상자그림이 전체적으로 아래쪽에 있으므로 영화 A의 관람객 나이가 영화 B의 관람객 나이보다 상대적으로 더 적다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

02 산점도와 상관관계

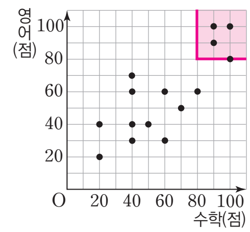
P. 103

개념 확인

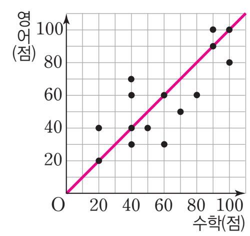


필수 문제 1 (1) 4명 (2) 5명 (3) 40 %

(1) 수학 점수와 영어 점수가 모두 80점 이상인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 4명이다.

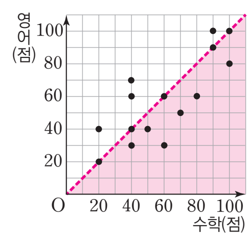


(2) 수학 점수와 영어 점수가 같은 학생은 오른쪽 그림에서 대각선 위에 있으므로 5명이다.



(3) 수학 점수가 영어 점수보다 높은 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 6명이다.

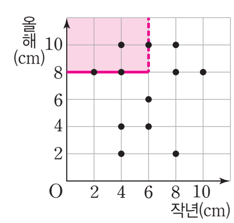
$\therefore \frac{6}{15}\times100=40(\%)$



주의 기준이 되는 보조선을 그어 조건을 만족시키는 점을 구할 때, 이상 또는 이하는 기준선(실선) 위의 점을 포함하고, 초과 또는 미만은 기준선(점선) 위의 점을 포함하지 않는다.

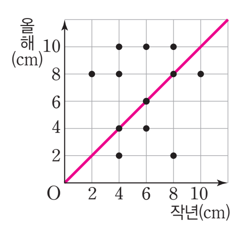
1-1 (1) 3명 (2) 25 % (3) 5명

(1) 작년에 자란 키가 6 cm 미만이고 올해에 자란 키가 8 cm 이상인 선수는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 중 실선은 포함, 점선은 제외)에 속하므로 3명이다.

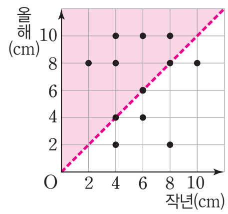


(2) 작년과 올해에 자란 키가 같은 선수는 오른쪽 그림에서 대각선 위에 있으므로 3명이다.

$\therefore \frac{3}{12}\times100=25(\%)$



(3) 작년보다 올해에 키가 더 많이 자란 선수는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 5명이다.



P. 104

필수 문제 2 ㄱ

여름철 기온이 높아질수록 에어컨 사용 시간도 대체로 늘어나므로 두 변량 사이에는 양의 상관관계가 있다.
따라서 양의 상관관계를 나타내는 산점도는 ㄱ이다.

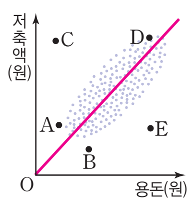
2-1 ④

주어진 산점도는 음의 상관관계를 나타낸다.
①, ② 양의 상관관계
③, ⑤ 상관관계가 없다.
④ 음의 상관관계

2-2 **(1) 양의 상관관계** **(2) C**

(1) 용돈이 많을수록 저축액도 대체로 많으므로 두 변량 사이에는 양의 상관관계가 있다.

(2) 용돈에 비해 저축액이 가장 많은 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 대각선의 위쪽에 있으면서 대각선에서 가장 멀리 떨어진 점이다.
따라서 구하는 학생은 C이다.

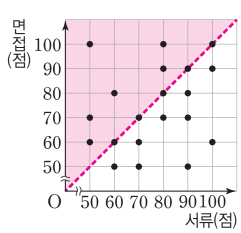


STEP **1** **쏙쏙 개념 익히기** P. 105

1 (1) 30 % (2) 70점 **2** (1) 7명 (2) 8명
3 ㄹ, ㅂ **4** ② **5** ④

1 (1) 면접 점수가 서류 점수보다 높은 지원자는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 6명이다.

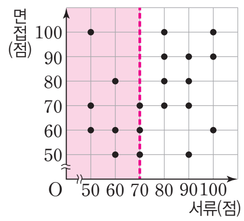
$\therefore \frac{6}{20}\times 100=30(\%)$



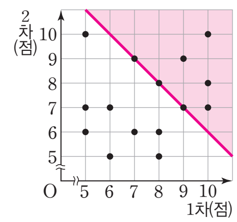
(2) 서류 점수가 70점 미만인 지원자는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 6명이다. 이들의 면접 점수는 각각 50점, 60점, 60점, 70점, 80점, 100점이므로

$(평균)=\frac{50+60+60+70+80+100}{6}$

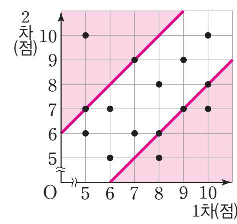
$=\frac{420}{6}=70(점)$



2 (1) 1차와 2차의 점수의 합이 16점 이상인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 7명이다.



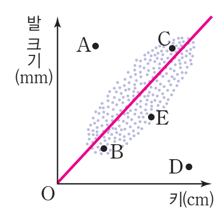
(2) 1차와 2차의 점수의 차가 2점 이상인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 8명이다.



3 ㄱ, ㅁ. 양의 상관관계 ㄴ, ㄷ. 음의 상관관계
ㄹ, ㅂ. 상관관계가 없다.
따라서 두 변량 사이에 상관관계가 없는 것은 ㄹ, ㅂ이다.

4 ①, ⑤ 음의 상관관계 ②, ③ 양의 상관관계
④ 상관관계가 없다.
이때 산점도의 점들이 한 직선에 가까이 모여 있을수록 상관관계가 강하므로 가장 강한 양의 상관관계를 나타내는 산점도는 ②이다.

5 키에 비해 발 크기가 가장 작은 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 대각선의 아래쪽에 있으면서 대각선에서 가장 멀리 떨어진 점이다.
따라서 구하는 학생은 D이다.



STEP **2** **탄탄 단원 다지기** P. 106~108

1 11회 **2** 약 50 % **3** ① **4** A
5 ② **6** 40점 **7** 6명 **8** ③ **9** ⑤
10 4점 **11** ② **12** ③ **13** 5명 **14** ⑤
15 ⑤ **16** (1) 양의 상관관계 (2) 상관관계가 없다.
17 ② **18** ② **19** ②, ⑤ **20** 양의 상관관계
21 ③ **22** ㄱ, ㄹ

1 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
5, 5, 5, 5, 7, 8, 14, 16, 19, 34
변량의 개수가 짝수이므로
제1사분위수는 변량 5, 5, 5, 5, 7의 중앙값인 5회,
제3사분위수는 변량 8, 14, 16, 19, 34의 중앙값인 16회이다.
∴ (사분위수 범위)$=16-5=11$(회)

2 151 cm는 제1사분위수, 168 cm는 제3사분위수이므로 키가 151 cm 이상 168 cm 이하인 학생은 전체의 약 50 %이다.

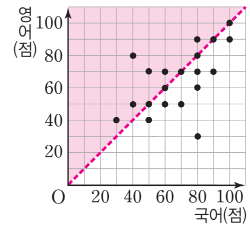
3 최솟값이 144 cm이므로 $a=144$
제3사분위수는 168 cm이므로 상위 25 %에 속하는 학생의 키는 적어도 168 cm이다. 즉, $b=168$
∴ $b-a=168-144=24$

4 히스토그램에서 자료의 최솟값은 10분 이상 20분 미만, 최댓값은 50분 이상 60분 미만인 계급에 속한다.
또 변량이 15개이고 각 계급에 속하는 변량은
10분 이상 20분 미만: 2개
20분 이상 30분 미만: 4개
30분 이상 40분 미만: 3개
40분 이상 50분 미만: 5개
50분 이상 60분 미만: 1개
이므로 제1사분위수, 중앙값, 제3사분위수는 각각 20분 이상 30분 미만, 30분 이상 40분 미만, 40분 이상 50분 미만인 계급에 속한다.
따라서 주어진 히스토그램에 대응하는 것으로 가장 적절한 상자그림은 A이다.

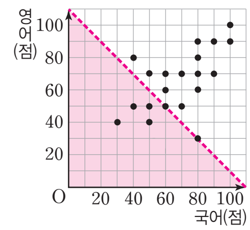
5 ① 음식물쓰레기 배출량의 중앙값은
A 가구: 17 kg, B 가구: 14 kg
이므로 중앙값의 차는 $17-14=3$(kg)
② 상자그림의 각 구간에는 변량이 약 25 %씩 동일하게 포함된다.
③ B 가구의 자료에서 제3사분위수가 17 kg이므로 월평균 음식물쓰레기 배출량이 17 kg 이상인 달은 전체의 약 25 %이다.
④ A 가구에 대한 상자그림에서 제1사분위수가 14 kg이고, B 가구에 대한 상자그림에서 중앙값이 14 kg이므로 월평균 음식물쓰레기 배출량이 14 kg 이하인 달은 B 가구가 더 많다.
⑤ A 가구에 대한 상자그림이 전체적으로 위쪽에 있으므로 A 가구의 월평균 음식물쓰레기 배출량이 상대적으로 더 많다.
따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

6 국어 점수가 가장 낮은 학생의 국어 점수는 30점이고, 이 학생의 영어 점수는 40점이다.

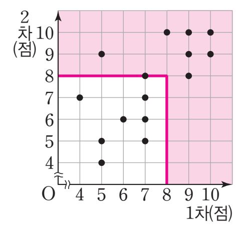
7 국어 점수가 영어 점수보다 낮은 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 6명이다.



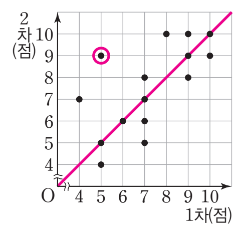
8 두 과목의 점수의 합이 110점 미만인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 4명이다.
∴ $\frac{4}{20}\times100=20(\%)$



9 두 번의 경기 중 적어도 한 번은 8점 이상 득점한 선수는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 8명이다.

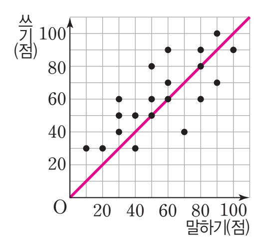


10 득점수가 가장 많이 높아진 선수를 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 대각선의 위쪽에 있으면서 대각선에서 가장 멀리 떨어진 점이다.
이때 이 선수의 1차 경기의 득점수는 5점, 2차 경기의 득점수는 9점이므로 그 차는 $9-5=4$(점)

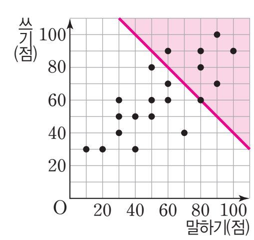


참고 점이 대각선에서 멀수록 두 변량의 차가 크다.

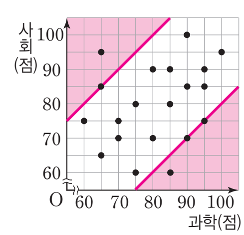
11 말하기 점수와 쓰기 점수가 같은 학생은 오른쪽 그림에서 대각선 위에 있으므로 3명이다.
따라서 그 비율은 $\frac{3}{20}$이다.



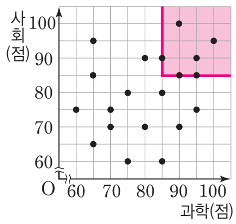
12 말하기 점수와 쓰기 점수의 평균이 70점, 즉 말하기 점수와 쓰기 점수의 합이 $70\times2=140$(점) 이상인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 7명이다.



13 두 과목의 점수의 차가 20점 이상인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 5명이다.

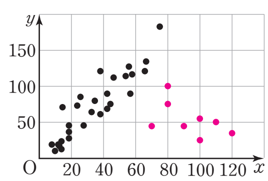


14 두 과목의 점수가 모두 85점 이상인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 6명이다.
따라서 두 과목 중 적어도 한 과목의 점수가 85점 미만인 학생은
$20-6=14$(명)이다.
$\therefore \frac{14}{20}\times 100=70(\%)$



15 ① 중간고사와 기말고사의 수학 점수 사이에는 양의 상관관계가 있다.
② A, B는 기말고사보다 중간고사의 수학 점수가 더 낮다.
③ C의 기말고사 수학 점수보다 기말고사 수학 점수가 낮은 학생은 4명이다.
④ 중간고사와 기말고사의 수학 점수가 같은 학생은 4명이다.
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

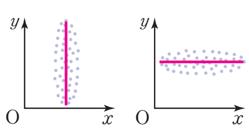
16 (1) x의 값이 증가함에 따라 y의 값도 대체로 증가하므로 두 변량 x, y 사이에는 양의 상관관계가 있다.
(2) 주어진 산점도에 8개의 자료를 추가하면 오른쪽 그림과 같이 x의 값이 증가함에 따라 y의 값이 증가하는지 감소하는지 분명하지 않으므로 두 변량 x, y 사이에는 상관관계가 없다.



17 배추의 생산량 x포기와 배추의 가격 y원 사이에는 음의 상관관계가 있으므로 두 변량 x, y 사이의 상관관계를 나타내는 산점도로 알맞은 것은 ②이다.

18 통학 거리가 늘어날수록 통학 시간도 대체로 길어지므로 두 변량 사이에는 양의 상관관계가 있다.
①, ③ 음의 상관관계
② 양의 상관관계
④, ⑤ 상관관계가 없다.
따라서 주어진 것과 같은 상관관계가 있는 것은 ②이다.

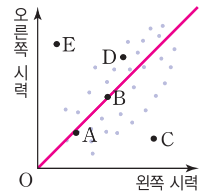
19 ② 산점도로는 두 변량의 평균 사이에 어떤 관계가 있는지 알 수 없다.
⑤



산점도의 점들이 한 직선에 가까이 모여 있어도 위의 그림과 같이 두 변량 사이에 상관관계가 없을 수 있다.

20 왼쪽 시력이 높을수록 오른쪽 시력도 대체로 높으므로 두 변량 사이에는 양의 상관관계가 있다.

21 오른쪽 시력에 비해 왼쪽 시력이 가장 좋은 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 대각선의 아래쪽에 있으면서 대각선에서 가장 멀리 떨어진 점이다.
따라서 구하는 학생은 C이다.



22 ㄴ. B는 C보다 왼쪽 시력이 좋지 않다.
ㄷ. D는 E보다 오른쪽 시력이 좋지 않다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

STEP **3** 쓱쓱 **서술형 완성하기** P. 109~110

〈과정은 풀이 참조〉
따라 해보자 유제 1 11
유제 2 (1) 음의 상관관계 (2) 3.5시간
연습해 보자 **1** (1) 선수 A: 중앙값 67회, 사분위수 범위: 27회
선수 B: 중앙값 71회, 사분위수 범위: 24회
(2) 선수 B, 이유는 풀이 참조
2 24 %
3 $a=4$, $b=13$, $c=43.75$
4 85점

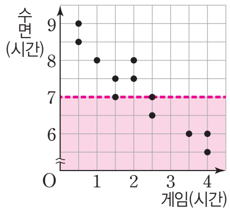
따라 해보자

유제 1 (1단계) a, b를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
5, 6, 10, 11, 14, 16
이때 최댓값이 19시간이고 $a>10$, $b<10$이므로
$a=19$
(2단계) 변량의 개수가 짝수이고 $b<10$이므로
제3사분위수는 변량 11, 14, 16, 19의 중앙값인
$\frac{14+16}{2}=15$(시간)
이때 사분위수 범위가 8시간이므로
제1사분위수는 $15-8=7$(시간)
즉, 변량 b, 5, 6, 10의 중앙값이 7이어야 하므로
$\frac{6+b}{2}=7$에서 $6+b=14$ $\therefore b=8$
(3단계) $\therefore a-b=19-8=11$

채점 기준		
1단계	a의 값 구하기	… 30 %
2단계	b의 값 구하기	… 50 %
3단계	$a-b$의 값 구하기	… 20 %

유제 2 (1) 1단계 게임 시간이 길수록 수면 시간이 대체로 짧으므로 두 변량 사이에는 음의 상관관계가 있다.

(2) 2단계 수면 시간이 7시간 미만인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 4명이다.



이들의 게임 시간은 각각 2.5시간, 3.5시간, 4시간, 4시간이므로

(평균)$=\dfrac{2.5+3.5+4+4}{4}=\dfrac{14}{4}=3.5$(시간)

채점 기준	
1단계	게임 시간과 수면 시간 사이의 상관관계 말하기 … 30 %
2단계	수면 시간이 7시간 미만인 학생들의 게임 시간의 평균 구하기 … 70 %

연습해 보자

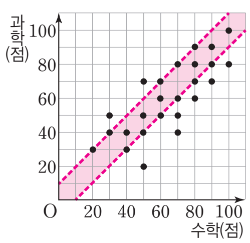
1 (1) 1단계 선수 A: 중앙값은 67회이고, 사분위수 범위는 $79-52=27$(회)이다.

2단계 선수 B: 중앙값은 71회이고, 사분위수 범위는 $81-57=24$(회)이다.

(2) 3단계 선수 B의 기록이 선수 A의 기록에 비해 범위, 사분위수 범위가 더 작고, 중앙값은 더 크므로 선수 B가 대표로 더 적절하다.

채점 기준	
1단계	선수 A의 기록의 중앙값, 사분위수 범위 각각 구하기 … 30 %
2단계	선수 B의 기록의 중앙값, 사분위수 범위 각각 구하기 … 30 %
3단계	대표 선수로 누가 더 적절한지 말하고, 그 이유 설명하기 … 40 %

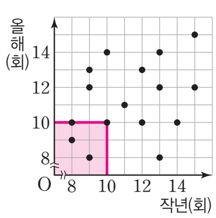
2 1단계 두 과목의 점수의 차가 10점 미만인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 6명이다.



2단계 $\therefore \dfrac{6}{25}\times100=24(\%)$

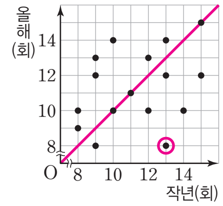
채점 기준	
1단계	두 과목의 점수의 차가 10점 미만인 학생 수 구하기 … 60 %
2단계	두 과목의 점수의 차가 10점 미만인 학생이 전체의 몇 %인지 구하기 … 40 %

3 1단계 작년과 올해 모두 영화를 10회 이하 관람한 회원은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 4명이다.



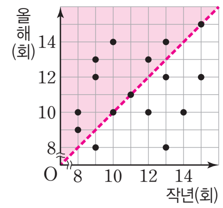
$\therefore a=4$

2단계 작년과 올해에 영화를 관람한 횟수의 차가 가장 큰 회원을 나타내는 점은 오른쪽 그림의 대각선에서 가장 멀리 떨어져 있는 점이므로 작년에 13회, 올해에 8회 관람하였다.



$\therefore b=13$

3단계 작년보다 올해에 영화를 관람한 횟수가 더 많은 회원은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 7명이다.



$\therefore \dfrac{7}{16}\times100=43.75(\%)$

$\therefore c=43.75$

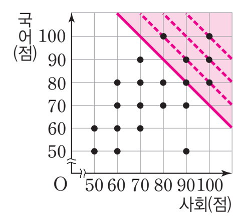
채점 기준	
1단계	a의 값 구하기 … 30 %
2단계	b의 값 구하기 … 30 %
3단계	c의 값 구하기 … 40 %

4 1단계 전체 학생이 20명이므로 상위 30 % 이내에 드는 학생은

$20\times\dfrac{30}{100}=6$(명)

이므로 두 과목 점수의 평균, 즉 합이 높은 6명의 학생은 보충 수업을 받지 않는다.

2단계 두 과목 점수의 합이 높은 6명의 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다. 이때 6번째로 높은 학생의 두 과목 점수의 합이 170점이므로



두 과목 점수의 합이 170점 이상이어야 보충 수업을 받지 않는다.

3단계 따라서 보충 수업을 받지 않으려면 두 과목 점수의 평균이 최소 $\dfrac{170}{2}=85$(점)이어야 한다.

채점 기준	
1단계	보충 수업을 받지 않는 학생 수 구하기 … 30 %
2단계	보충 수업을 받지 않기 위한 두 과목 점수의 합 구하기 … 40 %
3단계	보충 수업을 받지 않으려면 두 과목 점수의 평균이 최소 몇 점이어야 하는지 구하기 … 30 %

MEMO

MEMO

정답만 모아

스피드 체크

1. 삼각비

01 삼각비

P. 7~11

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ② **2** ⑤ **3** $\frac{\sqrt{2}}{3}$ **4** ⑤

핵심 유형 문제

5 $\frac{2}{5}$ **6** $\frac{7\sqrt{7}}{12}$ **7** $\frac{\sqrt{3}}{3}$ **8** $\frac{5}{13}$ **9** ②
10 ④ **11** 3 **12** ④ **13** $\sqrt{7}$ **14** $12\sqrt{2}\text{cm}^2$
15 $\frac{3+\sqrt{7}}{4}$ **16** ② **17** $\frac{27}{20}$ **18** ②
19 $\frac{24}{35}$ **20** ③ **21** $\frac{5}{12}$ **22** ㄱ, ㄴ **23** $\sqrt{3}$
24 $\frac{1}{5}$ **25** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ **26** ③ **27** $\frac{\sqrt{10}}{10}$ **28** ②
29 $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ **30** $\frac{\sqrt{3}}{3}$ **31** $\frac{2}{3}$
32 (1) $3\sqrt{3}$ (2) $2\sqrt{3}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

02 삼각비의 값

P. 12~17

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 $6-2\sqrt{3}$ **2** 6 **3** ⑤ **4** ①
5 ㄷ, ㄴ, ㄹ, ㅂ, ㄱ, ㅁ **6** $33°$

핵심 유형 문제

7 (1) $\frac{1}{2}$ (2) $-\frac{1}{4}$ (3) 2 **8** ① **9** $\frac{3}{2}$
10 $60°$ **11** $3\sqrt{2}$ **12** $\frac{9\sqrt{6}}{2}$ **13** ③ **14** ③
15 $12\sqrt{3}\text{cm}^2$ **16** $2-\sqrt{3}$ **17** $\frac{15\sqrt{3}}{2}\text{cm}$
18 ③ **19** $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+\frac{2\sqrt{3}}{3}$ **20** 4 **21** 1.47
22 ⑤ **23** ②, ④ **24** ④ **25** ②, ⑤ **26** $\frac{\sqrt{3}}{24}$
27 ㄴ, ㄷ **28** ②, ④ **29** $\frac{\sqrt{3}}{2}+1$ **30** ③
31 ⑤ **32** ③ **33** ②, ④ **34** ④ **35** $2\sin A$
36 0 **37** ① **38** 8.693 **39** 2.4483

실력 UP 문제 P. 18

1-1 $\frac{\sqrt{2}}{5}$ **1-2** $\frac{1}{3}$
2-1 $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ **2-2** $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$
3-1 $\frac{3}{5}$ **3-2** $\frac{\sqrt{5}}{3}$

실전 테스트 P. 19~21

1 ② **2** $4\sqrt{5}\text{cm}^2$ **3** $\frac{2\sqrt{10}}{3}$ **4** ②
5 ① **6** $\frac{10}{29}$ **7** $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ **8** $\frac{1}{2}$ **9** $\frac{50\sqrt{3}}{3}$
10 $3\sqrt{3}\text{cm}^2$ **11** $\sqrt{2}-1$ **12** $\frac{1}{2}$ **13** ⑤
14 ④ **15** ② **16** ② **17** ④ **18** ④
19 (1) $14°$ (2) 45%

2. 삼각비의 활용

01 길이 구하기

P. 25～29

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 9.52 cm **2** 6 m **3** ③ **4** 12
5 $4(\sqrt{3}-1)$ **6** $(\sqrt{3}+1)\text{ cm}^2$

핵심 유형 문제

7 ④, ⑤ **8** 3.84 **9** $25\sqrt{3}\text{ cm}^2$ **10** $27\sqrt{6}\text{ cm}^3$
11 $(80+32\sqrt{2})\text{ cm}^2$ **12** $243\sqrt{3}\pi\text{ cm}^3$ **13** 19.2 m
14 $3\sqrt{3}$ m **15** 16초 **16** ⑤ **17** ⑤ **18** $310\sqrt{6}$ m
19 $\sqrt{13}$ **20** $5\sqrt{7}$ m **21** $\sqrt{61}$ **22** ④ **23** $16\sqrt{2}$
24 $4\sqrt{6}$ m **25** ④ **26** $10(3-\sqrt{3})$ **27** ④
28 $(12\sqrt{3}-12)\text{ cm}^2$ **29** $6(3+\sqrt{3})$ **30** 500 km
31 ①

02 넓이 구하기

P. 30～33

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ④ **2** $14\sqrt{3}\text{ cm}^2$ **3** $45°$ **4** $60°$
5 $15\pi-9$

핵심 유형 문제

6 $5\sqrt{3}\text{ cm}^2$ **7** $45°$ **8** ① **9** $\frac{20\sqrt{2}}{3}\text{ cm}^2$
10 $35\sqrt{2}\text{ cm}^2$ **11** $\frac{180\sqrt{3}}{11}$ **12** ①
13 $120°$ **14** 54 cm^2 **15** ⑤
16 $\left(\frac{9}{2}+\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)\text{cm}^2$ **17** ② **18** $30\sqrt{3}\text{ cm}^2$
19 ② **20** ③ **21** $150°$ **22** $\frac{15\sqrt{2}}{2}\text{ cm}^2$
23 $36\sqrt{2}\text{ cm}^2$ **24** $6\sqrt{3}\text{ cm}^2$ **25** $27\sqrt{2}\text{ cm}^2$
26 ④

실력 UP 문제 P. 34

1-1 $1500\sqrt{3}$ m **1-2** 60초
2-1 ④ **2-2** 18 cm^2

실전 테스트 P. 35～37

1 ② **2** $x=3$, $y=2\sqrt{3}$ **3** 6.7 m
4 $(5\sqrt{2}+6)$ m **5** $\sqrt{21}$ cm **6** $(100\sqrt{3}+100)$ m
7 ④ **8** ① **9** 4 cm **10** $\frac{\sqrt{14}}{2}$ **11** ⑤
12 $(\sqrt{3}-1)\text{ cm}^2$ **13** $(12+2\sqrt{5})\text{ cm}^2$ **14** $18\sqrt{3}\text{ cm}^2$
15 ③ **16** ② **17** $300\sqrt{3}\text{ cm}^2$ **18** $25\sqrt{2}\text{ cm}^2$
19 ④ **20** ④

3. 원과 직선

01 원의 현

P. 41～47

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 $2\sqrt{7}$ cm **2** $\frac{25}{3}$ cm **3** ⑤ **4** 18 cm **5** ①
6 $3\sqrt{2}$ **7** ④ **8** ⑤

핵심 유형 문제

9 ② **10** 8 **11** ① **12** ③ **13** ④
14 $6\sqrt{3}$ cm **15** $6\sqrt{3}$ cm **16** $2\sqrt{14}$ cm
17 65π **18** $8\sqrt{6}$ **19** ⑤ **20** $\frac{25}{2}$ **21** $9\sqrt{5}$
22 ② **23** 10 cm **24** ④ **25** 8
26 $108\sqrt{3}$ cm^2 **27** ① **28** ⑤ **29** ⑤
30 ③ **31** $8\sqrt{2}$ cm^2 **32** 12 cm **33** 72°
34 ③ **35** 55° **36** ⑤ **37** 16π cm^2

02 원의 접선

P. 48～55

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ③ **2** ㄱ, ㄹ, ㅁ **3** 3 cm
4 (1) $\frac{9}{2}$ (2) 2 **5** 9π cm^2 **6** 44 cm **7** 10 cm
8 $2\sqrt{10}$ cm

핵심 유형 문제

9 5 **10** ④ **11** 36 cm **12** 3π cm^2
13 $x=12$, $y=8$ **14** ③ **15** 120 cm^2
16 ⑤ **17** $(12\sqrt{3}-4\pi)$ cm^2 **18** ③
19 30 cm **20** 4 km **21** 10 **22** ④ **23** 16
24 38 cm **25** 78 cm^2 **26** $13\sqrt{10}$ cm^2
27 ㄱ, ㄴ, ㄷ **28** ③ **29** $\frac{15}{2}$ **30** 4 cm
31 4 cm **32** 8 cm **33** 8 **34** 3 **35** ④
36 3 **37** ④ **38** $x=4$, $y=7$ **39** 10 cm
40 ③ **41** 20 cm^2 **42** 16π cm^2
43 9 cm **44** 1 cm **45** $\frac{75}{2}$ cm^2

실력 UP 문제 P. 56

1-1 $\frac{4\sqrt{3}}{3}\pi$ cm **1-2** $(48\pi-36\sqrt{3})$ cm^2
2-1 16π cm^2 **2-2** $\frac{9}{2}\pi$ cm^2
3-1 $(189-49\pi)$ cm^2 **3-2** $(72-16\pi)$ cm^2

실전 테스트 P. 57～59

1 ③ **2** $\frac{25}{2}$ **3** $\frac{29}{6}$ cm **4** 13 cm **5** 12 cm
6 $12\sqrt{21}$ cm **7** 120 cm^2 **8** ④
9 $(16\pi-12\sqrt{3})$ cm^2 **10** 15 cm **11** $(27\sqrt{3}-9\pi)$ cm^2
12 ② **13** ④ **14** 7 **15** ② **16** 24
17 25π cm^2 **18** $(6\sqrt{3}+4\pi)$ cm

4. 원주각

01 원주각

P. 63~71

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 $92°$ **2** $(6\pi-9\sqrt{3})\,\text{cm}^2$ **3** ① **4** $40°$
5 (1) $25°$ (2) $75°$ **6** $112°$ **7** $10\,\text{cm}$ **8** ④
9 $60°$

핵심 유형 문제

10 ⑤ **11** ② **12** ⑤ **13** $4\,\text{cm}$ **14** $104°$
15 $40°$ **16** $130°$ **17** ④ **18** $248°$ **19** ①
20 $105°$ **21** $26°$ **22** ④ **23** $70°$ **24** $23°$
25 ② **26** ④ **27** ⑤ **28** ③ **29** ③
30 $12°$ **31** ③ **32** $116°$ **33** $64°$ **34** $\frac{\sqrt{5}}{3}$
35 $3\sqrt{3}$ **36** ① **37** $46°$ **38** ② **39** $180°$
40 ④ **41** $65°$ **42** $65°$ **43** $60°$ **44** ③
45 $80°$ **46** $35°$ **47** $\angle x=60°$, $\angle y=75°$, $\angle z=45°$
48 $36°$ **49** ④ **50** ① **51** $96°$ **52** $21°$

02 원에 내접하는 사각형

P. 72~77

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ④, ⑤ **2** $20°$ **3** $160°$ **4** $15°$ **5** ⑤
6 $50°$ **7** $56°$ **8** ⑤

핵심 유형 문제

9 $47°$ **10** $27°$ **11** $33°$ **12** ④ **13** $124°$
14 $10°$ **15** $130°$ **16** ③ **17** $67°$
18 $\angle x=114°$, $\angle y=57°$ **19** $50°$ **20** ①
21 $205°$ **22** $360°$ **23** $45°$ **24** $63°$ **25** ③
26 $88°$ **27** $197°$ **28** $170°$ **29** $95°$ **30** ①, ③
31 ④ **32** $80°$ **33** ③ **34** 6개

03 원의 접선과 현이 이루는 각

P. 78~81

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ② **2** $40°$ **3** $40°$ **4** $60°$ **5** ㄱ, ㄷ, ㅁ

핵심 유형 문제

6 $160°$ **7** $40°$ **8** ④ **9** $54°$ **10** $35°$
11 $32°$ **12** $107°$ **13** $35°$ **14** $47°$ **15** $60°$
16 5 **17** ③ **18** $38°$ **19** $55°$ **20** $29°$
21 ④ **22** $100°$ **23** $40°$ **24** $65°$

실력 UP 문제

P. 82

1-1 $66°$ **1-2** $100°$
2-1 $28°$ **2-2** $70°$
3-1 $14\,\text{cm}$ **3-2** $51°$

실전 테스트

P. 83~85

1 $76°$ **2** $113°$ **3** $23°$ **4** ④ **5** 34π
6 $66°$ **7** ⑤ **8** $45°$ **9** $40°$ **10** $109°$
11 $103°$ **12** $128°$ **13** $68°$ **14** ②, ③ **15** $112°$
16 $60°$ **17** ④ **18** 4 **19** ③

5. 산포도

01 산포도

P. 89～94

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 10개 2 $\frac{\sqrt{14}}{3}$점 3 3, 4 4 학생 D 5 140

핵심 유형 문제

6 ② 7 ④ 8 -2 9 9 10 19시간
11 280 12 ④ 13 $\sqrt{10}$회
14 분산: $\frac{4}{3}$, 표준편차 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$권 15 ③ 16 ①
17 ① 18 ② 19 $\frac{8\sqrt{5}}{5}$점 20 ④
21 3 22 58 23 $x=11$, $y=14$
24 14, $\sqrt{3}$ 25 130 26 ① 27 ④
28 ③ 29 ③ 30 ③ 31 ㄴ, ㅁ 32 ④
33 ⑤ 34 ③ 35 C, B, A
36 A반, 이유는 풀이 참조

실력 UP 문제 P. 95

1-1 (1) 5 (2) 3, 4, 6, 7 (3) $\frac{5}{2}$ 1-2 $\frac{46}{5}$
2-1 $\frac{43}{2}$ 2-2 $\frac{\sqrt{38}}{2}$kg

실전 테스트 P. 96～97

1 ⑤ 2 ③ 3 ㄱ, ㄹ 4 8 5 ④
6 ②, ③ 7 ④ 8 ①, ⑤ 9 ⑤ 10 B 회사
11 컵 B, 컵 E

6. 상자그림과 산점도

01 상자그림

P. 101～104

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 96 2 A 3 ㉢, ㉣, ㉠, ㉡ 4 ③, ⑤

핵심 유형 문제

5 ④ 6 8 7 ② 8 6 9 3 cm
10 101 11 ④ 12 13분 13 75 % 14 ㄱ, ㄴ
15 정연 16 버스 A, 1분 17 45 18 ①, ④
19 음식점 A, 이유는 풀이 참조
20 (1)－㉠, (2)－㉢, (3)－㉡ 21 A

02 산점도와 상관관계

P. 105～109

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 (1) $\frac{1}{8}$ (2) 28점 2 9 3 ④ 4 ④
5 B

핵심 유형 문제

6 50점 7 8권 8 75점 9 ④ 10 15 %
11 6명 12 4명 13 ② 14 70점 15 ③
16 5명 17 ㄴ, ㄷ 18 45 % 19 ③ 20 ②
21 2명 22 25 % 23 ③ 24 ④
25 (1) 상관관계가 없다. (2) 양의 상관관계 26 ㄷ
27 ⑤ 28 ⑤ 29 ① 30 ⑤

실력 UP 문제 P. 110

1-1 176.7점 1-2 ①
2-1 2명 2-2 20 %

실전 테스트 P. 111～112

1 15 2 ②, ⑤ 3 ⑤ 4 9명 5 37.5 %
6 6점 7 13명 8 ② 9 ㄴ, ㄷ 10 ⑤
11 B 12 30명

01 삼각비

P. 7～11

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ② **2** ⑤ **3** $\frac{\sqrt{2}}{3}$ **4** ⑤

핵심 유형 문제

5 $\frac{2}{5}$ **6** $\frac{7\sqrt{7}}{12}$ **7** $\frac{\sqrt{3}}{3}$ **8** $\frac{5}{13}$ **9** ②
10 ④ **11** 3 **12** ④ **13** $\sqrt{7}$ **14** $12\sqrt{2}\,\text{cm}^2$
15 $\frac{3+\sqrt{7}}{4}$ **16** ② **17** $\frac{27}{20}$ **18** ②
19 $\frac{24}{35}$ **20** ③ **21** $\frac{5}{12}$ **22** ㄱ, ㄴ **23** $\sqrt{3}$
24 $\frac{1}{5}$ **25** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ **26** ③ **27** $\frac{\sqrt{10}}{10}$ **28** ②
29 $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ **30** $\frac{\sqrt{3}}{3}$ **31** $\frac{2}{3}$
32 (1) $3\sqrt{3}$ (2) $2\sqrt{3}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

1 $\overline{BC}=\sqrt{(\sqrt{13})^2-2^2}=3$이므로

① $\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{3}{\sqrt{13}}=\frac{3\sqrt{13}}{13}$

② $\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{2}{\sqrt{13}}=\frac{2\sqrt{13}}{13}$

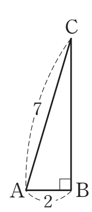
③ $\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{3}{2}$

④ $\cos C=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{3}{\sqrt{13}}=\frac{3\sqrt{13}}{13}$

⑤ $\tan C=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{2}{3}$

따라서 옳은 것은 ②이다.

2 $\cos A=\frac{2}{7}$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



이때 $\overline{BC}=\sqrt{7^2-2^2}=3\sqrt{5}$이므로

$\tan A=\frac{3\sqrt{5}}{2}$, $\cos C=\frac{3\sqrt{5}}{7}$

$\therefore \tan A-\cos C=\frac{3\sqrt{5}}{2}-\frac{3\sqrt{5}}{7}$

$=\frac{15\sqrt{5}}{14}$

3 $\triangle ABC \backsim \triangle EBD$ (AA 닮음)이므로

$\angle ACB=\angle EDB=x$

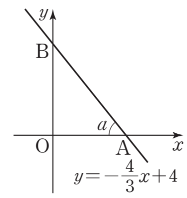
$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{2^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{6}$이므로

$\sin x=\sin C=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{2}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$

$\cos x=\cos C=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \sin x\times\cos x=\frac{\sqrt{6}}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{2}}{3}$

4 오른쪽 그림과 같이 직선 $y=-\frac{4}{3}x+4$와 x축, y축의 교점을 각각 A, B라고 하자.



$y=-\frac{4}{3}x+4$에 $y=0$, $x=0$을 각각 대입하여 두 점 A, B의 좌표를 구하면

A$(3,\ 0)$, B$(0,\ 4)$ $\quad\therefore \overline{OA}=3$, $\overline{OB}=4$

따라서 $\triangle OAB$에서 $\overline{AB}=\sqrt{3^2+4^2}=5$이므로

$\sin a=\frac{\overline{OB}}{\overline{AB}}=\frac{4}{5}$, $\tan a=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\frac{4}{3}$

$\therefore \sin a+\tan a=\frac{4}{5}+\frac{4}{3}=\frac{32}{15}$

5 $\overline{AC}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$이므로

$\sin A=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos A=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\therefore \sin A\times\cos A=\frac{\sqrt{5}}{5}\times\frac{2\sqrt{5}}{5}=\frac{2}{5}$

6 $\overline{AB}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$이므로

$\cos B=\frac{\sqrt{7}}{4}$, $\tan C=\frac{\sqrt{7}}{3}$

$\therefore \cos B+\tan C=\frac{\sqrt{7}}{4}+\frac{\sqrt{7}}{3}=\frac{7\sqrt{7}}{12}$

7 1단계 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{12^2-(4\sqrt{3})^2}=4\sqrt{6}$이므로

$\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{6}=2\sqrt{6}$

2단계 $\triangle ABD$에서

$\overline{AD}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+(2\sqrt{6})^2}=6\sqrt{2}$

3단계 $\therefore \sin x=\frac{\overline{BD}}{\overline{AD}}=\frac{2\sqrt{6}}{6\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

채점 기준		
1단계	$\overline{BD}$의 길이 구하기	… 30 %
2단계	$\overline{AD}$의 길이 구하기	… 30 %
3단계	$\sin x$의 값 구하기	… 40 %

8 $\overline{AB}=5k$, $\overline{BC}=12k\,(k>0)$라고 하면

$\overline{AC}=\sqrt{(12k)^2+(5k)^2}=13k$

$\therefore \cos A=\frac{5k}{13k}=\frac{5}{13}$

9 $\overline{AH}=3k$, $\overline{CH}=2k\,(k>0)$라고 하면

$\overline{AB}=\overline{AC}=3k+2k=5k$

$\triangle ABH$에서

$\overline{BH}=\sqrt{(5k)^2-(3k)^2}=4k$

$\triangle BCH$에서

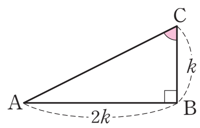
$\overline{BC}=\sqrt{(4k)^2+(2k)^2}=2\sqrt{5}k$

$\therefore \cos C=\dfrac{\overline{CH}}{\overline{BC}}=\dfrac{2k}{2\sqrt{5}k}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

10 $\sin A : \cos A=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}} : \dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$

$=\overline{BC} : \overline{AB}=1 : 2$

이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.

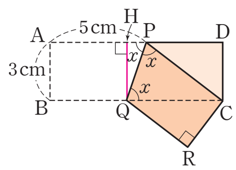


$\overline{AB}=2k$, $\overline{BC}=k\,(k>0)$라고 하면

$\overline{AC}=\sqrt{(2k)^2+k^2}=\sqrt{5}k$

$\therefore \sin C=\dfrac{2k}{\sqrt{5}k}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

11 오른쪽 그림과 같이 점 Q에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라고 하자.



$\angle APQ=\angle CPQ=x$(접은 각),

$\angle CQP=\angle APQ=x$(엇각)

이므로 $\triangle CPQ$는 $\overline{CP}=\overline{CQ}$인 이등변삼각형이다.

즉, $\overline{CQ}=\overline{CP}=\overline{AP}=5\,\text{cm}$이고, $\overline{CR}=\overline{AB}=3\,\text{cm}$이므로

$\triangle CQR$에서

$\overline{QR}=\sqrt{5^2-3^2}=4(\text{cm})$

이때 $\overline{AH}=\overline{BQ}=\overline{QR}=4\,\text{cm}$이므로

$\overline{PH}=\overline{AP}-\overline{AH}=5-4=1(\text{cm})$

따라서 $\triangle HQP$에서

$\tan x=\dfrac{\overline{HQ}}{\overline{PH}}=\dfrac{3}{1}=3$

12 $\tan A=\dfrac{3}{\overline{AC}}=\dfrac{1}{3}$이므로 $\overline{AC}=9(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{3^2+9^2}=3\sqrt{10}(\text{cm})$

13 $\sin A=\dfrac{6}{\overline{AC}}=\dfrac{3}{4}$이므로 $\overline{AC}=8$

따라서 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}$이므로

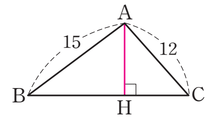
$\overline{AD}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{7}=\sqrt{7}$

14 $\cos A=\dfrac{\overline{AB}}{6\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$이므로 $\overline{AB}=2\sqrt{6}(\text{cm})$

$\therefore \overline{BC}=\sqrt{(6\sqrt{2})^2-(2\sqrt{6})^2}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{6}\times 4\sqrt{3}=12\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

15 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\triangle ABH$에서

$\sin B=\dfrac{\overline{AH}}{15}=\dfrac{3}{5}$ $\quad\therefore \overline{AH}=9$

따라서 $\overline{BH}=\sqrt{15^2-9^2}=12$이므로

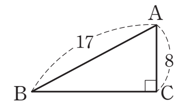
$\tan B=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{BH}}=\dfrac{9}{12}=\dfrac{3}{4}$

$\triangle AHC$에서 $\overline{CH}=\sqrt{12^2-9^2}=3\sqrt{7}$이므로

$\cos C=\dfrac{\overline{CH}}{\overline{AC}}=\dfrac{3\sqrt{7}}{12}=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$

$\therefore \tan B+\cos C=\dfrac{3}{4}+\dfrac{\sqrt{7}}{4}=\dfrac{3+\sqrt{7}}{4}$

16 $\sin B=\dfrac{8}{17}$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



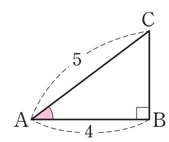
이때 $\overline{BC}=\sqrt{17^2-8^2}=15$이므로

① $\sin A=\dfrac{15}{17}$ ② $\cos A=\dfrac{8}{17}$ ③ $\tan A=\dfrac{15}{8}$

④ $\cos B=\dfrac{15}{17}$ ⑤ $\tan B=\dfrac{8}{15}$

따라서 옳은 것은 ②이다.

