

유형만렙 LITE

정답과 해설

공통수학 1

01 다항식의 연산

개념유형

9~10쪽

001 답 $x^3 - 4x^2 + 3yx - 2y^2 + y - 5$

002 답 $-2y^2 + y - 5 + 3yx - 4x^2 + x^3$

003 답 $-2y^2 + (3x+1)y + x^3 - 4x^2 - 5$

004 답 $x^3 - 4x^2 - 5 + (3x+1)y - 2y^2$

005 답 $x - 2y$

$$(3x-5y+1) + (-2x+3y-1) = (3-2)x + (-5+3)y + 1-1 \\ = x - 2y$$

006 답 $3x^2 + 5x - 2$

$$(x^2-2x+1) + (2x^2+7x-3) = (1+2)x^2 + (-2+7)x + 1-3 \\ = 3x^2 + 5x - 2$$

007 답 $x^3 + x^2 + 9x - 4$

$$(2x^3-x^2+3x+1) + (-x^3+2x^2+6x-5) \\ = (2-1)x^3 + (-1+2)x^2 + (3+6)x + 1-5 \\ = x^3 + x^2 + 9x - 4$$

008 답 $2x^2 - xy + y^2$

$$(x^2+2xy-y^2) + (x^2-3xy+2y^2) \\ = (1+1)x^2 + (2-3)xy + (-1+2)y^2 \\ = 2x^2 - xy + y^2$$

009 답 $-x + 3y - 2$

$$(x+2y-3) - (2x-y-1) = x+2y-3-2x+y+1 \\ = (1-2)x + (2+1)y - 3+1 \\ = -x + 3y - 2$$

010 답 $2x^2 + x - 2$

$$(x^2+3x-2) - (-x^2+2x) = x^2+3x-2+x^2-2x \\ = (1+1)x^2 + (3-2)x - 2 \\ = 2x^2 + x - 2$$

011 답 $x^3 + 3x^2 + 3x - 6$

$$(2x^3+x^2+3x-5) - (x^3-2x^2+1) \\ = 2x^3+x^2+3x-5-x^3+2x^2-1 \\ = (2-1)x^3 + (1+2)x^2 + 3x - 5-1 \\ = x^3 + 3x^2 + 3x - 6$$

012 답 $-x^2 + xy + 2y^2$

$$(x^2-2xy+3y^2) - (2x^2-3xy+y^2) \\ = x^2-2xy+3y^2-2x^2+3xy-y^2 \\ = (1-2)x^2 + (-2+3)xy + (3-1)y^2 \\ = -x^2 + xy + 2y^2$$

013 답 $2x^3 + 3x^2 - 3x - 1$

$$A+B = (x^3+3x^2-2x+4) + (x^3-x-5) \\ = (1+1)x^3 + 3x^2 + (-2-1)x + 4-5 \\ = 2x^3 + 3x^2 - 3x - 1$$

014 답 $3x^2 - x + 9$

$$A-B = (x^3+3x^2-2x+4) - (x^3-x-5) \\ = x^3+3x^2-2x+4-x^3+x+5 \\ = (1-1)x^3 + 3x^2 + (-2+1)x + 4+5 \\ = 3x^2 - x + 9$$

015 답 $x^3 + 9x^2 - 4x + 22$

$$A+2(A-B) = A+2A-2B \\ = 3A-2B \\ = 3(x^3+3x^2-2x+4) - 2(x^3-x-5) \\ = 3x^3+9x^2-6x+12-2x^3+2x+10 \\ = (3-2)x^3 + 9x^2 + (-6+2)x + 12+10 \\ = x^3 + 9x^2 - 4x + 22$$

016 답 $x^2 - xy + 2y^2$

$$A+B = (2x^2+xy-y^2) + (-x^2-2xy+3y^2) \\ = (2-1)x^2 + (1-2)xy + (-1+3)y^2 \\ = x^2 - xy + 2y^2$$

017 답 $3x^2 + 3xy - 4y^2$

$$A-B = (2x^2+xy-y^2) - (-x^2-2xy+3y^2) \\ = 2x^2+xy-y^2+x^2+2xy-3y^2 \\ = (2+1)x^2 + (1+2)xy + (-1-3)y^2 \\ = 3x^2 + 3xy - 4y^2$$

018 답 $-5x^2 - 7xy + 10y^2$

$$A-B-2(A-2B) = A-B-2A+4B \\ = -A+3B \\ = -(2x^2+xy-y^2) + 3(-x^2-2xy+3y^2) \\ = -2x^2-xy+y^2-3x^2-6xy+9y^2 \\ = (-2-3)x^2 + (-1-6)xy + (1+9)y^2 \\ = -5x^2 - 7xy + 10y^2$$

019 답 $2x^2 - x - 10$

$$A+B+C = (2x^2+x-5) + (-x^2+3x-8) + (x^2-5x+3) \\ = (2-1+1)x^2 + (1+3-5)x - 5-8+3 \\ = 2x^2 - x - 10$$

020 답 $2x^2+3x$

$$\begin{aligned} A-B-C &= (2x^2+x-5) - (-x^2+3x-8) - (x^2-5x+3) \\ &= 2x^2+x-5+x^2-3x+8-x^2+5x-3 \\ &= (2+1-1)x^2 + (1-3+5)x - 5+8-3 \\ &= 2x^2+3x \end{aligned}$$

021 답 $-x^2-8x+3$

$$\begin{aligned} 2A+C-(3A-B-C) &= 2A+C-3A+B+C \\ &= -A+B+2C \\ &= -(2x^2+x-5) + (-x^2+3x-8) + 2(x^2-5x+3) \\ &= -2x^2-x+5-x^2+3x-8+2x^2-10x+6 \\ &= (-2-1+2)x^2 + (-1+3-10)x + 5-8+6 \\ &= -x^2-8x+3 \end{aligned}$$

022 답 $2xy+4y^2$

$$\begin{aligned} A &= X-B \text{에서} \\ X &= A+B \\ &= (x^2-2xy-y^2) + (-x^2+4xy+5y^2) \\ &= (1-1)x^2 + (-2+4)xy + (-1+5)y^2 \\ &= 2xy+4y^2 \end{aligned}$$

023 답 $-2x^2+6xy+6y^2$

$$\begin{aligned} B &= X+A \text{에서} \\ X &= B-A \\ &= (-x^2+4xy+5y^2) - (x^2-2xy-y^2) \\ &= -x^2+4xy+5y^2-x^2+2xy+y^2 \\ &= (-1-1)x^2 + (4+2)xy + (5+1)y^2 \\ &= -2x^2+6xy+6y^2 \end{aligned}$$

024 답 $x^2-3xy-3y^2$

$$\begin{aligned} A-2X &= B \text{에서 } 2X=A-B \\ \therefore X &= \frac{1}{2}(A-B) \\ &= \frac{1}{2}\{(x^2-2xy-y^2) - (-x^2+4xy+5y^2)\} \\ &= \frac{1}{2}(x^2-2xy-y^2+x^2-4xy-5y^2) \\ &= \frac{1}{2}\{(1+1)x^2 + (-2-4)xy + (-1-5)y^2\} \\ &= \frac{1}{2}(2x^2-6xy-6y^2) = x^2-3xy-3y^2 \end{aligned}$$

026 답 $4x^3-2x^2+9x+5$

$$\begin{aligned} A+B-(-A+2B) &= A+B+A-2B \\ &= 2A-B \\ &= 2(x^3-x^2+7x+8) - (-2x^3+5x+11) \\ &= 2x^3-2x^2+14x+16+2x^3-5x-11 \\ &= 4x^3-2x^2+9x+5 \end{aligned}$$

027 답 $12x+4$

$$\begin{aligned} A-(B-2C) &= A-B+2C \\ &= (x^2+4x-3) - (5x^2-2x+1) + 2(2x^2+3x+4) \\ &= x^2+4x-3-5x^2+2x-1+4x^2+6x+8 \\ &= 12x+4 \end{aligned}$$

028 답 ③

$$\begin{aligned} 3A-2\{7A-4B-3(2A-B)\} &= 3A-2(7A-4B-6A+3B) \\ &= 3A-2(A-B) \\ &= 3A-2A+2B \\ &= A+2B \\ &= (x^2+2xy) + 2(2x^2-xy+y^2) \\ &= x^2+2xy+4x^2-2xy+2y^2 \\ &= 5x^2+2y^2 \end{aligned}$$

029 답 ④

$$\begin{aligned} B &= 3X-2A \text{에서 } 3X=2A+B \\ \therefore X &= \frac{1}{3}(2A+B) \\ &= \frac{1}{3}\{2(x^2+4x-5) + (3x^3+x^2-2x+1)\} \\ &= \frac{1}{3}(2x^2+8x-10+3x^3+x^2-2x+1) \\ &= \frac{1}{3}(3x^3+3x^2+6x-9) = x^3+x^2+2x-3 \end{aligned}$$

030 답 ②

$$\begin{aligned} A-2B &= -3x^2+5xy \quad \cdots \textcircled{㉠} \\ A+B &= 3x^2+2xy+6y^2 \quad \cdots \textcircled{㉡} \\ \textcircled{㉠}-\textcircled{㉡} \text{을 하면} \\ (A-2B)-(A+B) &= (-3x^2+5xy) - (3x^2+2xy+6y^2) \\ A-2B-A-B &= -3x^2+5xy-3x^2-2xy-6y^2 \\ -3B &= -6x^2+3xy-6y^2 \\ \therefore B &= -\frac{1}{3}(-6x^2+3xy-6y^2) \\ &= 2x^2-xy+2y^2 \end{aligned}$$

따라서 ㉡에서

$$\begin{aligned} A &= 3x^2+2xy+6y^2-B \\ &= 3x^2+2xy+6y^2-(2x^2-xy+2y^2) \\ &= 3x^2+2xy+6y^2-2x^2+xy-2y^2 \\ &= x^2+3xy+4y^2 \\ \therefore A-B &= (x^2+3xy+4y^2) - (2x^2-xy+2y^2) \\ &= x^2+3xy+4y^2-2x^2+xy-2y^2 \\ &= -x^2+4xy+2y^2 \end{aligned}$$

025 답 ③

$$\begin{aligned} A+B &= (x^2+3xy+2y^2) + (2x^2-3xy-y^2) \\ &= 3x^2+y^2 \end{aligned}$$

031 답 $2a^3 - a^2 + 3a$

032 답 $x^2y - 2xy^2 + xy$

033 답 $2x^2 + xy - 3y^2$

$$(x-y)(2x+3y) = 2x^2 + 3xy - 2xy - 3y^2 \\ = 2x^2 + xy - 3y^2$$

034 답 $a^3 + a + 2$

$$(a+1)(a^2 - a + 2) = a^3 - a^2 + 2a + a^2 - a + 2 \\ = a^3 + a + 2$$

035 답 $x^3 + x^2 - 3x^2y - 4xy - y$

$$(x^2 - 3xy - y)(x+1) = x^3 + x^2 - 3x^2y - 3xy - xy - y \\ = x^3 + x^2 - 3x^2y - 4xy - y$$

036 답 $-2, -2, 1$

037 답 1

$(x-2y-3)(2x+5y-1)$ 의 전개식에서 xy 항은
 $x \times 5y + (-2y) \times 2x = 5xy - 4xy$
 $= xy$

따라서 xy 의 계수는 1이다.

038 답 19

$(2x^2 - x + 6)(x^2 - 3x + 5)$ 의 전개식에서 x^2 항은
 $2x^2 \times 5 + (-x) \times (-3x) + 6 \times x^2 = 10x^2 + 3x^2 + 6x^2$
 $= 19x^2$

따라서 x^2 의 계수는 19이다.

039 답 -5

$(x^3 - 2x^2 + x - 5)(2x^2 - x + 1)$ 의 전개식에서 x^4 항은
 $x^3 \times (-x) + (-2x^2) \times 2x^2 = -x^4 - 4x^4$
 $= -5x^4$

따라서 x^4 의 계수는 -5 이다.

040 답 ②

$$(a-b)(3a^2 - ab - b^2) = 3a^3 - a^2b - ab^2 - 3a^2b + ab^2 + b^3 \\ = 3a^3 - 4a^2b + b^3$$

041 답 ⑤

$$(x+2y-3)(x-2y-1) \\ = x^2 - 2xy - x + 2xy - 4y^2 - 2y - 3x + 6y + 3 \\ = x^2 - 4y^2 - 4x + 4y + 3$$

042 답 $x^3 + 6x^2 - 7x - 6$

$$A - BC = 2x^2 - x - 1 - (-x^2 + x + 1)(x+5) \\ = 2x^2 - x - 1 - (-x^3 - 5x^2 + x^2 + 5x + x + 5) \\ = 2x^2 - x - 1 - (-x^3 - 4x^2 + 6x + 5) \\ = 2x^2 - x - 1 + x^3 + 4x^2 - 6x - 5 \\ = x^3 + 6x^2 - 7x - 6$$

043 답 ①

$(x-3y+1)(2x+2y-3)$ 의 전개식에서 x 항은

$$x \times (-3) + 1 \times 2x = -3x + 2x = -x$$

따라서 x 의 계수는 -1 이므로 $a = -1$

또 xy 항은

$$x \times 2y + (-3y) \times 2x = 2xy - 6xy = -4xy$$

따라서 xy 의 계수는 -4 이므로 $b = -4$

$$\therefore a + b = -1 + (-4) = -5$$

044 답 ⑤

$(x^3 - x^2 + 2x - 5)(3x^2 + x - 2)$ 의 전개식에서 x^3 항은
 $x^3 \times (-2) + (-x^2) \times x + 2x \times 3x^2 = -2x^3 - x^3 + 6x^3 = 3x^3$
 따라서 x^3 의 계수는 3이다.

045 답 -2

$(x^2 - 5x - 2)(3x^2 + x + k)$ 의 전개식에서 x 항은
 $-5x \times k + (-2) \times x = (-5k - 2)x$
 이때 x 의 계수가 8이므로
 $-5k - 2 = 8 \quad \therefore k = -2$

046 답 $x^2 + 6x + 9$

$$(x+3)^2 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 \\ = x^2 + 6x + 9$$

047 답 $4x^2 - 4x + 1$

$$(2x-1)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 1 + 1^2 \\ = 4x^2 - 4x + 1$$

048 답 $25a^2 - 1$

$$(5a-1)(5a+1) = (5a)^2 - 1^2 = 25a^2 - 1$$

049 $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{9}y^2$

$$\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y\right)\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y\right) = \left(\frac{1}{2}x\right)^2 - \left(\frac{1}{3}y\right)^2 = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{9}y^2$$

050 $x^2 - 2x - 15$

$$(x+3)(x-5) = x^2 + \{3+(-5)\}x + 3 \times (-5) \\ = x^2 - 2x - 15$$

051 $15x^2 + 13x + 2$

$$(3x+2)(5x+1) = (3 \times 5)x^2 + (3 \times 1 + 2 \times 5)x + 2 \times 1 \\ = 15x^2 + 13x + 2$$

052 $6x^2 - 11xy + 4y^2$

$$(2x-y)(3x-4y) \\ = (2 \times 3)x^2 + \{2 \times (-4y) + (-y) \times 3\}x + (-y) \times (-4y) \\ = 6x^2 - 11xy + 4y^2$$

053 $a^2 + b^2 + 2ab + 4a + 4b + 4$

$$(a+b+2)^2 = a^2 + b^2 + 2^2 + 2 \times a \times b + 2 \times b \times 2 + 2 \times 2 \times a \\ = a^2 + b^2 + 2ab + 4a + 4b + 4$$

054 $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2bc - 2ca$

$$(a+b-c)^2 \\ = a^2 + b^2 + (-c)^2 + 2 \times a \times b + 2 \times b \times (-c) + 2 \times (-c) \times a \\ = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2bc - 2ca$$

055 $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ca$

$$(a-b-c)^2 = a^2 + (-b)^2 + (-c)^2 + 2 \times a \times (-b) \\ + 2 \times (-b) \times (-c) + 2 \times (-c) \times a \\ = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ca$$

056 $9a^2 + b^2 + c^2 + 6ab + 2bc + 6ca$

$$(3a+b+c)^2 = (3a)^2 + b^2 + c^2 + 2 \times 3a \times b + 2 \times b \times c + 2 \times c \times 3a \\ = 9a^2 + b^2 + c^2 + 6ab + 2bc + 6ca$$

057 $a^2 + b^2 + 4c^2 - 2ab - 4bc + 4ca$

$$(a-b+2c)^2 \\ = a^2 + (-b)^2 + (2c)^2 + 2 \times a \times (-b) + 2 \times (-b) \times 2c + 2 \times 2c \times a \\ = a^2 + b^2 + 4c^2 - 2ab - 4bc + 4ca$$

058 $4a^2 + 9b^2 + c^2 - 12ab + 6bc - 4ca$

$$(2a-3b-c)^2 = (2a)^2 + (-3b)^2 + (-c)^2 + 2 \times 2a \times (-3b) \\ + 2 \times (-3b) \times (-c) + 2 \times (-c) \times 2a \\ = 4a^2 + 9b^2 + c^2 - 12ab + 6bc - 4ca$$

059 $x^3 + 9x^2 + 27x + 27$

$$(x+3)^3 = x^3 + 3 \times x^2 \times 3 + 3 \times x \times 3^2 + 3^3 \\ = x^3 + 9x^2 + 27x + 27$$

060 $27x^3 + 54x^2 + 36x + 8$

$$(3x+2)^3 = (3x)^3 + 3 \times (3x)^2 \times 2 + 3 \times 3x \times 2^2 + 2^3 \\ = 27x^3 + 54x^2 + 36x + 8$$

061 $x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3$

$$(x+2y)^3 = x^3 + 3 \times x^2 \times 2y + 3 \times x \times (2y)^2 + (2y)^3 \\ = x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3$$

062 $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$

$$(x-2)^3 = x^3 - 3 \times x^2 \times 2 + 3 \times x \times 2^2 - 2^3 \\ = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$$

063 $27x^3 - 27x^2 + 9x - 1$

$$(3x-1)^3 = (3x)^3 - 3 \times (3x)^2 \times 1 + 3 \times 3x \times 1^2 - 1^3 \\ = 27x^3 - 27x^2 + 9x - 1$$

064 $x^3 - 9x^2y + 27xy^2 - 27y^3$

$$(x-3y)^3 = x^3 - 3 \times x^2 \times 3y + 3 \times x \times (3y)^2 - (3y)^3 \\ = x^3 - 9x^2y + 27xy^2 - 27y^3$$

065 $8x^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 27y^3$

$$(2x-3y)^3 = (2x)^3 - 3 \times (2x)^2 \times 3y + 3 \times 2x \times (3y)^2 - (3y)^3 \\ = 8x^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 27y^3$$

066 $x^3 + 64$

$$(x+4)(x^2-4x+16) = (x+4)(x^2-x \times 4+4^2) \\ = x^3 + 4^3 = x^3 + 64$$

067 $27x^3 + 1$

$$(3x+1)(9x^2-3x+1) = (3x+1)\{(3x)^2-3x \times 1+1^2\} \\ = (3x)^3 + 1^3 = 27x^3 + 1$$

068 $a^3 - 8$

$$(a-2)(a^2+2a+4) = (a-2)(a^2+a \times 2+2^2) \\ = a^3 - 2^3 = a^3 - 8$$

069 $27x^3 - y^3$

$$(3x-y)(9x^2+3xy+y^2) = (3x-y)\{(3x)^2+3x \times y+y^2\} \\ = (3x)^3 - y^3 = 27x^3 - y^3$$

070 $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

$$(x-3)(x-1)(x+2) \\ = x^3 + \{(-3)+(-1)+2\}x^2 \\ + \{(-3) \times (-1) + (-1) \times 2 + 2 \times (-3)\}x \\ + (-3) \times (-1) \times 2 \\ = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$$

071 답 $x^3 - 12x^2 + 44x - 48$

$$\begin{aligned} & (x-6)(x-4)(x-2) \\ &= x^3 + \{(-6) + (-4) + (-2)\}x^2 \\ & \quad + \{(-6) \times (-4) + (-4) \times (-2) + (-2) \times (-6)\}x \\ & \quad + (-6) \times (-4) \times (-2) \\ &= x^3 - 12x^2 + 44x - 48 \end{aligned}$$

072 답 $x^3 + 2x^2 - 11x - 12$

$$\begin{aligned} & (x-3)(x+1)(x+4) \\ &= x^3 + \{(-3) + 1 + 4\}x^2 + \{(-3) \times 1 + 1 \times 4 + 4 \times (-3)\}x \\ & \quad + (-3) \times 1 \times 4 \\ &= x^3 + 2x^2 - 11x - 12 \end{aligned}$$

073 답 $x^3 + y^3 - 3xy + 1$

$$\begin{aligned} & (x+y+1)(x^2+y^2+1-xy-x-y) \\ &= (x+y+1)(x^2+y^2+1^2-x \times y-y \times 1-1 \times x) \\ &= x^3+y^3+1^3-3 \times x \times y \times 1 \\ &= x^3+y^3-3xy+1 \end{aligned}$$

074 답 $a^3 + b^3 - c^3 + 3abc$

$$\begin{aligned} & (a+b-c)(a^2+b^2+c^2-ab+bc+ca) \\ &= (a+b-c)\{a^2+b^2+(-c)^2-a \times b-b \times (-c)-(-c) \times a\} \\ &= a^3+b^3+(-c)^3-3 \times a \times b \times (-c) \\ &= a^3+b^3-c^3+3abc \end{aligned}$$

075 답 $8a^3 - b^3 + c^3 + 6abc$

$$\begin{aligned} & (2a-b+c)(4a^2+b^2+c^2+2ab+bc-2ca) \\ &= (2a-b+c) \\ & \quad \times \{(2a)^2+(-b)^2+c^2-2a \times (-b)-(-b) \times c-c \times 2a\} \\ &= (2a)^3+(-b)^3+c^3-3 \times 2a \times (-b) \times c \\ &= 8a^3-b^3+c^3+6abc \end{aligned}$$

076 답 $x^4 + x^2 + 1$

$$\begin{aligned} & (x^2+x+1)(x^2-x+1) = (x^2+x \times 1+1^2)(x^2-x \times 1+1^2) \\ & \quad = x^4+x^2 \times 1^2+1^4 \\ & \quad = x^4+x^2+1 \end{aligned}$$

077 답 $x^4 + 4x^2 + 16$

$$\begin{aligned} & (x^2+2x+4)(x^2-2x+4) = (x^2+x \times 2+2^2)(x^2-x \times 2+2^2) \\ & \quad = x^4+x^2 \times 2^2+2^4 \\ & \quad = x^4+4x^2+16 \end{aligned}$$

078 답 $16x^4 + 4x^2y^2 + y^4$

$$\begin{aligned} & (4x^2+2xy+y^2)(4x^2-2xy+y^2) \\ &= \{(2x)^2+2x \times y+y^2\} \{(2x)^2-2x \times y+y^2\} \\ &= (2x)^4+(2x)^2 \times y^2+y^4 \\ &= 16x^4+4x^2y^2+y^4 \end{aligned}$$

079 답 $X - x, x^2 + 2, x^4 + x^3 + 2x^2 + 2x + 4$

080 답 $x^4 + 4x^3 - 8x$

$$\begin{aligned} & x^2+2x=X \text{로 놓으면} \\ & (x^2+2x)(x^2+2x-4)=X(X-4) \\ & \quad = X^2-4X \\ & \quad = (x^2+2x)^2-4(x^2+2x) \\ & \quad = x^4+4x^3+4x^2-4x^2-8x \\ & \quad = x^4+4x^3-8x \end{aligned}$$

081 답 $x^4 + x^3 - 10x^2 + x + 1$

$$\begin{aligned} & x^2+1=X \text{로 놓으면} \\ & (x^2+4x+1)(x^2-3x+1) = \{(x^2+1)+4x\} \{(x^2+1)-3x\} \\ & \quad = (X+4x)(X-3x) \\ & \quad = X^2+xX-12x^2 \\ & \quad = (x^2+1)^2+x(x^2+1)-12x^2 \\ & \quad = x^4+2x^2+1+x^3+x-12x^2 \\ & \quad = x^4+x^3-10x^2+x+1 \end{aligned}$$

082 답 $X - 12, x^2 + x, x^4 + 2x^3 - 11x^2 - 12x$

083 답 $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$

공통부분이 생기도록 두 일차식의 상수항의 합이 같게 짝을 지어 전개하면

$$\begin{aligned} & (x-2)(x-1)(x+2)(x+3) \\ &= \{(x-2)(x+3)\} \{(x-1)(x+2)\} \\ &= (x^2+x-6)(x^2+x-2) \quad \cdots \cdots \textcircled{1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & x^2+x=X \text{로 놓으면 } \textcircled{1} \text{에서} \\ & (x^2+x-6)(x^2+x-2) = (X-6)(X-2) \\ & \quad = X^2-8X+12 \\ & \quad = (x^2+x)^2-8(x^2+x)+12 \\ & \quad = x^4+2x^3+x^2-8x^2-8x+12 \\ & \quad = x^4+2x^3-7x^2-8x+12 \end{aligned}$$

084 답 $x^4 - 2x^3 - 25x^2 + 26x + 120$

공통부분이 생기도록 두 일차식의 상수항의 합이 같게 짝을 지어 전개하면

$$\begin{aligned} & (x-5)(x-3)(x+2)(x+4) \\ &= \{(x-5)(x+4)\} \{(x-3)(x+2)\} \\ &= (x^2-x-20)(x^2-x-6) \quad \cdots \cdots \textcircled{1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & x^2-x=X \text{로 놓으면 } \textcircled{1} \text{에서} \\ & (x^2-x-20)(x^2-x-6) = (X-20)(X-6) \\ & \quad = X^2-26X+120 \\ & \quad = (x^2-x)^2-26(x^2-x)+120 \\ & \quad = x^4-2x^3+x^2-26x^2+26x+120 \\ & \quad = x^4-2x^3-25x^2+26x+120 \end{aligned}$$

085 답 6

$$(2x+y)^3=8x^3+12x^2y+6xy^2+y^3$$

따라서 xy^2 의 계수는 6이다.

086 답 -8

$$(2x-y)(4x^2+2xy+y^2)=8x^3-y^3$$

따라서 $a=8$, $b=-1$ 이므로 $ab=-8$

087 답 ③

$$③ (x-y+z)^2=x^2+y^2+z^2-2xy-2yz+2zx$$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

088 답 ①

$$(x-y-1)(x^2+y^2+xy+x-y+1)=x^3-y^3-3xy-1$$

따라서 $a=-3$, $b=-1$ 이므로 $a+2b=-5$

089 답 3

$$\begin{aligned}(x+a)^3+x(x-4)&=x^3+3ax^2+3a^2x+a^3+x^2-4x \\&=x^3+(3a+1)x^2+(3a^2-4)x+a^3\end{aligned}$$

이때 x^2 의 계수가 10이므로

$$3a+1=10 \quad \therefore a=3$$

090 답 ③

$$\begin{aligned}(x-2)(x+2)(x^2-2x+4)(x^2+2x+4) \\&=\{(x-2)(x^2+2x+4)\}\{(x+2)(x^2-2x+4)\} \\&=(x^3-8)(x^3+8)=x^6-64\end{aligned}$$

다른 풀이

$$\begin{aligned}(x-2)(x+2)(x^2-2x+4)(x^2+2x+4) \\&=(x^2-4)(x^4+4x^2+16) \\&=(x^2)^3-4^3=x^6-64\end{aligned}$$

091 답 ⑤

$$\begin{aligned}(2x-y)^3(2x+y)^3&=\{(2x-y)(2x+y)\}^3=(4x^2-y^2)^3 \\&=64x^6-48x^4y^2+12x^2y^4-y^6\end{aligned}$$

x^4y^2 의 계수는 -48 이므로 $a=-48$

x^2y^4 의 계수는 12 이므로 $b=12$

$$\therefore b-a=60$$

092 답 4

$x^2-x=X$ 로 놓으면

$$\begin{aligned}(x^2-x-3)(x^2-x+4)&=(X-3)(X+4) \\&=X^2+X-12 \\&=(x^2-x)^2+(x^2-x)-12 \\&=x^4-2x^3+x^2+x^2-x-12 \\&=x^4-2x^3+2x^2-x-12\end{aligned}$$

따라서 $a=-2$, $b=2$, $c=-1$ 이므로

$$abc=4$$

093 답 ②

$x^2-2=X$ 로 놓으면

$$\begin{aligned}(x^2-x-2)(x^2-3x-2)&=\{(x^2-2)-x\}\{(x^2-2)-3x\} \\&=(X-x)(X-3x) \\&=X^2-4xX+3x^2 \\&=(x^2-2)^2-4x(x^2-2)+3x^2 \\&=x^4-4x^2+4-4x^3+8x+3x^2 \\&=x^4-4x^3-x^2+8x+4\end{aligned}$$

094 답 ⑤

$b-c=X$ 로 놓으면

$$\begin{aligned}(a+b-c)(a-b+c)&=(a+b-c)\{a-(b-c)\} \\&=(a+X)(a-X) \\&=a^2-X^2 \\&=a^2-(b-c)^2 \\&=a^2-(b^2-2bc+c^2) \\&=a^2-b^2-c^2+2bc\end{aligned}$$

095 답 ③

공통부분이 생기도록 두 일차식의 상수항의 합이 같게 짝을 지어 전개하면

$$\begin{aligned}(x-2)(x-1)(x+4)(x+5) \\&=\{(x-2)(x+5)\}\{(x-1)(x+4)\} \\&=(x^2+3x-10)(x^2+3x-4) \quad \cdots \cdots \textcircled{1}\end{aligned}$$

$x^2+3x=X$ 로 놓으면 $\textcircled{1}$ 에서

$$\begin{aligned}(x^2+3x-10)(x^2+3x-4)&=(X-10)(X-4) \\&=X^2-14X+40 \\&=(x^2+3x)^2-14(x^2+3x)+40 \\&=x^4+6x^3+9x^2-14x^2-42x+40 \\&=x^4+6x^3-5x^2-42x+40\end{aligned}$$

096 답 ①

공통부분이 생기도록 두 일차식의 상수항의 합이 같게 짝을 지어 전개하면

$$\begin{aligned}(x-5)(x-3)(x-1)(x+1) \\&=\{(x-5)(x+1)\}\{(x-3)(x-1)\} \\&=(x^2-4x-5)(x^2-4x+3) \quad \cdots \cdots \textcircled{1}\end{aligned}$$

$x^2-4x=X$ 로 놓으면 $\textcircled{1}$ 에서

$$\begin{aligned}(x^2-4x-5)(x^2-4x+3)&=(X-5)(X+3) \\&=X^2-2X-15 \\&=(x^2-4x)^2-2(x^2-4x)-15 \\&=x^4-8x^3+16x^2-2x^2+8x-15 \\&=x^4-8x^3+14x^2+8x-15\end{aligned}$$

따라서 $a=14$, $b=8$ 이므로

$$a-2b=-2$$

097 답 11

$$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = 3^2 - 2 \times (-1) = 11$$

098 답 -11

$$\frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{11}{-1} = -11$$

099 답 13

$$(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab = 3^2 - 4 \times (-1) = 13$$

100 답 $\sqrt{13}$

$$(a-b)^2 = 13 \text{ 이고 } a > b \text{ 이므로}$$

$$a-b = \sqrt{13}$$

101 답 36

$$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$$

$$= 3^3 - 3 \times (-1) \times 3 = 36$$

102 답 $10\sqrt{13}$

$$a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$$

$$= (\sqrt{13})^3 + 3 \times (-1) \times \sqrt{13} = 10\sqrt{13}$$

103 답 10

$$a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab = (-2)^2 + 2 \times 3 = 10$$

104 답 $\frac{10}{3}$

$$\frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{10}{3}$$

105 답 16

$$(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab = (-2)^2 + 4 \times 3 = 16$$

106 답 4

$$(a+b)^2 = 16 \text{ 이고 } a > 0, b > 0 \text{ 이므로}$$

$$a+b = 4$$

107 답 -26

$$a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$$

$$= (-2)^3 + 3 \times 3 \times (-2) = -26$$

108 답 28

$$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$$

$$= 4^3 - 3 \times 3 \times 4 = 28$$

109 답 -2

$$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy \text{ 이므로}$$

$$8 = 2^2 - 2xy, 2xy = -4 \quad \therefore xy = -2$$

110 답 20

$$x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$$

$$= 2^3 - 3 \times (-2) \times 2 = 20$$

111 답 2

$$x^2 + y^2 = (x-y)^2 + 2xy \text{ 이므로}$$

$$5 = (-1)^2 + 2xy, 2xy = 4 \quad \therefore xy = 2$$

112 답 -7

$$x^3 - y^3 = (x-y)^3 + 3xy(x-y)$$

$$= (-1)^3 + 3 \times 2 \times (-1) = -7$$

113 답 14

$$a+b = (2+\sqrt{3}) + (2-\sqrt{3}) = 4$$

$$ab = (2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3}) = 1$$

$$\therefore a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$$

$$= 4^2 - 2 \times 1 = 14$$

114 답 52

$$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$$

$$= 4^3 - 3 \times 1 \times 4 = 52$$

115 답 $30\sqrt{3}$

$$a-b = (2+\sqrt{3}) - (2-\sqrt{3}) = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$$

$$= (2\sqrt{3})^3 + 3 \times 1 \times 2\sqrt{3} = 30\sqrt{3}$$

116 답 6

$$a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca)$$

$$= 2^2 - 2 \times (-1) = 6$$

117 답 11

$$a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca) \text{ 이므로}$$

$$14 = 6^2 - 2(ab+bc+ca), 2(ab+bc+ca) = 22$$

$$\therefore ab+bc+ca = 11$$

118 답 -4

$$a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca) \text{ 이므로}$$

$$9 = 1^2 - 2(ab+bc+ca), 2(ab+bc+ca) = -8$$

$$\therefore ab+bc+ca = -4$$

119 **답** 1

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{ab+bc+ca}{abc}$$

$$= \frac{-4}{-4} = 1$$

120 **답** -1

$$x^2 + y^2 + z^2 = (x+y+z)^2 - 2(xy+yz+zx) \text{이므로}$$

$$6 = (-2)^2 - 2(xy+yz+zx)$$

$$2(xy+yz+zx) = -2$$

$$\therefore xy+yz+zx = -1$$

121 **답** -8

$$x^3 + y^3 + z^3 = (x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx) + 3xyz$$

$$= (x+y+z)\{x^2+y^2+z^2-(xy+yz+zx)\} + 3xyz$$

$$= (-2) \times \{6 - (-1)\} + 3 \times 2$$

$$= -8$$

122 **답** 7

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

123 **답** 18

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 3^3 - 3 \times 3 = 18$$

124 **답** 6

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 2^2 + 2 = 6$$

125 **답** 14

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3\left(x - \frac{1}{x}\right) = 2^3 + 3 \times 2 = 14$$

126 **답** -3**127** **답** 7

$$x \neq 0 \text{이므로 } x^2 + 3x + 1 = 0 \text{의 양변을 } x \text{로 나누면}$$

$$x + 3 + \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x + \frac{1}{x} = -3$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = (-3)^2 - 2 = 7$$

128 **답** -18

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= (-3)^3 - 3 \times (-3) = -18$$

129 **답** 4

$$x \neq 0 \text{이므로 } x^2 - 4x - 1 = 0 \text{의 양변을 } x \text{로 나누면}$$

$$x - 4 - \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x - \frac{1}{x} = 4$$

130 **답** 18

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 4^2 + 2 = 18$$

131 **답** 76

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3\left(x - \frac{1}{x}\right) = 4^3 + 3 \times 4 = 76$$

실전유형

25~26쪽

132 **답** ②

$$\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} = \frac{x^3+y^3}{xy} = \frac{(x+y)^3 - 3xy(x+y)}{xy}$$

$$= \frac{(\sqrt{2})^3 - 3 \times (-2) \times \sqrt{2}}{-2}$$

$$= -4\sqrt{2}$$

133 **답** 45

$$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy \text{이므로}$$

$$13 = 3^2 - 2xy$$

$$2xy = -4 \quad \therefore xy = -2$$

$$\therefore x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$$

$$= 3^3 - 3 \times (-2) \times 3 = 45$$

134 **답** ①

$$x - y = (\sqrt{2} - 1) - (\sqrt{2} + 1) = -2$$

$$xy = (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1) = 1$$

$$\therefore x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y)$$

$$= (-2)^3 + 3 \times 1 \times (-2) = -14$$

135 **답** (1) 2 (2) $2\sqrt{3}$ (3) $12\sqrt{3}$

$$(1) x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y) \text{이므로}$$

$$20 = 2^3 + 3xy \times 2$$

$$6xy = 12 \quad \therefore xy = 2$$

$$(2) (x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy$$

$$= 2^2 + 4 \times 2 = 12$$

$$\text{이때 } x > 0, y > 0 \text{이므로}$$

$$x + y = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$(3) x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$$

$$= (2\sqrt{3})^3 - 3 \times 2 \times 2\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$$

136 **답** ②

$$x^2 + y^2 + z^2 = (x + y - z)^2 - 2(xy - yz - zx)$$

$$= 5^2 - 2 \times 4 = 17$$

137 답 ④

$$\begin{aligned} a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca &= \frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\} \\ &= \frac{1}{2}\{8^2+6^2+(-14)^2\} \\ &= \frac{1}{2} \times 296 = 148 \end{aligned}$$

138 답 -1

$$\begin{aligned} a^2+b^2+c^2 &= (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca) \text{이므로} \\ 13 &= 3^2 - 2(ab+bc+ca) \\ 2(ab+bc+ca) &= -4 \quad \therefore ab+bc+ca = -2 \\ a^3+b^3+c^3 &= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) + 3abc \text{이므로} \\ 42 &= 3 \times \{13 - (-2)\} + 3abc \\ 3abc &= -3 \quad \therefore abc = -1 \end{aligned}$$

139 답 ②

$$\begin{aligned} x^2 + \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = (-4)^2 - 2 = 14 \\ x^3 + \frac{1}{x^3} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= (-4)^3 - 3 \times (-4) = -52 \\ \therefore x^3 + x^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} &= \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) + \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \\ &= -52 + 14 = -38 \end{aligned}$$

140 답 2

$$\begin{aligned} x^2 + \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \text{이므로} \\ 2 &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \\ \therefore \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 &= 4 \\ \text{그런데 } x > 0 \text{이므로 } x + \frac{1}{x} &= 2 \\ \therefore x^3 + \frac{1}{x^3} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 2^3 - 3 \times 2 = 2 \end{aligned}$$

141 답 ④

$$\begin{aligned} x > 1 \text{이므로 } x^2 - 3x + 1 &= 0 \text{의 양변을 } x \text{로 나누면} \\ x - 3 + \frac{1}{x} &= 0 \quad \therefore x + \frac{1}{x} = 3 \\ \therefore \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 \\ &= 3^2 - 4 = 5 \\ \text{그런데 } x > 1 \text{이므로 } 0 < \frac{1}{x} < 1 \text{이고 } x - \frac{1}{x} &> 0 \\ \therefore x - \frac{1}{x} &= \sqrt{5} \\ \therefore x^3 - \frac{1}{x^3} &= \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3\left(x - \frac{1}{x}\right) \\ &= (\sqrt{5})^3 + 3\sqrt{5} = 8\sqrt{5} \end{aligned}$$

142 답 ②

$$\begin{aligned} 2019 &= x \text{로 놓으면} \\ (x-3)x(x+3) &= x^3 - 9a \\ x^3 - 9x &= x^3 - 9a \\ \therefore a &= x = 2019 \end{aligned}$$

143 답 18

직사각형의 가로, 세로의 길이를 각각 a , b 라 하면 직사각형의 둘레의 길이가 20이므로

$$2(a+b) = 20 \quad \therefore a+b = 10$$

또 직사각형이 반지름의 길이가 4인 원에 내접하므로 직사각형의 대각선의 길이는 원의 지름의 길이인 8과 같다.

$$\therefore a^2 + b^2 = 8^2 = 64$$

$$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab \text{이므로}$$

$$64 = 10^2 - 2ab$$

$$2ab = 36 \quad \therefore ab = 18$$

따라서 직사각형의 넓이는 18이다.

144 답 ①

두 정육면체의 한 모서리의 길이를 각각 a , b 라 하면 두 정육면체의 모든 모서리의 길이의 합이 60이므로

$$12a + 12b = 60 \quad \therefore a+b = 5$$

또 두 정육면체의 겉넓이의 합이 126이므로

$$6a^2 + 6b^2 = 126 \quad \therefore a^2 + b^2 = 21$$

$$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab \text{이므로}$$

$$21 = 5^2 - 2ab$$

$$2ab = 4 \quad \therefore ab = 2$$

따라서 두 정육면체의 부피의 합은

$$\begin{aligned} a^3 + b^3 &= (a+b)^3 - 3ab(a+b) \\ &= 5^3 - 3 \times 2 \times 5 = 95 \end{aligned}$$

개념유형

28~29쪽

145 답 3, 6, 3, 6, 3, 6, 9, 2, 2x+3, 2

146 답 몫: x^2+3x-2 , 나머지: 4

$$\begin{array}{r} x^2+3x-2 \\ x-1 \overline{) x^3+2x^2-5x+6} \\ \underline{x^3-x^2} \\ 3x^2-5x \\ \underline{3x^2-3x} \\ -2x+6 \\ \underline{-2x+2} \\ 4 \end{array}$$

따라서 구하는 몫은 x^2+3x-2 , 나머지는 4이다.

147 **답** 몫: x^2-x+1 , 나머지: -4

$$\begin{array}{r} x^2 - x + 1 \\ 2x-1 \overline{) 2x^3 - 3x^2 + 3x - 5} \\ \underline{2x^3 - x^2} \\ -2x^2 + 3x \\ \underline{-2x^2 + x} \\ 2x - 5 \\ \underline{2x - 1} \\ -4 \end{array}$$

따라서 구하는 몫은 x^2-x+1 , 나머지는 -4 이다.

148 **답** 몫: $x-1$, 나머지: $x+6$

$$\begin{array}{r} x - 1 \\ x^2+x-1 \overline{) x^3 - x + 7} \\ \underline{x^3 + x^2 - x} \\ -x^2 + 7 \\ \underline{-x^2 - x + 1} \\ x + 6 \end{array}$$

따라서 구하는 몫은 $x-1$, 나머지는 $x+6$ 이다.

149 **답** 몫: $3x-1$, 나머지: $-x-3$

$$\begin{array}{r} 3x - 1 \\ x^2+1 \overline{) 3x^3 - x^2 + 2x - 4} \\ \underline{3x^3 + 3x} \\ -x^2 - x - 4 \\ \underline{-x^2 - 1} \\ -x - 3 \end{array}$$

따라서 구하는 몫은 $3x-1$, 나머지는 $-x-3$ 이다.

150 **답** 몫: $2x^2+x+5$, 나머지: $11x+17$

$$\begin{array}{r} 2x^2 + x + 5 \\ 2x^2-x-5 \overline{) 4x^4 - x^2 + x - 8} \\ \underline{4x^4 - 2x^3 - 10x^2} \\ 2x^3 + 9x^2 + x \\ \underline{2x^3 - x^2 - 5x} \\ 10x^2 + 6x - 8 \\ \underline{10x^2 - 5x - 25} \\ 11x + 17 \end{array}$$

따라서 구하는 몫은 $2x^2+x+5$, 나머지는 $11x+17$ 이다.

151 **답** $x^3-3x^2+4x-2=(x-3)(x^2+4)+10$

x^3-3x^2+4x-2 를 $x-3$ 으로 나누면

$$\begin{array}{r} x^2 + 4 \\ x-3 \overline{) x^3 - 3x^2 + 4x - 2} \\ \underline{x^3 - 3x^2} \\ 4x - 2 \\ \underline{4x - 12} \\ 10 \end{array}$$

따라서 몫은 x^2+4 , 나머지는 10 이므로
 $x^3-3x^2+4x-2=(x-3)(x^2+4)+10$

152 **답** $2x^3-x^2+7x-5=(x^2+1)(2x-1)+5x-4$

$2x^3-x^2+7x-5$ 를 x^2+1 로 나누면

$$\begin{array}{r} 2x - 1 \\ x^2+1 \overline{) 2x^3 - x^2 + 7x - 5} \\ \underline{2x^3 + 2x} \\ -x^2 + 5x - 5 \\ \underline{-x^2 - 1} \\ 5x - 4 \end{array}$$

따라서 몫은 $2x-1$, 나머지는 $5x-4$ 이므로

$$2x^3-x^2+7x-5=(x^2+1)(2x-1)+5x-4$$

153 **답** $Q(x), \frac{1}{2}Q(x), \frac{1}{2}Q(x), R$

154 **답** 몫: $\frac{1}{3}Q(x)$, 나머지: R

$f(x)$ 를 $x+4$ 로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 R 이므로

$$f(x)=(x+4)Q(x)+R$$

$$=3(x+4) \times \frac{1}{3}Q(x)+R$$

$$=(3x+12) \times \frac{1}{3}Q(x)+R$$

따라서 $f(x)$ 를 $3x+12$ 로 나누었을 때의 몫은 $\frac{1}{3}Q(x)$, 나머지는 R 이다.

155 **답** 몫: $2Q(x)$, 나머지: R

$f(x)$ 를 $2x-4$ 로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 R 이므로

$$f(x)=(2x-4)Q(x)+R$$

$$=2(x-2)Q(x)+R$$

$$=(x-2) \times 2Q(x)+R$$

따라서 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 몫은 $2Q(x)$, 나머지는 R 이다.

실전유형

29~30쪽

156 **답** 7

$$\begin{array}{r} 2x^2 - x + 4 \\ x-2 \overline{) 2x^3 - 5x^2 + 6x - 3} \\ \underline{2x^3 - 4x^2} \\ -x^2 + 6x \\ \underline{-x^2 + 2x} \\ 4x - 3 \\ \underline{4x - 8} \\ 5 \end{array}$$

따라서 $a=-1, b=6, c=-3, d=5$ 이므로

$$a+b+c+d=7$$

157 답 9

$2x^3 - x^2 + x + 3$ 을 $x+1$ 로 나누면

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 3x + 4 \\ x+1 \overline{) 2x^3 - x^2 + x + 3} \\ \underline{2x^3 + 2x^2} \\ -3x^2 + x \\ \underline{-3x^2 - 3x} \\ 4x + 3 \\ \underline{4x + 4} \\ -1 \end{array}$$

따라서 $Q(x) = 2x^2 - 3x + 4$ 이므로

$$Q(-1) = 2 + 3 + 4 = 9$$

158 답 23

$x^4 + 2x^3 + 11x - 4$ 를 $x^2 + 2x + 3$ 으로 나누면

$$\begin{array}{r} x^2 - 3 \\ x^2 + 2x + 3 \overline{) x^4 + 2x^3 + 11x - 4} \\ \underline{x^4 + 2x^3 + 3x^2} \\ -3x^2 + 11x - 4 \\ \underline{-3x^2 - 6x - 9} \\ 17x + 5 \end{array}$$

따라서 $Q(x) = x^2 - 3$, $R(x) = 17x + 5$ 이므로

$$Q(2) + R(1) = (4 - 3) + (17 + 5)$$

$$= 23$$

159 답 $8x^3 + 3x - 5$

$f(x)$ 를 $4x^2 + 2x + 1$ 로 나누었을 때의 몫이 $2x - 1$, 나머지가 $3x - 4$ 이므로

$$\begin{aligned} f(x) &= (4x^2 + 2x + 1)(2x - 1) + 3x - 4 \\ &= 8x^3 - 1 + 3x - 4 \\ &= 8x^3 + 3x - 5 \end{aligned}$$

160 답 ③

$3x^3 - 2x^2 + 2x + 1$ 을 A 로 나누었을 때의 몫이 $3x + 4$, 나머지가 $10x + 1$ 이므로

$$3x^3 - 2x^2 + 2x + 1 = A(3x + 4) + 10x + 1$$

$$A(3x + 4) = 3x^3 - 2x^2 - 8x$$

$$\therefore A = (3x^3 - 2x^2 - 8x) \div (3x + 4)$$

$3x^3 - 2x^2 - 8x$ 를 $3x + 4$ 로 나누면

$$\begin{array}{r} x^2 - 2x \\ 3x+4 \overline{) 3x^3 - 2x^2 - 8x} \\ \underline{3x^3 + 4x^2} \\ -6x^2 - 8x \\ \underline{-6x^2 - 8x} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore A = x^2 - 2x$$

161 답 5

$f(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 몫이 $x^2 - 2x + 2$, 나머지가 3이므로

$$\begin{aligned} f(x) &= (x+1)(x^2 - 2x + 2) + 3 \\ &= x^3 - 2x^2 + 2x + x^2 - 2x + 2 + 3 \\ &= x^3 - x^2 + 5 \end{aligned}$$

$x^3 - x^2 + 5$ 를 $x^2 + 1$ 로 나누면

$$\begin{array}{r} x - 1 \\ x^2+1 \overline{) x^3 - x^2 + 5} \\ \underline{x^3 + x} \\ -x^2 - x + 5 \\ \underline{-x^2 - 1} \\ -x + 6 \end{array}$$

따라서 $Q(x) = x - 1$, $R(x) = -x + 6$ 이므로

$$Q(x) + R(x) = (x - 1) + (-x + 6) = 5$$

162 답 ②

$f(x)$ 를 $x + \frac{5}{2}$ 로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 R 이므로

$$\begin{aligned} f(x) &= \left(x + \frac{5}{2}\right)Q(x) + R \\ &= 2\left(x + \frac{5}{2}\right) \times \frac{1}{2}Q(x) + R \\ &= (2x + 5) \times \frac{1}{2}Q(x) + R \end{aligned}$$

따라서 $f(x)$ 를 $2x + 5$ 로 나누었을 때의 몫은 $\frac{1}{2}Q(x)$, 나머지는 R 이다.

163 답 4

$f(x)$ 를 $3x - 6$ 으로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 R 이므로

$$\begin{aligned} f(x) &= (3x - 6)Q(x) + R \\ &= 3(x - 2)Q(x) + R \\ &= (x - 2) \times 3Q(x) + R \end{aligned}$$

따라서 $f(x)$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때의 몫은 $3Q(x)$, 나머지는 R 이므로

$$a = 3, b = 1 \quad \therefore a + b = 4$$

개념유형

32쪽

164 답 1, 0, -2, 6, $x^2 - 2x$, 6

165 답 -2, 0, -2, -4, 8, -7, $x^2 - 4x + 8$, -7

166 답 몫: $x^2 + 5x + 8$, 나머지: 12

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & 3 & -2 & -4 \\ & & 2 & 10 & 16 \\ \hline & 1 & 5 & 8 & 12 \end{array}$$

따라서 구하는 몫은 $x^2 + 5x + 8$, 나머지는 12이다.

167 **답** 몫: $2x^2-4x+4$, 나머지: -3

$$-\frac{1}{2} \begin{array}{r|rrrr} 2 & -3 & 2 & -1 \\ & -1 & 2 & -2 \\ \hline 2 & -4 & 4 & -3 \end{array}$$

따라서 구하는 몫은 $2x^2-4x+4$, 나머지는 -3 이다.

168 **답** 몫: $4x^3-4x^2+2x-5$, 나머지: 10

$$-1 \begin{array}{r|rrrrr} 4 & 0 & -2 & -3 & 5 \\ & -4 & 4 & -2 & 5 \\ \hline 4 & -4 & 2 & -5 & 10 \end{array}$$

따라서 구하는 몫은 $4x^3-4x^2+2x-5$, 나머지는 10 이다.

169 **답** $2x^2+2x-2$, 2 , x^2+x-1 , x^2+x-1 , 2

170 **답** 1 , 6 , 2 , 18 , 6 , 8 , $3x^2+18x+6$, 8 , x^2+6x+2 , 8 , x^2+6x+2 , 8

$3x-1=3\left(x-\frac{1}{3}\right)$ 이므로 다음과 같이 조립제법을 이용하면

$$\frac{1}{3} \begin{array}{r|rrrr} 3 & 17 & 0 & 6 \\ & 1 & 6 & 2 \\ \hline 3 & 18 & 6 & 8 \end{array}$$

$3x^3+17x^2+6$ 을 $x-\frac{1}{3}$ 로 나누었을 때의 몫은 $3x^2+18x+6$, 나머지는 8 이므로

$$3x^3+17x^2+6=\left(x-\frac{1}{3}\right)(3x^2+18x+6)+8$$

$$=(3x-1)(x^2+6x+2)+8$$

따라서 구하는 몫은 x^2+6x+2 , 나머지는 8 이다.

171 **답** 몫: x^2-2x-1 , 나머지: 2

$2x-1=2\left(x-\frac{1}{2}\right)$ 이므로 다음과 같이 조립제법을 이용하면

$$\frac{1}{2} \begin{array}{r|rrrr} 2 & -5 & 0 & 3 \\ & 1 & -2 & -1 \\ \hline 2 & -4 & -2 & 2 \end{array}$$

$2x^3-5x^2+3$ 을 $x-\frac{1}{2}$ 로 나누었을 때의 몫은 $2x^2-4x-2$, 나머지는 2 이므로

$$2x^3-5x^2+3=\left(x-\frac{1}{2}\right)(2x^2-4x-2)+2$$

$$=(2x-1)(x^2-2x-1)+2$$

따라서 구하는 몫은 x^2-2x-1 , 나머지는 2 이다.

172 **답** 몫: $2x^2-x-1$, 나머지: 1

$3x+2=3\left(x+\frac{2}{3}\right)$ 이므로 다음과 같이 조립제법을 이용하면

$$-\frac{2}{3} \begin{array}{r|rrrr} 6 & 1 & -5 & -1 \\ & -4 & 2 & 2 \\ \hline 6 & -3 & -3 & 1 \end{array}$$

$6x^3+x^2-5x-1$ 을 $x+\frac{2}{3}$ 로 나누었을 때의 몫은 $6x^2-3x-3$, 나머지는 1 이므로

$$6x^3+x^2-5x-1=\left(x+\frac{2}{3}\right)(6x^2-3x-3)+1$$

$$=(3x+2)(2x^2-x-1)+1$$

따라서 구하는 몫은 $2x^2-x-1$, 나머지는 1 이다.

실전유형

33쪽

173 **답** 72

$$3 \begin{array}{r|rrrr} 1 & -2 & 5 & -7 \\ & 3 & 3 & 24 \\ \hline 1 & 1 & 8 & 17 \end{array}$$

따라서 $a=3$, $b=3$, $c=1$, $d=8$ 이므로
 $abcd=72$

174 **답** ①

$$-4 \begin{array}{r|rrrr} a & 8 & -3 & b \\ & -8 & 0 & 12 \\ \hline 2 & 0 & -3 & 1 \end{array}$$

$\therefore k=-4$, $a=2$, $c=-8$, $d=0$

이때 $b+12=1$ 이므로

$b=-11$

$\therefore a+b+c+d=-17$

175 **답** ④

$$-2 \begin{array}{r|rrrr} 1 & 0 & -5 & -6 \\ & -2 & 4 & 2 \\ \hline 1 & -2 & -1 & -4 \end{array}$$

$\therefore a=0$, $b=-6$, $c=4$, $d=-2$

이때 $Q(x)=x^2-2x-1$ 이므로

$$Q(ad)-bc=Q(0)+24$$

$$=-1+24=23$$

176 **답** ②

주어진 조립제법에서 $3x^3+4x^2-7x+8$ 을 $x-\frac{2}{3}$ 로 나누었을 때의 몫이 $3x^2+6x-3$, 나머지가 6 이므로

$$3x^3+4x^2-7x+8=\left(x-\frac{2}{3}\right)(3x^2+6x-3)+6$$

$$=(3x-2)(x^2+2x-1)+6$$

따라서 $3x^3+4x^2-7x+8$ 을 $3x-2$ 로 나누었을 때의 몫은 x^2+2x-1 , 나머지는 6 이다.

1 답 $x^2 - 2xy - y^2$

$$2(X+A)=B \text{에서 } X+A=\frac{1}{2}B$$

$$\therefore X=\frac{1}{2}B-A$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2}(4x^2 - 6xy + 2y^2) - (x^2 - xy + 2y^2) \\ &= 2x^2 - 3xy + y^2 - x^2 + xy - 2y^2 = x^2 - 2xy - y^2 \end{aligned}$$

2 답 ③

$$\begin{aligned} AC-B &= (x+2y)(x-y-1) - (3x^2 - xy - y^2) \\ &= x^2 - xy - x + 2xy - 2y^2 - 2y - (3x^2 - xy - y^2) \\ &= x^2 + xy - x - 2y^2 - 2y - 3x^2 + xy + y^2 \\ &= -2x^2 + 2xy - y^2 - x - 2y \end{aligned}$$

3 답 ②

$$\begin{aligned} &(4x^2 - x + k)(x^2 + 2x - 5) \text{의 전개식에서 } x^2 \text{항은} \\ &4x^2 \times (-5) + (-x) \times 2x + k \times x^2 = -20x^2 - 2x^2 + kx^2 \\ &= (k-22)x^2 \end{aligned}$$

이때 x^2 의 계수가 -19 이므로

$$k-22=-19 \quad \therefore k=3$$

4 답 ⑤

$$\textcircled{1} (a+b+2c)^2 = a^2 + b^2 + 4c^2 + 2ab + 4bc + 4ca$$

$$\textcircled{2} (3x-2)^3 = 27x^3 - 54x^2 + 36x - 8$$

$$\textcircled{3} (2a-1)(4a^2+2a+1) = 8a^3 - 1$$

$$\textcircled{4} (x-4)(x+2)(x+5) = x^3 + 3x^2 - 18x - 40$$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

5 답 $x^4 + 2x^3 - 13x^2 - 14x + 24$

공통부분이 생기도록 두 일차식의 상수항의 합이 같게 짝을 지어 전개하면

$$\begin{aligned} &(x-3)(x-1)(x+2)(x+4) \\ &= \{(x-3)(x+4)\} \{(x-1)(x+2)\} \\ &= (x^2+x-12)(x^2+x-2) \quad \dots\dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

$x^2+x=X$ 로 놓으면 ①에서

$$\begin{aligned} (x^2+x-12)(x^2+x-2) &= (X-12)(X-2) \\ &= X^2 - 14X + 24 \\ &= (x^2+x)^2 - 14(x^2+x) + 24 \\ &= x^4 + 2x^3 + x^2 - 14x^2 - 14x + 24 \\ &= x^4 + 2x^3 - 13x^2 - 14x + 24 \end{aligned}$$

6 답 36

$$x^2+y^2=(x-y)^2+2xy \text{이므로}$$

$$11=3^2+2xy, \quad 2xy=2 \quad \therefore xy=1$$

$$\begin{aligned} \therefore x^3-y^3 &= (x-y)^3 + 3xy(x-y) \\ &= 3^3 + 3 \times 1 \times 3 = 36 \end{aligned}$$

7 답 ③

$$x+y=(1+\sqrt{2})+(1-\sqrt{2})=2$$

$$xy=(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})=-1$$

$$\begin{aligned} \therefore x^3+y^3+2xy &= (x+y)^3 - 3xy(x+y) + 2xy \\ &= 2^3 - 3 \times (-1) \times 2 + 2 \times (-1) \\ &= 12 \end{aligned}$$

8 답 20

$$x^2+y^2+z^2=(x+y+z)^2-2(xy+yz+zx) \text{이므로}$$

$$14=2^2-2(xy+yz+zx)$$

$$2(xy+yz+zx)=-10$$

$$\therefore xy+yz+zx=-5$$

$$\begin{aligned} \therefore x^3+y^3+z^3 &= (x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx) + 3xyz \\ &= 2 \times \{14 - (-5)\} + 3 \times (-6) \\ &= 20 \end{aligned}$$

9 답 ②

$x>0$ 이므로 $x^2-2\sqrt{3}x-1=0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x-2\sqrt{3}-\frac{1}{x}=0 \quad \therefore x-\frac{1}{x}=2\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \therefore \left(x+\frac{1}{x}\right)^2 &= \left(x-\frac{1}{x}\right)^2 + 4 \\ &= (2\sqrt{3})^2 + 4 = 16 \end{aligned}$$

그런데 $x>0$ 이므로 $x+\frac{1}{x}=4$

$$\begin{aligned} \therefore x^3+\frac{1}{x^3} &= \left(x+\frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x+\frac{1}{x}\right) \\ &= 4^3 - 3 \times 4 = 52 \end{aligned}$$

10 답 $12\sqrt{6}$

직사각형의 가로, 세로의 길이를 각각 a , b 라 하면 직사각형의 넓이가 18이므로

$$ab=18 \quad \dots\dots \textcircled{i}$$

또 직사각형이 반지름의 길이가 $3\sqrt{5}$ 인 원에 내접하므로 직사각형의 대각선의 길이는 원의 지름의 길이인 $6\sqrt{5}$ 와 같다.

$$\therefore a^2+b^2=(6\sqrt{5})^2=180 \quad \dots\dots \textcircled{ii}$$

$$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab \text{이므로}$$

$$180=(a+b)^2-2 \times 18$$

$$\therefore (a+b)^2=216$$

그런데 $a>0$, $b>0$ 이므로

$$a+b=6\sqrt{6}$$

따라서 직사각형의 둘레의 길이는

$$2(a+b)=12\sqrt{6} \quad \dots\dots \textcircled{iii}$$

채점 기준

① 직사각형의 넓이를 이용하여 가로, 세로의 길이에 대한 식 세우기	30 %
② 직사각형의 대각선의 길이를 이용하여 가로, 세로의 길이에 대한 식 세우기	30 %
③ 직사각형의 둘레의 길이 구하기	40 %

11 답 -4

x^3-2x+1 을 x^2+x+1 로 나누면

$$\begin{array}{r} x-1 \\ x^2+x+1 \overline{) x^3 -2x+1} \\ \underline{x^3+x^2+x} \\ -x^2-3x+1 \\ \underline{-x^2-x-1} \\ -2x+2 \end{array}$$

따라서 $Q(x)=x-1$, $R(x)=-2x+2$ 이므로

$$Q(-1)+R(2)=(-1-1)+(-4+2)=-4$$

12 답 ③

$3x^3-4x^2+4x+2$ 를 A 로 나누었을 때의 몫이 $3x^2-x+3$, 나머지가 5이므로

$$3x^3-4x^2+4x+2=A(3x^2-x+3)+5$$

$$A(3x^2-x+3)=3x^3-4x^2+4x-3$$

$$\therefore A=(3x^3-4x^2+4x-3) \div (3x^2-x+3)$$

$3x^3-4x^2+4x-3$ 을 $3x^2-x+3$ 으로 나누면

$$\begin{array}{r} x-1 \\ 3x^2-x+3 \overline{) 3x^3-4x^2+4x-3} \\ \underline{3x^3-x^2+3x} \\ -3x^2+x-3 \\ \underline{-3x^2+x-3} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore A=x-1$$

13 답 ②

$f(x)$ 를 $x-\frac{1}{2}$ 로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 R 이므로

$$\begin{aligned} f(x) &= \left(x-\frac{1}{2}\right)Q(x)+R \\ &= 2\left(x-\frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{2}Q(x)+R \\ &= (2x-1) \times \frac{1}{2}Q(x)+R \end{aligned}$$

따라서 $f(x)$ 를 $2x-1$ 로 나누었을 때의 몫은 $\frac{1}{2}Q(x)$, 나머지는 R 이다.