17 $\cos A=\dfrac{4}{5}$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.

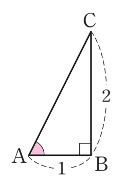


이때 $\overline{BC}=\sqrt{5^2-4^2}=3$이므로

$\sin A=\dfrac{3}{5}$, $\tan A=\dfrac{3}{4}$

$\therefore \sin A+\tan A=\dfrac{3}{5}+\dfrac{3}{4}=\dfrac{27}{20}$

18 $\tan A=2$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



이때 $\overline{AC}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$이므로

$\sin A=\dfrac{2}{\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

$\cos A=\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

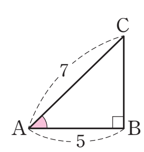
$\therefore \dfrac{\sin A+\cos A}{\sin A-\cos A}=\left(\dfrac{2\sqrt{5}}{5}+\dfrac{\sqrt{5}}{5}\right)\div\left(\dfrac{2\sqrt{5}}{5}-\dfrac{\sqrt{5}}{5}\right)$

$=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}\div\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

$=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}\times\dfrac{5}{\sqrt{5}}=3$

19 1단계 $7\cos A-5=0$에서 $\cos A=\dfrac{5}{7}$

2단계 따라서 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



이때 $\overline{BC}=\sqrt{7^2-5^2}=2\sqrt{6}$이므로

$\sin A=\frac{2\sqrt{6}}{7}$, $\tan A=\frac{2\sqrt{6}}{5}$

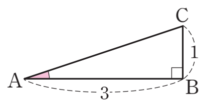
3단계 $\therefore \sin A\times\tan A=\frac{2\sqrt{6}}{7}\times\frac{2\sqrt{6}}{5}=\frac{24}{35}$

채점 기준		
1단계	$\cos A$의 값 구하기	… 20 %
2단계	$\sin A$, $\tan A$의 값 각각 구하기	… 60 %
3단계	$\sin A\times\tan A$의 값 구하기	… 20 %

20 $6x^2+x-1=0$에서 $(2x+1)(3x-1)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

따라서 $\tan A=\frac{1}{3}$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.

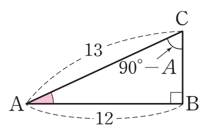


이때 $\overline{AC}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$이므로

$\sin A=\frac{1}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$, $\cos A=\frac{3}{\sqrt{10}}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$

$\therefore \cos A-\sin A=\frac{3\sqrt{10}}{10}-\frac{\sqrt{10}}{10}=\frac{\sqrt{10}}{5}$

21 $\sin(90°-A)=\frac{12}{13}$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



이때 $\overline{BC}=\sqrt{13^2-12^2}=5$이므로

$\tan A=\frac{5}{12}$

22 $\triangle ABC\backsim\triangle HBA\backsim\triangle HAC$ (AA 닮음)이므로

$\angle HAC=\angle HBA=\angle ABC=x$

ㄱ. $\triangle ABH$에서 $\cos x=\frac{\overline{BH}}{\overline{AB}}$

ㄴ, ㄹ. $\triangle AHC$에서 $\cos x=\cos(\angle HAC)=\frac{\overline{AH}}{\overline{AC}}$

ㄷ. $\triangle ABC$에서 $\cos x=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$

따라서 $\cos x$와 그 값이 항상 같은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

23 $\triangle ABC\backsim\triangle HBA$ (AA 닮음)이므로

$\angle BCA=\angle BAH=x$

$\triangle ABC\backsim\triangle HAC$ (AA 닮음)이므로

$\angle ABC=\angle HAC=y$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+3^2}=6$이므로

$\sin x=\sin C=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{3\sqrt{3}}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos y=\cos B=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{3\sqrt{3}}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \sin x+\cos y=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

24 1단계 $\triangle ABD\backsim\triangle HBA$ (AA 닮음)이므로

$\angle BDA=\angle BAH=x$

2단계 $\triangle ABD$에서 $\overline{AD}=\overline{BC}=12$이므로

$\overline{BD}=\sqrt{9^2+12^2}=15$

$\therefore \sin x=\sin(\angle BDA)$

$=\frac{\overline{AB}}{\overline{BD}}=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$

$\cos x=\cos(\angle BDA)$

$=\frac{\overline{AD}}{\overline{BD}}=\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$

3단계 $\therefore \cos x-\sin x=\frac{4}{5}-\frac{3}{5}=\frac{1}{5}$

채점 기준		
1단계	$\angle BDA=x$임을 알기	… 20 %
2단계	$\sin x$, $\cos x$의 값 각각 구하기	… 60 %
3단계	$\cos x-\sin x$의 값 구하기	… 20 %

25 $\triangle ABC\backsim\triangle AED$ (AA 닮음)이므로

$\angle ACB=\angle ADE$

$\triangle AED$에서 $\overline{AE}=\sqrt{6^2-(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{6}$이므로

$\cos B=\cos(\angle AED)=\frac{\overline{AE}}{\overline{DE}}=\frac{2\sqrt{6}}{6}=\frac{\sqrt{6}}{3}$

$\tan C=\tan(\angle ADE)=\frac{\overline{AE}}{\overline{AD}}=\frac{2\sqrt{6}}{2\sqrt{3}}=\sqrt{2}$

$\therefore \cos B\times\tan C=\frac{\sqrt{6}}{3}\times\sqrt{2}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

26 $\triangle ABE$에서 $\overline{AE}=\overline{AD}=10\,\text{cm}$이므로

$\overline{BE}=\sqrt{10^2-6^2}=8\,(\text{cm})$

$\angle EFC+\angle CEF=\angle CEF+\angle AEB=90°$이므로

$\angle AEB=\angle EFC=x$

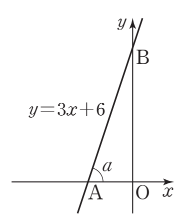
$\triangle ABE$에서

$\sin x=\sin(\angle AEB)=\frac{\overline{AB}}{\overline{AE}}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

$\cos x=\cos(\angle AEB)=\frac{\overline{BE}}{\overline{AE}}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$

$\therefore \sin x+\cos x=\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=\frac{7}{5}$

27 오른쪽 그림과 같이 일차함수 $y=3x+6$의 그래프와 x축, y축의 교점을 각각 A, B라고 하자.



$y=3x+6$에 $y=0$, $x=0$을 각각 대입하여 두 점 A, B의 좌표를 구하면

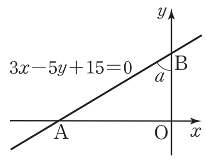
$A(-2, 0)$, $B(0, 6)$

$\therefore \overline{OA}=2$, $\overline{OB}=6$

따라서 $\triangle AOB$에서 $\overline{AB}=\sqrt{2^2+6^2}=2\sqrt{10}$이므로

$\cos a=\frac{\overline{OA}}{\overline{AB}}=\frac{2}{2\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$

28 오른쪽 그림과 같이 직선 $3x-5y+15=0$과 x축, y축의 교점을 각각 A, B라고 하자.



$3x-5y+15=0$에 $y=0$, $x=0$을 각각 대입하여 두 점 A, B의 좌표를 구하면

$A(-5, 0)$, $B(0, 3)$　　$\therefore \overline{OA}=5$, $\overline{OB}=3$

$\therefore \tan a=\dfrac{\overline{OA}}{\overline{OB}}=\dfrac{5}{3}$

29 기울기가 $-\dfrac{1}{2}$이므로 직선의 방정식을 $y=-\dfrac{1}{2}x+b$라고 하면 이 직선이 점 $(2, 1)$을 지나므로

$1=-\dfrac{1}{2}\times 2+b$　　$\therefore b=2$

즉, $y=-\dfrac{1}{2}x+2$에 $y=0$, $x=0$을 각각 대입하여 두 점 A, B의 좌표를 구하면

$A(4, 0)$, $B(0, 2)$　　$\therefore \overline{OA}=4$, $\overline{OB}=2$

따라서 $\triangle OAB$에서 $\overline{AB}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$이므로

$\sin a=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{AB}}=\dfrac{2}{2\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos a=\dfrac{\overline{OA}}{\overline{AB}}=\dfrac{4}{2\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

$\therefore \sin a+\cos a=\dfrac{\sqrt{5}}{5}+\dfrac{2\sqrt{5}}{5}=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

30 $\triangle EFG$에서 $\overline{EG}=\sqrt{8^2+8^2}=8\sqrt{2}$

$\triangle CEG$는 $\angle CGE=90^\circ$인 직각삼각형이므로

$\overline{CE}=\sqrt{(8\sqrt{2})^2+8^2}=8\sqrt{3}$

$\therefore \sin x=\dfrac{\overline{CG}}{\overline{CE}}=\dfrac{8}{8\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

참고 공식을 이용하여 $\overline{CE}$의 길이를 바로 구할 수도 있다.

$\overline{CE}=\sqrt{8^2+8^2+8^2}=8\sqrt{3}$

31 $\triangle FGH$에서 $\overline{FH}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$

$\triangle BFH$는 $\angle BFH=90^\circ$인 직각삼각형이므로

$\overline{BH}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2+4^2}=6$

$\therefore \cos x=\dfrac{\overline{FH}}{\overline{BH}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{6}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$, $\tan x=\dfrac{\overline{BF}}{\overline{FH}}=\dfrac{4}{2\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

$\therefore \cos x\times\tan x=\dfrac{\sqrt{5}}{3}\times\dfrac{2\sqrt{5}}{5}=\dfrac{2}{3}$

32 (1) $\overline{CM}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=\dfrac{1}{2}\times 6=3$

$\triangle DBC$는 정삼각형이므로 $\overline{BC}\perp\overline{DM}$

따라서 $\triangle DMC$에서 $\overline{DM}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}$

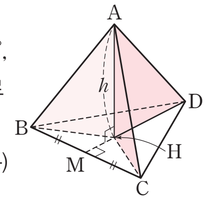
(2) 점 H는 $\triangle BCD$의 무게중심이므로

$\overline{DH}=\dfrac{2}{3}\overline{DM}=\dfrac{2}{3}\times 3\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

(3) $\triangle AHD$에서

$\cos x=\dfrac{\overline{DH}}{\overline{AD}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

참고 점 H가 $\triangle BCD$의 무게중심인 이유



$\triangle ABH$, $\triangle ACH$, $\triangle ADH$에서

$\angle AHB=\angle AHC=\angle AHD=90^\circ$,

$\overline{AH}$는 공통, $\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{AD}$이므로

$\triangle ABH\equiv\triangle ACH\equiv\triangle ADH$ (RHS 합동)

즉, $\overline{BH}=\overline{CH}=\overline{DH}$이므로 점 H는 $\triangle BCD$의 외심이다.

이때 정삼각형은 외심과 무게중심이 일치하므로 점 H는 $\triangle BCD$의 무게중심이다.

02 삼각비의 값

P. 12～17

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 $6-2\sqrt{3}$　**2** 6　**3** ⑤　**4** ①

5 ㄷ, ㄴ, ㄹ, ㅂ, ㄱ, ㅁ　**6** 33°

핵심 유형 문제

7 (1) $\dfrac{1}{2}$ (2) $-\dfrac{1}{4}$ (3) 2　**8** ①　**9** $\dfrac{3}{2}$

10 60°　**11** $3\sqrt{2}$　**12** $\dfrac{9\sqrt{6}}{2}$　**13** ③　**14** ③

15 $12\sqrt{3}\,\text{cm}^2$　**16** $2-\sqrt{3}$　**17** $\dfrac{15\sqrt{3}}{2}\,\text{cm}$

18 ③　**19** $y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　**20** 4　**21** 1.47

22 ⑤　**23** ②, ④　**24** ④　**25** ②, ⑤　**26** $\dfrac{\sqrt{3}}{24}$

27 ㄴ, ㄷ　**28** ②, ④　**29** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}+1$　**30** ③

31 ⑤　**32** ③　**33** ②, ④　**34** ④　**35** $2\sin A$

36 0　**37** ①　**38** 8.693　**39** 2.4483

1 $\triangle ABC$에서

$\cos 30^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{4\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　$\therefore \overline{BC}=6$

$\sin 30^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{4\sqrt{3}}=\dfrac{1}{2}$　　$\therefore \overline{AC}=2\sqrt{3}$

$\triangle ADC$에서 $\tan 45^\circ=\dfrac{2\sqrt{3}}{\overline{DC}}=1$　　$\therefore \overline{DC}=2\sqrt{3}$

$\therefore \overline{BD}=\overline{BC}-\overline{DC}=6-2\sqrt{3}$

다른 풀이

$\overline{DC}$의 길이는 다음과 같이 구할 수도 있다.

$\triangle ADC$에서 $\angle DAC=180^\circ-(45^\circ+90^\circ)=45^\circ$

따라서 $\triangle ADC$는 직각이등변삼각형이므로

$\overline{DC}=\overline{AC}=2\sqrt{3}$

2 $a=\tan 45^\circ=1$
이때 직선 $y=x+b$가 점 $(-1,\ 4)$를 지나므로
$4=-1+b \qquad \therefore b=5$
$\therefore a+b=1+5=6$

3 △EBD에서
$\cos x=\dfrac{\overline{BD}}{\overline{BE}}=\dfrac{1}{\overline{BE}} \qquad \therefore \overline{BE}=\dfrac{1}{\cos x}$

4 ① $\sqrt{2}\sin 0^\circ+4\sin 60^\circ=\sqrt{2}\times 0+4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$
② $\cos 30^\circ\times\tan 30^\circ-\sin 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}-\dfrac{1}{2}=0$
③ $\tan 45^\circ-\sin 45^\circ\times\cos 45^\circ=1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{1}{2}$
④ $\tan 0^\circ+\sin 90^\circ\times\cos 0^\circ=0+1\times 1=1$
⑤ $\sqrt{3}\tan 30^\circ+\cos 90^\circ\times\tan 60^\circ=\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}+0\times\sqrt{3}=1$
따라서 계산한 결과가 가장 큰 것은 ①이다.

5 $0^\circ<A<90^\circ$일 때,
A의 크기가 증가하면 $\sin A$의 값도 증가하므로
$\sin 0^\circ<\sin 35^\circ<\sin 45^\circ(=\cos 45^\circ)$ ⋯ ㉠
A의 크기가 증가하면 $\cos A$의 값은 감소하므로
$\cos 0^\circ(=1)>\cos 45^\circ$ ⋯ ㉡
A의 크기가 증가하면 $\tan A$의 값도 증가하므로
$\tan 45^\circ(=1)<\tan 60^\circ<\tan 75^\circ$ ⋯ ㉢
따라서 ㉠~㉢에 의해
$\underset{ㄷ}{\underline{\sin 0^\circ}}<\underset{ㄴ}{\underline{\sin 35^\circ}}<\underset{ㄹ}{\underline{\cos 45^\circ}}<\underset{ㅂ}{\underline{\cos 0^\circ}}<\underset{ㄱ}{\underline{\tan 60^\circ}}<\underset{ㅁ}{\underline{\tan 75^\circ}}$

6 $\sin 17^\circ=0.2924$이므로 $x=17^\circ$
$\tan 16^\circ=0.2867$이므로 $y=16^\circ$
$\therefore x+y=17^\circ+16^\circ=33^\circ$

7 (1) $\sin 60^\circ\times\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{1}{2}$
(2) $(\cos 30^\circ-1)(\sin 60^\circ+1)=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}-1\right)\times\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}+1\right)$
$=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-1^2$
$=\dfrac{3}{4}-1=-\dfrac{1}{4}$
(3) $2\sin 30^\circ\times\tan 45^\circ\div\cos 60^\circ=2\times\dfrac{1}{2}\times 1\div\dfrac{1}{2}$
$=1\times 2=2$

8 점 M은 △ABC의 외심이므로 $\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}$
이때 ∠AMC$=60^\circ$이므로 △AMC는 정삼각형이다.
따라서 ∠ACM$=60^\circ$이므로 △ABC에서
∠B$=180^\circ-(90^\circ+60^\circ)=30^\circ$
$\therefore \sin B=\sin 30^\circ=\dfrac{1}{2}$

9 ∠A : ∠B : ∠C$=2:3:4$이고
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로
∠B$=180^\circ\times\dfrac{3}{2+3+4}=60^\circ$
$\therefore \sin B\times\tan B=\sin 60^\circ\times\tan 60^\circ$
$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}=\dfrac{3}{2}$

10 $\sin B=\dfrac{9}{6\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2} \qquad \therefore$ ∠B$=60^\circ$

11 △ABC에서
$\tan 60^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{\sqrt{3}}=\sqrt{3} \qquad \therefore \overline{BC}=3$
△BCD에서
$\sin 45^\circ=\dfrac{3}{x}=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \qquad \therefore x=3\sqrt{2}$

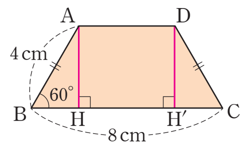
12 1단계 △ABC에서
$\sin 30^\circ=\dfrac{x}{6}=\dfrac{1}{2} \qquad \therefore x=3$
2단계 $\cos 30^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{2} \qquad \therefore \overline{AC}=3\sqrt{3}$
△ACD에서
$\sin 45^\circ=\dfrac{y}{3\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \qquad \therefore y=\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$
3단계 $\therefore xy=3\times\dfrac{3\sqrt{6}}{2}=\dfrac{9\sqrt{6}}{2}$

채점 기준		
1단계	x의 값 구하기	⋯ 30 %
2단계	y의 값 구하기	⋯ 50 %
3단계	xy의 값 구하기	⋯ 20 %

13 △ABC에서
$\sin 30^\circ=\dfrac{\overline{AB}}{12}=\dfrac{1}{2} \qquad \therefore \overline{AB}=6(\text{cm})$
$\cos 30^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{12}=\dfrac{\sqrt{3}}{2} \qquad \therefore \overline{BC}=6\sqrt{3}(\text{cm})$
$\therefore \overline{BD}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=\dfrac{1}{2}\times 6\sqrt{3}=3\sqrt{3}(\text{cm})$
따라서 △ABD에서
$\overline{AD}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+6^2}=3\sqrt{7}(\text{cm})$

14 △ADE에서
$\sin 45^\circ=\dfrac{\overline{AD}}{6}=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \qquad \therefore \overline{AD}=3\sqrt{2}(\text{cm})$
$\overline{DE}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로 ∠AFD$=$∠ACB$=60^\circ$(동위각)
따라서 △ADF에서
$\tan 60^\circ=\dfrac{3\sqrt{2}}{\overline{DF}}=\sqrt{3} \qquad \therefore \overline{DF}=\sqrt{6}(\text{cm})$
$\therefore$ △ADF$=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{6}\times 3\sqrt{2}=3\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

15 오른쪽 그림과 같이 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라고 하면



△ABH에서

$\sin 60° = \dfrac{\overline{AH}}{4} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad \therefore \overline{AH} = 2\sqrt{3}$(cm)

$\cos 60° = \dfrac{\overline{BH}}{4} = \dfrac{1}{2}$ $\quad \therefore \overline{BH} = 2$(cm)

이때 $\overline{CH'} = \overline{BH} = 2$ cm이므로

$\overline{AD} = \overline{HH'} = 8-(2+2) = 4$(cm)

$\therefore \square ABCD = \dfrac{1}{2} \times (4+8) \times 2\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$(cm²)

16 △ABD에서

$15° + \angle BAD = 30°$ $\quad \therefore \angle BAD = 15°$

따라서 △ABD는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{BD} = 8$

△ADC에서

$\sin 30° = \dfrac{\overline{AC}}{8} = \dfrac{1}{2}$ $\quad \therefore \overline{AC} = 4$

$\cos 30° = \dfrac{\overline{CD}}{8} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad \therefore \overline{CD} = 4\sqrt{3}$

따라서 △ABC에서 $\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD} = 8 + 4\sqrt{3}$이므로

$\tan 15° = \dfrac{4}{8+4\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3}$

17 △ABD에서

$\sin 60° = \dfrac{\overline{AD}}{10} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad \therefore \overline{AD} = 5\sqrt{3}$(cm)

△ABC에서 $\angle C = 180° - (60° + 90°) = 30°$이므로

△ADC에서

$\angle DAC = 180° - (90° + 30°) = 60°$

$\tan 60° = \dfrac{\overline{CD}}{5\sqrt{3}} = \sqrt{3}$ $\quad \therefore \overline{CD} = 15$(cm)

따라서 △EDC에서

$\cos 30° = \dfrac{\overline{CE}}{15} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad \therefore \overline{CE} = \dfrac{15\sqrt{3}}{2}$(cm)

다른 풀이

△ABD에서

$\sin 60° = \dfrac{\overline{AD}}{10} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad \therefore \overline{AD} = 5\sqrt{3}$(cm)

△ABD에서 $\angle BAD = 180° - (60° + 90°) = 30°$이므로

$\angle DAC = 90° - 30° = 60°$

△ADE에서

$\cos 60° = \dfrac{\overline{AE}}{5\sqrt{3}} = \dfrac{1}{2}$ $\quad \therefore \overline{AE} = \dfrac{5\sqrt{3}}{2}$(cm)

△ABC에서

$\tan 60° = \dfrac{\overline{AC}}{10} = \sqrt{3}$ $\quad \therefore \overline{AC} = 10\sqrt{3}$(cm)

$\therefore \overline{CE} = \overline{AC} - \overline{AE} = 10\sqrt{3} - \dfrac{5\sqrt{3}}{2} = \dfrac{15\sqrt{3}}{2}$(cm)

18 구하는 예각의 크기를 a라고 하면

(직선의 기울기)$= \tan a = \sqrt{3}$ $\quad \therefore a = 60°$

19 구하는 직선의 방정식을 $y = ax + b$라고 하면

$a = \tan 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

이때 직선 $y = \dfrac{\sqrt{3}}{3}x + b$가 점 $(-2, 0)$을 지나므로

$0 = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \times (-2) + b$ $\quad \therefore b = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y = \dfrac{\sqrt{3}}{3}x + \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

20 1단계 구하는 직선의 방정식을 $y = ax + b$라고 하면

$a = \tan 45° = 1$

2단계 이때 직선 $y = x + b$가 점 $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$를 지나므로

$\sqrt{2} = -\sqrt{2} + b$ $\quad \therefore b = 2\sqrt{2}$

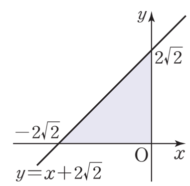
즉, 직선의 방정식은 $y = x + 2\sqrt{2}$

3단계 $y = x + 2\sqrt{2}$에 $y = 0$을 대입하면

$0 = x + 2\sqrt{2}$ $\quad \therefore x = -2\sqrt{2}$

따라서 직선 $y = x + 2\sqrt{2}$는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 삼각형의 넓이는

$\dfrac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 4$



채점 기준		
1단계	직선의 기울기 구하기	… 30 %
2단계	직선의 방정식 구하기	… 30 %
3단계	직선과 x축 및 y축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이 구하기	… 40 %

21 $\cos a = \dfrac{\overline{OA}}{\overline{OB}} = \dfrac{\overline{OA}}{1} = \overline{OA} = 0.85$

$\tan a = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{OC}} = \dfrac{\overline{CD}}{1} = \overline{CD} = 0.62$

$\therefore \cos a + \tan a = 0.85 + 0.62 = 1.47$

22 $\cos 50° = \dfrac{\overline{OH}}{\overline{OA}} = \dfrac{\overline{OH}}{1} = \overline{OH}$이므로

$\overline{BH} = \overline{OB} - \overline{OH} = 1 - \cos 50°$

23 ① $\sin x = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{BC}}{1} = \overline{BC}$

② $\cos x = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$

③ $\cos y = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{BC}}{1} = \overline{BC}$

④ $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$이므로 $\angle ACB = \angle AED$ (동위각), 즉 $y = z$

$\therefore \sin z = \sin y = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$

⑤ $\tan x = \dfrac{\overline{DE}}{\overline{AD}} = \dfrac{\overline{DE}}{1} = \overline{DE}$

따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다.

24 $\triangle AOB$에서 $\angle OAB=180^\circ-(47^\circ+90^\circ)=43^\circ$

① $\sin 47^\circ=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\dfrac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}=0.7314$

② $\cos 47^\circ=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\dfrac{\overline{OB}}{1}=\overline{OB}=0.6820$

③ $\tan 47^\circ=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\dfrac{\overline{CD}}{1}=\overline{CD}=1.0724$

④ $\sin 43^\circ=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\dfrac{\overline{OB}}{1}=\overline{OB}=0.6820$

⑤ $\cos 43^\circ=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\dfrac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}=0.7314$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

25 점 B의 좌표는 $(\overline{OA}, \overline{AB})$

$\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로 $\angle OBA=\angle ODC=b$ (동위각)

이때 $\overline{OB}=1$이므로

$\overline{OA}=\dfrac{\overline{OA}}{\overline{OB}}=\cos a=\sin b$

$\overline{AB}=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OB}}=\sin a=\cos b$

따라서 점 B의 좌표를 나타내는 것은

② $(\cos a, \sin a)$, ⑤ $(\sin b, \cos b)$이다.

26 1단계 $\sin 30^\circ=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\dfrac{\overline{AB}}{1}=\dfrac{1}{2}$이므로 $\overline{AB}=\dfrac{1}{2}$

2단계 $\cos 30^\circ=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\dfrac{\overline{OB}}{1}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $\overline{OB}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{BD}=\overline{OD}-\overline{OB}=1-\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{2-\sqrt{3}}{2}$

3단계 $\tan 30^\circ=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\dfrac{\overline{CD}}{1}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$이므로 $\overline{CD}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

4단계 이때 $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로 $\square ABDC$는 사다리꼴이다.

$$\therefore \square ABDC=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\times\frac{2-\sqrt{3}}{2}$$
$$=\frac{1}{2}\times\frac{3+2\sqrt{3}}{6}\times\frac{2-\sqrt{3}}{2}$$
$$=\frac{(3+2\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}{24}=\frac{\sqrt{3}}{24}$$

채점 기준		
1단계	$\overline{AB}$의 길이 구하기	… 20 %
2단계	$\overline{BD}$의 길이 구하기	… 30 %
3단계	$\overline{CD}$의 길이 구하기	… 20 %
4단계	$\square ABDC$의 넓이 구하기	… 30 %

다른 풀이

1단계 $\sin 30^\circ=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\dfrac{\overline{AB}}{1}=\dfrac{1}{2}$이므로 $\overline{AB}=\dfrac{1}{2}$

2단계 $\cos 30^\circ=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\dfrac{\overline{OB}}{1}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $\overline{OB}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

3단계 $\tan 30^\circ=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\dfrac{\overline{CD}}{1}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$이므로 $\overline{CD}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

4단계 $\therefore \square ABDC=\triangle COD-\triangle AOB$

$$=\frac{1}{2}\times1\times\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{2}$$
$$=\frac{\sqrt{3}}{6}-\frac{\sqrt{3}}{8}=\frac{\sqrt{3}}{24}$$

채점 기준		
1단계	$\overline{AB}$의 길이 구하기	… 20 %
2단계	$\overline{OB}$의 길이 구하기	… 20 %
3단계	$\overline{CD}$의 길이 구하기	… 20 %
4단계	$\square ABDC$의 넓이 구하기	… 40 %

27 ㄱ. $\sin 0^\circ=0$, $\cos 0^\circ=1$이므로 $\sin 0^\circ\neq\cos 0^\circ$

ㄴ. $\sin 0^\circ=0$, $\cos 90^\circ=0$이므로 $\sin 0^\circ=\cos 90^\circ$

ㄷ. $\sin 90^\circ=1$, $\tan 45^\circ=1$이므로 $\sin 90^\circ=\tan 45^\circ$

ㄹ. $\cos 0^\circ=1$, $\tan 0^\circ=0$이므로 $\cos 0^\circ\neq\tan 0^\circ$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

28 ① $\sin 0^\circ+\cos 90^\circ=0+0=0$

② $\sin 90^\circ\times\cos 90^\circ=1\times0=0$

③ $\cos 0^\circ\times(\tan 45^\circ+\sin 90^\circ)=1\times(1+1)=2$

④ $\sin 0^\circ-(1+\cos 90^\circ)(1-\tan 0^\circ)$
$=0-(1+0)\times(1-0)=-1$

⑤ $(\cos 0^\circ+\cos 45^\circ)(\sin 90^\circ-\sin 45^\circ)$

$$=\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\times\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$
$$=1^2-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$$
$$=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$

따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다.

29 $\cos 45^\circ\times\tan 0^\circ+\sin 60^\circ\times\cos 0^\circ+\sin 90^\circ$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}\times0+\frac{\sqrt{3}}{2}\times1+1$$
$$=\frac{\sqrt{3}}{2}+1$$

30 $a=\tan 45^\circ\times\cos 30^\circ-\sin 90^\circ\times\tan 30^\circ$

$$=1\times\frac{\sqrt{3}}{2}-1\times\frac{\sqrt{3}}{3}$$
$$=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{3}}{6}$$

$b=\cos 0^\circ\times\sin 30^\circ-\sin 60^\circ\times\tan 60^\circ$

$$=1\times\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}$$
$$=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}=-1$$

$\therefore 6ab=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{6}\times(-1)=-\sqrt{3}$

31 ⑤ $0^\circ\le A\le90^\circ$일 때, $\tan A$의 값 중 가장 작은 값은 0이고 가장 큰 값은 알 수 없다.

32 $45° < A < 90°$일 때,
$\cos A < \sin A < 1(=\sin 90°)$이고
$\tan A > 1(=\tan 45°)$이므로
$\cos A < \sin A < \tan A$

33 ① $0° < A < 90°$일 때, A의 크기가 증가하면 $\sin A$의 값도 증가하므로 $\sin 20° < \sin 65°$
② $0° < A < 90°$일 때, A의 크기가 증가하면 $\cos A$의 값은 감소하므로 $\cos 50° > \cos 70°$
③ $0° < A < 90°$일 때, A의 크기가 증가하면 $\tan A$의 값도 증가하므로 $\tan 40° < \tan 70°$
④ $\sin 15° < \sin 45° = \cos 45° < \cos 15°$
⑤ $\sin 75° < \sin 90° = \tan 45° < \tan 50°$
따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다.

34 $0° < x < 90°$일 때, $0 < \sin x < 1$이므로
$\sin x - 1 < 0$, $\sin x + 1 > 0$
$\therefore \sqrt{(\sin x - 1)^2} + \sqrt{(\sin x + 1)^2}$
$= -(\sin x - 1) + (\sin x + 1)$
$= -\sin x + 1 + \sin x + 1$
$= 2$

35 $0° < A < 45°$일 때, $0 < \sin A < \cos A$이므로
$\sin A + \cos A > 0$, $\sin A - \cos A < 0$
$\therefore \sqrt{(\sin A + \cos A)^2} - \sqrt{(\sin A - \cos A)^2}$
$= (\sin A + \cos A) - \{-(\sin A - \cos A)\}$
$= \sin A + \cos A + \sin A - \cos A$
$= 2\sin A$

36 1단계 $45° < A < 90°$일 때, $\tan A > 1$이므로
$1 - \tan A < 0$
$\tan A - \tan 45° = \tan A - 1 > 0$
2단계 $\therefore \sqrt{(1 - \tan A)^2} - \sqrt{(\tan A - \tan 45°)^2}$
$= -(1 - \tan A) - (\tan A - 1)$
$= -1 + \tan A - \tan A + 1$
$= 0$

채점 기준		
1단계	근호 안의 식의 값의 부호 판단하기	… 50 %
2단계	주어진 식을 간단히 하기	… 50 %

37 $\cos 15° = 0.9659$이므로 $x = 15°$
$\tan 25° = 0.4663$이므로 $y = 25°$
$\therefore \sin(y - x) = \sin 10° = 0.1736$

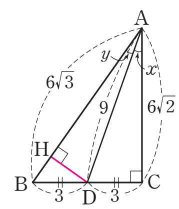
38 $\tan 41° = \dfrac{\overline{AC}}{10} = 0.8693$
$\therefore \overline{AC} = 10 \times 0.8693 = 8.693$

39 $\angle AOB = x$라고 하면 $\overline{OA} = 1$이므로
$\overline{OB} = \dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \cos x = 0.5299$ $\qquad \therefore x = 58°$
$\therefore \overline{AB} = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \sin 58° = 0.8480$
또 $\overline{OD} = 1$이므로
$\overline{CD} = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \tan 58° = 1.6003$
$\therefore \overline{AB} + \overline{CD} = 0.8480 + 1.6003 = 2.4483$

실력 UP 문제 P. 18

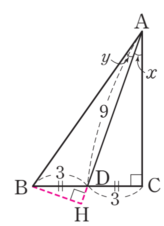
1-1 $\dfrac{\sqrt{2}}{5}$	**1-2** $\dfrac{1}{3}$
2-1 $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$	**2-2** $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$
3-1 $\dfrac{3}{5}$	**3-2** $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

1-1 $\triangle ADC$에서 $\sin x = \dfrac{3}{\overline{AD}} = \dfrac{1}{3}$이므로 $\overline{AD} = 9$
$\therefore \overline{AC} = \sqrt{9^2 - 3^2} = 6\sqrt{2}$
$\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \sqrt{6^2 + (6\sqrt{2})^2} = 6\sqrt{3}$
오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면
$\triangle ABD$의 넓이는
$\dfrac{1}{2} \times 3 \times 6\sqrt{2} = \dfrac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times \overline{DH}$
$9\sqrt{2} = 3\sqrt{3} \times \overline{DH}$ $\qquad \therefore \overline{DH} = \sqrt{6}$



따라서 $\triangle AHD$에서
$\overline{AH} = \sqrt{9^2 - (\sqrt{6})^2} = 5\sqrt{3}$이므로
$\tan y = \dfrac{\overline{DH}}{\overline{AH}} = \dfrac{\sqrt{6}}{5\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{2}}{5}$

다른 풀이
$\triangle ADC$에서 $\sin x = \dfrac{3}{\overline{AD}} = \dfrac{1}{3}$이므로 $\overline{AD} = 9$
오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{AD}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라고 하면
$\triangle BDH \backsim \triangle ADC$ (AA 닮음)이므로
$\angle DBH = \angle DAC = x$
$\triangle BDH$에서 $\sin x = \dfrac{\overline{DH}}{3} = \dfrac{1}{3}$이므로
$\overline{DH} = 1$



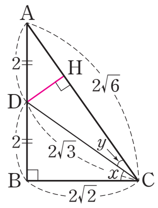
$\therefore \overline{BH} = \sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2}$
따라서 $\triangle ABH$에서 $\overline{AH} = \overline{AD} + \overline{DH} = 9 + 1 = 10$이므로
$\tan y = \dfrac{\overline{BH}}{\overline{AH}} = \dfrac{2\sqrt{2}}{10} = \dfrac{\sqrt{2}}{5}$

1-2 △DBC에서 $\tan x=\frac{2}{\overline{BC}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로 $\overline{BC}=2\sqrt{2}$

$\therefore\ \overline{CD}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+2^2}=2\sqrt{3}$

△ABC에서 $\overline{AC}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+4^2}=2\sqrt{6}$

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 △ADC의 넓이는



$\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{2}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{6}\times\overline{DH}$

$2\sqrt{2}=\sqrt{6}\times\overline{DH}\qquad\therefore\ \overline{DH}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

따라서 △DCH에서

$\sin y=\frac{\overline{DH}}{\overline{CD}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}\div2\sqrt{3}=\frac{1}{3}$

2-1 △ABE에서 $\cos 30^\circ=\frac{3}{\overline{AE}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $\overline{AE}=2\sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{BE}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-3^2}=\sqrt{3}$

△AEF에서 $\angle AFE=180^\circ-(45^\circ+90^\circ)=45^\circ$이므로

△AEF는 직각이등변삼각형이다.

즉, $\overline{EF}=\overline{AE}=2\sqrt{3}$이므로

$\overline{AF}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{6}$

한편, $\angle AEB=180^\circ-(90^\circ+30^\circ)=60^\circ$이므로

$\angle FEC=180^\circ-(60^\circ+90^\circ)=30^\circ$

△FEC에서

$\cos 30^\circ=\frac{\overline{EC}}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\qquad\therefore\ \overline{EC}=3$

따라서 $\angle FAD=90^\circ-(30^\circ+45^\circ)=15^\circ$이고,

$\overline{AD}=\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{EC}=\sqrt{3}+3$이므로

△AFD에서

$\cos 15^\circ=\frac{\sqrt{3}+3}{2\sqrt{6}}=\frac{3\sqrt{2}+3\sqrt{6}}{12}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

2-2 △ABE에서 $\angle AEB=180^\circ-(90^\circ+45^\circ)=45^\circ$이므로

△ABE는 직각이등변삼각형이다.

즉, $\overline{BE}=\overline{AB}=6$이므로

$\overline{AE}=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}$

△AEF에서 $\tan 30^\circ=\frac{\overline{EF}}{6\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$이므로 $\overline{EF}=2\sqrt{6}$

$\therefore\ \overline{AF}=\sqrt{(6\sqrt{2})^2+(2\sqrt{6})^2}=4\sqrt{6}$

한편, $\angle FEC=180^\circ-(45^\circ+90^\circ)=45^\circ$이므로

△FEC에서

$\sin 45^\circ=\frac{\overline{FC}}{2\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\qquad\therefore\ \overline{FC}=2\sqrt{3}$

따라서 $\angle DAF=90^\circ-(45^\circ+30^\circ)=15^\circ$이므로

△AFD에서 $\angle AFD=180^\circ-(15^\circ+90^\circ)=75^\circ$이고

$\overline{DF}=\overline{DC}-\overline{FC}=\overline{AB}-\overline{FC}=6-2\sqrt{3}$이므로

$\cos 75^\circ=\frac{6-2\sqrt{3}}{4\sqrt{6}}=\frac{6\sqrt{6}-6\sqrt{2}}{24}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

3-1 $0^\circ<A<45^\circ$일 때, $0<\sin A<\cos A$이므로

$\sin A+\cos A>0,\ \sin A-\cos A<0$

$\therefore\ \sqrt{(\sin A+\cos A)^2}+\sqrt{(\sin A-\cos A)^2}$

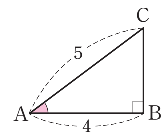
$=(\sin A+\cos A)-(\sin A-\cos A)$

$=\sin A+\cos A-\sin A+\cos A$

$=2\cos A$

즉, $2\cos A=\frac{8}{5}$에서 $\cos A=\frac{4}{5}$이므로

오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



이때 $\overline{BC}=\sqrt{5^2-4^2}=3$이므로

$\sin A=\frac{3}{5}$

3-2 $45^\circ<x<90^\circ$일 때, $0<\cos x<\sin x$이므로

$\sin x+\cos x>0,\ \cos x-\sin x<0$

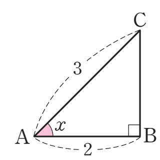
$\therefore\ \sqrt{(\sin x+\cos x)^2}-\sqrt{(\cos x-\sin x)^2}$

$=(\sin x+\cos x)-\{-(\cos x-\sin x)\}$

$=\sin x+\cos x+\cos x-\sin x$

$=2\cos x$

즉, $2\cos x=\frac{4}{3}$에서 $\cos x=\frac{2}{3}$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



이때 $\overline{BC}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$이므로

$\sin x=\frac{\sqrt{5}}{3}$

실전 테스트

P. 19～21

1 ② **2** $4\sqrt{5}\,\text{cm}^2$ **3** $\frac{2\sqrt{10}}{3}$ **4** ②

5 ① **6** $\frac{10}{29}$ **7** $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ **8** $\frac{1}{2}$ **9** $\frac{50\sqrt{3}}{3}$

10 $3\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ **11** $\sqrt{2}-1$ **12** $\frac{1}{2}$ **13** ⑤

14 ④ **15** ② **16** ② **17** ④ **18** ④

19 (1) 14° (2) 45 %

1 $\sin A=\frac{\sqrt{3}}{3},\ \tan C=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=\sqrt{2}$이므로

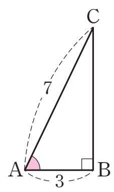
$\sin A\times\tan C=\frac{\sqrt{3}}{3}\times\sqrt{2}=\frac{\sqrt{6}}{3}$

2 $\sin A=\frac{\overline{BC}}{6}=\frac{2}{3}$이므로 $\overline{BC}=4(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AB}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times4=4\sqrt{5}(\text{cm}^2)$

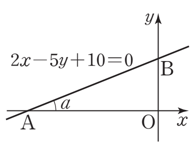
3 $\cos A=\frac{3}{7}$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.
이때 $\overline{BC}=\sqrt{7^2-3^2}=2\sqrt{10}$이므로
$\tan A=\frac{2\sqrt{10}}{3}$



4 $\triangle ABC \backsim \triangle ACD$ (AA 닮음)이므로
$\angle ABC=\angle ACD=x$
$\triangle ABC \backsim \triangle CBD$ (AA 닮음)이므로
$\angle BAC=\angle BCD=y$
$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{9^2+12^2}=15$(cm)이므로
$\cos x=\cos B=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$
$\tan y=\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$
$\therefore \cos x+\tan y=\frac{3}{5}+\frac{3}{4}=\frac{27}{20}$

5 $\triangle ABC \backsim \triangle HDC$ (AA 닮음)이므로
$\angle ABC=\angle HDC=x$
$\cos x=\cos B=\frac{8}{\overline{BC}}=\frac{4}{7}$ $\quad\therefore \overline{BC}=14$
$\therefore \overline{BH}=\overline{BC}-\overline{CH}=14-4=10$

6 1단계 오른쪽 그림과 같이 $2x-5y+10=0$의 그래프와 x축, y축의 교점을 각각 A, B라고 하자.