14 답 x^2-2x+1

주어진 조립제법에서 $2x^3-5x^2+2x+1$ 을 $x-\frac{1}{2}$ 로 나누었을 때의 몫이 $2x^2-4x$, 나머지가 1이므로

$$\begin{aligned} 2x^3-5x^2+2x+1 &= \left(x-\frac{1}{2}\right)(2x^2-4x)+1 \\ &= (2x-1)(x^2-2x)+1 \end{aligned}$$

따라서 $2x^3-5x^2+2x+1$ 을 $2x-1$ 로 나누었을 때의 몫은 x^2-2x , 나머지는 1이므로 구하는 합은

$$x^2-2x+1$$

02 나머지 정리와 인수분해

개념유형

36~39쪽

001 답 ×

002 답 ×

003 답 ○

주어진 등식의 우변을 전개하여 정리하면 $x^2=x^2$

따라서 항등식이다.

004 답 ○

주어진 등식의 우변을 전개하면 $x^2+x-6=x^2+x-6$

따라서 항등식이다.

005 답 ×

주어진 등식의 좌변을 전개하면

$$x^2-1=x^2+x \quad \therefore x=-1$$

따라서 항등식이 아니다.

006 답 ○

주어진 등식의 우변을 전개하여 정리하면 $x^2+3=x^2+3$

따라서 항등식이다.

007 답 ○

주어진 등식의 좌변을 전개하면 $x^3-1=x^3-1$

따라서 항등식이다.

008 답 $a=2, b=3$

009 답 $a=-1, b=5$

$$a+1=0, b-5=0 \text{이므로 } a=-1, b=5$$

010 답 $a=2, b=-3, c=-4$

011 답 $a=1, b=-2, c=3$

$$a-1=0, b+2=0, -c+3=0 \text{이므로}$$

$$a=1, b=-2, c=3$$

012 답 $a=5, b=-1, c=-6$

013 답 $a=0, b=\frac{1}{2}, c=-1$

$$a=0, 2b-1=0, c+1=0 \text{이므로}$$

$$a=0, b=\frac{1}{2}, c=-1$$

014 답 $a+b, a+b, 4, -1, 2$

015 답 $a=8, b=6$

주어진 등식의 좌변을 전개한 후 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면
 $(a-b)x - a + 3 = 2x - 5$
이 등식이 x 에 대한 항등식이므로
 $a-b=2, -a+3=-5 \quad \therefore a=8, b=6$

016 답 $a=-2, b=-3$

주어진 등식의 좌변을 전개하면
 $x^2 - 2x - 3 = x^2 + ax + b$
이 등식이 x 에 대한 항등식이므로
 $a=-2, b=-3$

017 답 $a=1, b=1$

주어진 등식의 좌변을 전개한 후 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면
 $ax^2 + (2a-1)x - 5 = x^2 + bx - 5$
이 등식이 x 에 대한 항등식이므로
 $a=1, 2a-1=b \quad \therefore b=1$

018 답 $-1, 2$

019 답 $a=1, b=3$

주어진 등식의 양변에 $x=1$ 을 대입하면
 $2b=6 \quad \therefore b=3$
주어진 등식의 양변에 $x=-1$ 을 대입하면
 $-2a=-2 \quad \therefore a=1$

020 답 $a=8, b=5$

주어진 등식의 양변에 $x=0$ 을 대입하면
 $a=8$
주어진 등식의 양변에 $x=2$ 를 대입하면
 $22+a=6b, 6b=30 \quad \therefore b=5$

021 답 $a=8, b=7$

주어진 등식의 양변에 $x=2$ 를 대입하면 $b=7$
주어진 등식의 양변에 $x=0$ 을 대입하면
 $-5=4-2a+b, 2a=16 \quad \therefore a=8$

022 답 $a=2, b=5, c=2$

[계수비교법]

주어진 등식의 우변을 전개한 후 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면
 $2x^2 - 3x + 4 = ax^2 + (a-b)x + 2c$
이 등식이 x 에 대한 항등식이므로
 $2=a, -3=a-b, 4=2c$
 $\therefore a=2, b=5, c=2$

[수치대입법]

주어진 등식의 양변에 $x=0$ 을 대입하면
 $4=2c \quad \therefore c=2$
주어진 등식의 양변에 $x=-1$ 을 대입하면
 $9=b+2c \quad \therefore b=5$
주어진 등식의 양변에 $x=1$ 을 대입하면
 $3=2a-b+2c, 2a=4 \quad \therefore a=2$

023 답 $a=1, b=3, c=2$

[계수비교법]

주어진 등식의 좌변을 전개한 후 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면
 $ax^2 + (-a+b)x - b + c = x^2 + 2x - 1$
이 등식이 x 에 대한 항등식이므로
 $a=1, -a+b=2, -b+c=-1$
 $\therefore a=1, b=3, c=2$

[수치대입법]

주어진 등식의 양변에 $x=1$ 을 대입하면
 $c=2$
주어진 등식의 양변에 $x=0$ 을 대입하면
 $-b+c=-1 \quad \therefore b=3$
주어진 등식의 양변에 $x=2$ 를 대입하면
 $2a+b+c=7, 2a=2 \quad \therefore a=1$

024 답 $a=3, b=-8, c=9$

[계수비교법]

주어진 등식의 좌변을 전개한 후 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면
 $ax^2 + (2a+b)x + a + b + c = 3x^2 - 2x + 4$
이 등식이 x 에 대한 항등식이므로
 $a=3, 2a+b=-2, a+b+c=4$
 $\therefore a=3, b=-8, c=9$

[수치대입법]

주어진 등식의 양변에 $x=-1$ 을 대입하면
 $c=9$
주어진 등식의 양변에 $x=0$ 을 대입하면
 $a+b+c=4 \quad \therefore a+b=-5 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$
주어진 등식의 양변에 $x=1$ 을 대입하면
 $4a+2b+c=5 \quad \therefore 2a+b=-2 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면
 $a=3, b=-8$

025 답 $a=6, b=-8, c=3$

[계수비교법]

주어진 등식의 우변을 전개한 후 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면
 $x^2 - 3x + 8 = (a+b+c)x^2 + (-a+c)x - b$
이 등식이 x 에 대한 항등식이므로
 $1=a+b+c \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$
 $-3=-a+c \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$
 $8=-b \quad \therefore b=-8$

$b = -8$ 을 ㉠에 대입하여 정리하면

$$a + c = 9 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = 6, c = 3$

[수치대입법]

주어진 등식의 양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$8 = -b \quad \therefore b = -8$$

주어진 등식의 양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$6 = 2c \quad \therefore c = 3$$

주어진 등식의 양변에 $x = -1$ 을 대입하면

$$12 = 2a \quad \therefore a = 6$$

026 답 $a = -7, b = 3, c = -2$

[계수비교법]

주어진 등식의 우변을 전개하면

$$x^3 + ax - 6 = x^3 + (b-3)x^2 - (3b+c)x + 3c$$

이 등식이 x 에 대한 항등식이므로

$$0 = b-3, a = -(3b+c), -6 = 3c$$

$$\therefore a = -7, b = 3, c = -2$$

[수치대입법]

주어진 등식의 양변에 $x = 3$ 을 대입하면

$$3a + 21 = 0 \quad \therefore a = -7$$

주어진 등식의 양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$-6 = 3c \quad \therefore c = -2$$

주어진 등식의 양변에 $x = 2$ 를 대입하면

$$2a + 2 = -4 - 2b + c, 2b = 6 \quad \therefore b = 3$$

실전유형

40~41쪽

027 답 ④

$$a - 2 = 0, a + 2b = 0 \text{이므로 } a = 2, b = -1$$

$$\therefore a - b = 3$$

028 답 ①

주어진 등식의 좌변을 전개하면

$$x^3 + 8 = x^3 + (a-3)x + 4b$$

이 등식이 x 에 대한 항등식이므로

$$a - 3 = 0, 4b = 8 \quad \therefore a = 3, b = 2$$

$$\therefore ab = 6$$

029 답 3

주어진 등식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립하므로 주어진 등식은 k 에 대한 항등식이다.

등식의 좌변을 k 에 대하여 정리하면

$$(x-2y)k - 2x - y + 5 = 0$$

이 등식이 k 에 대한 항등식이므로

$$x - 2y = 0, -2x - y + 5 = 0 \quad \therefore x = 2y, 2x + y = 5$$

두 식을 연립하여 풀면 $x = 2, y = 1 \quad \therefore x + y = 3$

030 답 ②

주어진 등식의 양변에 $x = -1$ 을 대입하면

$$4b = 12 \quad \therefore b = 3$$

주어진 등식의 양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$4a = 8 \quad \therefore a = 2$$

$$\therefore ab = 2 \times 3 = 6$$

031 답 3

주어진 등식의 양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$-2 = -2c \quad \therefore c = 1$$

주어진 등식의 양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$-6 = 3b \quad \therefore b = -2$$

주어진 등식의 양변에 $x = -2$ 를 대입하면

$$24 = 6a \quad \therefore a = 4$$

$$\therefore a + b + c = 4 + (-2) + 1 = 3$$

032 답 ③

주어진 등식의 양변에 $x = -1$ 을 대입하면

$$0 = -a + b \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

주어진 등식의 양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$6 = a + b \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$a = 3, b = 3$$

$a - b = 0$ 이므로 주어진 등식의 양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$0 = -P(0) + 3$$

$$\therefore P(0) = 3$$

033 답 1

주어진 등식의 양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{24} = (-1)^{12} = 1$$

034 답 ②

주어진 등식의 양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$a_0 = 1^{10} = 1$$

주어진 등식의 양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10} = 0$$

$$\therefore a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10} = -a_0 \\ = -1$$

035 답 -255

주어진 등식의 양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$a_0 = 1^8 = 1$$

주어진 등식의 양변에 $x = -1$ 을 대입하면

$$a_0 - a_1 + a_2 - \dots + a_{16} = 2^8 = 256$$

$$\therefore a_1 - a_2 + a_3 - \dots - a_{16} = a_0 - 256 \\ = 1 - 256 = -255$$

036 답 ④

$3x^3+ax^2+bx+c$ 를 x^2+2x-2 로 나누었을 때의 몫이 $3x+1$, 나머지가 -7 이므로

$$3x^3+ax^2+bx+c=(x^2+2x-2)(3x+1)-7$$

이 등식의 우변을 전개한 후 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$3x^3+ax^2+bx+c=3x^3+7x^2-4x-9$$

이 등식이 x 에 대한 항등식이므로

$$a=7, b=-4, c=-9 \quad \therefore a-b-c=20$$

037 답 ②

x^3-x^2+ax+b 를 x^2+3x+2 로 나누었을 때의 몫을 $x+k$ (k 는 상수)라 하면 나머지가 $2x+3$ 이므로

$$x^3-x^2+ax+b=(x^2+3x+2)(x+k)+2x+3$$

이 등식의 우변을 전개한 후 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$x^3-x^2+ax+b=x^3+(k+3)x^2+(3k+4)x+2k+3$$

이 등식이 x 에 대한 항등식이므로

$$-1=k+3, a=3k+4, b=2k+3$$

$$\therefore k=-4, a=-8, b=-5$$

$$\therefore ab=40$$

다른 풀이

x^3-x^2+ax+b 를 x^2+3x+2 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 하면 나머지가 $2x+3$ 이므로

$$\begin{aligned} x^3-x^2+ax+b &= (x^2+3x+2)Q(x)+2x+3 \\ &= (x+1)(x+2)Q(x)+2x+3 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠} \end{aligned}$$

①의 양변에 $x=-1$ 을 대입하면

$$-2-a+b=1 \quad \therefore a-b=-3 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

①의 양변에 $x=-2$ 를 대입하면

$$-12-2a+b=-1 \quad \therefore 2a-b=-11 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

②, ③을 연립하여 풀면 $a=-8, b=-5$

$$\therefore ab=40$$

038 답 12

x^3-2x^2-5x+a 를 x^2-x+b 로 나누었을 때의 몫을 $x+k$ (k 는 상수)라 하면

$$x^3-2x^2-5x+a=(x^2-x+b)(x+k)$$

이 등식의 우변을 전개한 후 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$x^3-2x^2-5x+a=x^3+(k-1)x^2+(-k+b)x+bk$$

이 등식이 x 에 대한 항등식이므로

$$-2=k-1, -5=-k+b, a=bk$$

$$\therefore k=-1, a=6, b=-6$$

$$\therefore a-b=12$$

개념유형

43~44쪽

039 답 3

나머지 정리에 의하여

$$f(2)=8+8-10-3=3$$

040 답 3

나머지 정리에 의하여

$$f(-3)=-27+18+15-3=3$$

041 답 $-\frac{39}{8}$

나머지 정리에 의하여

$$f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{8}+\frac{1}{2}-\frac{5}{2}-3=-\frac{39}{8}$$

042 답 2

나머지 정리에 의하여

$$f(-1)=-2+3+1=2$$

043 답 11

나머지 정리에 의하여

$$f(2)=16-6+1=11$$

044 답 $\frac{9}{4}$

나머지 정리에 의하여

$$f\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{4}+\frac{3}{2}+1=\frac{9}{4}$$

045 답 5

나머지 정리에 의하여 $f(-1)=9$ 이므로

$$-1+a+5=9 \quad \therefore a=5$$

046 답 4

나머지 정리에 의하여 $f(-2)=5$ 이므로

$$-8+2a+5=5 \quad \therefore a=4$$

047 답 $\frac{28}{9}$

나머지 정리에 의하여 $f\left(-\frac{1}{3}\right)=6$ 이므로

$$-\frac{1}{27}+\frac{1}{3}a+5=6 \quad \therefore a=\frac{28}{9}$$

048 답 -5

나머지 정리에 의하여 $f(3)=-1$ 이므로

$$54+9a-9-1=-1 \quad \therefore a=-5$$

049 답 -3

나머지 정리에 의하여 $f\left(\frac{1}{2}\right)=-3$ 이므로

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}a-\frac{3}{2}-1=-3 \quad \therefore a=-3$$

050 **답** 4

나머지 정리에 의하여 $f(1)=2$ 이므로
 $2+a-3-1=2 \quad \therefore a=4$

051 **답** 3, 3, 3, 2, 3, 2, 9

052 **답** 2

$g(x)=f(x+3)$ 이라 하면 구하는 나머지는 $g(x)$ 를 $x+4$ 로 나누었을 때의 나머지가므로 나머지 정리에 의하여
 $g(-4)=f(-4+3)=f(-1) \quad \dots\dots \textcircled{1}$
 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지가 2이므로
 $f(-1)=2$
 따라서 $\textcircled{1}$ 에서 구하는 나머지는
 $f(-1)=2$

053 **답** -1

$g(x)=f(3x)$ 라 하면 구하는 나머지는 $g(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지가므로 나머지 정리에 의하여
 $g(2)=f(3 \times 2)=f(6) \quad \dots\dots \textcircled{1}$
 $f(x)$ 를 $x-6$ 으로 나누었을 때의 나머지가 -1이므로
 $f(6)=-1$
 따라서 $\textcircled{1}$ 에서 구하는 나머지는
 $f(6)=-1$

054 **답** -8

$g(x)=xf(-x-5)$ 라 하면 구하는 나머지는 $g(x)$ 를 $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지가므로 나머지 정리에 의하여
 $g(-2)=-2f(2-5)=-2f(-3) \quad \dots\dots \textcircled{1}$
 $f(x)$ 를 $x+3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 4이므로
 $f(-3)=4$
 따라서 $\textcircled{1}$ 에서 구하는 나머지는
 $-2f(-3)=-8$

055 **답** 5, -1, 5, 5, -1, -1, -2, 3, $-2x+3$

056 **답** $-12x-15$

나머지 정리에 의하여
 $f(-2)=9, f(-1)=-3$
 또 $f(x)$ 를 $(x+2)(x+1)$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b 는 상수)라 하면
 $f(x)=(x+2)(x+1)Q(x)+ax+b$
 $f(-2)=9$ 에서 $-2a+b=9 \quad \dots\dots \textcircled{1}$
 $f(-1)=-3$ 에서 $-a+b=-3 \quad \dots\dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a=-12, b=-15$
 따라서 구하는 나머지는 $-12x-15$ 이다.

057 **답** $x+5$

나머지 정리에 의하여 $f(-3)=2, f(1)=6$
 또 $f(x)$ 를 $(x+3)(x-1)$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b 는 상수)라 하면
 $f(x)=(x+3)(x-1)Q(x)+ax+b$
 $f(-3)=2$ 에서 $-3a+b=2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$
 $f(1)=6$ 에서 $a+b=6 \quad \dots\dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a=1, b=5$
 따라서 구하는 나머지는 $x+5$ 이다.

058 **답** $7x-13$

나머지 정리에 의하여 $f(2)=1, f(3)=8$
 또 $f(x)$ 를 $(x-2)(x-3)$ 으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b 는 상수)라 하면
 $f(x)=(x-2)(x-3)Q(x)+ax+b$
 $f(2)=1$ 에서 $2a+b=1 \quad \dots\dots \textcircled{1}$
 $f(3)=8$ 에서 $3a+b=8 \quad \dots\dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a=7, b=-13$
 따라서 구하는 나머지는 $7x-13$ 이다.

실전유형

45~46쪽

059 **답** ②

$f(x)=3x^3-x^2+2x-1$ 이라 하면 구하는 나머지는 나머지 정리에 의하여
 $f\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{9}-\frac{1}{9}+\frac{2}{3}-1=-\frac{1}{3}$

060 **답** ①

$f(x)=x^2+ax+4$ 라 하면 나머지 정리에 의하여
 $f(1)=1+a+4=a+5, f(2)=4+2a+4=2a+8$
 이때 $f(1)=f(2)$ 이므로
 $a+5=2a+8 \quad \therefore a=-3$

061 **답** -11

나머지 정리에 의하여 $f(1)=-2$ 이므로
 $2-1+a+1=-2 \quad \therefore a=-4$
 $\therefore f(x)=2x^3-x^2-4x+1$
 따라서 $f(x)$ 를 $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지는
 $f(-2)=-16-4+8+1=-11$

062 **답** ②

$P(x)$ 를 x^2-1 로 나누었을 때의 몫이 $2x+1$, 나머지가 5이므로
 $P(x)=(x^2-1)(2x+1)+5$
 따라서 $P(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지는 나머지 정리에 의하여
 $P(2)=(4-1) \times (4+1)+5=20$

063 답 1

$f(x)=x^3+ax^2+bx-1$ 이라 하면 나머지 정리에 의하여
 $f(-1)=-7, f(2)=5$
 $f(-1)=-7$ 에서 $-1+a-b-1=-7$
 $\therefore a-b=-5 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $f(2)=5$ 에서 $8+4a+2b-1=5$
 $\therefore 2a+b=-1 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면
 $a=-2, b=3$
 $\therefore a+b=1$

064 답 ④

나머지 정리에 의하여
 $f(6)=-3$
 따라서 $xf(4-2x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지는
 $-f(4+2)=-f(6)=3$

065 답 ①

$(x+3)\{f(x)-2\}$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지가 16이므로 나머지 정리에 의하여
 $4\{f(1)-2\}=16 \quad \therefore f(1)=6$
 따라서 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지는
 $f(1)=6$

066 답 ③

나머지 정리에 의하여
 $f(-3)=-2, f(2)=3$
 또 $f(x)$ 를 $(x+3)(x-2)$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b 는 상수)라 하면
 $f(x)=(x+3)(x-2)Q(x)+ax+b$
 $f(-3)=-2$ 에서 $-3a+b=-2 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $f(2)=3$ 에서 $2a+b=3 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면
 $a=1, b=1$
 따라서 구하는 나머지는 $x+1$ 이다.

067 답 $-2x+1$

나머지 정리에 의하여
 $f(-2)=5, f(1)=-1$
 또 $f(x)$ 를 x^2+x-2 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b 는 상수)라 하면
 $f(x)=(x^2+x-2)Q(x)+ax+b$
 $= (x+2)(x-1)Q(x)+ax+b$
 $f(-2)=5$ 에서 $-2a+b=5 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $f(1)=-1$ 에서 $a+b=-1 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면
 $a=-2, b=1$
 따라서 구하는 나머지는 $-2x+1$ 이다.

068 답 ④

나머지 정리에 의하여
 $f(-2)=-3, f(2)=5$
 또 $f(x)$ 를 x^2-4 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)=ax+b$ (a, b 는 상수)라 하면
 $f(x)=(x^2-4)Q(x)+ax+b$
 $= (x+2)(x-2)Q(x)+ax+b$
 $f(-2)=-3$ 에서 $-2a+b=-3 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $f(2)=5$ 에서 $2a+b=5 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면 $a=2, b=1$
 따라서 $R(x)=2x+1$ 이므로
 $R(3)=6+1=7$

069 답 ①

$f(x)$ 를 $x-3$ 으로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 8이므로
 $f(x)=(x-3)Q(x)+8 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 이때 $f(x)$ 를 $x-4$ 로 나누었을 때의 나머지가 6이므로 나머지 정리에 의하여
 $f(4)=6$
 $Q(x)$ 를 $x-4$ 로 나누었을 때의 나머지는 $Q(4)$ 이므로 $\textcircled{㉠}$ 의 양변에 $x=4$ 를 대입하면
 $f(4)=Q(4)+8$
 $6=Q(4)+8$
 $\therefore Q(4)=-2$

070 답 6

$f(x)$ 를 x^2-2x-1 로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 $x+1$ 이므로
 $f(x)=(x^2-2x-1)Q(x)+x+1 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 이때 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지가 -3 이므로 나머지 정리에 의하여
 $f(2)=-3$
 $Q(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지는 $Q(2)$ 이므로 $\textcircled{㉠}$ 의 양변에 $x=2$ 를 대입하면
 $f(2)=-Q(2)+3$
 $-3=-Q(2)+3$
 $\therefore Q(2)=6$

071 답 ③

$f(x)=x^{11}+1$ 이라 하면 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지는 나머지 정리에 의하여
 $f(1)=1+1=2$
 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 2이므로
 $f(x)=(x-1)Q(x)+2 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $Q(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지는 $Q(-1)$ 이므로 $\textcircled{㉠}$ 의 양변에 $x=-1$ 을 대입하면
 $f(-1)=-2Q(-1)+2$
 $0=-2Q(-1)+2 \quad \therefore Q(-1)=1$

072 답 ×

$f(1)=1-4+1+6=4$ 이므로 $x-1$ 은 인수가 아니다.

073 답 ○

$f(2)=8-16+2+6=0$ 이므로 $x-2$ 는 인수이다.

074 답 ×

$f(-3)=-27-36-3+6=-60$ 이므로 $x+3$ 은 인수가 아니다.

075 답 -3

인수 정리에 의하여 $f(1)=0$ 이므로

$$1-1+a+3=0 \quad \therefore a=-3$$

076 답 1

인수 정리에 의하여 $f(-1)=0$ 이므로

$$-1-1-a+3=0 \quad \therefore a=1$$

077 답 $-\frac{9}{2}$

인수 정리에 의하여 $f(-2)=0$ 이므로

$$-8-4-2a+3=0 \quad \therefore a=-\frac{9}{2}$$

078 답 -7

인수 정리에 의하여 $f(3)=0$ 이므로

$$27-9+3a+3=0 \quad \therefore a=-7$$

079 답 ④

$f(x)=x^3-2x^2-8x+a$ 라 하면 인수 정리에 의하여 $f(3)=0$ 이므로

$$27-18-24+a=0 \quad \therefore a=15$$

080 답 -3

$f(x)=x^3-ax^2+bx-2$ 라 하면 인수 정리에 의하여

$$f(-2)=0, f(1)=0$$

$$f(-2)=0 \text{에서 } -8-4a-2b-2=0$$

$$\therefore 2a+b=-5 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$f(1)=0 \text{에서 } 1-a+b-2=0$$

$$\therefore a-b=-1 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ②을 연립하여 풀면

$$a=-2, b=-1$$

$$\therefore a+b=-3$$

081 답 ①

$f(x)=x^4-4x^2+a$ 라 하면 인수 정리에 의하여 $f(1)=0$ 이므로

$$1-4+a=0 \quad \therefore a=3$$

$$\therefore f(x)=x^4-4x^2+3$$

이때 $f(x)=(x-1)Q(x)$ 이므로 양변에 $x=3$ 을 대입하면

$$f(3)=2Q(3)$$

$$48=2Q(3) \quad \therefore Q(3)=24$$

082 답 28

$f(x)=x^4+ax^3-bx+2$ 라 하면 $f(x)$ 가 $(x+1)(x-2)$ 를 인수로 가지므로 인수 정리에 의하여

$$f(-1)=0, f(2)=0$$

$$f(-1)=0 \text{에서 } 1-a+b+2=0$$

$$\therefore a-b=3 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$f(2)=0 \text{에서 } 16+8a-2b+2=0$$

$$\therefore 4a-b=-9 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ②을 연립하여 풀면

$$a=-4, b=-7$$

$$\therefore ab=28$$

083 답 ⑤

$f(x)=2x^3+ax^2+bx-12$ 라 하면 $f(x)$ 가 x^2-5x+6 , 즉 $(x-2)(x-3)$ 으로 나누어떨어지므로 인수 정리에 의하여

$$f(2)=0, f(3)=0$$

$$f(2)=0 \text{에서 } 16+4a+2b-12=0$$

$$\therefore 2a+b=-2 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$f(3)=0 \text{에서 } 54+9a+3b-12=0$$

$$\therefore 3a+b=-14 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ②을 연립하여 풀면

$$a=-12, b=22$$

$$\therefore a+b=10$$

084 답 ①

$f(x)$ 가 x^2-1 , 즉 $(x+1)(x-1)$ 로 나누어떨어지므로 인수 정리에 의하여

$$f(-1)=0, f(1)=0$$

$$f(-1)=0 \text{에서 } -1+a-b+5=0$$

$$\therefore a-b=-4 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$f(1)=0 \text{에서 } 1+a+b+5=0$$

$$\therefore a+b=-6 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ②을 연립하여 풀면

$$a=-5, b=-1$$

$$\therefore f(x)=x^3-5x^2-x+5$$

따라서 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지는 나머지 정리에 의하여

$$f(2)=8-20-2+5=-9$$

085 답 $ab(b-3a)$

086 답 $x(1-3x+2y)$

087 답 $(x-y)(a-b)$

$$a(x-y)+b(y-x)=a(x-y)-b(x-y) \\ = (x-y)(a-b)$$

088 답 $(x+4y)^2$

$$x^2+8xy+16y^2=x^2+2 \times x \times 4y+(4y)^2 \\ = (x+4y)^2$$

089 답 $(2a-3b)^2$

$$4a^2-12ab+9b^2=(2a)^2-2 \times 2a \times 3b+(3b)^2 \\ = (2a-3b)^2$$

090 답 $(2x+1)(2x-1)$

$$4x^2-1=(2x)^2-1^2=(2x+1)(2x-1)$$

091 답 $\left(x+\frac{1}{3}y\right)\left(x-\frac{1}{3}y\right)$

$$x^2-\frac{1}{9}y^2=x^2-\left(\frac{1}{3}y\right)^2=\left(x+\frac{1}{3}y\right)\left(x-\frac{1}{3}y\right)$$

092 답 $(x+3)(x-1)$

$$x^2+2x-3=x^2+\{3+(-1)\}x+3 \times (-1) \\ = (x+3)(x-1)$$

093 답 $(x-3)(x-5)$

$$x^2-8x+15=x^2+\{(-3)+(-5)\}x+(-3) \times (-5) \\ = (x-3)(x-5)$$

094 답 $(x+3)(2x-1)$

$$2x^2+5x-3=(1 \times 2)x^2+\{1 \times (-1)+3 \times 2\}x+3 \times (-1) \\ = (x+3)(2x-1)$$

095 답 $(3x-1)(2x-3)$

$$6x^2-11x+3 \\ = (3 \times 2)x^2+\{3 \times (-3)+(-1) \times 2\}x+(-1) \times (-3) \\ = (3x-1)(2x-3)$$

096 답 $(a+b+1)^2$

$$a^2+b^2+2ab+2a+2b+1 \\ = a^2+b^2+1^2+2 \times a \times b+2 \times b \times 1+2 \times 1 \times a \\ = (a+b+1)^2$$

097 답 $(2a+b+3c)^2$

$$4a^2+b^2+9c^2+4ab+6bc+12ca \\ = (2a)^2+b^2+(3c)^2+2 \times 2a \times b+2 \times b \times 3c+2 \times 3c \times 2a \\ = (2a+b+3c)^2$$

098 답 $(a+b-2c)^2$

$$a^2+b^2+4c^2+2ab-4bc-4ca \\ = a^2+b^2+(-2c)^2+2 \times a \times b+2 \times b \times (-2c)+2 \times (-2c) \times a \\ = (a+b-2c)^2$$

099 답 $(x+1)^3$

$$x^3+3x^2+3x+1=x^3+3 \times x^2 \times 1+3 \times x \times 1^2+1^3 \\ = (x+1)^3$$

100 답 $(3a+1)^3$

$$27a^3+27a^2+9a+1=(3a)^3+3 \times (3a)^2 \times 1+3 \times 3a \times 1^2+1^3 \\ = (3a+1)^3$$

101 답 $(x-3)^3$

$$x^3-9x^2+27x-27=x^3-3 \times x^2 \times 3+3 \times x \times 3^2-3^3 \\ = (x-3)^3$$

102 답 $(a-2b)^3$

$$a^3-6a^2b+12ab^2-8b^3=a^3-3 \times a^2 \times 2b+3 \times a \times (2b)^2-(2b)^3 \\ = (a-2b)^3$$

103 답 $(x+1)(x^2-x+1)$

$$x^3+1=x^3+1^3=(x+1)(x^2-x \times 1+1^2) \\ = (x+1)(x^2-x+1)$$

104 답 $(3x+2)(9x^2-6x+4)$

$$27x^3+8=(3x)^3+2^3 \\ = (3x+2)\{(3x)^2-3x \times 2+2^2\} \\ = (3x+2)(9x^2-6x+4)$$

105 답 $(a-4)(a^2+4a+16)$

$$a^3-64=a^3-4^3 \\ = (a-4)(a^2+a \times 4+4^2) \\ = (a-4)(a^2+4a+16)$$

106 답 $(3a-b)(9a^2+3ab+b^2)$

$$27a^3-b^3=(3a)^3-b^3 \\ = (3a-b)\{(3a)^2+3a \times b+b^2\} \\ = (3a-b)(9a^2+3ab+b^2)$$

107 답 $(x-y+1)(x^2+y^2+xy-x+y+1)$

$$\begin{aligned} x^3-y^3+3xy+1 \\ &= x^3+(-y)^3+1^3-3 \times x \times (-y) \times 1 \\ &= \{x+(-y)+1\} \\ &\quad \times \{x^2+(-y)^2+1^2-x \times (-y)-(-y) \times 1-1 \times x\} \\ &= (x-y+1)(x^2+y^2+xy-x+y+1) \end{aligned}$$

108 답 $(a+b+2c)(a^2+b^2+4c^2-ab-2bc-2ca)$

$$\begin{aligned} a^3+b^3+8c^3-6abc \\ &= a^3+b^3+(2c)^3-3 \times a \times b \times 2c \\ &= (a+b+2c)\{a^2+b^2+(2c)^2-a \times b-b \times 2c-2c \times a\} \\ &= (a+b+2c)(a^2+b^2+4c^2-ab-2bc-2ca) \end{aligned}$$

109 답 $(3x+y-z)(9x^2+y^2+z^2-3xy+yz+3zx)$

$$\begin{aligned} 27x^3+y^3-z^3+9xyz \\ &= (3x)^3+y^3+(-z)^3-3 \times 3x \times y \times (-z) \\ &= \{3x+y+(-z)\} \\ &\quad \times \{(3x)^2+y^2+(-z)^2-3x \times y-y \times (-z)-(-z) \times 3x\} \\ &= (3x+y-z)(9x^2+y^2+z^2-3xy+yz+3zx) \end{aligned}$$

110 답 $(x^2+2x+4)(x^2-2x+4)$

$$\begin{aligned} x^4+4x^2+16 &= x^4+x^2 \times 2^2+2^4 \\ &= (x^2+x \times 2+2^2)(x^2-x \times 2+2^2) \\ &= (x^2+2x+4)(x^2-2x+4) \end{aligned}$$

111 답 $(9x^2+3x+1)(9x^2-3x+1)$

$$\begin{aligned} 81x^4+9x^2+1 &= (3x)^4+(3x)^2 \times 1^2+1^4 \\ &= \{(3x)^2+3x \times 1+1^2\} \{(3x)^2-3x \times 1+1^2\} \\ &= (9x^2+3x+1)(9x^2-3x+1) \end{aligned}$$

112 답 $(4x^2+2xy+y^2)(4x^2-2xy+y^2)$

$$\begin{aligned} 16x^4+4x^2y^2+y^4 &= (2x)^4+(2x)^2 \times y^2+y^4 \\ &= \{(2x)^2+2x \times y+y^2\} \{(2x)^2-2x \times y+y^2\} \\ &= (4x^2+2xy+y^2)(4x^2-2xy+y^2) \end{aligned}$$

실전유형

52쪽

113 답 ④

$$\begin{aligned} 125x^3-27 &= (5x-3)(25x^2+15x+9) \\ \text{따라서 } a &= -3, b=25, c=15, d=9 \text{이므로 } a+b-c+d=16 \end{aligned}$$

114 답 ④

$$\begin{aligned} \text{④ } x^2+y^2+z^2-2xy+2yz-2zx &= (x-y-z)^2 \\ \text{따라서 옳지 않은 것은 ④이다.} \end{aligned}$$

115 답 $x(2x-3y)^3$

$$\begin{aligned} 8x^4-36x^3y+54x^2y^2-27xy^3 &= x(8x^3-36x^2y+54xy^2-27y^3) \\ &= x(2x-3y)^3 \end{aligned}$$

116 답 ②

$$\begin{aligned} x^2+4y^2+9z^2-4xy-12yz+6zx &= (x-2y+3z)^2 \\ \text{따라서 } a=1, b=-2, c=3 \text{이므로 } abc &= -6 \end{aligned}$$

117 답 ④

$$\begin{aligned} x^6-1 &= (x^3+1)(x^3-1) \\ &= (x+1)(x^2-x+1)(x-1)(x^2+x+1) \end{aligned}$$

따라서 주어진 식의 인수가 아닌 것은 ④이다.

참고 $(x+1)(x-1)=x^2-1$ 이므로 x^2-1 은 x^6-1 의 인수이다.

118 답 ④

$$\begin{aligned} a(a^3+1)-2a^2+2a-2 &= a(a+1)(a^2-a+1)-2(a^2-a+1) \\ &= \{a(a+1)-2\}(a^2-a+1) \\ &= (a^2+a-2)(a^2-a+1) \\ &= (a+2)(a-1)(a^2-a+1) \end{aligned}$$

개념유형

54~55쪽

119 답 $x+y, 3, x+y+3$

120 답 $(x-y+4)(x-y+1)$

$$\begin{aligned} x-y &= X \text{로 놓으면} \\ (x-y)^2+5(x-y)+4 &= X^2+5X+4 \\ &= (X+4)(X+1) \\ &= (x-y+4)(x-y+1) \end{aligned}$$

121 답 $(x-1)^2(x+1)(x-3)$

$$\begin{aligned} x^2-2x &= X \text{로 놓으면} \\ (x^2-2x)^2-2(x^2-2x)-3 &= X^2-2X-3 \\ &= (X+1)(X-3) \\ &= (x^2-2x+1)(x^2-2x-3) \\ &= (x-1)^2(x+1)(x-3) \end{aligned}$$

122 답 $(x+1)(x+3)(x+5)(x-1)$

$$\begin{aligned} x^2+4x &= X \text{로 놓으면} \\ (x^2+4x)(x^2+4x-2)-15 &= X(X-2)-15 \\ &= X^2-2X-15 \\ &= (X+3)(X-5) \\ &= (x^2+4x+3)(x^2+4x-5) \\ &= (x+1)(x+3)(x+5)(x-1) \end{aligned}$$

123 답 $(x+2)^2(x-1)^2$

$x^2+x=X$ 로 놓으면

$$\begin{aligned}(x^2+x-1)(x^2+x-3)+1 &= (X-1)(X-3)+1 \\ &= X^2-4X+4=(X-2)^2 \\ &= (x^2+x-2)^2 \\ &= \{(x+2)(x-1)\}^2 \\ &= (x+2)^2(x-1)^2\end{aligned}$$

124 답 $x^2+3x, x^2+3x, x^2+3x, x^2+3x, x^2+3x, 6, 6, 6, 4$

125 답 $(x^2+5x+2)(x^2+5x+8)$

공통부분이 생기도록 두 일차식의 상수항의 합이 같게 짝을 지어 전개하면

$$\begin{aligned}(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-8 \\ = \{(x+1)(x+4)\}\{(x+2)(x+3)\}-8 \\ = (x^2+5x+4)(x^2+5x+6)-8 \quad \dots\dots \textcircled{1}\end{aligned}$$

$x^2+5x=X$ 로 놓으면 $\textcircled{1}$ 에서

$$\begin{aligned}(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)-8 &= (X+4)(X+6)-8 \\ &= X^2+10X+16 \\ &= (X+2)(X+8) \\ &= (x^2+5x+2)(x^2+5x+8)\end{aligned}$$

126 답 $(x^2-6x+6)(x^2-6x+7)$

공통부분이 생기도록 두 일차식의 상수항의 합이 같게 짝을 지어 전개하면

$$\begin{aligned}(x-5)(x-4)(x-2)(x-1)+2 \\ = \{(x-5)(x-1)\}\{(x-4)(x-2)\}+2 \\ = (x^2-6x+5)(x^2-6x+8)+2 \quad \dots\dots \textcircled{1}\end{aligned}$$

$x^2-6x=X$ 로 놓으면 $\textcircled{1}$ 에서

$$\begin{aligned}(x^2-6x+5)(x^2-6x+8)+2 &= (X+5)(X+8)+2 \\ &= X^2+13X+42 \\ &= (X+6)(X+7) \\ &= (x^2-6x+6)(x^2-6x+7)\end{aligned}$$

127 답 $(x+1)^2(x^2+2x-12)$

공통부분이 생기도록 두 일차식의 상수항의 합이 같게 짝을 지어 전개하면

$$\begin{aligned}(x-2)(x-1)(x+3)(x+4)-36 \\ = \{(x-2)(x+4)\}\{(x-1)(x+3)\}-36 \\ = (x^2+2x-8)(x^2+2x-3)-36 \quad \dots\dots \textcircled{1}\end{aligned}$$

$x^2+2x=X$ 로 놓으면 $\textcircled{1}$ 에서

$$\begin{aligned}(x^2+2x-8)(x^2+2x-3)-36 &= (X-8)(X-3)-36 \\ &= X^2-11X-12 \\ &= (X+1)(X-12) \\ &= (x^2+2x+1)(x^2+2x-12) \\ &= (x+1)^2(x^2+2x-12)\end{aligned}$$

128 답 $4Y, 4Y^2, 2Y$

129 답 $(x^2+5)(x+2)(x-2)$

$x^2=X$ 로 놓으면

$$\begin{aligned}x^4+x^2-20 &= X^2+X-20 \\ &= (X+5)(X-4) \\ &= (x^2+5)(x^2-4) \\ &= (x^2+5)(x+2)(x-2)\end{aligned}$$

130 답 $(x+1)(x-1)(x+5)(x-5)$

$x^2=X$ 로 놓으면

$$\begin{aligned}x^4-26x^2+25 &= X^2-26X+25 \\ &= (X-1)(X-25) \\ &= (x^2-1)(x^2-25) \\ &= (x+1)(x-1)(x+5)(x-5)\end{aligned}$$

131 답 $(x+y)(x-y)(x+3y)(x-3y)$

$x^2=X, y^2=Y$ 로 놓으면

$$\begin{aligned}x^4-10x^2y^2+9y^4 &= X^2-10XY+9Y^2 \\ &= (X-Y)(X-9Y) \\ &= (x^2-y^2)(x^2-9y^2) \\ &= (x+y)(x-y)(x+3y)(x-3y)\end{aligned}$$

132 답 x^2, x^2, x^2-x+1

133 답 $(x^2+x+3)(x^2-x+3)$

주어진 식에 x^2 을 더하고 빼면

$$\begin{aligned}x^4+5x^2+9 &= (x^4+6x^2+9)-x^2=(x^2+3)^2-x^2 \\ &= (x^2+x+3)(x^2-x+3)\end{aligned}$$

134 답 $(x^2+2x-4)(x^2-2x-4)$

주어진 식에 $4x^2$ 을 더하고 빼면

$$\begin{aligned}x^4-12x^2+16 &= (x^4-8x^2+16)-4x^2=(x^2-4)^2-(2x)^2 \\ &= (x^2+2x-4)(x^2-2x-4)\end{aligned}$$

135 답 $(4x^2+2xy+y^2)(4x^2-2xy+y^2)$

주어진 식에 $4x^2y^2$ 을 더하고 빼면

$$\begin{aligned}16x^4+4x^2y^2+y^4 &= (16x^4+8x^2y^2+y^4)-4x^2y^2 \\ &= (4x^2+y^2)^2-(2xy)^2 \\ &= (4x^2+2xy+y^2)(4x^2-2xy+y^2)\end{aligned}$$

실전유형

56쪽

136 답 ②

$x-2y=X$ 로 놓으면

$$\begin{aligned}(x-2y)(x-2y+3)-10 &= X(X+3)-10 \\ &= X^2+3X-10=(X+5)(X-2) \\ &= (x-2y+5)(x-2y-2)\end{aligned}$$

따라서 주어진 식의 인수인 것은 ②이다.

137 답 ④

$x^2+x=X$ 로 놓으면

$$\begin{aligned}(x^2+x)(x^2+x+2)-8 &= X(X+2)-8 \\ &= X^2+2X-8=(X+4)(X-2) \\ &= (x^2+x+4)(x^2+x-2) \\ &= (x^2+x+4)(x+2)(x-1)\end{aligned}$$

따라서 $a=2$, $b=4$ 이므로 $a+b=6$

138 답 ①

공통부분이 생기도록 두 일차식의 상수항의 합이 같게 짝을 지어 전개하면

$$\begin{aligned}(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)+24 \\ &= \{(x-3)(x+4)\}\{(x-1)(x+2)\}+24 \\ &= (x^2+x-12)(x^2+x-2)+24 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}\end{aligned}$$

$x^2+x=X$ 로 놓으면 $\textcircled{1}$ 에서

$$\begin{aligned}(x^2+x-12)(x^2+x-2)+24 &= (X-12)(X-2)+24 \\ &= X^2-14X+48 \\ &= (X-6)(X-8) \\ &= (x^2+x-6)(x^2+x-8) \\ &= (x+3)(x-2)(x^2+x-8)\end{aligned}$$

139 답 ③

$x^2=X$ 로 놓으면

$$\begin{aligned}3x^4-11x^2-4 &= 3X^2-11X-4 \\ &= (3X+1)(X-4) \\ &= (3x^2+1)(x^2-4) \\ &= (3x^2+1)(x+2)(x-2)\end{aligned}$$

140 답 ④

주어진 식에 x^2 을 더하고 빼면

$$\begin{aligned}x^4-3x^2+1 &= (x^4-2x^2+1)-x^2 \\ &= (x^2-1)^2-x^2 \\ &= (x^2+x-1)(x^2-x-1)\end{aligned}$$

따라서 주어진 식의 인수인 것은 ④이다.

141 답 ①

주어진 식에 x^2 을 더하고 빼면

$$\begin{aligned}x^4+7x^2+16 &= (x^4+8x^2+16)-x^2 \\ &= (x^2+4)^2-x^2 \\ &= (x^2+x+4)(x^2-x+4)\end{aligned}$$

따라서 $a=1$, $b=4$ 이므로 $a+b=5$

143 답 $(x+y)(x-2y+z)$

차수가 가장 낮은 z 에 대하여 내림차순으로 정리한 후 인수분해하면

$$\begin{aligned}x^2-2y^2-xy+yz+zx &= (x+y)z+x^2-xy-2y^2 \\ &= (x+y)z+(x+y)(x-2y) \\ &= (x+y)(x-2y+z)\end{aligned}$$

144 답 $(x+y)(x-y)(x+z)$

차수가 가장 낮은 z 에 대하여 내림차순으로 정리한 후 인수분해하면

$$\begin{aligned}x^3-xy^2-y^2z+x^2z &= (x^2-y^2)z+x^3-xy^2 \\ &= (x^2-y^2)z+x(x^2-y^2) \\ &= (x^2-y^2)(x+z) \\ &= (x+y)(x-y)(x+z)\end{aligned}$$

145 답 $(x+y+1)(x^2-x+y+1)$

차수가 가장 낮은 y 에 대하여 내림차순으로 정리한 후 인수분해하면

$$\begin{aligned}x^3+x^2y+y^2+2y+1 &= y^2+(x^2+2)y+x^3+1 \\ &= y^2+(x^2+2)y+(x+1)(x^2-x+1) \\ &= \{y+(x+1)\}\{y+(x^2-x+1)\} \\ &= (x+y+1)(x^2-x+y+1)\end{aligned}$$

146 답 $(x+3y-1)(x+y-2)$

x , y 의 차수가 같으므로 x 에 대하여 내림차순으로 정리한 후 인수분해하면

$$\begin{aligned}x^2+4xy+3y^2-3x-7y+2 &= x^2+(4y-3)x+3y^2-7y+2 \\ &= x^2+(4y-3)x+(3y-1)(y-2) \\ &= (x+3y-1)(x+y-2)\end{aligned}$$

147 답 $(x+y-1)(x-y+3)$

x , y 의 차수가 같으므로 x 에 대하여 내림차순으로 정리한 후 인수분해하면

$$\begin{aligned}x^2-y^2+2x+4y-3 &= x^2+2x-y^2+4y-3 \\ &= x^2+2x-(y-1)(y-3) \\ &= \{x+(y-1)\}\{x-(y-3)\} \\ &= (x+y-1)(x-y+3)\end{aligned}$$

148 답 b^2-c^2 , $b-c$, $b+c$, $a-c$

149 답 $(b-c)(a+b)(a+c)$

a , b , c 의 차수가 같으므로 a 에 대하여 내림차순으로 정리한 후 인수분해하면

$$\begin{aligned}ab(a+b)+bc(b-c)-ca(c+a) \\ &= a^2b+ab^2+b^2c-bc^2-c^2a-ca^2 \\ &= (b-c)a^2+(b^2-c^2)a+b^2c-bc^2 \\ &= (b-c)a^2+(b+c)(b-c)a+bc(b-c) \\ &= (b-c)\{a^2+(b+c)a+bc\} \\ &= (b-c)(a+b)(a+c)\end{aligned}$$

142 답 x^2+x-2 , $x-1$, $x+y-1$

150 답 $(b-c)(a-b)(a-c)$

a, b, c 의 차수가 같으므로 a 에 대하여 내림차순으로 정리한 후 인수분해하면

$$\begin{aligned} & a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) \\ &= a^2(b-c) + b^2c - b^2a + c^2a - c^2b \\ &= (b-c)a^2 - (b^2-c^2)a + b^2c - bc^2 \\ &= (b-c)a^2 - (b+c)(b-c)a + bc(b-c) \\ &= (b-c)\{a^2 - (b+c)a + bc\} \\ &= (b-c)(a-b)(a-c) \end{aligned}$$

151 답 $0, x^2+6x+3$

152 답 $(x-1)(x-2)(x+3)$

$f(x)=x^3-7x+6$ 이라 할 때, $f(1)=0$

따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 0 & -7 & 6 \\ & & 1 & 1 & -6 \\ \hline & 1 & 1 & -6 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} x^3-7x+6 &= (x-1)(x^2+x-6) \\ &= (x-1)(x-2)(x+3) \end{aligned}$$

153 답 $(x+1)(x^2+x-7)$

$f(x)=x^3+2x^2-6x-7$ 이라 할 때, $f(-1)=0$

따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & 2 & -6 & -7 \\ & & -1 & -1 & 7 \\ \hline & 1 & 1 & -7 & 0 \end{array}$$

$$x^3+2x^2-6x-7 = (x+1)(x^2+x-7)$$

154 답 $(x-2)(x+3)(x+5)$

$f(x)=x^3+6x^2-x-30$ 이라 할 때, $f(2)=0$

따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & 6 & -1 & -30 \\ & & 2 & 16 & 30 \\ \hline & 1 & 8 & 15 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} x^3+6x^2-x-30 &= (x-2)(x^2+8x+15) \\ &= (x-2)(x+3)(x+5) \end{aligned}$$

155 답 $(x-1)(x+2)(2x-1)$

$f(x)=2x^3+x^2-5x+2$ 라 할 때, $f(1)=0$

따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & 1 & -5 & 2 \\ & & 2 & 3 & -2 \\ \hline & 2 & 3 & -2 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 2x^3+x^2-5x+2 &= (x-1)(2x^2+3x-2) \\ &= (x-1)(x+2)(2x-1) \end{aligned}$$

156 답 $0, 0, x^2+2x-5$

157 답 $(x-1)(x+1)^2(x-2)$

$f(x)=x^4-x^3-3x^2+x+2$ 라 할 때,

$f(1)=0, f(-1)=0$

따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & -1 & -3 & 1 & 2 \\ & & 1 & 0 & -3 & -2 \\ \hline -1 & 1 & 0 & -3 & -2 & 0 \\ & & -1 & 1 & 2 & \\ \hline & 1 & -1 & -2 & 0 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} x^4-x^3-3x^2+x+2 &= (x-1)(x+1)(x^2-x-2) \\ &= (x-1)(x+1)^2(x-2) \end{aligned}$$

158 답 $(x-1)(x+2)(x^2+x+2)$

$f(x)=x^4+2x^3+x^2-4$ 라 할 때,

$f(1)=0, f(-2)=0$

따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & -4 \\ & & 1 & 3 & 4 & 4 \\ \hline -2 & 1 & 3 & 4 & 4 & 0 \\ & & -2 & -2 & -4 & \\ \hline & 1 & 1 & 2 & 0 & \end{array}$$

$$x^4+2x^3+x^2-4 = (x-1)(x+2)(x^2+x+2)$$

159 답 $(x+1)(x+2)(x+3)(x-3)$

$f(x)=x^4+3x^3-7x^2-27x-18$ 이라 할 때,

$f(-1)=0, f(-2)=0$

따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & 3 & -7 & -27 & -18 \\ & & -1 & -2 & 9 & 18 \\ \hline -2 & 1 & 2 & -9 & -18 & 0 \\ & & -2 & 0 & 18 & \\ \hline & 1 & 0 & -9 & 0 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} x^4+3x^3-7x^2-27x-18 &= (x+1)(x+2)(x^2-9) \\ &= (x+1)(x+2)(x+3)(x-3) \end{aligned}$$

160 답 $(x+1)(x-2)(x+2)(2x+1)$

$f(x)=2x^4+3x^3-7x^2-12x-4$ 라 할 때,

$f(-1)=0, f(2)=0$

따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 2 & 3 & -7 & -12 & -4 \\ & & -2 & -1 & 8 & 4 \\ \hline 2 & 2 & 1 & -8 & -4 & 0 \\ & & 4 & 10 & 4 & \\ \hline & 2 & 5 & 2 & 0 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} 2x^4+3x^3-7x^2-12x-4 &= (x+1)(x-2)(2x^2+5x+2) \\ &= (x+1)(x-2)(x+2)(2x+1) \end{aligned}$$

161 **답** ②

x, y 의 차수가 같으므로 x 에 대하여 내림차순으로 정리한 후 인수분해하면

$$\begin{aligned} x^2 - 2xy + y^2 + 3x - 3y + 2 &= x^2 - (2y-3)x + y^2 - 3y + 2 \\ &= x^2 - (2y-3)x + (y-1)(y-2) \\ &= \{x - (y-1)\} \{x - (y-2)\} \\ &= (x-y+1)(x-y+2) \end{aligned}$$

162 **답** ⑤

x, y 의 차수가 같으므로 x 에 대하여 내림차순으로 정리한 후 인수분해하면

$$\begin{aligned} x^2 + 2xy - 3y^2 + 2x + 10y - 3 &= x^2 + (2y+2)x - 3y^2 + 10y - 3 \\ &= x^2 + (2y+2)x - (3y-1)(y-3) \\ &= \{x - (y-3)\} \{x + 3y - 1\} \\ &= (x-y+3)(x+3y-1) \end{aligned}$$

따라서 $a=3, b=3, c=-1$ 이므로 $a+b+c=5$

163 **답** $2x+y-1$

x, y 의 차수가 같으므로 x 에 대하여 내림차순으로 정리한 후 인수분해하면

$$\begin{aligned} x^2 + xy - 2y^2 - x + 7y - 6 &= x^2 + (y-1)x - (2y^2 - 7y + 6) \\ &= x^2 + (y-1)x - (2y-3)(y-2) \\ &= (x+2y-3) \{x - (y-2)\} \\ &= (x+2y-3)(x-y+2) \end{aligned}$$

따라서 두 일차식의 합은

$$(x+2y-3) + (x-y+2) = 2x+y-1$$

164 **답** ⑤

a, b, c 의 차수가 같으므로 a 에 대하여 내림차순으로 정리한 후 인수분해하면

$$\begin{aligned} a^2(b+c) + b^2(c+a) + c^2(a+b) + 2abc \\ &= a^2(b+c) + b^2c + b^2a + c^2a + c^2b + 2abc \\ &= (b+c)a^2 + (b^2+2bc+c^2)a + b^2c + bc^2 \\ &= (b+c)a^2 + (b+c)^2a + bc(b+c) \\ &= (b+c) \{a^2 + (b+c)a + bc\} \\ &= (b+c)(a+b)(a+c) \\ &= (a+b)(b+c)(c+a) \end{aligned}$$

165 **답** ⑤

$f(x) = x^3 - x^2 - 8x + 12$ 라 할 때, $f(2) = 0$

따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & -1 & -8 & 12 \\ & & 2 & 2 & -12 \\ \hline & 1 & 1 & -6 & 0 \end{array}$$

$$x^3 - x^2 - 8x + 12 = (x-2)(x^2 + x - 6) = (x-2)^2(x+3)$$

따라서 주어진 식의 인수인 것은 ⑤이다.

166 **답** ③

$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x - 7$ 이라 할 때, $f(-1) = 0$

따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 2 & -3 & -12 & -7 \\ & & -2 & 5 & 7 \\ \hline & 2 & -5 & -7 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 2x^3 - 3x^2 - 12x - 7 &= (x+1)(2x^2 - 5x - 7) \\ &= (x+1)^2(2x-7) \end{aligned}$$

따라서 $a=1, b=2, c=-7$ 이므로

$$a+b+c=-4$$

167 **답** 8

$f(x) = x^4 - 4x^3 - x^2 + 16x - 12$ 라 할 때, $f(1) = 0, f(2) = 0$

따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & -4 & -1 & 16 & -12 \\ & & 1 & -3 & -4 & 12 \\ \hline 2 & 1 & -3 & -4 & 12 & 0 \\ & & 2 & -2 & -12 & \\ \hline & 1 & -1 & -6 & 0 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} x^4 - 4x^3 - x^2 + 16x - 12 &= (x-1)(x-2)(x^2 - x - 6) \\ &= (x-1)(x-2)(x-3)(x+2) \end{aligned}$$

이때 $a < b < c < d$ 이므로

$$a=-3, b=-2, c=-1, d=2$$

$$\therefore ab - cd = 6 - (-2) = 8$$

168 **답** ⑤

$f(x) = x^4 + 2x^3 - 9x^2 - 2x + 8$ 이라 할 때, $f(1) = 0, f(-1) = 0$

따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & 2 & -9 & -2 & 8 \\ & & 1 & 3 & -6 & -8 \\ \hline -1 & 1 & 3 & -6 & -8 & 0 \\ & & -1 & -2 & 8 & \\ \hline & 1 & 2 & -8 & 0 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} x^4 + 2x^3 - 9x^2 - 2x + 8 &= (x-1)(x+1)(x^2 + 2x - 8) \\ &= (x-1)(x+1)(x-2)(x+4) \end{aligned}$$

따라서 주어진 식의 인수가 아닌 것은 ⑤이다.

169 **답** ③

$101 = x$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} 101^3 - 3 \times 101^2 + 3 \times 101 - 1 &= x^3 - 3x^2 + 3x - 1 \\ &= (x-1)^3 \\ &= (101-1)^3 \\ &= 100^3 \\ &= (10^2)^3 \\ &= 10^6 \end{aligned}$$

170 답 ③

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 4 \text{에서 } f(1) = 0$$

따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 3 & 0 & -4 \\ & & 1 & 4 & 4 \\ \hline & 1 & 4 & 4 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 + 3x^2 - 4 \\ &= (x-1)(x^2 + 4x + 4) \\ &= (x-1)(x+2)^2 \end{aligned}$$

$$\therefore f(98) = 97 \times 100^2 = 970000$$

171 답 ④

$$x+y = (\sqrt{3}+\sqrt{2}) + (\sqrt{3}-\sqrt{2}) = 2\sqrt{3}$$

$$xy = (\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2}) = 1$$

$$\begin{aligned} \therefore x^2y + xy^2 + x + y &= xy(x+y) + x + y \\ &= (xy+1)(x+y) \\ &= (1+1) \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

172 답 ⑤

$$10 = a \text{로 놓으면}$$

$$\begin{aligned} 10 \times 11 \times 12 \times 13 + 1 &= a(a+1)(a+2)(a+3) + 1 \\ &= \{a(a+3)\} \{(a+1)(a+2)\} + 1 \\ &= (a^2+3a)(a^2+3a+2) + 1 \quad \dots\dots ㉠ \end{aligned}$$

$$a^2+3a = X \text{로 놓으면 ㉠에서}$$

$$\begin{aligned} (a^2+3a)(a^2+3a+2) + 1 &= X(X+2) + 1 \\ &= X^2 + 2X + 1 \\ &= (X+1)^2 \\ &= (a^2+3a+1)^2 \\ &= (10^2+3 \times 10+1)^2 \\ &= 131^2 \end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{10 \times 11 \times 12 \times 13 + 1} = \sqrt{131^2} = 131$$

실전유형으로 중단원 점검

62~63쪽

1 답 ⑤

주어진 등식의 좌변을 전개한 후 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$2x^2 + (1-2a)x - a + b = 2x^2 - 3x - 4$$

이 등식이 x 에 대한 항등식이므로

$$1-2a = -3, \quad -a+b = -4$$

$$\therefore a=2, \quad b=-2$$

$$\therefore a-2b=6$$

2 답 13

주어진 등식의 양변에 $x=1$ 을 대입하면

$$12 = -2b \quad \therefore b = -6$$

주어진 등식의 양변에 $x=2$ 를 대입하면

$$18 = 3c \quad \therefore c = 6$$

주어진 등식의 양변에 $x=-1$ 을 대입하면

$$6 = 6a \quad \therefore a = 1$$

$$\therefore a-b+c = 1 - (-6) + 6 = 13$$

3 답 ②

주어진 등식의 양변에 $x=0$ 을 대입하면

$$a_0 = (-2)^8 = 256$$

주어진 등식의 양변에 $x=1$ 을 대입하면

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_8 = (-1)^8 = 1$$

$$\therefore a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_8 = 1 - a_0 = 1 - 256 = -255$$

4 답 -12

$x^3 + ax^2 + bx + c$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 나누었을 때의 몫이 $x+2$, 나머지가 $-3x+1$ 이므로

$$x^3 + ax^2 + bx + c = (x^2 - x + 1)(x+2) - 3x + 1$$

이 등식의 우변을 전개한 후 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$x^3 + ax^2 + bx + c = x^3 + x^2 - 4x + 3$$

이 등식이 x 에 대한 항등식이므로

$$a=1, \quad b=-4, \quad c=3$$

$$\therefore abc = -12$$

5 답 -1

$f(x) = x^3 + ax^2 - 3x + b$ 라 하면 나머지 정리에 의하여

$$f(1) = 1, \quad f(-2) = 4$$

$$f(1) = 1 \text{에서 } 1 + a - 3 + b = 1$$

$$\therefore a + b = 3 \quad \dots\dots ㉠$$

$$f(-2) = 4 \text{에서 } -8 + 4a + 6 + b = 4$$

$$\therefore 4a + b = 6 \quad \dots\dots ㉡$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1, \quad b=2$

$$\therefore a-b = -1$$

6 답 ③

나머지 정리에 의하여

$$f(1) = 3, \quad f(3) = -3$$

또 $f(x)$ 를 $x^2 - 4x + 3$ 으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를

$R(x) = ax + b$ (a, b 는 상수)라 하면

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4x + 3)Q(x) + ax + b \\ &= (x-1)(x-3)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

$$f(1) = 3 \text{에서 } a + b = 3 \quad \dots\dots ㉠$$

$$f(3) = -3 \text{에서 } 3a + b = -3 \quad \dots\dots ㉡$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-3, \quad b=6$

따라서 $R(x) = -3x + 6$ 이므로

$$R(-1) = 3 + 6 = 9$$

7 답 ③

$f(x) = (x-2)^{15}$ 이라 하면 $f(x)$ 를 $x-3$ 으로 나누었을 때의 나머지는 나머지 정리에 의하여

$$f(3) = 1$$

$f(x)$ 를 $x-3$ 으로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 1이므로

$$f(x) = (x-3)Q(x) + 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$Q(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지는 $Q(1)$ 이므로 $\textcircled{1}$ 의 양변에 $x=1$ 을 대입하면

$$f(1) = -2Q(1) + 1$$

$$-1 = -2Q(1) + 1$$

$$2Q(1) = 2$$

$$\therefore Q(1) = 1$$

8 답 ①

$f(x) = x^3 - 2x^2 + ax + b$ 라 하면 인수 정리에 의하여

$$f(-1) = 0, f(3) = 0$$

$$f(-1) = 0 \text{에서 } -1 - 2 - a + b = 0$$

$$\therefore a - b = -3 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$f(3) = 0 \text{에서 } 27 - 18 + 3a + b = 0$$

$$\therefore 3a + b = -9 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면

$$a = -3, b = 0$$

$$\therefore a + b = -3$$

9 답 20

$f(x)$ 가 $x^2 + x - 2$, 즉 $(x+2)(x-1)$ 로 나누어떨어지므로 인수 정리에 의하여

$$f(-2) = 0, f(1) = 0$$

$$f(-2) = 0 \text{에서 } -8 + 4a - 2b - 6 = 0$$

$$\therefore 2a - b = 7 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$f(1) = 0 \text{에서 } 1 + a + b - 6 = 0$$

$$\therefore a + b = 5 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면

$$a = 4, b = 1$$

$$\therefore f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$$

따라서 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지는 나머지 정리에 의하여

$$f(2) = 8 + 16 + 2 - 6 = 20$$

채점 기준

i a, b에 대한 식 세우기	40 %
ii a, b의 값 구하기	30 %
iii f(x)를 x-2로 나누었을 때의 나머지 구하기	30 %

10 답 ⑤

$$\textcircled{5} a^2 + 9b^2 + 4c^2 - 6ab + 12bc - 4ca = (a - 3b - 2c)^2$$

따라서 옳지 않은 것은 $\textcircled{5}$ 이다.