$2x-5y+10=0$에 $y=0$, $x=0$을 각각 대입하여 두 점 A, B의 좌표를 구하면
A$(-5, 0)$, B$(0, 2)$
$\therefore \overline{OA}=5$, $\overline{OB}=2$

2단계 $\triangle AOB$에서 $\overline{AB}=\sqrt{5^2+2^2}=\sqrt{29}$이므로
$\sin a=\frac{2}{\sqrt{29}}=\frac{2\sqrt{29}}{29}$, $\cos a=\frac{5}{\sqrt{29}}=\frac{5\sqrt{29}}{29}$

3단계 $\therefore \sin a\times\cos a=\frac{2\sqrt{29}}{29}\times\frac{5\sqrt{29}}{29}=\frac{10}{29}$

채점 기준		
1단계	그래프와 x축, y축의 교점을 각각 A, B라고 할 때, $\overline{OA}$, $\overline{OB}$의 길이 각각 구하기	… 40 %
2단계	$\sin a$, $\cos a$의 값 각각 구하기	… 40 %
3단계	$\sin a\times\cos a$의 값 구하기	… 20 %

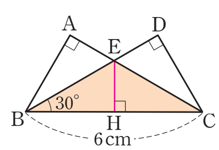
7 $\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times4=2$
$\triangle ABM$은 $\angle BMA=90°$인 직각삼각형이므로
$\overline{AM}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$
점 H는 $\triangle BCD$의 무게중심이고
$\overline{DM}=\overline{AM}=2\sqrt{3}$이므로
$\overline{MH}=\frac{1}{3}\overline{DM}=\frac{1}{3}\times2\sqrt{3}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$
따라서 $\triangle AMH$에서
$\overline{AH}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\frac{4\sqrt{6}}{3}$
$\therefore \sin x=\frac{\overline{AH}}{\overline{AM}}=\frac{4\sqrt{6}}{3}\div2\sqrt{3}=\frac{4\sqrt{6}}{3}\times\frac{1}{2\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

8 $25°<x<70°$에서 $50°<2x<140°$
$\therefore 0°<2x-50°<90°$
$\tan 30°=\frac{\sqrt{3}}{3}$이므로
$2x-50°=30°$, $2x=80°$ $\quad\therefore x=40°$
$\therefore \cos(x+20°)=\cos 60°=\frac{1}{2}$

9 1단계 $\triangle ADC$에서
$\sin 45°=\frac{x}{10}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad\therefore x=5\sqrt{2}$
2단계 $\triangle ABD$에서
$\tan 60°=\frac{5\sqrt{2}}{y}=\sqrt{3}$ $\quad\therefore y=\frac{5\sqrt{6}}{3}$
3단계 $\therefore xy=5\sqrt{2}\times\frac{5\sqrt{6}}{3}=\frac{50\sqrt{3}}{3}$

채점 기준		
1단계	x의 값 구하기	… 40 %
2단계	y의 값 구하기	… 40 %
3단계	xy의 값 구하기	… 20 %

10 $\triangle ABC\equiv\triangle DCB$이므로
$\angle ECB=\angle EBC=30°$
따라서 $\triangle EBC$는 $\overline{EB}=\overline{EC}$인 이등변삼각형이다.
오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{BH}=\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{BC}$
$=\frac{1}{2}\times6=3$(cm)
$\triangle EBH$에서
$\tan 30°=\frac{\overline{EH}}{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ $\quad\therefore \overline{EH}=\sqrt{3}$(cm)
$\therefore \triangle EBC=\frac{1}{2}\times6\times\sqrt{3}=3\sqrt{3}$(cm^2)

11 $\triangle ADC$에서
$\sin 45°=\frac{1}{\overline{AD}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad\therefore \overline{AD}=\sqrt{2}$
$\tan 45°=\frac{1}{\overline{CD}}=1$ $\quad\therefore \overline{CD}=1$
이때 $\overline{BD}=\overline{AD}=\sqrt{2}$이므로
$\overline{BC}=\overline{BD}+\overline{CD}=\sqrt{2}+1$
따라서 $\triangle ABC$에서
$\tan B=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{1}{\sqrt{2}+1}=\sqrt{2}-1$

12 $\sqrt{3}x-y+4\sqrt{3}=0$에서 $y=\sqrt{3}x+4\sqrt{3}$이므로
(직선의 기울기)$=\tan a=\sqrt{3}$ $\quad\therefore a=60^\circ$
$\therefore \sin\frac{a}{2}=\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$

13 $\triangle$AOB에서 $\angle$AOB$=180^\circ-(38^\circ+90^\circ)=52^\circ$이므로
$\tan 52^\circ=\frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\frac{\overline{CD}}{1}=\overline{CD}=1.2799$
$\sin 38^\circ=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{OB}}{1}=\overline{OB}=0.6157$
$\therefore \tan 52^\circ-\sin 38^\circ=1.2799-0.6157=0.6642$

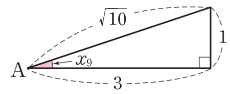
14 ㄱ. $\sin 60^\circ\times\tan 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}=\frac{3}{2}$
$\therefore \sin 60^\circ\times\tan 60^\circ\neq\cos 30^\circ\left(=\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
ㄴ. $\sin^2 0^\circ+\cos^2 0^\circ=0^2+1^2=1$
ㄷ. $\frac{1}{\tan 60^\circ}=1\div\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\therefore \tan 30^\circ\left(=\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=\frac{1}{\tan 60^\circ}$
ㄹ. $\cos 30^\circ+\cos 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}$
$\therefore \cos 30^\circ+\cos 60^\circ\neq\sin 90^\circ(=1)$
ㅁ. $\tan 45^\circ-\cos 0^\circ=1-1=0$
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ, ㅁ이다.

15 ① $0^\circ<A<90^\circ$일 때, A의 크기가 증가하면 $\sin A$의 값도 증가하므로 $\sin 20^\circ<\sin 22^\circ$
② $0^\circ<A<90^\circ$일 때, A의 크기가 증가하면 $\cos A$의 값은 감소하므로 $\cos 30^\circ>\cos 35^\circ$
③ $0^\circ<A<90^\circ$일 때, A의 크기가 증가하면 $\tan A$의 값도 증가하므로 $\tan 30^\circ<\tan 33^\circ$
④ $0^\circ<A<45^\circ$일 때, $\sin A<\cos A$이므로 $\sin 42^\circ<\cos 42^\circ$
⑤ $\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$, $\tan 60^\circ=\sqrt{3}$이므로
$\cos 60^\circ<\tan 60^\circ$
따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

16 $\sin 10^\circ=0.1736$이므로 $x=10^\circ$
$\cos 4^\circ=0.9976$이므로 $y=4^\circ$
$\therefore \tan(x-y)=\tan 6^\circ=0.1051$

17 $\triangle$ABC에서 $\cos B=\frac{4.384}{10}=0.4384$
이때 $\cos 64^\circ=0.4384$이므로
$\angle B=64^\circ$

18 각 직각삼각형의 세 변의 길이는 각각 다음과 같다.
1번째: 1, 1, $\sqrt{2}$, 2번째: $\sqrt{2}$, 1, $\sqrt{3}$,
3번째: $\sqrt{3}$, 1, 2, 4번째: 2, 1, $\sqrt{5}$, …
즉, n번째에 만들어진 직각삼각형의 세 변의 길이는 각각 $\sqrt{n}$, 1, $\sqrt{n+1}$이므로 9번째에 만들어진 직각삼각형의 세 변의 길이는 각각 $\sqrt{9}=3$, 1, $\sqrt{10}$이다.
오른쪽 그림의 직각삼각형에서



$\sin x_9=\frac{1}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$
$\cos x_9=\frac{3}{\sqrt{10}}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$
$\therefore \sin x_9+\cos x_9=\frac{\sqrt{10}}{10}+\frac{3\sqrt{10}}{10}=\frac{2\sqrt{10}}{5}$

19 (1) $\tan A\times 100=25$ $\quad\therefore \tan A=0.25$
주어진 삼각비의 표에서 $\tan 14^\circ=0.25$이므로 $A=14^\circ$
(2) 주어진 삼각비의 표에서 $\tan 24^\circ=0.45$이므로
(도로의 경사도)$=\tan 24^\circ\times 100$
$=0.45\times 100=45(\%)$

01 길이 구하기

P. 25～29

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 9.52 cm　**2** 6 m　**3** ③　**4** 12
5 $4(\sqrt{3}-1)$　**6** $(\sqrt{3}+1)\,\text{cm}^2$

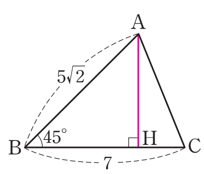
핵심 유형 문제

7 ④, ⑤　**8** 3.84　**9** $25\sqrt{3}\,\text{cm}^2$　**10** $27\sqrt{6}\,\text{cm}^3$
11 $(80+32\sqrt{2})\,\text{cm}^2$　**12** $243\sqrt{3}\pi\,\text{cm}^3$　**13** 19.2 m
14 $3\sqrt{3}$ m　**15** 16초　**16** ⑤　**17** ⑤　**18** $310\sqrt{6}$ m
19 $\sqrt{13}$　**20** $5\sqrt{7}$ m　**21** $\sqrt{61}$　**22** ④　**23** $16\sqrt{2}$
24 $4\sqrt{6}$ m　**25** ④　**26** $10(3-\sqrt{3})$　**27** ④
28 $(12\sqrt{3}-12)\,\text{cm}^2$　**29** $6(3+\sqrt{3})$　**30** 500 km
31 ①

1 $\overline{BC}=4\sin 32^\circ=4\times 0.53=2.12(\text{cm})$
$\overline{AB}=4\cos 32^\circ=4\times 0.85=3.4(\text{cm})$
$\therefore$ (△ABC의 둘레의 길이)$=4+2.12+3.4=9.52(\text{cm})$

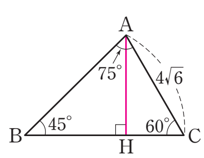
2 $\overline{BC}=5\tan 42^\circ=5\times 0.9=4.5(\text{m})$
$\therefore \overline{BD}=\overline{BC}+\overline{CD}=4.5+1.5=6(\text{m})$

3 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



△ABH에서
$\overline{AH}=5\sqrt{2}\sin 45^\circ$
$=5\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=5$
$\overline{BH}=5\sqrt{2}\cos 45^\circ=5\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=5$
$\therefore \overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=7-5=2$
따라서 △AHC에서
$\overline{AC}=\sqrt{2^2+5^2}=\sqrt{29}$

4 $\angle B=180^\circ-(75^\circ+60^\circ)=45^\circ$
오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



△AHC에서
$\overline{AH}=4\sqrt{6}\sin 60^\circ$
$=4\sqrt{6}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{2}$
△ABH에서
$\overline{AB}=\frac{6\sqrt{2}}{\sin 45^\circ}=6\sqrt{2}\div\frac{\sqrt{2}}{2}=6\sqrt{2}\times\frac{2}{\sqrt{2}}=12$

5 $\overline{AH}=h$라고 하면
△ABH에서 $\overline{BH}=\frac{h}{\tan 45^\circ}=h\div 1=h$
△AHC에서
$\overline{CH}=\frac{h}{\tan 30^\circ}=h\div\frac{\sqrt{3}}{3}=h\times\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}h$
이때 $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로 $8=h+\sqrt{3}h$
$(1+\sqrt{3})h=8$　　$\therefore h=\frac{8}{1+\sqrt{3}}=4(\sqrt{3}-1)$
따라서 $\overline{AH}$의 길이는 $4(\sqrt{3}-1)$이다.

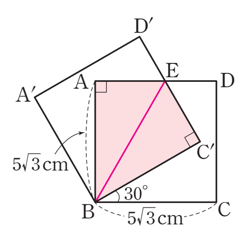
다른 풀이
$\overline{AH}=h$라고 하면
△ABH에서 $\angle BAH=180^\circ-(45^\circ+90^\circ)=45^\circ$이므로
$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h$
△AHC에서 $\angle CAH=180^\circ-(90^\circ+30^\circ)=60^\circ$이므로
$\overline{CH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$
이때 $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로 $8=h+\sqrt{3}h$
$(1+\sqrt{3})h=8$　　$\therefore h=\frac{8}{1+\sqrt{3}}=4(\sqrt{3}-1)$
따라서 $\overline{AH}$의 길이는 $4(\sqrt{3}-1)$이다.

6 $\overline{AH}=h\,\text{cm}$라고 하면
△ABH에서
$\overline{BH}=\frac{h}{\tan 30^\circ}=h\div\frac{\sqrt{3}}{3}=h\times\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}h(\text{cm})$
△ACH에서 $\angle ACH=180^\circ-135^\circ=45^\circ$이므로
$\overline{CH}=\frac{h}{\tan 45^\circ}=h\div 1=h(\text{cm})$
이때 $\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로 $2=\sqrt{3}h-h$
$(\sqrt{3}-1)h=2$　　$\therefore h=\frac{2}{\sqrt{3}-1}=\sqrt{3}+1$
$\therefore$ △ABC$=\frac{1}{2}\times 2\times(\sqrt{3}+1)=\sqrt{3}+1(\text{cm}^2)$

7 $\angle A=180^\circ-(90^\circ+43^\circ)=47^\circ$이므로
$\overline{AC}=\frac{3}{\cos 43^\circ}=\frac{3}{\sin 47^\circ}$

8 $\angle C=180^\circ-(90^\circ+61^\circ)=29^\circ$이므로
$\overline{AB}=8\sin 29^\circ=8\times 0.48=3.84$

9 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$를 그으면
△ABE≡△C′BE (RHS 합동)
이므로



$\angle ABE=\angle C'BE$
$=\frac{1}{2}\times(90^\circ-30^\circ)$
$=30^\circ$
△ABE에서
$\overline{AE}=5\sqrt{3}\tan 30^\circ=5\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=5(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle ABE=\dfrac{1}{2}\times 5\sqrt{3}\times 5=\dfrac{25}{2}\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

따라서 두 정사각형이 겹쳐지는 부분의 넓이는

$\square ABC'E=2\triangle ABE=2\times\dfrac{25}{2}\sqrt{3}=25\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

10 $\triangle HEF$에서 $\overline{HF}=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}(\text{cm})$

$\triangle BHF$는 $\angle BFH=90°$인 직각삼각형이므로

$\overline{BF}=3\sqrt{2}\tan 60°=3\sqrt{2}\times\sqrt{3}=3\sqrt{6}(\text{cm})$

$\therefore$ (직육면체의 부피)$=3\times 3\times 3\sqrt{6}=27\sqrt{6}(\text{cm}^3)$

11 $\triangle ABC$에서

$\overline{AB}=4\sqrt{2}\cos 45°=4\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=4(\text{cm})$

$\overline{AC}=4\sqrt{2}\sin 45°=4\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=4(\text{cm})$

이므로

(밑넓이)$=\dfrac{1}{2}\times 4\times 4=8(\text{cm}^2)$

(옆넓이)$=(4+4+4\sqrt{2})\times 8=64+32\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

$\therefore$ (겉넓이)$=8\times 2+(64+32\sqrt{2})=80+32\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

12 1단계 $\triangle ABH$에서

$\overline{BH}=18\cos 60°=18\times\dfrac{1}{2}=9(\text{cm})$

2단계 $\overline{AH}=18\sin 60°=18\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=9\sqrt{3}(\text{cm})$

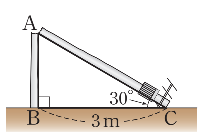
3단계 $\therefore$ (원뿔의 부피)$=\dfrac{1}{3}\times(\pi\times 9^2)\times 9\sqrt{3}$

$=243\sqrt{3}\pi(\text{cm}^3)$

채점 기준		
1단계	$\overline{BH}$의 길이 구하기	… 40 %
2단계	$\overline{AH}$의 길이 구하기	… 40 %
3단계	원뿔의 부피 구하기	… 20 %

13 $\overline{BC}=48\tan 22°=48\times 0.4=19.2(\text{m})$

14 1단계 오른쪽 그림에서



$\overline{AB}=3\tan 30°$

$=3\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}(\text{m})$

2단계 $\overline{AC}=\dfrac{3}{\cos 30°}=3\div\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=3\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}(\text{m})$

3단계 따라서 부러지기 전의 전봇대의 높이는

$\overline{AB}+\overline{AC}=\sqrt{3}+2\sqrt{3}=3\sqrt{3}(\text{m})$

채점 기준		
1단계	$\overline{AB}$의 길이 구하기	… 40 %
2단계	$\overline{AC}$의 길이 구하기	… 40 %
3단계	부러지기 전의 전봇대의 높이 구하기	… 20 %

15 $\angle ACB=3°$(엇각)이므로 $\triangle ABC$에서

$\overline{AC}=\dfrac{200}{\sin 3°}=\dfrac{200}{0.05}=4000(\text{m})$

이때 비행기의 속력이 초속 250 m이므로 착륙하는 데 걸리는 시간은 $\dfrac{4000}{250}=16$(초)

16 $\overline{AH}=100$ m이므로

$\triangle AHB$에서

$\overline{BH}=100\tan 60°=100\times\sqrt{3}=100\sqrt{3}(\text{m})$

$\triangle ACH$에서

$\overline{CH}=100\tan 45°=100\times 1=100(\text{m})$

$\therefore\ \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=100\sqrt{3}+100=100(\sqrt{3}+1)(\text{m})$

17 $\triangle BCD$에서

$\overline{BC}=\dfrac{30}{\tan 30°}=30\div\dfrac{\sqrt{3}}{3}=30\times\dfrac{3}{\sqrt{3}}=30\sqrt{3}(\text{m})$

$\triangle ABC$에서 $\angle ABC=15°+30°=45°$이므로

$\overline{AC}=30\sqrt{3}\tan 45°=30\sqrt{3}\times 1=30\sqrt{3}(\text{m})$

$\therefore\ \overline{AD}=\overline{AC}-\overline{CD}=30\sqrt{3}-30=30(\sqrt{3}-1)(\text{m})$

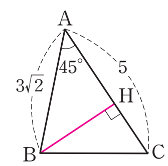
18 $\triangle CDB$에서

$\overline{BC}=620\sin 45°=620\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=310\sqrt{2}(\text{m})$

따라서 $\triangle ACB$에서

$\overline{AB}=310\sqrt{2}\tan 60°=310\sqrt{2}\times\sqrt{3}=310\sqrt{6}(\text{m})$

19 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\triangle ABH$에서

$\overline{BH}=3\sqrt{2}\sin 45°=3\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=3$

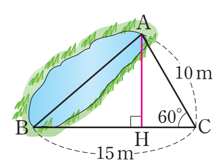
$\overline{AH}=3\sqrt{2}\cos 45°=3\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=3$

$\therefore\ \overline{CH}=\overline{AC}-\overline{AH}=5-3=2$

따라서 $\triangle BCH$에서

$\overline{BC}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$

20 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\triangle AHC$에서

$\overline{AH}=10\sin 60°$

$=10\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}(\text{m})$

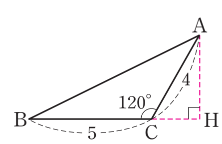
$\overline{CH}=10\cos 60°=10\times\dfrac{1}{2}=5(\text{m})$

$\therefore\ \overline{BH}=\overline{BC}-\overline{CH}=15-5=10(\text{m})$

따라서 $\triangle ABH$에서

$\overline{AB}=\sqrt{10^2+(5\sqrt{3})^2}=5\sqrt{7}(\text{m})$

21 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\triangle$ACH에서 $\angle$ACH$=180^\circ-120^\circ=60^\circ$이므로

$\overline{AH}=4\sin 60^\circ=4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$

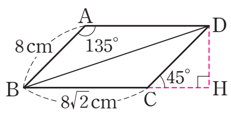
$\overline{CH}=4\cos 60^\circ=4\times\dfrac{1}{2}=2$

$\therefore\ \overline{BH}=\overline{BC}+\overline{CH}=5+2=7$

따라서 $\triangle$ABH에서

$\overline{AB}=\sqrt{7^2+(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{61}$

22 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\angle$DCB$=\angle$A$=135^\circ$이므로

$\angle$DCH$=180^\circ-135^\circ=45^\circ$

$\triangle$DCH에서 $\overline{DC}=\overline{AB}=8$ cm이므로

$\overline{DH}=8\sin 45^\circ=8\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}$(cm)

$\overline{CH}=8\cos 45^\circ=8\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}$(cm)

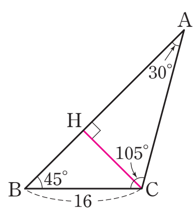
$\therefore\ \overline{BH}=\overline{BC}+\overline{CH}=8\sqrt{2}+4\sqrt{2}=12\sqrt{2}$(cm)

따라서 $\triangle$DBH에서

$\overline{BD}=\sqrt{(12\sqrt{2})^2+(4\sqrt{2})^2}=8\sqrt{5}$(cm)

23 $\angle$A$=180^\circ-(45^\circ+105^\circ)=30^\circ$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\triangle$BCH에서

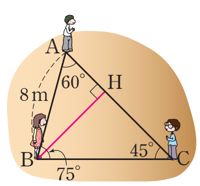
$\overline{CH}=16\sin 45^\circ=16\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=8\sqrt{2}$

따라서 $\triangle$AHC에서

$\overline{AC}=\dfrac{8\sqrt{2}}{\sin 30^\circ}=8\sqrt{2}\div\dfrac{1}{2}=8\sqrt{2}\times 2=16\sqrt{2}$

24 $\angle$A$=180^\circ-(75^\circ+45^\circ)=60^\circ$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\triangle$ABH에서

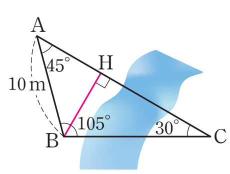
$\overline{BH}=8\sin 60^\circ=8\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$(m)

따라서 $\triangle$BCH에서

$\overline{BC}=\dfrac{4\sqrt{3}}{\sin 45^\circ}=4\sqrt{3}\div\dfrac{\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{3}\times\dfrac{2}{\sqrt{2}}=4\sqrt{6}$(m)

25 $\angle$C$=180^\circ-(45^\circ+105^\circ)=30^\circ$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\triangle$ABH에서

$\overline{AH}=10\cos 45^\circ=10\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=5\sqrt{2}$(m)

$\overline{BH}=10\sin 45^\circ=10\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=5\sqrt{2}$(m)

따라서 $\triangle$BCH에서

$\overline{CH}=\dfrac{5\sqrt{2}}{\tan 30^\circ}=5\sqrt{2}\div\dfrac{\sqrt{3}}{3}=5\sqrt{2}\times\dfrac{3}{\sqrt{3}}=5\sqrt{6}$(m)

$\therefore\ \overline{AC}=\overline{AH}+\overline{CH}=5\sqrt{2}+5\sqrt{6}=5(\sqrt{2}+\sqrt{6})$(m)

26 $\overline{AH}=h$라고 하면

$\triangle$ABH에서

$\overline{BH}=\dfrac{h}{\tan 45^\circ}=h\div 1=h$

$\triangle$AHC에서

$\overline{CH}=\dfrac{h}{\tan 60^\circ}=h\div\sqrt{3}=h\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$

이때 $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로 $20=h+\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$

$\dfrac{3+\sqrt{3}}{3}h=20\qquad\therefore\ h=20\times\dfrac{3}{3+\sqrt{3}}=10(3-\sqrt{3})$

따라서 $\overline{AH}$의 길이는 $10(3-\sqrt{3})$이다.

27 $\overline{CH}=h$ m라고 하면

$\triangle$CAH에서 $\overline{AH}=\dfrac{h}{\tan 55^\circ}$(m)

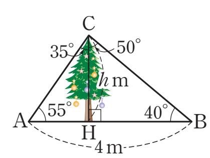
$\triangle$CHB에서 $\overline{BH}=\dfrac{h}{\tan 40^\circ}$(m)

이때 $\overline{AB}=\overline{AH}+\overline{BH}$이므로 $4=\dfrac{h}{\tan 55^\circ}+\dfrac{h}{\tan 40^\circ}$

$\dfrac{h(\tan 40^\circ+\tan 55^\circ)}{\tan 55^\circ\tan 40^\circ}=4\qquad\therefore\ h=\dfrac{4\tan 55^\circ\tan 40^\circ}{\tan 55^\circ+\tan 40^\circ}$

$\therefore\ \overline{CH}=\dfrac{4\tan 55^\circ\tan 40^\circ}{\tan 55^\circ+\tan 40^\circ}$ m

참고 35°, 50°의 삼각비의 값을 이용하면



$\triangle$CAH에서 $\overline{AH}=h\tan 35^\circ$(m)

$\triangle$CHB에서 $\overline{BH}=h\tan 50^\circ$(m)

이때 $\overline{AB}=\overline{AH}+\overline{BH}$이므로

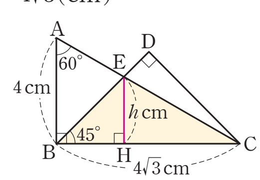
$4=h\tan 35^\circ+h\tan 50^\circ$

$(\tan 35^\circ+\tan 50^\circ)h=4\qquad\therefore\ h=\dfrac{4}{\tan 35^\circ+\tan 50^\circ}$

28 1단계 $\triangle$ABC에서

$\overline{BC}=4\tan 60^\circ=4\times\sqrt{3}=4\sqrt{3}$(cm)

2단계 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{EH}=h$ cm라고 하면



$\triangle$EBH에서

$\overline{BH}=\dfrac{h}{\tan 45^\circ}=h\div 1=h$(cm)

$\triangle$EHC에서

$\angle$ECH$=\angle$ACB$=180^\circ-(60^\circ+90^\circ)=30^\circ$이므로

$\overline{CH}=\dfrac{h}{\tan 30^\circ}=h\div\dfrac{\sqrt{3}}{3}=h\times\dfrac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}h$(cm)

3단계 이때 $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로 $4\sqrt{3}=h+\sqrt{3}h$

$(1+\sqrt{3})h=4\sqrt{3}\qquad\therefore\ h=\dfrac{4\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}=6-2\sqrt{3}$

4단계 $\therefore \triangle EBC=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times(6-2\sqrt{3})$

$=12\sqrt{3}-12(cm^2)$

채점 기준		
1단계	$\overline{BC}$의 길이 구하기	… 20 %
2단계	$\overline{BH}$, $\overline{CH}$의 길이를 $\triangle EBC$의 높이를 사용하여 각각 나타내기	… 40 %
3단계	$\triangle EBC$의 높이 구하기	… 20 %
4단계	$\triangle EBC$의 넓이 구하기	… 20 %

29 $\overline{AH}=h$라고 하면

$\triangle AHC$에서

$\overline{HC}=\frac{h}{\tan 45^\circ}=h\div 1=h$

$\triangle AHB$에서 $\angle ABH=180^\circ-120^\circ=60^\circ$이므로

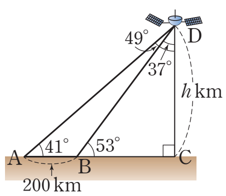
$\overline{HB}=\frac{h}{\tan 60^\circ}=h\div\sqrt{3}=h\times\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}h$

이때 $\overline{BC}=\overline{HC}-\overline{HB}$이므로 $12=h-\frac{\sqrt{3}}{3}h$

$\frac{3-\sqrt{3}}{3}h=12 \qquad \therefore h=12\times\frac{3}{3-\sqrt{3}}=6(3+\sqrt{3})$

따라서 $\overline{AH}$의 길이는 $6(3+\sqrt{3})$이다.

30 $\overline{CD}=h$ km라고 하면



$\triangle ACD$에서

$\angle ADC=180^\circ-(41^\circ+90^\circ)=49^\circ$

이므로

$\overline{AC}=h\tan 49^\circ$

$=h\times 1.15=1.15h(km)$

$\triangle BCD$에서 $\angle BDC=180^\circ-(53^\circ+90^\circ)=37^\circ$이므로

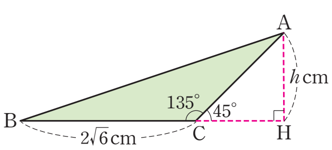
$\overline{BC}=h\tan 37^\circ=h\times 0.75=0.75h(km)$

이때 $\overline{AB}=\overline{AC}-\overline{BC}$이므로 $200=1.15h-0.75h$

$0.4h=200 \qquad \therefore h=\frac{200}{0.4}=500$

따라서 지면으로부터 인공위성의 높이 $\overline{CD}$는 500 km이다.

31



위의 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선 위에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{AH}=h$ cm라고 하면

$\triangle ACH$에서 $\angle ACH=180^\circ-135^\circ=45^\circ$이므로

$\overline{CH}=\frac{h}{\tan 45^\circ}=h\div 1=h(cm)$

이때 $\tan B=\frac{1}{3}$이므로 $\triangle ABH$에서

$\frac{h}{2\sqrt{6}+h}=\frac{1}{3}$, $3h=2\sqrt{6}+h$

$2h=2\sqrt{6} \qquad \therefore h=\sqrt{6}$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{6}\times\sqrt{6}=6(cm^2)$

02 넓이 구하기

P. 30～33

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ④	**2** $14\sqrt{3}$ cm²	**3** 45°	**4** 60°
5 $15\pi-9$			

핵심 유형 문제

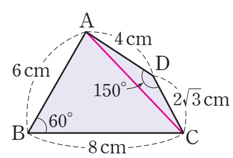
6 $5\sqrt{3}$ cm²	**7** 45°	**8** ①	**9** $\frac{20\sqrt{2}}{3}$ cm²
10 $35\sqrt{2}$ cm²	**11** $\frac{180\sqrt{3}}{11}$		**12** ①
13 120°	**14** 54 cm²	**15** ⑤	
16 $\left(\frac{9}{2}+\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$ cm²	**17** ②	**18** $30\sqrt{3}$ cm²	
19 ②	**20** ③	**21** 150°	**22** $\frac{15\sqrt{2}}{2}$ cm²
23 $36\sqrt{2}$ cm²	**24** $6\sqrt{3}$ cm²		**25** $27\sqrt{2}$ cm²
26 ④			

1 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times 9\times\sin 45^\circ=18\sqrt{2}$에서

$\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times 9\times\frac{\sqrt{2}}{2}=18\sqrt{2}$, $\frac{9\sqrt{2}}{4}\overline{AB}=18\sqrt{2}$

$\therefore \overline{AB}=8(cm)$

2 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\square ABCD$

$=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 8\times\sin 60^\circ$

$+\frac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{3}\times\sin(180^\circ-150^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 8\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{3}\times\frac{1}{2}$

$=12\sqrt{3}+2\sqrt{3}=14\sqrt{3}(cm^2)$

3 $\square ABCD=2\sqrt{6}\times 8\times\sin B=16\sqrt{3}$에서

$16\sqrt{6}\sin B=16\sqrt{3}$, $\sin B=\frac{\sqrt{2}}{2}$

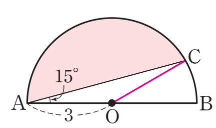
이때 $\angle B$는 예각이므로 $\angle B=45^\circ$

4 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times 12\times 16\times\sin x=48\sqrt{3}$에서

$96\sin x=48\sqrt{3} \qquad \therefore \sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$

이때 $0^\circ<x<90^\circ$이므로 $x=60^\circ$

5 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면



$\triangle AOC$는 $\overline{OA}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OCA=\angle OAC=15^\circ$

따라서 $\angle AOC=180°-(15°+15°)=150°$이므로

$S=$(부채꼴 AOC의 넓이)$-$($\triangle AOC$의 넓이)

$=\pi\times3^2\times\frac{150}{360}-\frac{1}{2}\times3\times3\times\sin(180°-150°)$

$=\frac{15}{4}\pi-\frac{1}{2}\times3\times3\times\frac{1}{2}=\frac{15}{4}\pi-\frac{9}{4}$

$\therefore\ 4S=4\times\left(\frac{15}{4}\pi-\frac{9}{4}\right)=15\pi-9$

6 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times5\times\sin60°$

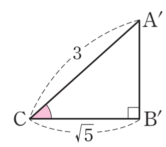
$=\frac{1}{2}\times4\times5\times\frac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}(cm^2)$

7 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times6\times\sin A=6\sqrt{6}$에서

$12\sqrt{3}\sin A=6\sqrt{6},\ \sin A=\frac{\sqrt{2}}{2}$

이때 $\angle A$는 예각이므로 $\angle A=45°$

8 $\cos C=\frac{\sqrt{5}}{3}$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 $A'CB'$을 생각할 수 있다.



이때 $\overline{A'B'}=\sqrt{3^2-(\sqrt{5})^2}=2$이므로

$\sin C=\frac{2}{3}$

$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times7\times\sin C$

$=\frac{1}{2}\times6\times7\times\frac{2}{3}=14(cm^2)$

9 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times10\times8\times\sin45°$

$=\frac{1}{2}\times10\times8\times\frac{\sqrt{2}}{2}=20\sqrt{2}(cm^2)$

점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\triangle AGC=\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{3}\times20\sqrt{2}=\frac{20\sqrt{2}}{3}(cm^2)$

10 $\overline{AE}\,/\!/\,\overline{DC}$이므로 $\triangle AED=\triangle AEC$

$\therefore\ \square ABED=\triangle ABE+\triangle AED$

$=\triangle ABE+\triangle AEC=\triangle ABC$

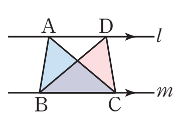
$=\frac{1}{2}\times10\times14\times\sin45°$

$=\frac{1}{2}\times10\times14\times\frac{\sqrt{2}}{2}=35\sqrt{2}(cm^2)$

참고 **평행선과 삼각형의 넓이**

$l\,/\!/\,m$이면

$\triangle ABC=\triangle DBC$



11 1단계 $\angle BAD=\angle CAD=\frac{1}{2}\angle BAC$

$=\frac{1}{2}\times60°=30°$

2단계 $\overline{AD}=x$라고 하면

$\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle ADC$이므로

$\frac{1}{2}\times12\times10\times\sin60°$

$=\frac{1}{2}\times12\times x\times\sin30°+\frac{1}{2}\times x\times10\times\sin30°$

$\frac{1}{2}\times12\times10\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\frac{1}{2}\times12\times x\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times x\times10\times\frac{1}{2}$

$30\sqrt{3}=3x+\frac{5}{2}x,\ \frac{11}{2}x=30\sqrt{3}\qquad\therefore\ x=\frac{60\sqrt{3}}{11}$

3단계 $\therefore\ \triangle ABD=\frac{1}{2}\times12\times\frac{60\sqrt{3}}{11}\times\sin30°$

$=\frac{1}{2}\times12\times\frac{60\sqrt{3}}{11}\times\frac{1}{2}=\frac{180\sqrt{3}}{11}$

채점 기준		
1단계	$\angle BAD$, $\angle CAD$의 크기 각각 구하기	… 20 %
2단계	$\overline{AD}$의 길이 구하기	… 50 %
3단계	$\triangle ABD$의 넓이 구하기	… 30 %

12 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times7\times12\times\sin(180°-150°)$

$=\frac{1}{2}\times7\times12\times\frac{1}{2}=21(cm^2)$

13 $\triangle ABC$에서 $90°<\angle C<180°$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times5\times8\times\sin(180°-C)=10\sqrt{3}$에서

$20\sin(180°-C)=10\sqrt{3},\ \sin(180°-C)=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$180°-\angle C=60°\qquad\therefore\ \angle C=120°$

14 $\overline{BC}=\overline{DE}=12\,cm$이므로

$\triangle ABC$에서

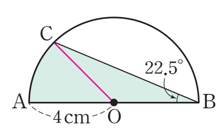
$\overline{AB}=12\cos30°=12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}(cm)$

$\angle ABD=30°+90°=120°$이므로

$\triangle ABD=\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times12\times\sin(180°-120°)$

$=\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=54(cm^2)$

15 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면 $\triangle OBC$는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이다.



$\angle OCB=\angle OBC=22.5°$이므로

$\angle COB=180°-(22.5°+22.5°)=135°$

$\angle COA=22.5°+22.5°=45°$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

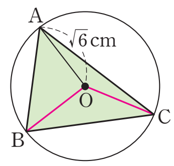
$=$($\triangle OBC$의 넓이)$+$(부채꼴 COA의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times4\times4\times\sin(180°-135°)+\pi\times4^2\times\frac{45}{360}$

$=\frac{1}{2}\times4\times4\times\frac{\sqrt{2}}{2}+16\pi\times\frac{1}{8}$

$=4\sqrt{2}+2\pi(cm^2)$

16 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$를 각각 그으면 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로



$\widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CA} = 3 : 4 : 5$에서

$\angle AOB = 360^\circ \times \frac{3}{3+4+5} = 90^\circ$

$\angle BOC = 360^\circ \times \frac{4}{3+4+5} = 120^\circ$

$\angle COA = 360^\circ \times \frac{5}{3+4+5} = 150^\circ$

$\therefore \triangle ABC$

$= \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCA$

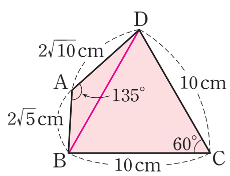
$= \frac{1}{2} \times \sqrt{6} \times \sqrt{6} + \frac{1}{2} \times \sqrt{6} \times \sqrt{6} \times \sin(180^\circ - 120^\circ)$

$+ \frac{1}{2} \times \sqrt{6} \times \sqrt{6} \times \sin(180^\circ - 150^\circ)$

$= 3 + \frac{1}{2} \times \sqrt{6} \times \sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times \sqrt{6} \times \sqrt{6} \times \frac{1}{2}$

$= 3 + \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2} = \frac{9}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^2)$

17 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\square ABCD$

$= \triangle ABD + \triangle BCD$

$= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times 2\sqrt{10} \times \sin(180^\circ - 135^\circ)$

$+ \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \sin 60^\circ$

$= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times 2\sqrt{10} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 10 + 25\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

18 1단계 $\triangle ABC$에서

$\overline{AC} = 6\tan 60^\circ = 6 \times \sqrt{3} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$

2단계 $\therefore \square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$

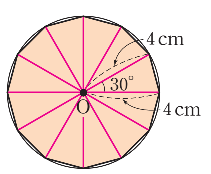
$= \frac{1}{2} \times 6 \times 6\sqrt{3} + \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 8 \times \sin 30^\circ$

$= 18\sqrt{3} + \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 8 \times \frac{1}{2}$

$= 18\sqrt{3} + 12\sqrt{3} = 30\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

채점 기준		
1단계	$\overline{AC}$의 길이 구하기	… 30 %
2단계	$\square$ABCD의 넓이 구하기	… 70 %

19 정십이각형은 오른쪽 그림과 같이 서로 합동인 12개의 이등변삼각형으로 나누어지고, 이등변삼각형의 꼭지각의 크기는 $\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$이므로



(정십이각형의 넓이)$= 12 \times \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 30^\circ\right)$

$= 12 \times \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \frac{1}{2}\right) = 48(\text{cm}^2)$

20 평행사변형에서 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle B = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

$\therefore \square ABCD = 4 \times 5 \times \sin 60^\circ$

$= 4 \times 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

다른 풀이

$\overline{CD} = \overline{AB} = 4$ cm이므로

$\square ABCD = 5 \times 4 \times \sin(180^\circ - 120^\circ)$

$= 5 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

21 마름모 ABCD에서 $90^\circ < \angle A < 180^\circ$이므로

$\square ABCD = 8 \times 8 \times \sin(180^\circ - A) = 32$에서

$64\sin(180^\circ - A) = 32$, $\sin(180^\circ - A) = \frac{1}{2}$

$180^\circ - \angle A = 30^\circ \quad \therefore \angle A = 150^\circ$

22 평행사변형에서 이웃한 두 내각의 크기의 합은 180°이므로

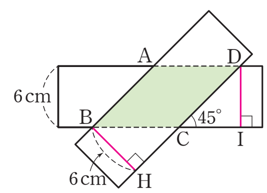
$\angle BCD = 180^\circ \times \frac{3}{1+3} = 135^\circ$

$\therefore \triangle OBC = \frac{1}{4}\square ABCD$

$= \frac{1}{4} \times 6 \times 10 \times \sin(180^\circ - 135^\circ)$

$= \frac{1}{4} \times 6 \times 10 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{15\sqrt{2}}{2}(\text{cm}^2)$

23 오른쪽 그림과 같이 두 점 B, D에서 $\overline{CD}$, $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 각각 H, I라고 하자.



$\triangle DCI$에서

$\overline{CD} = \frac{6}{\sin 45^\circ} = 6 \div \frac{\sqrt{2}}{2}$

$= 6 \times \frac{2}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$

또 $\angle BCH = \angle DCI = 45^\circ$(맞꼭지각)이므로

$\triangle BHC$에서

$\overline{BC} = \frac{6}{\sin 45^\circ} = 6 \div \frac{\sqrt{2}}{2} = 6 \times \frac{2}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$

이때 $\square$ABCD는 평행사변형이고,

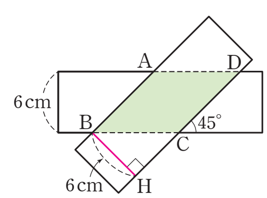
$\angle BCD = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$이므로

$\square ABCD = 6\sqrt{2} \times 6\sqrt{2} \times \sin(180^\circ - 135^\circ)$

$= 6\sqrt{2} \times 6\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 36\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

다른 풀이

오른쪽 그림에서 $\square$ABCD는 밑변이 $\overline{BC}$, 높이가 6 cm인 평행사변형이다.



점 B에서 $\overline{CD}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$\triangle BHC$에서 $\overline{BH} = 6$ cm이고

$\angle BCH = 45^\circ$(맞꼭지각)이므로

$\overline{BC}=\dfrac{6}{\sin 45^\circ}=6\div\dfrac{\sqrt{2}}{2}=6\times\dfrac{2}{\sqrt{2}}=6\sqrt{2}(\text{cm})$

따라서 겹쳐진 부분의 넓이는

$\square ABCD=\overline{BC}\times 6=6\sqrt{2}\times 6=36\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

24 $\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times 4\times 6\times \sin 60^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times 4\times 6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

25 두 대각선의 교점을 O라고 하면 △OBC에서

$\angle BOA=15^\circ+30^\circ=45^\circ$

$\therefore\ \square ABCD=\dfrac{1}{2}\times 9\times 12\times\sin 45^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times 9\times 12\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=27\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

26 등변사다리꼴의 두 대각선의 길이는 같으므로

$\overline{AC}=\overline{BD}=x$ cm라고 하면

$\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times x\times x\times\sin(180^\circ-120^\circ)=12\sqrt{3}$에서

$\dfrac{1}{2}\times x\times x\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=12\sqrt{3}$

$\dfrac{\sqrt{3}}{4}x^2=12\sqrt{3},\ x^2=48$

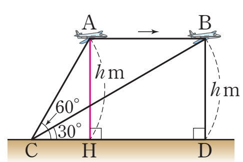
이때 $x>0$이므로 $x=4\sqrt{3}$

따라서 $\overline{AC}$의 길이는 $4\sqrt{3}$ cm이다.

실력 UP 문제 P. 34

1-1 $1500\sqrt{3}$ m	**1-2** 60초
2-1 ④	**2-2** 18 cm²

1-1 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{BD}=\overline{AH}=h$ m라고 하면



△ACH에서

$\overline{CH}=\dfrac{h}{\tan 60^\circ}=h\div\sqrt{3}$

$=h\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h(\text{m})$

△BCD에서

$\overline{CD}=\dfrac{h}{\tan 30^\circ}=h\div\dfrac{\sqrt{3}}{3}=h\times\dfrac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}h(\text{m})$

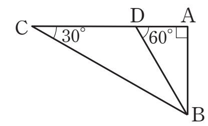
이때 $\overline{HD}=\overline{AB}=200\times 15=3000(\text{m})$이고

$\overline{HD}=\overline{CD}-\overline{CH}$이므로 $3000=\sqrt{3}h-\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$

$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}h=3000\qquad\therefore\ h=3000\times\dfrac{3}{2\sqrt{3}}=1500\sqrt{3}$

따라서 지면에서 비행기까지의 높이 $\overline{BD}$는 $1500\sqrt{3}$ m이다.

1-2 오른쪽 그림과 같이 좌초된 배의 위치를 B, 처음 불빛을 관측하였을 때 헬리콥터의 위치를 C, 2분 후 헬리콥터의 위치를 D라고 하면



$\angle BCD=30^\circ,\ \angle BDA=60^\circ$

이때 헬리콥터가 시속 120 km로 2분 동안 이동한 거리는

$\overline{CD}=120\times\dfrac{2}{60}=4(\text{km})$ $\quad\dfrac{2}{60}$시간

△DCB에서

$30^\circ+\angle DBC=60^\circ\qquad\therefore\ \angle DBC=30^\circ$

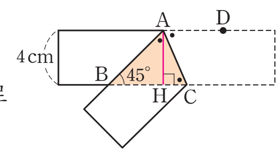
즉, △DCB는 $\overline{DB}=\overline{DC}=4$ km인 이등변삼각형이므로

△ADB에서

$\overline{AD}=4\cos 60^\circ=4\times\dfrac{1}{2}=2(\text{km})$

따라서 헬리콥터가 두 번째로 불빛을 관측한 지점에서 배가 좌초된 지점의 상공 A 지점에 도착할 때까지 걸리는 시간은 $\dfrac{2}{120}$시간, 즉 60초이다.

2-1 오른쪽 그림에서



$\angle DAC=\angle BAC$ (접은 각),

$\angle DAC=\angle BCA$ (엇각)이므로

$\angle BAC=\angle BCA$

따라서 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이다.

점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면

△ABH에서

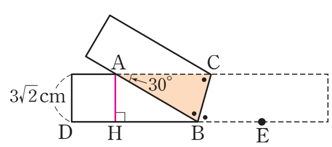
$\overline{AB}=\dfrac{4}{\sin 45^\circ}=4\div\dfrac{\sqrt{2}}{2}=4\times\dfrac{2}{\sqrt{2}}=4\sqrt{2}(\text{cm})$

따라서 $\overline{BC}=\overline{AB}=4\sqrt{2}$ cm이므로

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{2}\times 4\sqrt{2}\times\sin 45^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{2}\times 4\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=8\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

2-2



위의 그림에서

$\angle ABC=\angle EBC$ (접은 각), $\angle ACB=\angle EBC$ (엇각)이므로

$\angle ABC=\angle ACB$

따라서 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다.

점 A에서 $\overline{DB}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면

△AHB에서 $\angle ABH=30^\circ$ (엇각)이므로

$\overline{AB}=\dfrac{3\sqrt{2}}{\sin 30^\circ}=3\sqrt{2}\div\dfrac{1}{2}=3\sqrt{2}\times 2=6\sqrt{2}(\text{cm})$

따라서 $\overline{AC}=\overline{AB}=6\sqrt{2}$ cm이므로

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 6\sqrt{2}\times 6\sqrt{2}\times\sin 30^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times 6\sqrt{2}\times 6\sqrt{2}\times\dfrac{1}{2}=18(\text{cm}^2)$

실전 테스트 P. 35～37

1 ② 2 $x=3$, $y=2\sqrt{3}$ 3 6.7 m
4 $(5\sqrt{2}+6)$ m 5 $\sqrt{21}$ cm 6 $(100\sqrt{3}+100)$ m
7 ④ 8 ① 9 4 cm 10 $\frac{\sqrt{14}}{2}$ 11 ⑤
12 $(\sqrt{3}-1)$ cm^2 13 $(12+2\sqrt{5})$ cm^2 14 $18\sqrt{3}$ cm^2
15 ③ 16 ② 17 $300\sqrt{3}$ cm^2 18 $25\sqrt{2}$ cm^2
19 ④ 20 ④

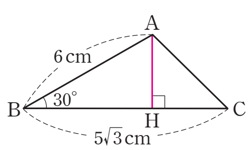
1 $x=8\cos 42^\circ=8\times 0.7431=5.9448$
$y=8\sin 42^\circ=8\times 0.6691=5.3528$
$\therefore x+y=5.9448+5.3528=11.2976$

2 △ABH에서
$x=3\sqrt{2}\cos 45^\circ=3\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=3$
$\overline{AH}=3\sqrt{2}\sin 45^\circ=3\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=3$
△AHC에서
$y=\frac{3}{\sin 60^\circ}=3\div\frac{\sqrt{3}}{2}=3\times\frac{2}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$

3 $\overline{BC}=10\tan 27^\circ=10\times 0.51=5.1(\text{m})$
$\therefore \overline{CH}=\overline{BC}+\overline{BH}=5.1+1.6=6.7(\text{m})$

4 △ACP에서
$\overline{CP}=\frac{5}{\sin 45^\circ}=5\div\frac{\sqrt{2}}{2}=5\times\frac{2}{\sqrt{2}}=5\sqrt{2}(\text{m})$
$\overline{AC}=\frac{5}{\tan 45^\circ}=5\div 1=5(\text{m})$
$\therefore \overline{BC}=\overline{AB}-\overline{AC}=8-5=3(\text{m})$
△CBQ에서
$\overline{CQ}=\frac{3}{\cos 60^\circ}=3\div\frac{1}{2}=3\times 2=6(\text{m})$
$\therefore \overline{CP}+\overline{CQ}=5\sqrt{2}+6(\text{m})$
따라서 새가 날아간 거리는 $(5\sqrt{2}+6)$ m이다.

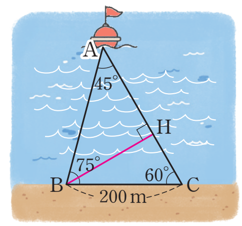
5 1단계 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



△ABH에서
$\overline{AH}=6\sin 30^\circ=6\times\frac{1}{2}=3(\text{cm})$
$\overline{BH}=6\cos 30^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}(\text{cm})$
2단계 $\therefore \overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=5\sqrt{3}-3\sqrt{3}=2\sqrt{3}(\text{cm})$
3단계 따라서 △AHC에서
$\overline{AC}=\sqrt{3^2+(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{21}(\text{cm})$

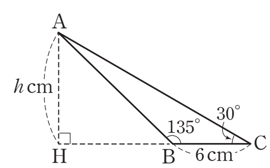
채점 기준		
1단계	꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 할 때, $\overline{AH}$, $\overline{BH}$의 길이 각각 구하기	… 50 %
2단계	$\overline{CH}$의 길이 구하기	… 20 %
3단계	$\overline{AC}$의 길이 구하기	… 30 %

6 $\angle A=180^\circ-(75^\circ+60^\circ)=45^\circ$
오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



△BCH에서
$\overline{CH}=200\cos 60^\circ$
$=200\times\frac{1}{2}=100(\text{m})$
$\overline{BH}=200\sin 60^\circ=200\times\frac{\sqrt{3}}{2}=100\sqrt{3}(\text{m})$
△ABH에서
$\overline{AH}=\frac{100\sqrt{3}}{\tan 45^\circ}=100\sqrt{3}\div 1=100\sqrt{3}(\text{m})$
$\therefore \overline{AC}=\overline{AH}+\overline{CH}=100\sqrt{3}+100(\text{m})$

7 $\overline{AH}=h$ cm라고 하면



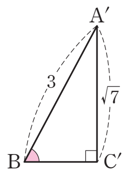
△AHC에서
$\overline{HC}=\frac{h}{\tan 30^\circ}=h\div\frac{\sqrt{3}}{3}$
$=h\times\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}h(\text{cm})$
△AHB에서 $\angle ABH=180^\circ-135^\circ=45^\circ$이므로
$\overline{HB}=\frac{h}{\tan 45^\circ}=h\div 1=h(\text{cm})$
이때 $\overline{BC}=\overline{HC}-\overline{HB}$이므로 $6=\sqrt{3}h-h$
$(\sqrt{3}-1)h=6$ $\therefore h=\frac{6}{\sqrt{3}-1}=3(\sqrt{3}+1)$
따라서 $\overline{AH}$의 길이는 $3(\sqrt{3}+1)$ cm이다.

8 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle C=\angle B=75^\circ$
따라서 $\angle A=180^\circ-(75^\circ+75^\circ)=30^\circ$이므로
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 3\sqrt{3}\times 3\sqrt{3}\times\sin 30^\circ$
$=\frac{1}{2}\times 3\sqrt{3}\times 3\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=\frac{27}{4}(\text{cm}^2)$

9 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\times\overline{AC}\times\sin(180^\circ-135^\circ)=6\sqrt{2}$에서
$\frac{1}{2}\times 6\times\overline{AC}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=6\sqrt{2}$, $\frac{3\sqrt{2}}{2}\overline{AC}=6\sqrt{2}$
$\therefore \overline{AC}=4(\text{cm})$

10 1단계 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 4\times 6\times\sin B=4\sqrt{7}$에서
$12\sin B=4\sqrt{7}$ $\therefore \sin B=\frac{\sqrt{7}}{3}$

2단계 이때 $\sin B=\frac{\sqrt{7}}{3}$을 만족시키는 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 A′BC′에서



$\overline{BC'}=\sqrt{3^2-(\sqrt{7})^2}=\sqrt{2}$

$\therefore \tan B=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{14}}{2}$

채점 기준		
1단계	$\sin B$의 값 구하기	··· 40 %
2단계	$\tan B$의 값 구하기	··· 60 %

11 △ADF≡△BED≡△CFE(SAS 합동)이므로 그 넓이는 모두 같다.

$\therefore \triangle DEF$

$=\triangle ABC-3\triangle ADF$

$=\frac{1}{2}\times6\times6\times\sin 60^\circ-3\times\left(\frac{1}{2}\times2\times4\times\sin 60^\circ\right)$

$=\frac{1}{2}\times6\times6\times\frac{\sqrt{3}}{2}-3\times\left(\frac{1}{2}\times2\times4\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$=9\sqrt{3}-6\sqrt{3}=3\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

12 △PBC가 정삼각형이므로

$\overline{PC}=\overline{BC}=2\text{ cm}$

$\angle PCB=60^\circ$이므로 $\angle PCD=90^\circ-60^\circ=30^\circ$

$\therefore \triangle PBD$

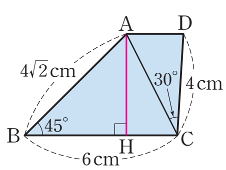
$=\triangle PBC+\triangle PCD-\triangle DBC$

$=\frac{1}{2}\times2\times2\times\sin 60^\circ+\frac{1}{2}\times2\times2\times\sin 30^\circ-\frac{1}{2}\times2\times2$

$=\frac{1}{2}\times2\times2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\times2\times2\times\frac{1}{2}-2$

$=\sqrt{3}-1(\text{cm}^2)$

13 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



△ABH에서

$\overline{AH}=4\sqrt{2}\sin 45^\circ=4\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=4(\text{cm})$

$\overline{BH}=4\sqrt{2}\cos 45^\circ=4\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=4(\text{cm})$

$\therefore \overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=6-4=2(\text{cm})$

△AHC에서

$\overline{AC}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}(\text{cm})$

$\therefore \square ABCD$

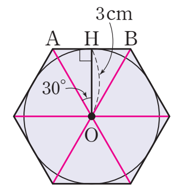
$=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times6\times\sin 45^\circ+\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times4\times\sin 30^\circ$

$=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times6\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times4\times\frac{1}{2}$

$=12+2\sqrt{5}(\text{cm}^2)$

14 정육각형은 오른쪽 그림과 같이 서로 합동인 6개의 정삼각형으로 나누어진다.



정삼각형 AOB의 꼭짓점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$\angle AOH=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$

△AOH에서

$\overline{OA}=\frac{3}{\cos 30^\circ}=3\div\frac{\sqrt{3}}{2}=3\times\frac{2}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

∴ (정육각형의 넓이)=6△AOB

$=6\times\left(\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2\sqrt{3}\times\sin 60^\circ\right)$

$=6\times\left(\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$=18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

다른 풀이

∠AOH에서

$\overline{AH}=3\tan 30^\circ=3\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 $\overline{AB}=2\overline{AH}=2\sqrt{3}(\text{cm})$이므로

(정육각형의 넓이)=6△AOB

$=6\times\left(\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times3\right)=18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

15 $\square ABCD=\overline{AB}\times14\times\sin(180^\circ-120^\circ)=70\sqrt{3}$에서

$\overline{AB}\times14\times\frac{\sqrt{3}}{2}=70\sqrt{3}$, $7\sqrt{3}\,\overline{AB}=70\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AB}=10(\text{cm})$

16 □ABCD가 평행사변형이므로 $\overline{CD}=\overline{AB}=8\text{ cm}$

$\therefore \triangle AMC=\frac{1}{2}\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\square ABCD\right)$

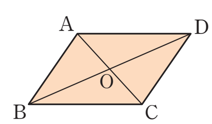
$=\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\times(10\times8\times\sin 45^\circ)$

$=\frac{1}{4}\times\left(10\times8\times\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=10\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

참고 **평행사변형과 넓이**

평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 교점을 O라고 할 때



(1) $\triangle ABC=\triangle BCD=\triangle CDA$

$=\triangle DAB=\frac{1}{2}\square ABCD$

(2) $\triangle ABO=\triangle BCO=\triangle CDO=\triangle DAO=\frac{1}{4}\square ABCD$

17 마름모의 내각 중 예각의 크기는 $\frac{360^\circ}{6}=60^\circ$

∴ (구하는 도형의 넓이)

$=6\times(10\times10\times\sin 60^\circ)$

$=6\times\left(10\times10\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=300\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

18 등변사다리꼴의 두 대각선의 길이는 같으므로

$\overline{BD}=\overline{AC}=10\,\text{cm}$

$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times 10\times 10\times \sin(180°-135°)$

$=\frac{1}{2}\times 10\times 10\times \frac{\sqrt{2}}{2}$

$=25\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

19 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=a$, $\overline{AB}=c$라고 하면

$\triangle ABC=\frac{1}{2}ac\sin B$

$\triangle A'BC'=\frac{1}{2}\times \overline{A'B}\times \overline{BC'}\times \sin B$

$=\frac{1}{2}\times 0.8c\times 1.3a\times \sin B$

$=\frac{1}{2}ac\sin B\times 1.04$

$=1.04\triangle ABC$

따라서 $\triangle A'BC'$의 넓이는 $\triangle ABC$의 넓이의 104 %이다.

20 모든 경우의 수는 $6\times 6=36$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times x\times y\times \sin 30°=\frac{1}{2}\times x\times y\times \frac{1}{2}=\frac{1}{4}xy$

이때 $\triangle ABC$의 넓이가 자연수가 되려면 xy의 값이 4의 배수이어야 한다.

(i) $xy=4$를 만족시키는 x, y의 순서쌍 (x, y)는
(1, 4), (2, 2), (4, 1)의 3가지

(ii) $xy=8$을 만족시키는 x, y의 순서쌍 (x, y)는
(2, 4), (4, 2)의 2가지

(iii) $xy=12$를 만족시키는 x, y의 순서쌍 (x, y)는
(2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2)의 4가지

(iv) $xy=16$을 만족시키는 x, y의 순서쌍 (x, y)는
(4, 4)의 1가지

(v) $xy=20$을 만족시키는 x, y의 순서쌍 (x, y)는
(4, 5), (5, 4)의 2가지

(vi) $xy=24$를 만족시키는 x, y의 순서쌍 (x, y)는
(4, 6), (6, 4)의 2가지

(vii) $xy=36$을 만족시키는 x, y의 순서쌍 (x, y)는
(6, 6)의 1가지

(i)~(vii)에 의해 $\triangle ABC$의 넓이가 자연수가 되는 경우는
$3+2+4+1+2+2+1=15$(가지)

따라서 구하는 확률은 $\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$

01 원의 현

P. 41～47

쏙쏙 다시 개념 익히기

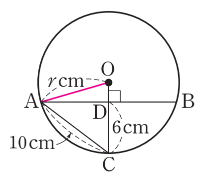
1 $2\sqrt{7}$ cm **2** $\frac{25}{3}$ cm **3** ⑤ **4** 18 cm **5** ①
6 $3\sqrt{2}$ **7** ④ **8** ⑤

핵심 유형 문제

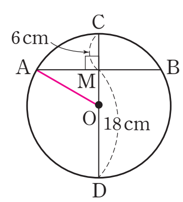
9 ② **10** 8 **11** ① **12** ③ **13** ④
14 $6\sqrt{3}$ cm **15** $6\sqrt{3}$ cm **16** $2\sqrt{14}$ cm
17 65π **18** $8\sqrt{6}$ **19** ⑤ **20** $\frac{25}{2}$ **21** $9\sqrt{5}$
22 ② **23** 10 cm **24** ④ **25** 8
26 $108\sqrt{3}$ cm^2 **27** ① **28** ⑤ **29** ⑤
30 ③ **31** $8\sqrt{2}$ cm^2 **32** 12 cm **33** 72°
34 ③ **35** 55° **36** ⑤ **37** 16π cm^2

1 $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times12=6$(cm)
따라서 △OMA에서
$\overline{OM}=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}$(cm)

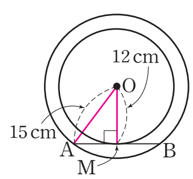
2 △ACD에서 $\overline{AD}=\sqrt{10^2-6^2}=8$(cm)
오른쪽 그림과 같이 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면
$\overline{OA}=r$ cm, $\overline{OD}=(r-6)$ cm이므로
△OAD에서 $8^2+(r-6)^2=r^2$
$12r=100$ $\quad\therefore r=\frac{25}{3}$
따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\frac{25}{3}$ cm이다.



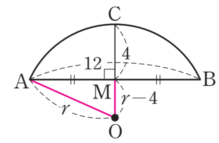
3 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면
$\overline{OA}=\overline{OC}=\frac{1}{2}\overline{CD}$
$=\frac{1}{2}\times(6+18)=12$(cm)
$\overline{OM}=\overline{OC}-\overline{CM}=12-6=6$(cm)
따라서 △OMA에서
$\overline{AM}=\sqrt{12^2-6^2}=6\sqrt{3}$(cm)
$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times6\sqrt{3}=12\sqrt{3}$(cm)



4 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하고 $\overline{OA}$를 그으면 ∠OMA=90°
$\overline{OA}=15$ cm, $\overline{OM}=12$ cm이므로
△OAM에서
$\overline{AM}=\sqrt{15^2-12^2}=9$(cm)
$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times9=18$(cm)



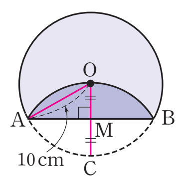
5 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라고 하면 $\overline{CM}$의 연장선은 점 O를 지난다.
원 O의 반지름의 길이를 r라고 하면
$\overline{OA}=r$, $\overline{OM}=r-4$이고
$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times12=6$이므로
△OMA에서 $6^2+(r-4)^2=r^2$
$8r=52$ $\quad\therefore r=\frac{13}{2}$
따라서 원의 반지름의 길이는 $\frac{13}{2}$이다.



6 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{CD}=\overline{AB}=6$
$\therefore \overline{DN}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times6=3$
따라서 △ODN에서
$x=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$

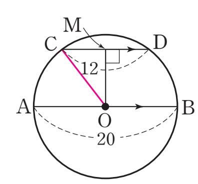
7 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\overline{ON}=\overline{OM}=\sqrt{10}$
△ONC에서 $\overline{CN}=\sqrt{5^2-(\sqrt{10})^2}=\sqrt{15}$
$\therefore$ △ONC$=\frac{1}{2}\times\sqrt{15}\times\sqrt{10}=\frac{5\sqrt{6}}{2}$

8 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하고, $\overline{OM}$의 연장선과 원 O의 교점을 C라고 하면
$\overline{OA}=\overline{OC}=10$ cm (반지름)이므로
$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OC}=\frac{1}{2}\times10=5$(cm)
따라서 △OAM에서
$\overline{AM}=\sqrt{10^2-5^2}=5\sqrt{3}$(cm)
$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times5\sqrt{3}=10\sqrt{3}$(cm)



9 △OAM에서 $\overline{AM}=\sqrt{5^2-4^2}=3$(cm)
$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times3=6$(cm)

10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면
$\overline{OC}=\overline{OA}=\frac{1}{2}\overline{AB}$
$=\frac{1}{2}\times20=10$
$\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times12=6$
따라서 △OMC에서
$\overline{OM}=\sqrt{10^2-6^2}=8$

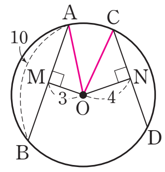


11 원 O에서 $\overline{MP}=\frac{1}{2}\overline{AP}$, 원 O′에서 $\overline{NP}=\frac{1}{2}\overline{BP}$이므로

$\overline{MN}=\overline{MP}+\overline{NP}=\frac{1}{2}\overline{AP}+\frac{1}{2}\overline{BP}$

$=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times17=8.5(\text{cm})$

12 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OC}$를 각각 그으면 $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times10=5$이므로



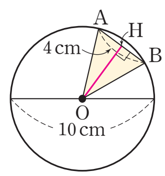
△OAM에서 $\overline{OA}=\sqrt{5^2+3^2}=\sqrt{34}$

이때 $\overline{OC}=\overline{OA}=\sqrt{34}$(반지름)이므로

△ONC에서 $\overline{CN}=\sqrt{(\sqrt{34})^2-4^2}=3\sqrt{2}$

$\therefore\ \overline{CD}=2\overline{CN}=2\times3\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

13 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



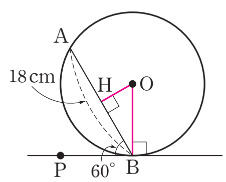
$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times4=2(\text{cm})$

$\overline{OA}=\frac{1}{2}\times10=5(\text{cm})$이므로

△OHA에서 $\overline{OH}=\sqrt{5^2-2^2}=\sqrt{21}(\text{cm})$

$\therefore$ △AOB$=\frac{1}{2}\times4\times\sqrt{21}=2\sqrt{21}(\text{cm}^2)$

14 1단계 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{AB}$

$=\frac{1}{2}\times18=9(\text{cm})$

2단계 $\overline{OB}$를 그으면 $\overline{OB}\perp\overleftrightarrow{PB}$이므로

$\angle OBH=\angle OBP-\angle ABP$

$=90^\circ-60^\circ=30^\circ$

3단계 △OHB에서 $\overline{OB}=\dfrac{\overline{BH}}{\cos 30^\circ}=9\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $6\sqrt{3}$ cm이다.

채점 기준		
1단계	점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라고 할 때, $\overline{BH}$의 길이 구하기	… 30 %
2단계	∠OBH의 크기 구하기	… 30 %
3단계	원 O의 반지름의 길이 구하기	… 40 %

15 반지름의 길이가 6 cm이므로

$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OC}=\frac{1}{2}\times6=3(\text{cm})$

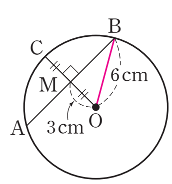
오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면

$\overline{OB}=6$ cm이므로

△OBM에서

$\overline{BM}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AB}=2\overline{BM}=2\times3\sqrt{3}=6\sqrt{3}(\text{cm})$



16 $\overline{OC}=\overline{OB}=7$ cm(반지름)이므로

$\overline{OM}=\overline{OC}-\overline{CM}=7-4=3(\text{cm})$

따라서 △OBM에서

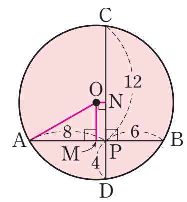
$\overline{BM}=\sqrt{7^2-3^2}=2\sqrt{10}(\text{cm})$

이때 $\overline{AM}=\overline{BM}=2\sqrt{10}$ cm이므로

△AMC에서

$\overline{AC}=\sqrt{(2\sqrt{10})^2+4^2}=2\sqrt{14}(\text{cm})$

17 1단계 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하고 $\overline{OA}$를 그으면



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}$

$=\frac{1}{2}\times(8+6)=7$

2단계 $\overline{CN}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times(12+4)=8$

$\therefore\ \overline{OM}=\overline{NP}=\overline{CP}-\overline{CN}=12-8=4$

3단계 △OAM에서

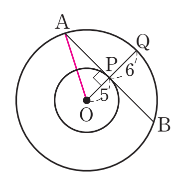
$\overline{OA}=\sqrt{7^2+4^2}=\sqrt{65}$

4단계 따라서 원 O의 넓이는

$\pi\times(\sqrt{65})^2=65\pi$

채점 기준		
1단계	점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라고 할 때, $\overline{AM}$의 길이 구하기	… 30 %
2단계	$\overline{OM}$의 길이 구하기	… 30 %
3단계	$\overline{OA}$의 길이 구하기	… 20 %
4단계	원 O의 넓이 구하기	… 20 %

18 $\overline{AB}$가 작은 원의 접선이므로



$\angle OPA=90^\circ$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면

$\overline{OA}=\overline{OQ}=\overline{OP}+\overline{PQ}$

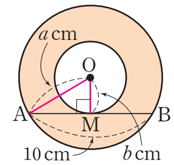
$=5+6=11$

따라서 △OPA에서

$\overline{AP}=\sqrt{11^2-5^2}=4\sqrt{6}$

$\therefore\ \overline{AB}=2\overline{AP}=8\sqrt{6}$

19 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라고 하면



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times10=5(\text{cm})$

큰 원의 반지름의 길이를 a cm, 작은 원의 반지름의 길이를 b cm라고 하면

△OAM에서

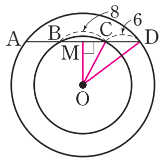
$5^2+b^2=a^2 \qquad \therefore\ a^2-b^2=25$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)=(큰 원의 넓이)−(작은 원의 넓이)

$=\pi a^2-\pi b^2$

$=\pi(a^2-b^2)=25\pi(\text{cm}^2)$

20 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 M이라 하고 $\overline{OC}$, $\overline{OD}$를 각각 그으면



$\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times8=4$이므로

$\overline{DM}=\overline{CD}+\overline{CM}=6+4=10$

큰 원의 반지름의 길이를 r라고 하면

작은 원의 반지름의 길이는 $21-r$이므로

$\overline{OD}=r$, $\overline{OC}=21-r$

$\triangle$ODM에서 $\overline{OM}^2=r^2-10^2$이고

$\triangle$OCM에서 $\overline{OM}^2=(21-r)^2-4^2$이므로

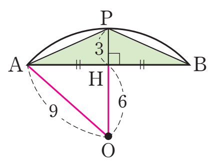
$r^2-10^2=(21-r)^2-4^2$

$r^2-100=r^2-42r+425$

$42r=525 \qquad \therefore r=\frac{25}{2}$

따라서 큰 원의 반지름의 길이는 $\frac{25}{2}$이다.

21 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라고 하면 $\overline{PH}$의 연장선은 점 O를 지난다.



$\overline{OA}$를 그으면

$\overline{OA}=\overline{OP}=9$,

$\overline{OH}=\overline{OP}-\overline{PH}=9-3=6$이므로

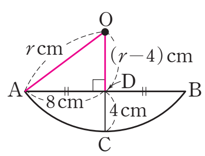
$\triangle$OHA에서

$\overline{AH}=\sqrt{9^2-6^2}=3\sqrt{5}$

따라서 $\overline{AB}=2\overline{AH}=2\times3\sqrt{5}=6\sqrt{5}$이므로

$\triangle PAB=\frac{1}{2}\times6\sqrt{5}\times3=9\sqrt{5}$

22 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라고 하면 $\overline{CD}$의 연장선은 점 O를 지난다.



원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

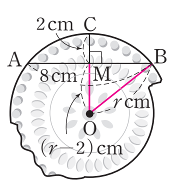
$\overline{OA}=r$ cm, $\overline{OD}=(r-4)$ cm이므로

$\triangle$OAD에서 $8^2+(r-4)^2=r^2$

$8r=80 \qquad \therefore r=10$

$\therefore$ (원의 넓이)$=\pi\times10^2=100\pi(\text{cm}^2)$

23 오른쪽 그림과 같이 깨지기 전의 수막새의 중심을 O라고 하면 $\overline{CM}$의 연장선은 점 O를 지난다.



깨지기 전의 수막새의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$\overline{OB}=r$ cm, $\overline{OM}=(r-2)$ cm이고

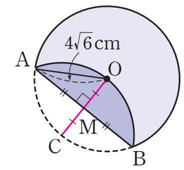
$\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8=4(\text{cm})$이므로

$\triangle$OBM에서 $4^2+(r-2)^2=r^2$

$4r=20 \qquad \therefore r=5$

$\therefore$ (깨지기 전의 수막새의 지름의 길이)$=2\times5=10(\text{cm})$

24 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하고, $\overline{OM}$의 연장선과 원 O의 교점을 C라고 하면



$\overline{OC}=\overline{OA}=4\sqrt{6}$ cm (반지름)이므로

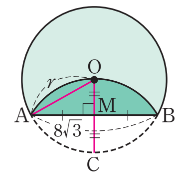
$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OC}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{6}=2\sqrt{6}(\text{cm})$

따라서 $\triangle$OAM에서

$\overline{AM}=\sqrt{(4\sqrt{6})^2-(2\sqrt{6})^2}=6\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times6\sqrt{2}=12\sqrt{2}(\text{cm})$

25 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M, $\overline{OM}$의 연장선과 원 O의 교점을 C라 하고 원 O의 반지름의 길이를 r라고 하면



$\overline{OA}=r$, $\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OC}=\frac{r}{2}$

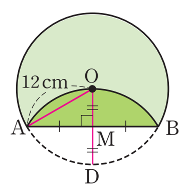
$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8\sqrt{3}=4\sqrt{3}$이므로

$\triangle$OAM에서 $(4\sqrt{3})^2+\left(\frac{r}{2}\right)^2=r^2$

$r^2=64 \qquad \therefore r=8\ (\because r>0)$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 8이다.

26 오른쪽 그림과 같이 종이를 한 번 접었을 때 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하고, $\overline{OM}$의 연장선과 원 O의 교점을 D라고 하자.



반지름의 길이가 12 cm이므로

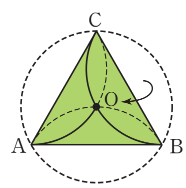
$\overline{OA}=\overline{OD}=12$ cm

$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OD}=\frac{1}{2}\times12=6(\text{cm})$

따라서 $\triangle$OAM에서 $\overline{AM}=\sqrt{12^2-6^2}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times6\sqrt{3}=12\sqrt{3}(\text{cm})$

마찬가지로 오른쪽 그림에서



$\overline{AC}=\overline{BC}=\overline{AB}=12\sqrt{3}$ cm이므로

$\triangle$ABC는 정삼각형이다.

$\therefore \triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\times12\sqrt{3}\times12\sqrt{3}\times\sin60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times12\sqrt{3}\times12\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=108\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

28 ① $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{CD}=14$ cm

② $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\widehat{AB}=\widehat{CD}$

③ $\overline{AB}\perp\overline{OM}$이므로 $\overline{AM}=\overline{BM} \qquad \therefore \overline{AB}=2\overline{BM}$

④ $\overline{AB}=\overline{CD}=14$ cm이므로

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times14=7(\text{cm})$

따라서 $\triangle$OAM에서 $\overline{OA}=\sqrt{7^2+6^2}=\sqrt{85}(\text{cm})$

⑤ $\overline{CN}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times14=7(\text{cm})$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

29 ① $x=\overline{BM}=5$

② $\overline{OC}=\overline{OA}=5$ (반지름)이므로

$\overline{OM}=\overline{OC}-\overline{MC}=5-1=4$

$\triangle OAM$에서 $\overline{AM}=\sqrt{5^2-4^2}=3$

$\therefore x=\overline{AM}=3$

③ $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $x=\overline{AB}=7$

④ $\overline{CD}=2\overline{DN}=2\times 9=18$이므로 $\overline{AB}=\overline{CD}$

$\therefore x=\overline{ON}=4$

⑤ $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 16=8$이므로

$\triangle OMA$에서 $\overline{OM}=\sqrt{(8\sqrt{2})^2-8^2}=8$

따라서 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{BC}=\overline{AB}=16$

$\therefore x=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 16=8$

따라서 x의 값이 가장 큰 것은 ⑤이다.

30 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{CD}=\overline{AB}=12$

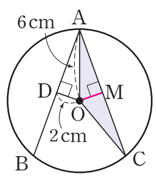
$\overline{CN}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times 12=6$이므로

$\triangle OCN$에서

$\overline{OC}=\frac{\overline{CN}}{\cos 30^\circ}=6\times\frac{2}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}$

$\therefore$ (원 O의 둘레의 길이)$=2\pi\times 4\sqrt{3}=8\sqrt{3}\pi$

31 원의 중심 O에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 M이라고 하면



$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\overline{OM}=\overline{OD}=2$ cm

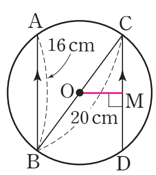
$\overline{OA}=6$ cm이므로 $\triangle OMA$에서

$\overline{AM}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$(cm)

$\overline{AC}=2\overline{AM}=2\times 4\sqrt{2}=8\sqrt{2}$(cm)이므로

$\triangle AOC=\frac{1}{2}\times 8\sqrt{2}\times 2=8\sqrt{2}$(cm^2)

32 1단계 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 M이라고 하면



$\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times 16=8$(cm)

2단계 $\overline{OC}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 20=10$(cm)이므로

$\triangle OMC$에서

$\overline{OM}=\sqrt{10^2-8^2}=6$(cm)

3단계 이때 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$까지의 거리는 같고 $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로 두 현 AB와 CD 사이의 거리는

$6+6=12$(cm)

채점 기준		
1단계	점 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 M이라고 할 때, $\overline{CM}$의 길이 구하기	… 30 %
2단계	$\overline{OM}$의 길이 구하기	… 40 %
3단계	두 현 AB와 CD 사이의 거리 구하기	… 30 %

33 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

즉, $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-36^\circ)=72^\circ$

34 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

즉, $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\angle ACB=\angle ABC=60^\circ$

$\therefore \angle BAC=180^\circ-(60^\circ+60^\circ)=60^\circ$

따라서 $\triangle ABC$는 정삼각형이므로

$\overline{BC}=\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times 3=6$(cm)

35 □OPCQ에서

$\angle PCQ=360^\circ-(90^\circ+110^\circ+90^\circ)=70^\circ$

이때 $\overline{OP}=\overline{OQ}$이므로 $\overline{BC}=\overline{AC}$

즉, $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\angle BAC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-70^\circ)=55^\circ$

36 ① $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

즉, $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

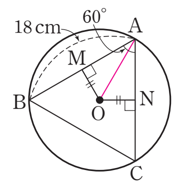
$\angle ABC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$

② ①에 의해 $\triangle ABC$는 정삼각형이므로

$\overline{BC}=\overline{AB}=18$ cm

③ $\overline{AN}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 18=9$(cm)

④, ⑤ 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



$\triangle OAM\equiv\triangle OAN$ (RHS 합동)

이므로

$\angle OAM=\angle OAN=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$

이때 $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 18=9$(cm)

이므로 $\triangle OAM$에서

$\overline{OM}=\overline{AM}\tan 30^\circ=9\times\frac{\sqrt{3}}{3}=3\sqrt{3}$(cm)

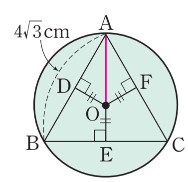
$\therefore \overline{OC}=\overline{OA}=\sqrt{9^2+(3\sqrt{3})^2}=6\sqrt{3}$(cm)

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

37 $\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$

즉, $\triangle ABC$는 정삼각형이므로 $\angle BAC=60^\circ$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



$\triangle OAD\equiv\triangle OAF$ (RHS 합동)

이므로

$\angle OAD=\angle OAF=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$

이때 $\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}=2\sqrt{3}$(cm)

이므로 $\triangle OAD$에서

$\overline{OA}=\frac{\overline{AD}}{\cos 30^\circ}=2\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=4$(cm)

$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times 4^2=16\pi$(cm^2)

02 원의 접선

P. 48～55

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ③ **2** ㄱ, ㄹ, ㅁ **3** 3 cm
4 (1) $\frac{9}{2}$ (2) 2 **5** 9π cm^2 **6** 44 cm **7** 10 cm
8 $2\sqrt{10}$ cm

핵심 유형 문제

9 5 **10** ④ **11** 36 cm **12** 3π cm^2
13 $x=12$, $y=8$ **14** ③ **15** 120 cm^2
16 ⑤ **17** $(12\sqrt{3}-4\pi)$ cm^2 **18** ③
19 30 cm **20** 4 km **21** 10 **22** ④ **23** 16
24 38 cm **25** 78 cm^2 **26** $13\sqrt{10}$ cm^2
27 ㄱ, ㄴ, ㄷ **28** ③ **29** $\frac{15}{2}$ **30** 4 cm
31 4 cm **32** 8 cm **33** 8 **34** 3 **35** ④
36 3 **37** ④ **38** $x=4$, $y=7$ **39** 10 cm
40 ③ **41** 20 cm^2 **42** 16π cm^2
43 9 cm **44** 1 cm **45** $\frac{75}{2}$ cm^2

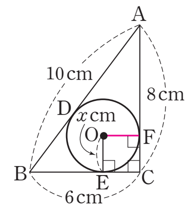
1 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 △PBA는 이등변삼각형이다.
△PBA에서 $\angle PAB=\frac{1}{2}\times(180°-52°)=64°$
이때 $\angle PAO=90°$이므로
$\angle x=90°-64°=26°$

2 ㄱ. $\overline{BP}=\overline{AP}=6$ cm
ㄴ. $\overline{OB}=\overline{OA}$(반지름)이고 $\angle OAP=90°$, $\angle AOB=90°$이므로 □AOBP는 정사각형이다.
∴ $\overline{OB}=\overline{AP}=6$ cm
ㄷ. $\overline{OA}=\overline{AP}=6$ cm이므로
△PAO에서 $\overline{OP}=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}$(cm)
ㄹ. △PAO≡△PBO (RHS 합동)이므로
$\angle APO=\angle BPO=\frac{1}{2}\times 90°=45°$
ㅁ. (색칠한 부분의 넓이)
=□AOBP−(부채꼴 AOB의 넓이)
$=6^2-\pi\times 6^2\times\frac{90}{360}=36-9\pi$(cm^2)
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ, ㅁ이다.

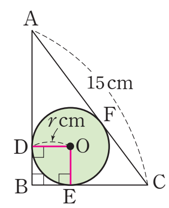
3 $\overline{BE}=x$ cm라고 하면 $\overline{BD}=\overline{BE}=x$ cm이므로
$\overline{CF}=\overline{CD}=(4-x)$ cm
이때 $\overline{AE}=\overline{AF}$이므로 $8+x=10+(4-x)$
$2x=6$ ∴ $x=3$
따라서 $\overline{BE}$의 길이는 3 cm이다.

다른 풀이
$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=\overline{AE}+\overline{AF}=2\overline{AE}$이므로
$8+4+10=2(8+\overline{BE})$ ∴ $\overline{BE}=3$(cm)

4 (1) $\overline{AD}=\overline{AF}=x$ cm이므로
$\overline{BE}=\overline{BD}=(10-x)$ cm, $\overline{CE}=\overline{CF}=(13-x)$ cm
$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$이므로 $14=(10-x)+(13-x)$
$2x=9$ ∴ $x=\frac{9}{2}$
(2) △ABC에서 $\overline{AC}=\sqrt{10^2-6^2}=8$(cm)
오른쪽 그림과 같이 $\overline{OF}$를 그으면
□OECF는 정사각형이므로
$\overline{EC}=\overline{FC}=\overline{OE}=x$ cm,
$\overline{BD}=\overline{BE}=(6-x)$ cm,
$\overline{AD}=\overline{AF}=(8-x)$ cm
이때 $\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로
$10=(8-x)+(6-x)$
$2x=4$ ∴ $x=2$



5 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OE}$를 각각 그으면 □ODBE는 정사각형이므로 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면
$\overline{BD}=\overline{BE}=r$ cm
$\overline{AD}=\overline{AF}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로
$\overline{AD}+\overline{CE}=\overline{AF}+\overline{CF}=\overline{AC}=15$ cm
이때 △ABC의 둘레의 길이가 36 cm이므로
$36=(\overline{AD}+\overline{BD})+(\overline{BE}+\overline{CE})+\overline{AC}$
$=(\overline{AD}+\overline{CE})+(\overline{BD}+\overline{BE})+\overline{AC}$
$=15+2r+15$
$2r=6$ ∴ $r=3$
∴ (원 O의 넓이)$=\pi\times 3^2=9\pi$(cm^2)



6 $\overline{BP}=\overline{BQ}=5$ cm이므로
$\overline{AB}=\overline{AP}+\overline{BP}=3+5=8$(cm)
이때 □ABCD가 원 O에 외접하므로
$\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}=8+14=22$(cm)
∴ (□ABCD의 둘레의 길이)
$=(\overline{AB}+\overline{CD})+(\overline{AD}+\overline{BC})$
$=22+22=44$(cm)

7 $\overline{DE}=x$ cm라고 하면 □ABED가 원 O에 외접하므로
$\overline{AB}+\overline{DE}=\overline{AD}+\overline{BE}$에서
$8+x=12+\overline{BE}$ ∴ $\overline{BE}=x-4$(cm)
$\overline{BC}=\overline{AD}=12$ cm이므로
$\overline{CE}=12-(x-4)=16-x$(cm)
또 $\overline{CD}=\overline{AB}=8$ cm이므로
△DEC에서 $(16-x)^2+8^2=x^2$
$32x=320$ ∴ $x=10$
따라서 $\overline{DE}$의 길이는 10 cm이다.