11 답 6

$x^2 + 2x = X$ 로 놓으면

$$(x^2 + 2x - 1)(x^2 + 2x + 3) - 12 = (X - 1)(X + 3) - 12$$

$$= X^2 + 2X - 15$$

$$= (X - 3)(X + 5)$$

$$= (x^2 + 2x - 3)(x^2 + 2x + 5)$$

$$= (x + 3)(x - 1)(x^2 + 2x + 5)$$

따라서 $a = -1, b = 2, c = 5$ 이므로

$$a + b + c = 6$$

12 답 ④

주어진 식에 $9x^2$ 을 더하고 빼면

$$x^4 - 13x^2 + 4 = (x^4 - 4x^2 + 4) - 9x^2$$

$$= (x^2 - 2)^2 - (3x)^2$$

$$= (x^2 + 3x - 2)(x^2 - 3x - 2)$$

따라서 주어진 식의 인수인 것은 $\textcircled{4}$ 이다.

13 답 -1

x, y 의 차수가 같으므로 x 에 대하여 내림차순으로 정리한 후 인수분해하면

$$x^2 + 2xy + y^2 + 2x + 2y - 3 = x^2 + (2y + 2)x + y^2 + 2y - 3$$

$$= x^2 + (2y + 2)x + (y + 3)(y - 1)$$

$$= (x + y + 3)(x + y - 1)$$

따라서 $a = 1, b = 1, c = -1$ 이므로

$$abc = -1$$

14 답 ④

$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 5x - 6$ 이라 할 때, $f(-1) = 0$

따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 2 & 3 & -5 & -6 \\ & & -2 & -1 & 6 \\ \hline & 2 & 1 & -6 & 0 \end{array}$$

$$2x^3 + 3x^2 - 5x - 6 = (x + 1)(2x^2 + x - 6)$$

$$= (x + 1)(x + 2)(2x - 3)$$

따라서 주어진 식의 인수가 아닌 것은 $\textcircled{4}$ 이다.

15 답 ②

$997 = x$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} \frac{997^3 - 27}{998 \times 999 + 7} &= \frac{x^3 - 3^3}{(x+1)(x+2)+7} \\ &= \frac{(x-3)(x^2+3x+9)}{x^2+3x+9} \end{aligned}$$

$$= x - 3$$

$$= 997 - 3$$

$$= 994$$

03 복소수

개념유형

67~68쪽

001 답 2, -1

002 답 -3, $\sqrt{2}$

003 답 $\frac{1}{3}$, $-\frac{4}{3}$

004 답 0, 7

005 답 -6, 0

006 답 $1+\sqrt{5}$, 0

007 답 ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅈ

008 답 ㄱ, ㄷ, ㅁ, ㅂ, ㅅ

009 답 ㄷ, ㅂ, ㅅ

010 답 $x=-1$, $y=2$

011 답 $x=0$, $y=-4$

012 답 $x=2$, $y=-3$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여
 $2=x$, $3=-y$ $\therefore x=2$, $y=-3$

013 답 $x=-3$, $y=5$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여
 $-x=3$, $-5=-y$ $\therefore x=-3$, $y=5$

014 답 $x=-1$, $y=2$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여
 $x+1=0$, $2-y=0$ $\therefore x=-1$, $y=2$

015 답 $x=1$, $y=-2$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여
 $3x-y=5$, $x+y=-1$
 두 식을 연립하여 풀면 $x=1$, $y=-2$

016 답 $x=6$, $y=-3$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여
 $x-y+1=10$, $x+2y=0$
 두 식을 연립하여 풀면 $x=6$, $y=-3$

017 답 $-2-3i$

018 답 $7+4i$

019 답 $\sqrt{3}-i$

020 답 $5+\sqrt{2}i$

021 답 -15

022 답 $-8i$

023 답 $a=3$, $b=-5$

$3+5i=3-5i$ 이므로 $a=3$, $b=-5$

024 답 $a=-1$, $b=2$

$-1-2i=-1+2i$ 이므로 $a=-1$, $b=2$

025 답 $a=-\sqrt{5}$, $b=-1$

$i-\sqrt{5}=-\sqrt{5}-i$ 이므로 $a=-\sqrt{5}$, $b=-1$

026 답 $a=7$, $b=\sqrt{3}$

$7-\sqrt{3}i=7+\sqrt{3}i$ 이므로 $a=7$, $b=\sqrt{3}$

027 답 $a=\sqrt{2}$, $b=0$

$\sqrt{2}=\sqrt{2}i$ 이므로 $a=\sqrt{2}$, $b=0$

028 답 $a=0$, $b=11$

$-11i=11i$ 이므로 $a=0$, $b=11$

실전유형

69쪽

029 답 1

$a=\frac{3}{2}$, $b=-\frac{1}{2}$ 이므로 $a+b=1$

030 답 ⑤

⑤ 실수 a , b 에 대하여 $a \neq 0$, $b=0$ 이면 $a+bi$ 는 실수, 즉 복소수이다.
 따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

031 답 ②

허수는 실수가 아닌 복소수이므로 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

032 답 5

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$2x=6, 1-y=-1$$

따라서 $x=3, y=2$ 이므로 $x+y=5$

033 답 ①

$$(x+y)-9i=\overline{-1-3xi} \text{에서 } (x+y)-9i=-1+3xi$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$x+y=-1, -9=3x$$

따라서 $x=-3, y=2$ 이므로 $xy=-6$

034 답 ③

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$2x-y=0, x+y-3=0$$

두 식을 연립하여 풀면 $x=1, y=2$

$$\therefore x^2+y^2=1+4=5$$

개념유형

71~73쪽

035 답 $4+11i$

$$(3+5i)+(1+6i)=(3+1)+(5+6)i \\ =4+11i$$

036 답 $3-i$

$$(-2+3i)+(5-4i)=(-2+5)+(3-4)i \\ =3-i$$

037 답 $2-i$

$$(5-2i)+(-3+i)=(5-3)+(-2+1)i \\ =2-i$$

038 답 $-8-2i$

$$(-3-4i)+(2i-5)=(-3-5)+(-4+2)i \\ =-8-2i$$

039 답 $3-5i$

$$(5-4i)-(2+i)=(5-2)+(-4-1)i \\ =3-5i$$

040 답 $4+11i$

$$(7+6i)-(3-5i)=(7-3)+(6+5)i \\ =4+11i$$

041 답 $6-10i$

$$(4-3i)-(-2+7i)=(4+2)+(-3-7)i \\ =6-10i$$

042 답 $-1+7i$

$$(-2+3i)-(-1-4i)=(-2+1)+(3+4)i \\ =-1+7i$$

043 답 $16+11i$

$$(3-2i)(2+5i)=6+15i-4i-10i^2 \\ =(6+10)+(15-4)i \\ =16+11i$$

044 답 $-5+14i$

$$(4-i)(-2+3i)=-8+12i+2i-3i^2 \\ =(-8+3)+(12+2)i \\ =-5+14i$$

045 답 $-5-12i$

$$(2-3i)^2=4-12i+9i^2 \\ =(4-9)-12i \\ =-5-12i$$

046 답 37

$$(6-i)(6+i)=36-i^2=36+1=37$$

047 답 $3-i$

$$\frac{10}{3+i}=\frac{10(3-i)}{(3+i)(3-i)}=\frac{10(3-i)}{9-i^2} \\ =\frac{10(3-i)}{9+1}=3-i$$

048 답 $-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$

$$\frac{i}{1-i}=\frac{i(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\frac{i+i^2}{1-i^2} \\ =\frac{i-1}{1+1}=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$$

049 답 i

$$\frac{1+2i}{2-i}=\frac{(1+2i)(2+i)}{(2-i)(2+i)} \\ =\frac{2+i+4i+2i^2}{4-i^2} \\ =\frac{(2-2)+(1+4)i}{4+1} \\ =i$$

050 답 $\frac{3}{4} + \frac{5}{4}i$

$$\begin{aligned}\frac{3i-5}{4i} &= \frac{(3i-5) \times (-4i)}{4i \times (-4i)} \\ &= \frac{-12i^2+20i}{-16i^2} \\ &= \frac{12+20i}{16} \\ &= \frac{3}{4} + \frac{5}{4}i\end{aligned}$$

051 답 $7+5i$

$$(5-8i) - (-2-3i) + 10i = (5+2) + (-8+3+10)i = 7+5i$$

052 답 $1+2i$

$$\begin{aligned}\frac{3}{1-i} - \frac{1}{1+i} &= \frac{3(1+i) - (1-i)}{(1-i)(1+i)} \\ &= \frac{3+3i-1+i}{1-i^2} \\ &= \frac{(3-1) + (3+1)i}{1+1} \\ &= 1+2i\end{aligned}$$

053 답 $\frac{7}{2} + \frac{1}{2}i$

$$\begin{aligned}(2-i)(2+i) + \frac{5i}{1-3i} &= 4-i^2 + \frac{5i(1+3i)}{(1-3i)(1+3i)} \\ &= 4+1 + \frac{5i+15i^2}{1-9i^2} \\ &= 5 + \frac{5i-15}{1+9} \\ &= 5 - \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i \\ &= \frac{7}{2} + \frac{1}{2}i\end{aligned}$$

054 답 $-4+5i$

$$\begin{aligned}(1+2i)^2 - \frac{3-i}{2+i} &= 1+4i+4i^2 - \frac{(3-i)(2-i)}{(2+i)(2-i)} \\ &= 1+4i-4 - \frac{6-3i-2i+i^2}{4-i^2} \\ &= (1-4)+4i - \frac{(6-1) + (-3-2)i}{4+1} \\ &= -3+4i - (1-i) \\ &= (-3-1) + (4+1)i \\ &= -4+5i\end{aligned}$$

055 답 3

$$\begin{aligned}a+b &= (1+i) + (2-i) \\ &= (1+2) + (1-1)i = 3\end{aligned}$$

056 답 $3+i$

$$\begin{aligned}ab &= (1+i)(2-i) \\ &= 2-i+2i-i^2 \\ &= (2+1) + (-1+2)i = 3+i\end{aligned}$$

057 답 $3-2i$

$$\begin{aligned}a^2+b^2 &= (a+b)^2 - 2ab \\ &= 3^2 - 2(3+i) \\ &= (9-6) - 2i = 3-2i\end{aligned}$$

058 답 $\frac{7}{10} - \frac{9}{10}i$

$$\begin{aligned}\frac{b}{a} + \frac{a}{b} &= \frac{a^2+b^2}{ab} = \frac{3-2i}{3+i} \\ &= \frac{(3-2i)(3-i)}{(3+i)(3-i)} = \frac{9-3i-6i+2i^2}{9-i^2} \\ &= \frac{(9-2) + (-3-6)i}{9+1} = \frac{7}{10} - \frac{9}{10}i\end{aligned}$$

059 답 $2-i$

060 답 4

$$z + \bar{z} = (2+i) + (2-i) = (2+2) + (1-1)i = 4$$

061 답 $3-4i$

$$\bar{z}^2 = (2-i)^2 = 4-4i+i^2 = (4-1) - 4i = 3-4i$$

062 답 $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$

$$\begin{aligned}\frac{z}{\bar{z}} &= \frac{2+i}{2-i} = \frac{(2+i)^2}{(2-i)(2+i)} \\ &= \frac{4+4i+i^2}{4-i^2} = \frac{(4-1) + 4i}{4+1} = \frac{3}{5} + \frac{4}{5}i\end{aligned}$$

063 답 $3+4i$

064 답 $8i$

$$\begin{aligned}\bar{z} - z &= (3+4i) - (3-4i) \\ &= (3-3) + (4+4)i = 8i\end{aligned}$$

065 답 25

$$z\bar{z} = (3-4i)(3+4i) = 9-16i^2 = 9+16 = 25$$

066 답 $-\frac{7}{25} + \frac{24}{25}i$

$$\begin{aligned}\frac{\bar{z}}{z} &= \frac{3+4i}{3-4i} = \frac{(3+4i)^2}{(3-4i)(3+4i)} \\ &= \frac{9+24i+16i^2}{9-16i^2} = \frac{(9-16) + 24i}{9+16} = -\frac{7}{25} + \frac{24}{25}i\end{aligned}$$

067 답 $a-bi, a-bi, 2a+b, 2a+b, -1, 1, -1+i$

068 답 $2+5i$

$z=a+bi$ (a, b 는 실수)라 하면 $\bar{z}=a-bi$
 이를 $2iz+(1+i)\bar{z}=-3+i$ 에 대입하면
 $2i(a+bi)+(1+i)(a-bi)=-3+i$
 $2ai+2bi^2+a-bi+ai-bi^2=-3+i$
 $(-2b+a+b)+(2a-b+a)i=-3+i$
 $(a-b)+(3a-b)i=-3+i$
 복소수가 서로 같을 조건에 의하여
 $a-b=-3, 3a-b=1$
 두 식을 연립하여 풀면 $a=2, b=5$
 $\therefore z=2+5i$

069 답 $1-i$

$z=a+bi$ (a, b 는 실수)라 하면 $\bar{z}=a-bi$
 이를 $(3-i)z-i\bar{z}=3-5i$ 에 대입하면
 $(3-i)(a+bi)-i(a-bi)=3-5i$
 $3a+3bi-ai-bi^2-ai+bi^2=3-5i$
 $3a+(3b-a-a)i=3-5i$
 $3a+(-2a+3b)i=3-5i$
 복소수가 서로 같을 조건에 의하여
 $3a=3, -2a+3b=-5 \quad \therefore a=1, b=-1$
 $\therefore z=1-i$

070 답 $-2-3i$

$z=a+bi$ (a, b 는 실수)라 하면 $\bar{z}=a-bi$
 이를 $(1+2i)z+(4-i)\bar{z}=-1+7i$ 에 대입하면
 $(1+2i)(a+bi)+(4-i)(a-bi)=-1+7i$
 $a+bi+2ai+2bi^2+4a-4bi-ai+bi^2=-1+7i$
 $(a-2b+4a-b)+(b+2a-4b-a)i=-1+7i$
 $(5a-3b)+(a-3b)i=-1+7i$
 복소수가 서로 같을 조건에 의하여
 $5a-3b=-1, a-3b=7$
 두 식을 연립하여 풀면 $a=-2, b=-3$
 $\therefore z=-2-3i$

071 답 $3+3i$

$\alpha+\beta=(2+5i)+(1-2i)$
 $= (2+1)+(5-2)i$
 $= 3+3i$

072 답 $3-3i$

$\bar{\alpha}+\bar{\beta}=\overline{\alpha+\beta}=\overline{3+3i}=3-3i$

073 답 $1+7i$

$\alpha-\beta=(2+5i)-(1-2i)$
 $= (2-1)+(5+2)i$
 $= 1+7i$

074 답 $1-7i$

$\bar{\alpha}-\bar{\beta}=\overline{\alpha-\beta}=\overline{1+7i}=1-7i$

075 답 $12+i$

$\alpha\beta=(2+5i)(1-2i)=2-4i+5i-10i^2$
 $= (2+10)+(-4+5)i=12+i$

076 답 $12-i$

$\bar{\alpha}\times\bar{\beta}=\overline{\alpha\beta}=\overline{12+i}=12-i$

실전유형

74~76쪽

077 답 ⑤

① $(2-i)+(1+3i)=3+2i$
 ② $(5-3i)-(3-2i)=2-i$
 ③ $(1+2i)(4-i)=4+7i-2i^2=6+7i$
 ④ $(2+3i)^2=4+12i+9i^2=-5+12i$
 ⑤ $\frac{1}{3+i}+\frac{1}{3-i}=\frac{3-i+3+i}{(3+i)(3-i)}=\frac{6}{9-i^2}=\frac{3}{5}$
 따라서 옳은 것은 ⑤이다.

078 답 3

$(3-i)(1+2i)-\frac{5i}{2-i}=3+5i-2i^2-\frac{5i(2+i)}{(2-i)(2+i)}$
 $=5+5i-\frac{10i+5i^2}{4-i^2}$
 $=5+5i-(2i-1)$
 $=6+3i$

따라서 $a=6, b=3$ 이므로 $a-b=3$

079 답 ②

$\frac{2a}{1-i}+3i=2+bi$ 에서
 $\frac{2a(1+i)}{(1-i)(1+i)}+3i=2+bi, \frac{2a+2ai}{1-i^2}+3i=2+bi$
 $a+ai+3i=2+bi$
 $a+(a+3)i=2+bi$
 복소수가 서로 같을 조건에 의하여
 $a=2, a+3=b \quad \therefore b=5$
 $\therefore a+b=7$

080 답 ④

$2x(1+i)-y(3-5i)=5+3i$ 에서
 $(2x-3y)+(2x+5y)i=5-3i$
 복소수가 서로 같을 조건에 의하여
 $2x-3y=5, 2x+5y=-3$
 두 식을 연립하여 풀면 $x=1, y=-1$
 $\therefore x-y=2$

081 답 ①

$$\begin{aligned} z &= i(x-i)^2 = (x^2 - 2xi + i^2)i \\ &= -2xi^2 + (x^2 - 1)i \\ &= 2x + (x^2 - 1)i \end{aligned}$$

이 복소수가 실수가 되려면 허수부분이 0이어야 하므로

$$x^2 - 1 = 0$$

$$(x+1)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 1$$

그런데 $x > 0$ 이므로 $x = 1$

082 답 3

$$\begin{aligned} z &= x^2 + (i-2)x + i - 3 \\ &= (x^2 - 2x - 3) + (x+1)i \end{aligned}$$

이 복소수가 순허수가 되려면 실수부분이 0이고, 허수부분이 0이 아니어야 하므로

$$x^2 - 2x - 3 = 0, x + 1 \neq 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \text{에서 } (x+1)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 3 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$x + 1 \neq 0 \text{에서 } x \neq -1 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } x = 3$$

083 답 ④

$$z = x(1+i) - 2 - 3i = (x-2) + (x-3)i$$

z^2 이 실수가 되려면 z 의 실수부분이 0이거나 허수부분이 0이어야 하므로

$$x - 2 = 0 \text{ 또는 } x - 3 = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 모든 실수 x 의 값의 합은

$$2 + 3 = 5$$

084 답 (1) 5 (2) -2

(1) z^2 이 양의 실수가 되려면 z 의 실수부분이 0이 아니고, 허수부분이 0이어야 하므로

$$x^2 - 4 \neq 0, x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$x^2 - 4 \neq 0 \text{에서 } (x+2)(x-2) \neq 0$$

$$\therefore x \neq -2, x \neq 2 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0 \text{에서 } (x-2)(x-5) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 5 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } x = 5$$

(2) z^2 이 음의 실수가 되려면 z 의 실수부분이 0이고, 허수부분이 0이 아니어야 하므로

$$x^2 - 4 = 0, x^2 - 7x + 10 \neq 0$$

$$x^2 - 4 = 0 \text{에서 } (x+2)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 2 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$x^2 - 7x + 10 \neq 0 \text{에서 } (x-2)(x-5) \neq 0$$

$$\therefore x \neq 2, x \neq 5 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } x = -2$$

085 답 ④

$$a + b = (2-i) + (2+i) = 4$$

$$ab = (2-i)(2+i) = 4 - i^2 = 5$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{b}{a} + \frac{a}{b} &= \frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{(a+b)^2 - 2ab}{ab} \\ &= \frac{4^2 - 2 \times 5}{5} = \frac{6}{5} \end{aligned}$$

086 답 5

$$\bar{\alpha} = 3 - i, \bar{\beta} = 1 + 2i \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} \alpha\bar{\alpha} - \beta\bar{\beta} &= (3+i)(3-i) - (1-2i)(1+2i) \\ &= 9 - i^2 - (1 - 4i^2) \\ &= 10 - 5 = 5 \end{aligned}$$

087 답 ⑤

$$\alpha = \frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = \frac{1-2i+i^2}{1-i^2} = \frac{-2i}{2} = -i$$

$$\beta = \frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{1+2i+i^2}{1-i^2} = \frac{2i}{2} = i$$

$$\begin{aligned} \therefore (1-2\alpha)(1-2\beta) &= (1+2i)(1-2i) \\ &= 1 - 4i^2 = 5 \end{aligned}$$

088 답 ①

$$z = 1 + \sqrt{3}i \text{에서 } z - 1 = \sqrt{3}i$$

양변을 제곱하면

$$(z-1)^2 = (\sqrt{3}i)^2$$

$$\therefore z^2 - 2z + 1 = 3i^2 = -3$$

다른 풀이

$$\begin{aligned} z^2 - 2z + 1 &= (1 + \sqrt{3}i)^2 - 2(1 + \sqrt{3}i) + 1 \\ &= 1 + 2\sqrt{3}i + 3i^2 - 2 - 2\sqrt{3}i + 1 \\ &= -3 \end{aligned}$$

089 답 29

$$z = a + bi (a, b \text{는 실수}) \text{라 하면 } \bar{z} = a - bi$$

이를 $3z - 2\bar{z} = 5 + 10i$ 에 대입하면

$$3(a+bi) - 2(a-bi) = 5 + 10i$$

$$a + 5bi = 5 + 10i$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$a = 5, 5b = 10 \quad \therefore b = 2$$

따라서 $z = 5 + 2i, \bar{z} = 5 - 2i$ 이므로

$$z\bar{z} = (5+2i)(5-2i) = 25 - 4i^2 = 29$$

090 답 -5+8i

$$z = a + bi (a, b \text{는 실수}) \text{라 하면 } \bar{z} = a - bi$$

이를 $(1+i)z + 2i\bar{z} = 3 - 7i$ 에 대입하면

$$(1+i)(a+bi) + 2i(a-bi) = 3 - 7i$$

$$a + (a+b)i + bi^2 + 2ai - 2bi^2 = 3 - 7i$$

$$(a+b) + (3a+b)i = 3 - 7i$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$a+b=3, 3a+b=-7$$

두 식을 연립하여 풀면 $a=-5, b=8$

$$\therefore z=-5+8i$$

091 답 ①

$z=a+bi$ (a, b 는 실수)라 하면 $\bar{z}=a-bi$

이를 $z+\bar{z}=6$ 에 대입하면

$$(a+bi)+(a-bi)=6, 2a=6 \quad \therefore a=3$$

또 $z=3+bi, \bar{z}=3-bi$ 를 $z\bar{z}=10$ 에 대입하면

$$(3+bi)(3-bi)=10, 9-b^2i^2=10$$

$$b^2=1 \quad \therefore b=\pm 1$$

$$\therefore z=3\pm i$$

092 답 13

$$\alpha+\beta=(5-i)+(-2+3i)=3+2i$$

$$\bar{\alpha}+\bar{\beta}=\bar{\alpha}+\bar{\beta}=3+2i=3-2i$$

$$\therefore (\alpha+\beta)(\bar{\alpha}+\bar{\beta})=(3+2i)(3-2i) \\ =9-4i^2=13$$

093 답 ①

$$\overline{z_1-z_2}=\overline{z_1-z_2}=3+2i \text{이므로}$$

$$z_1-z_2=\overline{3+2i}=3-2i$$

$$\overline{z_1 \times z_2}=\overline{z_1 z_2}=4-3i \text{이므로}$$

$$z_1 z_2=\overline{4-3i}=4+3i$$

$$\therefore z_1-z_1 z_2-z_2=z_1-z_2-z_1 z_2 \\ =(3-2i)-(4+3i)=-1-5i$$

094 답 ④

$$\alpha-\beta=(2-i)-(1+3i)=1-4i$$

$$\bar{\alpha}-\bar{\beta}=\bar{\alpha}-\bar{\beta}=1-4i=1+4i$$

$$\therefore \alpha\bar{\alpha}-\alpha\bar{\beta}-\bar{\alpha}\beta+\beta\bar{\beta}=\alpha(\bar{\alpha}-\bar{\beta})-\beta(\bar{\alpha}-\bar{\beta}) \\ =(\alpha-\beta)(\bar{\alpha}-\bar{\beta}) \\ =(1-4i)(1+4i) \\ =1-16i^2=17$$

개념유형

77쪽

095 답 -1

$$i^{10}=i^{4 \times 2+2}=-1$$

096 답 i

$$i^{17}=i^{4 \times 4+1}=i$$

097 답 i

$$(-i)^7=-i^7=-i^{4+3}=-(i^4 \cdot i^3)=-i$$

098 답 2

$$i^{100}-i^{102}=i^{4 \times 25}-i^{4 \times 25+2}=1-(-1)=2$$

099 답 0

$$1+i+i^2+i^3=1+i-1-i=0$$

100 답 0

$$\frac{1}{i^{201}}+\frac{1}{i^{203}}=\frac{1}{i^{4 \times 50+1}}+\frac{1}{i^{4 \times 50+3}}=\frac{1}{i}-\frac{1}{i}=0$$

101 답 -1

$$\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}=\frac{1+2i+i^2}{1-i^2}=\frac{2i}{2}=i$$

$$\therefore \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2=i^2=-1$$

102 답 1

$$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{100}=\left\{\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2\right\}^{50}=(-1)^{50}=1$$

103 답 -1

$$\frac{1-i}{1+i}=\frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}=\frac{1-2i+i^2}{1-i^2}=\frac{-2i}{2}=-i$$

$$\therefore \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^2=(-i)^2=-1$$

104 답 1

$$\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{52}=\left\{\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^2\right\}^{26}=(-1)^{26}=1$$

실전유형

78쪽

105 답 ②

$$-i+i^2-i^3+i^4=-i-1+i+1=0 \text{이므로}$$

$$1-i+i^2-i^3+\dots+i^{100}$$

$$=1+(-i+i^2-i^3+i^4)+i^4(-i+i^2-i^3+i^4) \\ +\dots+i^{96}(-i+i^2-i^3+i^4)$$

$$=1+0+0+\dots+0=1$$

106 답 ④

$$\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\frac{1}{i^4}=\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1=0 \text{이므로}$$

$$\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\frac{1}{i^4}+\dots+\frac{1}{i^{41}}$$

$$=\left(\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\frac{1}{i^4}\right)+\frac{1}{i^4}\left(\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\frac{1}{i^4}\right)$$

$$+\dots+\frac{1}{i^{36}}\left(\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\frac{1}{i^4}\right)+\frac{1}{i^{40}} \times \frac{1}{i}$$

$$=0+0+\dots+0+\frac{1}{i}=-i$$

107 답 -1

$$i+i^2+i^3+i^4=i-1-i+1=0 \text{ 이므로}$$

$$i+i^2+i^3+i^4+\dots+i^{97}$$

$$=(i+i^2+i^3+i^4)+i^4(i+i^2+i^3+i^4)$$

$$+\dots+i^{92}(i+i^2+i^3+i^4)+i^{96}\times i$$

$$=0+0+\dots+0+i=i$$

$$i+i^2+i^3+i^4+\dots+i^{99}$$

$$=(i+i^2+i^3+i^4)+i^4(i+i^2+i^3+i^4)$$

$$+\dots+i^{92}(i+i^2+i^3+i^4)+i^{96}(i+i^2+i^3)$$

$$=0+0+\dots+0+(i-1-i)=-1$$

$$\therefore (i+i^2+i^3+i^4+\dots+i^{97})(i+i^2+i^3+i^4+\dots+i^{99})=i\times(-1)=-i$$

따라서 $a=0, b=-1$ 이므로 $a+b=-1$

108 답 -100

$$i+2i^2+3i^3+4i^4+\dots+20i^{20}$$

$$=(i-2-3i+4)+(5i-6-7i+8)+\dots+(17i-18-19i+20)$$

$$=(2-2i)+(2-2i)+\dots+(2-2i)$$

5개

$$=5(2-2i)=10-10i$$

따라서 $a=10, b=-10$ 이므로 $ab=-100$

109 답 ④

$$\frac{1-i}{1+i}=\frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}=\frac{1-2i+i^2}{1-i^2}=\frac{-2i}{2}=-i$$

$$\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}=\frac{1+2i+i^2}{1-i^2}=\frac{2i}{2}=i$$

$$\therefore \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{100}-\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{101}=(-i)^{100}-i^{101}=i^{100}-i^{101}=i^{4\times 25}-i^{4\times 25+1}=1-i$$

110 답 ④

$$z^2=\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{1-2i+i^2}{2}=\frac{-2i}{2}=-i \text{ 이므로}$$

$$z^2+z^4+z^6+z^8+z^{10}=-i+(-i)^2+(-i)^3+(-i)^4+(-i)^5$$

$$=-i+i^2-i^3+i^4-i^5$$

$$=-i-1+i+1-i=-i$$

111 답 ①

$$z=\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}=\frac{1+2i+i^2}{1-i^2}=\frac{2i}{2}=i \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{z}+\frac{1}{z^2}+\frac{1}{z^3}+\dots+\frac{1}{z^{100}}$$

$$=\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\dots+\frac{1}{i^{100}}$$

$$=\left(\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\frac{1}{i^4}\right)+\frac{1}{i^4}\left(\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\frac{1}{i^4}\right)$$

$$+\dots+\frac{1}{i^{96}}\left(\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\frac{1}{i^4}\right)$$

$$=\left(\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1\right)+1\times\left(\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1\right)$$

$$+\dots+1\times\left(\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1\right)$$

$$=0$$

개념유형

80쪽

112 답 $\sqrt{7}i$

113 답 $4i$

114 답 $-2\sqrt{3}i$

115 답 $\frac{3}{2}i$

116 답 $\pm\sqrt{5}i$

117 답 $\pm 6i$

118 답 $\pm\frac{1}{3}i$

119 답 $\pm\frac{\sqrt{3}}{5}i$

120 답 -4

$$\sqrt{-2}\sqrt{-8}=-\sqrt{(-2)\times(-8)}=-\sqrt{16}=-4$$

다른 풀이

$$\sqrt{-2}\sqrt{-8}=\sqrt{2}i\times\sqrt{8}i=\sqrt{2\times 8}i^2=-\sqrt{16}=-4$$

121 답 $6i$

$$\sqrt{-4}\sqrt{9}=\sqrt{(-4)\times 9}=\sqrt{-36}=6i$$

다른 풀이

$$\sqrt{-4}\sqrt{9}=2i\times 3=6i$$

122 답 $3\sqrt{2}i$

$$\sqrt{3}\sqrt{-6}=\sqrt{3\times(-6)}=\sqrt{-18}=3\sqrt{2}i$$

다른 풀이

$$\sqrt{3}\sqrt{-6}=\sqrt{3}\times\sqrt{6}i=\sqrt{3\times 6}i=\sqrt{18}i=3\sqrt{2}i$$

123 답 $-3i$

$$\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{-2}}=-\sqrt{\frac{18}{-2}}=-\sqrt{-9}=-3i$$

다른 풀이

$$\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{-2}}=\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}i}=-\sqrt{\frac{18}{2}}i=-\sqrt{9}i=-3i$$

124 답 $\frac{1}{2}i$

$$\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{12}}=\sqrt{\frac{-3}{12}}=\sqrt{-\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}i$$

다른 풀이

$$\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{12}}=\frac{\sqrt{3}i}{\sqrt{12}}=\sqrt{\frac{3}{12}}i=\sqrt{\frac{1}{4}}i=\frac{1}{2}i$$

125 답 7

$$\begin{aligned} & \sqrt{-4}\sqrt{-16}-\sqrt{-9}\sqrt{-25} \\ &= -\sqrt{(-4)\times(-16)}-\{\sqrt{(-9)\times(-25)}\} \\ &= -\sqrt{64}+\sqrt{225} \\ &= -8+15=7 \end{aligned}$$

다른 풀이

$$\begin{aligned} \sqrt{-4}\sqrt{-16}-\sqrt{-9}\sqrt{-25} &= 2i \times 4i - 3i \times 5i \\ &= 8i^2 - 15i^2 \\ &= -8 + 15 = 7 \end{aligned}$$

126 답 $\sqrt{3}$

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{-6}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}} + \frac{\sqrt{-6}}{\sqrt{-2}} &= \frac{\sqrt{-6}}{2} + \left(-\sqrt{\frac{6}{-2}}\right) + \sqrt{\frac{-6}{-2}} \\ &= \sqrt{-3} - \sqrt{-3} + \sqrt{3} = \sqrt{3} \end{aligned}$$

다른 풀이

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{-6}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}} + \frac{\sqrt{-6}}{\sqrt{-2}} &= \frac{\sqrt{6}i}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}i} + \frac{\sqrt{6}i}{\sqrt{2}i} \\ &= \sqrt{\frac{6}{2}}i - \sqrt{\frac{6}{2}}i + \sqrt{\frac{6}{2}} = \sqrt{3} \end{aligned}$$

실전유형

81쪽

127 답 ⑤

- ① $\sqrt{3}\sqrt{-5} = \sqrt{3 \times (-5)} = \sqrt{-15} = \sqrt{15}i$
- ② $\sqrt{-3}\sqrt{-5} = -\sqrt{(-3) \times (-5)} = -\sqrt{15}$
- ③ $\frac{\sqrt{-15}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{-15}{3}} = \sqrt{-5} = \sqrt{5}i$
- ④ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-15}} = \sqrt{\frac{-3}{-15}} = \sqrt{\frac{1}{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{-15}} = -\sqrt{\frac{3}{-15}} = -\sqrt{-\frac{1}{5}} = -\frac{\sqrt{5}}{5}i$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

다른 풀이

- ① $\sqrt{3}\sqrt{-5} = \sqrt{3}\sqrt{5}i = \sqrt{3 \times 5}i = \sqrt{15}i$
- ② $\sqrt{-3}\sqrt{-5} = \sqrt{3}i \times \sqrt{5}i = \sqrt{3 \times 5}i^2 = \sqrt{15}i^2 = -\sqrt{15}$
- ③ $\frac{\sqrt{-15}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{15}i}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{15}{3}}i = \sqrt{5}i$
- ④ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-15}} = \frac{\sqrt{3}i}{\sqrt{15}i} = \sqrt{\frac{3}{15}} = \sqrt{\frac{1}{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{-15}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{15}i} = -\sqrt{\frac{3}{15}}i = -\sqrt{\frac{1}{5}}i = -\frac{\sqrt{5}}{5}i$

128 답 12

$$\begin{aligned} \sqrt{-2}\sqrt{-12} + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{-3}} &= -\sqrt{(-2) \times (-12)} + \left(-\sqrt{\frac{18}{-3}}\right) \\ &= -\sqrt{24} - \sqrt{-6} \\ &= -2\sqrt{6} - \sqrt{6}i \end{aligned}$$

따라서 $a = -2\sqrt{6}$, $b = -\sqrt{6}i$ 이므로

$$ab = 12$$

다른 풀이

$$\begin{aligned} \sqrt{-2}\sqrt{-12} + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{-3}} &= \sqrt{2}i \times \sqrt{12}i + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}i} \\ &= \sqrt{2 \times 12}i^2 + \left(-\sqrt{\frac{18}{3}}i\right) \\ &= -\sqrt{24} - \sqrt{6}i = -2\sqrt{6} - \sqrt{6}i \end{aligned}$$

따라서 $a = -2\sqrt{6}$, $b = -\sqrt{6}i$ 이므로 $ab = 12$

129 답 8

$$\begin{aligned} z &= \sqrt{2}\sqrt{-8} + \sqrt{-2}\sqrt{-8} + \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{-2}} + \frac{\sqrt{-8}}{\sqrt{-2}} \\ &= \sqrt{2 \times (-8)} + \{\sqrt{(-2) \times (-8)}\} + \left(-\sqrt{\frac{8}{-2}}\right) + \sqrt{\frac{-8}{-2}} \\ &= \sqrt{-16} - \sqrt{16} - \sqrt{-4} + \sqrt{4} \\ &= 4i - 4 - 2i + 2 = -2 + 2i \\ \therefore z\bar{z} &= (-2 + 2i)(-2 + 2i) \\ &= (-2 + 2i)(-2 - 2i) \\ &= 4 - 4i^2 = 8 \end{aligned}$$

다른 풀이

$$\begin{aligned} z &= \sqrt{2}\sqrt{-8} + \sqrt{-2}\sqrt{-8} + \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{-2}} + \frac{\sqrt{-8}}{\sqrt{-2}} \\ &= \sqrt{2}\sqrt{8}i + \sqrt{2}i \times \sqrt{8}i + \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}i} + \frac{\sqrt{8}i}{\sqrt{2}i} \\ &= \sqrt{2 \times 8}i + \sqrt{2 \times 8}i^2 + \left(-\sqrt{\frac{8}{2}}i\right) + \sqrt{\frac{8}{2}} \\ &= \sqrt{16}i - \sqrt{16} - \sqrt{4}i + \sqrt{4} \\ &= 4i - 4 - 2i + 2 = -2 + 2i \\ \therefore z\bar{z} &= (-2 + 2i)(-2 + 2i) \\ &= (-2 + 2i)(-2 - 2i) \\ &= 4 - 4i^2 = 8 \end{aligned}$$

130 답 ④

$$\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab} \text{이므로 } a < 0, b < 0$$

$$\textcircled{1} -a > 0 \text{이므로 } \sqrt{-a}\sqrt{b} = \sqrt{-ab}$$

$$\textcircled{2} \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$\textcircled{3} a^2 > 0, ab > 0 \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{a^3b} &= \sqrt{a^2 \times ab} = \sqrt{a^2}\sqrt{ab} \\ &= |a|\sqrt{ab} = -a\sqrt{ab} \end{aligned}$$

$$\textcircled{4} a^2 > 0 \text{이므로}$$

$$\sqrt{\frac{b}{a^2}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a^2}} = \frac{\sqrt{b}}{|a|} = -\frac{\sqrt{b}}{a}$$

$$\textcircled{5} \sqrt{a^2}\sqrt{b^2} = |a| \times |b| = (-a) \times (-b) = ab$$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

131 답 ④

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}} \text{이므로 } a > 0, b < 0$$

$$a - b > 0 \text{이므로 } \sqrt{(a-b)^2} = |a-b| = a-b$$

$$\sqrt{b^2} = |b| = -b$$

$$\therefore \sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{b^2} = (a-b) - (-b) = a$$

132 **답** 2i

$$\sqrt{a}\sqrt{b}=-\sqrt{ab}\text{이므로 } a<0, b<0$$

$$-a>0\text{이므로}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{-a}}=\sqrt{\frac{a}{-a}}=\sqrt{-1}=i$$

$$a<b\text{에서 } a-b<0, b-a>0\text{이므로}$$

$$\frac{\sqrt{b-a}}{\sqrt{a-b}}=-\sqrt{\frac{b-a}{a-b}}=-\sqrt{\frac{-(a-b)}{a-b}}=-\sqrt{-1}=-i$$

$$\therefore \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{-a}}-\frac{\sqrt{b-a}}{\sqrt{a-b}}=i-(-i)=2i$$

실전유형으로 중단원 점검

82~83쪽

1 **답** 4

허수는 실수가 아닌 복소수이므로 $2+i$, $3i^2-5i$, $-4i$, $\sqrt{3}i+1$ 의 4개이다.

2 **답** ④

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$x+y+1=0, x-2y-11=0$$

두 식을 연립하여 풀면

$$x=3, y=-4$$

$$\therefore x-y=7$$

3 **답** ④

$$\begin{aligned}\frac{5+i}{1-i}+(2-3i)(5+i) &= \frac{(5+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}+10-13i-3i^2 \\ &= \frac{5+6i+i^2}{1-i^2}+13-13i \\ &= 2+3i+13-13i \\ &= 15-10i\end{aligned}$$

따라서 $a=15$, $b=-10$ 이므로 $a+b=5$

4 **답** ②

$$x(2+i)-2y(1+i)=\overline{4-7i}\text{에서}$$

$$2(x-y)+(x-2y)i=4+7i$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$x-y=2, x-2y=7$$

두 식을 연립하여 풀면

$$x=-3, y=-5$$

$$\therefore x+y=-8$$

5 **답** 2

$$z=(1+i)x^2-3x+2-i$$

$$=(x^2-3x+2)+(x^2-1)i$$

..... ①

이 복소수가 순허수가 되려면 실수부분이 0이고, 허수부분이 0이 아니어야 하므로

$$x^2-3x+2=0, x^2-1\neq 0$$

..... ②

$$x^2-3x+2=0\text{에서 } (x-1)(x-2)=0$$

$$\therefore x=1 \text{ 또는 } x=2 \quad \text{..... ③}$$

$$x^2-1\neq 0\text{에서 } (x+1)(x-1)\neq 0$$

$$\therefore x\neq -1, x\neq 1 \quad \text{..... ④}$$

$$\text{③, ④에서 } x=2$$

..... ③

채점 기준

i 복소수 z 를 (실수부분)+(허수부분) i 꼴로 정리하기	20 %
ii z 가 순허수가 되도록 하는 조건 알기	30 %
iii 실수 x 의 값 구하기	50 %

6 **답** ②

$$x=\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}\text{에서 } 2x+1=-\sqrt{3}i$$

양변을 제곱하면

$$(2x+1)^2=(-\sqrt{3}i)^2$$

$$4x^2+4x+1=3i^2=-3$$

$$4x^2+4x=-4$$

$$\therefore x^2+x=-1$$

다른 풀이

$$\begin{aligned}x^2+x &= \left(\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}\right)^2 + \frac{-1-\sqrt{3}i}{2} \\ &= \frac{1+2\sqrt{3}i+3i^2}{4} + \frac{-1-\sqrt{3}i}{2} \\ &= \frac{-1+\sqrt{3}i}{2} + \frac{-1-\sqrt{3}i}{2} \\ &= -1\end{aligned}$$

7 **답** ④

$$z=a+bi(a, b\text{는 실수})\text{라 하면 } \bar{z}=a-bi$$

이를 $(1+2i)z-i\bar{z}=1+5i$ 에 대입하면

$$(1+2i)(a+bi)-i(a-bi)=1+5i$$

$$a+(2a+b)i+2bi^2-ai+bi^2=1+5i$$

$$(a-3b)+(a+b)i=1+5i$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$a-3b=1, a+b=5$$

두 식을 연립하여 풀면 $a=4, b=1$

$$\therefore z=4+i$$

8 **답** 26

$$\alpha+\beta=(2+i)+(3-2i)=5-i$$

$$\bar{\alpha}+\bar{\beta}=\bar{\alpha}+\bar{\beta}=\overline{5-i}=5+i$$

$$\begin{aligned}\therefore \alpha\bar{\alpha}+\alpha\bar{\beta}+\bar{\alpha}\beta+\beta\bar{\beta} &= \alpha(\bar{\alpha}+\bar{\beta})+\beta(\bar{\alpha}+\bar{\beta}) \\ &= (\alpha+\beta)(\bar{\alpha}+\bar{\beta}) \\ &= (5-i)(5+i) \\ &= 25-i^2=26\end{aligned}$$

9 답 ②

$$\begin{aligned} \frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \frac{1}{i^4} &= \frac{1}{i} - 1 - \frac{1}{i} + 1 = 0 \text{이므로} \\ \frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \frac{1}{i^4} + \dots + \frac{1}{i^{80}} \\ &= \left(\frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \frac{1}{i^4} \right) + \frac{1}{i^4} \left(\frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \frac{1}{i^4} \right) \\ &\quad + \dots + \frac{1}{i^{76}} \left(\frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \frac{1}{i^4} \right) \\ &= 0 \end{aligned}$$

10 답 ①

$$\begin{aligned} \frac{1+i}{1-i} &= \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{1+2i+i^2}{1-i^2} = \frac{2i}{2} = i \\ \frac{1-i}{1+i} &= \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = \frac{1-2i+i^2}{1-i^2} = \frac{-2i}{2} = -i \\ \therefore \left(\frac{1+i}{1-i} \right)^{206} + \left(\frac{1-i}{1+i} \right)^{206} &= i^{206} + (-i)^{206} \\ &= i^{206} + i^{206} \\ &= i^{4 \times 51 + 2} + i^{4 \times 51 + 2} \\ &= -1 + (-1) = -2 \end{aligned}$$

11 답 -7

$$\begin{aligned} \sqrt{-6}\sqrt{-6} + \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{-2}} \times \frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-15}} \\ &= -\sqrt{(-6) \times (-6)} + \left(-\sqrt{\frac{10}{-2}} \right) \times \sqrt{\frac{-3}{-15}} \\ &= -\sqrt{36} - \sqrt{-5} \times \sqrt{\frac{1}{5}} \\ &= -6 - \sqrt{\frac{-5}{5}} \\ &= -6 - \sqrt{-1} \\ &= -6 - i \\ \text{따라서 } a &= -6, b = -1 \text{이므로} \\ a+b &= -7 \end{aligned}$$

다른 풀이

$$\begin{aligned} \sqrt{-6}\sqrt{-6} + \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{-2}} \times \frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-15}} &= \sqrt{6}i \times \sqrt{6}i + \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}i} \times \frac{\sqrt{3}i}{\sqrt{15}i} \\ &= \sqrt{6 \times 6}i^2 + \left(-\sqrt{\frac{10}{2}}i \right) \times \sqrt{\frac{3}{15}} \\ &= -\sqrt{36} - \sqrt{5}i \times \sqrt{\frac{1}{5}} \\ &= -6 - i \end{aligned}$$

따라서 $a = -6, b = -1$ 이므로
 $a+b = -7$

12 답 ④

$$\begin{aligned} \sqrt{a}\sqrt{b} &= -\sqrt{ab} \text{이므로 } a < 0, b < 0 \\ |a| &= -a \text{이고, } a+b < 0 \text{이므로} \\ \sqrt{(a+b)^2} &= |a+b| = -(a+b) \\ \therefore |a| - \sqrt{(a+b)^2} &= -a - \{-(a+b)\} \\ &= b \end{aligned}$$

04 이차방정식

개념유형

85~86쪽

001 답 $x = -2$ (중근)

$$\begin{aligned} x^2 + 4x + 4 &= 0 \text{에서} \\ (x+2)^2 &= 0 \quad \therefore x = -2 \text{ (중근)} \end{aligned}$$

002 답 $x = 1$ 또는 $x = 2$

$$\begin{aligned} x^2 - 3x + 2 &= 0 \text{에서} \\ (x-1)(x-2) &= 0 \quad \therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 2 \end{aligned}$$

003 답 $x = -3$ 또는 $x = 4$

$$\begin{aligned} x^2 - x - 12 &= 0 \text{에서} \\ (x+3)(x-4) &= 0 \quad \therefore x = -3 \text{ 또는 } x = 4 \end{aligned}$$

004 답 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 3$

$$\begin{aligned} 2x^2 - 5x - 3 &= 0 \text{에서} \\ (2x+1)(x-3) &= 0 \quad \therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 3 \end{aligned}$$

005 답 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 1$

$$\begin{aligned} 2x^2 - x - 1 &= 0 \text{에서} \\ (2x+1)(x-1) &= 0 \quad \therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 1 \end{aligned}$$

006 답 $x = -1$ 또는 $x = \frac{2}{3}$

$$\begin{aligned} 3x^2 + x - 2 &= 0 \text{에서} \\ (x+1)(3x-2) &= 0 \quad \therefore x = -1 \text{ 또는 } x = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

007 답 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} 4x^2 - 1 &= 0 \text{에서} \\ (2x+1)(2x-1) &= 0 \quad \therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

008 답 $x = -2$ 또는 $x = \frac{1}{4}$

$$\begin{aligned} 4x^2 + 7x - 2 &= 0 \text{에서} \\ (x+2)(4x-1) &= 0 \quad \therefore x = -2 \text{ 또는 } x = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

009 답 $x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$, 실근

$$\begin{aligned} x^2 - x - 3 &= 0 \text{에서} \\ x &= \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-3)}}{2 \times 1} \\ &= \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \end{aligned}$$

따라서 주어진 이차방정식의 근은 실근이다.

010 **답** $x = \frac{3 \pm \sqrt{15}i}{2}$, 허근

$x^2 - 3x + 6 = 0$ 에서

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times 6}}{2 \times 1} = \frac{3 \pm \sqrt{-15}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{15}i}{2}$$

따라서 주어진 이차방정식의 근은 허근이다.

011 **답** $x = \frac{-5 \pm \sqrt{31}i}{4}$, 허근

$2x^2 + 5x + 7 = 0$ 에서

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 2 \times 7}}{2 \times 2} = \frac{-5 \pm \sqrt{-31}}{4} = \frac{-5 \pm \sqrt{31}i}{4}$$

따라서 주어진 이차방정식의 근은 허근이다.

012 **답** $x = \frac{-1 \pm \sqrt{37}}{6}$, 실근

$3x^2 + x - 3 = 0$ 에서

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 3 \times (-3)}}{2 \times 3} = \frac{-1 \pm \sqrt{37}}{6}$$

따라서 주어진 이차방정식의 근은 실근이다.

013 **답** $x = 2 \pm \sqrt{3}i$, 허근

$x^2 - 4x + 7 = 0$ 에서

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 1 \times 7}}{1} = 2 \pm \sqrt{-3} = 2 \pm \sqrt{3}i$$

따라서 주어진 이차방정식의 근은 허근이다.

014 **답** $x = -5 \pm 3\sqrt{3}$, 실근

$x^2 + 10x - 2 = 0$ 에서

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 1 \times (-2)}}{1} = -5 \pm \sqrt{27} = -5 \pm 3\sqrt{3}$$

따라서 주어진 이차방정식의 근은 실근이다.

015 **답** $x = \frac{3 \pm i}{2}$, 허근

$2x^2 - 6x + 5 = 0$ 에서

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 2 \times 5}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{-1}}{2} = \frac{3 \pm i}{2}$$

따라서 주어진 이차방정식의 근은 허근이다.

016 **답** $x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{3}$, 실근

$3x^2 - 2x - 4 = 0$ 에서

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 3 \times (-4)}}{3} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{3}$$

따라서 주어진 이차방정식의 근은 실근이다.

017 **답** $3 + 2\sqrt{2}$, $2 + 2\sqrt{2}$, $-2 - 2\sqrt{2}$

018 **답** $x = 1$ 또는 $x = \sqrt{2} - 1$

$(\sqrt{2} + 1)x^2 - (\sqrt{2} + 2)x + 1 = 0$ 의 양변에 $\sqrt{2} - 1$ 을 곱하면

$(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)x^2 - (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 2)x + \sqrt{2} - 1 = 0$

$x^2 - \sqrt{2}x + \sqrt{2} - 1 = 0$

$(x - 1)\{x - (\sqrt{2} - 1)\} = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = \sqrt{2} - 1$

019 **답** $x = 1$ 또는 $x = \frac{3 - 3\sqrt{3}}{2}$

$(\sqrt{3} + 1)x^2 - (\sqrt{3} - 2)x - 3 = 0$ 의 양변에 $\sqrt{3} - 1$ 을 곱하면

$(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)x^2 - (\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} - 2)x - (\sqrt{3} - 1) \times 3 = 0$

$2x^2 - (5 - 3\sqrt{3})x + 3 - 3\sqrt{3} = 0$

$(x - 1)\{2x - (3 - 3\sqrt{3})\} = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = \frac{3 - 3\sqrt{3}}{2}$

020 **답** $x = 3$ 또는 $x = -1 - \sqrt{3}$

$(\sqrt{3} - 1)x^2 - (3\sqrt{3} - 5)x - 6 = 0$ 의 양변에 $\sqrt{3} + 1$ 을 곱하면

$(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)x^2 - (\sqrt{3} + 1)(3\sqrt{3} - 5)x - (\sqrt{3} + 1) \times 6 = 0$

$2x^2 - (4 - 2\sqrt{3})x - 6 - 6\sqrt{3} = 0$

$x^2 - (2 - \sqrt{3})x - (3 + 3\sqrt{3}) = 0$

$(x - 3)\{x + (1 + \sqrt{3})\} = 0$

$\therefore x = 3$ 또는 $x = -1 - \sqrt{3}$

021 **답** $x = -1$ 또는 $x = 1 - \sqrt{5}$

$(\sqrt{5} + 1)x^2 + (\sqrt{5} + 5)x + 4 = 0$ 의 양변에 $\sqrt{5} - 1$ 을 곱하면

$(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1)x^2 + (\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 5)x + (\sqrt{5} - 1) \times 4 = 0$

$4x^2 + 4\sqrt{5}x - 4 + 4\sqrt{5} = 0$

$x^2 + \sqrt{5}x - (1 - \sqrt{5}) = 0$

$(x + 1)\{x - (1 - \sqrt{5})\} = 0$

$\therefore x = -1$ 또는 $x = 1 - \sqrt{5}$

022 **답** $x + 4$, -4 , -4 , $x - 3$, 3 , 3 , $x = 3$

023 **답** $x = -2$ 또는 $x = 2$

$x^2 + |x| - 6 = 0$ 에서

(i) $x < 0$ 일 때

$|x| = -x$ 이므로

$x^2 - x - 6 = 0$, $(x + 2)(x - 3) = 0$

$\therefore x = -2$ 또는 $x = 3$

그런데 $x < 0$ 이므로 $x = -2$

(ii) $x \geq 0$ 일 때

$|x| = x$ 이므로

$x^2 + x - 6 = 0$, $(x + 3)(x - 2) = 0$

$\therefore x = -3$ 또는 $x = 2$

그런데 $x \geq 0$ 이므로 $x = 2$

(i), (ii)에서 주어진 방정식의 해는

$x = -2$ 또는 $x = 2$

다른 풀이

$x^2 = |x|^2$ 이므로 $|x|^2 + |x| - 6 = 0$

$(|x| + 3)(|x| - 2) = 0 \quad \therefore |x| = -3$ 또는 $|x| = 2$

그런데 $|x| \geq 0$ 이므로 $|x| = 2$

$\therefore x = -2$ 또는 $x = 2$

024 답 $x=-2$ 또는 $x=2$

$$3x^2-4|x|-4=0 \text{에서}$$

(i) $x<0$ 일 때

$$|x|=-x \text{이므로}$$

$$3x^2+4x-4=0, (x+2)(3x-2)=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=\frac{2}{3}$$

그런데 $x<0$ 이므로 $x=-2$

(ii) $x\geq 0$ 일 때

$$|x|=x \text{이므로}$$

$$3x^2-4x-4=0, (3x+2)(x-2)=0$$

$$\therefore x=-\frac{2}{3} \text{ 또는 } x=2$$

그런데 $x\geq 0$ 이므로 $x=2$

(i), (ii)에서 주어진 방정식의 해는

$$x=-2 \text{ 또는 } x=2$$

다른 풀이

$$x^2=|x|^2 \text{이므로 } 3|x|^2-4|x|-4=0$$

$$(3|x|+2)(|x|-2)=0 \quad \therefore |x|=-\frac{2}{3} \text{ 또는 } |x|=2$$

그런데 $|x|\geq 0$ 이므로 $|x|=2$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=2$$

025 답 $x=-4$ 또는 $x=5$

$$x^2-3|x+1|-7=0 \text{에서}$$

(i) $x<-1$ 일 때

$$|x+1|=-(x+1) \text{이므로}$$

$$x^2+3(x+1)-7=0, x^2+3x-4=0$$

$$(x+4)(x-1)=0 \quad \therefore x=-4 \text{ 또는 } x=1$$

그런데 $x<-1$ 이므로 $x=-4$

(ii) $x\geq -1$ 일 때

$$|x+1|=x+1 \text{이므로}$$

$$x^2-3(x+1)-7=0, x^2-3x-10=0$$

$$(x+2)(x-5)=0 \quad \therefore x=-2 \text{ 또는 } x=5$$

그런데 $x\geq -1$ 이므로 $x=5$

(i), (ii)에서 주어진 방정식의 해는

$$x=-4 \text{ 또는 } x=5$$

실전유형

87~88쪽

026 답 3

$$x^2-2x+5=0 \text{에서}$$

$$x=-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\times 5}=1\pm 2i$$

따라서 $a=1, b=2$ 이므로 $a+b=3$

027 답 6

$$x(x-4)=4(x^2+2x)-15 \text{에서 } 3x^2+12x-15=0$$

$$x^2+4x-5=0, (x+5)(x-1)=0$$

$$\therefore x=-5 \text{ 또는 } x=1$$

따라서 $\alpha=-5, \beta=1$ 또는 $\alpha=1, \beta=-5$ 이므로

$$|\alpha|+|\beta|=-5+1=6$$

028 답 ⑤

① $x^2-8x+15=0$ 에서

$$(x-3)(x-5)=0 \quad \therefore x=3 \text{ 또는 } x=5$$

② $x^2+3x+4=0$ 에서

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times 1\times 4}}{2\times 1}=\frac{-3\pm\sqrt{7}i}{2}$$

③ $2x^2-4x+3=0$ 에서

$$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-2\times 3}}{2}=\frac{2\pm\sqrt{2}i}{2}$$

④ $\frac{1}{5}x^2-x-\frac{1}{2}=0$ 의 양변에 10을 곱하면

$$2x^2-10x-5=0$$

$$\therefore x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-2\times(-5)}}{2}=\frac{5\pm\sqrt{35}}{2}$$

⑤ $0.2x^2+0.1x-0.6=0$ 의 양변에 10을 곱하면

$$2x^2+x-6=0$$

$$(x+2)(2x-3)=0 \quad \therefore x=-2 \text{ 또는 } x=\frac{3}{2}$$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

029 답 $\sqrt{13}$

$$3x^2-1=x \text{에서 } 3x^2-x-1=0$$

$$\therefore x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times 3\times(-1)}}{2\times 3}=\frac{1\pm\sqrt{13}}{6}$$

따라서 $\alpha=\frac{1-\sqrt{13}}{6}$ 이므로

$$1-6\alpha=1-6\times\frac{1-\sqrt{13}}{6}=\sqrt{13}$$

030 답 ②

$(\sqrt{2}+1)x^2-(2\sqrt{2}+1)x+\sqrt{2}=0$ 의 양변에 $\sqrt{2}-1$ 을 곱하면

$$(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)x^2-(\sqrt{2}-1)(2\sqrt{2}+1)x+(\sqrt{2}-1)\times\sqrt{2}=0$$

$$x^2-(3-\sqrt{2})x+2-\sqrt{2}=0$$

$$(x-1)\{x-(2-\sqrt{2})\}=0$$

$$\therefore x=1 \text{ 또는 } x=2-\sqrt{2}$$

따라서 무리수인 근은 $2-\sqrt{2}$ 이다.