다른 풀이

$\overline{AQ}=\overline{BQ}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 8=4(\text{cm})$이므로

$\overline{BR}=\overline{BQ}=4\text{ cm}$, $\overline{AP}=\overline{AQ}=4\text{ cm}$

$\therefore$ $\overline{DS}=\overline{DP}=12-4=8(\text{cm})$

$\overline{ES}=x\text{ cm}$라고 하면 $\overline{ER}=\overline{ES}=x\text{ cm}$, $\overline{DE}=(8+x)\text{ cm}$

또 $\overline{BC}=\overline{AD}=12\text{ cm}$, $\overline{BE}=(4+x)\text{ cm}$이므로

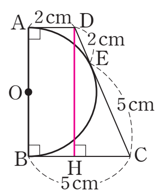
$\overline{CE}=\overline{BC}-\overline{BE}=12-(4+x)=8-x(\text{cm})$

$\triangle$DEC에서 $(8-x)^2+8^2=(8+x)^2$

$32x=64$ $\quad\therefore x=2$

$\therefore$ $\overline{DE}=8+2=10(\text{cm})$

8 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{BH}=\overline{AD}=2\text{ cm}$이므로

$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=5-2=3(\text{cm})$

또 $\overline{CE}=\overline{CB}=5\text{ cm}$,

$\overline{DE}=\overline{DA}=2\text{ cm}$이므로

$\overline{CD}=\overline{CE}+\overline{DE}=5+2=7(\text{cm})$

$\triangle$DHC에서 $\overline{DH}=\sqrt{7^2-3^2}=2\sqrt{10}(\text{cm})$

$\therefore$ $\overline{AB}=\overline{DH}=2\sqrt{10}\text{ cm}$

9 원 O에서 $\overline{PA}=\overline{PB}$이고 원 O′에서 $\overline{PB}=\overline{PC}$이므로

$\overline{PA}=\overline{PC}$

즉, $4x-7=2x+3$이므로 $2x=10$ $\quad\therefore x=5$

10 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle$PBA는 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-42^\circ)=69^\circ$

11 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle$PAB는 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle PAB=\angle PBA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$

따라서 $\triangle$PAB는 정삼각형이므로

($\triangle$PAB의 둘레의 길이)$=3\overline{PA}=3\times 12=36(\text{cm})$

12 $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로

$\square$APBO에서 $\angle AOB=360^\circ-(90^\circ+60^\circ+90^\circ)=120^\circ$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\pi\times 3^2\times\frac{120}{360}=3\pi(\text{cm}^2)$

13 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $x=12$

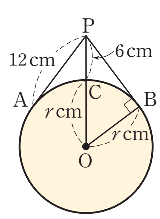
$\angle PAO=90^\circ$이므로 $\triangle$PAO에서 $\overline{OP}=\sqrt{12^2+5^2}=13$

$\therefore y=13-5=8$

14 $\overline{PB}=\overline{PA}=12\text{ cm}$

원 O의 반지름의 길이를 $r\text{ cm}$라고 하면

$\angle PBO=90^\circ$이므로



$\triangle$PBO에서 $12^2+r^2=(6+r)^2$

$12r=108$ $\quad\therefore r=9$

$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times 9^2=81\pi(\text{cm}^2)$

15 $\overline{OQ}=\overline{OA}=8\text{ cm}$(반지름)이므로

$\overline{OP}=\overline{OQ}+\overline{PQ}=8+9=17(\text{cm})$

$\angle PAO=90^\circ$이므로 $\triangle$PAO에서

$\overline{PA}=\sqrt{17^2-8^2}=15(\text{cm})$

이때 $\triangle PAO\equiv\triangle PBO$(RHS 합동)이므로

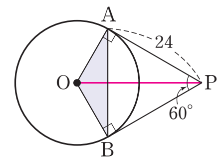
$\square APBO=2\triangle PAO$

$=2\times\left(\frac{1}{2}\times 15\times 8\right)=120(\text{cm}^2)$

16 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$를 그으면

$\triangle PAO\equiv\triangle PBO$(RHS 합동)

이므로



$\angle APO=\angle BPO=\frac{1}{2}\angle APB$

$=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$

$\angle PAO=90^\circ$이므로 $\triangle$PAO에서

$\overline{OA}=\overline{PA}\tan 30^\circ=24\times\frac{\sqrt{3}}{3}=8\sqrt{3}$

또 $\square$AOBP에서

$\angle AOB=360^\circ-(90^\circ+60^\circ+90^\circ)=120^\circ$

$\therefore \triangle AOB=\frac{1}{2}\times 8\sqrt{3}\times 8\sqrt{3}\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

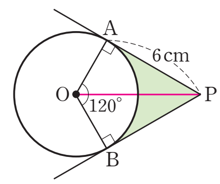
$=\frac{1}{2}\times 8\sqrt{3}\times 8\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=48\sqrt{3}$

17 1단계 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$를 그으면

$\triangle PAO\equiv\triangle PBO$

(RHS 합동)

이므로



$\angle AOP=\angle BOP=\frac{1}{2}\angle AOB$

$=\frac{1}{2}\times 120^\circ=60^\circ$

$\angle PAO=90^\circ$이므로 $\triangle$PAO에서

$\overline{OA}=\frac{\overline{PA}}{\tan 60^\circ}=\frac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

2단계 $\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=\square$AOBP$-$(부채꼴 AOB의 넓이)

$=2\triangle$PAO$-$(부채꼴 AOB의 넓이)

$=2\times\left(\frac{1}{2}\times 6\times 2\sqrt{3}\right)-\pi\times(2\sqrt{3})^2\times\frac{120}{360}$

$=12\sqrt{3}-4\pi(\text{cm}^2)$

채점 기준		
1단계	$\overline{OA}$의 길이 구하기	… 50 %
2단계	색칠한 부분의 넓이 구하기	… 50 %

18 ①, ②, ④ 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

⑤ $\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=\overline{AB}+(\overline{BD}+\overline{CD})+\overline{CA}$
$=\overline{AB}+(\overline{BF}+\overline{CE})+\overline{CA}$
$=(\overline{AB}+\overline{BF})+(\overline{CE}+\overline{CA})$
$=\overline{AF}+\overline{AE}=2\overline{AE}$
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

19 ($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}$
$=\overline{AD}+\overline{AE}$
$=2\overline{AD}=2(\overline{AB}+\overline{BD})$
$=2\times(10+5)=30(\text{cm})$

20 ($\triangle DPE$의 둘레의 길이)$=\overline{PD}+\overline{DE}+\overline{PE}$
$=\overline{PA}+\overline{PB}=2\overline{PB}$
이때 $\triangle DPE$의 둘레의 길이가 8 km이므로
$2\overline{PB}=8$ $\quad\therefore \overline{PB}=4(\text{km})$
따라서 P 지점에서 B 지점까지의 거리는 4 km이다.

21 1단계 $\overline{CE}=\overline{CF}=16$이므로
$\overline{AD}=\overline{AE}=\overline{CE}-\overline{AC}=16-12=4$
2단계 $\overline{BD}=\overline{BF}=\overline{CF}-\overline{BC}=16-10=6$
3단계 $\therefore \overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}=4+6=10$

채점 기준		
1단계	$\overline{AD}$의 길이 구하기	… 50 %
2단계	$\overline{BD}$의 길이 구하기	… 40 %
3단계	$\overline{AB}$의 길이 구하기	… 10 %

다른 풀이
1단계 $\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}=\overline{CE}+\overline{CF}=2\overline{CF}$이므로
$\overline{AB}+10+12=2\times16$
2단계 $\therefore \overline{AB}=10$

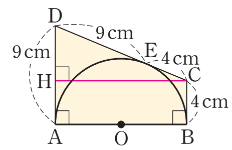
채점 기준		
1단계	($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$=2\overline{CF}$임을 이용하여 $\overline{AB}$의 길이를 구하는 식 세우기	… 80 %
2단계	$\overline{AB}$의 길이 구하기	… 20 %

22 $\overline{AF}=\overline{AE}=\overline{AB}+\overline{BE}=8+1=9(\text{cm})$
$\overline{BD}=\overline{BE}=1$ cm이므로
$\overline{CF}=\overline{CD}=\overline{BC}-\overline{BD}=4-1=3(\text{cm})$
$\therefore \overline{AC}=\overline{AF}-\overline{CF}=9-3=6(\text{cm})$
다른 풀이
$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}=\overline{AE}+\overline{AF}=2\overline{AE}$이므로
$8+4+\overline{AC}=2\times(8+1)$ $\quad\therefore \overline{AC}=6(\text{cm})$

23 $\angle CEO=90°$이므로
$\triangle CEO$에서 $\overline{CE}=\sqrt{10^2-6^2}=8$
$\therefore$ ($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$
$=\overline{CE}+\overline{CF}=2\overline{CE}$
$=2\times8=16$

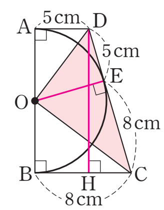
24 $\overline{CB}=\overline{CE}$, $\overline{DA}=\overline{DE}$이므로
$\overline{CB}+\overline{DA}=\overline{CE}+\overline{DE}=\overline{CD}=14$ cm
$\therefore$ ($\square ABCD$의 둘레의 길이)
$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}$
$=\overline{AB}+(\overline{BC}+\overline{DA})+\overline{CD}$
$=2\times5+14+14=38(\text{cm})$

25 오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 $\overline{AH}=\overline{BC}=4$ cm이므로



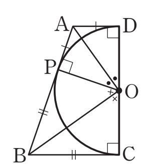
$\overline{DH}=\overline{AD}-\overline{AH}$
$=9-4=5(\text{cm})$
또 $\overline{CE}=\overline{CB}=4$ cm, $\overline{DE}=\overline{DA}=9$ cm이므로
$\overline{CD}=\overline{CE}+\overline{DE}=4+9=13(\text{cm})$
$\triangle DHC$에서 $\overline{CH}=\sqrt{13^2-5^2}=12(\text{cm})$
$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times(9+4)\times12=78(\text{cm}^2)$

26 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



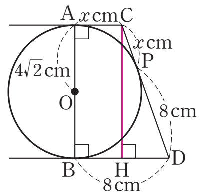
$\overline{BH}=\overline{AD}=5$ cm이므로
$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=8-5=3(\text{cm})$
또 $\overline{CE}=\overline{CB}=8$ cm,
$\overline{DE}=\overline{DA}=5$ cm이므로
$\overline{CD}=\overline{CE}+\overline{DE}=8+5=13(\text{cm})$
$\triangle DHC$에서 $\overline{DH}=\sqrt{13^2-3^2}=4\sqrt{10}(\text{cm})$
즉, $\overline{AB}=\overline{DH}=4\sqrt{10}$ cm이므로 $\overline{OE}$를 그으면
$\overline{OE}=\overline{OA}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{10}=2\sqrt{10}(\text{cm})$
이때 $\overline{OE}\perp\overline{CD}$이므로
$\triangle DOC=\frac{1}{2}\times\overline{CD}\times\overline{OE}$
$=\frac{1}{2}\times13\times2\sqrt{10}=13\sqrt{10}(\text{cm}^2)$

27 ㄱ. $\overline{AP}=\overline{AD}$, $\overline{BP}=\overline{BC}$이므로
$\overline{AB}=\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{AD}+\overline{BC}$



ㄴ. $\triangle OPB$와 $\triangle OCB$에서
$\angle OPB=\angle OCB=90°$, $\overline{OB}$는 공통,
$\overline{OP}=\overline{OC}$(반지름)
이므로 $\triangle OPB\equiv\triangle OCB$(RHS 합동)
ㄷ. $\triangle OPB\equiv\triangle OCB$(RHS 합동)이므로
$\angle POB=\angle COB$
마찬가지로 $\triangle OPA\equiv\triangle ODA$(RHS 합동)이므로
$\angle AOP=\angle AOD$
$\therefore \angle AOB=\angle AOP+\angle POB$
$=\frac{1}{2}\angle DOP+\frac{1}{2}\angle POC$
$=\frac{1}{2}(\angle DOP+\angle POC)=\frac{1}{2}\times180°=90°$
ㄹ. $\angle AOP$와 $\angle BOC$가 같은지는 알 수 없다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

28 오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{BD}$에 내린 수선의 발을 H라 하고
$\overline{AC}=x\,\text{cm}$라고 하면
$\overline{BH}=\overline{AC}=x\,\text{cm}$이므로
$\overline{DH}=\overline{BD}-\overline{BH}=8-x(\text{cm})$
또 $\overline{CP}=\overline{CA}=x\,\text{cm}$,
$\overline{DP}=\overline{DB}=8\,\text{cm}$이므로
$\overline{CD}=\overline{CP}+\overline{DP}=x+8(\text{cm})$
$\overline{CH}=\overline{AB}=2\overline{OA}=2\times4\sqrt{2}=8\sqrt{2}(\text{cm})$이므로
$\triangle$CHD에서 $(8-x)^2+(8\sqrt{2})^2=(x+8)^2$
$32x=128$ $\quad\therefore x=4$
따라서 $\overline{AC}$의 길이는 $4\,\text{cm}$이다.

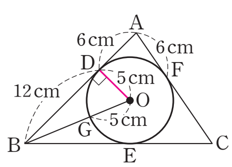


29 $\overline{EF}=x$라고 하면
$\overline{EC}=\overline{EF}=x$, $\overline{AF}=\overline{AB}=6$이므로
$\overline{AE}=\overline{AF}+\overline{EF}=6+x$
$\overline{DE}=\overline{DC}-\overline{EC}=6-x$
$\overline{AD}=\overline{BC}=6$이므로 $\triangle$AED에서
$6^2+(6-x)^2=(6+x)^2$
$24x=36$ $\quad\therefore x=\frac{3}{2}$
$\therefore \overline{AE}=6+\frac{3}{2}=\frac{15}{2}$

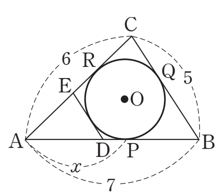
30 $\overline{CE}=\overline{CF}=3\,\text{cm}$이므로
$\overline{BD}=\overline{BE}=\overline{BC}-\overline{CE}=9-3=6(\text{cm})$
$\therefore \overline{AF}=\overline{AD}=\overline{AB}-\overline{BD}=10-6=4(\text{cm})$

31 $\overline{CF}=x\,\text{cm}$라고 하면 $\overline{CE}=\overline{CF}=x\,\text{cm}$
$\overline{AD}=\overline{AF}=(13-x)\,\text{cm}$, $\overline{BD}=\overline{BE}=(5-x)\,\text{cm}$
이때 $\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로 $10=(13-x)+(5-x)$
$2x=8$ $\quad\therefore x=4$
따라서 $\overline{CF}$의 길이는 $4\,\text{cm}$이다.

32 $\overline{AD}=\overline{AF}=6\,\text{cm}$이므로
$\overline{BD}=\overline{AB}-\overline{AD}=18-6=12(\text{cm})$
오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$를 그으면
$\angle\text{ODB}=90^\circ$이고
$\overline{OD}=\overline{OG}=5\,\text{cm}$ (반지름)이므로
$\triangle$ODB에서
$\overline{OB}=\sqrt{12^2+5^2}=13(\text{cm})$
$\therefore \overline{BG}=\overline{OB}-\overline{OG}=13-5=8(\text{cm})$

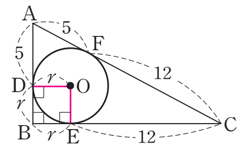


33 오른쪽 그림과 같이 원 O와 $\triangle$ABC의 접점을 각각 P, Q, R라 하고 $\overline{AP}=x$라고 하면
$\overline{AR}=\overline{AP}=x$,
$\overline{BQ}=\overline{BP}=7-x$,
$\overline{CQ}=\overline{CR}=6-x$



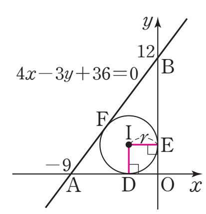
이때 $\overline{BC}=\overline{BQ}+\overline{CQ}$이므로 $5=(7-x)+(6-x)$
$2x=8$ $\quad\therefore x=4$
$\therefore$ ($\triangle$ADE의 둘레의 길이)
$=\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{AE}=\overline{AP}+\overline{AR}$
$=2x=2\times4=8$

34 오른쪽 그림과 같이 원 O의 반지름의 길이를 r라고 하면
□DBEO는 정사각형이므로
$\overline{BD}=\overline{BE}=r$
$\overline{AD}=\overline{AF}=5$, $\overline{CE}=\overline{CF}=12$,
$\overline{AC}=5+12=17$이므로
$\triangle$ABC에서 $(r+12)^2+(5+r)^2=17^2$
$2r^2+34r-120=0$, $r^2+17r-60=0$
$(r+20)(r-3)=0$ $\quad\therefore r=3$ ($\because r>0$)
따라서 원 O의 반지름의 길이는 3이다.



35 $\overline{AD}=\overline{AF}=3\,\text{cm}$, $\overline{CE}=\overline{CF}=6\,\text{cm}$이므로
$\overline{BD}=\overline{BE}=x\,\text{cm}$라고 하면
$\overline{AB}=(x+3)\,\text{cm}$, $\overline{BC}=(x+6)\,\text{cm}$,
$\overline{AC}=3+6=9(\text{cm})$이므로
$\triangle$ABC에서 $(x+3)^2+9^2=(x+6)^2$
$6x=54$ $\quad\therefore x=9$
$\therefore \triangle\text{ABC}=\frac{1}{2}\times(9+3)\times9=54(\text{cm}^2)$

36 $4x-3y+36=0$에 $y=0$, $x=0$을 각각 대입하여 두 점 A, B의 좌표를 구하면 A$(-9, 0)$, B$(0, 12)$
즉, $\overline{OA}=9$, $\overline{OB}=12$이므로
$\triangle$AOB에서
$\overline{AB}=\sqrt{9^2+12^2}=15$
오른쪽 그림과 같이 원 I의 반지름의 길이를 r라고 하면 □IDOE는 정사각형이므로
$\overline{OD}=\overline{OE}=r$,
$\overline{AF}=\overline{AD}=9-r$,
$\overline{BF}=\overline{BE}=12-r$



이때 $\overline{AB}=\overline{AF}+\overline{BF}$이므로 $15=(9-r)+(12-r)$
$2r=6$ $\quad\therefore r=3$
따라서 원 I의 반지름의 길이는 3이다.

37 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로
$7+5=3+\overline{BC}$ $\quad\therefore \overline{BC}=9(\text{cm})$

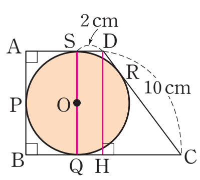
38 □ABCD의 둘레의 길이가 $20\,\text{cm}$이므로
$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}=\frac{1}{2}\times20=10(\text{cm})$
따라서 $6+x=10$, $3+y=10$이므로
$x=4$, $y=7$

39 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{(6\sqrt{5})^2-6^2}=12(\text{cm})$
$\square ABCD$가 원 O에 외접하므로
$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$에서
$6+\overline{CD}=4+12 \qquad \therefore \overline{CD}=10(\text{cm})$

40 $\overline{AD} : \overline{BC}=4 : 3$이므로
$\overline{AD}=4k\,\text{cm}$, $\overline{BC}=3k\,\text{cm}\ (k>0)$라고 하자.
$\square ABCD$가 원 O에 외접하므로
$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$에서
$15+13=4k+3k$, $7k=28 \qquad \therefore k=4$
$\therefore \overline{AD}=4k=4\times4=16(\text{cm})$

41 (1단계) $\overline{AB}$의 길이는 원 O의 지름의 길이와 같으므로
$\overline{AB}=2\times2=4(\text{cm})$
(2단계) $\square ABCD$가 원 O에 외접하므로
$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$에서
$\overline{AD}+\overline{BC}=4+6=10(\text{cm})$
(3단계) $\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times(\overline{AD}+\overline{BC})\times\overline{AB}$
$=\frac{1}{2}\times10\times4=20(\text{cm}^2)$

채점 기준		
1단계	$\overline{AB}$의 길이 구하기	… 30 %
2단계	$\overline{AD}+\overline{BC}$의 길이 구하기	… 40 %
3단계	$\square ABCD$의 넓이 구하기	… 30 %

42 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면


$\overline{DR}=\overline{DS}=2\,\text{cm}$이므로
$\overline{CQ}=\overline{CR}=\overline{CD}-\overline{DR}$
$=10-2=8(\text{cm})$
$\overline{SQ}$를 그으면 $\overline{QH}=\overline{SD}=2\,\text{cm}$이므로
$\overline{CH}=\overline{CQ}-\overline{QH}=8-2=6(\text{cm})$
따라서 $\triangle DHC$에서
$\overline{DH}=\sqrt{10^2-6^2}=8(\text{cm})$
이때 $\overline{SQ}=\overline{DH}=8\,\text{cm}$이므로 원 O의 반지름의 길이는
$\frac{1}{2}\overline{SQ}=\frac{1}{2}\times8=4(\text{cm})$
$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times4^2=16\pi(\text{cm}^2)$

43 $\triangle ABE$에서 $\overline{BE}=\sqrt{15^2-12^2}=9(\text{cm})$
$\overline{CE}=x\,\text{cm}$라고 하면 $\overline{AD}=\overline{BC}=(x+9)\,\text{cm}$
또 $\overline{CD}=\overline{AB}=12\,\text{cm}$이고 $\square AECD$가 원 O에 외접하므로
$\overline{AE}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{CE}$에서
$15+12=(x+9)+x$, $2x=18 \qquad \therefore x=9$
따라서 $\overline{CE}$의 길이는 9 cm이다.

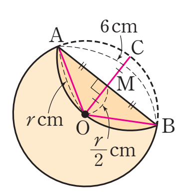
44 $\overline{BE}=x\,\text{cm}$라고 하면
$\overline{CD}=\overline{AB}=4\,\text{cm}$이고 $\square EBCD$가 원 O에 외접하므로
$\overline{BE}+\overline{CD}=\overline{DE}+\overline{BC}$에서
$x+4=\overline{DE}+6 \qquad \therefore \overline{DE}=x-2(\text{cm})$
또 $\overline{AD}=\overline{BC}=6\,\text{cm}$이므로
$\overline{AE}=\overline{AD}-\overline{DE}=6-(x-2)=8-x(\text{cm})$
$\triangle ABE$에서 $(8-x)^2+4^2=x^2$
$16x=80 \qquad \therefore x=5$
즉, $\overline{BE}$의 길이는 5 cm이다.
따라서 $\overline{DE}=x-2=5-2=3(\text{cm})$이고
$\overline{DH}=\overline{DG}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times4=2(\text{cm})$이므로
$\overline{EH}=\overline{DE}-\overline{DH}=3-2=1(\text{cm})$

다른 풀이
$\overline{CD}=\overline{AB}=4\,\text{cm}$이고
$\overline{DG}=\overline{CG}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times4=2(\text{cm})$이므로
$\overline{DH}=\overline{DG}=2(\text{cm})$, $\overline{CF}=\overline{CG}=2(\text{cm})$
$\therefore \overline{BI}=\overline{BF}=\overline{BC}-\overline{CF}=6-2=4(\text{cm})$
$\overline{EH}=x\,\text{cm}$라고 하면 $\overline{EI}=\overline{EH}=x\,\text{cm}$이고
$\overline{AE}=\overline{AD}-\overline{DE}=\overline{BC}-\overline{DE}$
$=6-(x+2)=4-x(\text{cm})$
따라서 $\triangle ABE$에서 $(4-x)^2+4^2=(4+x)^2$
$16x=16 \qquad \therefore x=1$
따라서 $\overline{EH}$의 길이는 1 cm이다.

45 $\overline{CE}=x\,\text{cm}$라고 하면
$\overline{AD}=\overline{BC}=15\,\text{cm}$이고 $\square ABED$가 원 O에 외접하므로
$\overline{AB}+\overline{DE}=\overline{AD}+\overline{BE}$에서
$10+\overline{DE}=15+(15-x) \qquad \therefore \overline{DE}=20-x(\text{cm})$
또 $\overline{CD}=\overline{AB}=10\,\text{cm}$이므로
$\triangle DEC$에서 $x^2+10^2=(20-x)^2$
$40x=300 \qquad \therefore x=\frac{15}{2}$
$\therefore \triangle DEC=\frac{1}{2}\times\frac{15}{2}\times10=\frac{75}{2}(\text{cm}^2)$

실력 UP 문제 P. 56

1-1 $\frac{4\sqrt{3}}{3}\pi\,\text{cm}$	**1-2** $(48\pi-36\sqrt{3})\,\text{cm}^2$
2-1 $16\pi\,\text{cm}^2$	**2-2** $\frac{9}{2}\pi\,\text{cm}^2$
3-1 $(189-49\pi)\,\text{cm}^2$	**3-2** $(72-16\pi)\,\text{cm}^2$

1-1 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M, $\overline{OM}$의 연장선과 원 O의 교점을 C라 하고 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면


$\overline{OA}=\overline{OC}=r\,\text{cm}$

$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OC}=\frac{r}{2}$(cm)이고

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 6=3$(cm)이므로

$\triangle$OMA에서 $3^2+\left(\frac{r}{2}\right)^2=r^2$

$r^2=12 \qquad \therefore r=2\sqrt{3}\ (\because r>0)$

$\therefore \overline{OA}=2\sqrt{3}$ cm, $\overline{OM}=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$(cm)

이때 $\cos(\angle AOM)=\frac{\overline{OM}}{\overline{OA}}=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}=\frac{1}{2}$이고

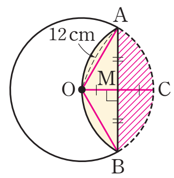
$0^\circ<\angle AOM<90^\circ$이므로 $\angle AOM=60^\circ$

$\overline{OB}$를 그으면 $\triangle OAM\equiv\triangle OBM$ (RHS 합동)이므로

$\angle AOB=2\angle AOM=2\times 60^\circ=120^\circ$

$\therefore \widehat{AB}=2\pi\times 2\sqrt{3}\times\frac{120}{360}=\frac{4\sqrt{3}}{3}\pi$(cm)

1-2 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하고, $\overline{OM}$의 연장선과 원 O의 교점을 C라고 하면 반지름의 길이가 12 cm이므로



$\overline{OA}=\overline{OC}=12$ cm,

$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OC}=\frac{1}{2}\times 12=6$(cm)

$\triangle$OMA에서

$\overline{AM}=\sqrt{12^2-6^2}=6\sqrt{3}$(cm)

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times 6\sqrt{3}=12\sqrt{3}$(cm)

이때 $\cos(\angle AOM)=\frac{\overline{OM}}{\overline{OA}}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$이고

$0^\circ<\angle AOM<90^\circ$이므로 $\angle AOM=60^\circ$

$\overline{OB}$를 그으면 $\triangle OAM\equiv\triangle OBM$ (RHS 합동)이므로

$\angle AOB=2\angle AOM=2\times 60^\circ=120^\circ$

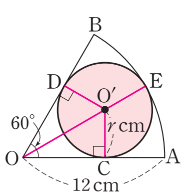
따라서 색칠한 부분의 넓이는 위의 그림에서 빗금친 부분의 넓이와 같으므로

(색칠한 부분의 넓이) $=$ (부채꼴 AOB의 넓이) $-\triangle$AOB

$=\pi\times 12^2\times\frac{120}{360}-\frac{1}{2}\times 12\sqrt{3}\times 6$

$=48\pi-36\sqrt{3}$(cm^2)

2-1 오른쪽 그림과 같이 원 O′과 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\widehat{AB}$의 접점을 각각 C, D, E라고 하자.
원 O′의 반지름의 길이를 r cm라고 하면



$\overline{OE}=\overline{OA}=12$ cm (부채꼴의 반지름)

이므로

$\overline{OO'}=\overline{OE}-\overline{O'E}=12-r$(cm)

$\triangle ODO'\equiv\triangle OCO'$ (RHS 합동)이므로

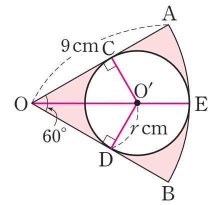
$\angle O'OC=\angle O'OD=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$

$\triangle$OCO′에서 $\overline{O'C}=\overline{OO'}\sin 30^\circ$이므로

$r=(12-r)\times\frac{1}{2},\ 3r=12 \qquad \therefore r=4$

$\therefore$ (원 O′의 넓이) $=\pi\times 4^2=16\pi$(cm^2)

2-2 오른쪽 그림과 같이 원 O′과 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\widehat{AB}$의 접점을 각각 C, D, E 라고 하자.
원 O′의 반지름의 길이를 r cm라고 하면



$\overline{OE}=\overline{OA}=9$ cm (부채꼴의 반지름)

이므로

$\overline{OO'}=\overline{OE}-\overline{O'E}=9-r$(cm)

$\triangle OCO'\equiv\triangle ODO'$ (RHS 합동)이므로

$\angle O'OC=\angle O'OD=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$

$\triangle$ODO′에서 $\overline{O'D}=\overline{OO'}\sin 30^\circ$이므로

$r=(9-r)\times\frac{1}{2},\ 3r=9 \qquad \therefore r=3$

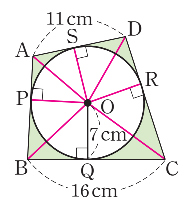
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=$ (부채꼴 AOB의 넓이) $-$ (원 O′의 넓이)

$=\pi\times 9^2\times\frac{60}{360}-\pi\times 3^2=\frac{9}{2}\pi$(cm^2)

3-1 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}=11+16=27$(cm)

이때 오른쪽 그림과 같이



$\overline{OP}=\overline{OQ}=\overline{OR}=\overline{OS}=7$ cm (반지름)

이므로

$\square$ABCD

$=\triangle OAB+\triangle OBC+\triangle OCD+\triangle ODA$

$=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times 7+\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times 7+\frac{1}{2}\times\overline{CD}\times 7+\frac{1}{2}\times\overline{AD}\times 7$

$=\frac{7}{2}(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{AD})$

$=\frac{7}{2}(\overline{AB}+\overline{CD}+\overline{AD}+\overline{BC})$

$=\frac{7}{2}\times(27+27)=189$(cm^2)

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=\square$ABCD $-$ (원 O의 넓이)

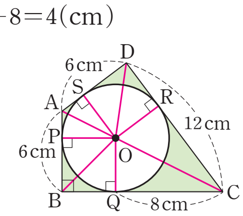
$=189-\pi\times 7^2=189-49\pi$(cm^2)

3-2 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$6+12=6+\overline{BC} \qquad \therefore \overline{BC}=12$(cm)

이때 $\overline{CQ}=8$ cm이므로 $\overline{BQ}=12-8=4$(cm)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$, $\overline{OQ}$를 각각 그으면 $\square$PBQO는 정사각형이므로



$\overline{OP}=\overline{OQ}=\overline{BQ}=4$ cm

따라서 $\overline{OS}=\overline{OR}=4$ cm (반지름)

이므로

$\square$ABCD

$=\triangle OAB+\triangle OBC+\triangle OCD+\triangle ODA$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 4+\frac{1}{2}\times 12\times 4+\frac{1}{2}\times 12\times 4+\frac{1}{2}\times 6\times 4$

$=12+24+24+12=72$(cm^2)

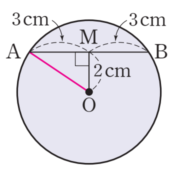
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\square ABCD-$(원 O의 넓이)

$=72-\pi\times 4^2=72-16\pi(\text{cm}^2)$

실전 테스트 P. 57~59

1 ③	**2** $\frac{25}{2}$	**3** $\frac{29}{6}$cm	**4** 13cm	**5** 12cm
6 $12\sqrt{21}$cm	**7** 120cm^2	**8** ④		
9 $(16\pi-12\sqrt{3})\text{cm}^2$	**10** 15cm	**11** $(27\sqrt{3}-9\pi)\text{cm}^2$		
12 ②	**13** ④	**14** 7	**15** ②	**16** 24
17 $25\pi\text{cm}^2$	**18** $(6\sqrt{3}+4\pi)$cm			

1 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



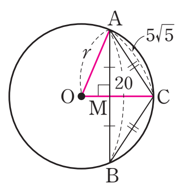
$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 6=3(\text{cm})$

따라서 $\triangle OMA$에서

$\overline{OA}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}(\text{cm})$

$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times(\sqrt{13})^2=13\pi(\text{cm}^2)$

2 오른쪽 그림과 같이 이등변삼각형 ABC의 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라고 하면 $\overline{CM}$은 현 AB의 수직이등분선이므로 $\overline{CM}$의 연장선은 원의 중심 O를 지난다.



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 20=10$이므로

$\triangle AMC$에서

$\overline{CM}=\sqrt{(5\sqrt{5})^2-10^2}=5$

원 O의 반지름의 길이를 r라고 하면

$\overline{OA}=\overline{OC}=r$, $\overline{OM}=r-5$이므로

$\triangle OMA$에서 $(r-5)^2+10^2=r^2$

$10r=125 \qquad \therefore r=\frac{25}{2}$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\frac{25}{2}$이다.

3 $\overline{AB}$가 작은 원의 접선이므로 $\overline{AB}\perp\overline{OH}$

$\therefore \overline{BH}=\overline{AH}=2\sqrt{5}$cm

큰 원의 반지름의 길이를 $r$cm라고 하면

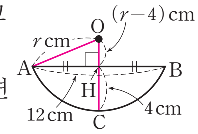
$\overline{OB}=r$cm, $\overline{OH}=(r-3)$cm이므로

$\triangle OHB$에서 $(2\sqrt{5})^2+(r-3)^2=r^2$

$6r=29 \qquad \therefore r=\frac{29}{6}$

따라서 $\overline{OB}$의 길이는 $\frac{29}{6}$cm이다.

4 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라고 하면 $\overline{CH}$의 연장선은 점 O를 지난다.



원 O의 반지름의 길이를 $r$cm라고 하면

$\overline{OA}=r$cm, $\overline{OH}=(r-4)$cm이고

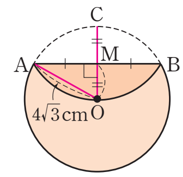
$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 12=6(\text{cm})$이므로

$\triangle OAH$에서 $6^2+(r-4)^2=r^2$

$8r=52 \qquad \therefore r=\frac{13}{2}$

따라서 원의 지름의 길이는 $2\times\frac{13}{2}=13(\text{cm})$

5 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하고, $\overline{OM}$의 연장선과 원 O의 교점을 C라고 하면



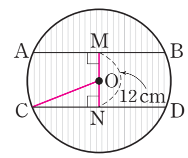
$\overline{OA}=\overline{OC}=4\sqrt{3}$cm

$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OC}=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 $\triangle OMA$에서 $\overline{AM}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2-(2\sqrt{3})^2}=6(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times 6=12(\text{cm})$

6 오른쪽 그림과 같이 원 모양의 석쇠의 중심을 O, 두 철사를 각각 현 AB와 현 CD로 나타내고, 점 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라고 하면



$\overline{MN}=12$cm이고 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로

$\overline{ON}=\frac{1}{2}\overline{MN}=\frac{1}{2}\times 12=6(\text{cm})$

또 $\overline{OC}=\frac{1}{2}\times 30=15(\text{cm})$이므로

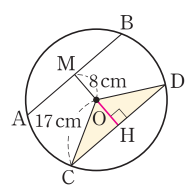
$\triangle OCN$에서 $\overline{CN}=\sqrt{15^2-6^2}=3\sqrt{21}(\text{cm})$

$\therefore \overline{CD}=2\overline{CN}=2\times 3\sqrt{21}=6\sqrt{21}(\text{cm})$

따라서 두 철사의 길이의 합은

$2\times 6\sqrt{21}=12\sqrt{21}(\text{cm})$

7 1단계 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로



$\overline{OH}=\overline{OM}=8$cm

2단계 $\triangle OCH$에서

$\overline{CH}=\sqrt{17^2-8^2}=15(\text{cm})$

3단계 따라서 $\overline{CD}=2\overline{CH}=2\times 15=30(\text{cm})$이므로

$\triangle OCD=\frac{1}{2}\times 30\times 8=120(\text{cm}^2)$

채점 기준		
1단계	점 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 H라고 할 때, $\overline{OH}$의 길이 구하기	… 30 %
2단계	$\overline{CH}$의 길이 구하기	… 30 %
3단계	$\triangle OCD$의 넓이 구하기	… 40 %

8 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

즉, $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이고

$\square AMON$에서

$\angle MAN=360^\circ-(90^\circ+120^\circ+90^\circ)=60^\circ$이므로

$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$

따라서 $\triangle ABC$는 정삼각형이므로

$\overline{BC}=\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times4=8(\text{cm})$

9 1단계 $\overline{OD}=\overline{OE}$이므로 $\overline{BC}=\overline{AC}$

즉, $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\angle BAC=60^\circ$

따라서 $\triangle ABC$는 정삼각형이다.

2단계 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면

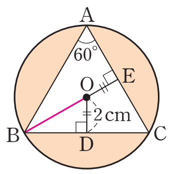
$\overline{OB}=4\text{ cm}$ (반지름)이므로

$\triangle OBD$에서

$\overline{BD}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \overline{BC}=2\overline{BD}$

$=2\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}(\text{cm})$



3단계 $\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=$(원 O의 넓이)$-\triangle ABC$

$=\pi\times4^2-\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4\sqrt{3}\times\sin 60^\circ$

$=16\pi-\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=16\pi-12\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

채점 기준		
1단계	$\triangle ABC$가 정삼각형임을 알기	… 30 %
2단계	$\triangle ABC$의 한 변의 길이 구하기	… 40 %
3단계	색칠한 부분의 넓이 구하기	… 30 %

10 $\overline{OC}=\overline{OB}=8\text{ cm}$ (반지름)이므로

$\overline{OP}=\overline{OC}+\overline{CP}=8+9=17(\text{cm})$

이때 $\angle PBO=90^\circ$이므로 $\triangle PBO$에서

$\overline{PB}=\sqrt{17^2-8^2}=15(\text{cm})$

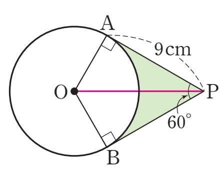
$\therefore \overline{PA}=\overline{PB}=15\text{ cm}$

11 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$를 그으면

$\triangle PAO\equiv\triangle PBO$ (RHS 합동)이므로

$\angle APO=\angle BPO=\frac{1}{2}\angle APB$

$=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$



$\triangle PAO$에서

$\overline{OA}=\overline{PA}\tan 30^\circ=9\times\frac{\sqrt{3}}{3}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

이때 $\square AOBP$에서

$\angle AOB=360^\circ-(90^\circ+60^\circ+90^\circ)=120^\circ$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=\square AOBP-$(부채꼴 AOB의 넓이)

$=2\triangle PAO-$(부채꼴 AOB의 넓이)

$=2\times\left(\frac{1}{2}\times9\times3\sqrt{3}\right)-\pi\times(3\sqrt{3})^2\times\frac{120}{360}$

$=27\sqrt{3}-9\pi(\text{cm}^2)$

12 $\overline{BC}$가 원 O의 접선이고 점 D는 그 접점이므로

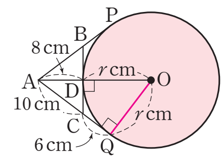
$\angle ODC=90^\circ$, $\overline{CD}=\overline{CQ}=6\text{ cm}$

$\triangle ACD$에서

$\overline{AD}=\sqrt{10^2-6^2}=8(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$\overline{OQ}=r\text{ cm}$, $\overline{OA}=(r+8)\text{ cm}$이므로



$\triangle OAQ$에서

$(10+6)^2+r^2=(8+r)^2$

$16r=192 \quad \therefore r=12$

$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times12^2=144\pi(\text{cm}^2)$

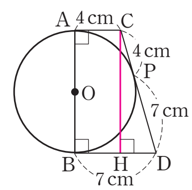
13 오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{BD}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$\overline{BH}=\overline{AC}=4\text{ cm}$이므로

$\overline{DH}=\overline{BD}-\overline{BH}=7-4=3(\text{cm})$

또 $\overline{CP}=\overline{CA}=4\text{ cm}$,

$\overline{DP}=\overline{DB}=7\text{ cm}$이므로



$\overline{CD}=\overline{CP}+\overline{DP}=4+7=11(\text{cm})$

$\triangle CHD$에서

$\overline{CH}=\sqrt{11^2-3^2}=4\sqrt{7}(\text{cm})$

따라서 $\overline{AB}=\overline{CH}=4\sqrt{7}\text{ cm}$이므로 원 O의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{7}=2\sqrt{7}(\text{cm})$

$\therefore$ (원 O의 둘레의 길이)$=2\pi\times2\sqrt{7}=4\sqrt{7}\pi(\text{cm})$

14 $\overline{BE}=\overline{BD}=\overline{AB}-\overline{AD}=8-3=5$

또 $\overline{AF}=\overline{AD}=3$이므로

$\overline{CE}=\overline{CF}=\overline{AC}-\overline{AF}=5-3=2$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=5+2=7$

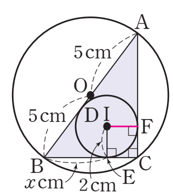
15 오른쪽 그림과 같이 $\overline{IF}$를 그으면

$\square IECF$는 정사각형이므로

$\overline{CE}=\overline{CF}=2\text{ cm}$

$\overline{BE}=x\text{ cm}$라고 하면

$\overline{BD}=\overline{BE}=x\text{ cm}$, $\overline{BC}=(x+2)\text{ cm}$



또 $\overline{AB}=2\overline{OB}=2\times5=10(\text{cm})$이므로

$\overline{AF}=\overline{AD}=(10-x)\text{ cm}$

$\therefore \overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}=(10-x)+2=12-x(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABC$에서 $(x+2)^2+(12-x)^2=10^2$

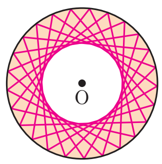
$2x^2-20x+48=0$, $x^2-10x+24=0$

$(x-4)(x-6)=0 \qquad \therefore x=4 \ (\because 0<x<5)$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times(4+2)\times(12-4)=24(cm^2)$

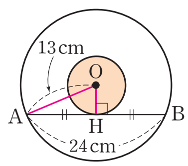
16 $\overline{CE}=x$라고 하면
□ABCE가 원 O에 외접하므로
$\overline{AB}+\overline{CE}=\overline{AE}+\overline{BC}$에서
$8+x=\overline{AE}+12 \qquad \therefore \overline{AE}=x-4$
이때 $\overline{AD}=\overline{BC}=12$이므로
$\overline{DE}=\overline{AD}-\overline{AE}=12-(x-4)=16-x$
또 $\overline{CD}=\overline{AB}=8$이므로
($\triangle CDE$의 둘레의 길이)$=\overline{CD}+\overline{DE}+\overline{CE}$
$=8+(16-x)+x=24$

17 한 원에서 길이가 같은 현들은 원의 중심으로부터 같은 거리에 있다. 이때 한 점으로부터 일정한 거리에 있는 점들의 모임이 원이므로 한 원에서 한 현을 원을 따라 한 바퀴 돌리면 현이 지나지 않는 부분은 [그림 1]과 같이 원 모양이 된다.



[그림 1]

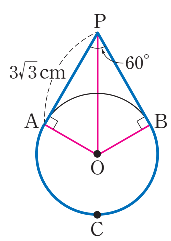
오른쪽 [그림 2]와 같이 $\overline{OA}$를 긋고 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 고 하면



[그림 2]

$\overline{OA}=13$ cm이고
$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 24=12(cm)$
이므로 $\triangle OAH$에서
$\overline{OH}=\sqrt{13^2-12^2}=5(cm)$
따라서 원 O의 내부에서 나무 막대가 지나지 않는 부분은 [그림 2]에서 색칠한 부분과 같으므로
(구하는 넓이)$=\pi\times 5^2=25\pi(cm^2)$

18 $\overline{PB}=\overline{PA}=3\sqrt{3}$ cm
오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OP}$를 각각 그으면



$\triangle PAO\equiv\triangle PBO$ (RHS 합동)이므로
$\angle APO=\angle BPO=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$
따라서 $\triangle PAO$에서
$\overline{OA}=\overline{PA}\tan 30^\circ=3\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=3(cm)$
□PAOB에서
$\angle AOB$(작은 각)$=360^\circ-(60^\circ+90^\circ+90^\circ)=120^\circ$이므로
$\angle AOB$(큰 각)$=360^\circ-120^\circ=240^\circ$
$\therefore$ (물방울 모양의 도형의 둘레의 길이)
$=\overline{PA}+\overline{PB}+\overset{\frown}{ACB}$
$=3\sqrt{3}+3\sqrt{3}+2\pi\times 3\times\frac{240}{360}$
$=6\sqrt{3}+4\pi(cm)$

01 원주각

P. 63～71

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 92°	**2** $(6\pi-9\sqrt{3})\,\mathrm{cm}^2$	**3** ①	**4** 40°
5 (1) 25° (2) 75°	**6** 112°	**7** 10 cm	**8** ④
9 60°			

핵심 유형 문제

10 ⑤	**11** ②	**12** ⑤	**13** 4 cm	**14** 104°
15 40°	**16** 130°	**17** ④	**18** 248°	**19** ①
20 105°	**21** 26°	**22** ④	**23** 70°	**24** 23°
25 ②	**26** ④	**27** ⑤	**28** ③	**29** ③
30 12°	**31** ③	**32** 116°	**33** 64°	**34** $\frac{\sqrt{5}}{3}$
35 $3\sqrt{3}$	**36** ①	**37** 46°	**38** ②	**39** 180°
40 ④	**41** 65°	**42** 65°	**43** 60°	**44** ③
45 80°	**46** 35°	**47** $\angle x=60°$, $\angle y=75°$, $\angle z=45°$		
48 36°	**49** ④	**50** ①	**51** 96°	**52** 21°

1 $\angle x=\frac{1}{2}\angle BOD=\frac{1}{2}\times136°=68°$

$\overset{\frown}{BAD}$에 대한 중심각의 크기가 $360°-136°=224°$이므로

$\angle y=\frac{1}{2}\times224°=112°$

$\therefore\ 3\angle x-\angle y=3\times68°-112°=92°$

2 $\angle BOC=2\angle BAC=2\times30°=60°$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=$(부채꼴 BOC의 넓이)$-$($\triangle$OBC의 넓이)

$=\pi\times6^2\times\frac{60}{360}-\frac{1}{2}\times6\times6\times\sin60°$

$=6\pi-\frac{1}{2}\times6\times6\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=6\pi-9\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

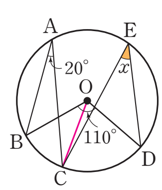
3 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면

$\angle BOC=2\angle BAC=2\times20°=40°$

이므로

$\angle COD=110°-40°=70°$

$\therefore\ \angle x=\frac{1}{2}\angle COD=\frac{1}{2}\times70°=35°$



4 $\angle AOB=2\angle ACB=2\times70°=140°$

$\angle PAO=\angle PBO=90°$이므로

□APBO에서

$\angle P=360°-(90°+140°+90°)=40°$

5 (1) $\angle ABC=\angle ADC=45°$

$\triangle$ECB에서

$\angle x+45°=70°\qquad\therefore\ \angle x=25°$

(2) $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ACB=90°$

$\triangle$ACB에서

$\angle ABC=180°-(15°+90°)=75°$

$\therefore\ \angle x=\angle ABC=75°$

6 $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$이므로

($\overset{\frown}{AB}$에 대한 원주각의 크기)$=\angle BQC=28°$

$\therefore\ \angle y=2\times28°=56°$

호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례하므로

$\angle APC:\angle BQC=\overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{BC}$에서

$\angle x:28°=2:1\qquad\therefore\ \angle x=56°$

$\therefore\ \angle x+\angle y=56°+56°=112°$

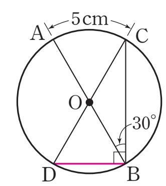
7 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면

$\overline{CD}$가 원 O의 지름이므로 $\angle DBC=90°$

$\therefore\ \angle DBA=\angle DBC-\angle ABC$

$=90°-30°=60°$

호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례하므로



$\overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{AD}=\angle ABC:\angle ABD$에서

$5:\overset{\frown}{AD}=30°:60°\qquad\therefore\ \overset{\frown}{AD}=10(\mathrm{cm})$

8 $\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{AB}=\angle A:\angle B:\angle C=2:6:1$이므로

$\overset{\frown}{AB}$의 길이는 원주의 $\frac{1}{2+6+1}=\frac{1}{9}$이다.

이때 $\overset{\frown}{AB}=2\pi$ cm이므로 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$\overset{\frown}{AB}=2\pi r\times\frac{1}{9}=2\pi\qquad\therefore\ r=9$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 9 cm이다.

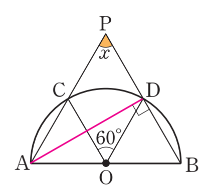
9 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면

$\overline{AB}$가 반원 O의 지름이므로

$\angle ADB=90°$이고

$\angle CAD=\frac{1}{2}\angle COD$

$=\frac{1}{2}\times60°=30°$



따라서 $\triangle$PAD에서

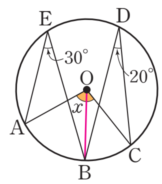
$\angle x+30°=90°\qquad\therefore\ \angle x=60°$

10 $\angle AOB=2\angle APB=2\times48=96°$

$\triangle$OAB는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\times(180°-96°)=42°$

11 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면



$\angle AOB=2\angle AEB=2\times30^\circ=60^\circ$

$\angle BOC=2\angle BDC=2\times20^\circ=40^\circ$

$\therefore\ \angle x=\angle AOB+\angle BOC$

$=60^\circ+40^\circ=100^\circ$

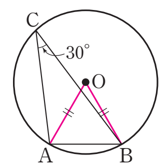
12 $\angle AOB=2\angle APB=2\times36^\circ=72^\circ$

이때 $\overparen{AB}=8\pi$ cm이므로 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$2\pi r\times\dfrac{72}{360}=8\pi\qquad\therefore\ r=20$

$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times20^2=400\pi(\text{cm}^2)$

13 1단계 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 각각 그으면



$\angle AOB=2\angle ACB$

$=2\times30^\circ=60^\circ$

2단계 이때 $\triangle OAB$는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

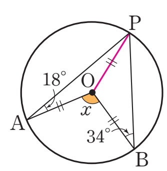
$\angle OAB=\angle OBA=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$

즉, $\triangle OAB$는 정삼각형이다.

3단계 $\therefore\ \overline{AB}=\overline{OA}=4$ cm

채점 기준		
1단계	$\angle AOB$의 크기 구하기	… 50 %
2단계	$\triangle OAB$가 정삼각형임을 알기	… 40 %
3단계	$\overline{AB}$의 길이 구하기	… 10 %

14 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$를 그으면



$\triangle OPA$는 $\overline{OP}=\overline{OA}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OPA=\angle OAP=18^\circ$

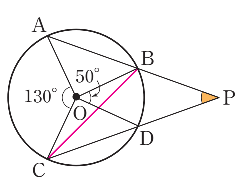
또 $\triangle OBP$는 $\overline{OB}=\overline{OP}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OPB=\angle OBP=34^\circ$

따라서 $\angle APB=18^\circ+34^\circ=52^\circ$이므로

$\angle x=2\angle APB=2\times52^\circ=104^\circ$

15 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\angle ABC=\dfrac{1}{2}\angle AOC$

$=\dfrac{1}{2}\times130^\circ=65^\circ$

$\angle BCD=\dfrac{1}{2}\angle BOD=\dfrac{1}{2}\times50^\circ=25^\circ$

따라서 $\triangle BCP$에서

$25^\circ+\angle P=65^\circ\qquad\therefore\ \angle P=40^\circ$

16 $\angle AOB$(큰 각)$=2\angle APB=2\times115^\circ=230^\circ$

$\therefore\ \angle x=360^\circ-230^\circ=130^\circ$

17 $\angle APB=\dfrac{1}{2}\times260^\circ=130^\circ$

$\angle AOB=360^\circ-260^\circ=100^\circ$

따라서 □AOBP에서

$\angle x=360^\circ-(130^\circ+68^\circ+100^\circ)=62^\circ$

18 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ACB=\angle ABC=28^\circ$

따라서 $\angle BAC=180^\circ-(28^\circ+28^\circ)=124^\circ$이므로

$\angle x=2\angle BAC=2\times124^\circ=248^\circ$

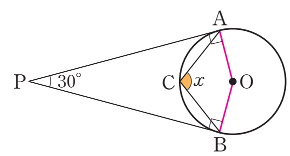
19 $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로

□AOBP에서

$\angle AOB=360^\circ-(90^\circ+36^\circ+90^\circ)=144^\circ$

$\therefore\ \angle ACB=\dfrac{1}{2}\angle AOB=\dfrac{1}{2}\times144=72^\circ$

20 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 각각 그으면



$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$

이므로

□APBO에서

$\angle AOB=360^\circ-(90^\circ+30^\circ+90^\circ)=150^\circ$

$\therefore\ \angle x=\dfrac{1}{2}\times(360^\circ-150^\circ)=105^\circ$

21 $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로

□APBO에서

$\angle AOB=360^\circ-(90^\circ+64^\circ+90^\circ)=116^\circ$

$\therefore\ \angle x=\dfrac{1}{2}\angle AOB=\dfrac{1}{2}\times116^\circ=58^\circ$

또 $\triangle OAB$는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle y=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-116^\circ)=32^\circ$

$\therefore\ \angle x-\angle y=58^\circ-32^\circ=26^\circ$

22 ① $\angle CAB=\angle BDC$($\overparen{BC}$에 대한 원주각)

② $\angle ACD=\angle DBA$($\overparen{AD}$에 대한 원주각)

③ $\triangle ACP$에서 $\angle CPB=\angle CAP+\angle ACP$

④ $\overparen{AD}=\overparen{BC}$인지 알 수 없다.

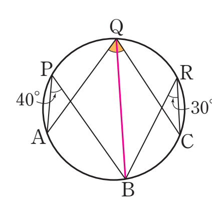
⑤ $\triangle ACP$와 $\triangle DBP$에서

$\angle CAP=\angle BDP$, $\angle ACP=\angle DBP$

이므로 $\triangle ACP\backsim\triangle DBP$(AA 닮음)

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

23 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BQ}$를 그으면



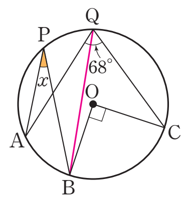
$\angle AQB=\angle APB=40^\circ$

$\angle BQC=\angle BRC=30^\circ$

$\therefore\ \angle AQC=\angle AQB+\angle BQC$

$=40^\circ+30^\circ=70^\circ$

24 1단계 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BQ}$를 그으면



$\angle BQC=\frac{1}{2}\angle BOC$

$=\frac{1}{2}\times 90°=45°$

2단계 $\angle AQB=\angle AQC-\angle BQC$

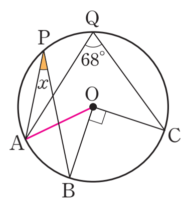
$=68°-45°=23°$

3단계 $\therefore\ \angle x=\angle AQB=23°$

채점 기준		
1단계	$\angle BQC$의 크기 구하기	… 40 %
2단계	$\angle AQB$의 크기 구하기	… 30 %
3단계	$\angle x$의 크기 구하기	… 30 %

다른 풀이

1단계 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



$\angle AOC=2\angle AQC$

$=2\times 68°=136°$

2단계 $\angle AOB=\angle AOC-\angle BOC$

$=136°-90°=46°$

3단계 $\therefore\ \angle x=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 46°=23°$

채점 기준		
1단계	$\angle AOC$의 크기 구하기	… 40 %
2단계	$\angle AOB$의 크기 구하기	… 30 %
3단계	$\angle x$의 크기 구하기	… 30 %

25 $\angle DBC=\angle DAC=\angle x$, $\angle ACD=\angle ABD=42°$이므로

$\triangle DBC$에서

$58°+\angle x+(\angle y+42°)=180°$

$\therefore\ \angle x+\angle y=80°$

다른 풀이

$\angle BAC=\angle BDC=58°$이므로

$\triangle ABP$에서

$\angle APB=180°-(58°+42°)=80°$

$\angle ADB=\angle ACB=\angle y$이므로

$\triangle APD$에서 $\angle x+\angle y=80°$

26 $\angle BAC=\angle BDC=\angle x$이고

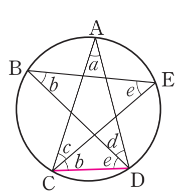
$\triangle AQC$에서 $\angle ACD=\angle x+30°$이므로

$\triangle PCD$에서

$(\angle x+30°)+\angle x=70°$

$2\angle x=40°\qquad\therefore\ \angle x=20°$

27 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$를 그으면



$\angle ECD=\angle EBD=\angle b$

$\angle BDC=\angle BEC=\angle e$

따라서 $\triangle ACD$에서

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e=180°$

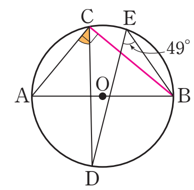
28 $\overline{BD}$가 원 O의 지름이므로 $\angle BCD=90°$

이때 $\angle ACD=\angle ABD=50°$이므로

$\angle ACB=\angle BCD-\angle ACD$

$=90°-50°=40°$

29 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ACB=90°$

이때 $\angle DCB=\angle DEB=49°$이므로

$\angle ACD=\angle ACB-\angle DCB$

$=90°-49°=41°$

30 $\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ABC=90°$

$\therefore\ \angle x=\angle DBC=90°-56°=34°$

$\triangle EBC$에서

$34°+\angle y=80°\qquad\therefore\ \angle y=46°$

$\therefore\ \angle y-\angle x=46°-34°=12°$

31 $\overline{AD}$가 원 O의 지름이므로 $\angle AED=90°$

이때 $\angle EAD=\angle EBD=30°$이므로

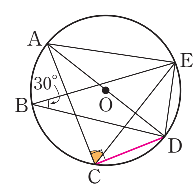
$\triangle ADE$에서

$\angle ADE=180°-(30°+90°)=60°$

$\therefore\ \angle ACE=\angle ADE=60°$

다른 풀이

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$를 그으면



$\overline{AD}$가 원 O의 지름이므로

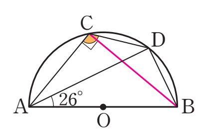
$\angle ACD=90°$

$\angle ECD=\angle EBD=30°$이므로

$\angle ACE=\angle ACD-\angle ECD$

$=90°-30°=60°$

32 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\overline{AB}$가 반원 O의 지름이므로

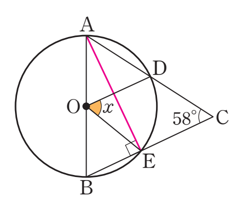
$\angle ACB=90°$

이때 $\angle DCB=\angle DAB=26°$이므로

$\angle ACD=\angle ACB+\angle DCB$

$=90°+26°=116°$

33 1단계 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$를 그으면 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로



$\angle AEB=90°$

2단계 $\angle DAE=\frac{1}{2}\angle DOE$

$=\frac{1}{2}\angle x$

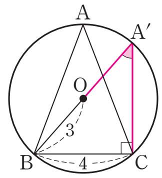
3단계 따라서 $\triangle AEC$에서

$\frac{1}{2}\angle x+58°=90°$

$\frac{1}{2}\angle x=32°\qquad\therefore\ \angle x=64°$

채점 기준		
1단계	$\angle AEB$의 크기 구하기	⋯ 30 %
2단계	$\angle DAE$의 크기를 $\angle x$를 사용하여 나타내기	⋯ 30 %
3단계	$\angle x$의 크기 구하기	⋯ 40 %

34 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A'이라 하고 $\overline{A'C}$를 그으면 $\overline{A'B}$가 원 O의 지름이므로



$\angle A'CB=90°$이고

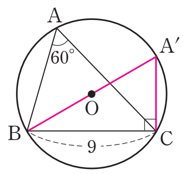
$\angle BA'C=\angle BAC$

$\triangle A'BC$에서 $\overline{A'B}=2\overline{OB}=2\times3=6$이므로

$\overline{A'C}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$

$\therefore \cos A=\cos A'=\dfrac{\overline{A'C}}{\overline{A'B}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{6}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

35 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A'이라 하고 $\overline{A'C}$를 그으면 $\overline{A'B}$가 원 O의 지름이므로



$\angle A'CB=90°$이고

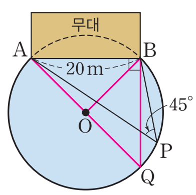
$\angle BA'C=\angle BAC=60°$이므로

$\triangle A'BC$에서

$\overline{A'B}=\dfrac{\overline{BC}}{\sin 60°}=9\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=6\sqrt{3}$

$\therefore$ (원 O의 반지름의 길이)$=\dfrac{1}{2}\overline{A'B}=\dfrac{1}{2}\times6\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

36 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하고, $\overline{AO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 Q라고 하자. $\overline{BQ}$를 그으면 $\overline{AQ}$가 원 O의 지름이므로



$\angle ABQ=90°$이고

$\angle AQB=\angle APB=45°$이므로

$\triangle AQB$에서

$\overline{AQ}=\dfrac{\overline{AB}}{\sin 45°}=20\times\dfrac{2}{\sqrt{2}}=20\sqrt{2}(\text{m})$

따라서 공연장의 반지름의 길이는 $\dfrac{1}{2}\times20\sqrt{2}=10\sqrt{2}(\text{m})$이고

$\overline{BO}$를 그으면 $\angle AOB=2\angle APB=2\times45°=90°$이므로

(무대를 제외한 공연장의 넓이)

$=(\triangle AOB$의 넓이$)+($큰 부채꼴 AOB의 넓이$)$

$=\dfrac{1}{2}\times10\sqrt{2}\times10\sqrt{2}+\pi\times(10\sqrt{2})^2\times\dfrac{270}{360}$ 중심각의 크기는 $360°-90°=270°$

$=100+150\pi(\text{m}^2)$

37 $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$이므로 $\angle DCB=\angle ABC=23°$

따라서 $\triangle PCB$에서 $\angle x=23°+23°=46°$

38 $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$이므로 $\angle BAC=\angle ADB=30°$

따라서 $\triangle ABD$에서

$\angle ABD=180°-(30°+53°+30°)=67°$

39 $\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{DE}=\overset{\frown}{EB}$이므로

$\angle CAD=\angle DAE=\angle EAB=\dfrac{1}{3}\angle CAB$

$=\dfrac{1}{3}\times60°=20°$

$\triangle CAP$에서

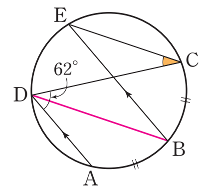
$\angle APB=60°+20°=80°$

또 $\triangle CAQ$에서

$\angle AQB=60°+(20°+20°)=100°$

$\therefore \angle APB+\angle AQB=80°+100°=180°$

40 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$이므로

$\angle ADB=\angle BDC=\dfrac{1}{2}\angle ADC$

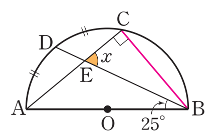
$=\dfrac{1}{2}\times62°=31°$

이때 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BE}$이므로

$\angle DBE=\angle ADB=31°$(엇각)

$\therefore \angle DCE=\angle DBE=31°$

41 1단계 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면 $\overline{AB}$가 반원 O의 지름이므로 $\angle ACB=90°$



2단계 $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$이므로

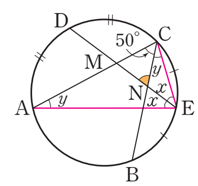
$\angle CBD=\angle ABD=25°$

3단계 따라서 $\triangle CEB$에서

$\angle x=180°-(90°+25°)=65°$

채점 기준		
1단계	$\angle ACB$의 크기 구하기	⋯ 30 %
2단계	$\angle CBD$의 크기 구하기	⋯ 40 %
3단계	$\angle x$의 크기 구하기	⋯ 30 %

42 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$, $\overline{CE}$를 그으면 $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$이므로



$\angle AED=\angle CED=\angle x$라 하고,

$\overset{\frown}{BE}=\overset{\frown}{CE}$이므로

$\angle BCE=\angle CAE=\angle y$라고 하자.

$\triangle AEC$에서

$\angle y+2\angle x+(\angle y+50°)=180°$

$2\angle x+2\angle y=130°$ $\quad\therefore \angle x+\angle y=65°$

따라서 $\triangle CNE$에서

$\angle CNM=\angle x+\angle y=65°$

다른 풀이

$\triangle AEM$에서 $\angle CME=\angle x+\angle y$

$\triangle CNE$에서 $\angle CNM=\angle x+\angle y$

따라서 $\angle CMN=\angle CNM$이므로 $\triangle CMN$은 $\overline{CM}=\overline{CN}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle CNM=\dfrac{1}{2}\times(180°-50°)=65°$

43 호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례하므로
$\widehat{AC} : \widehat{BC} = \angle APC : \angle BQC$에서
$(6+3) : 3 = \angle x : 20°$ $\quad\therefore \angle x = 60°$

44 호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례하므로
$\widehat{AB} : \widehat{CD} = \angle ACB : \angle CAD$에서
$2 : 4 = 30° : \angle CAD$ $\quad\therefore \angle CAD = 60°$
따라서 $\triangle APC$에서
$\angle x + 30° = 60°$ $\quad\therefore \angle x = 30°$

45 호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례하므로
$\angle ABC : \angle BCD = \widehat{AC} : \widehat{BD} = 2 : 1$
$\therefore \angle ABC = 2\angle BCD$
$\angle BCD = \angle x$라고 하면 $\angle ABC = 2\angle x$이므로
$\triangle PCB$에서 $\angle x + 2\angle x = 120°$
$3\angle x = 120°$ $\quad\therefore \angle x = 40°$
$\therefore \angle ABC = 2\angle x = 2 \times 40° = 80°$

46 호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례하므로
$\angle ADB : \angle CAD = \widehat{AB} : \widehat{CD} = 11 : 4$
$\therefore \angle CAD = \frac{4}{11}\angle ADB$
$\triangle AQD$에서 $\frac{4}{11}\angle ADB + \angle ADB = 75°$
$\frac{15}{11}\angle ADB = 75°$ $\quad\therefore \angle ADB = 55°$
따라서 $\angle CAD = \frac{4}{11}\angle ADB = \frac{4}{11} \times 55° = 20°$이고
$\angle ACB = \angle ADB = 55°$이므로
$\triangle ACP$에서
$20° + \angle x = 55°$ $\quad\therefore \angle x = 35°$

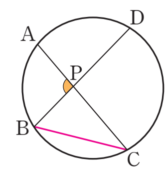
47 $\angle z : \angle x : \angle y = \widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CA} = 3 : 4 : 5$이므로
$\angle x = 180° \times \frac{4}{3+4+5} = 60°$
$\angle y = 180° \times \frac{5}{3+4+5} = 75°$
$\angle z = 180° \times \frac{3}{3+4+5} = 45°$

48 $\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD} = \widehat{DE} = \widehat{EA}$이므로
$\widehat{CD}$의 길이는 원주의 $\frac{1}{5}$이다.
$\therefore \angle CAD = 180° \times \frac{1}{5} = 36°$

49 원 O의 둘레의 길이는 $2\pi \times 6 = 12\pi$(cm)이고
호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례하므로
$\widehat{AB}$: (원 O의 둘레의 길이)$= \angle APB : 180°$에서
$\widehat{AB} : 12\pi = 25° : 180°$ $\quad\therefore \widehat{AB} = \frac{5}{3}\pi$(cm)
$\widehat{CD}$: (원 O의 둘레의 길이)$= \angle CPD : 180°$에서
$\widehat{CD} : 12\pi = 50° : 180°$ $\quad\therefore \widehat{CD} = \frac{10}{3}\pi$(cm)
$\therefore \widehat{AB} + \widehat{CD} = \frac{5}{3}\pi + \frac{10}{3}\pi = 5\pi$(cm)

50 $\triangle ACP$에서
$\angle CAP + 40° = 100°$ $\quad\therefore \angle CAP = 60°$
호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례하므로
$\widehat{BC}$: (원의 둘레의 길이)$= \angle CAB : 180°$에서
8 : (원의 둘레의 길이)$= 60° : 180°$
$\therefore$ (원의 둘레의 길이)$=24$(cm)

51 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\widehat{AB}$의 길이가 원주의 $\frac{1}{5}$이므로
$\angle ACB = 180° \times \frac{1}{5} = 36°$
$\widehat{CD}$의 길이가 원주의 $\frac{1}{3}$이므로
$\angle DBC = 180° \times \frac{1}{3} = 60°$
따라서 $\triangle PBC$에서
$\angle APB = 36° + 60° = 96°$

52 $\triangle BCP$에서 $\angle ABC = \angle x + 32°$
$\widehat{AB} = \widehat{AC} = \widehat{CD}$이므로 $\widehat{AB}$, $\widehat{AC}$, $\widehat{CD}$에 대한 원주각의 크기는 모두 $\angle x + 32°$이고, 한 원에서 모든 호에 대한 원주각의 크기의 합은 $180°$이므로
$3(\angle x + 32°) + \angle x = 180°$
$4\angle x = 84°$ $\quad\therefore \angle x = 21°$

02 원에 내접하는 사각형

P. 72～77

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ④, ⑤	**2** 20°	**3** 160°	**4** 15°	**5** ⑤
6 50°	**7** 56°	**8** ⑤		

핵심 유형 문제

9 47°	**10** 27°	**11** 33°	**12** ④	**13** 124°
14 10°	**15** 130°	**16** ③	**17** 67°	
18 $\angle x=114°$, $\angle y=57°$			**19** 50°	**20** ①
21 205°	**22** 360°	**23** 45°	**24** 63°	**25** ③
26 88°	**27** 197°	**28** 170°	**29** 95°	**30** ①, ③
31 ④	**32** 80°	**33** ③	**34** 6개	

1 ① $\angle BAC \neq \angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있지 않다.
② $\angle ABD \neq \angle ACD$이므로 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있지 않다.
③ $\angle ACB$의 크기를 알 수 없으므로 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는지 알 수 없다.
④ $\angle ACB = \angle ADB$이므로 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있다.
⑤ $\angle BDC + 40° = 100°$ $\quad \therefore \angle BDC = 60°$
즉, $\angle BAC = \angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있다.
따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것은 ④, ⑤이다.

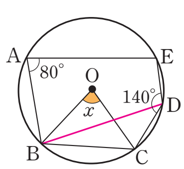
2 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면
$\angle ACB = \angle ADB = 50°$이어야 하므로
$\triangle EBC$에서
$\angle x + 50° = 70°$ $\quad \therefore \angle x = 20°$

3 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle B + \angle D = 180°$
이때 $\angle B : \angle D = 4 : 5$이므로
$\angle B = 180° \times \frac{4}{9} = 80°$
$\therefore \angle AOC = 2\angle B = 2 \times 80° = 160°$

4 $\triangle DCP$에서
$35° + \angle CDP = 115°$ $\quad \therefore \angle CDP = 80°$
이때 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle x = \angle CDP = 80°$
또 $115° + \angle y = 180°$에서 $\angle y = 65°$
$\therefore \angle x - \angle y = 80° - 65° = 15°$

다른 풀이
□ABCD가 원에 내접하므로
$115° + \angle y = 180°$에서 $\angle y = 65°$
따라서 $\triangle ABP$에서
$\angle x = 180° - (65° + 35°) = 80°$
$\therefore \angle x - \angle y = 80° - 65° = 15°$

5 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면
□ABDE가 원 O에 내접하므로
$80° + \angle BDE = 180°$
$\therefore \angle BDE = 100°$
$\angle BDC = \angle EDC - \angle BDE$
$= 140° - 100° = 40°$
$\therefore \angle x = 2\angle BDC = 2 \times 40° = 80°$



6 □ABCD가 원에 내접하려면
$\angle ACD = \angle ABD = 60°$이고
$\angle BAD + \angle BCD = 180°$이어야 하므로
$70° + (\angle x + 60°) = 180°$
$\therefore \angle x = 50°$

7 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle QAB = \angle DCB = \angle x$
$\triangle PBC$에서 $\angle PBQ = \angle x + 24°$
따라서 $\triangle AQB$에서
$\angle x + 44° + (\angle x + 24°) = 180°$
$2\angle x = 112°$ $\quad \therefore \angle x = 56°$

8 ① □ABQP가 원 O에 내접하므로
$\angle PAB + \angle PQB = 180°$
② □PQCD가 원 O′에 내접하므로
$\angle PDC = \angle PQB$
$\therefore \angle PAB + \angle PDC = \angle PAB + \angle PQB = 180°$
③ □ABQP가 원 O에 내접하므로
$\angle PAB = \angle PQC$
또 □PQCD가 원 O′에 내접하므로
$\angle PQC = \angle PDE$
$\therefore \angle PAB = \angle PDE$
④ ③에서 $\angle PAB = \angle PDE$ (엇각)이므로
$\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

9 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로
$\angle DAC = \angle DBC = 28°$
$\triangle ACD$에서
$\angle ACD = 180° - (28° + 105°) = 47°$
$\therefore \angle ABD = \angle ACD = 47°$

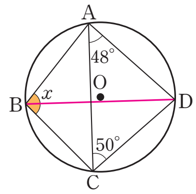
10 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면
$\angle DBC = \angle DAC = 62°$이어야 한다.
따라서 $\triangle PBD$에서
$35° + \angle D = 62°$ $\quad \therefore \angle D = 27°$

11 $\triangle ACP$에서
$\angle PAC = 180° - (100° + 46°) = 34°$
네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면
$\angle DBC = \angle DAC = 34°$이어야 한다.
이때 $\triangle ABP$는 $\overline{PA} = \overline{PB}$인 이등변삼각형이므로
$\angle ABP = \frac{1}{2} \times (180° - 46°) = 67°$
$\therefore \angle x = \angle ABP - \angle DBP$
$= 67° - 34° = 33°$

12 $\triangle ACD$에서
$\angle ADC = 180° - (48° + 50°) = 82°$
□ABCD가 원 O에 내접하므로
$\angle x + 82° = 180°$ $\quad \therefore \angle x = 98°$

다른 풀이

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



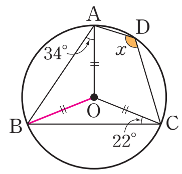
$\angle ABD=\angle ACD=50°$

$\angle CBD=\angle CAD=48°$

$\therefore\ \angle x=\angle ABD+\angle CBD$

$=50°+48°=98°$

13 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면



$\triangle OAB$와 $\triangle OBC$는 각각 이등변삼각형이므로

$\angle OBA=\angle OAB=34°$

$\angle OBC=\angle OCB=22°$

$\therefore\ \angle ABC=\angle OBA+\angle OBC=34°+22°=56°$

$\square ABCD$가 원 O에 내접하므로

$56°+\angle x=180° \qquad \therefore\ \angle x=124°$

14 $\angle BAC=\angle BDC=50°$

$\square ABCD$가 원에 내접하므로

$(50°+\angle x)+100°=180° \qquad \therefore\ \angle x=30°$

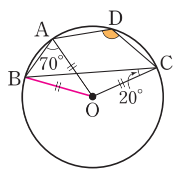
$\angle BAD=50°+30°=80°$이므로

$\triangle ABD$에서

$\angle y=180°-(80°+60°)=40°$

$\therefore\ \angle y-\angle x=40°-30°=10°$

15 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면



$\triangle OAB$와 $\triangle OCB$는 각각 이등변삼각형이므로

$\angle OBA=\angle OAB=70°$

$\angle OBC=\angle OCB=20°$

$\therefore\ \angle ABC=\angle OBA-\angle OBC=70°-20°=50°$

$\square ABCD$가 원 O에 내접하므로

$50°+\angle ADC=180° \qquad \therefore\ \angle ADC=130°$

16 $\overline{BC}$가 원 O의 지름이므로 $\angle BAC=90°$

$\square ABCD$가 원 O에 내접하므로

$\angle ABC+120°=180° \qquad \therefore\ \angle ABC=60°$

$\triangle ABC$에서

$\overline{BC}=\dfrac{\overline{AC}}{\sin 60°}=3\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

따라서 $\overline{OB}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{3}=\sqrt{3}(\mathrm{cm})$이므로

(원 O의 넓이)$=\pi\times(\sqrt{3})^2=3\pi(\mathrm{cm}^2)$

17 $\triangle APB$에서

$43°+\angle ABP=110° \qquad \therefore\ \angle ABP=67°$

$\square ABCD$가 원에 내접하므로

$\angle x=\angle ABP=67°$

다른 풀이

$\square ABCD$가 원에 내접하므로

$110°+\angle BCD=180° \qquad \therefore\ \angle BCD=70°$

따라서 $\triangle DPC$에서

$\angle x=180°-(43°+70°)=67°$

18 $\square ABCD$가 원 O에 내접하므로

$\angle x=\angle BAE=114°$

$\triangle BCD$는 $\overline{CB}=\overline{CD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle CBD=\dfrac{1}{2}\times(180°-114°)=33°$

$\overline{AD}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ABD=90°$

따라서 $\square ABCD$에서

$(90°+33°)+\angle y=180° \qquad \therefore\ \angle y=57°$

19 $\triangle OBC$는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BOC=180°-(55°+55°)=70°$

$\therefore\ \angle BAC=\dfrac{1}{2}\angle BOC=\dfrac{1}{2}\times 70°=35°$

$\square ABCD$가 원 O에 내접하므로

$\angle BAD=\angle DCE=85°$

$\therefore\ \angle x=\angle BAD-\angle BAC=85°-35°=50°$

20 $\overset{\frown}{ADC}$의 길이가 원주의 $\dfrac{3}{5}$이므로

$\angle ABC=180°\times\dfrac{3}{5}=108°$

$\square ABCD$가 원에 내접하므로

$108°+\angle x=180° \qquad \therefore\ \angle x=72°$

$\overset{\frown}{DCB}$의 길이가 원주의 $\dfrac{5}{9}$이므로

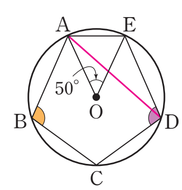
$\angle DAB=180°\times\dfrac{5}{9}=100°$

$\square ABCD$가 원에 내접하므로

$\angle y=\angle DAB=100°$

$\therefore\ \angle x+\angle y=72°+100°=172°$

21 1단계 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\angle ADE=\dfrac{1}{2}\angle AOE$

$=\dfrac{1}{2}\times 50°=25°$

2단계 $\square ABCD$가 원 O에 내접하므로

$\angle B+\angle ADC=180°$

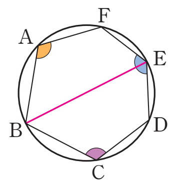
3단계 $\therefore\ \angle B+\angle D=\angle B+(\angle ADC+\angle ADE)$

$=(\angle B+\angle ADC)+\angle ADE$

$=180°+25°=205°$

채점 기준		
1단계	$\angle ADE$의 크기 구하기	… 40 %
2단계	$\angle B+\angle ADC$의 크기 구하기	… 40 %
3단계	$\angle B+\angle D$의 크기 구하기	… 20 %

22 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$를 그으면



□ABEF가 원에 내접하므로

$\angle A+\angle BEF=180^\circ$

또 □BCDE가 원에 내접하므로

$\angle C+\angle BED=180^\circ$

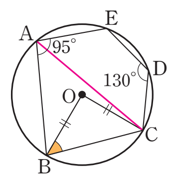
$\therefore\ \angle A+\angle C+\angle E$

$=\angle A+\angle C+(\angle BEF+\angle BED)$

$=(\angle A+\angle BEF)+(\angle C+\angle BED)$

$=180^\circ+180^\circ=360^\circ$

23 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



□ACDE가 원 O에 내접하므로

$\angle EAC+130^\circ=180^\circ$

$\therefore\ \angle EAC=50^\circ$

$\angle BAC=\angle EAB-\angle EAC$

$=95^\circ-50^\circ=45^\circ$

$\therefore\ \angle BOC=2\angle BAC=2\times45^\circ=90^\circ$

이때 △OBC는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OBC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-90^\circ)=45^\circ$

24 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle CDQ=\angle ABC=\angle x$

△PBC에서 $\angle PCQ=\angle x+21^\circ$

따라서 △DCQ에서

$\angle x+(\angle x+21^\circ)+33^\circ=180^\circ$

$2\angle x=126^\circ\qquad\therefore\ \angle x=63^\circ$

25 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle ABC+105^\circ=180^\circ\qquad\therefore\ \angle ABC=75^\circ$

△ABQ에서

$\angle PAD=75^\circ+15^\circ=90^\circ$

따라서 △PAD에서

$\angle x+90^\circ=105^\circ\qquad\therefore\ \angle x=15^\circ$

26 $\angle ADP=\angle QDC=\angle a$라고 하면

△PAD에서 $\angle DAB=\angle a+45^\circ$

△QDC에서 $\angle x=\angle a+41^\circ$

이때 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle DAB+\angle x=180^\circ$에서

$(\angle a+45^\circ)+(\angle a+41^\circ)=180^\circ$

$2\angle a=94^\circ\qquad\therefore\ \angle a=47^\circ$

$\therefore\ \angle x=47^\circ+41^\circ=88^\circ$

27 □ABQP가 원 O에 내접하므로

$\angle x=\angle PQC,\ \angle y=\angle DPQ$

따라서 □PQCD에서

$\angle x+\angle y=\angle PQC+\angle DPQ$

$=360^\circ-(83^\circ+80^\circ)=197^\circ$

28 □ABQP가 원 O에 내접하므로

$\angle DPQ=\angle ABQ=95^\circ$

□PQCD가 원 O′에 내접하므로

$95^\circ+\angle DCQ=180^\circ\qquad\therefore\ \angle DCQ=85^\circ$

$\therefore\ \angle x=2\angle DCQ=2\times85^\circ=170^\circ$

29 □RSCD가 원에 내접하므로 $\angle CDR=\angle RSQ$

□PQSR가 원에 내접하므로 $\angle RSQ=\angle APQ$

□ABQP가 원에 내접하므로

$85^\circ+\angle APQ=180^\circ\qquad\therefore\ \angle APQ=95^\circ$

$\therefore\ \angle CDR=\angle APQ=95^\circ$

30 ① $\angle ABD=180^\circ-(60^\circ+80^\circ)=40^\circ$

즉, $\angle ABD=\angle ACD$이므로 □ABCD가 원에 내접한다.

② $\angle BAC\neq\angle BDC$이므로 □ABCD가 원에 내접하지 않는다.

③ $\angle B=180^\circ-(30^\circ+50^\circ)=100^\circ$

즉, $\angle B+\angle D=180^\circ$이므로 □ABCD가 원에 내접한다.

④ $\angle A+\angle C=190^\circ\neq180^\circ$이므로 □ABCD가 원에 내접하지 않는다.

⑤ $\angle ADC=180^\circ-75^\circ=105^\circ$

즉, $\angle ADC\neq\angle CBE$이므로 □ABCD가 원에 내접하지 않는다.

따라서 □ABCD가 원에 내접하는 것은 ①, ③이다.

31 ④ $\angle DCE=80^\circ$이면 $\angle A=\angle DCE$이므로 □ABCD가 원에 내접한다.

32 1단계 △ABC에서

$\angle B=180^\circ-(45^\circ+35^\circ)=100^\circ$

2단계 □ABCD가 원에 내접하려면

$\angle B+\angle D=180^\circ$이어야 한다.

3단계 즉, $100^\circ+\angle D=180^\circ$

$\therefore\ \angle D=80^\circ$

채점 기준		
1단계	∠B의 크기 구하기	… 30 %
2단계	□ABCD가 원에 내접하기 위한 조건 알기	… 40 %
3단계	∠D의 크기 구하기	… 30 %

33 ㄱ. 직사각형은 네 내각의 크기가 모두 90°이므로 마주 보는 두 각의 크기의 합이 180°이다.

ㅁ. 등변사다리꼴은 윗변과 아랫변의 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로 마주 보는 두 각의 크기의 합이 180°이다.

따라서 항상 원에 내접하는 사각형은 ㄱ, ㅁ이다.

34 사각형이 원에 내접하려면 마주 보는 두 각의 크기의 합이 180°이거나, 한 변에 대하여 같은 쪽에 있는 두 각의 크기가 같아야 한다.

(ⅰ) 마주 보는 두 각의 크기의 합이 180°인 경우
□AFHE, □BDHF, □CEHD의 3개
(ⅱ) 한 변에 대하여 같은 쪽에 있는 두 각의 크기가 같은 경우
□ABDE, □BCEF, □CAFD의 3개
따라서 (ⅰ), (ⅱ)에 의해 구하는 사각형은
$3+3=6$(개)

03 원의 접선과 현이 이루는 각

P. 78∼81

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 ②	**2** 40°	**3** 40°	**4** 60°	**5** ㄱ, ㄷ, ㅁ

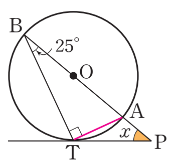
핵심 유형 문제

6 160°	**7** 40°	**8** ④	**9** 54°	**10** 35°
11 32°	**12** 107°	**13** 35°	**14** 47°	**15** 60°
16 5	**17** ③	**18** 38°	**19** 55°	**20** 29°
21 ④	**22** 100°	**23** 40°	**24** 65°	

1 $\angle BCA=\angle BAT=72°$이므로
$\angle BOA=2\angle BCA=2\times72°=144°$

2 □ABCD가 원 O에 내접하므로
$100°+\angle DAB=180°$ $\therefore \angle DAB=80°$
$\angle BDA=\angle BAT=60°$이므로
△DAB에서
$\angle DBA=180°-(60°+80°)=40°$

3 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AT}$를 그으면
$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로
$\angle BTA=90°$
$\angle ATP=\angle ABT=25°$이므로
△BTP에서
$\angle x=180°-(25°+90°+25°)=40°$



다른 풀이
$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle BTA=90°$
△BTA에서
$\angle BAT=180°-(25°+90°)=65°$
$\angle ATP=\angle ABT=25°$이므로
△ATP에서
$\angle x+25°=65°$ $\therefore \angle x=40°$

4 △ADF는 $\overline{AD}=\overline{AF}$인 이등변삼각형이므로
$\angle AFD=\frac{1}{2}\times(180°-70°)=55°$
또 △CFE는 $\overline{CF}=\overline{CE}$인 이등변삼각형이므로
$\angle CFE=\angle CEF=\angle x$
$\therefore \angle x=180°-(55°+65°)=60°$

5 ㄱ. $\angle ABT=\angle ATP$
ㄴ. $\angle BAT=\angle BTQ$이고 $\angle BTQ=\angle CDT$이므로
$\angle BAT=\angle CDT$
ㄷ. ㄴ에서 동위각의 크기가 같으므로
$\overline{AB}/\!/\overline{CD}$
ㄹ, ㅁ. △ABT와 △DCT에서
$\angle ABT=\angle DCT$ ← $\angle ABT=\angle ATP=\angle DCT$
$\angle BAT=\angle CDT$
이므로 △ABT∽△DCT (AA 닮음)
$\therefore \overline{TA}:\overline{TB}=\overline{TD}:\overline{TC}$
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㅁ이다.