031 답 ⑤

이차방정식 $x^2-(3k+1)x+k+2=0$ 의 한 근이 1이므로 $x=1$ 을 대입하면

$$1-3k-1+k+2=0$$

$$-2k+2=0 \quad \therefore k=1$$

이를 주어진 방정식에 대입하면

$$x^2-4x+3=0$$

$$(x-1)(x-3)=0 \quad \therefore x=1 \text{ 또는 } x=3$$

따라서 다른 한 근은 3이다.

032 답 ⑤

이차방정식 $5x^2 + (k-7)x + k = 0$ 의 한 근이 2이므로 $x=2$ 를 대입하면

$$20 + 2k - 14 + k = 0$$

$$3k + 6 = 0 \quad \therefore k = -2$$

이를 주어진 방정식에 대입하면

$$5x^2 - 9x - 2 = 0$$

$$(5x+1)(x-2)=0 \quad \therefore x = -\frac{1}{5} \text{ 또는 } x=2$$

따라서 $a = -\frac{1}{5}$ 이므로

$$\frac{k}{a} = \frac{-2}{-\frac{1}{5}} = 10$$

033 답 3-6√3

$$x^2 + 2|x-1| - 13 = 0 \text{에서}$$

(i) $x < 1$ 일 때

$$|x-1| = -(x-1) \text{이므로}$$

$$x^2 - 2(x-1) - 13 = 0, x^2 - 2x - 11 = 0$$

$$\therefore x = -(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 1 \times (-11)} = 1 \pm 2\sqrt{3}$$

그런데 $x < 1$ 이므로 $x = 1 - 2\sqrt{3}$

(ii) $x \geq 1$ 일 때

$$|x-1| = x-1 \text{이므로}$$

$$x^2 + 2(x-1) - 13 = 0, x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$(x+5)(x-3) = 0 \quad \therefore x = -5 \text{ 또는 } x=3$$

그런데 $x \geq 1$ 이므로 $x=3$

(i), (ii)에서 주어진 방정식의 해는

$$x = 1 - 2\sqrt{3} \text{ 또는 } x=3$$

따라서 방정식의 모든 근의 곱은

$$(1 - 2\sqrt{3}) \times 3 = 3 - 6\sqrt{3}$$

034 답 ②

$$x^2 + |2x-1| = 2 \text{에서}$$

(i) $x < \frac{1}{2}$ 일 때

$$|2x-1| = -(2x-1) \text{이므로}$$

$$x^2 - (2x-1) = 2, x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$\therefore x = -(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 1 \times (-1)} = 1 \pm \sqrt{2}$$

그런데 $x < \frac{1}{2}$ 이므로 $x = 1 - \sqrt{2}$

(ii) $x \geq \frac{1}{2}$ 일 때

$$|2x-1| = 2x-1 \text{이므로}$$

$$x^2 + (2x-1) = 2, x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x+3)(x-1) = 0 \quad \therefore x = -3 \text{ 또는 } x=1$$

그런데 $x \geq \frac{1}{2}$ 이므로 $x=1$

(i), (ii)에서 주어진 방정식의 해는

$$x = 1 - \sqrt{2} \text{ 또는 } x=1$$

따라서 $a=1, b=1, c=-1$ 이므로

$$abc = -1$$

035 답 ①

새로 만들어진 직사각형 모양의 밭의 가로, 세로의 길이는 각각 $(x+10)$ m, x m

올해 늘어난 밭의 넓이가 500m^2 이므로

$$x(x+10) - 10^2 = 500$$

$$x^2 + 10x - 600 = 0, (x+30)(x-20) = 0$$

$$\therefore x = -30 \text{ 또는 } x=20$$

그런데 $x > 10$ 이므로 $x=20$

036 답 12

상자의 밑면의 가로, 세로의 길이는 모두 $(x-4)$ cm이고 높이는 2cm이다. 상자의 부피가 128cm^3 이므로

$$2(x-4)^2 = 128$$

$$(x-4)^2 = 64, x^2 - 8x - 48 = 0$$

$$(x+4)(x-12) = 0$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x=12$$

그런데 $x > 4$ 이므로 $x=12$

037 답 3m

길의 폭을 x m라 하면 길을 제외한 땅의 넓이가 35m^2 이므로

$$(10-x)(8-x) = 35$$

$$x^2 - 18x + 45 = 0, (x-3)(x-15) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x=15$$

그런데 $0 < x < 8$ 이므로 $x=3$

따라서 길의 폭은 3m이다.

개념유형

90~91쪽

038 답 서로 다른 두 허근

이차방정식 $x^2 - 3x + 5 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 5 = -11 < 0$$

따라서 서로 다른 두 허근을 갖는다.

039 답 중근

이차방정식 $x^2 + 4x + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = 2^2 - 1 \times 4 = 0$$

따라서 중근을 갖는다.

040 답 서로 다른 두 실근

이차방정식 $2x^2 - 6x - 9 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (-3)^2 - 2 \times (-9) = 27 > 0$$

따라서 서로 다른 두 실근을 갖는다.

041 답 서로 다른 두 실근

이차방정식 $3x^2 + x - 2 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = 1^2 - 4 \times 3 \times (-2) = 25 > 0$$

따라서 서로 다른 두 실근을 갖는다.

042 답 $>, >, <, \frac{25}{4}$

043 답 $k < \frac{9}{4}$

이차방정식 $x^2 - 3x + k = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = (-3)^2 - 4 \times 1 \times k = 9 - 4k$$

서로 다른 두 실근을 가지면 $D > 0$ 이므로

$$9 - 4k > 0 \quad \therefore k < \frac{9}{4}$$

044 답 $k > 3$

이차방정식 $x^2 - 2kx + k^2 - k + 3 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (-k)^2 - 1 \times (k^2 - k + 3) = k - 3$$

서로 다른 두 실근을 가지면 $D > 0$ 이므로

$$k - 3 > 0 \quad \therefore k > 3$$

045 답 $k > -\frac{1}{4}$

이차방정식 $x^2 + (2k+1)x + k^2 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = (2k+1)^2 - 4 \times 1 \times k^2 = 4k + 1$$

서로 다른 두 실근을 가지면 $D > 0$ 이므로

$$4k + 1 > 0 \quad \therefore k > -\frac{1}{4}$$

046 답 $=, =, -4$

047 답 $\frac{9}{8}$

이차방정식 $x^2 + 3x + 2k = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = 3^2 - 4 \times 1 \times 2k = 9 - 8k$$

중근을 가지면 $D = 0$ 이므로

$$9 - 8k = 0 \quad \therefore k = \frac{9}{8}$$

048 답 $\frac{13}{4}$

이차방정식 $x^2 - x + k - 3 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (k - 3) = 13 - 4k$$

중근을 가지면 $D = 0$ 이므로

$$13 - 4k = 0 \quad \therefore k = \frac{13}{4}$$

049 답 2

이차방정식 $x^2 + 2kx + k^2 + k - 2 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = k^2 - 1 \times (k^2 + k - 2) = -k + 2$$

중근을 가지면 $D = 0$ 이므로

$$-k + 2 = 0 \quad \therefore k = 2$$

050 답 $<, <, >, \frac{1}{8}$

051 답 $k < -\frac{25}{4}$

이차방정식 $x^2 + 5x - k = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = 5^2 - 4 \times 1 \times (-k) = 4k + 25$$

서로 다른 두 허근을 가지면 $D < 0$ 이므로

$$4k + 25 < 0 \quad \therefore k < -\frac{25}{4}$$

052 답 $k > \frac{5}{2}$

이차방정식 $x^2 - 6kx + 9k^2 + 2k - 5 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (-3k)^2 - 1 \times (9k^2 + 2k - 5) = -2k + 5$$

서로 다른 두 허근을 가지면 $D < 0$ 이므로

$$-2k + 5 < 0 \quad \therefore k > \frac{5}{2}$$

053 답 $k > 3$

이차방정식 $x^2 + 2(k-1)x + k^2 - 5 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - 1 \times (k^2 - 5) = -2k + 6$$

서로 다른 두 허근을 가지면 $D < 0$ 이므로

$$-2k + 6 < 0 \quad \therefore k > 3$$

실전유형

91~92쪽

054 답 ⑤

각 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\neg. \frac{D}{4} = (-1)^2 - 1 \times 5 = -4 < 0$$

즉, 서로 다른 두 허근을 갖는다.

$$\neg. \frac{D}{4} = 2^2 - 2 \times (-11) = 26 > 0$$

즉, 서로 다른 두 실근을 갖는다.

$$\neg. D = (-\sqrt{13})^2 - 4 \times 3 \times (-2) = 37 > 0$$

즉, 서로 다른 두 실근을 갖는다.

$$\neg. \frac{D}{4} = (-6)^2 - 4 \times 9 = 0$$

즉, 중근을 갖는다.

따라서 보기에서 실근을 갖는 이차방정식은 $\neg$, $\neg$, $\neg$ 이다.

055 답 6

이차방정식 $3x^2 - kx + k - 3 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면 $D = 0$ 이므로

$$D = (-k)^2 - 4 \times 3 \times (k - 3) = 0$$

$$k^2 - 12k + 36 = 0, (k - 6)^2 = 0 \quad \therefore k = 6$$

056 답 ④

이차방정식 $x^2 - 2kx + k^2 + 3k - 22 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면 $D < 0$

이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = (-k)^2 - 1 \times (k^2 + 3k - 22) < 0$$

$$-3k + 22 < 0 \quad \therefore k > \frac{22}{3} = 7.3\cdots$$

따라서 자연수 k 의 최솟값은 8이다.

057 답 ②

이차방정식 $2x^2 - 5x + k - 2 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면 $D \geq 0$ 이므로
 $D = (-5)^2 - 4 \times 2 \times (k - 2) \geq 0$
 $-8k + 41 \geq 0 \quad \therefore k \leq \frac{41}{8} = 5.125$
 따라서 자연수 k 는 1, 2, 3, 4, 5의 5개이다.

058 답 24

이차방정식 $x^2 - 3kx + 6k - 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면 $D = 0$ 이므로
 $D = (-3k)^2 - 4 \times 1 \times (6k - 4) = 0$
 $9k^2 - 24k + 16 = 0, (3k - 4)^2 = 0$
 $\therefore k = \frac{4}{3}$
 이를 주어진 방정식에 대입하면
 $x^2 - 4x + 4 = 0$
 $(x - 2)^2 = 0 \quad \therefore x = 2$ (중근)
 따라서 $\alpha = 2$ 이므로
 $9k\alpha = 9 \times \frac{4}{3} \times 2 = 24$

059 답 ④

이차방정식 $x^2 - 3x + k + 1 = 0$ 의 판별식을 D_1 이라 하면 $D_1 < 0$ 이므로
 $D_1 = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (k + 1) < 0$
 $-4k + 5 < 0 \quad \therefore k > \frac{5}{4} \quad \dots\dots ㉠$
 이차방정식 $x^2 + (2 - k)x + k + 6 = 0$ 의 판별식을 D_2 라 하면 $D_2 = 0$ 이므로
 $D_2 = (2 - k)^2 - 4 \times 1 \times (k + 6) = 0$
 $k^2 - 8k - 20 = 0, (k + 2)(k - 10) = 0$
 $\therefore k = -2$ 또는 $k = 10 \quad \dots\dots ㉡$
 ㉠, ㉡에서 $k = 10$

060 답 ①

x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2(m + a)x + m^2 + m + b = 0$ 의 판별식을 D 라 하면 $D = 0$ 이므로
 $\frac{D}{4} = \{-(m + a)\}^2 - 1 \times (m^2 + m + b) = 0$
 $\therefore (2a - 1)m + a^2 - b = 0$
 이 등식이 m 에 대한 항등식이므로
 $2a - 1 = 0, a^2 - b = 0$
 $\therefore a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{4}$
 $\therefore 12(a + b) = 12\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) = 9$

061 답 ①

이차식 $x^2 + 2(k + 1)x + k + 3$ 이 완전제곱식이면 이차방정식 $x^2 + 2(k + 1)x + k + 3 = 0$ 이 중근을 갖는다.

즉, 이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 $D = 0$ 이므로
 $\frac{D}{4} = (k + 1)^2 - 1 \times (k + 3) = 0$
 $k^2 + k - 2 = 0, (k + 2)(k - 1) = 0$
 $\therefore k = -2$ 또는 $k = 1$
 그런데 $k > 0$ 이므로 $k = 1$

062 답 $\frac{2}{7}$

$(k - 2)x^2 - (k - 2)x + 2k - 1$ 이 이차식이므로
 $k - 2 \neq 0 \quad \therefore k \neq 2 \quad \dots\dots ㉠$
 이차식 $(k - 2)x^2 - (k - 2)x + 2k - 1$ 이 완전제곱식이면 이차방정식 $(k - 2)x^2 - (k - 2)x + 2k - 1 = 0$ 이 중근을 갖는다.
 즉, 이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 $D = 0$ 이므로
 $D = \{-(k - 2)\}^2 - 4 \times (k - 2) \times (2k - 1) = 0$
 $-7k^2 + 16k - 4 = 0$
 $7k^2 - 16k + 4 = 0, (7k - 2)(k - 2) = 0$
 $\therefore k = \frac{2}{7}$ 또는 $k = 2 \quad \dots\dots ㉡$
 ㉠, ㉡에서 $k = \frac{2}{7}$

개념유형 93~95쪽

063 답 5, 7

이차방정식 $x^2 - 5x + 7 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여
 (두 근의 합) $= -\frac{-5}{1} = 5$, (두 근의 곱) $= \frac{7}{1} = 7$

064 답 -4, -2

이차방정식 $x^2 + 4x - 2 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여
 (두 근의 합) $= -\frac{4}{1} = -4$, (두 근의 곱) $= \frac{-2}{1} = -2$

065 답 2, -9

이차방정식 $x^2 - 2x - 9 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여
 (두 근의 합) $= -\frac{-2}{1} = 2$, (두 근의 곱) $= \frac{-9}{1} = -9$

066 답 0, 11

이차방정식 $x^2 + 11 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여
 (두 근의 합) $= -\frac{0}{1} = 0$, (두 근의 곱) $= \frac{11}{1} = 11$

067 답 $\frac{1}{2}, 1$

이차방정식 $2x^2 - x + 2 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여
 (두 근의 합) $= -\frac{-1}{2} = \frac{1}{2}$, (두 근의 곱) $= \frac{2}{2} = 1$

068 답 -2, $-\frac{3}{2}$

이차방정식 $2x^2 + 4x - 3 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여
 (두 근의 합) $= -\frac{4}{2} = -2$, (두 근의 곱) $= \frac{-3}{2} = -\frac{3}{2}$

069 답 3

이차방정식 $x^2 - 3x + 7 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = -\frac{-3}{1} = 3$$

070 답 7

$$\alpha\beta = \frac{7}{1} = 7$$

071 답 $\frac{3}{7}$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{3}{7}$$

072 답 -5

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 3^2 - 2 \times 7 = -5$$

073 답 $-\frac{5}{7}$

$$\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{-5}{7} = -\frac{5}{7}$$

074 답 -36

$$\begin{aligned}\alpha^3 + \beta^3 &= (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) \\ &= 3^3 - 3 \times 7 \times 3 = -36\end{aligned}$$

075 답 -2

이차방정식 $x^2 + 2x - 4 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = -\frac{2}{1} = -2$$

076 답 -4

$$\alpha\beta = \frac{-4}{1} = -4$$

077 답 -5

$$(\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -4 + (-2) + 1 = -5$$

078 답 20

$$\begin{aligned}(\alpha - \beta)^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \\ &= (-2)^2 - 4 \times (-4) = 20\end{aligned}$$

079 답 -32

$$\begin{aligned}\alpha^3 + \beta^3 &= (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) \\ &= (-2)^3 - 3 \times (-4) \times (-2) = -32\end{aligned}$$

080 답 8

$$\frac{\beta^2}{\alpha} + \frac{\alpha^2}{\beta} = \frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha\beta} = \frac{-32}{-4} = 8$$

081 답 $3\alpha, 5, 1, 6$ **082** 답 -40

두 근의 비가 2 : 5이므로 두 근을 $2\alpha, 5\alpha$ ($\alpha \neq 0$)라 하면 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$2\alpha + 5\alpha = 14 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$2\alpha \times 5\alpha = -m \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠에서 $\alpha = 2$

이를 ㉡에 대입하여 풀면 $m = -40$

083 답 -6

두 근의 비가 3 : 4이므로 두 근을 $3\alpha, 4\alpha$ ($\alpha \neq 0$)라 하면 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$3\alpha + 4\alpha = \frac{7}{2} \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$3\alpha \times 4\alpha = -\frac{m}{2} \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠에서 $\alpha = \frac{1}{2}$

이를 ㉡에 대입하여 풀면 $m = -6$

084 답 $2\alpha, 2\alpha, 2\alpha, 3, -18$ **085** 답 20

한 근이 다른 근의 5배이므로 두 근을 $\alpha, 5\alpha$ ($\alpha \neq 0$)라 하면 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + 5\alpha = 12 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\alpha \times 5\alpha = m \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠에서 $\alpha = 2$

이를 ㉡에 대입하면 $m = 20$

086 답 -3 또는 2

한 근이 다른 근의 4배이므로 두 근을 $\alpha, 4\alpha$ ($\alpha \neq 0$)라 하면 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + 4\alpha = 2m + 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\alpha \times 4\alpha = 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡에서 $\alpha^2 = 1$

$\therefore \alpha = -1$ 또는 $\alpha = 1$

(i) $\alpha = -1$ 을 ㉠에 대입하여 풀면 $m = -3$

(ii) $\alpha = 1$ 을 ㉠에 대입하여 풀면 $m = 2$

(i), (ii)에서 $m = -3$ 또는 $m = 2$

087 답 $4, m-2, -3, -1$ **088** 답 $\frac{1}{4}$

두 근의 차가 2이므로 두 근을 $\alpha, \alpha + 2$ 라 하면 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + (\alpha + 2) = 3 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\alpha(\alpha + 2) = 5m \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠에서 $\alpha = \frac{1}{2}$

이를 ㉡에 대입하여 풀면 $m = \frac{1}{4}$

089 답 -10 또는 4

두 근의 차가 3이므로 두 근을 α , $\alpha+3$ 이라 하면 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + (\alpha + 3) = -(m + 3) \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\alpha(\alpha + 3) = 10 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} \text{에서 } \alpha^2 + 3\alpha - 10 = 0$$

$$(\alpha + 5)(\alpha - 2) = 0 \quad \therefore \alpha = -5 \text{ 또는 } \alpha = 2$$

$$(i) \alpha = -5 \text{를 } \textcircled{1} \text{에 대입하여 풀면 } m = 4$$

$$(ii) \alpha = 2 \text{를 } \textcircled{1} \text{에 대입하여 풀면 } m = -10$$

$$(i), (ii) \text{에서 } m = -10 \text{ 또는 } m = 4$$

090 답 1, 6, 6, $\alpha-2$, 5, 5

091 답 1

두 근이 연속인 정수이므로 두 근을 α , $\alpha+1$ (α 는 정수)이라 하면 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + (\alpha + 1) = -3 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\alpha(\alpha + 1) = -2m + 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{에서 } \alpha = -2$$

$$\text{이를 } \textcircled{2} \text{에 대입하여 풀면 } m = 1$$

092 답 -7 또는 7

두 근이 연속인 정수이므로 두 근을 α , $\alpha+1$ (α 는 정수)이라 하면 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + (\alpha + 1) = m \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\alpha(\alpha + 1) = 12 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} \text{에서 } \alpha^2 + \alpha - 12 = 0$$

$$(\alpha + 4)(\alpha - 3) = 0 \quad \therefore \alpha = -4 \text{ 또는 } \alpha = 3$$

$$(i) \alpha = -4 \text{를 } \textcircled{1} \text{에 대입하여 풀면 } m = -7$$

$$(ii) \alpha = 3 \text{를 } \textcircled{1} \text{에 대입하여 풀면 } m = 7$$

$$(i), (ii) \text{에서 } m = -7 \text{ 또는 } m = 7$$

실전유형 96~97쪽

093 답 ④

이차방정식 $2x^2 - x + 2 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$a = \frac{1}{2}, b = 1 \quad \therefore ab = \frac{1}{2}$$

094 답 ④

이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 5$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{2}{5}$$

095 답 100

이차방정식 $3x^2 - 15x + 5 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = 5, \alpha\beta = \frac{5}{3}$$

$$\therefore \alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = 5^3 - 3 \times \frac{5}{3} \times 5 = 100$$

096 답 ③

이차방정식 $x^2 - kx - k + 2 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = k, \alpha\beta = -k + 2$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$$

$$= k^2 - 2(-k + 2)$$

$$= k^2 + 2k - 4$$

$$\text{이때 } \alpha^2 + \beta^2 = 11 \text{에서 } k^2 + 2k - 4 = 11$$

$$k^2 + 2k - 15 = 0, (k + 5)(k - 3) = 0$$

$$\therefore k = -5 \text{ 또는 } k = 3$$

$$\text{그런데 } k > 0 \text{이므로 } k = 3$$

097 답 ③

이차방정식 $x^2 + ax + 3 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = -a, \alpha\beta = 3 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

이차방정식 $x^2 - 5x + b = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$(\alpha + 1) + (\beta + 1) = 5, (\alpha + 1)(\beta + 1) = b$$

$$\therefore \alpha + \beta = 3, \alpha\beta + (\alpha + \beta) + 1 = b \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$-a = 3, 3 - a + 1 = b \quad \therefore a = -3, b = 7$$

$$\therefore b - a = 10$$

098 답 17

가히는 x^2 의 계수와 b 는 바르게 보고 풀었으므로 두 근의 곱은

$$-3 \times 5 = b \quad \therefore b = -15$$

희진이는 x^2 의 계수와 a 는 바르게 보고 풀었으므로 두 근의 합은

$$-4 + 2 = -a \quad \therefore a = 2$$

$$\therefore a - b = 17$$

099 답 33

β 가 이차방정식 $x^2 - 6x + 3 = 0$ 의 근이므로

$$\beta^2 - 6\beta + 3 = 0 \quad \therefore \beta^2 = 6\beta - 3$$

또 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = 6$

$$\therefore 6\alpha + \beta^2 = 6\alpha + (6\beta - 3) = 6(\alpha + \beta) - 3 = 6 \times 6 - 3 = 33$$

100 답 5

α , β 가 이차방정식 $x^2 + 15x + 5 = 0$ 의 근이므로

$$\alpha^2 + 15\alpha + 5 = 0, \beta^2 + 15\beta + 5 = 0$$

$$\therefore \alpha^2 + 16\alpha + 5 = \alpha, \beta^2 + 16\beta + 5 = \beta$$

또 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha\beta = 5$

$$\therefore (\alpha^2 + 16\alpha + 5)(\beta^2 + 16\beta + 5) = \alpha\beta = 5$$

101 답 ④

두 근의 차가 2이므로 두 근을 α , $\alpha+2$ 라 하면 이차방정식

$$x^2 + 4x + k + 5 = 0 \text{에서 근과 계수의 관계에 의하여}$$

$$\alpha + (\alpha + 2) = -4 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\alpha(\alpha + 2) = k + 5 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{에서 } \alpha = -3$$

$$\text{이를 } \textcircled{2} \text{에 대입하여 풀면 } k = -2$$

102 ⑤

한 근이 다른 근의 3배이므로 두 근을 $\alpha, 3\alpha$ ($\alpha \neq 0$)라 하면 이차방정식 $x^2 - 8x + k = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + 3\alpha = 8 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\alpha \times 3\alpha = k \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①에서 $\alpha = 2$

이를 ②에 대입하면 $k = 12$

103 8

두 근의 비가 2 : 3이므로 두 근을 $2\alpha, 3\alpha$ ($\alpha \neq 0$)라 하면 이차방정식 $x^2 - (k+2)x + 24 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$2\alpha + 3\alpha = k + 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$2\alpha \times 3\alpha = 24 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

②에서 $\alpha^2 = 4$

$$\alpha^2 - 4 = 0, (\alpha + 2)(\alpha - 2) = 0 \quad \therefore \alpha = -2 \text{ 또는 } \alpha = 2$$

(i) $\alpha = -2$ 를 ①에 대입하여 풀면 $k = -12$

(ii) $\alpha = 2$ 를 ①에 대입하여 풀면 $k = 8$

(i), (ii)에서 $k = -12$ 또는 $k = 8$

그런데 $k > 0$ 이므로 $k = 8$

104 4

두 근이 연속인 정수이므로 두 근을 $\alpha, \alpha + 1$ (α 는 정수)이라 하면 이차방정식 $x^2 - (k+1)x + 6 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + (\alpha + 1) = k + 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\alpha(\alpha + 1) = 6 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

②에서 $\alpha^2 + \alpha - 6 = 0$

$$(\alpha + 3)(\alpha - 2) = 0 \quad \therefore \alpha = -3 \text{ 또는 } \alpha = 2$$

(i) $\alpha = -3$ 을 ①에 대입하여 풀면 $k = -6$

(ii) $\alpha = 2$ 를 ①에 대입하여 풀면 $k = 4$

(i), (ii)에서 $k = -6$ 또는 $k = 4$

그런데 $k > 0$ 이므로 $k = 4$

개념유형

99쪽

105 $x^2 - 6x + 8 = 0$

두 근 2, 4에 대하여

$$2 + 4 = 6, 2 \times 4 = 8$$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 - 6x + 8 = 0$

106 $x^2 - 2 = 0$

두 근 $-\sqrt{2}, \sqrt{2}$ 에 대하여

$$-\sqrt{2} + \sqrt{2} = 0, -\sqrt{2} \times \sqrt{2} = -2$$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 - 2 = 0$

107 $x^2 + 2x - 2 = 0$

두 근 $-1 + \sqrt{3}, -1 - \sqrt{3}$ 에 대하여

$$(-1 + \sqrt{3}) + (-1 - \sqrt{3}) = -2, (-1 + \sqrt{3})(-1 - \sqrt{3}) = -2$$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 + 2x - 2 = 0$

108 $x^2 + 25 = 0$

두 근 $-5i, 5i$ 에 대하여

$$-5i + 5i = 0, -5i \times 5i = 25$$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 + 25 = 0$

109 $x^2 - 4x + 5 = 0$

두 근 $2 + i, 2 - i$ 에 대하여

$$(2 + i) + (2 - i) = 4, (2 + i)(2 - i) = 5$$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 - 4x + 5 = 0$

110 $2x^2 - 7x + 3 = 0$

두 근 $\frac{1}{2}, 3$ 에 대하여

$$\frac{1}{2} + 3 = \frac{7}{2}, \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$$

따라서 구하는 이차방정식은

$$2\left(x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{3}{2}\right) = 0 \quad \therefore 2x^2 - 7x + 3 = 0$$

111 $2x^2 - 1 = 0$

두 근 $-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}$ 에 대하여

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0, -\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{1}{2}$$

따라서 구하는 이차방정식은

$$2\left(x^2 - \frac{1}{2}\right) = 0 \quad \therefore 2x^2 - 1 = 0$$

112 $2x^2 - 2x + 1 = 0$

$$\frac{1}{1+i} = \frac{1-i}{(1+i)(1-i)} = \frac{1-i}{2}, \frac{1}{1-i} = \frac{1+i}{(1-i)(1+i)} = \frac{1+i}{2}$$

이므로 두 근 $\frac{1-i}{2}, \frac{1+i}{2}$ 에 대하여

$$\frac{1-i}{2} + \frac{1+i}{2} = 1, \frac{1-i}{2} \times \frac{1+i}{2} = \frac{1}{2}$$

따라서 구하는 이차방정식은

$$2\left(x^2 - x + \frac{1}{2}\right) = 0 \quad \therefore 2x^2 - 2x + 1 = 0$$

113 $x^2 - 2x + 3 = 0$

이차방정식 $x^2 + 2x + 3 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = 3$$

구하는 이차방정식의 두 근이 $-\alpha, -\beta$ 이므로

$$-\alpha + (-\beta) = -(\alpha + \beta) = 2$$

$$-\alpha \times (-\beta) = \alpha\beta = 3$$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 - 2x + 3 = 0$

114 $x^2 - x - 6 = 0$

구하는 이차방정식의 두 근이 $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 이므로

$$(\alpha + \beta) + \alpha\beta = (-2) + 3 = 1$$

$$(\alpha + \beta)\alpha\beta = -2 \times 3 = -6$$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 - x - 6 = 0$

115 답 $x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} = 0$

구하는 이차방정식의 두 근이 $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 이므로

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = -\frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{3}$$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} = 0$

116 답 $(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$

$x^2 - 3 = 0$ 에서 $x = \pm\sqrt{3}$

$$\therefore x^2 - 3 = (x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$$

117 답 $(x + 2i)(x - 2i)$

$x^2 + 4 = 0$ 에서 $x = \pm 2i$

$$\therefore x^2 + 4 = (x + 2i)(x - 2i)$$

118 답 $\left(x + \frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)\left(x + \frac{1 - \sqrt{5}}{2}\right)$

$x^2 + x - 1 = 0$ 에서

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore x^2 + x - 1 &= \left(x - \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}\right)\left(x - \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}\right) \\ &= \left(x + \frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)\left(x + \frac{1 - \sqrt{5}}{2}\right) \end{aligned}$$

119 답 $(x + 2 + \sqrt{6})(x + 2 - \sqrt{6})$

$x^2 + 4x - 2 = 0$ 에서

$$x = -2 \pm \sqrt{2^2 - 1 \times (-2)} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$\begin{aligned} \therefore x^2 + 4x - 2 &= \{x - (-2 - \sqrt{6})\}\{x - (-2 + \sqrt{6})\} \\ &= (x + 2 + \sqrt{6})(x + 2 - \sqrt{6}) \end{aligned}$$

120 답 $2\left(x + \frac{1 + \sqrt{15}}{2}\right)\left(x + \frac{1 - \sqrt{15}}{2}\right)$

$2x^2 + 2x - 7 = 0$ 에서

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 2 \times (-7)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{15}}{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore 2x^2 + 2x - 7 &= 2\left(x - \frac{-1 - \sqrt{15}}{2}\right)\left(x - \frac{-1 + \sqrt{15}}{2}\right) \\ &= 2\left(x + \frac{1 + \sqrt{15}}{2}\right)\left(x + \frac{1 - \sqrt{15}}{2}\right) \end{aligned}$$

122 답 $2x^2 - 8x - 1 = 0$

이차방정식 $x^2 + 8x - 2 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = -8, \alpha\beta = -2$$

구하는 이차방정식의 두 근이 $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 이므로

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-8}{-2} = 4$$

$$\frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = -\frac{1}{2}$$

따라서 구하는 이차방정식은

$$2\left(x^2 - 4x - \frac{1}{2}\right) = 0 \quad \therefore 2x^2 - 8x - 1 = 0$$

123 답 $x^2 + x + 25 = 0$

이차방정식 $x^2 - 3x + 5 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 5$$

구하는 이차방정식의 두 근이 α^2, β^2 이므로

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 3^2 - 2 \times 5 = -1$$

$$\alpha^2\beta^2 = (\alpha\beta)^2 = 5^2 = 25$$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 + x + 25 = 0$

124 답 ④

이차방정식 $x^2 + 2x + 4 = 0$ 의 근이 $x = -1 \pm \sqrt{3}i$ 이므로

$$\begin{aligned} x^2 + 2x + 4 &= \{x - (-1 - \sqrt{3}i)\}\{x - (-1 + \sqrt{3}i)\} \\ &= (x + 1 + \sqrt{3}i)(x + 1 - \sqrt{3}i) \end{aligned}$$

따라서 주어진 이차식의 인수인 것은 ④이다.

125 답 ①

이차방정식 $x^2 - 4x + 6 = 0$ 의 근이 $x = 2 \pm \sqrt{2}i$ 이므로

$$\begin{aligned} x^2 - 4x + 6 &= \{x - (2 - \sqrt{2}i)\}\{x - (2 + \sqrt{2}i)\} \\ &= (x - 2 + \sqrt{2}i)(x - 2 - \sqrt{2}i) \end{aligned}$$

따라서 두 일차식의 합은

$$(x - 2 + \sqrt{2}i) + (x - 2 - \sqrt{2}i) = 2x - 4$$

126 답 -1

이차방정식 $x^2 - 6x + 13 = 0$ 의 근이 $x = 3 \pm 2i$ 이므로

$$\begin{aligned} x^2 - 6x + 13 &= \{x - (3 - 2i)\}\{x - (3 + 2i)\} \\ &= (x - 3 + 2i)(x - 3 - 2i) \end{aligned}$$

따라서 $a = -3, b = 2$ 이므로 $a + b = -1$

실전유형

100쪽

121 답 ④

두 근 $\sqrt{3} - \sqrt{2}, \sqrt{3} + \sqrt{2}$ 에 대하여

$$(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{3} + \sqrt{2}) = 2\sqrt{3}$$

$$(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = 1$$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 - 2\sqrt{3}x + 1 = 0$

개념유형

101~102쪽

127 답 $-\sqrt{3}$

128 답 $3 + \sqrt{2}$

129 답 $-2 - \sqrt{5}$

130 답 $-\sqrt{3} - 2$

131 **답** $-2i$

132 **답** $1-3i$

133 **답** $3+\sqrt{6}i$

134 **답** $i+2$

135 **답** $1-\sqrt{3}, 1-\sqrt{3}, 1-\sqrt{3}, -2, -2$

136 **답** $a=-8, b=10$

이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 계수가 유리수이므로 $4+\sqrt{6}i$ 가 근이면 다른 한 근은 $4-\sqrt{6}i$ 이다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$(4+\sqrt{6})+(4-\sqrt{6})=-a$$

$$(4+\sqrt{6})(4-\sqrt{6})=b$$

$$\therefore a=-8, b=10$$

137 **답** $a=-2, b=-1$

이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 계수가 유리수이므로 $1-\sqrt{2}i$ 가 근이면 다른 한 근은 $1+\sqrt{2}i$ 이다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$(1-\sqrt{2})+(1+\sqrt{2})=-a$$

$$(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})=b$$

$$\therefore a=-2, b=-1$$

138 **답** $a=-6, b=1$

이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 계수가 유리수이므로 $3-2\sqrt{2}i$ 가 근이면 다른 한 근은 $3+2\sqrt{2}i$ 이다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$(3-2\sqrt{2})+(3+2\sqrt{2})=-a$$

$$(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})=b$$

$$\therefore a=-6, b=1$$

139 **답** $-2-i, -2-i, -2-i, 4, 5$

140 **답** $a=6, b=13$

이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 계수가 실수이므로 $-3+2i$ 가 근이면 다른 한 근은 $-3-2i$ 이다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$(-3+2i)+(-3-2i)=-a$$

$$(-3+2i)(-3-2i)=b$$

$$\therefore a=6, b=13$$

141 **답** $a=-4, b=9$

이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 계수가 실수이므로 $2-\sqrt{5}i$ 가 근이면 다른 한 근은 $2+\sqrt{5}i$ 이다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$(2-\sqrt{5}i)+(2+\sqrt{5}i)=-a$$

$$(2-\sqrt{5}i)(2+\sqrt{5}i)=b$$

$$\therefore a=-4, b=9$$

142 **답** $a=-2, b=9$

이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 계수가 실수이므로 $1+2\sqrt{2}i$ 가 근이면 다른 한 근은 $1-2\sqrt{2}i$ 이다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$(1+2\sqrt{2}i)+(1-2\sqrt{2}i)=-a$$

$$(1+2\sqrt{2}i)(1-2\sqrt{2}i)=b$$

$$\therefore a=-2, b=9$$

실전유형

103쪽

143 **답** ①

이차방정식의 계수가 실수이므로 $2-3i$ 가 근이면 다른 한 근은 $2+3i$ 이다.

즉, $a=2+3i$ 이므로

$$\frac{1}{a}=\frac{1}{2+3i}=\frac{2-3i}{(2+3i)(2-3i)}=\frac{2}{13}-\frac{3}{13}i$$

$$\text{따라서 } a=\frac{2}{13}, b=-\frac{3}{13} \text{이므로 } a+b=-\frac{1}{13}$$

144 **답** ④

이차방정식 $2x^2+ax+b=0$ 의 계수가 실수이므로 $2-i$ 가 근이면 다른 한 근은 $2+i$ 이다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$(2-i)+(2+i)=-\frac{a}{2}$$

$$(2-i)(2+i)=\frac{b}{2}$$

$$\therefore a=-8, b=10$$

$$\therefore b-a=18$$

145 **답** 3

이차방정식 $x^2-6x+a=0$ 의 계수가 유리수이므로 $b+2\sqrt{2}i$ 가 근이면 다른 한 근은 $b-2\sqrt{2}i$ 이다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$(b+2\sqrt{2})+(b-2\sqrt{2})=6 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$(b+2\sqrt{2})(b-2\sqrt{2})=a \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{에서 } b=3$$

$$\text{이를 } \textcircled{2} \text{에 대입하면 } a=1$$

$$\therefore ab=3$$

146 **답** ④

이차방정식 $x^2+4x+6=0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha+\beta=-4, \alpha\beta=6$$

$$\text{이때 } \bar{\alpha}=\beta, \bar{\beta}=\alpha \text{이므로}$$

$$3\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)=3\left(\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\alpha}\right)$$

$$=3 \times \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}$$

$$=3 \times \left(-\frac{4}{6}\right)=-2$$

147 -3

이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 계수가 실수이므로 $-1+\sqrt{5}i$ 가 근이면 다른 한 근은 $-1-\sqrt{5}i$ 이다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$(-1+\sqrt{5}i)+(-1-\sqrt{5}i)=-a$$

$$(-1+\sqrt{5}i)(-1-\sqrt{5}i)=b$$

$$\therefore a=2, b=6$$

따라서 이차방정식 $ax^2+bx+1=0$, 즉 $2x^2+6x+1=0$ 의 두 근의 합은

$$-\frac{6}{2}=-3$$

148 ①

이차방정식 $x^2-abx+a+b=0$ 의 계수가 실수이므로 $1+\sqrt{2}i$ 가 근이면 다른 한 근은 $1-\sqrt{2}i$ 이다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$(1+\sqrt{2}i)+(1-\sqrt{2}i)=ab$$

$$(1+\sqrt{2}i)(1-\sqrt{2}i)=a+b$$

$$\therefore ab=2, a+b=3$$

$$\therefore a^2+b^2=(a+b)^2-2ab \\ =3^2-2 \times 2=5$$

실전유형으로 중단원 점검

104~105쪽

1 ④

$$x^2+2x+3=0 \text{에서}$$

$$x=-1 \pm \sqrt{2}i$$

따라서 $a=-1, b=2$ 이므로 $a+b=1$

2 2

이차방정식 $x^2-(k+2)x+2k=0$ 의 한 근이 4이므로 $x=4$ 를 대입하면

$$16-4k-8+2k=0$$

$$8-2k=0 \quad \therefore k=4$$

이를 주어진 방정식에 대입하면

$$x^2-6x+8=0$$

$$(x-2)(x-4)=0 \quad \therefore x=2 \text{ 또는 } x=4$$

따라서 다른 한 근은 2이다.

3 ④

$$x^2+|x-2|-4=0 \text{에서}$$

(i) $x < 2$ 일 때

$$|x-2|=-(x-2) \text{이므로}$$

$$x^2-(x-2)-4=0, x^2-x-2=0$$

$$(x+1)(x-2)=0$$

$$\therefore x=-1 \text{ 또는 } x=2$$

그런데 $x < 2$ 이므로 $x=-1$

(ii) $x \geq 2$ 일 때

$$|x-2|=x-2 \text{이므로}$$

$$x^2+(x-2)-4=0, x^2+x-6=0$$

$$(x+3)(x-2)=0$$

$$\therefore x=-3 \text{ 또는 } x=2$$

그런데 $x \geq 2$ 이므로 $x=2$

(i), (ii)에서 주어진 방정식의 해는

$$x=-1 \text{ 또는 } x=2$$

따라서 방정식의 모든 근의 합은

$$-1+2=1$$

4 16 cm^2

처음 정사각형의 한 변의 길이를 $x \text{ cm}$ 라 하면 새로 만들어진 직사각형의 가로, 세로의 길이는 각각

$$(x+4) \text{ cm}, (x+2) \text{ cm}$$

새로 만들어진 직사각형의 넓이가 처음 정사각형의 넓이의 3배이므로

$$(x+4)(x+2)=3x^2 \quad \dots\dots \text{i}$$

$$2x^2-6x-8=0, x^2-3x-4=0$$

$$(x+1)(x-4)=0 \quad \therefore x=-1 \text{ 또는 } x=4$$

그런데 $x > 0$ 이므로 $x=4 \quad \dots\dots \text{ii}$

따라서 처음 정사각형의 넓이는 $4^2=16(\text{cm}^2) \quad \dots\dots \text{iii}$

채점 기준

i 처음 정사각형의 한 변의 길이를 x 로 놓고 x 에 대한 이차방정식 세우기	40 %
ii x 의 값 구하기	40 %
iii 처음 정사각형의 넓이 구하기	20 %

5 ④

이차방정식 $x^2-2kx+k^2-k+5=0$ 의 판별식을 D 라 하면 $D > 0$ 이므로

$$\frac{D}{4}=(-k)^2-1 \times (k^2-k+5) > 0$$

$$k-5 > 0 \quad \therefore k > 5$$

따라서 자연수 k 의 최솟값은 6이다.

6 ④

이차식 $x^2+(k-2)x+k+6$ 이 완전제곱식이면 이차방정식

$$x^2+(k-2)x+k+6=0 \text{이 중근을 갖는다.}$$

즉, 이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 $D=0$ 이므로

$$D=(k-2)^2-4 \times 1 \times (k+6)=0$$

$$k^2-8k-20=0, (k+2)(k-10)=0$$

$$\therefore k=-2 \text{ 또는 } k=10$$

그런데 $k > 0$ 이므로 $k=10$

7 18

이차방정식 $x^2+3x-3=0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha+\beta=-3, \alpha\beta=-3$$

$$\therefore \frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha} = \frac{\alpha^3+\beta^3}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)}{\alpha\beta} \\ = \frac{(-3)^3-3 \times (-3) \times (-3)}{-3} = 18$$

8 답 1

민호는 x^2 의 계수와 b 는 바르게 보고 풀었으므로 두 근의 곱은 $-3 \times (-2) = b \quad \therefore b = 6$
 준수는 x^2 의 계수와 a 는 바르게 보고 풀었으므로 두 근의 합은 $-1 + 6 = -a \quad \therefore a = -5$
 $\therefore a + b = 1$

9 답 24

α, β 가 이차방정식 $x^2 - 4x + 6 = 0$ 의 근이므로
 $\alpha^2 - 4\alpha + 6 = 0, \beta^2 - 4\beta + 6 = 0$
 $\therefore \alpha^2 - 2\alpha + 6 = 2\alpha, \beta^2 - 2\beta + 6 = 2\beta$
 또 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
 $\alpha\beta = 6$
 $\therefore (\alpha^2 - 2\alpha + 6)(\beta^2 - 2\beta + 6) = 2\alpha \times 2\beta = 4\alpha\beta = 24$

10 답 ①

두 근의 차가 5이므로 두 근을 $\alpha, \alpha + 5$ 라 하면 이차방정식 $x^2 + 3x + k + 2 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여
 $\alpha + (\alpha + 5) = -3 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$
 $\alpha(\alpha + 5) = k + 2 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}$ 에서 $\alpha = -4$
 이를 $\textcircled{㉡}$ 에 대입하여 풀면 $k = -6$

11 답 $3x^2 - 3x + 10 = 0$

이차방정식 $6x^2 - 3x + 5 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여
 $\alpha + \beta = \frac{1}{2}, \alpha\beta = \frac{5}{6}$
 구하는 이차방정식의 두 근이 $2\alpha, 2\beta$ 이므로
 $2\alpha + 2\beta = 2(\alpha + \beta) = 2 \times \frac{1}{2} = 1$
 $2\alpha \times 2\beta = 4\alpha\beta = 4 \times \frac{5}{6} = \frac{10}{3}$
 따라서 구하는 이차방정식은
 $3\left(x^2 - x + \frac{10}{3}\right) = 0 \quad \therefore 3x^2 - 3x + 10 = 0$

12 답 8

이차방정식 $x^2 + 8x + 20 = 0$ 의 근이 $x = -4 \pm 2i$ 이므로
 $x^2 + 8x + 20 = \{x - (-4 - 2i)\} \{x - (-4 + 2i)\}$
 $= (x + 4 + 2i)(x + 4 - 2i)$
 따라서 $a = 4, b = 2$ 이므로 $ab = 8$

13 답 ③

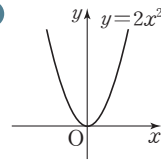
이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 계수가 실수이므로 $-2 - 4i$ 가 근이면 다른 한 근은 $-2 + 4i$ 이다.
 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
 $(-2 - 4i) + (-2 + 4i) = -a$
 $(-2 - 4i)(-2 + 4i) = b$
 $\therefore a = 4, b = 20$
 $\therefore \frac{b}{a} = 5$

05 이차방정식과 이차함수

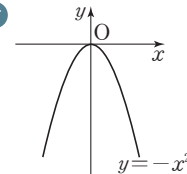
개념유형

107~111쪽

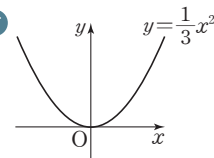
001 답



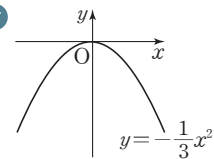
002 답



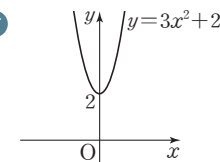
003 답



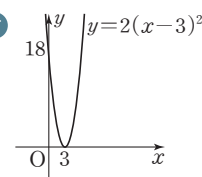
004 답



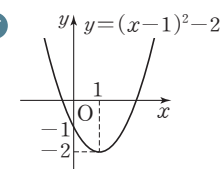
005 답



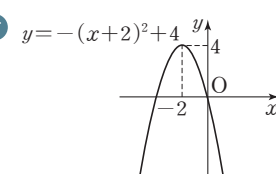
006 답



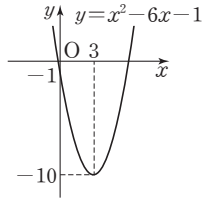
007 답



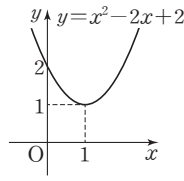
008 답



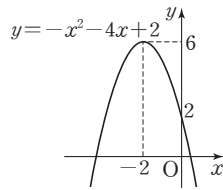
009 답 $y=(x-3)^2-10$,



010 답 $y=(x-1)^2+1$,



011 답 $y=-(x+2)^2+6$,



012 답 $y=4x^2-8x+3$

꼭짓점의 좌표가 $(1, -1)$ 이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2-1$ ($a \neq 0$)로 놓을 수 있다.

이 함수의 그래프가 점 $(2, 3)$ 을 지나므로

$$3=a(2-1)^2-1$$

$$3=a-1 \quad \therefore a=4$$

$$\therefore y=4(x-1)^2-1=4x^2-8x+3$$

013 답 $y=-x^2+10x-25$

x 축과 점 $(5, 0)$ 에서 접하므로 구하는 이차함수의 식을

$y=a(x-5)^2$ ($a \neq 0$)으로 놓을 수 있다.

이 함수의 그래프가 점 $(4, -1)$ 을 지나므로

$$-1=a(4-5)^2 \quad \therefore a=-1$$

$$\therefore y=-(x-5)^2=-x^2+10x-25$$

014 답 $y=-2x^2-4x+5$

이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 는 상수, $a \neq 0$)로 놓으면

이 함수의 그래프가 점 $(0, 5)$ 를 지나므로

$$c=5$$

즉, $y=ax^2+bx+5$ 의 그래프가 두 점 $(-1, 7)$, $(1, -1)$ 을 지나므로

$$7=a-b+5, -1=a+b+5$$

$$\therefore a-b=2, a+b=-6$$

두 식을 연립하여 풀면

$$a=-2, b=-4$$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$$y=-2x^2-4x+5$$

015 답 $x=1$ 또는 $x=4$

016 답 $x=0$ 또는 $x=3$

017 답 $x=1$ (중근)

018 답 $x=-2$ 또는 $x=2$

019 답 0, 2

$$x^2-2x=0 \text{에서 } x(x-2)=0 \quad \therefore x=0 \text{ 또는 } x=2$$

020 답 1, 6

$$x^2-7x+6=0 \text{에서 } (x-1)(x-6)=0$$

$$\therefore x=1 \text{ 또는 } x=6$$

021 답 -2

$$x^2+4x+4=0 \text{에서 } (x+2)^2=0 \quad \therefore x=-2 \text{ (중근)}$$

022 답 $-2, \frac{3}{2}$

$$2x^2+x-6=0 \text{에서}$$

$$(x+2)(2x-3)=0 \quad \therefore x=-2 \text{ 또는 } x=\frac{3}{2}$$

023 답 5

$$-x^2+10x-25=0 \text{에서 } x^2-10x+25=0$$

$$(x-5)^2=0 \quad \therefore x=5 \text{ (중근)}$$

024 답 서로 다른 두 점에서 만난다.

이차방정식 $x^2+x-7=0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D=1+28=29>0$$

따라서 주어진 이차함수의 그래프는 x 축과 서로 다른 두 점에서 만난다.

025 답 한 점에서 만난다(접한다).

이차방정식 $x^2-6x+9=0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=9-9=0$$

따라서 주어진 이차함수의 그래프는 x 축과 한 점에서 만난다(접한다).

026 답 만나지 않는다.

이차방정식 $-x^2+2x-3=0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=1-3=-2<0$$

따라서 주어진 이차함수의 그래프는 x 축과 만나지 않는다.

027 답 서로 다른 두 점에서 만난다.

이차방정식 $-x^2+5x+7=0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D=25+28=53>0$$

따라서 주어진 이차함수의 그래프는 x 축과 서로 다른 두 점에서 만난다.

028 답 만나지 않는다.

이차방정식 $3x^2-5x+4=0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D=25-48=-23<0$$

따라서 주어진 이차함수의 그래프는 x 축과 만나지 않는다.

029 답 >, <

030 답 $k=1$

이차방정식 $x^2+2x+k=0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=1-k$$

주어진 이차함수의 그래프가 x 축과 접하면 $D=0$ 이므로

$$1-k=0 \quad \therefore k=1$$

031 답 $k>1$

주어진 이차함수의 그래프가 x 축과 만나지 않으면 $D<0$ 이므로

$$1-k<0 \quad \therefore k>1$$

032 답 $k<4$

이차방정식 $x^2-4x+k=0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=4-k$$

주어진 이차함수의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나면 $D>0$ 이므로

$$4-k>0 \quad \therefore k<4$$

033 답 $k=4$

주어진 이차함수의 그래프가 x 축과 접하면 $D=0$ 이므로

$$4-k=0 \quad \therefore k=4$$

034 답 $k>4$

주어진 이차함수의 그래프가 x 축과 만나지 않으면 $D<0$ 이므로

$$4-k<0 \quad \therefore k>4$$

035 답 $k>2$

이차방정식 $x^2-2kx+k^2-3k+6=0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=k^2-(k^2-3k+6)=3k-6$$

주어진 이차함수의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나면 $D>0$ 이므로

$$3k-6>0 \quad \therefore k>2$$

036 답 $k=2$

주어진 이차함수의 그래프가 x 축과 접하면 $D=0$ 이므로

$$3k-6=0 \quad \therefore k=2$$

037 답 $k<2$

주어진 이차함수의 그래프가 x 축과 만나지 않으면 $D<0$ 이므로

$$3k-6<0 \quad \therefore k<2$$

038 답 $k>1$

이차방정식 $-x^2+4kx-4k^2+k-1=0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=4k^2-(4k^2-k+1)=k-1$$

주어진 이차함수의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나면 $D>0$ 이므로

$$k-1>0 \quad \therefore k>1$$

039 답 $k=1$

주어진 이차함수의 그래프가 x 축과 접하면 $D=0$ 이므로

$$k-1=0 \quad \therefore k=1$$

040 답 $k<1$

주어진 이차함수의 그래프가 x 축과 만나지 않으면 $D<0$ 이므로

$$k-1<0 \quad \therefore k<1$$

실전유형

111~112쪽

041 답 ①

$$3x^2+5x-2=0 \text{에서}$$

$$(x+2)(3x-1)=0 \quad \therefore x=-2 \text{ 또는 } x=\frac{1}{3}$$

$$\text{그런데 } a>b \text{이므로 } a=\frac{1}{3}, b=-2$$

$$\therefore 3a-b=3$$

042 답 6

이차함수 $y=2x^2+2x-5$ 의 그래프와 x 축의 두 교점의 x 좌표가 α, β 이므로 α, β 는 이차방정식 $2x^2+2x-5=0$ 의 두 근이다.

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha+\beta=-1, \alpha\beta=-\frac{5}{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore \alpha^2+\beta^2 &= (\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta \\ &= (-1)^2-2\times\left(-\frac{5}{2}\right) \\ &= 6 \end{aligned}$$

043 답 -6

이차함수 $y=-x^2+ax+b$ 의 그래프와 x 축의 두 교점의 x 좌표가 $-3, 1$ 이므로 $-3, 1$ 은 이차방정식 $-x^2+ax+b=0$ 의 두 근이다.

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$-3+1=a, -3\times 1=-b$$

$$\therefore a=-2, b=3$$

$$\therefore ab=-6$$

044 답 ②

이차함수 $y=x^2-x+a$ 의 그래프와 x 축의 두 교점의 x 좌표가 $-2, b$ 이므로 $-2, b$ 는 이차방정식 $x^2-x+a=0$ 의 두 근이다.

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$-2+b=1, -2\times b=a$$

$$\therefore a=-6, b=3$$

$$\therefore a+b=-3$$

045 답 2

이차함수 $y=x^2+kx-8$ 의 그래프와 x 축의 두 교점의 x 좌표를 α, β 라 하면 α, β 는 이차방정식 $x^2+kx-8=0$ 의 두 근이다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha+\beta=-k, \alpha\beta=-8$$

이때 두 교점 사이의 거리가 6이므로 $|\alpha-\beta|=6$

양변을 제곱하면 $(\alpha-\beta)^2=36$

$$(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=36, k^2+32=36$$

$$k^2=4 \quad \therefore k=-2 \text{ 또는 } k=2$$

그런데 $k>0$ 이므로 $k=2$

046 답 ①

이차방정식 $x^2+4x+a=0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=4-a=0 \quad \therefore a=4$$

047 답 ②

이차방정식 $x^2+2(k-2)x+k^2=0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=(k-2)^2-k^2>0$$

$$-4k+4>0 \quad \therefore k<1$$

048 답 1

이차방정식 $x^2+4x-4k+9=0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=4-(-4k+9)<0$$

$$4k-5<0 \quad \therefore k<\frac{5}{4}$$

따라서 정수 k 의 최댓값은 1이다.

049 답 ①

이차방정식 $x^2-2x+2k-2=0$ 의 판별식을 D_1 이라 하면

$$\frac{D_1}{4}=1-(2k-2)>0$$

$$-2k+3>0 \quad \therefore k<\frac{3}{2} \quad \cdots \cdots \textcircled{A}$$

이차방정식 $x^2+2kx+k+2=0$ 의 판별식을 D_2 라 하면

$$\frac{D_2}{4}=k^2-(k+2)=0$$

$$k^2-k-2=0, (k+1)(k-2)=0$$

$$\therefore k=-1 \text{ 또는 } k=2 \quad \cdots \cdots \textcircled{B}$$

①, ②에서 $k=-1$

051 답 4

$$-x^2+3x-10=-5x+6 \text{에서 } x^2-8x+16=0$$

$$(x-4)^2=0 \quad \therefore x=4 \text{ (중근)}$$

052 답 $\frac{5}{2}, 3$

$$2x^2-4x+13=7x-2 \text{에서 } 2x^2-11x+15=0$$

$$(2x-5)(x-3)=0 \quad \therefore x=\frac{5}{2} \text{ 또는 } x=3$$

053 답 -2, 6

$$-x^2+5x+5=x-7 \text{에서 } x^2-4x-12=0$$

$$(x+2)(x-6)=0 \quad \therefore x=-2 \text{ 또는 } x=6$$

054 답 -2, $\frac{1}{2}$

$$2x^2+x-3=-2x-1 \text{에서 } 2x^2+3x-2=0$$

$$(x+2)(2x-1)=0 \quad \therefore x=-2 \text{ 또는 } x=\frac{1}{2}$$

055 답 서로 다른 두 점에서 만난다.

$$x^2+3x-2=4x-1 \text{에서}$$

$$x^2-x-1=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$D=1+4=5>0$$

따라서 주어진 이차함수의 그래프와 직선은 서로 다른 두 점에서 만난다.

056 답 서로 다른 두 점에서 만난다.

$$-x^2-4x+3=2x+1 \text{에서 } x^2+6x-2=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=9+2=11>0$$

따라서 주어진 이차함수의 그래프와 직선은 서로 다른 두 점에서 만난다.

057 답 만나지 않는다.

$$2x^2+x-1=-3x-4 \text{에서}$$

$$2x^2+4x+3=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=4-6=-2<0$$

따라서 주어진 이차함수의 그래프와 직선은 만나지 않는다.

058 답 만나지 않는다.

$$x^2+5=2x+3 \text{에서}$$

$$x^2-2x+2=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=1-2=-1<0$$

따라서 주어진 이차함수의 그래프와 직선은 만나지 않는다.

059 답 한 점에서 만난다(접한다).

$$-x^2-x-6=x-5 \text{에서 } x^2+2x+1=0$$

050 답 2, 4

$$x^2-7x+4=-x-4 \text{에서 } x^2-6x+8=0$$

$$(x-2)(x-4)=0 \quad \therefore x=2 \text{ 또는 } x=4$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = 1 - 1 = 0$$

따라서 주어진 이차함수의 그래프와 직선은 한 점에서 만난다(접한다).

060 답 $x-2, k+2, k+2, 2$

061 답 $k=2$

$$x^2 - 3x + k = x - 2 \text{에서}$$

$$x^2 - 4x + k + 2 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = 4 - (k+2) = 2 - k$$

주어진 이차함수의 그래프와 직선이 접하면 $D=0$ 이므로

$$2 - k = 0 \quad \therefore k = 2$$

062 답 $k > 2$

주어진 이차함수의 그래프와 직선이 만나지 않으면 $D < 0$ 이므로

$$2 - k < 0 \quad \therefore k > 2$$

063 답 $k < 4$

$$-x^2 + 4x - 2k = -2x + 1 \text{에서}$$

$$x^2 - 6x + 2k + 1 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = 9 - (2k+1) = 8 - 2k$$

주어진 이차함수의 그래프와 직선이 서로 다른 두 점에서 만나면

$$D > 0 \text{이므로}$$

$$8 - 2k > 0 \quad \therefore k < 4$$

064 답 $k=4$

주어진 이차함수의 그래프와 직선이 접하면 $D=0$ 이므로

$$8 - 2k = 0 \quad \therefore k = 4$$

065 답 $k > 4$

주어진 이차함수의 그래프와 직선이 만나지 않으면 $D < 0$ 이므로

$$8 - 2k < 0 \quad \therefore k > 4$$

066 답 $k < -\frac{3}{4}$

$$x^2 + 3x + 1 = 2x - k \text{에서}$$

$$x^2 + x + k + 1 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$D = 1 - 4(k+1) = -4k - 3$$

주어진 이차함수의 그래프와 직선이 서로 다른 두 점에서 만나면

$$D > 0 \text{이므로}$$

$$-4k - 3 > 0 \quad \therefore k < -\frac{3}{4}$$

067 답 $k = -\frac{3}{4}$

주어진 이차함수의 그래프와 직선이 접하면 $D=0$ 이므로

$$-4k - 3 = 0 \quad \therefore k = -\frac{3}{4}$$

068 답 $k > -\frac{3}{4}$

주어진 이차함수의 그래프와 직선이 만나지 않으면 $D < 0$ 이므로

$$-4k - 3 < 0 \quad \therefore k > -\frac{3}{4}$$

069 답 $k > -6$

$$-2x^2 + 5x - 2 = -3x - k \text{에서}$$

$$2x^2 - 8x - k + 2 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = 16 - 2(-k+2) = 2k + 12$$

주어진 이차함수의 그래프와 직선이 서로 다른 두 점에서 만나면

$$D > 0 \text{이므로}$$

$$2k + 12 > 0 \quad \therefore k > -6$$

070 답 $k = -6$

주어진 이차함수의 그래프와 직선이 접하면 $D=0$ 이므로

$$2k + 12 = 0 \quad \therefore k = -6$$

071 답 $k < -6$

주어진 이차함수의 그래프와 직선이 만나지 않으면 $D < 0$ 이므로

$$2k + 12 < 0 \quad \therefore k < -6$$

실전유형

116~117쪽

072 답 -25

$$x^2 + 3x + 1 = 2x + 7 \text{에서 } x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x+3)(x-2) = 0 \quad \therefore x = -3 \text{ 또는 } x = 2$$

그런데 $a < c$ 이므로 $a = -3, c = 2$

점 $(-3, b)$ 가 직선 $y = 2x + 7$ 위의 점이므로 $b = -6 + 7 = 1$

점 $(2, d)$ 가 직선 $y = 2x + 7$ 위의 점이므로 $d = 4 + 7 = 11$

$$\therefore ab - cd = -3 - 22 = -25$$

073 답 4

이차함수 $y = 2x^2 - x + a$ 의 그래프와 직선 $y = bx - 3$ 의 두 교점의 x

좌표가 1, 4이므로 1, 4는 이차방정식 $2x^2 - x + a = bx - 3$, 즉

$$2x^2 - (b+1)x + a + 3 = 0 \text{의 두 근이다.}$$

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$1 + 4 = \frac{b+1}{2}, 1 \times 4 = \frac{a+3}{2} \quad \therefore a = 5, b = 9$$

$$\therefore b - a = 4$$

074 답 ③

이차함수 $y=3x^2+2ax+1$ 의 그래프와 직선 $y=-x+3$ 의 두 교점의 x 좌표가 2, b 이므로 2, b 는 이차방정식 $3x^2+2ax+1=-x+3$, 즉 $3x^2+(2a+1)x-2=0$ 의 두 근이다.