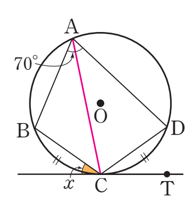
6 △APB에서
$\angle x=180°-(60°+40°)=80°$
$\angle y=\angle x=80°$
$\therefore \angle x+\angle y=80°+80°=160°$

7 $\angle ABT=\angle ATP=\angle x$이므로
△BTP에서
$\angle x+35°=75°$ $\therefore \angle x=40°$
다른 풀이
$\angle BAT=\angle BTQ=75°$이므로
△ATP에서
$\angle x+35°=75°$ $\therefore \angle x=40°$

8 $\angle ATB:\angle BAT:\angle ABT=\widehat{AB}:\widehat{BT}:\widehat{TA}$
$=15:8:13$
$\therefore \angle x=\angle ABT=180°\times\frac{13}{15+8+13}=65°$

9 △APT는 $\overline{AP}=\overline{AT}$인 이등변삼각형이므로
$\angle ATP=\angle APT=42°$
$\therefore \angle BAT=42°+42°=84°$
또 $\angle ABT=\angle ATP=42°$이므로
△BAT에서
$\angle x=180°-(42°+84°)=54°$

10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면
$\widehat{BC}=\widehat{CD}$이므로
$\angle BAC=\angle CAD$
$\therefore \angle BAC=\frac{1}{2}\angle BAD$
$=\frac{1}{2}\times70°=35°$
$\therefore \angle x=\angle BAC=35°$



11 $\angle ABP=\angle ADB=39^\circ$
$\square ABCD$는 원 O에 내접하므로
$\angle DAB+109^\circ=180^\circ$ $\quad\therefore \angle DAB=71^\circ$
따라서 $\triangle APB$에서
$\angle x+39^\circ=71^\circ$ $\quad\therefore \angle x=32^\circ$

다른 풀이

$\angle DBP=\angle DCB=109^\circ$이므로
$\triangle DPB$에서
$\angle x=180^\circ-(39^\circ+109^\circ)=32^\circ$

12 1단계 $\angle DCP=\angle a$라고 하면
$\angle DAC=\angle DCP=\angle a$
또 $\triangle CPD$에서 $\angle ADC=\angle a+39^\circ$이고
$\triangle ACD$는 $\overline{AC}=\overline{AD}$인 이등변삼각형이므로
$\angle ACD=\angle ADC=\angle a+39^\circ$
따라서 $\triangle ACD$에서
$\angle a+(\angle a+39^\circ)+(\angle a+39^\circ)=180^\circ$
$3\angle a=102^\circ$ $\quad\therefore \angle a=34^\circ$

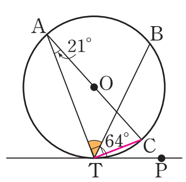
2단계 $\therefore \angle ADC=34^\circ+39^\circ=73^\circ$

3단계 $\square ABCD$가 원 O에 내접하므로
$\angle B+\angle ADC=180^\circ$에서
$\angle B+73^\circ=180^\circ$ $\quad\therefore \angle B=107^\circ$

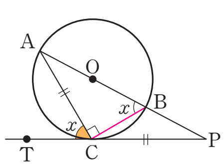
채점 기준		
1단계	$\angle DCP$의 크기 구하기	… 50 %
2단계	$\angle ADC$의 크기 구하기	… 20 %
3단계	$\angle B$의 크기 구하기	… 30 %

13 $\overline{AD}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ABD=90^\circ$
$\square ABCD$가 원 O에 내접하므로
$\angle BAD+125^\circ=180^\circ$ $\quad\therefore \angle BAD=55^\circ$
따라서 $\triangle ABD$에서
$\angle ADB=180^\circ-(55^\circ+90^\circ)=35^\circ$
$\therefore \angle ABT=\angle ADB=35^\circ$

14 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CT}$를 그으면
$\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로
$\angle ATC=90^\circ$
$\angle CTP=\angle CAT=21^\circ$이므로
$\angle BTC=\angle BTP-\angle CTP$
$=64^\circ-21^\circ=43^\circ$
$\therefore \angle ATB=\angle ATC-\angle BTC$
$=90^\circ-43^\circ=47^\circ$

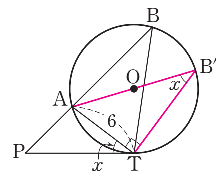


15 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면
$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로
$\angle ACB=90^\circ$
$\angle ABC=\angle ACT=\angle x$이므로
$\triangle ACB$에서



$\angle BAC=180^\circ-(90^\circ+\angle x)=90^\circ-\angle x$
이때 $\triangle ACP$는 $\overline{AC}=\overline{PC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle CPA=\angle CAP=90^\circ-\angle x$
또 $\overrightarrow{PT}$는 원 O의 접선이므로
$\angle BCP=\angle BAC=90^\circ-\angle x$
따라서 $\triangle BCP$에서
$(90^\circ-\angle x)+(90^\circ-\angle x)=\angle x$
$3\angle x=180^\circ$ $\quad\therefore \angle x=60^\circ$

16 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 B′이라 하고 $\overline{B'T}$를 그으면 $\overline{AB'}$이 원 O의 지름이므로
$\angle ATB'=90^\circ$
$\angle AB'T=\angle ATP=\angle x$
$\triangle ATB'$에서
$\tan x=\dfrac{6}{\overline{B'T}}=\dfrac{3}{4}$ $\quad\therefore \overline{B'T}=8$
따라서 $\overline{AB'}=\sqrt{6^2+8^2}=10$이므로
(원 O의 반지름의 길이)$=\dfrac{1}{2}\overline{AB'}=\dfrac{1}{2}\times 10=5$



17 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ACB=90^\circ$
$\triangle BAC$와 $\triangle BCD$에서
$\angle ACB=\angle CDB=90^\circ$, $\angle BAC=\angle BCD$
이므로 $\triangle BAC\backsim\triangle BCD$ (AA 닮음)
즉, $\overline{BA}:\overline{BC}=\overline{BC}:\overline{BD}$에서
$8:\overline{BC}=\overline{BC}:6$, $\overline{BC}^2=48$
이때 $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=4\sqrt{3}$(cm)
$\therefore \overline{AC}:\overline{CD}=\overline{BA}:\overline{BC}$
$=8:4\sqrt{3}=2:\sqrt{3}$

18 $\triangle PBA$는 $\overline{PA}=\overline{PB}$인 이등변삼각형이므로
$\angle PBA=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$
$\overrightarrow{PD}$가 원 O의 접선이므로
$\angle ABC=\angle DAC=72^\circ$
$\therefore \angle CBE=180^\circ-(70^\circ+72^\circ)=38^\circ$

19 1단계 $\triangle BED$는 $\overline{BD}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이므로
$\angle DEB=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$

2단계 $\therefore \angle DFE=\angle DEB=65^\circ$

3단계 따라서 $\triangle DEF$에서
$\angle DEF=180^\circ-(60^\circ+65^\circ)=55^\circ$

채점 기준		
1단계	$\angle DEB$의 크기 구하기	… 40 %
2단계	$\angle DFE$의 크기 구하기	… 40 %
3단계	$\angle DEF$의 크기 구하기	… 20 %

20 $\triangle PAB$는 $\overline{PA}=\overline{PB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABP=\frac{1}{2}\times(180^\circ-52^\circ)=64^\circ$

$\therefore\ \angle ACB=\angle ABP=64^\circ$

호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례하므로

$\angle x : \angle BAC=\overset{\frown}{AC} : \overset{\frown}{BC}=1:3$

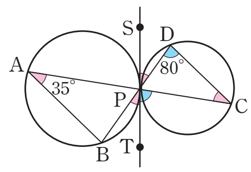
$\therefore\ \angle BAC=3\angle x$

따라서 $\triangle ACB$에서

$3\angle x+64^\circ+\angle x=180^\circ$

$4\angle x=116^\circ \qquad \therefore\ \angle x=29^\circ$

21 ① $\angle CPT=\angle CDP=80^\circ$



②, ④ $\angle DCP=\angle DPS$

$=\angle BPT$

$=\angle BAP=35^\circ$

③ $\angle BPC=\angle BPT+\angle CPT$

$=35^\circ+80^\circ=115^\circ$

⑤ $\angle BAP=\angle DCP$ (엇각)이므로 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

22 $\angle ACT=\angle ATP=\angle BTQ=\angle BDT=50^\circ$

따라서 원 O에서

$\angle AOT=2\angle ACT=2\times50^\circ=100^\circ$

23 $\angle BAP=\angle BPT'=\angle CDP=80^\circ$이므로

$\triangle APB$에서

$\angle x+80^\circ=120^\circ \qquad \therefore\ \angle x=40^\circ$

다른 풀이

$\angle ABP=180^\circ-120^\circ=60^\circ$이므로

$\angle APT=\angle ABP=60^\circ$

또 $\angle CPT'=\angle CDP=80^\circ$이므로

$\angle x=180^\circ-(60^\circ+80^\circ)=40^\circ$

24 $\square ABCD$가 원 O에 내접하므로

$\angle CDT=\angle ABC=60^\circ$

따라서 $\angle CTQ=\angle CDT=60^\circ$이므로

$\angle ATB=180^\circ-(60^\circ+55^\circ)=65^\circ$

실력 UP 문제 P. 82

1-1 66°	**1-2** 100°
2-1 28°	**2-2** 70°
3-1 14 cm	**3-2** 51°

1-1 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ACB=90^\circ$

$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{DE}=\overset{\frown}{EB}$이므로 $\angle ACD=\angle DCE=\angle ECB$

$\therefore\ \angle ECB=\frac{1}{3}\angle ACB=\frac{1}{3}\times90^\circ=30^\circ$

호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례하므로

$\angle ABC : \angle BAC=\overset{\frown}{AC} : \overset{\frown}{BC}=2:3$

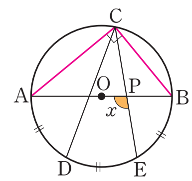
즉, $\triangle ABC$에서

$\angle ABC=(180^\circ-90^\circ)\times\frac{2}{2+3}=36^\circ$

따라서 $\triangle CPB$에서

$\angle x=30^\circ+36^\circ=66^\circ$

1-2 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$를 그으면



$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ACB=90^\circ$

$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{DE}=\overset{\frown}{EB}$이므로

$\angle ACD=\angle DCE=\angle ECB$

$\therefore\ \angle ACE=\frac{2}{3}\angle ACB=\frac{2}{3}\times90^\circ=60^\circ$

호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례하므로

$\angle ABC : \angle BAC=\overset{\frown}{AC} : \overset{\frown}{BC}=5:4$

즉, $\triangle ABC$에서

$\angle BAC=(180^\circ-90^\circ)\times\frac{4}{5+4}=40^\circ$

따라서 $\triangle APC$에서

$\angle x=60^\circ+40^\circ=100^\circ$

2-1 $\square ABCD$에서 $\angle ADC=24^\circ+58^\circ=82^\circ$이므로

$\angle ABP=\angle ADC$

즉, $\square ABCD$가 원에 내접하므로

$\angle ACB=\angle ADB=24^\circ$

$\triangle DEC$에서

$\angle ECD+58^\circ=104^\circ \qquad \therefore\ \angle ECD=46^\circ$

따라서 $\triangle PCD$에서

$\angle x=180^\circ-\{82^\circ+(24^\circ+46^\circ)\}=28^\circ$

2-2 $\triangle DCP$에서 $\angle PDC=180^\circ-(52^\circ+30^\circ)=98^\circ$

이때 $\angle ABC=78^\circ+20^\circ=98^\circ$이므로

$\angle ABC=\angle PDC$

즉, $\square ABCD$가 원에 내접하므로

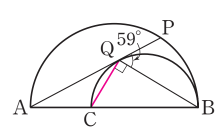
$\angle ACD=\angle ABD=78^\circ$

$\therefore\ \angle BCE=180^\circ-(78^\circ+52^\circ)=50^\circ$

따라서 $\triangle BCE$에서

$\angle x=20^\circ+50^\circ=70^\circ$

3-1 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CQ}$를 그으면



$\overline{BC}$가 작은 반원의 지름이므로

$\angle CQB=90^\circ$

$\therefore\ \angle AQC=180^\circ-(90^\circ+59^\circ)$

$=31^\circ$

$\overline{AP}$가 작은 반원의 접선이므로

$\angle QCB=\angle PQB=59^\circ$

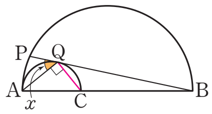
따라서 $\triangle ACQ$에서

$\angle QAC+31^\circ=59^\circ \qquad \therefore\ \angle QAC=28^\circ$

이때 큰 반원에서 $\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{PB} = 90° : \angle PAB$이므로

$45 : \overset{\frown}{PB} = 90° : 28°$ $\quad \therefore \overset{\frown}{PB} = 14(\text{cm})$

3-2 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CQ}$를 그으면



$\overline{AC}$가 작은 반원의 지름이므로

$\angle AQC = 90°$

$\angle AQP = \angle x$라고 하면

$\triangle ACQ$에서 $\angle ACQ = \angle AQP = \angle x$이므로

$\angle BQC = 180° - (90° + \angle x) = 90° - \angle x$

따라서 $\triangle QCB$에서

$(90° - \angle x) + \angle QBC = \angle x$

$\therefore \angle QBC = 2\angle x - 90°$

이때 큰 반원에서 $\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{AP} = 90° : \underbrace{\angle PBA}_{\angle QBC}$이므로

$30 : 4 = 90° : (2\angle x - 90°)$

$60\angle x - 2700° = 360°$, $60\angle x = 3060°$ $\quad \therefore \angle x = 51°$

따라서 $\angle AQP = 51°$이다.

실전 테스트

P. 83~85

1 $76°$	**2** $113°$	**3** $23°$	**4** ④	**5** 34π
6 $66°$	**7** ⑤	**8** $45°$	**9** $40°$	**10** $109°$
11 $103°$	**12** $128°$	**13** $68°$	**14** ②, ③	**15** $112°$
16 $60°$	**17** ④	**18** 4	**19** ③	

1 $\angle APB = \frac{1}{2}\angle AOB = \frac{1}{2}\angle x$

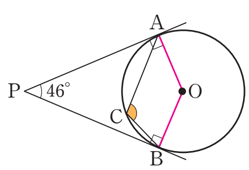
$\overline{OA}$, $\overline{PB}$의 교점을 Q라고 하면

$\triangle PAQ$에서 $\angle PQO = \frac{1}{2}\angle x + 63°$

따라서 $\triangle OQB$에서

$\angle x + 25° = \frac{1}{2}\angle x + 63°$, $\frac{1}{2}\angle x = 38°$ $\quad \therefore \angle x = 76°$

2 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 각각 그으면



$\angle PAO = \angle PBO = 90°$이므로

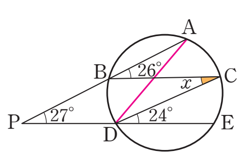
□APBO에서

$\angle AOB$

$= 360° - (90° + 46° + 90°) = 134°$

$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \times (360° - 134°) = 113°$

3 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\angle ADC = \angle ABC = 26°$

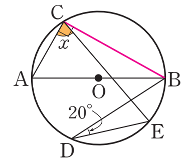
$\triangle APD$에서

$27° + \angle PAD = 26° + 24°$

$\therefore \angle PAD = 23°$

$\therefore \angle x = \angle BAD = 23°$

4 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

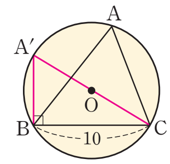
$\angle ACB = 90°$

이때 $\angle BCE = \angle BDE = 20°$이므로

$\angle x = \angle ACB - \angle BCE$

$= 90° - 20° = 70°$

5 1단계 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A′이라 하고 $\overline{A'B}$를 그으면



$\overline{A'C}$가 원 O의 지름이므로

$\angle A'BC = 90°$이고

$\angle BA'C = \angle BAC$

즉, $\tan A' = \tan A = \frac{5}{3}$이므로

$\triangle A'BC$에서

$\tan A' = \frac{10}{\overline{A'B}} = \frac{5}{3}$ $\quad \therefore \overline{A'B} = 6$

2단계 $\therefore \overline{A'C} = \sqrt{10^2 + 6^2} = 2\sqrt{34}$

3단계 따라서 $\overline{A'O} = \frac{1}{2}\overline{A'C} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{34} = \sqrt{34}$이므로

(원 O의 넓이)$= \pi \times (\sqrt{34})^2 = 34\pi$

채점 기준		
1단계	$\overline{OC}$의 연장선과 원 O의 교점을 A′이라고 할 때, $\overline{A'B}$의 길이 구하기	… 50 %
2단계	$\overline{A'C}$의 길이 구하기	… 20 %
3단계	원 O의 넓이 구하기	… 30 %

6 $\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{CD}$이므로 $\angle CBD = \angle ABD = 32°$

또 $\angle BAC = \angle BDC = 50°$이므로

$\triangle ABC$에서

$\angle ACB = 180° - (50° + 32° + 32°) = 66°$

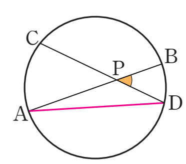
7 호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례하므로

$5 : 6 = \angle x : 40°$ $\quad \therefore \angle x = \frac{100°}{3}$

$\angle y = 2\angle x = 2 \times \frac{100°}{3} = \frac{200°}{3}$

$\therefore \angle x + \angle y = \frac{100°}{3} + \frac{200°}{3} = 100°$

8 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\overset{\frown}{BD}$의 길이가 원주의 $\frac{1}{12}$이므로

$\angle BAD = 180° \times \frac{1}{12} = 15°$

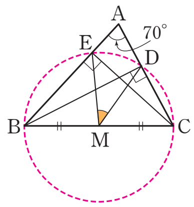
$\overset{\frown}{AC} = 2\overset{\frown}{BD}$이므로

$\angle ADC = 2\angle BAD = 2 \times 15° = 30°$

따라서 $\triangle PAD$에서

$\angle BPD = 15° + 30° = 45°$

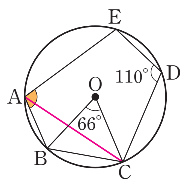
9 $\overline{BC}$에 대하여



$\angle BEC=\angle BDC=90°$이므로 네 점 B, C, D, E는 한 원 위에 있고, $\overline{BC}$는 원의 지름, 점 M은 원의 중심이다.
이때 $\triangle ABD$에서
$\angle ABD=180°-(70°+90°)=20°$
이므로
$\angle EMD=2\angle EBD=2\times20°=40°$

10 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle ABC=\frac{1}{2}\times(180°-38°)=71°$
□ABCD가 원에 내접하므로
$71°+\angle x=180°$ $\quad\therefore \angle x=109°$

11 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC$
$=\frac{1}{2}\times66°=33°$
□ACDE가 원 O에 내접하므로
$\angle CAE+110°=180°$ $\quad\therefore \angle CAE=70°$
$\therefore \angle A=\angle BAC+\angle CAE=33°+70°=103°$

12 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle x+\angle BCD=180°$ $\quad\therefore \angle BCD=180°-\angle x$
$\triangle PBC$에서
$\angle PBQ=40°+(180°-\angle x)=220°-\angle x$
따라서 $\triangle AQB$에서
$36°+(220°-\angle x)=\angle x$
$2\angle x=256°$ $\quad\therefore \angle x=128°$

13 $\triangle PRQ$에서
$\angle RPQ=180°-(28°+84°)=68°$
□PQCD가 원에 내접하므로
$\angle QCD=\angle RPQ=68°$

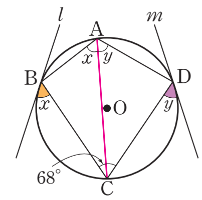
다른 풀이

$\triangle PRQ$에서
$\angle QPD=28°+84°=112°$
□PQCD가 원에 내접하므로
$112°+\angle QCD=180°$ $\quad\therefore \angle QCD=68°$

14 ① $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로
$\angle A=180°-\angle B=180°-80°=100°$
즉, $\angle A+\angle C=180°$이므로 □ABCD가 원에 내접한다.
② $\angle DAC\neq\angle DBC$이므로 □ABCD가 원에 내접하지 않는다.
③ $\angle A\neq\angle DCE$이므로 □ABCD가 원에 내접하지 않는다.
④ $\angle ABD=91°-63°=28°$
즉, $\angle ABD=\angle ACD$이므로 □ABCD가 원에 내접한다.
⑤ $\angle A+\angle C=180°$이므로 □ABCD가 원에 내접한다.
따라서 □ABCD가 원에 내접하지 않는 것은 ②, ③이다.

참고 ①은 등변사다리꼴, ⑤는 정사각형이므로 원에 내접한다.

15 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



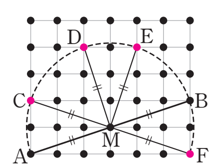
$\angle BAC=\angle x$, $\angle DAC=\angle y$이므로
$\angle BAD=\angle BAC+\angle DAC$
$=\angle x+\angle y$
이때 □ABCD가 원 O에 내접하므로
$\angle BAD+68°=180°$
즉, $(\angle x+\angle y)+68°=180°$
$\therefore \angle x+\angle y=112°$

16 1단계 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ATB=90°$
2단계 $\angle BAT=\angle a$라고 하면
$\angle BTP=\angle BAT=\angle a$이므로
$\triangle ATP$에서
$\angle a+(90°+\angle a)+30°=180°$
$2\angle a=60°$ $\quad\therefore \angle a=30°$
3단계 따라서 $\triangle ATB$에서
$\angle ABT=180°-(30°+90°)=60°$

채점 기준		
1단계	$\angle ATB$의 크기 구하기	… 20 %
2단계	$\angle BAT$의 크기 구하기	… 50 %
3단계	$\angle ABT$의 크기 구하기	… 30 %

17 $\triangle PAB$는 $\overline{PA}=\overline{PB}$인 이등변삼각형이므로
$\angle PAB=\angle PBA=\frac{1}{2}\times(180°-36°)=72°$
$\angle ABQ=\angle x$이고 $\overset{\frown}{AQ}=\overset{\frown}{BQ}$이므로
$\angle BAQ=\angle ABQ=\angle x$
따라서 $\angle x+\angle x+72°=180°$이므로
$2\angle x=108°$ $\quad\therefore \angle x=54°$

18 $\overline{AB}$의 중점을 M이라 하고 $\overline{AB}$를 지름으로 하는 원을 그리면 반원에 대한 원주각의 크기는 90°이므로 $\angle APB=90°$를 만족시키는 점 P는 오른쪽 그림에서 C, D, E, F의 4개이다.



19 $\triangle ABC$에서
$\angle BAC=180°-(95°+47°)=38°$
호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례하므로
$\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CDA}=\angle BAC:\angle CBA$에서
$\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CDA}=38°:95°$ $\quad\therefore \overset{\frown}{CDA}=\frac{5}{2}\overset{\frown}{BC}$
따라서 $\overset{\frown}{BC}$ 부분을 가는 데 4분이 걸렸으므로 $\overset{\frown}{CDA}$ 부분을 가는 데는 $\frac{5}{2}\times4=10$(분)이 걸린다.

01 산포도

P. 88~94

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 10개 **2** $\frac{\sqrt{14}}{3}$점 **3** 3, 4 **4** 학생 D **5** 140

핵심 유형 문제

6 ② **7** ④ **8** -2 **9** 9 **10** 19시간
11 280 **12** ④ **13** $\sqrt{10}$회
14 분산: $\frac{4}{3}$, 표준편차 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$권 **15** ③ **16** ①
17 ① **18** ② **19** $\frac{8\sqrt{5}}{5}$점 **20** ④
21 3 **22** 58 **23** $x=11$, $y=14$
24 14, $\sqrt{3}$ **25** 130 **26** ① **27** ④
28 ③ **29** ③ **30** ③ **31** ㄴ, ㅁ **32** ④
33 ⑤ **34** ③ **35** C, B, A
36 A반, 이유는 풀이 참조

1 5회차에 쓰러뜨린 볼링핀의 개수의 편차를 x개라고 하면 편차의 총합은 0이므로
$-2+(-1)+(-2)+1+x+0+2=0$
$\therefore x=2$
(편차)=(변량)−(평균)이므로
2=(5회차에 쓰러뜨린 볼링 핀의 개수)−8
∴ (5회차에 쓰러뜨린 볼링 핀의 개수)=10(개)

2 $(\text{평균})=\frac{1\times1+2\times0+3\times1+4\times3+5\times4}{9}=\frac{36}{9}=4(\text{점})$
이므로
(분산)
$=\frac{(-3)^2\times1+(-2)^2\times0+(-1)^2\times1+0^2\times3+1^2\times4}{9}$
$=\frac{14}{9}$
$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{\frac{14}{9}}=\frac{\sqrt{14}}{3}(\text{점})$

3 $(\text{평균})=\frac{x+5+2+6+(7-x)}{5}=\frac{20}{5}=4$
표준편차가 $\sqrt{2}$이므로 → 분산은 $(\sqrt{2})^2$
$\frac{(x-4)^2+1^2+(-2)^2+2^2+(3-x)^2}{5}=(\sqrt{2})^2$
$2x^2-14x+34=10$, $x^2-7x+12=0$
$(x-3)(x-4)=0$
$\therefore x=3$ 또는 $x=4$

4 학생 D의 성적의 분산이 가장 작으므로 성적이 가장 고른 학생은 D이다.

5 평균이 12이므로
$\frac{16+a+13+8+b+11}{6}=12$에서 $a+b+48=72$
$\therefore a+b=24$ ⋯ ㉠
표준편차가 $\sqrt{7}$이므로 → 분산은 $(\sqrt{7})^2$
$\frac{4^2+(a-12)^2+1^2+(-4)^2+(b-12)^2+(-1)^2}{6}=(\sqrt{7})^2$
에서
$(a-12)^2+(b-12)^2+34=42$
$\therefore a^2+b^2-24(a+b)+280=0$ ⋯ ㉡
㉠을 ㉡에 대입하면
$a^2+b^2-24\times24+280=0$ $\therefore a^2+b^2=296$
이때 $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$이므로
$24^2=296+2ab$, $2ab=280$
$\therefore ab=140$

6 (편차)=(변량)−(평균)이므로
−3=(현영이의 수학 점수)−75
∴ (현영이의 수학 점수)=72(점)

7 $(\text{평균})=\frac{8+12+10+7+14+11+15}{7}=\frac{77}{7}=11(\text{회})$
각 변량의 편차는 차례로
−3회, 1회, −1회, −4회, 3회, 0회, 4회
따라서 이 자료의 편차가 될 수 없는 것은 ④이다.

8 편차의 총합은 0이므로
$-1+4+x+2+(-3)=0$ $\therefore x=-2$

9 편차의 총합은 0이므로
$-5+a+4+0+(-8)+b=0$
$-9+a+b=0$
$\therefore a+b=9$

10 1단계 학생 D의 봉사 활동 시간의 편차를 x시간이라고 하면 편차의 총합은 0이므로
$-5+7+2+x+(-3)=0$
$\therefore x=-1$
2단계 (편차)=(변량)−(평균)이므로
−1=(학생 D의 봉사 활동 시간)−20
∴ (학생 D의 봉사 활동 시간)=19(시간)

채점 기준		
1단계	학생 D의 봉사 활동 시간의 편차 구하기	⋯ 50 %
2단계	학생 D의 봉사 활동 시간 구하기	⋯ 50 %

11 편차의 총합은 0이므로

$8+(-4)+(-3)+c+(-6)=0 \qquad \therefore\ c=5$

(편차)=(변량)−(평균)이고

속력이 145 km/h인 공의 속력의 편차가 8 km/h이므로

$8=145-$(평균) $\qquad \therefore$ (평균)$=137$(km/h)

$-4=a-137$에서 $a=133$

$5=b-137$에서 $b=142$

$\therefore\ a+b+c=133+142+5=280$

12 ① 편차의 총합은 0이므로

$-4+2+(-1)+x+8=0 \qquad \therefore\ x=-5$

② (편차)=(변량)−(평균)이므로

$-5=$(예린이의 몸무게)-52

$\therefore$ (예린이의 몸무게)$=47$(kg)

③ 진아의 몸무게의 편차는 양수이므로 진아는 몸무게가 평균보다 많이 나간다.

④ 편차의 절댓값이 클수록 평균에서 멀리 떨어져 있으므로 몸무게가 평균과 가장 많이 차이가 나는 사람은 편차의 절댓값이 가장 큰 민석이다.

⑤ 몸무게가 평균보다 적게 나가는 학생은 편차가 음수인 승환, 새별, 예린의 3명이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

13 학생 E의 1분당 맥박 수의 편차를 x회라고 하면

편차의 총합은 0이므로

$-3+0+4+3+x=0 \qquad \therefore\ x=-4$

(분산)$=\dfrac{(-3)^2+0^2+4^2+3^2+(-4)^2}{5}=\dfrac{50}{5}=10$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{10}$(회)

14 1단계 (평균)$=\dfrac{3+6+3+4+3+5}{6}=\dfrac{24}{6}=4$(권)

2단계 (분산)$=\dfrac{(-1)^2+2^2+(-1)^2+0^2+(-1)^2+1^2}{6}$

$=\dfrac{8}{6}=\dfrac{4}{3}$

3단계 (표준편차)$=\sqrt{\dfrac{4}{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$(권)

채점 기준		
1단계	평균 구하기	… 40 %
2단계	분산 구하기	… 40 %
3단계	표준편차 구하기	… 20 %

15 평균이 9이므로

$\dfrac{7+11+5+x+8}{5}=9,\ 31+x=45 \qquad \therefore\ x=14$

$\therefore$ (분산)$=\dfrac{(-2)^2+2^2+(-4)^2+5^2+(-1)^2}{5}=\dfrac{50}{5}=10$

16 $a+b+c=12$이므로

(평균)$=\dfrac{a+b+c}{3}=\dfrac{12}{3}=4$

또 $a^2+b^2+c^2=90$이므로

(분산)$=\dfrac{(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2}{3}$

$=\dfrac{a^2+b^2+c^2-8(a+b+c)+48}{3}$

$=\dfrac{90-8\times12+48}{3}=\dfrac{42}{3}=14$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{14}$

17 연속하는 네 짝수를 $x,\ x+2,\ x+4,\ x+6$이라고 하면

(평균)$=\dfrac{x+(x+2)+(x+4)+(x+6)}{4}$

$=\dfrac{4x+12}{4}=x+3$

(분산)$=\dfrac{(-3)^2+(-1)^2+1^2+3^2}{4}=\dfrac{20}{4}=5$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{5}$

18 식당 5곳의 평점의 총합은 $7\times5=35$(점)이므로

(나머지 식당 4곳의 평균)$=\dfrac{35-7}{4}=\dfrac{28}{4}=7$(점)

또 식당 5곳의 평점의 분산이 4이므로

$\{$(편차)^{2}의 총합$\}=4\times5=20$

평점이 7점인 식당의 편차는 0점이므로

(나머지 식당 4곳의 분산)$=\dfrac{20-0}{4}=5$

19 아영이의 점수를 x점이라고 하면 태호, 서준, 상윤, 은희의 점수는 각각 $(x-7)$점, $(x+3)$점, $(x-5)$점, $(x-1)$점이므로

(평균)$=\dfrac{(x-7)+(x+3)+x+(x-5)+(x-1)}{5}$

$=\dfrac{5x-10}{5}=x-2$(점)

(분산)$=\dfrac{(-5)^2+5^2+2^2+(-3)^2+1^2}{5}=\dfrac{64}{5}$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{\dfrac{64}{5}}=\dfrac{8\sqrt{5}}{5}$(점)

20 3개의 변량 $a,\ b,\ c$의 평균이 3이고, $\underbrace{\text{표준편차가 4}}_{\text{분산은 } 4^2}$이므로

$\dfrac{(a-3)^2+(b-3)^2+(c-3)^2}{3}=4^2$

$\therefore\ (a-3)^2+(b-3)^2+(c-3)^2=48$

21 (평균)$=\dfrac{(a+1)+9+(3a+3)+7}{4}$

$=\dfrac{4a+20}{4}=a+5$

분산이 8.5이므로

$\dfrac{(-4)^2+(4-a)^2+(2a-2)^2+(2-a)^2}{4}=8.5$에서

$6a^2-20a+40=34,\ 3a^2-10a+3=0$

$(3a-1)(a-3)=0 \qquad \therefore\ a=\dfrac{1}{3}$ 또는 $a=3$

이때 a는 정수이므로 $a=3$

22 평균이 5이므로

$\frac{a+4+b+5+6}{5}=5$에서 $a+b+15=25$

$\therefore a+b=10$ $\cdots$ ㉠

표준편차가 $\sqrt{2}$이므로 → 분산은 $(\sqrt{2})^2$

$\frac{(a-5)^2+(-1)^2+(b-5)^2+0^2+1^2}{5}=(\sqrt{2})^2$에서

$(a-5)^2+(b-5)^2+2=10$

$\therefore a^2+b^2-10(a+b)+42=0$ $\cdots$ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$a^2+b^2-10\times10+42=0$

$\therefore a^2+b^2=58$

23 평균이 11이므로

$\frac{8+12+10+x+y}{5}=11$에서 $30+x+y=55$

$\therefore x+y=25$ $\cdots$ ㉠

분산이 4이므로

$\frac{(-3)^2+1^2+(-1)^2+(x-11)^2+(y-11)^2}{5}=4$에서

$(x-11)^2+(y-11)^2+11=20$

$\therefore x^2+y^2-22(x+y)+233=0$ $\cdots$ ㉡

㉠에서 $y=25-x$이므로 ㉡에 대입하면

$x^2+(25-x)^2-22\times25+233=0$

$2x^2-50x+308=0$, $x^2-25x+154=0$

$(x-11)(x-14)=0$ $\quad\therefore x=11$ 또는 $x=14$

이때 $x<y$이므로 $x=11$, $y=25-11=14$

24 a, b, c, d의 평균이 10이므로

$\frac{a+b+c+d}{4}=10$에서 $a+b+c+d=40$

a, b, c, d의 표준편차가 $\sqrt{3}$이므로 → 분산은 $(\sqrt{3})^2$

$\frac{(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2+(d-10)^2}{4}=(\sqrt{3})^2=3$

$\therefore$ ($a+4$, $b+4$, $c+4$, $d+4$의 평균)

$=\frac{(a+4)+(b+4)+(c+4)+(d+4)}{4}$

$=\frac{(a+b+c+d)+16}{4}$

$=\frac{40+16}{4}=14$

($a+4$, $b+4$, $c+4$, $d+4$의 분산)

$=\frac{(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2+(d-10)^2}{4}=3$

$\therefore$ ($a+4$, $b+4$, $c+4$, $d+4$의 표준편차)$=\sqrt{3}$

25 a, b, c, d, e의 평균이 6이므로

$\frac{a+b+c+d+e}{5}=6$에서 $a+b+c+d+e=30$

a, b, c, d, e의 표준편차가 2이므로 → 분산은 2^2

$\frac{(a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2+(d-6)^2+(e-6)^2}{5}=2^2$

에서

$(a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2+(d-6)^2+(e-6)^2=20$

$m=\frac{5a+5b+5c+5d+5e}{5}$

$=\frac{5(a+b+c+d+e)}{5}$

$=\frac{5\times30}{5}=30$

$n=\frac{1}{5}\{(5a-30)^2+(5b-30)^2+(5c-30)^2$
$+(5d-30)^2+(5e-30)^2\}$

$=\frac{25}{5}\{(a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2+(d-6)^2+(e-6)^2\}$

$=5\times20=100$

$\therefore m+n=30+100=130$

26 a, b, c의 평균이 4이므로

$\frac{a+b+c}{3}=4$에서 $a+b+c=12$

a, b, c의 분산이 5이므로

$\frac{(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2}{3}=5$에서

$(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2=15$

$x=\frac{(2a-3)+(2b-3)+(2c-3)}{3}$

$=\frac{2(a+b+c)-9}{3}$

$=\frac{2\times12-9}{3}=5$

$y=\frac{(2a-8)^2+(2b-8)^2+(2c-8)^2}{3}$

$=\frac{4\{(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2\}}{3}$

$=\frac{4\times15}{3}=20$

$\therefore 2x-y=2\times5-20=-10$

27 두 반 A, B 전체의 평균은 두 반 A, B 각각의 평균과 같으므로

(분산)$=\frac{20\times6^2+20\times4^2}{20+20}=\frac{1040}{40}=26$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{26}$(점)

28 이 반 학생 전체의 평균은 남학생과 여학생 각각의 평균과 같으므로

(분산)$=\frac{15\times3+10\times2}{15+10}=\frac{65}{25}=\frac{13}{5}$

29 a, b의 평균이 3이므로

$\frac{a+b}{2}=3$에서 $a+b=6$ $\cdots$ ㉠

a, b의 분산이 1이므로

$\frac{(a-3)^2+(b-3)^2}{2}=1$에서 $(a-3)^2+(b-3)^2=2$

$\therefore a^2+b^2-6(a+b)+16=0$ $\cdots$ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$a^2+b^2-6\times6+16=0$ $\quad\therefore a^2+b^2=20$

c, d의 평균이 5이므로

$\frac{c+d}{2}=5$에서 $c+d=10$ $\quad\cdots$ ㉢

c, d의 분산이 4이므로

$\frac{(c-5)^2+(d-5)^2}{2}=4$에서 $(c-5)^2+(d-5)^2=8$

$\therefore c^2+d^2-10(c+d)+42=0$ $\quad\cdots$ ㉣

㉢을 ㉣에 대입하면

$c^2+d^2-10\times10+42=0$ $\quad\therefore c^2+d^2=58$

$\therefore a+b+c+d=6+10=16$,

$a^2+b^2+c^2+d^2=20+58=78$

이때 (a, b, c, d의 평균)$=\frac{a+b+c+d}{4}=\frac{16}{4}=4$이므로

(a, b, c, d의 분산)

$=\frac{(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2+(d-4)^2}{4}$

$=\frac{a^2+b^2+c^2+d^2-8(a+b+c+d)+64}{4}$

$=\frac{78-8\times16+64}{4}=\frac{14}{4}=\frac{7}{2}$

$\therefore$ (a, b, c, d의 표준편차)$=\sqrt{\frac{7}{2}}=\frac{\sqrt{14}}{2}$

30 ③ (편차)=(변량)−(평균)이므로 평균보다 작은 변량의 편차는 음수이다.

31 ㄱ. 평균은 산포도가 아니다.

ㄷ. 표준편차는 분산의 음이 아닌 제곱근이다.

ㄹ. 표준편차는 자료의 변량이 흩어져 있는 정도를 나타내므로 평균이 서로 달라도 표준편차는 같을 수 있다.

ㅂ. 편차의 총합은 항상 0이므로 평균도 0이다. 따라서 편차의 평균으로는 변량이 흩어진 정도를 알 수 없다.

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㅁ이다.

32 각 자료의 평균은 7로 모두 같으므로 표준편차가 가장 작은 것은 변량이 평균인 7을 중심으로 가장 가까이 모여 있는 ④이다.

33 ① 어느 반의 학생 수가 많은지 알 수 없다.

② 1반에 80점 이상인 학생이 있는지 알 수 없다.

③ 국어 성적이 가장 높은 학생이 어느 반에 있는지 알 수 없다.

④ 국어 성적이 90점 이상인 학생이 어느 반에 더 많은지 알 수 없다.

⑤ 국어 성적이 가장 고른 반은 표준편차가 가장 작은 4반이다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

34 (A반의 평균)$=\frac{1\times5+2\times6+3\times8+4\times6+5\times5}{30}$

$=\frac{90}{30}=3$(점)

(B반의 평균)$=\frac{1\times4+2\times6+3\times10+4\times6+5\times4}{30}$

$=\frac{90}{30}=3$(점)

ㄱ. 편차의 총합은 항상 0이므로 두 반 A, B의 편차의 총합은 서로 같다.

ㄴ, ㄷ. 평점이 평균인 3점을 중심으로 가까이 모여 있을수록 산포도는 작아지고, 자료의 분포 상태는 더 고르게 나타나므로 평점의 분산이 더 작은 반은 B반이고, B반의 평점이 A반의 평점보다 더 고르다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

35 (A의 평균)$=\frac{6+7+8+9+10}{5}=\frac{40}{5}=8$(점)

(B의 평균)$=\frac{7+7+8+9+9}{5}=\frac{40}{5}=8$(점)

(C의 평균)$=\frac{7+8+8+8+9}{5}=\frac{40}{5}=8$(점)

이므로 세 사람 A, B, C의 평균은 8점으로 모두 같다.

이때 점수가 평균인 8점을 중심으로 가까이 모여 있을수록 표준편차가 작다.

따라서 표준편차가 작은 사람부터 차례로 나열하면 C, B, A이다.

36 1단계 A반의 전시회 관람 횟수에서

(평균)

$=\frac{1\times2+2\times5+3\times6+4\times5+5\times2}{20}$

$=\frac{60}{20}=3$(회)

(분산)

$=\frac{(-2)^2\times2+(-1)^2\times5+0^2\times6+1^2\times5+2^2\times2}{20}$

$=\frac{26}{20}=1.3$

2단계 B반의 전시회 관람 횟수에서

(평균)

$=\frac{2\times3+3\times4+4\times6+5\times4+6\times3}{20}$

$=\frac{80}{20}=4$(회)

(분산)

$=\frac{(-2)^2\times3+(-1)^2\times4+0^2\times6+1^2\times4+2^2\times3}{20}$

$=\frac{32}{20}=1.6$

3단계 따라서 A반의 분산이 B반의 분산보다 작으므로 두 반 중 전시회를 관람한 횟수가 더 고른 반은 A반이다.

채점 기준		
1단계	A반의 평균과 분산 구하기	⋯ 30 %
2단계	B반의 평균과 분산 구하기	⋯ 30 %
3단계	전시회를 관람한 횟수가 더 고른 반을 구하고, 그 이유 설명하기	⋯ 40 %

실력 UP 문제 P. 95

1-1 (1) 5 (2) 3, 4, 6, 7 (3) $\frac{5}{2}$ **1-2** $\frac{46}{5}$

2-1 $\frac{43}{2}$ **2-2** $\frac{\sqrt{38}}{2}$ kg

1-1 (1) 처음 4개의 변량의 총합은 변함이 없으므로 처음 4개의 변량의 평균은 잘못 보고 구한 평균과 같다.

$\therefore$ (처음 4개의 변량의 평균)$=5$

(2) 잘못 본 4개의 변량은 4, 5, a, b이고 평균이 5이므로

$\frac{4+5+a+b}{4}=5$에서 $9+a+b=20$

$\therefore a+b=11$ $\cdots$ ㉠

분산이 $\frac{3}{2}$이므로

$\frac{(-1)^2+0^2+(a-5)^2+(b-5)^2}{4}=\frac{3}{2}$에서

$1+(a-5)^2+(b-5)^2=6$

$\therefore (a-5)^2+(b-5)^2=5$ $\cdots$ ㉡

㉠에서 $b=11-a$이므로 ㉡에 대입하면

$(a-5)^2+(6-a)^2=5$

$2a^2-22a+56=0$, $a^2-11a+28=0$

$(a-4)(a-7)=0$ $\therefore a=4$ 또는 $a=7$

즉, $a=4$, $b=7$ 또는 $a=7$, $b=4$

따라서 처음 4개의 변량은 3, 4, 6, 7이다.

(3) (처음 4개의 변량의 분산)

$=\frac{(-2)^2+(-1)^2+1^2+2^2}{4}=\frac{10}{4}=\frac{5}{2}$

1-2 잘못 본 5개의 변량은 4, 10, 6, a, b이고 평균이 6이므로

$\frac{4+10+6+a+b}{5}=6$에서 $20+a+b=30$

$\therefore a+b=10$ $\cdots$ ㉠

분산이 10.8이므로

$\frac{(-2)^2+4^2+0^2+(a-6)^2+(b-6)^2}{5}=10.8$에서

$20+(a-6)^2+(b-6)^2=54$

$\therefore (a-6)^2+(b-6)^2=34$ $\cdots$ ㉡

㉠에서 $b=10-a$이므로 ㉡에 대입하면

$(a-6)^2+(4-a)^2=34$

$2a^2-20a+18=0$, $a^2-10a+9=0$

$(a-1)(a-9)=0$ $\therefore a=1$ 또는 $a=9$

즉, $a=1$, $b=9$ 또는 $a=9$, $b=1$

따라서 처음 5개의 변량은 2, 7, 6, 1, 9이므로

(처음 5개의 변량의 평균)$=\frac{2+7+6+1+9}{5}=\frac{25}{5}=5$

$\therefore$ (처음 5개의 변량의 분산)

$=\frac{(-3)^2+2^2+1^2+(-4)^2+4^2}{5}=\frac{46}{5}$

2-1 처음 시험에서 지은이의 네 과목의 점수의 평균이 75점이므로

$\frac{81+81+x+y}{4}=75$에서 $162+x+y=300$

$\therefore x+y=138$

지은이가 재시험을 본 과목의 처음 점수를 알지 못하므로 재시험을 본 후의 네 과목의 점수의 평균은 다음과 같이 경우를 나눠서 생각해야 한다.

(i) 재시험을 본 과목의 처음 점수가 81점인 경우

재시험을 본 후의 네 과목의 점수가 각각 81점, 70점, x점, y점이므로

$\frac{81+70+x+y}{4}=78$에서 $151+x+y=312$

$\therefore x+y=161\neq138$

(ii) 재시험을 본 과목의 처음 점수가 x점인 경우

재시험을 본 후의 네 과목의 점수가 각각 81점, 81점, 70점, y점이므로

$\frac{81+81+70+y}{4}=78$, $232+y=312$

$\therefore y=80$

(i), (ii)에 의해 재시험을 본 후 지은이의 네 과목의 점수는 각각 81점, 81점, 70점, 80점이므로

(분산)$=\frac{3^2+3^2+(-8)^2+2^2}{4}=\frac{86}{4}=\frac{43}{2}$

참고 재시험을 본 과목의 처음 점수가 y점인 경우 $x=80$이 되어 재시험을 본 후의 네 과목의 점수가 (ii)의 경우와 같게 된다.

2-2 준석이를 포함한 역도부 선수 4명의 몸무게의 평균이 85 kg이므로

$\frac{87+87+x+y}{4}=85$에서 $174+x+y=340$

$\therefore x+y=166$

준석이의 몸무게를 알지 못하므로 준석이가 전학을 가고 성우가 새로 들어온 후 역도부 선수 4명의 몸무게의 평균은 다음과 같이 경우를 나눠서 생각해야 한다.

(i) 준석이의 몸무게가 87 kg인 경우

성우를 포함한 역도부 선수 4명의 몸무게는 87 kg, x kg, y kg, 80 kg이므로

$\frac{87+x+y+80}{4}=84$에서 $167+x+y=336$

$\therefore x+y=169\neq166$

(ii) 준석이의 몸무게가 x kg인 경우

성우를 포함한 역도부 선수 4명의 몸무게는 87 kg, 87 kg, y kg, 80 kg이므로

$\frac{87+87+y+80}{4}=84$에서 $254+y=336$

$\therefore y=82$

(i), (ii)에 의해 성우를 포함한 역도부 선수 4명의 몸무게는 87 kg, 87 kg, 82 kg, 80 kg이므로

(분산)$=\frac{3^2+3^2+(-2)^2+(-4)^2}{4}=\frac{38}{4}=\frac{19}{2}$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{\frac{19}{2}}=\frac{\sqrt{38}}{2}$(kg)

실전 테스트

P. 96~97

1 ⑤	**2** ③	**3** ㄱ, ㄹ	**4** 8	**5** ④
6 ②, ③	**7** ④	**8** ①, ⑤	**9** ⑤	**10** B 회사
11 컵 B, 컵 E				

1 ① 준서의 점수의 편차를 x점이라고 하면
편차의 총합은 0이므로
$x+(-3)+2+4+(-1)=0 \quad \therefore x=-2$
② 평균보다 점수가 높은 학생은 편차가 양수인 기현, 건후의 2명이다.
③ 점수가 가장 높은 학생은 점수의 편차가 가장 큰 건후이다.
④ 하영이와 은찬이의 점수의 편차의 차는
$-1-(-3)=2$(점)이므로 점수 차도 2점이다.
⑤ (편차)=(변량)−(평균)이므로
2=(기현이의 점수)−90 ∴ (기현이의 점수)=92(점)
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

2 $m=\dfrac{8+12+11+9+6+9+8+9}{8}=\dfrac{72}{8}=9$
$n=\dfrac{(-1)^2+3^2+2^2+0^2+(-3)^2+0^2+(-1)^2+0^2}{8}$
$=\dfrac{24}{8}=3$
$\therefore m+n=9+3=12$

3 자료 A의 변량은 1, 2, 3, 4, 5이므로
(자료 A의 평균)$=\dfrac{1+2+3+4+5}{5}=\dfrac{15}{5}=3$
(자료 A의 분산)$=\dfrac{(-2)^2+(-1)^2+0^2+1^2+2^2}{5}=\dfrac{10}{5}=2$
(자료 A의 표준편차)$=\sqrt{2}$
자료 B의 변량은 2, 4, 6, 8, 10이므로
(자료 B의 평균)$=\dfrac{2+4+6+8+10}{5}=\dfrac{30}{5}=6$
(자료 B의 분산)$=\dfrac{(-4)^2+(-2)^2+0^2+2^2+4^2}{5}=\dfrac{40}{5}=8$
(자료 B의 표준편차)$=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$
자료 C의 변량은 1, 3, 5, 7, 9이므로
(자료 C의 평균)$=\dfrac{1+3+5+7+9}{5}=\dfrac{25}{5}=5$
(자료 C의 분산)$=\dfrac{(-4)^2+(-2)^2+0^2+2^2+4^2}{5}=\dfrac{40}{5}=8$
(자료 C의 표준편차)$=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$
ㄴ. 자료 C의 평균은 자료 B의 평균과 같지 않다.
ㄷ. 자료 A의 표준편차는 자료 B의 표준편차보다 작다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

4 1단계 편차의 총합은 0이므로
$-5+x+y+0+(-1)=0$에서
$x+y=6 \quad \cdots ㉠$
2단계 표준편차가 $\sqrt{9.2}$ ℃이므로 → 분산은 $(\sqrt{9.2})^2$
$\dfrac{(-5)^2+x^2+y^2+0^2+(-1)^2}{5}=(\sqrt{9.2})^2$에서
$26+x^2+y^2=46$
$\therefore x^2+y^2=20 \quad \cdots ㉡$
3단계 이때 $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$이므로
이 식에 ㉠, ㉡을 대입하면
$6^2=20+2xy$, $2xy=16$
$\therefore xy=8$

채점 기준		
1단계	$x+y$의 값 구하기	… 30 %
2단계	x^2+y^2의 값 구하기	… 40 %
3단계	xy의 값 구하기	… 30 %

5 a, b, c, d의 평균이 4이므로
$\dfrac{a+b+c+d}{4}=4$에서 $a+b+c+d=16$
a, b, c, d의 표준편차가 $\sqrt{5}$이므로 → 분산은 $(\sqrt{5})^2$
$\dfrac{(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2+(d-4)^2}{4}=(\sqrt{5})^2$에서
$(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2+(d-4)^2=20$
따라서 5개의 변량 a, b, c, d, 4의 평균은
$\dfrac{a+b+c+d+4}{5}=\dfrac{16+4}{5}=4$이므로
(a, b, c, d, e의 분산)
$=\dfrac{(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2+(d-4)^2+(4-4)^2}{5}$
$=\dfrac{20}{5}=4$

6 학생 4명의 점수를 각각 a점, b점, c점, d점이라 하고,
평균을 m점, 표준편차를 s점이라고 하면
(평균)$=\dfrac{a+b+c+d}{4}=m$에서
$a+b+c+d=4m$
(분산)$=\dfrac{(a-m)^2+(b-m)^2+(c-m)^2+(d-m)^2}{4}=s^2$
2점씩 감점된 점수는 각각
$(a-2)$점, $(b-2)$점, $(c-2)$점, $(d-2)$점이므로
(감점된 후의 평균)
$=\dfrac{(a-2)+(b-2)+(c-2)+(d-2)}{4}$
$=\dfrac{(a+b+c+d)-8}{4}$
$=\dfrac{4m-8}{4}=m-2$(점)
(감점된 후의 분산)
$=\dfrac{(a-m)^2+(b-m)^2+(c-m)^2+(d-m)^2}{4}=s^2$
(감점된 후의 표준편차)$=\sqrt{s^2}=s$(점)
따라서 학생 4명의 점수가 각각 2점씩 감점되면 평균은 2점 내려가고 분산과 표준편차는 변함없다.

7 {남학생의 (편차)^{2}의 총합}$=25\times2^2=100$
여학생의 수학 점수의 표준편차를 x점이라고 하면
{여학생의 (편차)^{2}의 총합}$=15\times x^2=15x^2$
이 반 학생 전체의 수학 점수의 표준편차가 4점이므로
(반 전체의 분산)$=\dfrac{100+15x^2}{25+15}=4^2$에서
$100+15x^2=640$, $15x^2=540$ $\quad\therefore x^2=36$
이때 $x>0$이므로 $x=6$
따라서 여학생의 수학 점수의 표준편차는 6점이다.

8 ① 변량이 모두 같으면 편차가 모두 0이므로 편차의 제곱의 총합은 0이 된다.
④ 편차의 제곱의 평균, 즉 분산으로 자료의 변량이 흩어져 있는 정도를 알 수 있다.
⑤ 산포도에는 분산, 표준편차 등이 있다. 평균, 중앙값, 최빈값은 대푯값이므로 산포도가 아니다.
따라서 옳지 않은 것은 ①, ⑤이다.

9 ①, ② 알 수 없다.
③ 표준편차가 2모둠이 3모둠보다 작으므로 영화 관람 횟수는 2모둠이 3모둠보다 더 고르다.
④ 편차의 총합은 항상 0이다.
⑤ 3모둠의 평균이 1모둠의 평균보다 크므로 3모둠이 1모둠보다 평균적으로 영화를 더 많이 관람했다.
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

10 (A 회사의 수익률의 평균)
$=\dfrac{20+30+23+27+25}{5}=\dfrac{125}{5}=25(\%)$
(A 회사의 수익률의 분산)
$=\dfrac{(-5)^2+5^2+(-2)^2+2^2+0^2}{5}=\dfrac{58}{5}$
(B 회사의 수익률의 평균)
$=\dfrac{23+24+31+24+23}{5}=\dfrac{125}{5}=25(\%)$
(B 회사의 수익률의 분산)
$=\dfrac{(-2)^2+(-1)^2+6^2+(-1)^2+(-2)^2}{5}=\dfrac{46}{5}$
(C 회사의 수익률의 평균)
$=\dfrac{19+24+27+28+27}{5}=\dfrac{125}{5}=25(\%)$
(C 회사의 수익률의 분산)
$=\dfrac{(-6)^2+(-1)^2+2^2+3^2+2^2}{5}=\dfrac{54}{5}$
이때 B 회사의 수익률의 분산이 가장 작으므로 수익률이 가장 안정적인 회사는 B 회사이다.
따라서 B 회사에 투자하는 것이 좋다.

11 5개의 컵에 담긴 주스의 양의 평균은
$\dfrac{160+80+170+120+220}{5}=\dfrac{750}{5}=150(\mathrm{mL})$
표준편차는 $\sqrt{\dfrac{\{(\text{편차})^2\text{의 총합}\}}{(\text{변량의 개수})}}$이므로 (편차)^{2}의 값이 작을수록 표준편차도 작아진다.
이때 5개의 컵에 담긴 주스의 양의 편차가 각각
$10\,\mathrm{mL}$, $-70\,\mathrm{mL}$, $20\,\mathrm{mL}$, $-30\,\mathrm{mL}$, $70\,\mathrm{mL}$
이므로 주스의 양의 표준편차를 가능한 한 작게 하려면 편차가 가장 작은 컵 B와 편차가 가장 큰 컵 E를 골라야 한다.

01 상자그림

P. 101～104

쏙쏙 다시 개념 익히기

1 96 **2** A **3** ㉢, ㉣, ㉠, ㉡ **4** ③, ⑤

핵심 유형 문제

5 ④ **6** 8 **7** ② **8** 6 **9** 3 cm
10 101 **11** ④ **12** 13분 **13** 75 % **14** ㄱ, ㄴ
15 정연 **16** 버스 A, 1분 **17** 45 **18** ①, ④
19 음식점 A, 이유는 풀이 참조
20 (1)－㉠, (2)－㉢, (3)－㉡ **21** A

1 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
75, 78, 81, 81, 85, 88, 90, 93, 94, 96, 100, 110
이때 최댓값은 110 g이므로 $a=110$
변량의 개수가 짝수이므로
제1사분위수는 변량 75, 78, 81, 81, 85의 중앙값인
$\frac{81+81}{2}=81(\text{g})$
제3사분위수는 변량 90, 93, 94, 96, 100, 110의 중앙값인
$\frac{94+96}{2}=95(\text{g})$
따라서 (사분위수 범위)$=95-81=14(\text{g})$이므로 $b=14$
$\therefore a-b=110-14=96$

2 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
4, 5, 7, 8, 10, 12, 13, 16, 19, 22
최솟값은 4분, 최댓값은 22분이고
변량의 개수가 짝수이므로
중앙값은 $\frac{10+12}{2}=11(\text{분})$,
제1사분위수는 변량 4, 5, 7, 8, 10의 중앙값인 7분,
제3사분위수는 변량 12, 13, 16, 19, 22의 중앙값인 16분
이다. 따라서 상자그림으로 알맞은 것은 A이다.

3 구간이 짧을수록 변량이 밀집되어 있으므로 변량이 가장 밀집된 구간부터 차례로 나열하면 ㉢, ㉣, ㉠, ㉡이다.

4 ① 최솟값은 전시회 A: 86명, 전시회 B: 80명이므로
그 차는 $86-80=6$(명)
② 사분위수 범위는
전시회 A: $98-88=10$(명), 전시회 B: $91-83=8$(명)
이므로 전시회 A가 더 크다.
③ 전시회 A에 대한 상자그림에서 제1사분위수가 88명이고, 전시회 B에 대한 상자그림에서 제3사분위수가 91명이므로 관람객이 91명 이상인 날의 비율은 전시회 A가 더 높다.
④ 전시회 A의 관람객 수의 중앙값이 94명이지만 관람객이 94명인 날이 반드시 있는지는 알 수 없다.
⑤ 전시회 A에 대한 상자그림이 전체적으로 오른쪽에 있으므로 전시회 A의 관람객 수가 전시회 B의 관람객 수보다 상대적으로 더 많다.
따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

5 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
50, 51, 53, 55, 56, 58, 59, 60, 62
③ 변량의 개수가 홀수이므로 중앙값은 56 g
④ 제1사분위수는 변량 50, 51, 53, 55의 중앙값인
$\frac{51+53}{2}=52(\text{g})$
⑤ 제3사분위수는 변량 58, 59, 60, 62의 중앙값인
$\frac{59+60}{2}=59.5(\text{g})$
$\therefore$ (사분위수 범위)$=59.5-52=7.5(\text{g})$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

6 1단계 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
67, 70, 72, 75, 76, 79, 81, 84
이때 최솟값은 67회, 최댓값은 84회이므로
(범위)$=84-67=17$(회) $\therefore a=17$
2단계 제1사분위수는 변량 67, 70, 72, 75의 중앙값인
$\frac{70+72}{2}=71(\text{회})$,
제3사분위수는 변량 76, 79, 81, 84의 중앙값인
$\frac{79+81}{2}=80(\text{회})$
이므로 (사분위수 범위)$=80-71=9$(회)
$\therefore b=9$
3단계 $\therefore a-b=17-9=8$

채점 기준		
1단계	a의 값 구하기	… 40 %
2단계	b의 값 구하기	… 40 %
3단계	$a-b$의 값 구하기	… 20 %

7 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 6
변량의 개수가 홀수이므로 중앙값, 즉 제2사분위수는 3이다.
$\therefore b=3$
제1사분위수는 변량 1, 1, 2, 2, 2의 중앙값인 2이므로
$a=2$
제3사분위수는 변량 3, 4, 5, 5, 6의 중앙값인 5이므로
$c=5$
$\therefore a+b+c=2+3+5=10$

8 변량의 개수가 홀수이므로 중앙값은 8이다.
제1사분위수는 변량 4, 5, a, 7의 중앙값이므로
$\frac{5+a}{2}=5$에서 $5+a=10$ $\quad\therefore a=5$
제3사분위수는 변량 10, b, 13, 14의 중앙값이므로
$\frac{b+13}{2}=12$에서 $b+13=24$ $\quad\therefore b=11$
$\therefore b-a=11-5=6$

9 평균이 3.6 cm이므로
$\frac{1+a+2+8+1+b+5+3+3+6}{10}=3.6$
$29+a+b=36$ $\quad\therefore a+b=7$
이때 a, b는 자연수이고 $a>b$이므로 가능한 순서쌍 (a, b)는 (6, 1), (5, 2), (4, 3)이다. $\cdots$ ㉠
a, b를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
1, 1, 2, 3, 3, 5, 6, 8
변량이 10개이므로 제1사분위수는 세 번째 변량이고,
이때 제1사분위수가 2 cm이므로 $b\geq3$이어야 한다.
따라서 ㉠에서 $a=4$, $b=3$이므로 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
1, 1, 2, 3, 3, 3, 4, 5, 6, 8
이고, 이때 중앙값은 $\frac{3+3}{2}=3$(cm)이다.

10 상영 시간이 110분 초과인 영화는 상영 시간이 114분, 155분, 125분, 117분, 137분인 5편이므로 전체의
$\frac{5}{10}\times100=50(\%)$이다.
$\therefore a\leq110$
a를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
92, 94, 104, 110, 114, 117, 125, 137, 155
이때 제3사분위수는 변량 114, 117, 125, 137, 155의 중앙값인 125분이고, 사분위수 범위가 24분이므로
제1사분위수는 $125-24=101$(분)
그런데 제1사분위수는 변량 92, 94, 104, 110, a의 중앙값이므로 $a=101$이어야 한다.

11 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
2, 3, 4, 6, 6, 9, 10, 11, 13, 18, 20, 22, 22
최솟값은 2, 최댓값은 22이고
변량의 개수가 13으로 홀수이므로 중앙값은 10
제1사분위수는 변량 2, 3, 4, 6, 6, 9의 중앙값인 $\frac{4+6}{2}=5$
제3사분위수는 변량 11, 13, 18, 20, 22, 22의 중앙값인
$\frac{18+20}{2}=19$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

12 최솟값은 2분, 최댓값은 15분이므로 그 차는
$15-2=13$(분)

13 제1사분위수가 5분이므로 길이가 5분 이상인 영상은 전체의 약 75 %이다.

14 ㄱ. 우진이가 시청한 영상의 길이의 중앙값은 7분이지만 평균은 알 수 없다.
ㄴ. 제1사분위수는 5분, 제3사분위수는 10분이므로
(사분위수 범위)$=10-5=5$(분)
ㄷ. 구간이 짧을수록 변량이 밀집되어 있으므로 5분 이상 7분 이하인 구간에 해당하는 변량이 7분 이상 10분 이하인 구간에 해당하는 변량보다 밀집되어 있다.
따라서 옳지 않은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

15 하정: 제3사분위수가 10회이므로 블로킹 횟수가 10회 이하인 선수는 전체의 75 %이다.
연호: 각 구간에 해당하는 변량의 비율은 모두 같다.
따라서 옳게 말한 학생은 정연이다.

17 중앙값은 버스 A: 6분, 버스 B: 10분이므로
그 차는 $10-6=4$(분) $\quad\therefore a=4$
버스 A에 대한 상자그림에서 제3사분위수가 8분이므로 대기 시간이 8분 이상인 승객은 버스 A를 이용한 승객 전체의 약 25 %이다. $\quad\therefore b=25$
버스 B에 대한 상자그림에서 최댓값이 16분이므로 버스 B를 이용한 승객의 대기 시간은 최대 16분이다. $\quad\therefore c=16$
$\therefore a+b+c=4+25+16=45$

18 ① 최댓값은 사회: 96점, 영어: 94점이므로
그 차는 $96-94=2$(점)
② 사회 점수에 대한 상자그림에서 제3사분위수는 90점이므로 상위 25 %인 학생의 점수는 적어도 90점이다.
③ 범위, 사분위수 범위가 영어가 더 크므로 학생별 점수 차가 더 큰 과목은 영어이다.
④ 상자그림에서 각 구간에 해당하는 변량의 개수는 모두 같다.
⑤ 사회 점수에 대한 상자그림이 전체적으로 위쪽에 있으므로 사회 점수가 영어 점수보다 상대적으로 더 높다.
따라서 옳지 않은 것은 ①, ④이다.

19 1단계 음식점 A가 더 적절하다.
2단계 음식점 A에 대한 상자그림이 음식점 B에 대한 상자그림보다 전체적으로 왼쪽에 있기 때문에 배달을 완료하는 데 걸린 시간이 상대적으로 더 짧다.

채점 기준		
1단계	더 적절한 음식점 말하기	⋯ 50 %
2단계	적절한 이유 설명하기	⋯ 50 %

20 (1) 변량이 양 끝에 밀집되어 있고, 좌우 대칭인 분포를 보이므로 가장 적절한 상자그림은 ㉠이다.
(2) 변량이 오른쪽에 밀집되어 있고 오른쪽이 더 긴 분포를 보이므로 가장 적절한 상자그림은 ㉢이다.

유형편 파워

(3) 변량이 가운데에 밀집되어 있고, 좌우 대칭인 분포를 보이므로 가장 적절한 상자그림은 ㉡이다.

21 히스토그램에서 자료의 최솟값은 0 이상 10 미만, 최댓값은 40 이상 50 미만인 계급에 속한다.
또 변량이 25개이고 각 계급에 속하는 변량은
0 이상 10 미만: 1개, 10 이상 20 미만: 6개,
20 이상 30 미만: 5개, 30 이상 40 미만: 10개,
40 이상 50 미만: 3개
이므로 제1사분위수는 10 이상 20 미만, 중앙값과 제3사분위수는 30 이상 40 미만인 계급에 속한다.
따라서 주어진 히스토그램에 대응하는 것으로 가장 적절한 상자그림은 A이다.

02 산점도와 상관관계

P. 105～109

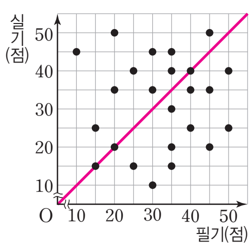
쏙쏙 다시 개념 익히기

1 (1) $\frac{1}{8}$ (2) 28점 **2** 9 **3** ④ **4** ④
5 B

핵심 유형 문제

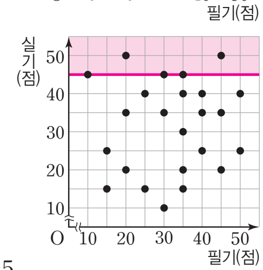
6 50점 **7** 8권 **8** 75점 **9** ④ **10** 15 %
11 6명 **12** 4명 **13** ② **14** 70점 **15** ③
16 5명 **17** ㄴ, ㄷ **18** 45 % **19** ③ **20** ②
21 2명 **22** 25 % **23** ③ **24** ④
25 (1) 상관관계가 없다. (2) 양의 상관관계 **26** ㄷ
27 ⑤ **28** ⑤ **29** ① **30** ⑤

1 (1) 필기 점수와 실기 점수가 같은 학생은 오른쪽 그림에서 대각선 위에 있으므로 3명이다.



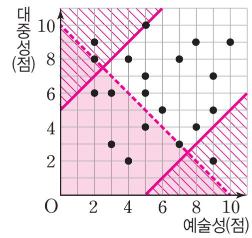
$\therefore \frac{3}{24}=\frac{1}{8}$

(2) 실기 점수가 45점 이상인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 5명이고, 이들의 필기 점수는 각각 10점, 20점, 30점, 35점, 45점이므로



$(\text{평균})=\frac{10+20+30+35+45}{5}$
$=\frac{140}{5}=28(\text{점})$

2 점수의 합이 10점 미만인 영화는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 5편이다.

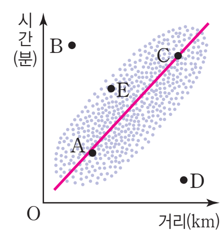


$\therefore a=5$
점수의 차가 5점 이상인 영화는 오른쪽 그림에서 빗금친 부분(경계선 포함)에 속하므로 4편이다.
$\therefore b=4$
$\therefore a+b=5+4=9$

3 ①, ②, ③, ⑤ 음의 상관관계
④ 양의 상관관계
따라서 두 변량 사이의 관계가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

4 ①, ② 음의 상관관계
③ 상관관계가 없다.
④, ⑤ 양의 상관관계
독서량이 많을수록 성적도 대체로 좋은 경향이 있으면 두 변량 사이에는 양의 상관관계가 있다.
따라서 이 경향이 가장 뚜렷한 산점도는 가장 강한 양의 상관관계를 나타내는 ④이다.

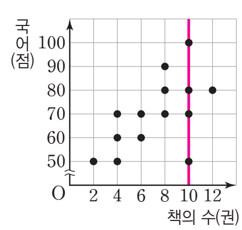
5 통학 거리에 비해 통학 시간이 가장 긴 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 대각선의 위쪽에 있으면서 대각선에서 가장 멀리 떨어진 점이다.
따라서 구하는 학생은 B이다.



6 책을 가장 적게 읽은 학생이 읽은 책은 2권이고, 이 학생의 국어 점수는 50점이다.

7 국어 점수가 두 번째로 높은 학생의 국어 점수는 90점이고, 이 학생이 읽은 책은 8권이다.

8 10권의 책을 읽은 학생은 오른쪽 그림에서 직선 위에 있으므로 4명이고, 이들의 국어 성적은 각각 50점, 70점, 80점, 100점이므로



$(\text{평균})=\frac{50+70+80+100}{4}$
$=\frac{300}{4}=75(\text{점})$

9 ① A의 공부 시간은 2시간, 컴퓨터 사용 시간은 4시간이다.
② B의 컴퓨터 사용 시간은 6시간으로 가장 많지만 공부 시간은 1시간으로 가장 많지 않다.

③ C의 공부 시간은 5시간이고, 그 시간이 같은 학생은 1명이다.

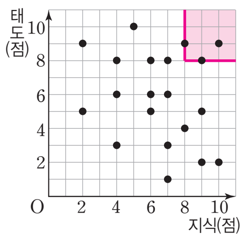
④ D의 공부 시간은 4시간, C의 공부 시간은 5시간이므로 D는 C보다 공부 시간이 더 적다.

⑤ B의 공부 시간은 1시간, 컴퓨터 사용 시간은 6시간이므로 공부 시간이 컴퓨터 사용 시간보다 $6-1=5$(시간) 더 적다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

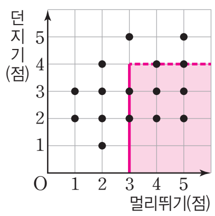
10 1단계 지식 점수와 태도 점수가 모두 8점 이상인 사람은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 3명이다.

2단계 $\therefore \frac{3}{20}\times 100=15(\%)$

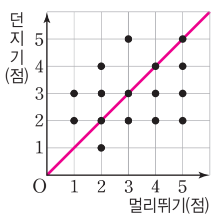


채점 기준		
1단계	지식 점수와 태도 점수가 모두 8점 이상인 사람 수 구하기	… 60 %
2단계	합격자는 전체의 몇 %인지 구하기	… 40 %

11 멀리뛰기 점수가 3점 이상이고 던지기 점수가 4점 미만인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 중 실선은 포함, 점선은 제외)에 속하므로 6명이다.

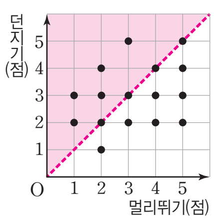


12 멀리뛰기 점수와 던지기 점수가 같은 학생은 오른쪽 그림에서 대각선 위에 있으므로 4명이다.



13 던지기 점수가 멀리뛰기 점수보다 높은 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 5명이다.

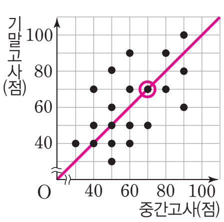
$\therefore \frac{5}{16}$



14 성적의 변화가 없는, 즉 중간고사 성적과 기말고사 성적이 같은 학생은 오른쪽 그림에서 대각선 위에 있으므로 3명이다.

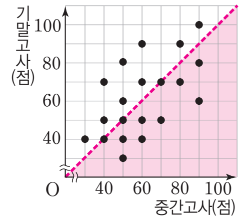
이 중에서 성적이 가장 높은 학생의 중간고사와 기말고사 성적은 각각 70점이므로

(평균)$=\frac{70+70}{2}=70$(점)

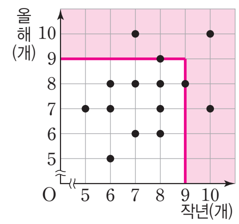


15 중간고사에 비해 기말고사 성적이 떨어진, 즉 중간고사 성적보다 기말고사 성적이 낮은 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 8명이다.

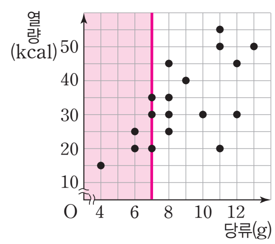
$\therefore \frac{8}{20}\times 100=40(\%)$



16 작년과 올해 중 적어도 한 번은 홈런을 9개 이상 친 선수는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 5명이다.

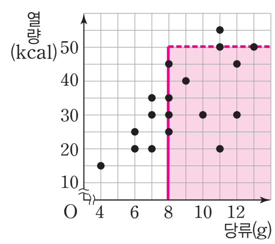


17 ㄱ. 당류의 양이 7 g 이하인 음료수는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 6개이다.



ㄴ. 당류의 양이 8 g 이상이고 열량이 50 kcal 미만인 음료수는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 중 실선은 포함, 점선은 제외)에 속하므로 9개이다.

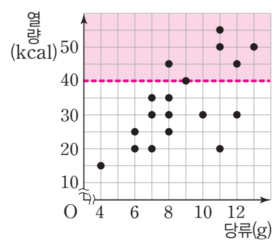
$\therefore \frac{9}{18}\times 100=50(\%)$



ㄷ. 열량이 40 kcal 초과인 음료수는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 5개이고, 이 음료수들의 당류의 양은 각각 8 g, 11 g, 11 g, 12 g, 13 g이므로

(평균)$=\frac{8+11+11+12+13}{5}$

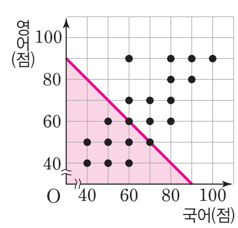
$=\frac{55}{5}=11(\text{g})$



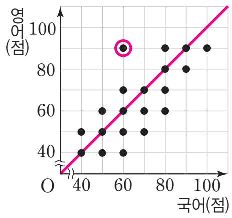
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

18 두 과목의 점수의 합이 120점 이하인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 9명이다.

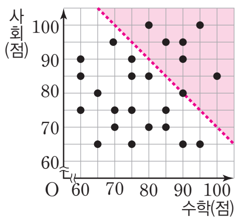
$\therefore \frac{9}{20}\times 100=45(\%)$



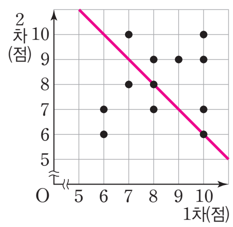
19 오른쪽 그림의 대각선에서 멀리 떨어져 있을수록 두 과목의 점수의 차가 크므로 그 차가 가장 큰 학생의 국어 점수는 60점, 영어 점수는 90점이다.
따라서 두 과목의 점수의 차는
$90-60=30$(점)



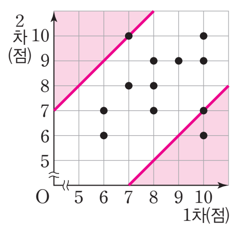
20 수학 점수와 사회 점수의 평균이 85점보다 높은, 즉 두 과목의 점수의 합이 $85\times2=170$(점)보다 높은 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 6명이다.
$\therefore \frac{6}{25}\times100=24(\%)$



21 1차와 2차의 점수의 평균이 8점, 즉 두 점수의 합이 $8\times2=16$(점)인 선수는 오른쪽 그림에서 직선 위에 있으므로 2명이다.

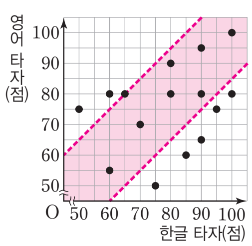


22 1단계 1차와 2차의 점수의 차가 3점 이상인 선수는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 3명이다.
2단계 $\therefore \frac{3}{12}\times100=25(\%)$

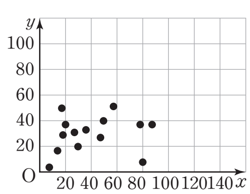


채점 기준	
1단계	1차와 2차의 점수의 차가 3점 이상인 선수의 수 구하기 … 60 %
2단계	1차와 2차의 점수의 차가 3점 이상인 선수는 전체의 몇 %인지 구하기 … 40 %

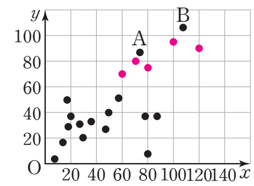
23 한글 타자 점수와 영어 타자 점수의 차가 15점 미만인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 7명이다.



25 (1) 주어진 산점도에서 두 점 A, B를 지우면 오른쪽 그림과 같다. 이때 x의 값이 증가함에 따라 y의 값이 증가하는지 감소하는지 분명하지 않으므로 두 변량 사이에는 상관관계가 없다.



(2) 주어진 산점도에 5개의 자료를 추가하면 오른쪽 그림과 같다.
이때 x의 값이 증가함에 따라 y의 값도 대체로 증가하므로 두 변량 사이에는 양의 상관관계가 있다.

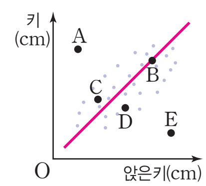


26 주행 중인 자동차가 많을수록 자동차의 평균 주행 속력은 대체로 감소하므로 두 변량 사이에는 음의 상관관계가 있다.
따라서 두 변량 x, y 사이의 상관관계를 나타내는 산점도로 알맞은 것은 ㄷ이다.

27 주어진 산점도는 양의 상관관계를 나타낸다.
①, ④ 상관관계가 없다.
②, ③ 음의 상관관계
⑤ 양의 상관관계

28 ①, ②, ④ 두 식당 모두 여름철 평균 기온이 높아질수록 콩국수 판매량은 대체로 늘어나므로 두 변량 사이에는 양의 상관관계가 있다.
③ 어느 식당의 콩국수가 더 잘 팔리는지는 알 수 없다.
⑤ 식당 A보다 식당 B의 산점도의 점들이 한 직선에서 더 멀리 흩어져 있으므로 더 약한 상관관계를 보인다.
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

29 앉은키에 비해 키가 가장 큰 학생을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 대각선의 위쪽에 있으면서 대각선에서 가장 멀리 떨어진 점이다.
따라서 구하는 학생은 A이다.



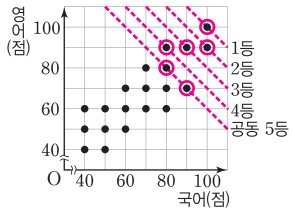
30 ㄱ. 수학 점수와 영어 점수 사이에는 양의 상관관계가 있다.
ㄹ. C는 B에 비해 영어 점수가 높지 않다.
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ, ㅁ이다.

실력 UP 문제 P. 110

1-1 176.7점	**1-2** ①
2-1 2명	**2-2** 20 %

1-1 전체 학생 수가 20명이므로 상위 30 % 이내에 드는 학생은
$20\times\frac{30}{100}=6$(명)

이고, 이들의 두 과목의 점수의 합은 오른쪽 그림과 같이 각각 200점, 190점, 180점, 170점, 160점, 160점이다.



따라서 상위 30 % 이내에 드는 학생들의 두 과목의 점수의 합의 평균은

$(\text{평균})=\dfrac{200+190+180+170+160+160}{6}$

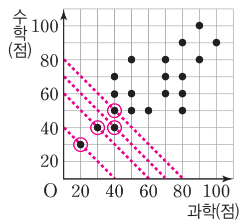
$=\dfrac{1060}{6}=176.66\cdots(\text{점})$

이므로 소수점 아래 둘째 자리에서 반올림하면 176.7점이다.

1-2 전체 학생 수가 20명이므로 하위 20 % 이내에 드는 학생은

$20\times\dfrac{20}{100}=4(\text{명})$

이고, 이들의 수학 점수는 오른쪽 그림과 같이 각각 30점, 40점, 40점, 50점이다.

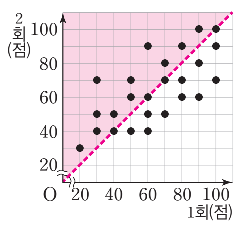


따라서 하위 20 % 이내에 드는 학생들의 수학 점수의 평균은

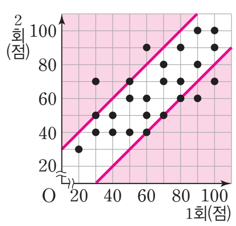
$(\text{평균})=\dfrac{30+40+40+50}{4}$

$=\dfrac{160}{4}=40(\text{점})$

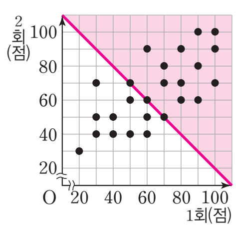
2-1 (가) 1회에 비해 2회의 점수가 향상된 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속한다.



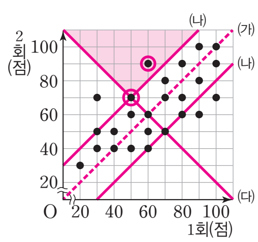
(나) 1회와 2회의 점수의 차가 20점 이상인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다.



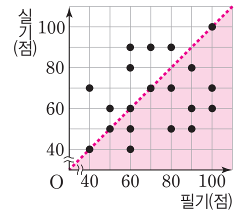
(다) 1회와 2회의 점수의 평균이 60점 이상, 즉 1회와 2회의 점수의 합이 $60\times2=120(\text{점})$ 이상인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다.



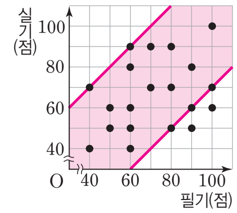
따라서 주어진 조건을 모두 만족시키는 학생은 오른쪽 그림에서 ○ 표시한 2명이다.



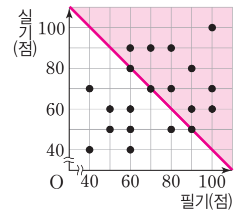
2-2 (가) 필기 점수가 실기 점수보다 더 높은 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속한다.



(나) 필기 점수와 실기 점수의 차가 30점 이하인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다.

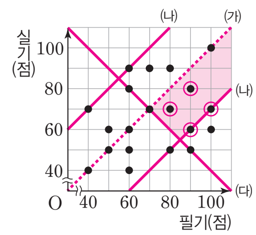


(다) 필기 점수와 실기 점수의 평균이 70점 이상, 즉 필기 점수와 실기 점수의 합이 $70\times2=140(\text{점})$ 이상인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다.



따라서 주어진 조건을 모두 만족시키는 학생은 오른쪽 그림에서 ○ 표시한 4명이다.

$\therefore \dfrac{4}{20}\times100=20(\%)$



실전 테스트

P. 111～112

1 15 **2** ②, ⑤ **3** ⑤ **4** 9명 **5** 37.5 %
6 6점 **7** 13명 **8** ② **9** ㄴ, ㄷ **10** ⑤
11 B **12** 30명

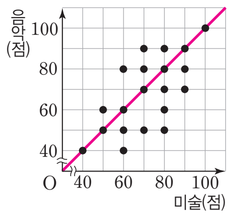
1 주어진 상자그림에서
최솟값은 12개이므로 학생들이 암기한 영어 단어는 최소 12개이다. $\therefore a=12$
제3사분위수는 27개이므로 상위 약 25 %에 속하는 학생이 암기한 영어 단어는 적어도 27개이다. $\therefore b=27$
$\therefore b-a=27-12=15$

2 ① 최저 점수는 1점이고, 이 점수를 맞힌 학생은 2반에 있다.
② 범위는 1반: $10-2=8$(점), 2반: $10-1=9$(점)이므로 2반이 더 높다.
③ 두 상자그림에서 최댓값은 모두 10점이므로 두 반 모두 10점을 맞힌 학생이 있다.
④ 중앙값은 1반: 5점, 2반: 7점이므로 그 차는 $7-5=2$(점)

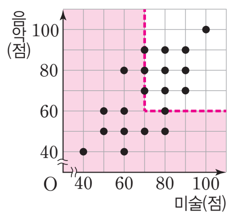
⑤ 1반에 대한 상자그림에서 제3사분위수가 7점이고, 2반에 대한 상자그림에서 중앙값이 7점이므로 7점 이상을 맞힌 학생의 비율은 2반이 더 높다.
따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

3 미술 점수와 음악 점수가 같은 학생은 오른쪽 그림에서 대각선 위에 있으므로 7명이다.

$\therefore \frac{7}{20}\times 100=35(\%)$

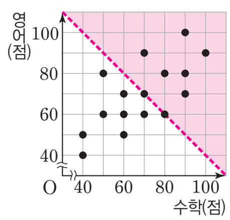


4 보충 과제를 받는 학생, 즉 음악 점수가 60점 미만이거나 미술 점수가 70점 미만인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 9명이다.



5 1단계 두 과목의 점수의 평균이 70점 초과, 즉 두 과목의 점수의 합이 $70\times 2=140$(점) 초과인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 6명이다.

2단계 $\therefore \frac{6}{16}\times 100=37.5(\%)$

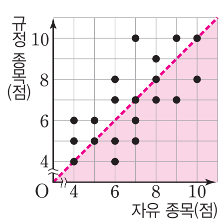


채점 기준		
1단계	두 과목의 점수의 평균이 70점 초과인 학생 수 구하기	… 60 %
2단계	두 과목의 점수의 평균이 70점 초과인 학생은 전체의 몇 %인지 구하기	… 40 %

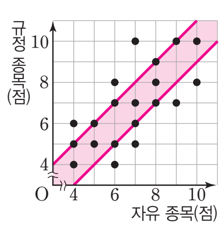
6 규정 종목보다 자유 종목의 점수가 높은 선수는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 7명이고, 이들의 규정 종목의 점수는 각각 4점, 5점, 5점, 6점, 7점, 7점, 8점이므로

$(\text{평균})=\frac{4+5+5+6+7+7+8}{7}$

$=\frac{42}{7}=6(\text{점})$



7 자유 종목과 규정 종목의 점수 차가 1점 이하인 선수는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 13명이다.

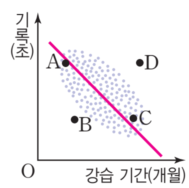


8 ㄱ, ㄷ. 양의 상관관계
ㄴ, ㅁ. 음의 상관관계
ㄹ. 상관관계가 없다.
따라서 음의 상관관계가 있는 것은 ㄴ, ㅁ이다.

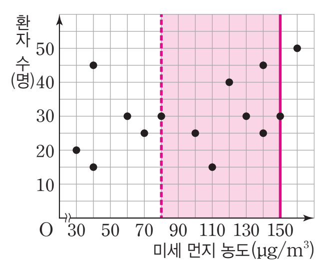
9 ㄱ. 하루 최고 기온이 35 °C 미만일 때는 하루 최고 기온이 높을수록 손님 수가 대체로 늘어나는 경향이 있지만 하루 최고 기온이 35 °C 이상일 때는 하루 최고 기온이 높을수록 손님 수가 대체로 줄어드는 경향이 있다.
ㄷ. 하루 최고 기온이 35 °C 미만일 때, 하루 최고 기온이 높을수록 손님 수가 대체로 늘어나는 경향이 있으므로 두 변량 사이에는 양의 상관관계가 있다.
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

10 ① 산점도는 두 변량의 순서쌍을 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타낸 그래프로, 산포도를 나타낸 것은 아니다.
② 상관관계가 없을 수도 있다.
③ 산점도에서 점들이 오른쪽 아래로 향하는 경향이 있으면 음의 상관관계가 있다.
④ 양의 상관관계를 나타내는 산점도는 점들이 기울기가 양수인 한 직선에 가까이 모여 있다.
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

11 강습 기간에 비해 기록이 가장 좋은 회원을 나타내는 점은 오른쪽 그림에서 직선의 아래쪽에 있으면서 직선에서 가장 멀리 떨어진 점이다.
따라서 구하는 회원은 B이다.



12



미세 먼지 상태가 '나쁨'인 지역, 즉 미세 먼지 농도가 $81\,\mu g/m^3 \sim 150\,\mu g/m^3$인 지역은 위의 그림에서 색칠한 부분(경계선 중 실선은 포함, 점선은 제외)에 속하므로 7곳이고, 이 지역들에 있는 호흡기 질환 환자 수는 각각 25명, 15명, 40명, 30명, 25명, 45명, 30명이므로

$(\text{평균})=\frac{25+15+40+30+25+45+30}{7}=\frac{210}{7}=30(\text{명})$

MEMO

MEMO