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$2+b=-\frac{2a+1}{3}, 2 \times b=-\frac{2}{3} \quad \therefore a=-3, b=-\frac{1}{3}$$

$$\therefore ab=1$$

075 답 ①

이차함수 $y=x^2+ax+b$ 의 그래프와 직선 $y=3x-5$ 의 두 교점의 x 좌표를 α , β 라 하면 α , β 는 이차방정식 $x^2+ax+b=3x-5$, 즉 $x^2+(a-3)x+b+5=0$ 의 두 근이다.

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha+\beta=-(a-3), \alpha\beta=b+5$$

이때 이차함수의 그래프와 직선의 두 교점의 x 좌표의 합이 8이고 곱이 -20 이므로

$$-(a-3)=8, b+5=-20 \quad \therefore a=-5, b=-25$$

$$\therefore b-3a=-10$$

076 답 ④

이차함수 $y=x^2+mx+1$ 의 그래프와 직선 $y=x+n$ 의 두 교점의 x 좌표가 1, 3이므로 1, 3은 이차방정식 $x^2+mx+1=x+n$, 즉 $x^2+(m-1)x+1-n=0$ 의 두 근이다.

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$1+3=-(m-1), 1 \times 3=1-n \quad \therefore m=-3, n=-2$$

$$\therefore mn=6$$

077 답 6

이차함수 $y=x^2$ 의 그래프와 직선 $y=ax+b$ 가 만나는 한 점의 x 좌표가 $1-\sqrt{5}$ 이므로 $1-\sqrt{5}$ 는 이차방정식 $x^2=ax+b$, 즉 $x^2-ax-b=0$ 의 근이다.

이때 이 이차방정식의 계수가 유리수이므로 $1-\sqrt{5}$ 가 근이면 $1+\sqrt{5}$ 도 근이다.

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$(1-\sqrt{5})+(1+\sqrt{5})=a, (1-\sqrt{5})(1+\sqrt{5})=-b$$

$$\therefore a=2, b=4$$

$$\therefore a+b=6$$

078 답 ⑤

$$\neg. x^2-2x+3=x+2 \text{에서 } x^2-3x+1=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$D=9-4=5>0$$

따라서 주어진 이차함수의 그래프와 직선은 서로 다른 두 점에서 만난다.

$$\angle. x^2-2x+3=-x+2 \text{에서 } x^2-x+1=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$D=1-4=-3<0$$

따라서 주어진 이차함수의 그래프와 직선은 만나지 않는다.

$$\sqsupset. x^2-2x+3=3x+1 \text{에서 } x^2-5x+2=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$D=25-8=17>0$$

따라서 주어진 이차함수의 그래프와 직선은 서로 다른 두 점에서 만난다.

$$\kappa. x^2-2x+3=-3x+1 \text{에서 } x^2+x+2=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$D=1-8=-7<0$$

따라서 주어진 이차함수의 그래프와 직선은 만나지 않는다.

따라서 주어진 이차함수의 그래프와 만나지 않는 직선은 $\angle$, κ 이다.

079 답 ④

$$x^2-4x-m=-2x-11 \text{에서 } x^2-2x+11-m=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=1-(11-m) \geq 0$$

$$m-10 \geq 0 \quad \therefore m \geq 10$$

따라서 정수 m 의 최솟값은 10이다.

080 답 ③

$$x^2+x=mx-4 \text{에서 } x^2+(1-m)x+4=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$D=(1-m)^2-16=0$$

$$m^2-2m-15=0, (m+3)(m-5)=0$$

$$\therefore m=-3 \text{ 또는 } m=5$$

그런데 $m>0$ 이므로 $m=5$

081 답 -1

$$-3x^2+x-1=-x+k \text{에서 } 3x^2-2x+k+1=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D_1 이라 하면

$$\frac{D_1}{4}=1-3(k+1)>0$$

$$-3k-2>0 \quad \therefore k<-\frac{2}{3} \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

이차방정식 $x^2-2kx+5k+6=0$ 의 판별식을 D_2 라 하면

$$\frac{D_2}{4}=k^2-(5k+6)=0$$

$$k^2-5k-6=0, (k+1)(k-6)=0$$

$$\therefore k=-1 \text{ 또는 } k=6 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에서 $k=-1$

082 답 ⑤

기울기가 -1 인 직선의 y 절편을 a 라 하면 직선의 방정식은

$$y=-x+a$$

$$5x^2+x+1=-x+a \text{에서 } 5x^2+2x-a+1=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=1-5(-a+1)=0$$

$$5a-4=0 \quad \therefore a=\frac{4}{5}$$

083 답 ⑤

점 $(-4, 0)$ 을 지나는 직선의 방정식을 $y=m(x+4)$ (m 은 상수)라 하면

$$x^2+2x-4=m(x+4) \text{에서}$$

$$x^2+(2-m)x-4m-4=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$D=(2-m)^2-4(-4m-4)=0$$

$$m^2+12m+20=0$$

$$(m+10)(m+2)=0$$

$$\therefore m=-10 \text{ 또는 } m=-2$$

따라서 구하는 두 직선의 기울기의 곱은

$$-10 \times (-2)=20$$

개념유형

119~122쪽

084 답 최댓값: 없다., 최솟값: 7

최댓값은 없고, $x=-4$ 일 때 최솟값은 7이다.

085 답 최댓값: -3, 최솟값: 없다.

$x=2$ 일 때 최댓값은 -3이고, 최솟값은 없다.

086 답 최댓값: 없다., 최솟값: -2

최댓값은 없고, $x=0$ 일 때 최솟값은 -2이다.

087 답 최댓값: 없다., 최솟값: -11

$$y=x^2+8x+5=(x+4)^2-11$$

따라서 최댓값은 없고, $x=-4$ 일 때 최솟값은 -11이다.

088 답 최댓값: 27, 최솟값: 없다.

$$y=-2x^2-12x+9=-2(x+3)^2+27$$

따라서 $x=-3$ 일 때 최댓값은 27이고, 최솟값은 없다.

089 답 4, 8, 4, 8

090 답 $p=2, q=-6$

x^2 의 계수가 -1이고 $x=1$ 에서 최댓값 -5를 갖는 이차함수는

$$y=-(x-1)^2-5=-x^2+2x-6$$

$$\therefore p=2, q=-6$$

091 답 $p=-1, q=-3$

x^2 의 계수가 1이고 $x=3$ 에서 최솟값 -6을 갖는 이차함수는

$$y=(x-3)^2-6=x^2-6x+3$$

따라서 $6p=-6, -q=3$ 이므로

$$p=-1, q=-3$$

092 답 $p=2, q=3$

x^2 의 계수가 -4이고 $x=-1$ 에서 최댓값 13을 갖는 이차함수는

$$y=-4(x+1)^2+13=-4x^2-8x+9$$

따라서 $-4p=-8, 3q=9$ 이므로

$$p=2, q=3$$

093 답 $k-1, k-1, k-1, 6$

094 답 -1

$$y=x^2+4x-k$$

$$=(x+2)^2-k-4$$

따라서 $x=-2$ 일 때 최솟값은 $-k-4$ 이므로

$$-k-4=-3 \quad \therefore k=-1$$

095 답 2

$$y=-x^2-2x+k+1$$

$$=-(x+1)^2+k+2$$

따라서 $x=-1$ 일 때 최댓값은 $k+2$ 이므로

$$k+2=4 \quad \therefore k=2$$

096 답 7

$$y=3x^2-12x+2k$$

$$=3(x-2)^2+2k-12$$

따라서 $x=2$ 일 때 최솟값은 $2k-12$ 이므로

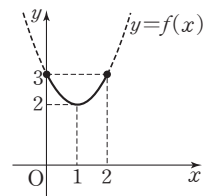
$$2k-12=2 \quad \therefore k=7$$

097 답 최댓값: 3, 최솟값: 2

꼭짓점의 x 좌표 1이 $0 \leq x \leq 2$ 에 포함되므로

$f(x)$ 의 최솟값은 $f(1)=2$ 이고, $f(0)=3$,

$f(2)=3$ 에서 최댓값은 3이다.

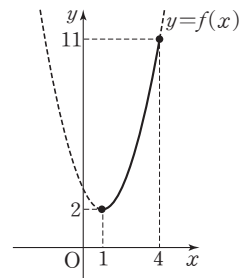


098 답 최댓값: 11, 최솟값: 2

꼭짓점의 x 좌표 1이 $1 \leq x \leq 4$ 에 포함되

므로 $f(x)$ 의 최솟값은 $f(1)=2$ 이고, 최

댓값은 $f(4)=11$ 이다.



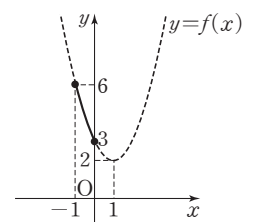
099 답 최댓값: 6, 최솟값: 3

꼭짓점의 x 좌표 1이 $-1 \leq x \leq 0$ 에 포

함되지 않으므로 $f(-1)=6, f(0)=3$

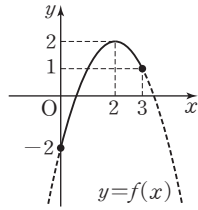
에서 $f(x)$ 의 최댓값은 6, 최솟값은 3

이다.



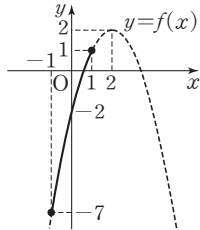
100 **답** 최댓값: 2, 최솟값: -2

꼭짓점의 x 좌표 2가 $0 \leq x \leq 3$ 에 포함되므로 $f(x)$ 의 최댓값은 $f(2)=2$ 이고, $f(0)=-2$, $f(3)=1$ 에서 최솟값은 -2이다.



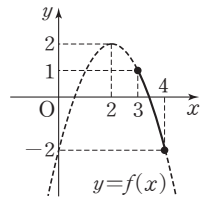
101 **답** 최댓값: 1, 최솟값: -7

꼭짓점의 x 좌표 2가 $-1 \leq x \leq 1$ 에 포함되지 않으므로 $f(-1)=-7$, $f(1)=1$ 에서 $f(x)$ 의 최댓값은 1, 최솟값은 -7이다.



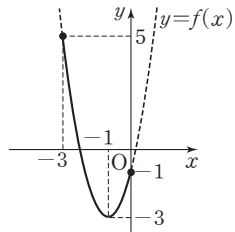
102 **답** 최댓값: 1, 최솟값: -2

꼭짓점의 x 좌표 2가 $3 \leq x \leq 4$ 에 포함되지 않으므로 $f(3)=1$, $f(4)=-2$ 에서 $f(x)$ 의 최댓값은 1, 최솟값은 -2이다.



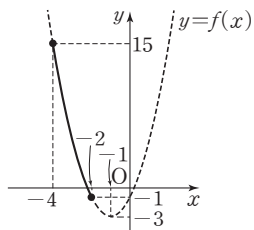
103 **답** 최댓값: 5, 최솟값: -3

$f(x)=2x^2+4x-1=2(x+1)^2-3$
꼭짓점의 x 좌표 -1이 $-3 \leq x \leq 0$ 에 포함되므로 $f(x)$ 의 최솟값은 $f(-1)=-3$ 이고, $f(-3)=5$, $f(0)=-1$ 에서 최댓값은 5이다.



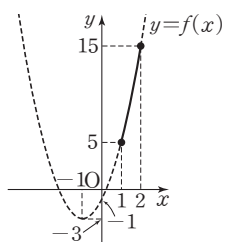
104 **답** 최댓값: 15, 최솟값: -1

꼭짓점의 x 좌표 -1이 $-4 \leq x \leq -2$ 에 포함되지 않으므로 $f(-4)=15$, $f(-2)=-1$ 에서 $f(x)$ 의 최댓값은 15, 최솟값은 -1이다.



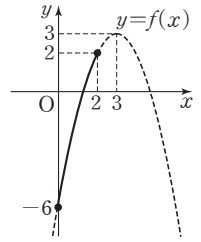
105 **답** 최댓값: 15, 최솟값: 5

꼭짓점의 x 좌표 -1이 $1 \leq x \leq 2$ 에 포함되지 않으므로 $f(1)=5$, $f(2)=15$ 에서 $f(x)$ 의 최댓값은 15, 최솟값은 5이다.



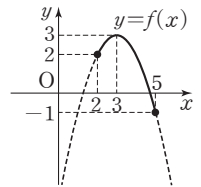
106 **답** 최댓값: 2, 최솟값: -6

$f(x)=-x^2+6x-6=-(x-3)^2+3$
꼭짓점의 x 좌표 3이 $0 \leq x \leq 2$ 에 포함되지 않으므로 $f(0)=-6$, $f(2)=2$ 에서 $f(x)$ 의 최댓값은 2, 최솟값은 -6이다.



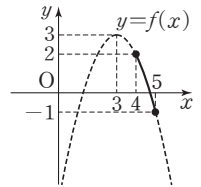
107 **답** 최댓값: 3, 최솟값: -1

꼭짓점의 x 좌표 3이 $2 \leq x \leq 5$ 에 포함되므로 $f(x)$ 의 최댓값은 $f(3)=3$ 이고, $f(2)=2$, $f(5)=-1$ 에서 최솟값은 -1이다.



108 **답** 최댓값: 2, 최솟값: -1

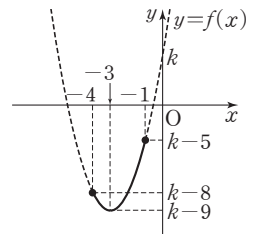
꼭짓점의 x 좌표 3이 $4 \leq x \leq 5$ 에 포함되지 않으므로 $f(4)=2$, $f(5)=-1$ 에서 $f(x)$ 의 최댓값은 2, 최솟값은 -1이다.



109 **답** 1, 2, 4

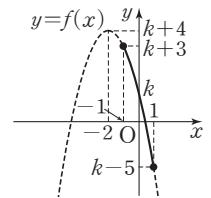
110 **답** 3

$f(x)=x^2+6x+k$
 $= (x+3)^2+k-9$
꼭짓점의 x 좌표 -3이 $-4 \leq x \leq -1$ 에 포함되므로 $f(x)$ 는 $x=-1$ 일 때 최댓값 $k-5$ 를 갖는다.
따라서 $k-5=-2$ 이므로 $k=3$



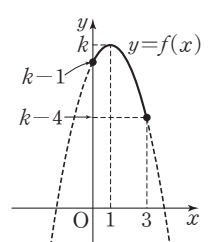
111 **답** 2

$f(x)=-x^2-4x+k$
 $= -(x+2)^2+k+4$
꼭짓점의 x 좌표 -2가 $-1 \leq x \leq 1$ 에 포함되지 않으므로 $f(x)$ 는 $x=1$ 일 때 최솟값 $k-5$ 를 갖는다.
따라서 $k-5=-3$ 이므로 $k=2$



112 **답** 9

$f(x)=-x^2+2x+k-1$
 $= -(x-1)^2+k$
꼭짓점의 x 좌표 1이 $0 \leq x \leq 3$ 에 포함되므로 $f(x)$ 는 $x=1$ 일 때 최댓값 k 를 갖는다.
 $\therefore k=9$



113 답 4, -4, -4, -1, -11

114 답 1

$$x^2+2x-2=t \text{로 놓으면 } t=(x+1)^2-3$$

이때 $x=-1$ 에서 최솟값 -3을 가지므로 t 의 값의 범위는

$$t \geq -3$$

주어진 함수를 t 에 대한 함수로 나타내면

$$y=t^2-4t+5=(t-2)^2+1$$

따라서 $t \geq -3$ 에서 주어진 함수는 $t=2$ 일 때 최솟값 1을 갖는다.

115 답 4

$$x^2+6x=t \text{로 놓으면 } t=(x+3)^2-9$$

이때 $x=-3$ 에서 최솟값 -9를 가지므로 t 의 값의 범위는

$$t \geq -9$$

주어진 함수를 t 에 대한 함수로 나타내면

$$y=-t^2-6t-5=-(t+3)^2+4$$

따라서 $t \geq -9$ 에서 주어진 함수는 $t=-3$ 일 때 최댓값 4를 갖는다.

116 답 8

$$x^2-2x-1=t \text{로 놓으면 } t=(x-1)^2-2$$

이때 $x=1$ 에서 최솟값 -2를 가지므로 t 의 값의 범위는

$$t \geq -2$$

주어진 함수를 t 에 대한 함수로 나타내면

$$y=-t^2-2t+7=-(t+1)^2+8$$

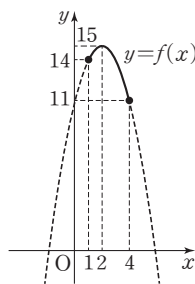
따라서 $t \geq -2$ 에서 주어진 함수는 $t=-1$ 일 때 최댓값 8을 갖는다.

실전유형

123~124쪽

117 답 11

꼭짓점의 x 좌표 2가 $1 \leq x \leq 4$ 에 포함되므로 $f(x)$ 는 $x=4$ 일 때 최솟값 11을 갖는다.



118 답 ④

$$f(x)=-2x^2-4x+k$$

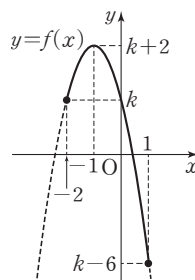
$$=-2(x+1)^2+k+2$$

꼭짓점의 x 좌표 -1이 $-2 \leq x \leq 1$ 에 포함되므로 $f(x)$ 는 $x=-1$ 일 때 최댓값 $k+2$ 를 갖는다.

즉, $k+2=4$ 이므로 $k=2$

따라서 $f(x)=-2(x+1)^2+4$ 의 최솟값은

$$f(1)=-8+4=-4$$



119 답 ⑤

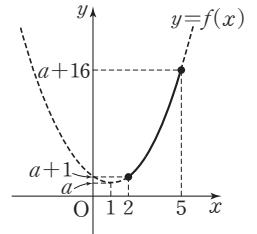
x^2 의 계수가 1이고 꼭짓점의 좌표가 $(1, a)$ 이므로

$$f(x)=(x-1)^2+a$$

꼭짓점의 x 좌표 1이 $2 \leq x \leq 5$ 에 포함되지 않으므로 $f(x)$ 는 $x=2$ 일 때 최솟값 $a+1$ 을 갖는다.

즉, $a+1=3$ 이므로 $a=2$

따라서 $f(x)=(x-1)^2+2$ 의 최댓값은 $f(5)=16+2=18$



120 답 -6

$$f(x)=x^2+4tx+4t+2$$

$$=(x+2t)^2-4t^2+4t+2$$

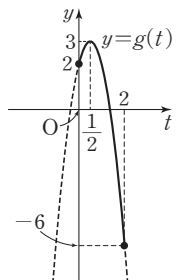
$f(x)$ 는 $x=-2t$ 일 때 최솟값 $-4t^2+4t+2$ 를 가지므로

$$g(t)=-4t^2+4t+2$$

$$=-4\left(t-\frac{1}{2}\right)^2+3$$

꼭짓점의 t 좌표 $\frac{1}{2}$ 이 $0 \leq t \leq 2$ 에 포함되므로

$g(t)$ 는 $t=2$ 일 때 최솟값 -6을 갖는다.



121 답 ①

$$x^2-2x=t \text{로 놓으면}$$

$$t=(x-1)^2-1 \quad \therefore t \geq -1$$

이때 주어진 함수를 t 에 대한 함수로 나타내면

$$y=t^2+4t=(t+2)^2-4$$

따라서 $t \geq -1$ 에서 주어진 함수는 $t=-1$ 일 때 최솟값 -3을 갖는다.

122 답 25

$$x^2+x=t \text{로 놓으면 } t=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$$

$0 \leq x \leq 2$ 에서 $x=2$ 일 때 최댓값은 6이고, $x=0$ 일 때 최솟값은 0이므로 $0 \leq t \leq 6$

이때 주어진 함수를 t 에 대한 함수로 나타내면

$$y=t^2-2t+3=(t-1)^2+2$$

따라서 $0 \leq t \leq 6$ 에서 주어진 함수는 $t=6$ 일 때 최댓값 27, $t=1$ 일 때 최솟값 2를 가지므로 $M=27, m=2$

$$\therefore M-m=25$$

123 답 24

$$x+y=3 \text{에서 } y=-x+3 \quad \dots\dots ①$$

$2x^2+y^2=t$ 로 놓고, ①을 대입하면

$$t=2x^2+(-x+3)^2$$

$$=3x^2-6x+9$$

$$=3(x-1)^2+6 \quad \dots\dots ②$$

따라서 $0 \leq x \leq 3$ 에서 ②은 $x=3$ 일 때 최댓값 18, $x=1$ 일 때 최솟값 6을 가지므로 구하는 최댓값과 최솟값의 합은 $18+6=24$

124 ▶ ④

$$4x + y^2 = 2 \text{에서 } y^2 = 2 - 4x \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$$\text{이때 } y^2 \geq 0 \text{이므로 } 2 - 4x \geq 0 \quad \therefore x \leq \frac{1}{2}$$

$$x^2 + y^2 + 3 = t \text{로 놓고, } \textcircled{7} \text{을 대입하면}$$

$$t = x^2 + (2 - 4x) + 3$$

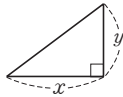
$$= x^2 - 4x + 5$$

$$= (x - 2)^2 + 1 \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

따라서 $x \leq \frac{1}{2}$ 에서 $\textcircled{8}$ 은 $x = \frac{1}{2}$ 일 때 최솟값 $\frac{13}{4}$ 을 갖는다.

125 ▶ 32

직각삼각형의 두 변의 길이를 오른쪽 그림과 같이 x, y 라 하면 직각을 낀 두 변의 길이의 합이 16이므로



$$x + y = 16 \quad \therefore y = 16 - x \quad (\text{단, } 0 < x < 16)$$

직각삼각형의 넓이를 S 라 하면

$$S = \frac{1}{2}xy = \frac{1}{2}x(16 - x)$$

$$= -\frac{1}{2}x^2 + 8x$$

$$= -\frac{1}{2}(x - 8)^2 + 32$$

따라서 $0 < x < 16$ 에서 $x = 8$ 일 때 최댓값이 32이므로 직각삼각형의 넓이의 최댓값은 32이다.

126 ▶ 44 m

$$h = 24 + 20t - 5t^2 = -5(t - 2)^2 + 44$$

따라서 $1 \leq t \leq 3$ 에서 $t = 2$ 일 때 최댓값이 44이므로 공이 가장 높이 있을 때의 지면으로부터의 높이는 44 m이다.

127 ▶ 18 m²

닭장의 가로, 세로의 길이를 각각 x m, y m라 하면

$$x + 2y = 12 \quad \therefore x = 12 - 2y \quad (\text{단, } 0 < y < 6)$$

닭장의 넓이를 S m²라 하면

$$S = xy = (12 - 2y)y$$

$$= -2y^2 + 12y = -2(y - 3)^2 + 18$$

따라서 $0 < y < 6$ 에서 $y = 3$ 일 때 최댓값이 18이므로 닭장의 넓이의 최댓값은 18 m²이다.

128 ▶ 6

점 D의 좌표를 $(a, -a^2 + 2)$ ($0 < a < \sqrt{2}$)라 하면

$$\overline{AD} = 2a, \overline{CD} = -a^2 + 2$$

직사각형 ABCD의 둘레의 길이를 l 이라 하면

$$l = 2\{2a + (-a^2 + 2)\} = -2a^2 + 4a + 4$$

$$= -2(a - 1)^2 + 6$$

따라서 $0 < a < \sqrt{2}$ 에서 $a = 1$ 일 때 최댓값이 6이므로 직사각형 ABCD의 둘레의 길이의 최댓값은 6이다.

참고 이차함수 $y = -x^2 + 2$ 의 그래프와 x 축의 교점의 x 좌표가 $-\sqrt{2}$ 또는 $\sqrt{2}$ 이므로 점 D의 x 좌표 a 는 $0 < a < \sqrt{2}$ 를 만족시켜야 한다.

실전유형으로 중단원 점검

125~126쪽

1 ▶ ⑤

$$x^2 - 3x - 4 = 0 \text{에서}$$

$$(x + 1)(x - 4) = 0 \quad \therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 4$$

그런데 $a < b$ 이므로 $a = -1, b = 4$

$$\therefore b - a = 5$$

2 ▶ -10

이차함수 $y = 2x^2 + ax + b$ 의 그래프와 x 축의 두 교점의 x 좌표가 $\frac{1}{2}, 2$ 이므로 $\frac{1}{2}, 2$ 는 이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이다.

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\frac{1}{2} + 2 = -\frac{a}{2}, \frac{1}{2} \times 2 = \frac{b}{2}$$

$$\therefore a = -5, b = 2$$

$$\therefore ab = -10$$

3 ▶ ②

이차방정식 $x^2 + (2k + 1)x + k^2 + 3k + 2 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = (2k + 1)^2 - 4(k^2 + 3k + 2) \geq 0$$

$$-8k - 7 \geq 0 \quad \therefore k \leq -\frac{7}{8}$$

따라서 정수 k 의 최댓값은 -1 이다.

4 ▶ 29

$$x^2 - 4x + 5 = 3x - 5 \text{에서 } x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$(x - 2)(x - 5) = 0 \quad \therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 5$$

$$\therefore a = 2, b = 5 \text{ 또는 } a = 5, b = 2$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 4 + 25 = 29$$

5 ▶ 10

이차함수 $y = -x^2 + m$ 의 그래프와 직선 $y = nx - 3$ 의 두 교점의 x 좌표가 $-4, 2$ 이므로 $-4, 2$ 는 이차방정식 $-x^2 + m = nx - 3$, 즉 $x^2 + nx - m - 3 = 0$ 의 두 근이다. i

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$-4 + 2 = -n, -4 \times 2 = -m - 3$$

$$\therefore m = 5, n = 2$$

$$\therefore mn = 10$$

..... ii

..... iii

채점 기준

i 이차함수 $y = -x^2 + m$ 의 그래프와 직선 $y = nx - 3$ 의 두 교점의 x 좌표가 이차방정식 $-x^2 + m = nx - 3$ 의 근임을 알기	40 %
ii m, n 의 값 구하기	40 %
iii mn 의 값 구하기	20 %

6 ▶ ④

$$\neg. -2x^2 + 5x + 1 = x + 3 \text{에서 } 2x^2 - 4x + 2 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = 4 - 4 = 0$$

따라서 주어진 이차함수의 그래프와 직선은 한 점에서 만난다(접한다).

$$\text{ㄴ. } -2x^2+5x+1=-x+2 \text{에서 } 2x^2-6x+1=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=9-2=7>0$$

따라서 주어진 이차함수의 그래프와 직선은 서로 다른 두 점에서 만난다.

$$\text{ㄷ. } -2x^2+5x+1=2x+2 \text{에서 } 2x^2-3x+1=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$D=9-8=1>0$$

따라서 주어진 이차함수의 그래프와 직선은 서로 다른 두 점에서 만난다.

$$\text{ㄹ. } -2x^2+5x+1=-2x+8 \text{에서 } 2x^2-7x+7=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$D=49-56=-7<0$$

따라서 주어진 이차함수의 그래프와 직선은 만나지 않는다.

따라서 주어진 이차함수의 그래프와 만나는 직선은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

7 답 2

$$kx^2-kx+1=2x-1 \text{에서 } kx^2-(k+2)x+2=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$D=(k+2)^2-8k=0$$

$$k^2-4k+4=0, (k-2)^2=0$$

$$\therefore k=2$$

8 답 ⑤

기울기가 1인 직선의 y 절편을 a 라 하면 직선의 방정식은

$$y=x+a$$

$$-x^2+5x-1=x+a \text{에서 } x^2-4x+a+1=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=4-(a+1)=0$$

$$3-a=0 \quad \therefore a=3$$

9 답 ③

$$f(x)=-x^2+2x+k+5$$

$$=-(x-1)^2+k+6$$

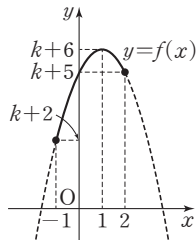
꼭짓점의 x 좌표 1이 $-1 \leq x \leq 2$ 에 포함되므로

$f(x)$ 는 $x=1$ 일 때 최댓값 $k+6$ 을 갖는다.

즉, $k+6=7$ 이므로 $k=1$

따라서 $f(x)=-(x-1)^2+7$ 의 최솟값은

$$f(-1)=-4+7=3$$



10 답 -6

$$f(x)=x^2-2tx-t^2+4t$$

$$=(x-t)^2-2t^2+4t$$

$f(x)$ 는 $x=t$ 일 때 최솟값 $-2t^2+4t$ 를 가지므로

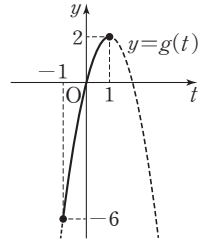
$$g(t)=-2t^2+4t$$

$$=-2(t-1)^2+2$$

..... ①

꼭짓점의 t 좌표 1이 $-1 \leq t \leq 1$ 에 포함되므로 $g(t)$ 는 $t=-1$ 일 때 최솟값 -6 을 갖는다.

..... ②



채점 기준

① $g(t)$ 구하기

50 %

② $g(t)$ 의 최솟값 구하기

50 %

11 답 -20

$$x^2-4x+1=t \text{로 놓으면 } t=(x-2)^2-3$$

$1 \leq x \leq 4$ 에서 $x=4$ 일 때 최댓값은 1이고, $x=2$ 일 때 최솟값은 -3 이므로 $-3 \leq t \leq 1$

이때 주어진 함수를 t 에 대한 함수로 나타내면

$$y=t^2+4t=(t+2)^2-4$$

따라서 $-3 \leq t \leq 1$ 에서 주어진 함수는 $t=1$ 일 때 최댓값 5, $t=-2$ 일 때 최솟값 -4 를 가지므로

$$M=5, m=-4 \quad \therefore Mm=-20$$

12 답 ⑤

$$x+y=2 \text{에서 } y=-x+2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$2x+y^2=t$ 로 놓고, ①을 대입하면

$$t=2x+(-x+2)^2$$

$$=x^2-2x+4$$

$$=(x-1)^2+3 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

따라서 $0 \leq x \leq 2$ 에서 ②은 $x=0$ 또는 $x=2$ 일 때 최댓값 4, $x=1$ 일 때 최솟값 3을 가지므로 구하는 최댓값과 최솟값의 합은 $4+3=7$

13 답 50 cm^2

물받이의 높이는 색칠한 직사각형의 세로의 길이와 같다.

색칠한 직사각형의 가로, 세로의 길이를 각각 $x \text{ cm}$, $y \text{ cm}$ 라 하면

$$x+2y=20 \quad \therefore x=20-2y \quad (\text{단, } 0 < y < 10)$$

색칠한 직사각형의 넓이를 $S \text{ cm}^2$ 라 하면

$$S=xy=(20-2y)y$$

$$=-2y^2+20y=-2(y-5)^2+50$$

따라서 $0 < y < 10$ 에서 $y=5$ 일 때 최댓값이 50이므로 색칠한 직사각형 모양의 판의 넓이의 최댓값은 50 cm^2 이다.

14 답 10

점 P의 좌표를 $(a, -a^2+4a)$ ($0 < a < 2$)라 하면

$$\overline{PQ}=-a^2+4a, \overline{QR}=2(2-a)=4-2a$$

직사각형 PQRS의 둘레의 길이를 l 이라 하면

$$l=2\{(-a^2+4a)+(4-2a)\}=-2a^2+4a+8$$

$$=-2(a-1)^2+10$$

따라서 $0 < a < 2$ 에서 $a=1$ 일 때 최댓값이 10이므로 직사각형 PQRS의 둘레의 길이의 최댓값은 10이다.

참고 이차함수 $y=-x^2+4x$ 의 그래프의 축의 방정식이 $x=2$ 이므로 점 P의 x 좌표 a 는 $0 < a < 2$ 를 만족시켜야 한다.

06 여러 가지 방정식

개념유형

128~129쪽

001 답 $x=-3$ 또는 $x=0$ (중근)

$x^3+3x^2=0$ 의 좌변을 인수분해하면

$$x^2(x+3)=0 \quad \therefore x=-3 \text{ 또는 } x=0 \text{ (중근)}$$

002 답 $x=-1$ 또는 $x=\frac{1\pm\sqrt{3}i}{2}$

$x^3+1=0$ 의 좌변을 인수분해하면

$$(x+1)(x^2-x+1)=0$$

$$\therefore x=-1 \text{ 또는 } x=\frac{1\pm\sqrt{3}i}{2}$$

003 답 $x=2$ 또는 $x=-1\pm\sqrt{3}i$

$x^3-8=0$ 의 좌변을 인수분해하면

$$(x-2)(x^2+2x+4)=0$$

$$\therefore x=2 \text{ 또는 } x=-1\pm\sqrt{3}i$$

004 답 $x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=\frac{3\pm3\sqrt{3}i}{4}$

$8x^3+27=0$ 의 좌변을 인수분해하면

$$(2x+3)(4x^2-6x+9)=0$$

$$\therefore x=-\frac{3}{2} \text{ 또는 } x=\frac{3\pm3\sqrt{3}i}{4}$$

005 답 $x=0$ (중근) 또는 $x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}i$

$2x^4+x^2=0$ 의 좌변을 인수분해하면

$$x^2(2x^2+1)=0 \quad \therefore x=0(\text{중근}) \text{ 또는 } x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}i$$

006 답 $x=-2$ 또는 $x=0$ (중근) 또는 $x=2$

$x^4-4x^2=0$ 의 좌변을 인수분해하면

$$x^2(x^2-4)=0$$

$$x^2(x+2)(x-2)=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=0(\text{중근}) \text{ 또는 } x=2$$

007 답 $x=\pm 1$ 또는 $x=\pm i$

$x^4-1=0$ 의 좌변을 인수분해하면

$$(x^2-1)(x^2+1)=0$$

$$(x+1)(x-1)(x^2+1)=0$$

$$\therefore x=\pm 1 \text{ 또는 } x=\pm i$$

008 답 $x=\pm\frac{1}{2}$ 또는 $x=\pm\frac{1}{2}i$

$16x^4-1=0$ 의 좌변을 인수분해하면

$$(4x^2-1)(4x^2+1)=0$$

$$(2x+1)(2x-1)(4x^2+1)=0$$

$$\therefore x=\pm\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=\pm\frac{1}{2}i$$

009 답 $-1, -1, x^2-x-6, x-3, x-3, 3$

010 답 $x=-3$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=1$

$f(x)=x^3+4x^2+x-6$ 이라 할 때, $f(1)=0$

따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 4 & 1 & -6 \\ & & 1 & 5 & 6 \\ \hline & 1 & 5 & 6 & 0 \end{array}$$

$$f(x)=(x-1)(x^2+5x+6)$$

$$=(x-1)(x+3)(x+2)$$

즉, 주어진 방정식은 $(x+3)(x+2)(x-1)=0$

$$\therefore x=-3 \text{ 또는 } x=-2 \text{ 또는 } x=1$$

011 답 $x=-4$ 또는 $x=1$ (중근)

$f(x)=x^3+2x^2-7x+4$ 라 할 때, $f(1)=0$

따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 2 & -7 & 4 \\ & & 1 & 3 & -4 \\ \hline & 1 & 3 & -4 & 0 \end{array}$$

$$f(x)=(x-1)(x^2+3x-4)$$

$$=(x-1)^2(x+4)$$

즉, 주어진 방정식은

$$(x+4)(x-1)^2=0$$

$$\therefore x=-4 \text{ 또는 } x=1 \text{ (중근)}$$

012 답 $x=-2$ 또는 $x=2\pm 2i$

$f(x)=x^3-2x^2+16$ 이라 할 때, $f(-2)=0$

따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & -2 & 0 & 16 \\ & & -2 & 8 & -16 \\ \hline & 1 & -4 & 8 & 0 \end{array}$$

$$f(x)=(x+2)(x^2-4x+8)$$

즉, 주어진 방정식은

$$(x+2)(x^2-4x+8)=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=2\pm 2i$$

013 답 $x=2$ 또는 $x=-1\pm 2i$

$f(x)=x^3+x-10$ 이라 할 때, $f(2)=0$

따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & 0 & 1 & -10 \\ & & 2 & 4 & 10 \\ \hline & 1 & 2 & 5 & 0 \end{array}$$

$$f(x)=(x-2)(x^2+2x+5)$$

즉, 주어진 방정식은

$$(x-2)(x^2+2x+5)=0$$

$$\therefore x=2 \text{ 또는 } x=-1\pm 2i$$

014 답 $x = -3$ 또는 $x = 2$ 또는 $x = 6$

$f(x) = x^3 - 5x^2 - 12x + 36$ 이라 할 때, $f(2) = 0$
따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & -5 & -12 & 36 \\ & & 2 & -6 & -36 \\ \hline & 1 & -3 & -18 & 0 \end{array}$$

$$f(x) = (x-2)(x^2-3x-18) \\ = (x-2)(x+3)(x-6)$$

즉, 주어진 방정식은 $(x+3)(x-2)(x-6) = 0$
 $\therefore x = -3$ 또는 $x = 2$ 또는 $x = 6$

015 답 $x = -\frac{5}{2}$ 또는 $x = -2$ 또는 $x = 3$

$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 17x - 30$ 이라 할 때, $f(-2) = 0$
따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 2 & 3 & -17 & -30 \\ & & -4 & 2 & 30 \\ \hline & 2 & -1 & -15 & 0 \end{array}$$

$$f(x) = (x+2)(2x^2-x-15) \\ = (x+2)(2x+5)(x-3)$$

즉, 주어진 방정식은 $(2x+5)(x+2)(x-3) = 0$
 $\therefore x = -\frac{5}{2}$ 또는 $x = -2$ 또는 $x = 3$

016 답 $0, 1, 2, 1, x^2+x+4, x^2+x+4, \frac{-1 \pm \sqrt{15}i}{2}$

017 답 $x = -1$ 또는 $x = 1$ 또는 $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

$f(x) = x^4 - x^3 - 2x^2 + x + 1$ 이라 할 때, $f(1) = 0, f(-1) = 0$
따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 1 & 1 & -1 & -2 & 1 & 1 \\ & & 1 & 0 & -2 & -1 \\ \hline -1 & 1 & 0 & -2 & -1 & 0 \\ & & -1 & 1 & 1 & \\ \hline & 1 & -1 & -1 & 0 \end{array}$$

$$f(x) = (x-1)(x+1)(x^2-x-1) \\ \text{즉, 주어진 방정식은 } (x+1)(x-1)(x^2-x-1) = 0 \\ \therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

018 답 $x = -1$ 또는 $x = 2$ 또는 $x = \pm 2i$

$f(x) = x^4 - x^3 + 2x^2 - 4x - 8$ 이라 할 때, $f(-1) = 0, f(2) = 0$
따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & -1 & 2 & -4 & -8 \\ & & -1 & 2 & -4 & 8 \\ \hline 2 & 1 & -2 & 4 & -8 & 0 \\ & & 2 & 0 & 8 & \\ \hline & 1 & 0 & 4 & 0 \end{array}$$

$$f(x) = (x+1)(x-2)(x^2+4) \\ \text{즉, 주어진 방정식은 } (x+1)(x-2)(x^2+4) = 0 \\ \therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 2 \text{ 또는 } x = \pm 2i$$

019 답 $x = -3$ 또는 $x = -2$ 또는 $x = 1$ 또는 $x = 2$

$f(x) = x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$ 라 할 때, $f(1) = 0, f(2) = 0$
따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & 2 & -7 & -8 & 12 \\ & & 1 & 3 & -4 & -12 \\ \hline 2 & 1 & 3 & -4 & -12 & 0 \\ & & 2 & 10 & 12 & \\ \hline & 1 & 5 & 6 & 0 \end{array}$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)(x^2+5x+6) \\ = (x-1)(x-2)(x+3)(x+2)$$

즉, 주어진 방정식은 $(x+3)(x+2)(x-1)(x-2) = 0$
 $\therefore x = -3$ 또는 $x = -2$ 또는 $x = 1$ 또는 $x = 2$

020 답 $x = -3$ (중근) 또는 $x = 1$ (중근)

$f(x) = x^4 + 4x^3 - 2x^2 - 12x + 9$ 라 할 때, $f(1) = 0, f(-3) = 0$
따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & 4 & -2 & -12 & 9 \\ & & 1 & 5 & 3 & -9 \\ \hline -3 & 1 & 5 & 3 & -9 & 0 \\ & & -3 & -6 & 9 & \\ \hline & 1 & 2 & -3 & 0 \end{array}$$

$$f(x) = (x-1)(x+3)(x^2+2x-3) \\ = (x-1)^2(x+3)^2$$

즉, 주어진 방정식은 $(x+3)^2(x-1)^2 = 0$
 $\therefore x = -3$ (중근) 또는 $x = 1$ (중근)

021 답 $x = 1$ 또는 $x = 2$ 또는 $x = 3$ 또는 $x = 4$

$f(x) = x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24$ 라 할 때, $f(1) = 0, f(2) = 0$
따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & -10 & 35 & -50 & 24 \\ & & 1 & -9 & 26 & -24 \\ \hline 2 & 1 & -9 & 26 & -24 & 0 \\ & & 2 & -14 & 24 & \\ \hline & 1 & -7 & 12 & 0 \end{array}$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)(x^2-7x+12) \\ = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$$

즉, 주어진 방정식은 $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) = 0$
 $\therefore x = 1$ 또는 $x = 2$ 또는 $x = 3$ 또는 $x = 4$

실전유형

130~131쪽

022 답 -6

$x^3 + 8 = 0$ 의 좌변을 인수분해하면

$$(x+2)(x^2-2x+4) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 1 \pm \sqrt{3}i$$

따라서 $a = -2, b = 1, c = 3$ 이므로 $abc = -6$

023 답 ②

$f(x)=x^3-13x-12$ 라 할 때, $f(-1)=0$
따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & 0 & -13 & -12 \\ & & -1 & 1 & 12 \\ \hline & 1 & -1 & -12 & 0 \end{array}$$

$$f(x)=(x+1)(x^2-x-12) \\ = (x+1)(x+3)(x-4)$$

즉, 주어진 방정식은

$$(x+3)(x+1)(x-4)=0$$

$$\therefore x=-3 \text{ 또는 } x=-1 \text{ 또는 } x=4$$

이때 $\alpha < \beta < \gamma$ 이므로

$$\alpha=-3, \beta=-1, \gamma=4 \quad \therefore \alpha-\beta+\gamma=2$$

024 답 2

$f(x)=x^4+4x^3+7x^2+8x+4$ 라 할 때, $f(-1)=0, f(-2)=0$
따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & 4 & 7 & 8 & 4 \\ & & -1 & -3 & -4 & -4 \\ \hline -2 & 1 & 3 & 4 & 4 & 0 \\ & & -2 & -2 & -4 & \\ \hline & 1 & 1 & 2 & 0 \end{array}$$

$$f(x)=(x+1)(x+2)(x^2+x+2)$$

즉, 주어진 방정식은 $(x+2)(x+1)(x^2+x+2)=0$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=-1 \text{ 또는 } x=\frac{-1 \pm \sqrt{7}i}{2}$$

따라서 모든 실근의 곱은

$$-2 \times (-1) = 2$$

025 답 ③

$f(x)=x^3+2x^2-3x-10$ 이라 할 때, $f(2)=0$
따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & 2 & -3 & -10 \\ & & 2 & 8 & 10 \\ \hline & 1 & 4 & 5 & 0 \end{array}$$

$$f(x)=(x-2)(x^2+4x+5)$$

즉, 주어진 방정식은 $(x-2)(x^2+4x+5)=0$

$$\therefore x=2 \text{ 또는 } x^2+4x+5=0$$

따라서 두 허근 α, β 는 이차방정식 $x^2+4x+5=0$ 의 두 근이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha+\beta=-4, \alpha\beta=5$$

$$\therefore \alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)$$

$$= (-4)^3 - 3 \times 5 \times (-4) = -4$$

026 답 -2

$x^3+kx^2+2kx-4=0$ 의 한 근이 1이므로 $x=1$ 을 대입하면

$$1+k+2k-4=0 \quad \therefore k=1$$

이를 주어진 방정식에 대입하면

$$x^3+x^2+2x-4=0$$

$$f(x)=x^3+x^2+2x-4 \text{라 할 때, } f(1)=0$$

따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 1 & 2 & -4 \\ & & 1 & 2 & 4 \\ \hline & 1 & 2 & 4 & 0 \end{array}$$

$$f(x)=(x-1)(x^2+2x+4)$$

즉, 주어진 방정식은 $(x-1)(x^2+2x+4)=0$

$$\therefore x=1 \text{ 또는 } x^2+2x+4=0$$

이때 1이 아닌 나머지 두 근은 이차방정식 $x^2+2x+4=0$ 의 근이므로 근과 계수의 관계에 의하여 두 근의 합은 -2 이다.

027 답 ④

$x^4-kx^3-(3k+1)x^2+8x+6k=0$ 의 한 근이 -1 이므로 $x=-1$ 을 대입하면

$$1+k-(3k+1)-8+6k=0 \quad \therefore k=2$$

이를 주어진 방정식에 대입하면

$$x^4-2x^3-7x^2+8x+12=0$$

$$f(x)=x^4-2x^3-7x^2+8x+12 \text{라 할 때, } f(-1)=0, f(2)=0$$

따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & -2 & -7 & 8 & 12 \\ & & -1 & 3 & 4 & -12 \\ \hline 2 & 1 & -3 & -4 & 12 & 0 \\ & & 2 & -2 & -12 & \\ \hline & 1 & -1 & -6 & 0 \end{array}$$

$$f(x)=(x+1)(x-2)(x^2-x-6)$$

$$= (x+1)(x-2)(x+2)(x-3)$$

즉, 주어진 방정식은

$$(x+2)(x+1)(x-2)(x-3)=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=-1 \text{ 또는 } x=2 \text{ 또는 } x=3$$

따라서 가장 큰 근과 가장 작은 근의 합은

$$3+(-2)=1$$

028 답 ⑤

$x^4+ax^3-11x+b=0$ 의 두 근이 $-1, 2$ 이므로 $x=-1, x=2$ 를 각각 대입하면

$$1-a+11+b=0, 16+8a-22+b=0$$

$$\therefore a-b=12, 8a+b=6$$

두 식을 연립하여 풀면 $a=2, b=-10$

이를 주어진 방정식에 대입하면

$$x^4+2x^3-11x-10=0$$

$$f(x)=x^4+2x^3-11x-10 \text{라 할 때, } f(-1)=0, f(2)=0$$

따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & 2 & 0 & -11 & -10 \\ & & -1 & -1 & 1 & 10 \\ \hline 2 & 1 & 1 & -1 & -10 & 0 \\ & & 2 & 6 & 10 & \\ \hline & 1 & 3 & 5 & 0 \end{array}$$

$$f(x)=(x+1)(x-2)(x^2+3x+5)$$

즉, 주어진 방정식은 $(x+1)(x-2)(x^2+3x+5)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=2$ 또는 $x^2+3x+5=0$

이때 $-1, 2$ 가 아닌 나머지 두 근은 이차방정식 $x^2+3x+5=0$ 의 근
이므로 근과 계수의 관계에 의하여 두 근의 곱은 5 이다.

029 답 15

$f(x)=x^3+3x^2+(16-a)x+a-20$ 이라 할 때, $f(1)=0$

따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 3 & 16-a & a-20 \\ & & 1 & 4 & 20-a \\ \hline & 1 & 4 & 20-a & 0 \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x^2+4x+20-a)$

즉, 주어진 방정식은

$(x-1)(x^2+4x+20-a)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x^2+4x+20-a=0$

이 방정식이 허근을 가지려면 이차방정식 $x^2+4x+20-a=0$ 이
허근을 가져야 한다.

이 이차방정식의 판별식 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=4-(20-a)<0$$

$\therefore a<16$

따라서 자연수 a 는 $1, 2, 3, \dots, 15$ 의 15 개이다.

030 답 ②

$f(x)=x^3+(k-1)x-k$ 라 할 때, $f(1)=0$

따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 0 & k-1 & -k \\ & & 1 & 1 & k \\ \hline & 1 & 1 & k & 0 \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x^2+x+k)$

즉, 주어진 방정식은 $(x-1)(x^2+x+k)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x^2+x+k=0$

이 방정식의 근이 모두 실수가 되려면 이차방정식 $x^2+x+k=0$ 이 실
근을 가져야 한다.

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$D=1-4k \geq 0$$

$$\therefore k \leq \frac{1}{4}$$

따라서 k 의 최댓값은 $\frac{1}{4}$ 이다.

031 답 ②

$f(x)=x^3-2x^2+(k-8)x+2k$ 라 할 때, $f(-2)=0$

따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & -2 & k-8 & 2k \\ & & -2 & 8 & -2k \\ \hline & 1 & -4 & k & 0 \end{array}$$

$f(x)=(x+2)(x^2-4x+k)$

즉, 주어진 방정식은 $(x+2)(x^2-4x+k)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x^2-4x+k=0$

이 방정식이 중근을 가지려면 이차방정식 $x^2-4x+k=0$ 이 중근을
갖거나 -2 를 근으로 가져야 한다.

(i) 이차방정식 $x^2-4x+k=0$ 이 중근을 가질 때

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=4-k=0 \quad \therefore k=4$$

(ii) 이차방정식 $x^2-4x+k=0$ 이 -2 를 근으로 가질 때

$x^2-4x+k=0$ 에 $x=-2$ 를 대입하면

$$4+8+k=0 \quad \therefore k=-12$$

(i), (ii)에서 모든 k 의 값의 합은

$$4+(-12)=-8$$

032 답 3 cm

처음 정육면체의 한 모서리의 길이를 x cm라 하면 새로 만들어진 직
육면체의 가로, 세로의 길이와 높이는 각각

$(x-1)$ cm, $(x-2)$ cm, $(x+3)$ cm

새로 만들어진 직육면체의 부피가 12 cm^3 이므로

$$(x-1)(x-2)(x+3)=12$$

$$x^3-7x-6=0$$

$f(x)=x^3-7x-6$ 이라 할 때, $f(-1)=0$

따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & 0 & -7 & -6 \\ & & -1 & 1 & 6 \\ \hline & 1 & -1 & -6 & 0 \end{array}$$

$f(x)=(x+1)(x^2-x-6)$

$$=(x+1)(x+2)(x-3)$$

즉, 방정식은

$$(x+2)(x+1)(x-3)=0$$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=-1$ 또는 $x=3$

그런데 $x>2$ 이므로 $x=3$

따라서 처음 정육면체의 한 모서리의 길이는 3 cm 이다.

033 답 3

상자의 밑면의 가로, 세로의 길이와 높이는 각각

$(20-2x)$ cm, $(16-2x)$ cm, x cm

상자의 부피가 420 cm^3 이므로

$$x(20-2x)(16-2x)=420$$

$$4x(x-10)(x-8)=420$$

$$x^3-18x^2+80x-105=0$$

$f(x)=x^3-18x^2+80x-105$ 라 할 때, $f(3)=0$

따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & 1 & -18 & 80 & -105 \\ & & 3 & -45 & 105 \\ \hline & 1 & -15 & 35 & 0 \end{array}$$

$f(x)=(x-3)(x^2-15x+35)$

즉, 방정식은 $(x-3)(x^2-15x+35)=0$

$$\therefore x=3 \text{ 또는 } x=\frac{15 \pm \sqrt{85}}{2}$$

그런데 x 는 자연수이므로

$$x=3$$

034 답 $x^2+1, x^2+1, 1, x^2+1, 1$

035 답 $x=1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=3$ 또는 $x=4$

$(x^2-5x)^2+10(x^2-5x)+24=0$ 에서 $x^2-5x=X$ 로 놓으면
 $X^2+10X+24=0$

$(X+6)(X+4)=0 \quad \therefore X=-6$ 또는 $X=-4$

(i) $X=-6$ 일 때

$$x^2-5x=-6 \text{에서 } x^2-5x+6=0$$

$$(x-2)(x-3)=0 \quad \therefore x=2 \text{ 또는 } x=3$$

(ii) $X=-4$ 일 때

$$x^2-5x=-4 \text{에서 } x^2-5x+4=0$$

$$(x-1)(x-4)=0 \quad \therefore x=1 \text{ 또는 } x=4$$

(i), (ii)에서 주어진 방정식의 해는

$x=1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=3$ 또는 $x=4$

036 답 $x=-5$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=-1$ 또는 $x=2$

$(x^2+3x+1)(x^2+3x-9)-11=0$ 에서 $x^2+3x=X$ 로 놓으면

$$(X+1)(X-9)-11=0, X^2-8X-20=0$$

$$(X+2)(X-10)=0 \quad \therefore X=-2 \text{ 또는 } X=10$$

(i) $X=-2$ 일 때

$$x^2+3x=-2 \text{에서 } x^2+3x+2=0$$

$$(x+2)(x+1)=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=-1$$

(ii) $X=10$ 일 때

$$x^2+3x=10 \text{에서 } x^2+3x-10=0$$

$$(x+5)(x-2)=0$$

$$\therefore x=-5 \text{ 또는 } x=2$$

(i), (ii)에서 주어진 방정식의 해는

$x=-5$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=-1$ 또는 $x=2$

037 답 $5, x^2+5x, x^2+5x, \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}, \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}$

038 답 $x=\frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$ 또는 $x=\frac{3 \pm \sqrt{7}i}{2}$

$$x(x-3)(x-2)(x-1)-8=0 \text{에서}$$

$$\{x(x-3)\}\{(x-2)(x-1)\}-8=0$$

$$(x^2-3x)(x^2-3x+2)-8=0$$

$$x^2-3x=X \text{로 놓으면}$$

$$X(X+2)-8=0, X^2+2X-8=0$$

$$(X+4)(X-2)=0 \quad \therefore X=-4 \text{ 또는 } X=2$$

(i) $X=-4$ 일 때

$$x^2-3x=-4 \text{에서 } x^2-3x+4=0$$

$$\therefore x=\frac{3 \pm \sqrt{7}i}{2}$$

(ii) $X=2$ 일 때

$$x^2-3x=2 \text{에서 } x^2-3x-2=0$$

$$\therefore x=\frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

(i), (ii)에서 주어진 방정식의 해는

$$x=\frac{3 \pm \sqrt{17}}{2} \text{ 또는 } x=\frac{3 \pm \sqrt{7}i}{2}$$

039 답 $x=1 \pm \sqrt{5}$ 또는 $x=1 \pm 2\sqrt{2}$

$$(x-4)(x-3)(x+1)(x+2)+4=0 \text{에서}$$

$$\{(x-4)(x+2)\}\{(x-3)(x+1)\}+4=0$$

$$(x^2-2x-8)(x^2-2x-3)+4=0$$

$$x^2-2x=X \text{로 놓으면}$$

$$(X-8)(X-3)+4=0, X^2-11X+28=0$$

$$(X-4)(X-7)=0 \quad \therefore X=4 \text{ 또는 } X=7$$

(i) $X=4$ 일 때

$$x^2-2x=4 \text{에서 } x^2-2x-4=0$$

$$\therefore x=1 \pm \sqrt{5}$$

(ii) $X=7$ 일 때

$$x^2-2x=7 \text{에서 } x^2-2x-7=0$$

$$\therefore x=1 \pm 2\sqrt{2}$$

(i), (ii)에서 주어진 방정식의 해는

$$x=1 \pm \sqrt{5} \text{ 또는 } x=1 \pm 2\sqrt{2}$$

실전유형

133쪽

040 답 ③

$(x^2+2x)^2-5(x^2+2x)+8=2$ 에서 $x^2+2x=X$ 로 놓으면

$$X^2-5X+8=2, X^2-5X+6=0$$

$$(X-2)(X-3)=0 \quad \therefore X=2 \text{ 또는 } X=3$$

(i) $X=2$ 일 때

$$x^2+2x=2 \text{에서 } x^2+2x-2=0 \quad \therefore x=-1 \pm \sqrt{3}$$

(ii) $X=3$ 일 때

$$x^2+2x=3 \text{에서 } x^2+2x-3=0$$

$$(x+3)(x-1)=0 \quad \therefore x=-3 \text{ 또는 } x=1$$

(i), (ii)에서 주어진 방정식의 모든 양의 근의 합은

$$(-1+\sqrt{3})+1=\sqrt{3}$$

041 답 ①

$(x^2-3x)(x^2-3x+6)+5=0$ 에서 $x^2-3x=X$ 로 놓으면

$$X(X+6)+5=0, X^2+6X+5=0$$

$$(X+5)(X+1)=0 \quad \therefore X=-5 \text{ 또는 } X=-1$$

(i) $X=-5$ 일 때

$$x^2-3x=-5 \text{에서 } x^2-3x+5=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D_1 이라 하면

$$D_1=9-20=-11<0$$

즉, 이차방정식 $x^2-3x+5=0$ 은 서로 다른 두 허근을 갖는다.

(ii) $X=-1$ 일 때

$$x^2-3x=-1 \text{에서 } x^2-3x+1=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D_2 라 하면

$$D_2=9-4=5>0$$

즉, 이차방정식 $x^2-3x+1=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

(i), (ii)에서 α, β 는 이차방정식 $x^2-3x+1=0$ 의 서로 다른 두 실근
이므로 근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha\beta=1$

042 답 3

$x(x+1)(x+2)(x+3)=24$ 에서
 $\{x(x+3)\}\{(x+1)(x+2)\}-24=0$
 $(x^2+3x)(x^2+3x+2)-24=0$
 $x^2+3x=X$ 로 놓으면 주어진 방정식은
 $X(X+2)-24=0, X^2+2X-24=0$
 $(X+6)(X-4)=0 \quad \therefore X=-6$ 또는 $X=4$

(i) $X=-6$ 일 때

$x^2+3x=-6$ 에서 $x^2+3x+6=0$
 이 이차방정식의 판별식을 D_1 이라 하면
 $D_1=9-24=-15<0$

즉, 이차방정식 $x^2+3x+6=0$ 은 서로 다른 두 허근을 갖는다.

(ii) $X=4$ 일 때

$x^2+3x=4$ 에서 $x^2+3x-4=0$
 이 이차방정식의 판별식을 D_2 라 하면
 $D_2=9+16=25>0$

즉, 이차방정식 $x^2+3x-4=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

(i), (ii)에서 α, β 는 이차방정식 $x^2+3x-4=0$ 의 서로 다른 두 실근,
 γ, δ 는 이차방정식 $x^2+3x+6=0$ 의 서로 다른 두 허근이므로 근과
 계수의 관계에 의하여
 $\alpha+\beta+\gamma\delta=-3+6=3$

개념유형

135~136쪽

043 답 $x^2, \pm 1$

044 답 $x=\pm\sqrt{3}$ 또는 $x=\pm 2$

$x^4-7x^2+12=0$ 에서 $x^2=X$ 로 놓으면
 $X^2-7X+12=0$
 $(X-3)(X-4)=0 \quad \therefore X=3$ 또는 $X=4$
 즉, $x^2=3$ 또는 $x^2=4$ 이므로
 $x=\pm\sqrt{3}$ 또는 $x=\pm 2$

045 답 $x=\pm 2i$ 또는 $x=\pm\sqrt{2}i$

$x^4+6x^2+8=0$ 에서 $x^2=X$ 로 놓으면
 $X^2+6X+8=0$
 $(X+4)(X+2)=0 \quad \therefore X=-4$ 또는 $X=-2$
 즉, $x^2=-4$ 또는 $x^2=-2$ 이므로
 $x=\pm 2i$ 또는 $x=\pm\sqrt{2}i$

046 답 $x=\pm\sqrt{3}i$ 또는 $x=\pm\frac{1}{2}$

$4x^4+11x^2-3=0$ 에서 $x^2=X$ 로 놓으면
 $4X^2+11X-3=0$
 $(X+3)(4X-1)=0 \quad \therefore X=-3$ 또는 $X=\frac{1}{4}$

즉, $x^2=-3$ 또는 $x^2=\frac{1}{4}$ 이므로

$x=\pm\sqrt{3}i$ 또는 $x=\pm\frac{1}{2}$

047 답 $x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ 또는 $x=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$

$6x^4-5x^2+1=0$ 에서 $x^2=X$ 로 놓으면
 $6X^2-5X+1=0$
 $(2X-1)(3X-1)=0 \quad \therefore X=\frac{1}{2}$ 또는 $X=\frac{1}{3}$
 즉, $x^2=\frac{1}{2}$ 또는 $x^2=\frac{1}{3}$ 이므로
 $x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ 또는 $x=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$

048 답 $4x^2, x^2-2x-2, x^2-2x-2, 1\pm\sqrt{3}$

049 답 $x=-2\pm\sqrt{5}$ 또는 $x=2\pm\sqrt{5}$

$x^4-18x^2+1=0$ 에서
 $(x^4-2x^2+1)-16x^2=0$
 $(x^2-1)^2-(4x)^2=0, (x^2+4x-1)(x^2-4x-1)=0$
 $\therefore x^2+4x-1=0$ 또는 $x^2-4x-1=0$
 따라서 주어진 방정식의 해는
 $x=-2\pm\sqrt{5}$ 또는 $x=2\pm\sqrt{5}$

050 답 $x=\frac{-1\pm\sqrt{17}}{2}$ 또는 $x=\frac{1\pm\sqrt{17}}{2}$

$x^4-9x^2+16=0$ 에서
 $(x^4-8x^2+16)-x^2=0$
 $(x^2-4)^2-x^2=0, (x^2+x-4)(x^2-x-4)=0$
 $\therefore x^2+x-4=0$ 또는 $x^2-x-4=0$
 따라서 주어진 방정식의 해는
 $x=\frac{-1\pm\sqrt{17}}{2}$ 또는 $x=\frac{1\pm\sqrt{17}}{2}$

051 답 $x=\frac{-1\pm\sqrt{15}i}{2}$ 또는 $x=\frac{1\pm\sqrt{15}i}{2}$

$x^4+7x^2+16=0$ 에서
 $(x^4+8x^2+16)-x^2=0$
 $(x^2+4)^2-x^2=0, (x^2+x+4)(x^2-x+4)=0$
 $\therefore x^2+x+4=0$ 또는 $x^2-x+4=0$
 따라서 주어진 방정식의 해는
 $x=\frac{-1\pm\sqrt{15}i}{2}$ 또는 $x=\frac{1\pm\sqrt{15}i}{2}$

052 답 $x=\frac{-3\pm\sqrt{3}i}{2}$ 또는 $x=\frac{3\pm\sqrt{3}i}{2}$

$x^4-3x^2+9=0$ 에서
 $(x^4+6x^2+9)-9x^2=0$
 $(x^2+3)^2-(3x)^2=0, (x^2+3x+3)(x^2-3x+3)=0$
 $\therefore x^2+3x+3=0$ 또는 $x^2-3x+3=0$
 따라서 주어진 방정식의 해는
 $x=\frac{-3\pm\sqrt{3}i}{2}$ 또는 $x=\frac{3\pm\sqrt{3}i}{2}$

053 답 $3, x+\frac{1}{x}, x+\frac{1}{x}, \frac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}, \frac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$

054 **답** $x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$ 또는 $x = \pm i$

$x \neq 0$ 이므로 양변을 x^2 으로 나누면 $x^2 + x + 2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + \left(x + \frac{1}{x}\right) + 2 = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 0$$

$$x + \frac{1}{x} = X \text{로 놓으면 } X^2 + X = 0$$

$$X(X+1)=0 \quad \therefore X=-1 \text{ 또는 } X=0$$

(i) $X=-1$ 일 때

$$x + \frac{1}{x} = -1 \text{에서 } x^2 + x + 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

(ii) $X=0$ 일 때

$$x + \frac{1}{x} = 0 \text{에서 } x^2 + 1 = 0 \quad \therefore x = \pm i$$

(i), (ii)에서 주어진 방정식의 해는

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2} \text{ 또는 } x = \pm i$$

055 **답** $x = \pm i$ 또는 $x = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$

$x \neq 0$ 이므로 양변을 x^2 으로 나누면

$$x^2 - 5x + 2 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 5\left(x + \frac{1}{x}\right) + 2 = 0, \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 5\left(x + \frac{1}{x}\right) = 0$$

$$x + \frac{1}{x} = X \text{로 놓으면 } X^2 - 5X = 0$$

$$X(X-5)=0 \quad \therefore X=0 \text{ 또는 } X=5$$

(i) $X=0$ 일 때

$$x + \frac{1}{x} = 0 \text{에서 } x^2 + 1 = 0 \quad \therefore x = \pm i$$

(ii) $X=5$ 일 때

$$x + \frac{1}{x} = 5 \text{에서 } x^2 - 5x + 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

(i), (ii)에서 주어진 방정식의 해는

$$x = \pm i \text{ 또는 } x = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

056 **답** $x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$ 또는 $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

$x \neq 0$ 이므로 양변을 x^2 으로 나누면

$$x^2 - 2x - 1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 2\left(x + \frac{1}{x}\right) - 1 = 0, \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2\left(x + \frac{1}{x}\right) - 3 = 0$$

$$x + \frac{1}{x} = X \text{로 놓으면 } X^2 - 2X - 3 = 0$$

$$(X+1)(X-3)=0 \quad \therefore X=-1 \text{ 또는 } X=3$$

(i) $X=-1$ 일 때

$$x + \frac{1}{x} = -1 \text{에서 } x^2 + x + 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

(ii) $X=3$ 일 때

$$x + \frac{1}{x} = 3 \text{에서 } x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

(i), (ii)에서 주어진 방정식의 해는

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2} \text{ 또는 } x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

057 **답** $x = -2 \pm \sqrt{3}$ 또는 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$

$x \neq 0$ 이므로 양변을 x^2 으로 나누면

$$x^2 + 7x + 14 + \frac{7}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 7\left(x + \frac{1}{x}\right) + 14 = 0, \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 7\left(x + \frac{1}{x}\right) + 12 = 0$$

$$x + \frac{1}{x} = X \text{로 놓으면 } X^2 + 7X + 12 = 0$$

$$(X+4)(X+3)=0 \quad \therefore X=-4 \text{ 또는 } X=-3$$

(i) $X=-4$ 일 때

$$x + \frac{1}{x} = -4 \text{에서 } x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$\therefore x = -2 \pm \sqrt{3}$$

(ii) $X=-3$ 일 때

$$x + \frac{1}{x} = -3 \text{에서 } x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

(i), (ii)에서 주어진 방정식의 해는

$$x = -2 \pm \sqrt{3} \text{ 또는 } x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

실전유형

137쪽

058 **답** -9

$x^4 + x^2 - 20 = 0$ 에서 $x^2 = X$ 로 놓으면

$$X^2 + X - 20 = 0, (X+5)(X-4) = 0$$

$$\therefore X = -5 \text{ 또는 } X = 4$$

즉, $x^2 = -5$ 또는 $x^2 = 4$ 이므로

$$x = \pm \sqrt{5}i \text{ 또는 } x = \pm 2$$

$$\begin{aligned} \therefore a\beta - \gamma\delta &= 2 \times (-2) - \sqrt{5}i \times (-\sqrt{5}i) \\ &= -4 - 5 = -9 \end{aligned}$$

059 **답** ③

$4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$ 에서 $x^2 = X$ 로 놓으면

$$4X^2 - 5X + 1 = 0, (4X-1)(X-1) = 0$$

$$\therefore X = \frac{1}{4} \text{ 또는 } X = 1$$

즉, $x^2 = \frac{1}{4}$ 또는 $x^2 = 1$ 이므로

$$x = \pm \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = \pm 1$$

따라서 주어진 방정식의 모든 양의 근의 합은

$$\frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$

060 ③

$$x^4 - 7x^2 + 9 = 0 \text{에서 } (x^4 - 6x^2 + 9) - x^2 = 0$$

$$(x^2 - 3)^2 - x^2 = 0, (x^2 + x - 3)(x^2 - x - 3) = 0$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2} \text{ 또는 } x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

따라서 $\alpha = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}, \beta = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}$ 이므로

$$\alpha + \beta = 0$$

061 ③

$x \neq 0$ 이므로 양변을 x^2 으로 나누면

$$x^2 - 6x + 7 - \frac{6}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 6\left(x + \frac{1}{x}\right) + 7 = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 6\left(x + \frac{1}{x}\right) + 5 = 0$$

$x + \frac{1}{x} = X$ 로 놓으면 $X^2 - 6X + 5 = 0$

$$(X - 1)(X - 5) = 0 \quad \therefore X = 1 \text{ 또는 } X = 5$$

(i) $X = 1$ 일 때

$$x + \frac{1}{x} = 1 \text{에서 } x^2 - x + 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

(ii) $X = 5$ 일 때

$$x + \frac{1}{x} = 5 \text{에서 } x^2 - 5x + 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

(i), (ii)에서 주어진 방정식의 실근은 $\frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$ 이다.

062 ①

$x \neq 0$ 이므로 양변을 x^2 으로 나누면

$$x^2 + 2x - 1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 2\left(x + \frac{1}{x}\right) - 1 = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 2\left(x + \frac{1}{x}\right) - 3 = 0$$

$x + \frac{1}{x} = X$ 로 놓으면 $X^2 + 2X - 3 = 0$

$$(X + 3)(X - 1) = 0 \quad \therefore X = -3 \text{ 또는 } X = 1$$

(i) $X = -3$ 일 때

$$x + \frac{1}{x} = -3 \text{에서 } x^2 + 3x + 1 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D_1 이라 하면

$$D_1 = 9 - 4 = 5 > 0$$

즉, 이차방정식 $x^2 + 3x + 1 = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

(ii) $X = 1$ 일 때

$$x + \frac{1}{x} = 1 \text{에서 } x^2 - x + 1 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D_2 라 하면

$$D_2 = 1 - 4 = -3 < 0$$

즉, 이차방정식 $x^2 - x + 1 = 0$ 은 서로 다른 두 허근을 갖는다.

(i), (ii)에서 α 는 이차방정식 $x^2 + 3x + 1 = 0$, 즉 방정식

$$x + \frac{1}{x} = -3 \text{의 근이므로}$$

$$\alpha + \frac{1}{\alpha} = -3$$

063 1

$x \neq 0$ 이므로 양변을 x^2 으로 나누면

$$2x^2 - 7x - 5 - \frac{7}{x} + \frac{2}{x^2} = 0$$

$$2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 7\left(x + \frac{1}{x}\right) - 5 = 0$$

$$2\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 7\left(x + \frac{1}{x}\right) - 9 = 0$$

$x + \frac{1}{x} = X$ 로 놓으면 $2X^2 - 7X - 9 = 0$

$$(X + 1)(2X - 9) = 0$$

$$\therefore X = -1 \text{ 또는 } X = \frac{9}{2}$$

(i) $X = -1$ 일 때

$$x + \frac{1}{x} = -1 \text{에서 } x^2 + x + 1 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D_1 이라 하면

$$D_1 = 1 - 4 = -3 < 0$$

즉, 이차방정식 $x^2 + x + 1 = 0$ 은 서로 다른 두 허근을 갖는다.

(ii) $X = \frac{9}{2}$ 일 때

$$x + \frac{1}{x} = \frac{9}{2} \text{에서 } 2x^2 - 9x + 2 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D_2 라 하면

$$D_2 = 81 - 16 = 65 > 0$$

즉, 이차방정식 $2x^2 - 9x + 2 = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

(i), (ii)에서 주어진 방정식의 허근은 이차방정식 $x^2 + x + 1 = 0$ 의 두 근이므로 근과 계수의 관계에 의하여 모든 허근의 곱은 1이다.

개념유형

139~140쪽

064 -1, 4, -5

삼차방정식 $x^3 + x^2 + 4x + 5 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{1}{1} = -1, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{4}{1} = 4, \alpha\beta\gamma = -\frac{5}{1} = -5$$

065 2, -1, 1

삼차방정식 $x^3 - 2x^2 - x - 1 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{-2}{1} = 2, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{-1}{1} = -1,$$

$$\alpha\beta\gamma = -\frac{-1}{1} = 1$$

066 0, -3, -2

삼차방정식 $x^3 - 3x + 2 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{0}{1} = 0, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{-3}{1} = -3, \alpha\beta\gamma = -\frac{2}{1} = -2$$

067 ▶ 7, 0, 3

삼차방정식 $x^3 - 7x^2 - 3 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{-7}{1} = 7, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{0}{1} = 0, \alpha\beta\gamma = -\frac{-3}{1} = 3$$

068 ▶ -2, $-\frac{1}{2}$, -1

삼차방정식 $2x^3 + 4x^2 - x + 2 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{4}{2} = -2, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2},$$

$$\alpha\beta\gamma = -\frac{2}{2} = -1$$

069 ▶ 2, $\frac{2}{3}$, 3

삼차방정식 $3x^3 - 6x^2 + 2x - 9 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{-6}{3} = 2, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{2}{3}, \alpha\beta\gamma = -\frac{-9}{3} = 3$$

070 ▶ -2

삼차방정식 $x^3 + 2x^2 + x + 3 = 0$ 의 세 근이 α, β, γ 이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{2}{1} = -2$$

071 ▶ 1

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{1}{1} = 1$$

072 ▶ -3

$$\alpha\beta\gamma = -\frac{3}{1} = -3$$

073 ▶ -3

$$\begin{aligned} & (\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1) \\ &= \alpha\beta\gamma + (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) + (\alpha + \beta + \gamma) + 1 \\ &= -3 + 1 + (-2) + 1 \\ &= -3 \end{aligned}$$

074 ▶ $-\frac{1}{3}$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} = \frac{\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha}{\alpha\beta\gamma} = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$$

075 ▶ $\frac{2}{3}$

$$\frac{1}{\alpha\beta} + \frac{1}{\beta\gamma} + \frac{1}{\gamma\alpha} = \frac{\alpha + \beta + \gamma}{\alpha\beta\gamma} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$$

076 ▶ $x^3 - 4x^2 + 3x = 0$

세 근 0, 1, 3에 대하여

$$0 + 1 + 3 = 4$$

$$0 \times 1 + 1 \times 3 + 3 \times 0 = 3$$

$$0 \times 1 \times 3 = 0$$

따라서 구하는 삼차방정식은

$$x^3 - 4x^2 + 3x = 0$$

077 ▶ $x^3 + x^2 - 10x + 8 = 0$

세 근 -4, 1, 2에 대하여

$$-4 + 1 + 2 = -1$$

$$-4 \times 1 + 1 \times 2 + 2 \times (-4) = -10$$

$$-4 \times 1 \times 2 = -8$$

따라서 구하는 삼차방정식은 $x^3 + x^2 - 10x + 8 = 0$

078 ▶ $x^3 - x^2 - 3x + 3 = 0$

세 근 1, $\sqrt{3}$, $-\sqrt{3}$ 에 대하여

$$1 + \sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 1$$

$$1 \times \sqrt{3} + \sqrt{3} \times (-\sqrt{3}) + (-\sqrt{3}) \times 1 = -3$$

$$1 \times \sqrt{3} \times (-\sqrt{3}) = -3$$

따라서 구하는 삼차방정식은 $x^3 - x^2 - 3x + 3 = 0$

079 ▶ $x^3 - x^2 - 3x - 1 = 0$

세 근 -1, $1 + \sqrt{2}$, $1 - \sqrt{2}$ 에 대하여

$$-1 + (1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2}) = 1$$

$$-1 \times (1 + \sqrt{2}) + (1 + \sqrt{2}) \times (1 - \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2}) \times (-1) = -3$$

$$-1 \times (1 + \sqrt{2}) \times (1 - \sqrt{2}) = 1$$

따라서 구하는 삼차방정식은 $x^3 - x^2 - 3x - 1 = 0$

080 ▶ $x^3 + 5x^2 + 11x + 15 = 0$

세 근 -3, $-1 + 2i$, $-1 - 2i$ 에 대하여

$$-3 + (-1 + 2i) + (-1 - 2i) = -5$$

$$-3 \times (-1 + 2i) + (-1 + 2i) \times (-1 - 2i) + (-1 - 2i) \times (-3) = 11$$

$$-3 \times (-1 + 2i) \times (-1 - 2i) = -15$$

따라서 구하는 삼차방정식은 $x^3 + 5x^2 + 11x + 15 = 0$

081 ▶ $x^3 - 2x^2 + 3x - 6 = 0$

세 근 2, $\sqrt{3}i$, $-\sqrt{3}i$ 에 대하여

$$2 + \sqrt{3}i + (-\sqrt{3}i) = 2$$

$$2 \times \sqrt{3}i + \sqrt{3}i \times (-\sqrt{3}i) + (-\sqrt{3}i) \times 2 = 3$$

$$2 \times \sqrt{3}i \times (-\sqrt{3}i) = 6$$

따라서 구하는 삼차방정식은 $x^3 - 2x^2 + 3x - 6 = 0$

082 ▶ 4, 3, -3, -1, $x^3 + 3x^2 - 4x + 1 = 0$ **083** ▶ $x^3 + 4x^2 + 3x - 1 = 0$

삼차방정식 $x^3 - 4x^2 + 3x + 1 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta + \gamma = 4, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 3, \alpha\beta\gamma = -1$$

구하는 삼차방정식의 세 근이 $-\alpha$, $-\beta$, $-\gamma$ 이므로

$$-\alpha + (-\beta) + (-\gamma) = -(\alpha + \beta + \gamma) = -4$$

$$-\alpha \times (-\beta) + (-\beta) \times (-\gamma) + (-\gamma) \times (-\alpha) = \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 3$$

$$-\alpha \times (-\beta) \times (-\gamma) = -\alpha\beta\gamma = 1$$

따라서 구하는 삼차방정식은

$$x^3 + 4x^2 + 3x - 1 = 0$$

084 ▶ $x^3 - 8x^2 + 12x + 8 = 0$

구하는 삼차방정식의 세 근이 2α , 2β , 2γ 이므로

$$2\alpha + 2\beta + 2\gamma = 2(\alpha + \beta + \gamma) = 2 \times 4 = 8$$

$$2\alpha \times 2\beta + 2\beta \times 2\gamma + 2\gamma \times 2\alpha = 4\alpha\beta + 4\beta\gamma + 4\gamma\alpha$$

$$= 4(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)$$

$$= 4 \times 3 = 12$$

$$2\alpha \times 2\beta \times 2\gamma = 8\alpha\beta\gamma = 8 \times (-1) = -8$$

따라서 구하는 삼차방정식은

$$x^3 - 8x^2 + 12x + 8 = 0$$

085 답 $x^3 - 3x^2 - 4x - 1 = 0$

구하는 삼차방정식의 세 근이 $\alpha\beta, \beta\gamma, \gamma\alpha$ 이므로

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 3$$

$$\alpha\beta \times \beta\gamma + \beta\gamma \times \gamma\alpha + \gamma\alpha \times \alpha\beta = \alpha\beta\gamma(\alpha + \beta + \gamma)$$

$$= -1 \times 4 = -4$$

$$\alpha\beta \times \beta\gamma \times \gamma\alpha = (\alpha\beta\gamma)^2 = (-1)^2 = 1$$

따라서 구하는 삼차방정식은

$$x^3 - 3x^2 - 4x - 1 = 0$$

실전유형

141쪽

086 답 ④

삼차방정식 $x^3 + 2x^2 + 4x - 3 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta + \gamma = -2, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 4, \alpha\beta\gamma = 3$$

$$\therefore (\alpha - 1)(\beta - 1)(\gamma - 1)$$

$$= \alpha\beta\gamma - (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) + (\alpha + \beta + \gamma) - 1$$

$$= 3 - 4 + (-2) - 1 = -4$$

087 답 13

삼차방정식 $x^3 - 3x^2 - 2x - 5 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta + \gamma = 3, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = -2$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = (\alpha + \beta + \gamma)^2 - 2(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)$$

$$= 3^2 - 2 \times (-2) = 13$$

088 답 -6

삼차방정식 $x^3 + kx^2 + 6x - 2 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta + \gamma = -k, \alpha\beta\gamma = 2$$

$$\frac{1}{\alpha\beta} + \frac{1}{\beta\gamma} + \frac{1}{\gamma\alpha} = 3 \text{에서 } \frac{\alpha + \beta + \gamma}{\alpha\beta\gamma} = 3$$

$$\frac{-k}{2} = 3 \quad \therefore k = -6$$

089 답 28

세 근이 연속인 정수이므로 세 근을 $\alpha - 1, \alpha, \alpha + 1$ (α 는 정수)이라 하면 삼차방정식 $x^3 - 6x^2 + ax + b = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$(\alpha - 1) + \alpha + (\alpha + 1) = 6 \quad \therefore \alpha = 2$$

따라서 세 근이 1, 2, 3이므로

$$1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 1 = a, 1 \times 2 \times 3 = -b$$

$$\therefore a = 11, b = -6$$

$$\therefore 2a - b = 28$$

090 답 ⑤

삼차방정식 $x^3 + x^2 + 1 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta + \gamma = -1, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 0, \alpha\beta\gamma = -1$$

구하는 삼차방정식의 세 근이 $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma}$ 이므로

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} = \frac{\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha}{\alpha\beta\gamma} = \frac{0}{-1} = 0$$

$$\frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\beta} \times \frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\gamma} \times \frac{1}{\alpha} = \frac{\alpha + \beta + \gamma}{\alpha\beta\gamma} = \frac{-1}{-1} = 1$$

$$\frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} \times \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{\alpha\beta\gamma} = \frac{1}{-1} = -1$$

따라서 구하는 삼차방정식은

$$x^3 + x + 1 = 0$$

091 답 13

삼차방정식 $x^3 + 2x^2 - 5x + 6 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta + \gamma = -2, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = -5, \alpha\beta\gamma = -6$$

삼차방정식의 세 근 $\alpha + 2, \beta + 2, \gamma + 2$ 에 대하여

$$(\alpha + 2) + (\beta + 2) + (\gamma + 2) = (\alpha + \beta + \gamma) + 6 = -2 + 6 = 4$$

$$(\alpha + 2)(\beta + 2) + (\beta + 2)(\gamma + 2) + (\gamma + 2)(\alpha + 2)$$

$$= (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) + 4(\alpha + \beta + \gamma) + 12$$

$$= -5 + 4 \times (-2) + 12 = -1$$

$$(\alpha + 2)(\beta + 2)(\gamma + 2)$$

$$= \alpha\beta\gamma + 2(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) + 4(\alpha + \beta + \gamma) + 8$$

$$= -6 + 2 \times (-5) + 4 \times (-2) + 8 = -16$$

따라서 $\alpha + 2, \beta + 2, \gamma + 2$ 를 세 근으로 하고 x^3 의 계수가 1인 삼차방정식은

$$x^3 - 4x^2 - x + 16 = 0$$

따라서 $a = -4, b = -1, c = 16$ 이므로

$$a - b + c = 13$$

개념유형

142~143쪽

092 답 $1 - \sqrt{3}, 1 - \sqrt{3}, -4, -10, -8$

093 답 $a = 5, b = -2$

삼차방정식 $x^3 - ax^2 + 6x + b = 0$ 의 계수가 유리수이므로 한 근이 $2 + \sqrt{2}$ 이면 $2 - \sqrt{2}$ 도 근이다.

나머지 한 근을 α 라 하면 삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$(2 + \sqrt{2}) + (2 - \sqrt{2}) + \alpha = a \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

$$(2 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2}) + (2 - \sqrt{2})\alpha + \alpha(2 + \sqrt{2}) = 6 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

$$(2 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2})\alpha = -b \quad \cdots \textcircled{㉢}$$

$$\textcircled{㉠} \text{에서 } \alpha = 1$$

$$\textcircled{㉡}, \textcircled{㉢} \text{에서 } a = 5, b = -2$$

094 답 $a = 2, b = -8$

삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx - 16 = 0$ 의 계수가 유리수이므로 한 근이 $-2\sqrt{2}$ 이면 $2\sqrt{2}$ 도 근이다.

나머지 한 근을 α 라 하면 삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$-2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + \alpha = -a \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

$$-2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}a + a(-2\sqrt{2}) = b \quad \dots\dots \textcircled{L}$$

$$-2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}a = 16 \quad \dots\dots \textcircled{E}$$

㉔에서 $a = -2$

㉑, ㉔에서 $a = 2, b = -8$

095 **답** $1-2i, 1-2i, -1, 1, -5$

096 **답** $a = -2, b = -3$

삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx + 10 = 0$ 의 계수가 실수이므로 한 근이 $2-i$ 이면 $2+i$ 도 근이다.

나머지 한 근을 α 라 하면 삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$(2-i) + (2+i) + \alpha = -a \quad \dots\dots \textcircled{A}$$

$$(2-i)(2+i) + (2+i)\alpha + \alpha(2-i) = b \quad \dots\dots \textcircled{B}$$

$$(2-i)(2+i)\alpha = -10 \quad \dots\dots \textcircled{C}$$

㉔에서 $a = -2$

㉑, ㉔에서 $a = -2, b = -3$

097 **답** $a = 16, b = -30$

삼차방정식 $x^3 - 5x^2 + ax + b = 0$ 의 계수가 실수이므로 한 근이 $1-3i$ 이면 $1+3i$ 도 근이다.

나머지 한 근을 α 라 하면 삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$(1-3i) + (1+3i) + \alpha = 5 \quad \dots\dots \textcircled{A}$$

$$(1-3i)(1+3i) + (1+3i)\alpha + \alpha(1-3i) = a \quad \dots\dots \textcircled{B}$$

$$(1-3i)(1+3i)\alpha = -b \quad \dots\dots \textcircled{C}$$

㉑에서 $a = 3$

㉔, ㉔에서 $a = 16, b = -30$

098 **답** $a = -5, b = -13$

삼차방정식 $x^3 + ax^2 + 7x - b = 0$ 의 계수가 실수이므로 한 근이 $3+2i$ 이면 $3-2i$ 도 근이다.

나머지 한 근을 α 라 하면 삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$(3+2i) + (3-2i) + \alpha = -a \quad \dots\dots \textcircled{A}$$

$$(3+2i)(3-2i) + (3-2i)\alpha + \alpha(3+2i) = 7 \quad \dots\dots \textcircled{B}$$

$$(3+2i)(3-2i)\alpha = b \quad \dots\dots \textcircled{C}$$

㉔에서 $a = -1$

㉑, ㉔에서 $a = -5, b = -13$

실전유형

143쪽

099 **답** ⑤

삼차방정식 $x^3 - (a+1)x^2 + 4x - a = 0$ 의 계수가 실수이므로 한 근이 $1+i$ 이면 $1-i$ 도 근이다.

나머지 한 근을 α 라 하면 삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$(1+i) + (1-i) + \alpha = a+1$$

$$(1+i)(1-i) + (1-i)\alpha + \alpha(1+i) = 4$$

$$(1+i)(1-i)\alpha = a$$

$$\therefore a = 1, a = 2$$

100 **답** -15

삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ 의 계수가 유리수이므로 한 근이 $2+\sqrt{5}$ 이면 $2-\sqrt{5}$ 도 근이다.

따라서 세 근이 $1, 2+\sqrt{5}, 2-\sqrt{5}$ 이므로 삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$1 + (2+\sqrt{5}) + (2-\sqrt{5}) = -a$$

$$1 \times (2+\sqrt{5}) + (2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5}) + (2-\sqrt{5}) \times 1 = b$$

$$1 \times (2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5}) = -c$$

$$\therefore a = -5, b = 3, c = 1 \quad \therefore abc = -15$$

101 **답** 10

삼차방정식 $x^3 - x^2 + kx - k = 0$ 의 계수가 실수이므로 한 근이 $3i$ 이면 $-3i$ 도 근이다.

나머지 한 근이 α 이므로 삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$3i + (-3i) + \alpha = 1$$

$$3i \times (-3i) + (-3i)\alpha + 3i\alpha = k$$

$$3i \times (-3i)\alpha = k$$

$$\therefore a = 1, k = 9 \quad \therefore k + a = 10$$

개념유형

145쪽

102 **답** 0

$$x^3 = 1 \text{에서 } x^3 - 1 = 0, (x-1)(x^2+x+1) = 0$$

이때 ω 는 이차방정식 $x^2+x+1=0$ 의 한 허근이므로

$$\omega^2 + \omega + 1 = 0$$

103 **답** -1

이차방정식 $x^2+x+1=0$ 의 한 허근이 ω 이므로 다른 한 근은 $\bar{\omega}$ 이다.

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\omega + \bar{\omega} = -1$$

104 **답** -1

ω 는 방정식 $x^3=1$ 의 한 허근이므로

$$\omega^3 = 1$$

$$\therefore \omega^{20} + \omega^{10} = (\omega^3)^6 \times \omega^2 + (\omega^3)^3 \times \omega$$

$$= \omega^2 + \omega = -1 \quad (\because \omega^2 + \omega + 1 = 0)$$

105 **답** -1

$$\omega^3 = 1 \text{에서 } \frac{1}{\omega^2} = \omega \text{이므로}$$

$$\omega^2 + \frac{1}{\omega^2} = \omega^2 + \omega = -1 \quad (\because \omega^2 + \omega + 1 = 0)$$

106 **답** 1

이차방정식 $x^2+x+1=0$ 의 두 근이 $\omega, \bar{\omega}$ 이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$\omega \bar{\omega} = 1$$

$$\therefore \frac{\bar{\omega}}{\omega^2} = \frac{\omega \bar{\omega}}{\omega^3} = 1$$

107 답 -1

$$\begin{aligned}\frac{\omega^5}{\omega+1} &= \frac{\omega^3 \times \omega^2}{\omega+1} = \frac{\omega^2}{\omega+1} \\ &= \frac{-(\omega+1)}{\omega+1} \quad (\because \omega^2 + \omega + 1 = 0) \\ &= -1\end{aligned}$$

108 답 0

$x^3 = -1$ 에서 $x^3 + 1 = 0$, $(x+1)(x^2 - x + 1) = 0$
 이때 ω 는 이차방정식 $x^2 - x + 1 = 0$ 의 한 허근이므로
 $\omega^2 - \omega + 1 = 0$

109 답 1

이차방정식 $x^2 - x + 1 = 0$ 의 한 허근이 ω 이므로 다른 한 근은 $\bar{\omega}$ 이다.
 따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
 $\omega\bar{\omega} = 1$

110 답 0

ω 는 방정식 $x^3 = -1$ 의 한 허근이므로
 $\omega^3 = -1$
 $\therefore \omega^8 - \omega^7 + 1 = (\omega^3)^2 \times \omega^2 - (\omega^3)^2 \times \omega + 1$
 $= \omega^2 - \omega + 1 = 0$

111 답 1

$\omega^3 = -1$ 에서 $\frac{1}{\omega} = -\omega^2$ 이므로
 $\omega + \frac{1}{\omega} = \omega - \omega^2 = -(\omega^2 - \omega) = 1 \quad (\because \omega^2 - \omega + 1 = 0)$

112 답 -1

$\bar{\omega}$ 는 방정식 $x^3 = -1$ 의 한 허근이므로
 $\bar{\omega}^3 = -1$
 $\therefore \frac{\bar{\omega}^2}{\bar{\omega}} = \frac{\bar{\omega}^3}{\bar{\omega}\bar{\omega}} = \frac{-1}{1} = -1$

113 답 -1

$\bar{\omega}$ 는 이차방정식 $x^2 - x + 1 = 0$ 의 한 허근이므로
 $\bar{\omega}^2 - \bar{\omega} + 1 = 0$
 $\therefore \frac{\bar{\omega}^5}{\bar{\omega}-1} = \frac{\bar{\omega}^3 \times \bar{\omega}^2}{\bar{\omega}-1} = \frac{-\bar{\omega}^2}{\bar{\omega}-1}$
 $= \frac{-(\bar{\omega}-1)}{\bar{\omega}-1} = -1$

115 답 ②

$x^3 = 1$ 에서 $x^3 - 1 = 0$, $(x-1)(x^2 + x + 1) = 0$
 이때 ω 는 이차방정식 $x^2 + x + 1 = 0$ 의 한 허근이므로
 $\omega^3 = 1$, $\omega^2 + \omega + 1 = 0$
 $\therefore \frac{\omega^{14} + 1}{\omega^{10}} = \frac{(\omega^3)^4 \times \omega^2 + 1}{(\omega^3)^3 \times \omega}$
 $= \frac{\omega^2 + 1}{\omega}$
 $= \frac{-\omega}{\omega} = -1$

116 답 ③

$x^3 + 1 = 0$ 에서 $(x+1)(x^2 - x + 1) = 0$
 이때 ω 는 이차방정식 $x^2 - x + 1 = 0$ 의 한 허근이므로 다른 한 근은 $\bar{\omega}$ 이다.
 따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
 $\omega + \bar{\omega} = 1$, $\omega\bar{\omega} = 1$
 $\therefore \frac{\omega}{1+\omega} + \frac{\bar{\omega}}{1+\bar{\omega}} = \frac{\omega(1+\bar{\omega}) + \bar{\omega}(1+\omega)}{(1+\omega)(1+\bar{\omega})}$
 $= \frac{\omega + \bar{\omega} + 2\omega\bar{\omega}}{1 + \omega + \bar{\omega} + \omega\bar{\omega}}$
 $= \frac{1+2}{1+1+1} = 1$

117 답 ④

$x^3 - 1 = 0$ 에서 $(x-1)(x^2 + x + 1) = 0$
 이때 ω 는 이차방정식 $x^2 + x + 1 = 0$ 의 한 허근이므로
 $\omega^3 = 1$, $\omega^2 + \omega + 1 = 0$
 ① $\omega^3 = 1$
 ② $\omega^2 + \omega = -1$
 ③ $\omega^2 + \omega + 1 = 0$ 의 양변을 ω 로 나누면
 $\omega + 1 + \frac{1}{\omega} = 0 \quad \therefore \omega + \frac{1}{\omega} = -1$
 $\therefore \omega + \frac{1}{\omega} + 2 = -1 + 2 = 1$
 ④ $(1+\omega)(1+\omega^2)(1+\omega^3) = -\omega^2 \times (-\omega) \times (1+1)$
 $= 2\omega^3 = 2$
 ⑤ $\frac{\omega^2}{1+\omega} + \frac{1+\omega^2}{\omega} + \frac{1}{\omega+\omega^2} = \frac{\omega^2}{-\omega^2} + \frac{-\omega}{\omega} + \frac{1}{-1}$
 $= -1 - 1 - 1 = -3$

따라서 값이 가장 큰 것은 ④이다.

118 답 ③

$x^3 + 1 = 0$ 에서 $(x+1)(x^2 - x + 1) = 0$
 이때 ω 는 이차방정식 $x^2 - x + 1 = 0$ 의 한 허근이므로
 $\omega^3 = -1$, $\omega^2 - \omega + 1 = 0$
 ㄱ. ω 는 이차방정식 $x^2 - x + 1 = 0$ 의 한 허근이므로 다른 한 근은 $\bar{\omega}$ 이다.
 $\therefore \bar{\omega}^2 - \bar{\omega} + 1 = 0$
 ㄴ. $\omega^{10} - \omega^5 = (\omega^3)^3 \times \omega - \omega^3 \times \omega^2$
 $= -\omega + \omega^2 = -1$

실전유형

146쪽

114 답 0

$x^3 = -1$ 에서 $x^3 + 1 = 0$, $(x+1)(x^2 - x + 1) = 0$
 이때 ω 는 이차방정식 $x^2 - x + 1 = 0$ 의 한 허근이므로
 $\omega^3 = -1$, $\omega^2 - \omega + 1 = 0$
 $\therefore \omega^{99} - \omega^{100} + \omega^{101} = \omega^{99}(\omega^2 - \omega + 1) = 0$

ㄷ. $\omega^2 - \omega + 1 = 0$ 의 양변을 ω 로 나누면

$$\omega - 1 + \frac{1}{\omega} = 0 \quad \therefore \omega + \frac{1}{\omega} = 1$$

$$\therefore \frac{\omega^2 + 1}{\omega - 1} + \frac{\omega - 1}{\omega^2 + 1} = \frac{\omega}{\omega^2} + \frac{\omega^2}{\omega} = \frac{1}{\omega} + \omega = 1$$

따라서 보기에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

119 답 -1

이차방정식 $x^2 + x + 1 = 0$ 의 한 허근이 ω 이므로

$$\omega^2 + \omega + 1 = 0$$

양변에 $\omega - 1$ 을 곱하면

$$(\omega - 1)(\omega^2 + \omega + 1) = 0, \omega^3 - 1 = 0 \quad \therefore \omega^3 = 1$$

$$\therefore \omega + \omega^2 + \omega^3 + \dots + \omega^{11}$$

$$= \omega(1 + \omega + \omega^2) + \omega^4(1 + \omega + \omega^2) + \omega^7(1 + \omega + \omega^2) + \omega^{10} + \omega^{11}$$

$$= (\omega^3)^3 \times \omega + (\omega^3)^3 \times \omega^2$$

$$= \omega + \omega^2 = -1$$

개념유형

148쪽

120 답 5, 3, 2, 3, 2

$$121 \text{ 답 } \begin{cases} x = -1 \\ y = -4 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$x - y = 3 \text{에서 } y = x - 3 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

①을 $x^2 + y^2 = 17$ 에 대입하면

$$x^2 + (x - 3)^2 = 17, x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$(x + 1)(x - 4) = 0 \quad \therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 4$$

이를 각각 ①에 대입하면

$$x = -1 \text{일 때 } y = -4, x = 4 \text{일 때 } y = 1$$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = -4 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$122 \text{ 답 } \begin{cases} x = -5 \\ y = -7 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$2x - y = -3 \text{에서 } y = 2x + 3 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

①을 $2x^2 - y^2 = 1$ 에 대입하면

$$2x^2 - (2x + 3)^2 = 1, x^2 + 6x + 5 = 0$$

$$(x + 5)(x + 1) = 0 \quad \therefore x = -5 \text{ 또는 } x = -1$$

이를 각각 ①에 대입하면

$$x = -5 \text{일 때 } y = -7, x = -1 \text{일 때 } y = 1$$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x = -5 \\ y = -7 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$123 \text{ 답 } \begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$x + y = 1 \text{에서 } y = -x + 1 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

①을 $x^2 + y^2 - 2y = 7$ 에 대입하면

$$x^2 + (-x + 1)^2 - 2(-x + 1) = 7$$

$$x^2 - 4 = 0, (x + 2)(x - 2) = 0 \quad \therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 2$$

이를 각각 ①에 대입하면

$$x = -2 \text{일 때 } y = 3, x = 2 \text{일 때 } y = -1$$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

124 답 $2x, -\sqrt{10}, -4, -\sqrt{10}, -4$

$$125 \text{ 답 } \begin{cases} x = -\sqrt{11} \\ y = \sqrt{11} \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = \sqrt{11} \\ y = -\sqrt{11} \end{cases}$$

$$\text{또는 } \begin{cases} x = -3\sqrt{3} \\ y = -\sqrt{3} \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = 3\sqrt{3} \\ y = \sqrt{3} \end{cases}$$

$$(x + y)(x - 3y) = 0 \text{에서 } x = -y \text{ 또는 } x = 3y$$

(i) $x = -y$ 를 $x^2 + 2y^2 = 33$ 에 대입하면

$$y^2 + 2y^2 = 33, y^2 = 11 \quad \therefore y = \pm\sqrt{11}$$

이를 각각 $x = -y$ 에 대입하면

$$y = -\sqrt{11} \text{일 때 } x = \sqrt{11}, y = \sqrt{11} \text{일 때 } x = -\sqrt{11}$$

(ii) $x = 3y$ 를 $x^2 + 2y^2 = 33$ 에 대입하면

$$9y^2 + 2y^2 = 33, y^2 = 3 \quad \therefore y = \pm\sqrt{3}$$

이를 각각 $x = 3y$ 에 대입하면

$$y = -\sqrt{3} \text{일 때 } x = -3\sqrt{3}, y = \sqrt{3} \text{일 때 } x = 3\sqrt{3}$$

(i), (ii)에서 주어진 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x = -\sqrt{11} \\ y = \sqrt{11} \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = \sqrt{11} \\ y = -\sqrt{11} \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = -3\sqrt{3} \\ y = -\sqrt{3} \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = 3\sqrt{3} \\ y = \sqrt{3} \end{cases}$$

$$126 \text{ 답 } \begin{cases} x = -3 \\ y = 1 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$\text{또는 } \begin{cases} x = -\sqrt{5} \\ y = -\sqrt{5} \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = \sqrt{5} \\ y = \sqrt{5} \end{cases}$$

$$x^2 + 2xy - 3y^2 = 0 \text{에서 } (x + 3y)(x - y) = 0$$

$$\therefore x = -3y \text{ 또는 } x = y$$

(i) $x = -3y$ 를 $x^2 + y^2 = 10$ 에 대입하면

$$9y^2 + y^2 = 10, y^2 = 1 \quad \therefore y = \pm 1$$

이를 각각 $x = -3y$ 에 대입하면

$$y = -1 \text{일 때 } x = 3, y = 1 \text{일 때 } x = -3$$

(ii) $x = y$ 를 $x^2 + y^2 = 10$ 에 대입하면

$$y^2 + y^2 = 10, y^2 = 5 \quad \therefore y = \pm\sqrt{5}$$

이를 각각 $x = y$ 에 대입하면

$$y = -\sqrt{5} \text{일 때 } x = -\sqrt{5}, y = \sqrt{5} \text{일 때 } x = \sqrt{5}$$

(i), (ii)에서 주어진 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x = -3 \\ y = 1 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = -\sqrt{5} \\ y = -\sqrt{5} \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = \sqrt{5} \\ y = \sqrt{5} \end{cases}$$

$$127 \text{ 답 } \begin{cases} x = -\sqrt{11}i \\ y = \sqrt{11}i \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = \sqrt{11}i \\ y = -\sqrt{11}i \end{cases}$$

$$\text{또는 } \begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$x^2 - xy - 2y^2 = 0 \text{에서 } (x + y)(x - 2y) = 0$$

$$\therefore x = -y \text{ 또는 } x = 2y$$

(i) $x = -y$ 를 $x^2 + 3xy + y^2 = 11$ 에 대입하면

$$y^2 - 3y^2 + y^2 = 11, y^2 = -11 \quad \therefore y = \pm\sqrt{11}i$$

이를 각각 $x=-y$ 에 대입하면

$$y=-\sqrt{11}i \text{ 일 때 } x=\sqrt{11}i, y=\sqrt{11}i \text{ 일 때 } x=-\sqrt{11}i$$

(ii) $x=2y$ 를 $x^2+3xy+y^2=11$ 에 대입하면

$$4y^2+6y^2+y^2=11, y^2=1 \quad \therefore y=\pm 1$$

이를 각각 $x=2y$ 에 대입하면

$$y=-1 \text{ 일 때 } x=-2, y=1 \text{ 일 때 } x=2$$

(i), (ii)에서 주어진 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x=-\sqrt{11}i \\ y=\sqrt{11}i \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=\sqrt{11}i \\ y=-\sqrt{11}i \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$$

실전유형

149~150쪽

128 답 ④

$x-y=2$ 에서 $y=x-2$ ㉠

㉠을 $x^2+8x+y^2=2$ 에 대입하면

$$x^2+8x+(x-2)^2=2$$

$$x^2+2x+1=0, (x+1)^2=0 \quad \therefore x=-1$$

이를 ㉠에 대입하면 $y=-3$

따라서 $\alpha=-1, \beta=-3$ 이므로 $\alpha+\beta=-4$

129 답 ④

$x+2y=5$ 에서 $x=5-2y$ ㉠

㉠을 $x^2+xy+y^2=13$ 에 대입하면

$$(5-2y)^2+(5-2y)y+y^2=13$$

$$y^2-5y+4=0$$

$$(y-1)(y-4)=0 \quad \therefore y=1 \text{ 또는 } y=4$$

이를 각각 ㉠에 대입하면

$$y=1 \text{ 일 때 } x=3, y=4 \text{ 일 때 } x=-3$$

$$\therefore x-y=2 \text{ 또는 } x-y=-7$$

따라서 $x-y$ 의 최댓값은 2이다.

130 답 1

$2x-y=1$ 에서 $y=2x-1$ ㉠

㉠을 $x^2-4y^2=-3$ 에 대입하면

$$x^2-4(2x-1)^2=-3$$

$$15x^2-16x+1=0, (15x-1)(x-1)=0$$

$$\therefore x=\frac{1}{15} \text{ 또는 } x=1$$

그런데 x 는 정수이므로 $x=1$

이를 ㉠에 대입하면 $y=1$

$$\therefore xy=1$$

131 답 $x=3, y=1$

$x=-1, y=-3$ 을 $x-y=a, x^2+y^2=b$ 에 각각 대입하면

$$-1+3=a, 1+9=b \quad \therefore a=2, b=10$$

따라서 주어진 연립방정식은 $\begin{cases} x-y=2 \\ x^2+y^2=10 \end{cases}$

$x-y=2$ 에서 $y=x-2$ ㉠

㉠을 $x^2+y^2=10$ 에 대입하면

$$x^2+(x-2)^2=10$$

$$x^2-2x-3=0$$

$$(x+1)(x-3)=0 \quad \therefore x=-1 \text{ 또는 } x=3$$

이를 각각 ㉠에 대입하면

$$x=-1 \text{ 일 때 } y=-3, x=3 \text{ 일 때 } y=1$$

따라서 나머지 한 근은 $x=3, y=1$ 이다.

132 답 ⑤

두 연립방정식의 공통인 해는 연립방정식 $\begin{cases} x-y=4 \\ x^2+3xy+y^2=1 \end{cases}$ 의 해와 같다.

$x-y=4$ 에서 $y=x-4$ ㉠

㉠을 $x^2+3xy+y^2=1$ 에 대입하면

$$x^2+3x(x-4)+(x-4)^2=1$$

$$x^2-4x+3=0, (x-1)(x-3)=0$$

$$\therefore x=1 \text{ 또는 } x=3$$

이를 각각 ㉠에 대입하면

$$x=1 \text{ 일 때 } y=-3, x=3 \text{ 일 때 } y=-1$$

(i) $x=1, y=-3$ 을 $x^2-ay^2=-1, 2x-by=7$ 에 각각 대입하면

$$1-9a=-1, 2+3b=7$$

$$\therefore a=\frac{2}{9}, b=\frac{5}{3}$$

(ii) $x=3, y=-1$ 을 $x^2-ay^2=-1, 2x-by=7$ 에 각각 대입하면

$$9-a=-1, 6+b=7$$

$$\therefore a=10, b=1$$

(i), (ii)에서 자연수 a, b 의 값은 $a=10, b=1$ 이므로

$$a-b=9$$

133 답 -10

$x^2-y^2=0$ 에서 $(x+y)(x-y)=0$

$$\therefore x=-y \text{ 또는 } x=y$$

(i) $x=-y$ 를 $x^2+4y=5$ 에 대입하면

$$y^2+4y=5, y^2+4y-5=0$$

$$(y+5)(y-1)=0 \quad \therefore y=-5 \text{ 또는 } y=1$$

이를 각각 $x=-y$ 에 대입하면

$$y=-5 \text{ 일 때 } x=5, y=1 \text{ 일 때 } x=-1$$

(ii) $x=y$ 를 $x^2+4y=5$ 에 대입하면

$$y^2+4y=5, y^2+4y-5=0$$

$$(y+5)(y-1)=0 \quad \therefore y=-5 \text{ 또는 } y=1$$

이를 각각 $x=y$ 에 대입하면

$$y=-5 \text{ 일 때 } x=-5, y=1 \text{ 일 때 } x=1$$

(i), (ii)에서 음의 실수 x, y 의 값은 $x=-5, y=-5$ 이므로

$$x+y=-10$$

134 답 ③

$3x^2+2xy-y^2=0$ 에서

$$(x+y)(3x-y)=0$$

$$\therefore y=-x \text{ 또는 } y=3x$$

(i) $y=-x$ 를 $3x^2+y^2=12$ 에 대입하면

$$3x^2+x^2=12, x^2=3 \quad \therefore x=\pm\sqrt{3}$$

이를 각각 $y = -x$ 에 대입하면

$$x = -\sqrt{3} \text{ 일 때 } y = \sqrt{3}, x = \sqrt{3} \text{ 일 때 } y = -\sqrt{3}$$

$$\therefore \alpha + \beta = 0$$

(ii) $y = 3x$ 를 $3x^2 + y^2 = 12$ 에 대입하면

$$3x^2 + 9x^2 = 12, x^2 = 1$$

$$\therefore x = \pm 1$$

이를 각각 $y = 3x$ 에 대입하면

$$x = -1 \text{ 일 때 } y = -3, x = 1 \text{ 일 때 } y = 3$$

$$\therefore \alpha + \beta = -4 \text{ 또는 } \alpha + \beta = 4$$

(i), (ii)에서 $\alpha + \beta$ 의 최댓값은 4이다.

135 답 18

$$x^2 - 4xy + 4y^2 = 0 \text{에서 } (x - 2y)^2 = 0$$

$$\therefore x = 2y \quad \dots\dots \text{㉠}$$

㉠을 $x^2 - 6x - 12y + 36 = 0$ 에 대입하면

$$4y^2 - 12y - 12y + 36 = 0, y^2 - 6y + 9 = 0$$

$$(y - 3)^2 = 0 \quad \therefore y = 3$$

이를 ㉠에 대입하면 $x = 6$

따라서 $\alpha = 6, \beta = 3$ 이므로 $\alpha\beta = 18$

136 답 ④

$$4x^2 - 5xy + y^2 = 0 \text{에서 } (x - y)(4x - y) = 0$$

$$\therefore y = x \text{ 또는 } y = 4x$$

(i) $y = x$ 를 $x^2 - 2xy + 2y^2 = 25$ 에 대입하면

$$x^2 - 2x^2 + 2x^2 = 25, x^2 = 25 \quad \therefore x = \pm 5$$

이를 각각 $y = x$ 에 대입하면

$$x = -5 \text{ 일 때 } y = -5, x = 5 \text{ 일 때 } y = 5$$

$$\therefore \alpha\beta = 25$$

(ii) $y = 4x$ 를 $x^2 - 2xy + 2y^2 = 25$ 에 대입하면

$$x^2 - 8x^2 + 32x^2 = 25, x^2 = 1 \quad \therefore x = \pm 1$$

이를 각각 $y = 4x$ 에 대입하면

$$x = -1 \text{ 일 때 } y = -4, x = 1 \text{ 일 때 } y = 4$$

$$\therefore \alpha\beta = 4$$

(i), (ii)에서 $\alpha\beta$ 의 최댓값은 25, 최솟값은 4이므로

$$M = 25, m = 4 \quad \therefore M - m = 21$$

137 답 ③

$$2x + y = k \text{에서 } y = k - 2x$$

이를 $x^2 + y^2 = 5$ 에 대입하면

$$x^2 + (k - 2x)^2 = 5 \quad \therefore 5x^2 - 4kx + k^2 - 5 = 0$$

이 이차방정식이 중근을 가져야 하므로 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (-2k)^2 - 5(k^2 - 5) = 0$$

$$k^2 - 25 = 0, (k + 5)(k - 5) = 0$$

$$\therefore k = -5 \text{ 또는 } k = 5$$

그런데 $k > 0$ 이므로 $k = 5$

138 답 3

$$x - 3y = 6 \text{에서 } x = 3y + 6$$

이를 $x^2 + y^2 = k$ 에 대입하면

$$(3y + 6)^2 + y^2 = k$$

$$10y^2 + 36y + 36 - k = 0$$

이 이차방정식의 실근이 존재하지 않으므로 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = 18^2 - 10(36 - k) < 0$$

$$-36 + 10k < 0 \quad \therefore k < \frac{36}{10} = 3.6$$

따라서 정수 k 의 최댓값은 3이다.

139 답 ⑤

$$2x - y = k \text{에서 } y = 2x - k$$

이를 $x^2 - 2y = 6$ 에 대입하면

$$x^2 - 2(2x - k) = 6, x^2 - 4x + 2k - 6 = 0$$

이 이차방정식이 실근을 가지므로 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (-2)^2 - (2k - 6) \geq 0$$

$$-2k + 10 \geq 0 \quad \therefore k \leq 5$$

따라서 자연수 k 는 1, 2, 3, 4, 5의 5개이다.

개념유형

152쪽

140 답 4, 4, 4, 2

$$141 \text{ 답 } \begin{cases} x = -4 \\ y = -1 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = -1 \\ y = -4 \end{cases}$$

$x + y = -5, xy = 4$ 이므로 x, y 를 두 근으로 하는 t 에 대한 이차방정식은

$$t^2 + 5t + 4 = 0$$

$$(t + 4)(t + 1) = 0 \quad \therefore t = -4 \text{ 또는 } t = -1$$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x = -4 \\ y = -1 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = -1 \\ y = -4 \end{cases}$$

$$142 \text{ 답 } \begin{cases} x = -6 \\ y = 4 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = 4 \\ y = -6 \end{cases}$$

$x + y = -2, xy = -24$ 이므로 x, y 를 두 근으로 하는 t 에 대한 이차방정식은

$$t^2 + 2t - 24 = 0$$

$$(t + 6)(t - 4) = 0 \quad \therefore t = -6 \text{ 또는 } t = 4$$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x = -6 \\ y = 4 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = 4 \\ y = -6 \end{cases}$$

$$143 \text{ 답 } \begin{cases} x = -2 \\ y = 5 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = 5 \\ y = -2 \end{cases}$$

$x + y = 3, xy = -10$ 이므로 x, y 를 두 근으로 하는 t 에 대한 이차방정식은

$$t^2 - 3t - 10 = 0$$

$$(t + 2)(t - 5) = 0 \quad \therefore t = -2 \text{ 또는 } t = 5$$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x=-2 \\ y=5 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=5 \\ y=-2 \end{cases}$$

144 **답** $u^2-2v, -1, -3, t^2-4t+3, 3, 3, 3, -1, -3, 3, 3$

145 **답** $\begin{cases} x=-4 \\ y=5 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=5 \\ y=-4 \end{cases}$

$$\begin{cases} x+y=1 \\ x^2+xy+y^2=21 \end{cases} \text{ 을 변형하면}$$

$$\begin{cases} x+y=1 \\ (x+y)^2-xy=21 \end{cases}$$

$x+y=u, xy=v$ 로 놓으면

$$\begin{cases} u=1 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ u^2-v=21 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$1-v=21 \quad \therefore v=-20$$

즉, $x+y=1, xy=-20$ 이므로 x, y 를 두 근으로 하는 t 에 대한 이차방정식은

$$t^2-t-20=0$$

$$(t+4)(t-5)=0 \quad \therefore t=-4 \text{ 또는 } t=5$$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x=-4 \\ y=5 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=5 \\ y=-4 \end{cases}$$

146 **답** $\begin{cases} x=-2-\sqrt{3}i \\ y=-2+\sqrt{3}i \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=-2+\sqrt{3}i \\ y=-2-\sqrt{3}i \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$

$$\begin{cases} xy+x+y=3 \\ x^2+y^2=2 \end{cases} \text{ 를 변형하면}$$

$$\begin{cases} xy+x+y=3 \\ (x+y)^2-2xy=2 \end{cases}$$

$x+y=u, xy=v$ 로 놓으면

$$\begin{cases} v+u=3 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ u^2-2v=2 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}$ 에서 $v=-u+3$ $\cdots \cdots \textcircled{3}$

$\textcircled{3}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$u^2-2(-u+3)=2, u^2+2u-8=0$$

$$(u+4)(u-2)=0 \quad \therefore u=-4 \text{ 또는 } u=2$$

이를 각각 $\textcircled{3}$ 에 대입하면

$$u=-4, v=7 \text{ 또는 } u=2, v=1$$

(i) $u=-4, v=7$, 즉 $x+y=-4, xy=7$ 일 때

x, y 를 두 근으로 하는 t 에 대한 이차방정식은

$$t^2+4t+7=0 \quad \therefore t=-2 \pm \sqrt{3}i$$

$$\therefore \begin{cases} x=-2-\sqrt{3}i \\ y=-2+\sqrt{3}i \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=-2+\sqrt{3}i \\ y=-2-\sqrt{3}i \end{cases}$$

(ii) $u=2, v=1$, 즉 $x+y=2, xy=1$ 일 때

x, y 를 두 근으로 하는 t 에 대한 이차방정식은

$$t^2-2t+1=0$$

$$(t-1)^2=0 \quad \therefore t=1 \text{ (중근)}$$

$$\therefore \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$$

(i), (ii)에서 주어진 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x=-2-\sqrt{3}i \\ y=-2+\sqrt{3}i \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=-2+\sqrt{3}i \\ y=-2-\sqrt{3}i \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$$

실전유형

153쪽

147 **답** $\textcircled{1}$

$$\begin{cases} x+y+xy=8 \\ 2x+2y-xy=4 \end{cases} \text{ 를 변형하면}$$

$$\begin{cases} x+y+xy=8 \\ 2(x+y)-xy=4 \end{cases}$$

$x+y=u, xy=v$ 로 놓으면

$$\begin{cases} u+v=8 \\ 2u-v=4 \end{cases}$$

이 연립방정식을 풀면 $u=4, v=4$

즉, $x+y=4, xy=4$ 이므로 x, y 를 두 근으로 하는 t 에 대한 이차방정식은

$$t^2-4t+4=0, (t-2)^2=0$$

$$\therefore t=2 \text{ (중근)}$$

따라서 주어진 연립방정식의 해는 $x=2, y=2$ 이므로

$$\alpha=2, \beta=2$$

$$\therefore \alpha^2+\beta^2=4+4=8$$

148 **답** 4

$$\begin{cases} x+y=2 \\ x^2+xy+y^2=7 \end{cases} \text{ 을 변형하면}$$

$$\begin{cases} x+y=2 \\ (x+y)^2-xy=7 \end{cases}$$

$x+y=u, xy=v$ 로 놓으면

$$\begin{cases} u=2 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ u^2-v=7 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$4-v=7 \quad \therefore v=-3$$

즉, $x+y=2, xy=-3$ 이므로 x, y 를 두 근으로 하는 t 에 대한 이차방정식은

$$t^2-2t-3=0, (t+1)(t-3)=0$$

$$\therefore t=-1 \text{ 또는 } t=3$$

$$\therefore \begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}$$

따라서 $x-y$ 의 최댓값은 4이다.

149 **답** -2

$$\begin{cases} 2xy-x-y=-4 \\ x^2+y^2=10 \end{cases} \text{ 을 변형하면}$$

$$\begin{cases} 2xy-(x+y)=-4 \\ (x+y)^2-2xy=10 \end{cases}$$

$x+y=u$, $xy=v$ 로 놓으면

$$\begin{cases} 2v-u=-4 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ u^2-2v=10 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$\textcircled{㉠}$ 에서 $u=2v+4$ $\cdots \cdots \textcircled{㉢}$

$\textcircled{㉢}$ 을 $\textcircled{㉡}$ 에 대입하면

$$(2v+4)^2-2v=10, 2v^2+7v+3=0$$

$$(v+3)(2v+1)=0 \quad \therefore v=-3 \text{ 또는 } v=-\frac{1}{2}$$

이를 각각 $\textcircled{㉢}$ 에 대입하면

$$u=-2, v=-3 \text{ 또는 } u=3, v=-\frac{1}{2}$$

(i) $u=-2, v=-3$, 즉 $x+y=-2, xy=-3$ 일 때

x, y 를 두 근으로 하는 t 에 대한 이차방정식은

$$t^2+2t-3=0, (t+3)(t-1)=0$$

$$\therefore t=-3 \text{ 또는 } t=1$$

$$\therefore \begin{cases} x=-3 \\ y=1 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}$$

(ii) $u=3, v=-\frac{1}{2}$, 즉 $x+y=3, xy=-\frac{1}{2}$ 일 때

x, y 를 두 근으로 하는 t 에 대한 이차방정식은

$$t^2-3t-\frac{1}{2}=0, 2t^2-6t-1=0$$

$$\therefore t=\frac{3 \pm \sqrt{11}}{2}$$

$$\therefore \begin{cases} x=\frac{3-\sqrt{11}}{2} \\ y=\frac{3+\sqrt{11}}{2} \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=\frac{3+\sqrt{11}}{2} \\ y=\frac{3-\sqrt{11}}{2} \end{cases}$$

(i), (ii)에서 정수 x, y 의 값은 $\begin{cases} x=-3 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}$ 이므로

$$x+y=-2$$

150 ▶ ③

처음 꽃밭의 가로, 세로의 길이를 각각 x m, y m라 하면

$$\begin{cases} x^2+y^2=10^2 \\ (x+3)(y+3)=xy+51 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x^2+y^2=100 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ x+y=14 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$$\textcircled{㉡} \text{에서 } y=14-x \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

$\textcircled{㉢}$ 을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면

$$x^2+(14-x)^2=100, x^2-14x+48=0$$

$$(x-6)(x-8)=0 \quad \therefore x=6 \text{ 또는 } x=8$$

이를 각각 $\textcircled{㉢}$ 에 대입하면

$$x=6, y=8 \text{ 또는 } x=8, y=6$$

그런데 $x>y$ 이므로 $x=8, y=6$

따라서 처음 꽃밭의 가로의 길이는 8m이다.

151 ▶ 5cm

직각을 낀 두 변의 길이를 각각 x cm, y cm라 하면

$$\begin{cases} x^2+y^2=13^2 \\ \frac{1}{2}xy=30 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x^2+y^2=169 \\ xy=60 \end{cases}$$

이 연립방정식을 변형하면

$$\begin{cases} (x+y)^2-2xy=169 \\ xy=60 \end{cases}$$

$x+y=u, xy=v$ 로 놓으면

$$\begin{cases} u^2-2v=169 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ v=60 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$\textcircled{㉡}$ 을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면 $u^2-120=169$

$$u^2-289=0, (u+17)(u-17)=0$$

$$\therefore u=-17 \text{ 또는 } u=17$$

그런데 $x+y>13$, 즉 $u>13$ 이므로 $u=17$

즉, $x+y=17, xy=60$ 이므로 x, y 를 두 근으로 하는 t 에 대한 이차방정식은

$$t^2-17t+60=0$$

$$(t-5)(t-12)=0 \quad \therefore t=5 \text{ 또는 } t=12$$

$$\text{따라서 연립방정식의 해는 } \begin{cases} x=5 \\ y=12 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=12 \\ y=5 \end{cases}$$

따라서 짧은 변의 길이는 5cm이다.

152 ▶ $x=5, y=2$

$$\begin{cases} 2\pi x+2\pi y=14\pi \\ \pi x^2+\pi y^2=29\pi \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x+y=7 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ x^2+y^2=29 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$$\textcircled{㉠} \text{에서 } y=7-x \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

$\textcircled{㉢}$ 을 $\textcircled{㉡}$ 에 대입하면

$$x^2+(7-x)^2=29, x^2-7x+10=0$$

$$(x-2)(x-5)=0 \quad \therefore x=2 \text{ 또는 } x=5$$

이를 각각 $\textcircled{㉢}$ 에 대입하면 $x=2, y=5$ 또는 $x=5, y=2$

그런데 $x>y$ 이므로 $x=5, y=2$

개념유형

155쪽

153 ▶ $y-1, 1, 0, 1, 3, 2, (3, 2)$

154 ▶ $(-6, -1), (-4, 1), (-2, -5), (0, -3)$

$xy+2x+3y+9=0$ 에서

$$x(y+2)+3(y+2)+3=0$$

$$\therefore (x+3)(y+2)=-3$$

$$(i) x+3=-3, y+2=1 \text{ 일 때, } x=-6, y=-1$$

$$(ii) x+3=-1, y+2=3 \text{ 일 때, } x=-4, y=1$$

$$(iii) x+3=1, y+2=-3 \text{ 일 때, } x=-2, y=-5$$

$$(iv) x+3=3, y+2=-1 \text{ 일 때, } x=0, y=-3$$

(i)~(iv)에서 정수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 는

$$(-6, -1), (-4, 1), (-2, -5), (0, -3)$$

155 ▶ $(2, -3), (3, -4), (5, 0), (6, -1)$

$xy+2x-4y-10=0$ 에서

$$x(y+2)-4(y+2)-2=0$$

$$\therefore (x-4)(y+2)=2$$

- (i) $x-4=-2, y+2=-1$ 일 때, $x=2, y=-3$
 (ii) $x-4=-1, y+2=-2$ 일 때, $x=3, y=-4$
 (iii) $x-4=1, y+2=2$ 일 때, $x=5, y=0$
 (iv) $x-4=2, y+2=1$ 일 때, $x=6, y=-1$
 (i)~(iv)에서 정수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 는
 $(2, -3), (3, -4), (5, 0), (6, -1)$

156 **답** (0, 3), (2, 1)

$xy-2x-y+3=0$ 에서
 $x(y-2)-(y-2)+1=0$
 $\therefore (x-1)(y-2)=-1$
 (i) $x-1=-1, y-2=1$ 일 때, $x=0, y=3$
 (ii) $x-1=1, y-2=-1$ 일 때, $x=2, y=1$
 (i), (ii)에서 정수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 는 $(0, 3), (2, 1)$

157 **답** $y-3, y-3, 3, y-3, 3, -1$

158 **답** $x=4, y=3$

[방법 1]
 $x^2+y^2-8x-6y+25=0$ 에서
 $(x^2-8x+16)+(y^2-6y+9)=0$
 $\therefore (x-4)^2+(y-3)^2=0$
 x, y 가 실수이므로 $x-4=0, y-3=0$
 $\therefore x=4, y=3$
 [방법 2]
 주어진 방정식의 좌변을 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면
 $x^2-8x+y^2-6y+25=0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$
 x 가 실수이므로 이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면
 $\frac{D}{4}=16-(y^2-6y+25)\geq 0$
 $-y^2+6y-9\geq 0 \quad \therefore (y-3)^2\leq 0$
 이때 y 는 실수이므로
 $y-3=0 \quad \therefore y=3$
 이를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $x^2-8x+16=0$
 $(x-4)^2=0 \quad \therefore x=4$

159 **답** $x=2, y=-1$

[방법 1]
 $x^2+y^2-4x+2y+5=0$ 에서
 $(x^2-4x+4)+(y^2+2y+1)=0$
 $\therefore (x-2)^2+(y+1)^2=0$
 x, y 가 실수이므로 $x-2=0, y+1=0$
 $\therefore x=2, y=-1$
 [방법 2]
 주어진 방정식의 좌변을 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면
 $x^2-4x+y^2+2y+5=0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$
 x 가 실수이므로 이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면
 $\frac{D}{4}=4-(y^2+2y+5)\geq 0$
 $-y^2-2y-1\geq 0 \quad \therefore (y+1)^2\leq 0$

이때 y 는 실수이므로 $y+1=0 \quad \therefore y=-1$
 이를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $x^2-4x+4=0$
 $(x-2)^2=0 \quad \therefore x=2$

160 **답** $x=2, y=2$

[방법 1]
 $2x^2+y^2-2xy-4x+4=0$ 에서
 $(x^2-4x+4)+(x^2-2xy+y^2)=0$
 $\therefore (x-2)^2+(x-y)^2=0$
 x, y 가 실수이므로 $x-2=0, x-y=0$
 $\therefore x=2, y=2$
 [방법 2]
 주어진 방정식의 좌변을 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면
 $2x^2-2(y+2)x+y^2+4=0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$
 x 가 실수이므로 이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면
 $\frac{D}{4}=(y+2)^2-2(y^2+4)\geq 0$
 $-y^2+4y-4\geq 0 \quad \therefore (y-2)^2\leq 0$
 이때 y 는 실수이므로 $y-2=0 \quad \therefore y=2$
 이를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $2x^2-8x+8=0$
 $x^2-4x+4=0, (x-2)^2=0 \quad \therefore x=2$

실전유형

156쪽

161 **답** ②

$xy-2x-y-1=0$ 에서
 $x(y-2)-(y-2)-3=0$
 $\therefore (x-1)(y-2)=3$
 x, y 가 자연수이므로
 $x-1\geq 0, y-2\geq -1$
 (i) $x-1=1, y-2=3$ 일 때, $x=2, y=5$
 (ii) $x-1=3, y-2=1$ 일 때, $x=4, y=3$
 (i), (ii)에서 자연수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 는 $(2, 5), (4, 3)$ 의 2개이다.

162 **답** ④

$xy+x+y=2$ 에서
 $x(y+1)+(y+1)=3$
 $\therefore (x+1)(y+1)=3$
 (i) $x+1=-3, y+1=-1$ 일 때
 $x=-4, y=-2 \quad \therefore xy=8$
 (ii) $x+1=-1, y+1=-3$ 일 때
 $x=-2, y=-4 \quad \therefore xy=8$
 (iii) $x+1=1, y+1=3$ 일 때
 $x=0, y=2 \quad \therefore xy=0$
 (iv) $x+1=3, y+1=1$ 일 때
 $x=2, y=0 \quad \therefore xy=0$
 (i)~(iv)에서 xy 의 최댓값은 8이다.

163 **답 6**

$$2xy - 2x - y = -6 \text{에서}$$

$$2x(y-1) - (y-1) = -5$$

$$\therefore (2x-1)(y-1) = -5$$

$$(i) 2x-1 = -5, y-1 = 1 \text{일 때}$$

$$x = -2, y = 2 \quad \therefore x+y=0$$

$$(ii) 2x-1 = -1, y-1 = 5 \text{일 때}$$

$$x = 0, y = 6 \quad \therefore x+y=6$$

$$(iii) 2x-1 = 1, y-1 = -5 \text{일 때}$$

$$x = 1, y = -4 \quad \therefore x+y = -3$$

$$(iv) 2x-1 = 5, y-1 = -1 \text{일 때}$$

$$x = 3, y = 0 \quad \therefore x+y=3$$

(i)~(iv)에서 $x+y$ 의 최댓값은 6이다.

164 **답 ①**

[방법 1]

$$x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13 = 0 \text{에서}$$

$$(x^2 - 6x + 9) + (y^2 + 4y + 4) = 0$$

$$\therefore (x-3)^2 + (y+2)^2 = 0$$

$$x, y \text{가 실수이므로 } x-3=0, y+2=0$$

$$\therefore x=3, y=-2$$

$$\therefore xy = -6$$

[방법 2]

주어진 방정식의 좌변을 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$x^2 - 6x + y^2 + 4y + 13 = 0 \quad \dots\dots ①$$

x 가 실수이므로 이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = 9 - (y^2 + 4y + 13) \geq 0$$

$$-y^2 - 4y - 4 \geq 0 \quad \therefore (y+2)^2 \leq 0$$

이때 y 는 실수이므로

$$y+2=0 \quad \therefore y=-2$$

$$\text{이를 ①에 대입하면 } x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(x-3)^2 = 0 \quad \therefore x=3$$

$$\therefore xy = -6$$

165 **답 ⑤**

[방법 1]

$$x^2 + 4y^2 + 4x + 4y + 5 = 0 \text{에서}$$

$$(x^2 + 4x + 4) + (4y^2 + 4y + 1) = 0$$

$$\therefore (x+2)^2 + (2y+1)^2 = 0$$

$$x, y \text{가 실수이므로 } x+2=0, 2y+1=0$$

$$\therefore x = -2, y = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 4 + \frac{1}{4} = \frac{17}{4}$$

[방법 2]

주어진 방정식의 좌변을 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$x^2 + 4x + 4y^2 + 4y + 5 = 0 \quad \dots\dots ①$$

x 가 실수이므로 이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = 4 - (4y^2 + 4y + 5) \geq 0$$

$$-4y^2 - 4y - 1 \geq 0 \quad \therefore (2y+1)^2 \leq 0$$

이때 y 는 실수이므로

$$2y+1=0 \quad \therefore y = -\frac{1}{2}$$

$$\text{이를 ①에 대입하면 } x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$(x+2)^2 = 0 \quad \therefore x = -2$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 4 + \frac{1}{4} = \frac{17}{4}$$

166 **답 -6**

[방법 1]

$$2x^2 + y^2 + 2xy + 6x + 9 = 0 \text{에서}$$

$$(x^2 + 6x + 9) + (x^2 + 2xy + y^2) = 0$$

$$\therefore (x+3)^2 + (x+y)^2 = 0$$

$$x, y \text{가 실수이므로 } x+3=0, x+y=0$$

$$\therefore x = -3, y = 3$$

$$\therefore x-y = -6$$

[방법 2]

주어진 방정식의 좌변을 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$2x^2 + 2(y+3)x + y^2 + 9 = 0 \quad \dots\dots ①$$

x 가 실수이므로 이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (y+3)^2 - 2(y^2 + 9) \geq 0$$

$$-y^2 + 6y - 9 \geq 0, (y-3)^2 \leq 0$$

$$\text{이때 } y \text{는 실수이므로 } y-3=0 \quad \therefore y=3$$

$$\text{이를 ①에 대입하면 } 2x^2 + 12x + 18 = 0$$

$$x^2 + 6x + 9 = 0, (x+3)^2 = 0 \quad \therefore x = -3$$

$$\therefore x-y = -6$$

실전유형으로 중단원 점검

157~159쪽

1 **답 ②**

$$f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 7x + 6 \text{이라 할 때, } f(2) = 0$$

따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 2 & -9 & 7 & 6 \\ & & 4 & -10 & -6 \\ \hline & 2 & -5 & -3 & 0 \end{array}$$

$$f(x) = (x-2)(2x^2 - 5x - 3)$$

$$= (x-2)(2x+1)(x-3)$$

즉, 주어진 방정식은

$$(2x+1)(x-2)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=2 \text{ 또는 } x=3$$

$$\text{따라서 } \alpha=3, \beta=-\frac{1}{2} \text{이므로 } \alpha+\beta=\frac{5}{2}$$

2 답 3

$x^3+kx^2-(3k+2)x-6=0$ 의 한 근이 2이므로 $x=2$ 를 대입하면

$$8+4k-6k-4-6=0 \quad \therefore k=-1$$

이를 주어진 방정식에 대입하면

$$x^3-x^2+x-6=0$$

$$f(x)=x^3-x^2+x-6 \text{이라 할 때, } f(2)=0$$

따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & -1 & 1 & -6 \\ & & 2 & 2 & 6 \\ \hline & 1 & 1 & 3 & 0 \end{array}$$

$$f(x)=(x-2)(x^2+x+3)$$

즉, 주어진 방정식은

$$(x-2)(x^2+x+3)=0$$

$$\therefore x=2 \text{ 또는 } x^2+x+3=0$$

이때 2가 아닌 나머지 두 근은 이차방정식 $x^2+x+3=0$ 의 근이므로 근과 계수의 관계에 의하여 두 근의 곱은 3이다.

3 답 ②

$$f(x)=x^3+4x^2+(14-k)x+20-2k \text{라 할 때, } f(-2)=0$$

따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & 4 & 14-k & 20-2k \\ & & -2 & -4 & -20+2k \\ \hline & 1 & 2 & 10-k & 0 \end{array}$$

$$f(x)=(x+2)(x^2+2x+10-k)$$

즉, 주어진 방정식은

$$(x+2)(x^2+2x+10-k)=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x^2+2x+10-k=0$$

이 방정식이 허근을 가지면 이차방정식 $x^2+2x+10-k=0$ 이 허근을 갖는다.

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=1-(10-k)<0 \quad \therefore k<9$$

따라서 자연수 k 는 1, 2, 3, ..., 8의 8개이다.

4 답 ②

상자의 밑면의 한 변의 길이와 높이는 각각 $(16-2x)$ cm, x cm

상자의 부피가 288cm^3 이므로

$$x(16-2x)^2=288$$

$$x(8-x)^2=72$$

$$x^3-16x^2+64x-72=0$$

$$f(x)=x^3-16x^2+64x-72 \text{라 할 때, } f(2)=0$$

따라서 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & -16 & 64 & -72 \\ & & 2 & -28 & 72 \\ \hline & 1 & -14 & 36 & 0 \end{array}$$

$$f(x)=(x-2)(x^2-14x+36)$$

$$\text{즉, 방정식은 } (x-2)(x^2-14x+36)=0$$

$$\therefore x=2 \text{ 또는 } x=7\pm\sqrt{13}$$

그런데 x 는 자연수이므로 $x=2$

5 답 ⑤

$$(x^2+x)(x^2+x-2)-3=0 \text{에서 } x^2+x=X \text{로 놓으면}$$

$$X(X-2)-3=0, X^2-2X-3=0$$

$$(X+1)(X-3)=0$$

$$\therefore X=-1 \text{ 또는 } X=3$$

(i) $X=-1$ 일 때

$$x^2+x=-1 \text{에서 } x^2+x+1=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D_1 이라 하면

$$D_1=1-4=-3<0$$

즉, 이차방정식 $x^2+x+1=0$ 은 서로 다른 두 허근을 갖는다.

(ii) $X=3$ 일 때

$$x^2+x=3 \text{에서 } x^2+x-3=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D_2 라 하면

$$D_2=1+12=13>0$$

즉, 이차방정식 $x^2+x-3=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

(i), (ii)에서 α, β 는 이차방정식 $x^2+x-3=0$ 의 서로 다른 두 실근

이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha+\beta=-1, \alpha\beta=-3$$

$$\therefore \alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$$

$$=(-1)^2-2\times(-3)=7$$

6 답 $\sqrt{5}$

$$x^4-6x^2+5=0 \text{에서 } x^2=X \text{로 놓으면}$$

$$X^2-6X+5=0, (X-1)(X-5)=0$$

$$\therefore X=1 \text{ 또는 } X=5$$

$$\text{즉, } x^2=1 \text{ 또는 } x^2=5 \text{이므로}$$

$$x=\pm 1 \text{ 또는 } x=\pm\sqrt{5}$$

따라서 주어진 사차방정식에서 가장 큰 근은 $\sqrt{5}$ 이다.

7 답 ⑤

$x\neq 0$ 이므로 양변을 x^2 으로 나누면

$$x^2-5x-4-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}=0$$

$$\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)-5\left(x+\frac{1}{x}\right)-4=0$$

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-5\left(x+\frac{1}{x}\right)-6=0$$

$$x+\frac{1}{x}=X \text{로 놓으면}$$

$$X^2-5X-6=0, (X+1)(X-6)=0$$

$$\therefore X=-1 \text{ 또는 } X=6$$

(i) $X=-1$ 일 때

$$x+\frac{1}{x}=-1 \text{에서 } x^2+x+1=0$$

$$\therefore x=\frac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$$

(ii) $X=6$ 일 때

$$x+\frac{1}{x}=6 \text{에서 } x^2-6x+1=0$$

$$\therefore x=3\pm 2\sqrt{2}$$

(i), (ii)에서 주어진 방정식의 실근은 $3\pm 2\sqrt{2}$ 이다.

8 답 ②

삼차방정식 $x^3 - 2x^2 + 5x + 2 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여
 $\alpha + \beta + \gamma = 2$, $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 5$, $\alpha\beta\gamma = -2$
 $\therefore (2 + \alpha)(2 + \beta)(2 + \gamma)$
 $= 8 + 4(\alpha + \beta + \gamma) + 2(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) + \alpha\beta\gamma$
 $= 8 + 4 \times 2 + 2 \times 5 + (-2) = 24$

9 답 $x^3 + 2x - 4 = 0$

삼차방정식 $x^3 + x^2 + 2 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여
 $\alpha + \beta + \gamma = -1$, $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 0$, $\alpha\beta\gamma = -2$ i
 구하는 삼차방정식의 세 근이 $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, $\gamma\alpha$ 이므로
 $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 0$
 $\alpha\beta \times \beta\gamma + \beta\gamma \times \gamma\alpha + \gamma\alpha \times \alpha\beta = \alpha\beta\gamma(\alpha + \beta + \gamma) = -2 \times (-1) = 2$
 $\alpha\beta \times \beta\gamma \times \gamma\alpha = (\alpha\beta\gamma)^2 = (-2)^2 = 4$ ii
 따라서 구하는 삼차방정식은
 $x^3 + 2x - 4 = 0$ iii

채점 기준

i 세 근 α, β, γ 에 대하여 세 근의 합, 두 근끼리의 곱의 합, 세 근의 곱 구하기	30 %
ii 세 근 $\alpha\beta, \beta\gamma, \gamma\alpha$ 에 대하여 세 근의 합, 두 근끼리의 곱의 합, 세 근의 곱 구하기	40 %
iii $\alpha\beta, \beta\gamma, \gamma\alpha$ 를 세 근으로 하고 x^3 의 계수가 1인 삼차방정식 구하기	30 %

10 답 ①

삼차방정식 $x^3 + ax^2 + x - a + 2 = 0$ 의 계수가 실수이므로 한 근이 $2 + i$ 이면 $2 - i$ 도 근이다.
 나머지 한 근을 α 라 하면 삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
 $(2 + i) + (2 - i) + \alpha = -a$
 $(2 + i)(2 - i) + (2 - i)\alpha + \alpha(2 + i) = 1$
 $(2 + i)(2 - i)\alpha = a - 2$
 $\therefore \alpha = -1$, $a = -3$

11 답 ④

$x^3 = 1$ 에서 $x^3 - 1 = 0$, $(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$
 이때 ω 는 이차방정식 $x^2 + x + 1 = 0$ 의 한 허근이므로
 $\omega^3 = 1$, $\omega^2 + \omega + 1 = 0$
 $\therefore \omega^{28} + \omega^{29} + \omega^{30} + \omega^{31} = \omega^{28}(1 + \omega + \omega^2 + \omega^3)$
 $= \omega^{28} = (\omega^3)^9 \times \omega = \omega$

12 답 ⑤

$x - 2y = 1$ 에서 $x = 2y + 1$ ㉠
 ㉠을 $x^2 - xy - y^2 = 5$ 에 대입하면
 $(2y + 1)^2 - (2y + 1)y - y^2 = 5$
 $y^2 + 3y - 4 = 0$, $(y + 4)(y - 1) = 0$
 $\therefore y = -4$ 또는 $y = 1$
 그런데 y 는 음의 정수이므로 $y = -4$
 이를 ㉠에 대입하면
 $x = -7$
 $\therefore y - x = 3$

13 답 $4\sqrt{2}$

$x^2 - 4xy + 3y^2 = 0$ 에서 $(x - y)(x - 3y) = 0$
 $\therefore x = y$ 또는 $x = 3y$
 (i) $x = y$ 를 $x^2 - 3xy + 4y^2 = 8$ 에 대입하면
 $y^2 - 3y^2 + 4y^2 = 8$, $y^2 = 4$ $\therefore y = \pm 2$
 이를 각각 $x = y$ 에 대입하면
 $y = -2$ 일 때 $x = -2$, $y = 2$ 일 때 $x = 2$
 $\therefore x + y = -4$ 또는 $x + y = 4$
 (ii) $x = 3y$ 를 $x^2 - 3xy + 4y^2 = 8$ 에 대입하면
 $9y^2 - 9y^2 + 4y^2 = 8$, $y^2 = 2$ $\therefore y = \pm\sqrt{2}$
 이를 각각 $x = 3y$ 에 대입하면
 $y = -\sqrt{2}$ 일 때 $x = -3\sqrt{2}$, $y = \sqrt{2}$ 일 때 $x = 3\sqrt{2}$
 $\therefore x + y = -4\sqrt{2}$ 또는 $x + y = 4\sqrt{2}$
 (i), (ii)에서 $x + y$ 의 최댓값은 $4\sqrt{2}$ 이다.

14 답 ④

$x - y = -3$ 에서 $y = x + 3$
 이를 $x^2 + 2y^2 = k$ 에 대입하면
 $x^2 + 2(x + 3)^2 = k$ $\therefore 3x^2 + 12x + 18 - k = 0$
 이 이차방정식이 중근을 가져야 하므로 판별식을 D 라 하면
 $\frac{D}{4} = 36 - 3(18 - k) = 0$, $3k - 18 = 0$ $\therefore k = 6$

15 답 1

$\begin{cases} x + y - xy = -1 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$ 을 변형하면 $\begin{cases} x + y - xy = -1 \\ (x + y)^2 - 2xy = 13 \end{cases}$
 $x + y = u$, $xy = v$ 로 놓으면
 $\begin{cases} u - v = -1 & \text{..... ㉠} \\ u^2 - 2v = 13 & \text{..... ㉡} \end{cases}$
 ㉠에서 $v = u + 1$ ㉢
 ㉢을 ㉡에 대입하면 $u^2 - 2(u + 1) = 13$
 $u^2 - 2u - 15 = 0$, $(u + 3)(u - 5) = 0$
 $\therefore u = -3$ 또는 $u = 5$
 이를 각각 ㉢에 대입하면
 $u = -3$, $v = -2$ 또는 $u = 5$, $v = 6$
 (i) $u = -3$, $v = -2$, 즉 $x + y = -3$, $xy = -2$ 일 때
 x, y 를 두 근으로 하는 t 에 대한 이차방정식은
 $t^2 + 3t - 2 = 0$ $\therefore t = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$
 $\therefore \begin{cases} x = \frac{-3 - \sqrt{17}}{2} \\ y = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2} \\ y = \frac{-3 - \sqrt{17}}{2} \end{cases}$
 (ii) $u = 5$, $v = 6$, 즉 $x + y = 5$, $xy = 6$ 일 때
 x, y 를 두 근으로 하는 t 에 대한 이차방정식은
 $t^2 - 5t + 6 = 0$, $(t - 2)(t - 3) = 0$
 $\therefore t = 2$ 또는 $t = 3$
 $\therefore \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$
 (i), (ii)에서 자연수 x, y 의 값은 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$ 이므로
 $|x - y| = 1$

16 답 48m²

처음 땅의 가로, 세로의 길이를 각각 x m, y m라 하면

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10^2 \\ (x-1)(y+2) = xy + 8 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x^2 + y^2 = 100 & \cdots \textcircled{1} \\ 2x - y = 10 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

②에서 $y = 2x - 10$ $\cdots \textcircled{3}$

③을 ①에 대입하면 $x^2 + (2x - 10)^2 = 100$

$$x^2 - 8x = 0, x(x - 8) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 8$$

그런데 $x > 1$ 이므로 $x = 8$

이를 ③에 대입하면 $y = 6$

따라서 처음 땅의 넓이는

$$xy = 8 \times 6 = 48(\text{m}^2)$$

17 답 ①

$$xy - 5x + y + 2 = 0 \text{에서}$$

$$x(y - 5) + (y - 5) + 7 = 0$$

$$\therefore (x + 1)(y - 5) = -7$$

(i) $x + 1 = -7, y - 5 = 1$ 일 때

$$x = -8, y = 6 \quad \therefore x + y = -2$$

(ii) $x + 1 = -1, y - 5 = 7$ 일 때

$$x = -2, y = 12 \quad \therefore x + y = 10$$

(iii) $x + 1 = 1, y - 5 = -7$ 일 때

$$x = 0, y = -2 \quad \therefore x + y = -2$$

(iv) $x + 1 = 7, y - 5 = -1$ 일 때

$$x = 6, y = 4 \quad \therefore x + y = 10$$

(i)~(iv)에서 $x + y$ 의 최솟값은 -2 이다.

18 답 4

[방법 1]

$$10y^2 - 2y - 6xy + x^2 + 1 = 0 \text{에서}$$

$$(9y^2 - 6xy + x^2) + (y^2 - 2y + 1) = 0$$

$$\therefore (3y - x)^2 + (y - 1)^2 = 0$$

x, y 가 실수이므로 $3y - x = 0, y - 1 = 0$

$$\therefore x = 3, y = 1 \quad \therefore x + y = 4$$

[방법 2]

주어진 방정식의 좌변을 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$x^2 - 6yx + 10y^2 - 2y + 1 = 0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

x 가 실수이므로 이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = 9y^2 - (10y^2 - 2y + 1) \geq 0$$

$$-y^2 + 2y - 1 \geq 0 \quad \therefore (y - 1)^2 \leq 0$$

이때 y 는 실수이므로 $y - 1 = 0 \quad \therefore y = 1$

이를 ①에 대입하면

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(x - 3)^2 = 0 \quad \therefore x = 3$$

$$\therefore x + y = 4$$

07 연립일차부등식

개념유형

161~164쪽

001 답 >

002 답 <

003 답 >

004 답 <

005 답 <

$a < b$ 의 양변에 a 를 더하면 $2a < a + b$

006 답 <

$a < b$ 의 양변에 b 를 더하면 $a + b < 2b$

007 답 >

$a < 0$ 이므로 $a < b$ 의 양변에 a 를 곱하면 $a^2 > ab$

008 답 <

$b > 0$ 이므로 $a < b$ 의 양변을 b 로 나누면 $\frac{a}{b} < 1$

009 답 $x \geq -3$

$$3x - 1 \geq x - 7 \text{에서}$$

$$2x \geq -6 \quad \therefore x \geq -3$$

010 답 해는 없다.

$$2(x + 4) \leq -x + 3(x - 1) \text{에서}$$

$$2x + 8 \leq -x + 3x - 3$$

$$\therefore 0 \times x \leq -11$$

따라서 주어진 일차부등식의 해는 없다.

011 답 모든 실수

$$5(x + 1) - x < 4x + 9 \text{에서}$$

$$5x + 5 - x < 4x + 9$$

$$\therefore 0 \times x < 4$$

따라서 주어진 일차부등식의 해는 모든 실수이다.

012 답 $x < 5$

$$\frac{x}{5} - 1 > \frac{x - 5}{3} \text{에서 } 15\left(\frac{x}{5} - 1\right) > 15\left(\frac{x - 5}{3}\right)$$

$$3x - 15 > 5x - 25, -2x > -10 \quad \therefore x < 5$$

013 답 >, <, >, <

014 답 $\begin{cases} a > 0 \text{ 일 때, } x \leq 1 \\ a = 0 \text{ 일 때, 모든 실수} \\ a < 0 \text{ 일 때, } x \geq 1 \end{cases}$

$ax \leq a$ 에서

- (i) $a > 0$ 일 때, $x \leq 1$
 (ii) $a = 0$ 일 때, $0 \times x \leq 0$ 이므로 해는 모든 실수이다.
 (iii) $a < 0$ 일 때, $x \geq 1$
 (i), (ii), (iii)에서 주어진 부등식의 해는

$\begin{cases} a > 0 \text{ 일 때, } x \leq 1 \\ a = 0 \text{ 일 때, 모든 실수} \\ a < 0 \text{ 일 때, } x \geq 1 \end{cases}$

015 답 $\begin{cases} a > -1 \text{ 일 때, } x \geq 1 \\ a = -1 \text{ 일 때, 모든 실수} \\ a < -1 \text{ 일 때, } x \leq 1 \end{cases}$

$(a+1)x \geq a+1$ 에서

- (i) $a+1 > 0$, 즉 $a > -1$ 일 때, $x \geq 1$
 (ii) $a+1 = 0$, 즉 $a = -1$ 일 때, $0 \times x \geq 0$ 이므로 해는 모든 실수이다.
 (iii) $a+1 < 0$, 즉 $a < -1$ 일 때, $x \leq 1$
 (i), (ii), (iii)에서 주어진 부등식의 해는

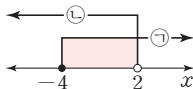
$\begin{cases} a > -1 \text{ 일 때, } x \geq 1 \\ a = -1 \text{ 일 때, 모든 실수} \\ a < -1 \text{ 일 때, } x \leq 1 \end{cases}$

016 답 $-4 \leq x < 2$

$x+1 \geq -3$ 에서 $x \geq -4$ ㉠

$4x < 8$ 에서 $x < 2$ ㉡

㉠, ㉡을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 연립부등식의 해는 $-4 \leq x < 2$



017 답 $x \geq \frac{1}{3}$

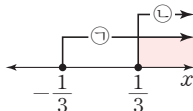
$4 - (x-2) \leq 2x+7$ 에서 $4-x+2 \leq 2x+7$

$-3x \leq 1$ $\therefore x \geq -\frac{1}{3}$ ㉠

$18x+11 \geq 12x+13$ 에서 $6x \geq 2$

$\therefore x \geq \frac{1}{3}$ ㉡

㉠, ㉡을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 연립부등식의 해는 $x \geq \frac{1}{3}$



018 답 $-5 \leq x < 5$

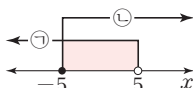
$3(x-2) < 2x-1$ 에서 $3x-6 < 2x-1$

$\therefore x < 5$ ㉠

$\frac{3}{4}x+1 \geq \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$ 에서 $4(\frac{3}{4}x+1) \geq 4(\frac{1}{2}x - \frac{1}{4})$

$3x+4 \geq 2x-1$ $\therefore x \geq -5$ ㉡

㉠, ㉡을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 연립부등식의 해는 $-5 \leq x < 5$



019 답 $x \geq -1$

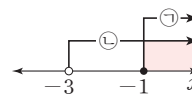
$3, 2x-0, 2 \geq 2, 4x-1$ 에서 $32x-2 \geq 24x-10$

$8x \geq -8$ $\therefore x \geq -1$ ㉠

$-\frac{x}{12} < \frac{x}{4} + 1$ 에서 $12(-\frac{x}{12}) < 12(\frac{x}{4} + 1)$

$-x < 3x+12$, $-4x < 12$ $\therefore x > -3$ ㉡

㉠, ㉡을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 연립부등식의 해는 $x \geq -1$



020 답 10, 9, 3, 3, 3, 9, 3

021 답 $-3 < x \leq 5$

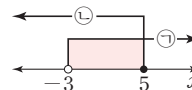
$-7 < 2x-1$ 에서 $-2x < 6$

$\therefore x > -3$ ㉠

$2x-1 \leq 9$ 에서 $2x \leq 10$

$\therefore x \leq 5$ ㉡

㉠, ㉡을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 부등식의 해는 $-3 < x \leq 5$



다른 풀이

$-7 < 2x-1 \leq 9$ 에서

$-6 < 2x \leq 10$

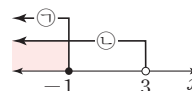
$\therefore -3 < x \leq 5$

022 답 $x \leq -1$

$2x \leq x-1$ 에서 $x \leq -1$ ㉠

$x-1 < 2$ 에서 $x < 3$ ㉡

㉠, ㉡을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 부등식의 해는 $x \leq -1$



023 답 $\leftarrow -1 \quad 3 \rightarrow x$, 해는 없다.

024 답 $\leftarrow 2 \rightarrow x$, $x=2$

025 답 $\leftarrow -5 \rightarrow x$, 해는 없다.

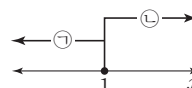
026 답 $x=1$

$2x+5 \leq x+6$ 에서 $x \leq 1$ ㉠

$7x \geq 5x+2$ 에서 $2x \geq 2$

$\therefore x \geq 1$ ㉡

㉠, ㉡을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 연립부등식의 해는 $x=1$



027 답 해는 없다.

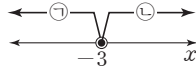
$$3(x+1) > 4x+6 \text{에서 } 3x+3 > 4x+6$$

$$-x > 3 \quad \therefore x < -3 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$5x-2 \leq 8x+7 \text{에서 } -3x \leq 9$$

$$\therefore x \geq -3 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

①, ②을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 연립부등식의 해는 없다.



028 답 $x=4$

$$\frac{x}{4} + 2 \leq \frac{x}{2} + 1 \text{에서 } 4\left(\frac{x}{4} + 2\right) \leq 4\left(\frac{x}{2} + 1\right)$$

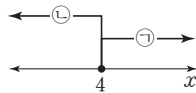
$$x+8 \leq 2x+4, -x \leq -4 \quad \therefore x \geq 4 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\frac{x-2}{6} \leq -\frac{x-5}{3} \text{에서 } 6\left(\frac{x-2}{6}\right) \leq 6\left(-\frac{x-5}{3}\right)$$

$$x-2 \leq -2x+10, 3x \leq 12 \quad \therefore x \leq 4 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

①, ②을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 연립부등식의 해는

$$x=4$$



029 답 9, 3, -2, 2

030 답 -2

$$x-4 < 2x-1 \text{에서}$$

$$-x < 3 \quad \therefore x > -3$$

$$5x-a \leq 7 \text{에서}$$

$$5x \leq a+7 \quad \therefore x \leq \frac{a+7}{5}$$

주어진 연립부등식의 해가 $-3 < x \leq 1$ 이므로

$$\frac{a+7}{5} = 1 \quad \therefore a = -2$$

031 답 12

$$2x-4 > -a \text{에서}$$

$$2x > -a+4 \quad \therefore x > \frac{-a+4}{2}$$

$$-2x+16 > 3x-4 \text{에서}$$

$$-5x > -20 \quad \therefore x < 4$$

주어진 연립부등식의 해가 $-4 < x < 4$ 이므로

$$\frac{-a+4}{2} = -4 \quad \therefore a = 12$$

032 답 2, 1, 1, 6

033 답 -11

$$x+3 \geq 3x-3 \text{에서}$$

$$-2x \geq -6 \quad \therefore x \leq 3$$

$$-2x-2 \leq a+x \text{에서}$$

$$-3x \leq a+2 \quad \therefore x \geq -\frac{a+2}{3}$$

주어진 연립부등식의 해가 $x=3$ 이므로

$$-\frac{a+2}{3} = 3 \quad \therefore a = -11$$

034 답 7

$$2(x-1)-3 \geq a-x \text{에서 } 2x-2-3 \geq a-x$$

$$3x \geq a+5 \quad \therefore x \geq \frac{a+5}{3}$$

$$x-11 \leq 9-4x \text{에서 } 5x \leq 20 \quad \therefore x \leq 4$$

주어진 연립부등식의 해가 $x=4$ 이므로

$$\frac{a+5}{3} = 4 \quad \therefore a = 7$$

035 답 16, 8, $\geq$, $\geq$

036 답 $a \geq 3$

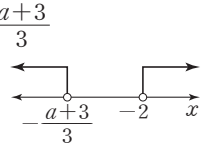
$$5x > 2x-6 \text{에서 } 3x > -6 \quad \therefore x > -2$$

$$x-3 > 4x+a \text{에서 } -3x > a+3 \quad \therefore x < -\frac{a+3}{3}$$

주어진 연립부등식의 해가 없으므로

$$-\frac{a+3}{3} \leq -2, a+3 \geq 6$$

$$\therefore a \geq 3$$



037 답 $a \leq -7$

$$3(x+2) > 5x-8 \text{에서 } 3x+6 > 5x-8$$

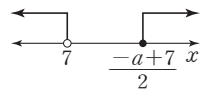
$$-2x > -14 \quad \therefore x < 7$$

$$4x-7 \geq 2x-a \text{에서 } 2x \geq -a+7 \quad \therefore x \geq \frac{-a+7}{2}$$

주어진 연립부등식의 해가 없으므로

$$\frac{-a+7}{2} \geq 7, -a+7 \geq 14$$

$$-a \geq 7 \quad \therefore a \leq -7$$



실전유형

165~167쪽

038 답 ④

$$2(1-x) \geq 3x-8 \text{에서 } 2-2x \geq 3x-8$$

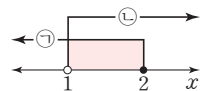
$$-5x \geq -10 \quad \therefore x \leq 2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$2x+1 > 6-3x \text{에서}$$

$$5x > 5 \quad \therefore x > 1 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

①, ②을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.

따라서 수직선 위에 바르게 나타낸 것은 ④이다.



039 답 ②

$$3x \geq 2x+3 \text{에서 } x \geq 3 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$x-10 \leq -x \text{에서}$$

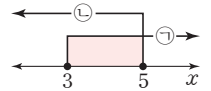
$$2x \leq 10 \quad \therefore x \leq 5 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

①, ②을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 연립부등식의 해는

$$3 \leq x \leq 5$$

따라서 정수 x 의 값은 3, 4, 5이므로 구하는 합은

$$3+4+5=12$$



040 **답 1**

$$\frac{x}{6} - 2 \leq \frac{x}{3} - 1 \text{에서 } x - 12 \leq 2x - 6$$

$$-x \leq 6 \quad \therefore x \geq -6 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$$\frac{x-1}{6} \geq \frac{x-3}{4} \text{에서 } 2x-2 \geq 3x-9$$

$$-x \geq -7 \quad \therefore x \leq 7 \quad \dots\dots \textcircled{4}$$

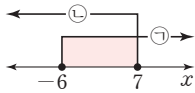
⑦, ④을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림

과 같으므로 연립부등식의 해는

$$-6 \leq x \leq 7$$

따라서 $a = -6$, $b = 7$ 이므로

$$a + b = 1$$



041 **답 ①**

$$4x - 1 < 2(x - 3) + 1 \text{에서 } 4x - 1 < 2x - 6 + 1$$

$$2x < -4 \quad \therefore x < -2 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

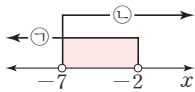
$$2(x - 3) + 1 < 3x + 2 \text{에서 } 2x - 6 + 1 < 3x + 2$$

$$-x < 7 \quad \therefore x > -7 \quad \dots\dots \textcircled{4}$$

⑦, ④을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림

과 같으므로 부등식의 해는

$$-7 < x < -2$$



042 **답 3**

$$x - 1 < 1 - \frac{2-x}{2} \text{에서 } 2x - 2 < 2 - 2 + x$$

$$\therefore x < 2 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$$1 - \frac{2-x}{2} \leq \frac{2x+1}{3} \text{에서 } 6 - 6 + 3x \leq 4x + 2$$

$$-x \leq 2 \quad \therefore x \geq -2 \quad \dots\dots \textcircled{4}$$

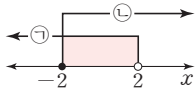
⑦, ④을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림

과 같으므로 부등식의 해는

$$-2 \leq x < 2$$

따라서 정수 x 의 최댓값은 1, 최솟값은 -2 이므로

$$M = 1, m = -2 \quad \therefore M - m = 3$$



043 **답 ⑤**

$$4(x - 2) < 6 - 3x \text{에서 } 4x - 8 < 6 - 3x$$

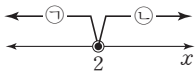
$$7x < 14 \quad \therefore x < 2 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$$5x - 8 \geq 10 - 4x \text{에서}$$

$$9x \geq 18 \quad \therefore x \geq 2 \quad \dots\dots \textcircled{4}$$

⑦, ④을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림

과 같으므로 연립부등식의 해는 없다.



044 **답 -5**

$$\frac{x}{3} - \frac{x+2}{2} \geq -\frac{1}{6} \text{에서 } 2x - 3x - 6 \geq -1$$

$$-x \geq 5 \quad \therefore x \leq -5 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

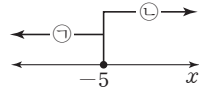
$$\frac{1+x}{4} \geq \frac{x-1}{6} \text{에서 } 3+3x \geq 2x-2$$

$$\therefore x \geq -5 \quad \dots\dots \textcircled{4}$$

⑦, ④을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림

과 같으므로 연립부등식의 해는 $x = -5$

$$\therefore a = -5$$



045 **답 ④**

$$\textcircled{1} \quad 2x < 5 \text{에서 } x < \frac{5}{2} \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

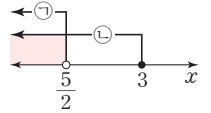
$$6x - 5 \leq 3x + 4 \text{에서 } 3x \leq 9$$

$$\therefore x \leq 3 \quad \dots\dots \textcircled{4}$$

⑦, ④을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림

과 같으므로 부등식의 해는

$$x < \frac{5}{2}$$



$$\textcircled{2} \quad x - 3 \leq -1 - x \text{에서 } 2x \leq 2$$

$$\therefore x \leq 1 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

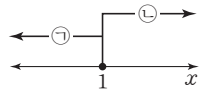
$$1 - 4x \leq -2 - x \text{에서 } -3x \leq -3$$

$$\therefore x \geq 1 \quad \dots\dots \textcircled{4}$$

⑦, ④을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림

과 같으므로 부등식의 해는

$$x = 1$$



$$\textcircled{3} \quad 2x \geq 5x + 6 \text{에서 } -3x \geq 6 \quad \therefore x \leq -2 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

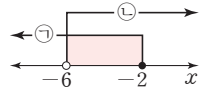
$$4(x + 1) > 2(x - 4) \text{에서 } 4x + 4 > 2x - 8$$

$$2x > -12 \quad \therefore x > -6 \quad \dots\dots \textcircled{4}$$

⑦, ④을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림

과 같으므로 부등식의 해는

$$-6 < x \leq -2$$



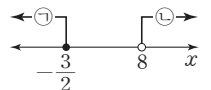
$$\textcircled{4} \quad \frac{x}{10} + \frac{1}{5} \leq \frac{1}{20} \text{에서 } 2x + 4 \leq 1$$

$$2x \leq -3 \quad \therefore x \leq -\frac{3}{2} \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$$\frac{x}{2} - 3 > 1 \text{에서 } x - 6 > 2 \quad \therefore x > 8 \quad \dots\dots \textcircled{4}$$

⑦, ④을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림

과 같으므로 부등식의 해는 없다.



$$\textcircled{5} \quad x - 3 \leq 6x + 2 \text{에서 } -5x \leq 5$$

$$\therefore x \geq -1 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$$6x + 2 < 10 - 2x \text{에서 } 8x < 8$$

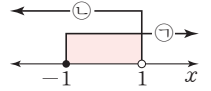
$$\therefore x < 1 \quad \dots\dots \textcircled{4}$$

⑦, ④을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림

과 같으므로 부등식의 해는

$$-1 \leq x < 1$$

따라서 해가 없는 것은 ④이다.



046 **답 11**

$$5x - 4 > a \text{에서 } 5x > a + 4 \quad \therefore x > \frac{a+4}{5}$$

$$-x + 12 > 2x - 3 \text{에서 } -3x > -15 \quad \therefore x < 5$$

주어진 그림에서 연립부등식의 해가 $3 < x < 5$ 이므로

$$\frac{a+4}{5} = 3 \quad \therefore a = 11$$

047 답 21

$x-1>8$ 에서 $x>9$
 $2x-16\leq x+a$ 에서 $x\leq a+16$
 주어진 연립부등식의 해가 $b<x\leq 28$ 이므로
 $a+16=28, b=9 \quad \therefore a=12$
 $\therefore a+b=21$

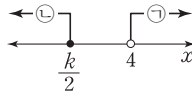
048 답 ③

$3(x-1)\geq 4x-a$ 에서 $3x-3\geq 4x-a$
 $-x\geq -a+3 \quad \therefore x\leq a-3$
 $5x+b\leq 8x-7$ 에서 $-3x\leq -b-7 \quad \therefore x\geq \frac{b+7}{3}$
 주어진 연립부등식의 해가 $x=3$ 이므로
 $a-3=3, \frac{b+7}{3}=3 \quad \therefore a=6, b=2$
 $\therefore ab=12$

049 답 8

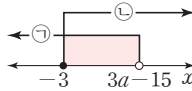
$6-x<2(x-3)$ 에서 $6-x<2x-6$
 $-3x<-12 \quad \therefore x>4 \quad \dots\dots ㉠$
 $3x-k\leq x$ 에서 $2x\leq k$
 $\therefore x\leq \frac{k}{2} \quad \dots\dots ㉡$

주어진 연립부등식이 해를 갖지 않으므로 오른쪽 그림에서
 $\frac{k}{2}\leq 4 \quad \therefore k\leq 8$
 따라서 정수 k 의 최댓값은 8이다.



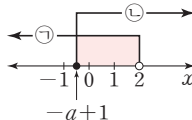
050 답 ④

$\frac{x}{3}+5<a$ 에서 $x+15<3a$
 $x<3a-15 \quad \dots\dots ㉠$
 $2-4x\leq -x+11$ 에서
 $-3x\leq 9 \quad \therefore x\geq -3 \quad \dots\dots ㉡$
 주어진 연립부등식이 해를 가지므로 오른쪽 그림에서
 $3a-15>-3, 3a>12$
 $\therefore a>4$



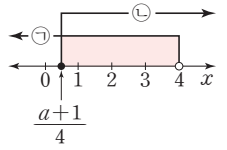
051 답 $1\leq a<2$

$2x+1>5x-5$ 에서 $-3x>-6$
 $\therefore x<2 \quad \dots\dots ㉠$
 $3x-1\geq 2x-a$ 에서 $x\geq -a+1 \quad \dots\dots ㉡$
 주어진 연립부등식을 만족시키는 정수 x 가 0과 1뿐이려면 오른쪽 그림에서
 $-1<-a+1\leq 0, -2<-a\leq -1$
 $\therefore 1\leq a<2$



052 답 ②

$3x-7<x+1$ 에서 $2x<8$
 $\therefore x<4 \quad \dots\dots ㉠$
 $x+1\leq 5x-a$ 에서 $-4x\leq -a-1$
 $\therefore x\geq \frac{a+1}{4} \quad \dots\dots ㉡$
 주어진 연립부등식을 만족시키는 정수 x 가 3개이려면 오른쪽 그림에서
 $0<\frac{a+1}{4}\leq 1, 0<a+1\leq 4$
 $\therefore -1<a\leq 3$



053 답 ①

어떤 자연수를 x 라 하면 (가), (나)에서
 $\begin{cases} 6(x-2)<36 \\ x-2>6-x \end{cases}$
 $6(x-2)<36$ 에서 $6x-12<36$
 $6x<48 \quad \therefore x<8 \quad \dots\dots ㉠$
 $x-2>6-x$ 에서 $2x>8$
 $\therefore x>4 \quad \dots\dots ㉡$
 ㉠, ㉡의 공통부분을 구하면 $4<x<8$
 따라서 조건을 만족시키는 자연수 x 는 5, 6, 7의 3개이다.

054 답 ④

막대 사탕을 x 개 사면 알사탕은 $(30-x)$ 개 살 수 있고, 전체 무게가 180g 이상 225g 이하가 되어야 하므로
 $180\leq 12x+3(30-x)\leq 225$
 $180\leq 9x+90\leq 225, 90\leq 9x\leq 135$
 $\therefore 10\leq x\leq 15$
 따라서 살 수 있는 막대 사탕의 최대 개수는 15이다.

055 답 18명

학생 수를 x 라 하면 선물의 개수는 $5x+13$
 학생 1명당 선물을 6개씩 주면 마지막 1명은 최소 1개, 최대 3개 받을 수 있으므로
 $6(x-1)+1\leq 5x+13\leq 6(x-1)+3$
 $6(x-1)+1\leq 5x+13$ 에서 $6x-6+1\leq 5x+13$
 $\therefore x\leq 18 \quad \dots\dots ㉠$
 $5x+13\leq 6(x-1)+3$ 에서 $5x+13\leq 6x-6+3$
 $-x\leq -16 \quad \therefore x\geq 16 \quad \dots\dots ㉡$
 ㉠, ㉡의 공통부분을 구하면 $16\leq x\leq 18$
 따라서 학생은 최대 18명이다.

개념유형

169~170쪽

056 답 -2, -1

057 답 $-14\leq x\leq 6$

$|x+4|\leq 10$ 에서 $-10\leq x+4\leq 10 \quad \therefore -14\leq x\leq 6$

058 답 $-4 < x < 3$

$$|2x+1| < 7 \text{에서 } -7 < 2x+1 < 7 \\ -8 < 2x < 6 \quad \therefore -4 < x < 3$$

059 답 $\frac{2}{3} \leq x \leq 4$

$$|3x-7| \leq 5 \text{에서 } -5 \leq 3x-7 \leq 5 \\ 2 \leq 3x \leq 12 \quad \therefore \frac{2}{3} \leq x \leq 4$$

060 답 $-5 \leq x \leq 7$

$$|1-x| \leq 6 \text{에서 } -6 \leq 1-x \leq 6 \\ -7 \leq -x \leq 5 \quad \therefore -5 \leq x \leq 7$$

061 답 $-1 < x < 6$

$$|5-2x| < 7 \text{에서 } -7 < 5-2x < 7 \\ -12 < -2x < 2 \quad \therefore -1 < x < 6$$

062 답 $-5, -3, 7$

063 답 $x < -9$ 또는 $x > 3$

$$|x+3| > 6 \text{에서 } x+3 < -6 \text{ 또는 } x+3 > 6 \\ \therefore x < -9 \text{ 또는 } x > 3$$

064 답 $x < -1$ 또는 $x > 4$

$$|2x-3| > 5 \text{에서 } 2x-3 < -5 \text{ 또는 } 2x-3 > 5 \\ 2x < -2 \text{ 또는 } 2x > 8 \\ \therefore x < -1 \text{ 또는 } x > 4$$

065 답 $x < -\frac{9}{4}$ 또는 $x > \frac{15}{4}$

$$|4x-3| > 12 \text{에서} \\ 4x-3 < -12 \text{ 또는 } 4x-3 > 12 \\ 4x < -9 \text{ 또는 } 4x > 15 \\ \therefore x < -\frac{9}{4} \text{ 또는 } x > \frac{15}{4}$$

066 답 $x \leq -2$ 또는 $x \geq 14$

$$\left| 3 - \frac{x}{2} \right| \geq 4 \text{에서} \\ 3 - \frac{x}{2} \leq -4 \text{ 또는 } 3 - \frac{x}{2} \geq 4 \\ -\frac{x}{2} \leq -7 \text{ 또는 } -\frac{x}{2} \geq 1 \\ \therefore x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq 14$$

067 답 $x < 1$ 또는 $x > \frac{7}{3}$

$$|5-3x| > 2 \text{에서} \\ 5-3x < -2 \text{ 또는 } 5-3x > 2 \\ -3x < -7 \text{ 또는 } -3x > -3 \\ \therefore x < 1 \text{ 또는 } x > \frac{7}{3}$$

068 답 $1, 1, -2, 4, 1$

069 답 $x \leq 2$

$|x+2| \geq 2x$ 에서 $x+2=0$, 즉 $x=-2$ 를 기준으로 범위를 나누면

(i) $x < -2$ 일 때

$$|x+2| = -(x+2) \text{이므로} \\ -(x+2) \geq 2x, -x-2 \geq 2x \\ -3x \geq 2 \quad \therefore x \leq -\frac{2}{3}$$

그런데 $x < -2$ 이므로 $x < -2$

(ii) $x \geq -2$ 일 때

$$|x+2| = x+2 \text{이므로} \\ x+2 \geq 2x, -x \geq -2 \quad \therefore x \leq 2 \\ \text{그런데 } x \geq -2 \text{이므로 } -2 \leq x \leq 2$$

(i), (ii)에서 주어진 부등식의 해는 $x \leq 2$

070 답 $-\frac{6}{7} < x < \frac{16}{5}$

$|6x-5| < x+11$ 에서 $6x-5=0$, 즉 $x=\frac{5}{6}$ 를 기준으로 범위를 나누면

(i) $x < \frac{5}{6}$ 일 때

$$|6x-5| = -(6x-5) \text{이므로} \\ -(6x-5) < x+11, -6x+5 < x+11 \\ -7x < 6 \quad \therefore x > -\frac{6}{7}$$

그런데 $x < \frac{5}{6}$ 이므로 $-\frac{6}{7} < x < \frac{5}{6}$

(ii) $x \geq \frac{5}{6}$ 일 때

$$|6x-5| = 6x-5 \text{이므로} \\ 6x-5 < x+11, 5x < 16 \quad \therefore x < \frac{16}{5}$$

그런데 $x \geq \frac{5}{6}$ 이므로 $\frac{5}{6} \leq x < \frac{16}{5}$

(i), (ii)에서 주어진 부등식의 해는 $-\frac{6}{7} < x < \frac{16}{5}$

071 답 $x > \frac{9}{4}$

$2|x+1| < 6x-7$ 에서 $x+1=0$, 즉 $x=-1$ 을 기준으로 범위를 나누면

(i) $x < -1$ 일 때

$$|x+1| = -(x+1) \text{이므로} \\ -2(x+1) < 6x-7, -2x-2 < 6x-7 \\ -8x < -5 \quad \therefore x > \frac{5}{8}$$

그런데 $x < -1$ 이므로 해는 없다.

(ii) $x \geq -1$ 일 때

$$|x+1| = x+1 \text{이므로} \\ 2(x+1) < 6x-7, 2x+2 < 6x-7 \\ -4x < -9 \quad \therefore x > \frac{9}{4}$$

그런데 $x \geq -1$ 이므로 $x > \frac{9}{4}$

(i), (ii)에서 주어진 부등식의 해는 $x > \frac{9}{4}$

072 답 -4, -4, 2, -4, 3

073 답 $-\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$

$|x| + |x-1| < 2$ 에서 $x=0$ 과 $x-1=0$, 즉 $x=0$ 과 $x=1$ 을 기준으로 범위를 나누면

(i) $x < 0$ 일 때

$$\begin{aligned} |x| &= -x, |x-1| = -(x-1) \text{이므로} \\ -x - (x-1) &< 2, -2x+1 < 2 \\ -2x < 1 &\quad \therefore x > -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\text{그런데 } x < 0 \text{이므로 } -\frac{1}{2} < x < 0$$

(ii) $0 \leq x < 1$ 일 때

$$\begin{aligned} |x| &= x, |x-1| = -(x-1) \text{이므로} \\ x - (x-1) &< 2 \\ \text{이때 } 0 \times x < 1 \text{이므로 해는 모든 실수이다.} \\ \text{그런데 } 0 \leq x < 1 \text{이므로 } 0 \leq x < 1 \end{aligned}$$

(iii) $x \geq 1$ 일 때

$$\begin{aligned} |x| &= x, |x-1| = x-1 \text{이므로} \\ x + (x-1) &< 2, 2x-1 < 2 \\ 2x < 3 &\quad \therefore x < \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\text{그런데 } x \geq 1 \text{이므로 } 1 \leq x < \frac{3}{2}$$

(i), (ii), (iii)에서 주어진 부등식의 해는

$$-\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$$

074 답 $x = -2$

$|x-3| + 2|x+2| \leq 5$ 에서 $x+2=0$ 과 $x-3=0$, 즉 $x=-2$ 와 $x=3$ 을 기준으로 범위를 나누면

(i) $x < -2$ 일 때

$$\begin{aligned} |x-3| &= -(x-3), |x+2| = -(x+2) \text{이므로} \\ -(x-3) - 2(x+2) &\leq 5 \\ -3x-1 &\leq 5 \\ -3x &\leq 6 \quad \therefore x \geq -2 \end{aligned}$$

그런데 $x < -2$ 이므로 해는 없다.

(ii) $-2 \leq x < 3$ 일 때

$$\begin{aligned} |x-3| &= -(x-3), |x+2| = x+2 \text{이므로} \\ -(x-3) + 2(x+2) &\leq 5 \\ x+7 &\leq 5 \\ \therefore x &\leq -2 \end{aligned}$$

$$\text{그런데 } -2 \leq x < 3 \text{이므로 } x = -2$$

(iii) $x \geq 3$ 일 때

$$\begin{aligned} |x-3| &= x-3, |x+2| = x+2 \text{이므로} \\ (x-3) + 2(x+2) &\leq 5 \\ 3x+1 &\leq 5 \\ 3x &\leq 4 \quad \therefore x \leq \frac{4}{3} \end{aligned}$$

그런데 $x \geq 3$ 이므로 해는 없다.

(i), (ii), (iii)에서 주어진 부등식의 해는

$$x = -2$$

075 답 $x \geq \frac{5}{2}$

$|x-1| + |x-2| \geq -2x+7$ 에서 $x-1=0$ 과 $x-2=0$, 즉 $x=1$ 과 $x=2$ 를 기준으로 범위를 나누면

(i) $x < 1$ 일 때

$$\begin{aligned} |x-1| &= -(x-1), |x-2| = -(x-2) \text{이므로} \\ -(x-1) - (x-2) &\geq -2x+7, -2x+3 \geq -2x+7 \\ \text{이때 } 0 \times x &\geq 4 \text{이므로 해는 없다.} \end{aligned}$$

(ii) $1 \leq x < 2$ 일 때

$$\begin{aligned} |x-1| &= x-1, |x-2| = -(x-2) \text{이므로} \\ (x-1) - (x-2) &\geq -2x+7, 1 \geq -2x+7 \\ 2x &\geq 6 \quad \therefore x \geq 3 \end{aligned}$$

그런데 $1 \leq x < 2$ 이므로 해는 없다.

(iii) $x \geq 2$ 일 때

$$\begin{aligned} |x-1| &= x-1, |x-2| = x-2 \text{이므로} \\ (x-1) + (x-2) &\geq -2x+7, 2x-3 \geq -2x+7 \\ 4x &\geq 10 \quad \therefore x \geq \frac{5}{2} \end{aligned}$$

$$\text{그런데 } x \geq 2 \text{이므로 } x \geq \frac{5}{2}$$

(i), (ii), (iii)에서 주어진 부등식의 해는

$$x \geq \frac{5}{2}$$

실전유형

171쪽

076 답 ③

$$|2x-3| < 5 \text{에서 } -5 < 2x-3 < 5$$

$$-2 < 2x < 8 \quad \therefore -1 < x < 4$$

$$\text{따라서 } a = -1, b = 4 \text{이므로 } a+b=3$$

077 답 0

$$2 < |2-5x| \leq 7 \text{에서}$$

$$-7 \leq 2-5x < -2 \text{ 또는 } 2 < 2-5x \leq 7$$

$$-9 \leq -5x < -4 \text{ 또는 } 0 < -5x \leq 5$$

$$\therefore \frac{4}{5} < x \leq \frac{9}{5} \text{ 또는 } -1 \leq x < 0$$

따라서 주어진 부등식을 만족시키는 정수 x 의 값은 $-1, 1$ 이므로 구하는 합은

$$-1+1=0$$

078 답 10

$|3x-6| < 2x+5$ 에서 $3x-6=0$, 즉 $x=2$ 를 기준으로 범위를 나누면

(i) $x < 2$ 일 때

$$\begin{aligned} -(3x-6) &< 2x+5, -3x+6 < 2x+5 \\ -5x &< -1 \quad \therefore x > \frac{1}{5} \end{aligned}$$

$$\text{그런데 } x < 2 \text{이므로 } \frac{1}{5} < x < 2$$

(ii) $x \geq 2$ 일 때

$$3x-6 < 2x+5 \quad \therefore x < 11$$

$$\text{그런데 } x \geq 2 \text{이므로 } 2 \leq x < 11$$

(i), (ii)에서 주어진 부등식의 해는 $\frac{1}{5} < x < 11$

따라서 정수 x 의 최댓값은 10이다.

079 답 2

$x < |1-2x| - 3$ 에서 $1-2x=0$, 즉 $x=\frac{1}{2}$ 을 기준으로 범위를 나누면

(i) $x < \frac{1}{2}$ 일 때

$$x < (1-2x) - 3, 3x < -2$$

$$\therefore x < -\frac{2}{3}$$

$$\text{그런데 } x < \frac{1}{2} \text{이므로 } x < -\frac{2}{3}$$

(ii) $x \geq \frac{1}{2}$ 일 때

$$x < -(1-2x) - 3, x < -1+2x-3$$

$$-x < -4 \quad \therefore x > 4$$

$$\text{그런데 } x \geq \frac{1}{2} \text{이므로 } x > 4$$

(i), (ii)에서 주어진 부등식의 해는 $x < -\frac{2}{3}$ 또는 $x > 4$

따라서 $a = -\frac{2}{3}$, $b = 4$ 이므로 $3a + b = 2$

080 답 6

$|x-4| + |x+1| \leq 6$ 에서 $x+1=0$ 과 $x-4=0$, 즉 $x=-1$ 과 $x=4$ 를 기준으로 범위를 나누면

(i) $x < -1$ 일 때

$$-(x-4) - (x+1) \leq 6, -2x+3 \leq 6$$

$$-2x \leq 3 \quad \therefore x \geq -\frac{3}{2}$$

$$\text{그런데 } x < -1 \text{이므로 } -\frac{3}{2} \leq x < -1$$

(ii) $-1 \leq x < 4$ 일 때

$$-(x-4) + (x+1) \leq 6 \text{에서 } 0 \times x \leq 1 \text{이므로 해는 모든 실수이다.}$$

$$\text{그런데 } -1 \leq x < 4 \text{이므로 } -1 \leq x < 4$$

(iii) $x \geq 4$ 일 때

$$(x-4) + (x+1) \leq 6, 2x-3 \leq 6$$

$$2x \leq 9 \quad \therefore x \leq \frac{9}{2}$$

$$\text{그런데 } x \geq 4 \text{이므로 } 4 \leq x \leq \frac{9}{2}$$

(i), (ii), (iii)에서 주어진 부등식의 해는 $-\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{9}{2}$

따라서 $a = -\frac{3}{2}$, $b = \frac{9}{2}$ 이므로 $b - a = 6$

081 답 ③

$2|x+1| + |x-1| < 5$ 에서 $x+1=0$ 과 $x-1=0$, 즉 $x=-1$ 과 $x=1$ 을 기준으로 범위를 나누면

(i) $x < -1$ 일 때

$$-2(x+1) - (x-1) < 5, -3x-1 < 5$$

$$-3x < 6 \quad \therefore x > -2$$

$$\text{그런데 } x < -1 \text{이므로 } -2 < x < -1$$

(ii) $-1 \leq x < 1$ 일 때

$$2(x+1) - (x-1) < 5$$

$$x+3 < 5$$

$$\therefore x < 2$$

$$\text{그런데 } -1 \leq x < 1 \text{이므로 } -1 \leq x < 1$$

(iii) $x \geq 1$ 일 때

$$2(x+1) + (x-1) < 5$$

$$3x+1 < 5$$

$$3x < 4 \quad \therefore x < \frac{4}{3}$$

$$\text{그런데 } x \geq 1 \text{이므로 } 1 \leq x < \frac{4}{3}$$

(i), (ii), (iii)에서 주어진 부등식의 해는

$$-2 < x < \frac{4}{3}$$

따라서 정수 x 는 $-1, 0, 1$ 의 3개이다.

실전유형으로 중단원 점검

172~173쪽

1 답 ①

$$3(x+4) > 4-x \text{에서 } 3x+12 > 4-x$$

$$4x > -8 \quad \therefore x > -2 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

$$\frac{2x+1}{3} < \frac{x}{4} + 2 \text{에서 } 8x+4 < 3x+24$$

$$5x < 20 \quad \therefore x < 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

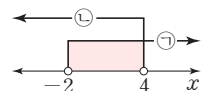
⑦, ⑧을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림

과 같으므로 연립부등식의 해는

$$-2 < x < 4$$

따라서 $a = -2$, $b = 4$ 이므로

$$ab = -8$$



2 답 ④

$$3x-3 \leq 2x+1 \text{에서 } x \leq 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

$$2x+1 < 4x+7 \text{에서 } -2x < 6$$

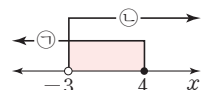
$$\therefore x > -3 \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

⑦, ⑧을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림

과 같으므로 부등식의 해는

$$-3 < x \leq 4$$

따라서 정수 x 는 $-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ 의 7개이다.



3 답 ④

$$\textcircled{1} \quad 2x-1 \leq 3 \text{에서 } 2x \leq 4$$

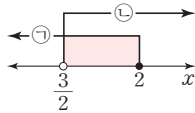
$$\therefore x \leq 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

$$x-2 > 4-3x \text{에서 } 4x > 6$$

$$\therefore x > \frac{3}{2} \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

㉠, ㉡을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그

림과 같으므로 부등식의 해는 $\frac{3}{2} < x \leq 2$



② $12x+17 \leq -15-2x$ 에서 $12x+17 \leq -15-20x$

$$32x \leq -32 \quad \therefore x \leq -1 \quad \dots\dots ㉠$$

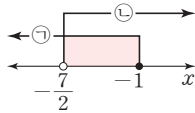
$$2(x+4)-3 > -2 \text{에서 } 2x+8-3 > -2$$

$$2x > -7 \quad \therefore x > -\frac{7}{2} \quad \dots\dots ㉡$$

㉠, ㉡을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그

림과 같으므로 부등식의 해는

$$-\frac{7}{2} < x \leq -1$$



③ $\frac{1}{2}x - \frac{3}{4} \geq 2x$ 에서 $2x-3 \geq 8x$

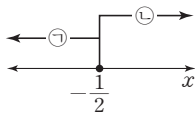
$$-6x \geq 3 \quad \therefore x \leq -\frac{1}{2} \quad \dots\dots ㉠$$

$$2-5x \leq 3-3x \text{에서 } -2x \leq 1$$

$$\therefore x \geq -\frac{1}{2} \quad \dots\dots ㉡$$

㉠, ㉡을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그

림과 같으므로 부등식의 해는 $x = -\frac{1}{2}$



④ $2x-3 < 1-(x-2)$ 에서 $2x-3 < 1-x+2$

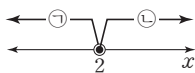
$$3x < 6 \quad \therefore x < 2 \quad \dots\dots ㉠$$

$$3-2x \leq \frac{3}{2}x-4 \text{에서 } 6-4x \leq 3x-8$$

$$-7x \leq -14 \quad \therefore x \geq 2 \quad \dots\dots ㉡$$

㉠, ㉡을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그

림과 같으므로 부등식의 해는 없다.



⑤ $3x-2 \leq 2(x-2)+3$ 에서

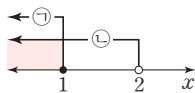
$$3x-2 \leq 2x-4+3 \quad \therefore x \leq 1 \quad \dots\dots ㉠$$

$$2(x-2)+3 < 5-x \text{에서 } 2x-4+3 < 5-x$$

$$3x < 6 \quad \therefore x < 2 \quad \dots\dots ㉡$$

㉠, ㉡을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그

림과 같으므로 부등식의 해는 $x \leq 1$



따라서 해가 없는 것은 ④이다.

4 답 ④

$$-5+x < 4-2x \text{에서 } 3x < 9 \quad \therefore x < 3$$

$$x+a < 4x+10 \text{에서 } -3x < 10-a \quad \therefore x > -\frac{10-a}{3}$$

주어진 연립부등식의 해가 $-2 < x < b$ 이므로

$$-\frac{10-a}{3} = -2, b = 3$$

$$-\frac{10-a}{3} = -2 \text{에서 } -10+a = -6 \quad \therefore a = 4$$

$$\therefore ab = 12$$

5 답 ③

$$x+3 \leq 3x+a \text{에서 } -2x \leq a-3 \quad \therefore x \geq -\frac{a-3}{2}$$

$$3x-2(1+2x) \geq b \text{에서 } 3x-2-4x \geq b$$

$$-x \geq b+2 \quad \therefore x \leq -b-2$$

주어진 연립부등식의 해가 $x = -1$ 이므로

$$-\frac{a-3}{2} = -1, -b-2 = -1 \quad \therefore a = 5, b = -1$$

$$\therefore a-b = 6$$

6 답 3

$$3x-2 < 4x+1 \text{에서 } -x < 3$$

$$\therefore x > -3 \quad \dots\dots ㉠$$

$$2(3x-1) > 8x+a \text{에서}$$

$$6x-2 > 8x+a, -2x > a+2$$

$$\therefore x < -\frac{a+2}{2} \quad \dots\dots ㉡$$

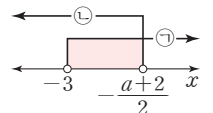
주어진 연립부등식이 해를 가지므로 오른쪽

그림에서

$$-\frac{a+2}{2} > -3, a+2 < 6$$

$$\therefore a < 4 \quad \dots\dots ㉢$$

따라서 정수 a 의 최댓값은 3이다.



채점 기준

i 각 일차부등식의 해 구하기	40 %
ii a의 값의 범위 구하기	40 %
iii 정수 a의 최댓값 구하기	20 %

7 답 ②

$$2(x+a) \leq x-1 \text{에서 } 2x+2a \leq x-1$$

$$\therefore x \leq -2a-1 \quad \dots\dots ㉠$$

$$-x-2 \leq 3x+6 \text{에서 } -4x \leq 8$$

$$\therefore x \geq -2 \quad \dots\dots ㉡$$

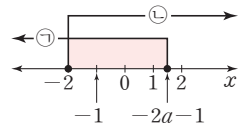
주어진 연립부등식을 만족시키는 정수 x

가 4개이라면 오른쪽 그림에서

$$1 \leq -2a-1 < 2, 2 \leq -2a < 3$$

$$\therefore -\frac{3}{2} < a \leq -1$$

따라서 a 의 최댓값은 -1 이다.



8 답 ⑤

사과를 x 개 사면 복숭아는 $(10-x)$ 개 살 수 있고, 지불할 금액이

12000원 이상 16000원 이하가 되어야 하므로

$$12000 \leq 1000x + 2000(10-x) \leq 16000$$

$$12 \leq x + 2(10-x) \leq 16, 12 \leq -x + 20 \leq 16$$

$$-8 \leq -x \leq -4 \quad \therefore 4 \leq x \leq 8$$

따라서 살 수 있는 사과의 최대 개수는 8이다.

9 답 20

의자의 개수를 x 라 하면 학생 수는 $8x+18$

한 의자에 9명씩 앉으면 마지막 의자에는 1명 이상 7명 이하의 학생

이 앉을 수 있으므로

$$9(x-1)+1 \leq 8x+18 \leq 9(x-1)+7 \quad \dots\dots ㉠$$

$$9(x-1)+1 \leq 8x+18 \text{에서 } 9x-9+1 \leq 8x+18$$

$$\therefore x \leq 26 \quad \dots\dots ㉡$$

$$8x+18 \leq 9(x-1)+7 \text{에서 } 8x+18 \leq 9x-9+7$$

$$-x \leq -20 \quad \therefore x \geq 20 \quad \dots\dots \textcircled{L}$$

㉠, ㉡의 공통부분을 구하면 $20 \leq x \leq 26$

따라서 의자의 최소 개수는 20이다.

..... ㉠

..... ㉡

채점 기준

i 조건을 만족시키는 부등식 세우기	40 %
ii 부등식의 해 구하기	40 %
iii 의자의 최소 개수 구하기	20 %

10 답 ①

$$|3x+1| \leq 4 \text{에서 } -4 \leq 3x+1 \leq 4$$

$$-5 \leq 3x \leq 3 \quad \therefore -\frac{5}{3} \leq x \leq 1$$

$$\text{따라서 } a = -\frac{5}{3}, b = 1 \text{이므로 } a+b = -\frac{2}{3}$$

11 답 1

$|x-1| \geq 3x-4$ 에서 $x-1=0$, 즉 $x=1$ 을 기준으로 범위를 나누면

(i) $x < 1$ 일 때

$$-(x-1) \geq 3x-4, -x+1 \geq 3x-4$$

$$-4x \geq -5 \quad \therefore x \leq \frac{5}{4}$$

그런데 $x < 1$ 이므로 $x < 1$

(ii) $x \geq 1$ 일 때

$$x-1 \geq 3x-4$$

$$-2x \geq -3 \quad \therefore x \leq \frac{3}{2}$$

그런데 $x \geq 1$ 이므로 $1 \leq x \leq \frac{3}{2}$

(i), (ii)에서 주어진 부등식의 해는 $x \leq \frac{3}{2}$

따라서 정수 x 의 최댓값은 1이다.

12 답 ④

$|x-2| + |x+2| < 10$ 에서 $x+2=0$ 와 $x-2=0$, 즉 $x=-2$ 와 $x=2$ 를 기준으로 범위를 나누면

(i) $x < -2$ 일 때

$$-(x-2) - (x+2) < 10, -2x < 10$$

$$\therefore x > -5$$

그런데 $x < -2$ 이므로 $-5 < x < -2$

(ii) $-2 \leq x < 2$ 일 때

$-(x-2) + (x+2) < 10$ 에서 $0 \times x < 6$ 이므로 해는 모든 실수이다.

그런데 $-2 \leq x < 2$ 이므로 $-2 \leq x < 2$

(iii) $x \geq 2$ 일 때

$$(x-2) + (x+2) < 10, 2x < 10$$

$$\therefore x < 5$$

그런데 $x \geq 2$ 이므로 $2 \leq x < 5$

(i), (ii), (iii)에서 주어진 부등식의 해는

$$-5 < x < 5$$

따라서 정수 x 는 $-4, -3, -2, \dots, 4$ 의 9개이다.

08 이차부등식

개념유형

175~176쪽

001 답 $x < 2$ 또는 $x > 5$

부등식 $f(x) > 0$ 의 해는 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 x 축보다 위쪽에 있는 부분의 x 의 값의 범위이므로

$$x < 2 \text{ 또는 } x > 5$$

002 답 $x \leq 2$ 또는 $x \geq 5$

부등식 $f(x) \geq 0$ 의 해는 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 x 축보다 위쪽에 있거나 만나는 부분의 x 의 값의 범위이므로

$$x \leq 2 \text{ 또는 } x \geq 5$$

003 답 $2 < x < 5$

부등식 $f(x) < 0$ 의 해는 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 x 축보다 아래쪽에 있는 부분의 x 의 값의 범위이므로

$$2 < x < 5$$

004 답 $2 \leq x \leq 5$

부등식 $f(x) \leq 0$ 의 해는 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 x 축보다 아래쪽에 있거나 만나는 부분의 x 의 값의 범위이므로

$$2 \leq x \leq 5$$

005 답 $x < -5$ 또는 $x > 1$

부등식 $f(x) > g(x)$ 의 해는 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 직선 $y=g(x)$ 보다 위쪽에 있는 부분의 x 의 값의 범위이므로

$$x < -5 \text{ 또는 } x > 1$$

006 답 $-5 \leq x \leq 1$

$$f(x) - g(x) \leq 0 \text{에서 } f(x) \leq g(x)$$

부등식 $f(x) \leq g(x)$ 의 해는 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 직선 $y=g(x)$ 보다 아래쪽에 있거나 만나는 부분의 x 의 값의 범위이므로

$$-5 \leq x \leq 1$$

007 답 $x-3, 3$

008 답 $x < -1$ 또는 $x > 8$

이차부등식 $x^2-7x-8 > 0$ 의 좌변을 인수분해하면

$$(x+1)(x-8) > 0$$

따라서 주어진 부등식의 해는

$$x < -1 \text{ 또는 } x > 8$$

009 답 $-4 < x < -1$

이차부등식 $x^2+5x+4 < 0$ 의 좌변을 인수분해하면

$$(x+4)(x+1) < 0$$

따라서 주어진 부등식의 해는

$$-4 < x < -1$$

010 답 $x < -3$ 또는 $x > 1$

이차부등식 $x^2 + 2x - 3 > 0$ 의 좌변을 인수분해하면
 $(x+3)(x-1) > 0$
따라서 주어진 부등식의 해는
 $x < -3$ 또는 $x > 1$

011 답 $-2 \leq x \leq \frac{3}{2}$

이차부등식 $2x^2 + x - 6 \leq 0$ 의 좌변을 인수분해하면
 $(x+2)(2x-3) \leq 0$
따라서 주어진 부등식의 해는
 $-2 \leq x \leq \frac{3}{2}$

012 답 $x \leq -2$ 또는 $x \geq \frac{1}{3}$

$3x^2 \geq 2 - 5x$ 에서 $3x^2 + 5x - 2 \geq 0$
좌변을 인수분해하면 $(x+2)(3x-1) \geq 0$
따라서 주어진 부등식의 해는
 $x \leq -2$ 또는 $x \geq \frac{1}{3}$

013 답 3, 3

014 답 $x \neq -5$ 인 모든 실수

이차부등식 $x^2 + 10x + 25 > 0$ 의 좌변을 인수분해하면
 $(x+5)^2 > 0$
따라서 주어진 부등식의 해는 $x \neq -5$ 인 모든 실수이다.

015 답 해는 없다.

이차부등식 $x^2 - 24x + 144 < 0$ 의 좌변을 인수분해하면
 $(x-12)^2 < 0$
따라서 주어진 부등식의 해는 없다.

016 답 모든 실수

이차부등식 $9x^2 - 24x + 16 \geq 0$ 의 좌변을 인수분해하면
 $(3x-4)^2 \geq 0$
따라서 주어진 부등식의 해는 모든 실수이다.

017 답 $x \neq 2$ 인 모든 실수

$-x^2 + 4x - 4 < 0$ 에서 $x^2 - 4x + 4 > 0$
좌변을 인수분해하면
 $(x-2)^2 > 0$
따라서 주어진 부등식의 해는 $x \neq 2$ 인 모든 실수이다.

018 답 $x = 1$

$2x^2 \leq 4x - 2$ 에서 $2x^2 - 4x + 2 \leq 0$
좌변을 인수분해하면
 $2(x-1)^2 \leq 0$
따라서 주어진 부등식의 해는
 $x = 1$

019 답 없다.

020 답 모든 실수

$x^2 + 3x + 9 \geq 0$ 의 좌변에서 $x^2 + 3x + 9 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{27}{4} \geq \frac{27}{4}$ 이므로
주어진 부등식의 해는 모든 실수이다.

021 답 모든 실수

$x^2 + 4x + 5 > 0$ 의 좌변에서 $x^2 + 4x + 5 = (x+2)^2 + 1 \geq 1$ 이므로 주어진 부등식의 해는 모든 실수이다.

022 답 해는 없다.

$x^2 - 5x + 10 < 0$ 의 좌변에서 $x^2 - 5x + 10 = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} \geq \frac{15}{4}$ 이므로
주어진 부등식의 해는 없다.

023 답 해는 없다.

$-x^2 + x - 1 \geq 0$ 의 좌변에서 $-x^2 + x - 1 = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4} \leq -\frac{3}{4}$
이므로 주어진 부등식의 해는 없다.

024 답 모든 실수

$-2x^2 + x - 1 \leq 0$ 의 좌변에서
 $-2x^2 + x - 1 = -2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{8} \leq -\frac{7}{8}$ 이므로 주어진 부등식의 해는 모든 실수이다.

실전유형

177~178쪽

025 답 1

부등식 $f(x) \leq 0$ 의 해는 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 x 축보다 아래쪽에 있거나 만나는 부분의 x 의 값의 범위이므로
 $-3 \leq x \leq 1$
따라서 정수 x 의 최댓값은 1이다.

026 답 $-2 \leq x \leq 0$

부등식 $f(x) \leq g(x)$ 의 해는 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 직선 $y=g(x)$ 보다 아래쪽에 있거나 만나는 부분의 x 의 값의 범위이므로
 $-2 \leq x \leq 0$

027 답 ⑤

$ax^2 + (b-m)x + c - n > 0$ 에서
 $ax^2 + bx + c > mx + n$
부등식 $ax^2 + bx + c > mx + n$ 의 해는 이차함수 $y=ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 직선 $y=mx + n$ 보다 위쪽에 있는 부분의 x 의 값의 범위이므로
 $x < -2$ 또는 $x > 1$

028 답 3

부등식 $f(x) > g(x)$ 의 해는 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 이차함수 $y=g(x)$ 의 그래프보다 위쪽에 있는 부분의 x 의 값의 범위이므로 $-1 < x < 4$

따라서 $\alpha = -1, \beta = 4$ 이므로 $\alpha + \beta = 3$

029 답 ③

$x^2 - 3x + 8 < 2x^2 - x$ 에서 $-x^2 - 2x + 8 < 0$

$x^2 + 2x - 8 > 0, (x+4)(x-2) > 0$

$\therefore x < -4$ 또는 $x > 2$

따라서 $\alpha = -4, \beta = 2$ 이므로 $\beta - \alpha = 6$

030 답 ④

$(2x-3)(x+2) < 9$ 에서 $2x^2 + x - 6 < 9$

$2x^2 + x - 15 < 0, (x+3)(2x-5) < 0$

$\therefore -3 < x < \frac{5}{2}$

따라서 정수 x 의 최댓값은 2이다.

031 답 ④

① $x^2 + 2x + 1 \leq 0$ 에서 $(x+1)^2 \leq 0$

$\therefore x = -1$

② $x^2 + 3x - 4 < 0$ 에서 $(x+4)(x-1) < 0$

$\therefore -4 < x < 1$

③ $x^2 + 3x + 8 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{23}{4} \geq \frac{23}{4}$ 이므로 이차부등식

$x^2 + 3x + 8 > 0$ 의 해는 모든 실수이다.

④ $-x^2 + x - 4 \geq 0$ 에서 $x^2 - x + 4 \leq 0$

$x^2 - x + 4 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} \geq \frac{15}{4}$ 이므로 이차부등식 $x^2 - x + 4 \leq 0$,

즉 $-x^2 + x - 4 \geq 0$ 의 해는 없다.

⑤ $-x^2 + 2x - 3 < 0$ 에서 $x^2 - 2x + 3 > 0$

$x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2 \geq 2$ 이므로 이차부등식 $x^2 - 2x + 3 > 0$,

즉 $-x^2 + 2x - 3 < 0$ 의 해는 모든 실수이다.

따라서 해가 없는 것은 ④이다.

032 답 $x \leq 1$ 또는 $x \geq 5$

이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 아래로 볼록하고, x 축과 만나는 점의 x 좌표가 2, 4이므로 $f(x) = a(x-2)(x-4) (a > 0)$ 라 하자.

이때 $f(0) = 8$ 이므로 $8a = 8 \quad \therefore a = 1$

$\therefore f(x) = (x-2)(x-4)$

$f(x) \geq 3$ 에서 $(x-2)(x-4) \geq 3$

$x^2 - 6x + 5 \geq 0, (x-1)(x-5) \geq 0$

$\therefore x \leq 1$ 또는 $x \geq 5$

033 답 ②

이차함수 $y = -x^2 + 3x + 2$ 의 그래프가 직선 $y = -x - 3$ 보다 위쪽에 있는 부분의 x 의 값의 범위는 부등식 $-x^2 + 3x + 2 > -x - 3$ 의 해와 같으므로

$-x^2 + 4x + 5 > 0, x^2 - 4x - 5 < 0$

$(x+1)(x-5) < 0 \quad \therefore -1 < x < 5$

따라서 $a = -1, b = 5$ 이므로 $3a + b = 2$

034 답 ③

둘레의 길이가 40m인 직사각형의 가로 길이를 x m라 하면 세로의 길이는 $(20-x)$ m이므로 넓이가 96m^2 이상이라면

$x(20-x) \geq 96$

$x^2 - 20x + 96 \leq 0, (x-8)(x-12) \leq 0$

$\therefore 8 \leq x \leq 12$

따라서 광고판의 가로 길이의 최댓값은 12m이다.

035 답 25m

도로의 폭을 x m라 하면 도로를 제외한 땅의 넓이는 한 변의 길이가 $(50-x)$ m인 정사각형의 넓이와 같고, 그 넓이가 625m^2 이상이 되어야 하므로

$(50-x)^2 \geq 625$

$x^2 - 100x + 1875 \geq 0, (x-25)(x-75) \geq 0$

$\therefore x \leq 25$ 또는 $x \geq 75$

그런데 $0 < x < 50$ 이므로 $0 < x \leq 25$

따라서 도로의 최대 폭은 25m이다.

036 답 ①

스피커 한 대의 가격을 x 만 원 올리면 스피커 한 대의 가격은

$(10+x)$ 만 원, 월 판매량은 $(100-4x)$ 대이고, 한 달 판매액이

1200만 원 이상이 되어야 하므로

$(10+x)(100-4x) \geq 1200$

$4x^2 - 60x + 200 \leq 0$

$x^2 - 15x + 50 \leq 0, (x-5)(x-10) \leq 0$

$\therefore 5 \leq x \leq 10$

이때 스피커 한 대의 가격은 $(10+x)$ 만 원이므로

$15 \leq 10+x \leq 20$

따라서 스피커 한 대의 가격은 15만 원 이상 20만 원 이하이다.

개념유형

179~180쪽

037 답 5, 9, 20

038 답 $x^2 - 9 \geq 0$

해가 $x \leq -3$ 또는 $x \geq 3$ 이고 x^2 의 계수가 1인 이차부등식은

$(x+3)(x-3) \geq 0 \quad \therefore x^2 - 9 \geq 0$

039 답 $x^2 - x - 2 \leq 0$

해가 $-1 \leq x \leq 2$ 이고 x^2 의 계수가 1인 이차부등식은

$(x+1)(x-2) \leq 0 \quad \therefore x^2 - x - 2 \leq 0$

040 답 $x^2 + 11x + 28 > 0$

해가 $x < -7$ 또는 $x > -4$ 이고 x^2 의 계수가 1인 이차부등식은

$(x+7)(x+4) > 0 \quad \therefore x^2 + 11x + 28 > 0$

041 **답** $x^2+3x<0$

해가 $-3<x<0$ 이고 x^2 의 계수가 1인 이차부등식은
 $x(x+3)<0 \quad \therefore x^2+3x<0$

042 **답** $<, <, <, -4, 1, 3$

043 **답** $a=1, b=70$

x^2 의 계수가 a 이고 해가 $x \leq 7$ 또는 $x \geq 10$ 이므로 $a>0$
 해가 $x \leq 7$ 또는 $x \geq 10$ 이고 x^2 의 계수가 1인 이차부등식은
 $(x-7)(x-10) \geq 0 \quad \therefore x^2-17x+70 \geq 0$
 양변에 a 를 곱하면
 $ax^2-17ax+70a \geq 0 \quad (\because a>0)$
 이 부등식이 $ax^2-17x+b \geq 0$ 과 같으므로
 $-17a=-17, 70a=b$
 $\therefore a=1, b=70$

044 **답** $a=3, b=2$

x^2 의 계수가 a 이고 해가 $-1<x<\frac{1}{3}$ 이므로 $a>0$
 해가 $-1<x<\frac{1}{3}$ 이고 x^2 의 계수가 1인 이차부등식은
 $(x+1)(x-\frac{1}{3})<0 \quad \therefore x^2+\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}<0$
 양변에 a 를 곱하면
 $ax^2+\frac{2}{3}ax-\frac{1}{3}a<0 \quad (\because a>0)$
 이 부등식이 $ax^2+bx-1<0$ 과 같으므로 $\frac{2}{3}a=b, -\frac{1}{3}a=-1$
 $\therefore a=3, b=2$

045 **답** $a=-1, b=-3$

x^2 의 계수가 a 이고 해가 $-6 \leq x \leq 3$ 이므로 $a<0$
 해가 $-6 \leq x \leq 3$ 이고 x^2 의 계수가 1인 이차부등식은
 $(x+6)(x-3) \leq 0 \quad \therefore x^2+3x-18 \leq 0$
 양변에 a 를 곱하면
 $ax^2+3ax-18a \geq 0 \quad (\because a<0)$
 이 부등식이 $ax^2+bx+18 \geq 0$ 과 같으므로 $3a=b, -18a=18$
 $\therefore a=-1, b=-3$

046 **답** $a=-2, b=2$

x^2 의 계수가 a 이고 해가 $x<-\frac{1}{2}$ 또는 $x>2$ 이므로 $a<0$
 해가 $x<-\frac{1}{2}$ 또는 $x>2$ 이고 x^2 의 계수가 1인 이차부등식은
 $(x+\frac{1}{2})(x-2)>0 \quad \therefore x^2-\frac{3}{2}x-1>0$
 양변에 a 를 곱하면
 $ax^2-\frac{3}{2}ax-a<0 \quad (\because a<0)$
 이 부등식이 $ax^2+3x+b<0$ 과 같으므로 $-\frac{3}{2}a=3, -a=b$
 $\therefore a=-2, b=2$

실전유형

180~181쪽

047 **답** ①

해가 $2<x<3$ 이고 x^2 의 계수가 1인 이차부등식은
 $(x-2)(x-3)<0 \quad \therefore x^2-5x+6<0$
 이 부등식이 $x^2+ax+6<0$ 과 같으므로
 $a=-5$

048 **답** $-1<x<\frac{1}{2}$

해가 $-1 \leq x \leq 2$ 이고 x^2 의 계수가 1인 이차부등식은
 $(x+1)(x-2) \leq 0 \quad \therefore x^2-x-2 \leq 0$
 이 부등식이 $x^2+ax+b \leq 0$ 과 같으므로
 $a=-1, b=-2$
 이를 $bx^2+ax+1>0$ 에 대입하면 $-2x^2-x+1>0$
 $2x^2+x-1<0, (x+1)(2x-1)<0$
 $\therefore -1<x<\frac{1}{2}$

049 **답** ③

해가 $x<2$ 또는 $x>b$ 이고 x^2 의 계수가 2인 이차부등식은
 $2(x-2)(x-b)>0$
 $\therefore 2x^2-2(2+b)x+4b>0$
 이 부등식이 $2x^2-(4a+1)x+10>0$ 과 같으므로
 $2(2+b)=4a+1, 4b=10$
 따라서 $a=2, b=\frac{5}{2}$ 이므로
 $ab=5$

050 **답** ③

해가 $x=\frac{1}{2}$ 이고 x^2 의 계수가 4인 이차부등식은
 $4(x-\frac{1}{2})^2 \leq 0 \quad \therefore 4x^2-4x+1 \leq 0$
 이 부등식이 $4x^2+ax+b \leq 0$ 과 같으므로
 $a=-4, b=1 \quad \therefore a^2+b^2=16+1=17$

051 **답** 3

이차함수 $y=x^2-ax+b$ 의 그래프가 직선 $y=x+2$ 보다 아래쪽에
 있는 부분의 x 의 값의 범위는 부등식 $x^2-ax+b<x+2$, 즉
 $x^2-(a+1)x+b-2<0 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$
 의 해와 같다.

해가 $1<x<5$ 이고 x^2 의 계수가 1인 이차부등식은
 $(x-1)(x-5)<0 \quad \therefore x^2-6x+5<0$
 이 부등식이 $\textcircled{7}$ 과 같으므로
 $a+1=6, b-2=5 \quad \therefore a=5, b=7$
 $\therefore 2a-b=3$

052 **답** ④

이차부등식 $f(x)<0$ 의 해가 $3<x<7$ 이므로
 $f(x)=a(x-3)(x-7) \quad (a>0)$ 이라 하면
 $f(2x-5)=a(2x-5-3)(2x-5-7)=4a(x-4)(x-6)$

따라서 부등식 $f(2x-5) < 0$, 즉 $4a(x-4)(x-6) < 0$ 에서
 $(x-4)(x-6) < 0$ ($\because a > 0$) $\therefore 4 < x < 6$
 따라서 $a=4, \beta=6$ 이므로 $a\beta=24$

다른 풀이

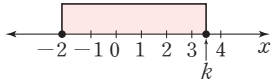
$f(x) < 0$ 의 해가 $3 < x < 7$ 이므로 $f(2x-5) < 0$ 의 해는
 $3 < 2x-5 < 7, 8 < 2x < 12 \therefore 4 < x < 6$
 따라서 $a=4, \beta=6$ 이므로 $a\beta=24$

053 답 $-1 \leq x \leq 4$

이차부등식 $f(x) \geq 0$ 의 해가 $x \leq -2$ 또는 $x \geq 3$ 이므로
 $f(x) = a(x+2)(x-3)$ ($a > 0$)이라 하면
 $f(2-x) = a(2-x+2)(2-x-3) = a(x+1)(x-4)$
 따라서 부등식 $f(2-x) \leq 0$, 즉 $a(x+1)(x-4) \leq 0$ 에서
 $(x+1)(x-4) \leq 0$ ($\because a > 0$)
 $\therefore -1 \leq x \leq 4$

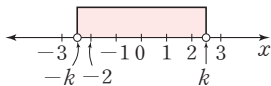
054 답 3

$x^2 + 2x \leq 2k + kx$ 에서 $x^2 + (2-k)x - 2k \leq 0$
 $(x+2)(x-k) \leq 0 \therefore -2 \leq x \leq k$ ($\because k > 0$)
 주어진 이차부등식을 만족시키는 정
 수 x 가 6개이려면 오른쪽 그림에서
 $3 \leq k < 4$
 따라서 자연수 k 의 값은 3이다.



055 답 ③

$x^2 - k^2 < 0$ 에서 $(x+k)(x-k) < 0$
 $\therefore -k < x < k$ ($\because k > 0$)
 주어진 이차부등식을 만족시키는 정
 수 x 가 5개이려면 오른쪽 그림에서
 $2 < k \leq 3$
 따라서 자연수 k 의 값은 3이다.



개념유형

183~184쪽

056 답 1, 1

057 답 $k \geq 4$

모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $x^2 - 4x + k \geq 0$ 이 성립하므로 이
 차방정식 $x^2 - 4x + k = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
 $\frac{D}{4} = 4 - k \leq 0$
 $\therefore k \geq 4$

058 답 $k \leq -\frac{9}{4}$

모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $-x^2 - 3x + k \leq 0$ 이 성립하므로 이
 차방정식 $-x^2 - 3x + k = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
 $D = 9 + 4k \leq 0$
 $4k \leq -9 \therefore k \leq -\frac{9}{4}$

059 답 $k > \frac{4}{3}$

모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $3x^2 + 4x + k > 0$ 이 성립하므로 이
 차방정식 $3x^2 + 4x + k = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
 $\frac{D}{4} = 4 - 3k < 0, 3k > 4$
 $\therefore k > \frac{4}{3}$

060 답 $k < -\frac{9}{8}$

모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $-2x^2 - 3x + k < 0$ 이 성립하므로 이
 차방정식 $-2x^2 - 3x + k = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
 $D = 9 + 8k < 0, 8k < -9$
 $\therefore k < -\frac{9}{8}$

061 답 $0 \leq k \leq 1$

모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $-x^2 + 2kx - k \leq 0$ 이 성립하므로
 이차방정식 $-x^2 + 2kx - k = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
 $\frac{D}{4} = k^2 - k \leq 0, k(k-1) \leq 0$
 $\therefore 0 \leq k \leq 1$

062 답 $-1 < k < 3$

모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $x^2 + (k+1)x + k + 1 > 0$ 이 성립하
 므로 이차방정식 $x^2 + (k+1)x + k + 1 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
 $D = (k+1)^2 - 4(k+1) < 0$
 $k^2 - 2k - 3 < 0, (k+1)(k-3) < 0$
 $\therefore -1 < k < 3$

063 답 $>, <, <, 4, 4$

064 답 $0 < k < \frac{16}{9}$

이차부등식 $kx^2 - 3kx + 4 > 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 성립하므로
 $k > 0$ ㉠

또 이차방정식 $kx^2 - 3kx + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = 9k^2 - 16k < 0$$

$$k(9k - 16) < 0 \therefore 0 < k < \frac{16}{9} \text{ ㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡에서 } 0 < k < \frac{16}{9}$$

065 답 $-5 \leq k < 0$

이차부등식 $kx^2 + 4kx + 3k - 5 \leq 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 성립하
 므로 $k < 0$ ㉠

또 이차방정식 $kx^2 + 4kx + 3k - 5 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = 4k^2 - k(3k - 5) \leq 0$$

$$k^2 + 5k \leq 0, k(k+5) \leq 0 \therefore -5 \leq k \leq 0 \text{ ㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡에서 } -5 \leq k < 0$$

066 답 $-9 < k < -1$

이차부등식 $kx^2 - 2(k+3)x - 4 < 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 성립하
 므로 $k < 0$ ㉠

또 이차방정식 $kx^2 - 2(k+3)x - 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (k+3)^2 + 4k < 0$$

$$k^2 + 10k + 9 < 0, (k+1)(k+9) < 0$$

$$\therefore -9 < k < -1 \quad \dots\dots \textcircled{\text{A}}$$

$$\textcircled{\text{A}}, \textcircled{\text{B}} \text{에서 } -9 < k < -1$$

067 답 $-1 < k \leq 1$

이차부등식 $(k+1)x^2 - 2(k+1)x + 2 \geq 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 성립하므로

$$k+1 > 0 \quad \therefore k > -1 \quad \dots\dots \textcircled{\text{A}}$$

또 이차방정식 $(k+1)x^2 - 2(k+1)x + 2 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (k+1)^2 - 2(k+1) \leq 0$$

$$k^2 - 1 \leq 0, (k+1)(k-1) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq k \leq 1 \quad \dots\dots \textcircled{\text{B}}$$

$$\textcircled{\text{A}}, \textcircled{\text{B}} \text{에서 } -1 < k \leq 1$$

068 답 4, 2, 2

069 답 $k = -2\sqrt{2}$ 또는 $k = 2\sqrt{2}$

이차부등식 $x^2 - 3kx + 18 \leq 0$ 의 해가 오직 한 개이므로 이차방정식 $x^2 - 3kx + 18 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = 9k^2 - 72 = 0$$

$$k^2 = 8 \quad \therefore k = -2\sqrt{2} \text{ 또는 } k = 2\sqrt{2}$$

070 답 $k = -4$ 또는 $k = 0$

이차부등식 $x^2 - 2(k+2)x + 4 \leq 0$ 의 해가 오직 한 개이므로 이차방정식 $x^2 - 2(k+2)x + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (k+2)^2 - 4 = 0$$

$$k^2 + 4k = 0, k(k+4) = 0$$

$$\therefore k = -4 \text{ 또는 } k = 0$$

071 답 $k = -16$ 또는 $k = 0$

이차부등식 $-4x^2 + kx + k \geq 0$ 의 해가 오직 한 개이므로 이차방정식 $-4x^2 + kx + k = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = k^2 + 16k = 0$$

$$k(k+16) = 0 \quad \therefore k = -16 \text{ 또는 } k = 0$$

072 답 $k = 1$ 또는 $k = 5$

이차부등식 $-x^2 + (k+1)x - 2k + 1 \geq 0$ 의 해가 오직 한 개이므로 이차방정식 $-x^2 + (k+1)x - 2k + 1 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = (k+1)^2 + 4(-2k+1) = 0$$

$$k^2 - 6k + 5 = 0, (k-1)(k-5) = 0$$

$$\therefore k = 1 \text{ 또는 } k = 5$$

073 답 $\geq, \leq, =$

074 답 $k > 4$

이차부등식 $x^2 + 8x + 4k \leq 0$ 이 해를 갖지 않으면 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + 8x + 4k > 0$ 이 성립한다.

즉, 이차방정식 $x^2 + 8x + 4k = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = 16 - 4k < 0$$

$$4k > 16 \quad \therefore k > 4$$

075 답 $4 \leq k \leq 16$

이차부등식 $x^2 + (k-8)x + k < 0$ 이 해를 갖지 않으면 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + (k-8)x + k \geq 0$ 이 성립한다.

즉, 이차방정식 $x^2 + (k-8)x + k = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = (k-8)^2 - 4k \leq 0$$

$$k^2 - 20k + 64 \leq 0, (k-4)(k-16) \leq 0$$

$$\therefore 4 \leq k \leq 16$$

076 답 $k \leq -\frac{1}{4}$

이차부등식 $-x^2 - x + k > 0$ 이 해를 갖지 않으면 모든 실수 x 에 대하여 $-x^2 - x + k \leq 0$ 이 성립한다.

즉, 이차방정식 $-x^2 - x + k = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = 1 + 4k \leq 0$$

$$4k \leq -1 \quad \therefore k \leq -\frac{1}{4}$$

077 답 $\frac{1}{2} \leq k \leq 1$

이차부등식 $-x^2 + 2(2k-1)x - (2k-1) > 0$ 이 해를 갖지 않으면 모든 실수 x 에 대하여 $-x^2 + 2(2k-1)x - (2k-1) \leq 0$ 이 성립한다.

즉, 이차방정식 $-x^2 + 2(2k-1)x - (2k-1) = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (2k-1)^2 - (2k-1) \leq 0$$

$$4k^2 - 6k + 2 \leq 0, 2k^2 - 3k + 1 \leq 0$$

$$(2k-1)(k-1) \leq 0 \quad \therefore \frac{1}{2} \leq k \leq 1$$

실전유형

185~186쪽

078 답 ④

모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $x^2 + (m+2)x + 2m+1 > 0$ 이 성립하려면 이차방정식 $x^2 + (m+2)x + 2m+1 = 0$ 의 판별식을 D 라 할 때

$$D = (m+2)^2 - 4(2m+1) < 0$$

$$m^2 - 4m < 0, m(m-4) < 0 \quad \therefore 0 < m < 4$$

따라서 정수 m 의 값은 1, 2, 3이므로 구하는 합은

$$1 + 2 + 3 = 6$$

079 답 3

모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $x^2 + 2kx - 2k + 3 > 0$ 이 성립하므로 이차방정식 $x^2 + 2kx - 2k + 3 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = k^2 + 2k - 3 < 0$$

$$(k+3)(k-1) < 0 \quad \therefore -3 < k < 1$$

따라서 정수 k 는 -2, -1, 0의 3개이다.

080 ②

이차함수 $y=x^2-5x$ 의 그래프가 직선 $y=-3x+k$ 보다 항상 위쪽에 있으므로 모든 실수 x 에 대하여 $x^2-5x > -3x+k$, 즉 $x^2-2x-k > 0$ 이 성립한다.

이차방정식 $x^2-2x-k=0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=1+k < 0 \quad \therefore k < -1$$

따라서 정수 k 의 최댓값은 -2 이다.

081 ②

부등식 $(a-1)x^2-2(a-1)x+1 > 0$ 에서

(i) $a=1$ 일 때

$0 \times x^2 - 0 \times x + 1 > 0$ 이므로 x 의 값에 관계없이 주어진 부등식이 항상 성립한다.

(ii) $a \neq 1$ 일 때

x 의 값에 관계없이 주어진 부등식이 항상 성립하면 이차함수 $y=(a-1)x^2-2(a-1)x+1$ 의 그래프가 아래로 볼록하므로 $a-1 > 0 \quad \therefore a > 1 \quad \dots\dots \textcircled{7}$

또 이차방정식 $(a-1)x^2-2(a-1)x+1=0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=(a-1)^2-(a-1) < 0$$

$$a^2-3a+2 < 0, (a-1)(a-2) < 0$$

$$\therefore 1 < a < 2 \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

$\textcircled{7}, \textcircled{8}$ 에서 $1 < a < 2$

(i), (ii)에서 a 의 값의 범위는

$$1 < a < 2$$

082 ② $k < -5$ 또는 $k > -1$

이차부등식 $x^2+(k+3)x+1 < 0$ 이 해를 가지면 이차방정식 $x^2+(k+3)x+1=0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지므로 이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$D=(k+3)^2-4 > 0$$

$$k^2+6k+5 > 0, (k+5)(k+1) > 0$$

$$\therefore k < -5 \text{ 또는 } k > -1$$

083 ② $\frac{1}{3}$

이차부등식 $3x^2+2x+k \leq 0$ 의 해가 오직 한 개이므로 이차방정식 $3x^2+2x+k=0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=1-3k=0$$

$$\therefore k=\frac{1}{3}$$

084 ②

(i) $k > 0$ 일 때

이차부등식 $kx^2-4kx+8 < 0$ 이 해를 가지면 이차방정식

$kx^2-4kx+8=0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지므로 이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=4k^2-8k > 0$$

$$4k(k-2) > 0$$

$$\therefore k < 0 \text{ 또는 } k > 2$$

그런데 $k > 0$ 이므로 $k > 2$

(ii) $k < 0$ 일 때

이차함수 $y=kx^2-4kx+8$ 의 그래프는 위로 볼록하므로 주어진 이차부등식은 항상 해를 갖는다.

$$\therefore k < 0$$

(i), (ii)에서 k 의 값의 범위는 $k < 0$ 또는 $k > 2$ 이므로

$$\alpha=0, \beta=2$$

$$\therefore \alpha+\beta=2$$

085 ⑤

이차부등식 $(k-2)x^2+2(k-2)x+4 \leq 0$ 의 해가 오직 한 개이므로 $k-2 > 0 \quad \therefore k > 2$

또 이차방정식 $(k-2)x^2+2(k-2)x+4=0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=(k-2)^2-4(k-2)=0$$

$$k^2-8k+12=0, (k-2)(k-6)=0$$

$$\therefore k=2 \text{ 또는 } k=6$$

그런데 $k > 2$ 이므로 $k=6$

086 ② 22

이차부등식 $x^2+8x+(a-6) < 0$ 이 해를 갖지 않으려면 모든 실수 x 에 대하여 $x^2+8x+(a-6) \geq 0$ 이 성립해야 한다.

즉, 이차방정식 $x^2+8x+(a-6)=0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=16-a+6 \leq 0 \quad \therefore a \geq 22$$

따라서 a 의 최솟값은 22이다.

087 ①

이차부등식 $kx^2-2(k+1)x+4 < 0$ 이 해를 갖지 않으려면 모든 실수 x 에 대하여 $kx^2-2(k+1)x+4 \geq 0$ 이 성립하므로

$$k > 0$$

또 이차방정식 $kx^2-2(k+1)x+4=0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=(k+1)^2-4k \leq 0$$

$$k^2-2k+1 \leq 0, (k-1)^2 \leq 0 \quad \therefore k=1$$

088 ①

$f(x)=-x^2+2x+k-2$ 라 하면

$$f(x)=-(x-1)^2+k-1$$

$-1 \leq x \leq 2$ 에서 $f(x) \leq 0$ 이므로 $y=f(x)$

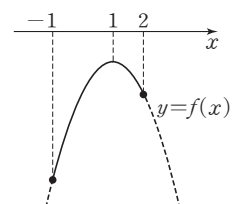
의 그래프가 오른쪽 그림과 같다.

$-1 \leq x \leq 2$ 에서 $f(x)$ 는 $x=1$ 일 때 최대

이므로 $f(1) \leq 0$ 에서

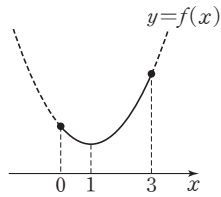
$$k-1 \leq 0 \quad \therefore k \leq 1$$

따라서 k 의 최댓값은 1이다.



089 답 ⑤

$f(x) = 2x^2 - 4x + 2k^2 - k + 1$ 이라 하면
 $f(x) = 2(x-1)^2 + 2k^2 - k - 1$
 $0 \leq x \leq 3$ 에서 $f(x) \geq 0$ 이므로 $y=f(x)$ 의
 그래프가 오른쪽 그림과 같다.
 $0 \leq x \leq 3$ 에서 $f(x)$ 는 $x=1$ 일 때 최소이
 므로 $f(1) \geq 0$ 에서
 $2k^2 - k - 1 \geq 0, (2k+1)(k-1) \geq 0$
 $\therefore k \leq -\frac{1}{2}$ 또는 $k \geq 1$
 따라서 $\alpha = -\frac{1}{2}, \beta = 1$ 이므로
 $\beta - \alpha = \frac{3}{2}$



개념유형

187~188쪽

090 답 $-1 < x \leq 4$

$x-4 \leq 0$ 에서 $x \leq 4$ ㉠
 $x^2 - 6x - 7 < 0$ 에서 $(x+1)(x-7) < 0$
 $\therefore -1 < x < 7$ ㉡
 ㉠, ㉡의 공통부분을 구하면 $-1 < x \leq 4$

091 답 $-\frac{5}{2} \leq x \leq 1$

$2x+5 \geq 0$ 에서 $x \geq -\frac{5}{2}$ ㉠
 $x^2 + 3x - 4 \leq 0$ 에서 $(x+4)(x-1) \leq 0$
 $\therefore -4 \leq x \leq 1$ ㉡
 ㉠, ㉡의 공통부분을 구하면 $-\frac{5}{2} \leq x \leq 1$

092 답 $x > 4$

$2x-1 \geq x-2$ 에서 $x \geq -1$ ㉠
 $x^2 + x - 15 > 5$ 에서 $x^2 + x - 20 > 0$
 $(x+5)(x-4) > 0$
 $\therefore x < -5$ 또는 $x > 4$ ㉡
 ㉠, ㉡의 공통부분을 구하면 $x > 4$

093 답 $-\frac{3}{4} < x \leq 1$

$4x+1 \leq 5$ 에서
 $4x \leq 4 \therefore x \leq 1$ ㉠
 $8x^2 - 5x - 7 < x+2$ 에서
 $8x^2 - 6x - 9 < 0$
 $(4x+3)(2x-3) < 0$
 $\therefore -\frac{3}{4} < x < \frac{3}{2}$ ㉡
 ㉠, ㉡의 공통부분을 구하면 $-\frac{3}{4} < x \leq 1$

094 답 $-2 < x \leq -1$ 또는 $3 \leq x < 5$

$x^2 - 2x - 3 \geq 0$ 에서 $(x+1)(x-3) \geq 0$
 $\therefore x \leq -1$ 또는 $x \geq 3$ ㉠
 $x^2 - 3x - 10 < 0$ 에서 $(x+2)(x-5) < 0$
 $\therefore -2 < x < 5$ ㉡
 ㉠, ㉡의 공통부분을 구하면 $-2 < x \leq -1$ 또는 $3 \leq x < 5$

095 답 $-2 \leq x < -1$

$x^2 - x - 5 > 3x$ 에서 $x^2 - 4x - 5 > 0$
 $(x+1)(x-5) > 0 \therefore x < -1$ 또는 $x > 5$ ㉠
 $2x^2 - 2x - 6 \leq x^2 + 2$ 에서 $x^2 - 2x - 8 \leq 0$
 $(x+2)(x-4) \leq 0 \therefore -2 \leq x \leq 4$ ㉡
 ㉠, ㉡의 공통부분을 구하면 $-2 \leq x < -1$

096 답 해는 없다.

$2x^2 - 4 < 0$ 에서 $x^2 - 2 < 0$
 $(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2}) < 0 \therefore -\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$ ㉠
 $-x^2 + 5x - 3 > 3$ 에서 $x^2 - 5x + 6 < 0$
 $(x-2)(x-3) < 0 \therefore 2 < x < 3$ ㉡
 ㉠, ㉡의 공통부분은 없으므로 연립부등식의 해는 없다.

097 답 $-9 \leq x \leq -\frac{7}{3}$

$-x^2 - 11x - 14 \geq 4$ 에서 $x^2 + 11x + 18 \leq 0$
 $(x+9)(x+2) \leq 0 \therefore -9 \leq x \leq -2$ ㉠
 $3x^2 + 7x + 1 \geq 1$ 에서 $3x^2 + 7x \geq 0$
 $x(3x+7) \geq 0 \therefore x \leq -\frac{7}{3}$ 또는 $x \geq 0$ ㉡
 ㉠, ㉡의 공통부분을 구하면 $-9 \leq x \leq -\frac{7}{3}$

098 답 $2 < x < 4$

$x^2 - 3x < 3x - 8$ 에서 $x^2 - 6x + 8 < 0$
 $(x-2)(x-4) < 0$
 $\therefore 2 < x < 4$ ㉠
 $3x - 8 < 7x + 2$ 에서 $-4x < 10 \therefore x > -\frac{5}{2}$ ㉡
 ㉠, ㉡의 공통부분을 구하면 $2 < x < 4$

099 답 $-3 \leq x < -1$ 또는 $3 < x \leq 5$

$4 < x^2 - 2x + 1$ 에서 $x^2 - 2x - 3 > 0$
 $(x+1)(x-3) > 0 \therefore x < -1$ 또는 $x > 3$ ㉠
 $x^2 - 2x + 1 \leq 16$ 에서 $x^2 - 2x - 15 \leq 0$
 $(x+3)(x-5) \leq 0 \therefore -3 \leq x \leq 5$ ㉡
 ㉠, ㉡의 공통부분을 구하면 $-3 \leq x < -1$ 또는 $3 < x \leq 5$

100 답 $4 \leq x \leq 5$

$x+9 < x^2+7$ 에서 $x^2 - x - 2 > 0$
 $(x+1)(x-2) > 0 \therefore x < -1$ 또는 $x > 2$ ㉠
 $x^2 + 7 \leq 9x - 13$ 에서 $x^2 - 9x + 20 \leq 0$
 $(x-4)(x-5) \leq 0 \therefore 4 \leq x \leq 5$ ㉡
 ㉠, ㉡의 공통부분을 구하면 $4 \leq x \leq 5$

101 답 $2 \leq x < 8$

$x^2 - 3x + 5 \leq 2x^2 - 5$ 에서 $x^2 + 3x - 10 \geq 0$
 $(x+5)(x-2) \geq 0 \quad \therefore x \leq -5 \text{ 또는 } x \geq 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $2x^2 - 5 < x^2 + 7x + 3$ 에서 $x^2 - 7x - 8 < 0$
 $(x+1)(x-8) < 0 \quad \therefore -1 < x < 8 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 의 공통부분을 구하면
 $2 \leq x < 8$

실전유형

189~190쪽

102 답 ③

$2x - 1 \geq 3$ 에서 $2x \geq 4 \quad \therefore x \geq 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $x^2 - 3x - 5 \leq -1$ 에서 $x^2 - 3x - 4 \leq 0$
 $(x+1)(x-4) \leq 0 \quad \therefore -1 \leq x \leq 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 의 공통부분을 구하면
 $2 \leq x \leq 4$
따라서 $a=2, b=4$ 이므로 $a+b=6$

103 답 ①

$x^2 - x - 12 \leq 0$ 에서 $(x+3)(x-4) \leq 0$
 $\therefore -3 \leq x \leq 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $x^2 - 3x + 2 > 0$ 에서 $(x-1)(x-2) > 0$
 $\therefore x < 1 \text{ 또는 } x > 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 의 공통부분을 구하면
 $-3 \leq x < 1 \text{ 또는 } 2 < x \leq 4$
따라서 정수 x 의 값은 $-3, -2, -1, 0, 3, 4$ 이므로 구하는 합은
 $-3 + (-2) + (-1) + 0 + 3 + 4 = 1$

104 답 2

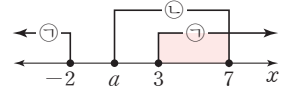
$4x + 1 \leq x^2 + 4$ 에서 $x^2 - 4x + 3 \geq 0$
 $(x-1)(x-3) \geq 0 \quad \therefore x \leq 1 \text{ 또는 } x \geq 3 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $x^2 + 4 < 2x + 7$ 에서 $x^2 - 2x - 3 < 0$
 $(x+1)(x-3) < 0 \quad \therefore -1 < x < 3 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 의 공통부분을 구하면
 $-1 < x \leq 1$
따라서 정수 x 는 0, 1의 2개이다.

105 답 ④

$|x+2| < 2$ 에서 $-2 < x+2 < 2 \quad \therefore -4 < x < 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $x^2 + 2x + 3 > x + 5$ 에서 $x^2 + x - 2 > 0$
 $(x+2)(x-1) > 0 \quad \therefore x < -2 \text{ 또는 } x > 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 의 공통부분을 구하면
 $-4 < x < -2$
따라서 $a=-4, b=-2$ 이므로
 $ab=8$

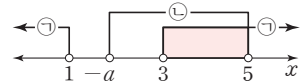
106 답 ①

$x^2 - x - 6 \geq 0$ 에서
 $(x+2)(x-3) \geq 0$
 $\therefore x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq 3 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $x^2 - (a+7)x + 7a \leq 0$ 에서
 $(x-a)(x-7) \leq 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 의 공통부분이 $3 \leq x \leq 7$ 이려면
오른쪽 그림에서
 $-2 < a \leq 3$
따라서 a 의 최댓값은 3이다.



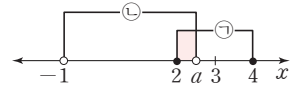
107 답 $-3 \leq a \leq -1$

$x^2 - 8x + 15 < 0$ 에서
 $(x-3)(x-5) < 0$
 $\therefore 3 < x < 5$
따라서 주어진 연립부등식의 해가 $3 < x < 5$ 이다.
 $x^2 - 4x + 3 > 0$ 에서
 $(x-1)(x-3) > 0$
 $\therefore x < 1 \text{ 또는 } x > 3 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $x^2 + (a-5)x - 5a < 0$ 에서
 $(x-5)(x+a) < 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 의 공통부분이 $3 < x < 5$ 이려면
오른쪽 그림에서
 $1 \leq -a \leq 3$
 $\therefore -3 \leq a \leq -1$



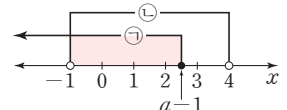
108 답 $2 < a \leq 3$

$x^2 - 6x + 8 \leq 0$ 에서
 $(x-2)(x-4) \leq 0$
 $\therefore 2 \leq x \leq 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $x^2 + (1-a)x - a < 0$ 에서
 $(x+1)(x-a) < 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 동시에 만족시키는 정수 x
의 값이 2뿐이려면 오른쪽 그림에서
 $2 < a \leq 3$



109 답 3

$x+1 \leq a$ 에서
 $x \leq a-1 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $x^2 - x < 2x + 4$ 에서 $x^2 - 3x - 4 < 0$
 $(x+1)(x-4) < 0$
 $\therefore -1 < x < 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 동시에 만족시키는 정수 x 가
3개이려면 오른쪽 그림에서
 $2 \leq a-1 < 3$
 $\therefore 3 \leq a < 4$
따라서 a 의 최솟값은 3이다.



110 답 ④

$$2x-2 > -x+4 \text{에서 } 3x > 6$$

$$\therefore x > 2 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$(x-2k)(x-2k-2) \leq 0 \text{에서}$$

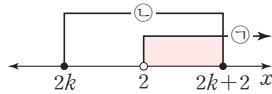
$$2k \leq x \leq 2k+2 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡의 공통부분이 있으려면 오른쪽

그림에서

$$2k+2 > 2$$

$$\therefore k > 0$$



111 답 ①

$$|x-5| < 1 \text{에서}$$

$$-1 < x-5 < 1$$

$$\therefore 4 < x < 6 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$x^2-4ax+3a^2 > 0 \text{에서}$$

$$(x-a)(x-3a) > 0$$

$$\therefore x < a \text{ 또는 } x > 3a \quad (\because a > 0) \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

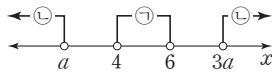
㉠, ㉡의 공통부분이 없으려면 오른쪽

그림에서

$$a \leq 4, 3a \geq 6$$

$$\therefore 2 \leq a \leq 4$$

따라서 자연수 a 는 2, 3, 4의 3개이다.



112 답 ⑤

처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 새로 만든 직사각형의 가로, 세로의 길이는 각각 $(x+3)$ cm, $(x+2)$ cm

넓이가 42 cm^2 이상 72 cm^2 이하가 되어야 하므로

$$42 \leq (x+3)(x+2) \leq 72$$

$$\therefore 42 \leq x^2+5x+6 \leq 72$$

$$42 \leq x^2+5x+6 \text{에서 } x^2+5x-36 \geq 0$$

$$(x+9)(x-4) \geq 0$$

$$\therefore x \leq -9 \text{ 또는 } x \geq 4$$

$$\text{그런데 } x > 0 \text{이므로 } x \geq 4 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$x^2+5x+6 \leq 72 \text{에서 } x^2+5x-66 \leq 0$$

$$(x+11)(x-6) \leq 0$$

$$\therefore -11 \leq x \leq 6$$

$$\text{그런데 } x > 0 \text{이므로 } 0 < x \leq 6 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡의 공통부분을 구하면

$$4 \leq x \leq 6$$

따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이의 최댓값은 6 cm이다.

113 답 3

변의 길이는 양수이므로

$$x-1 > 0 \quad \therefore x > 1 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

세 변 중 가장 긴 변의 길이는 $x+1$ 이므로

$$x+1 < x+(x-1) \quad \therefore x > 2 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

이 삼각형이 둔각삼각형이 되려면

$$(x+1)^2 > x^2+(x-1)^2$$

$$x^2-4x < 0, x(x-4) < 0$$

$$\therefore 0 < x < 4 \quad \dots\dots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢의 공통부분을 구하면 $2 < x < 4$

따라서 자연수 x 의 값은 3이다.

참고 삼각형의 세 변의 길이가 a, b, c ($a \leq b \leq c$)일 때

$$(1) c^2 < a^2 + b^2 \Rightarrow \text{예각삼각형}$$

$$(2) c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow \text{빗변의 길이가 } c \text{인 직각삼각형}$$

$$(3) c^2 > a^2 + b^2 \Rightarrow \text{둔각삼각형}$$

개념유형

192쪽

114 답 5, -5, >, >, >, >, >, <, $1 \leq k < \frac{5}{4}$

115 답 $k \leq -5$

이차방정식 $x^2-2kx-4k+5=0$ 의 판별식을 D , 두 실근을 α, β 라 하자.

(i) $D \geq 0$ 이므로

$$\frac{D}{4} = k^2+4k-5 \geq 0$$

$$(k+5)(k-1) \geq 0 \quad \therefore k \leq -5 \text{ 또는 } k \geq 1$$

(ii) $\alpha + \beta < 0$ 이므로

$$2k < 0 \quad \therefore k < 0$$

(iii) $\alpha\beta > 0$ 이므로

$$-4k+5 > 0 \quad \therefore k < \frac{5}{4}$$

(i), (ii), (iii)에서 k 의 값의 범위는 $k \leq -5$

116 답 $k > \frac{5}{4}$

$\alpha\beta < 0$ 이므로

$$-4k+5 < 0 \quad \therefore k > \frac{5}{4}$$

117 답 1, 1, >, >, <, $1 \leq k < 2$

118 답 $k \leq -\frac{1}{4}$

이차방정식 $x^2-4kx+3k+1=0$ 의 판별식을 D ,

$f(x)=x^2-4kx+3k+1$ 이라 하자.

(i) $D \geq 0$ 이므로

$$\frac{D}{4} = 4k^2-3k-1 \geq 0$$

$$(4k+1)(k-1) \geq 0$$

$$\therefore k \leq -\frac{1}{4} \text{ 또는 } k \geq 1$$

(ii) $f(1) > 0$ 이므로

$$1-4k+3k+1=2-k > 0 \quad \therefore k < 2$$

(iii) 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 축의 방정식이 $x=2k$ 이므로

$$2k < 1 \text{에서 } k < \frac{1}{2}$$

(i), (ii), (iii)에서 k 의 값의 범위는 $k \leq -\frac{1}{4}$

119 답 $k > 2$

$$f(1) < 0 \text{이므로 } 2-k < 0 \quad \therefore k > 2$$

120 답 ⑤

이차방정식 $x^2 - (k-3)x + k = 0$ 의 판별식을 D , 두 실근을 α, β 라 하면 두 근이 모두 양수이므로

- (i) $D = (k-3)^2 - 4k \geq 0, k^2 - 10k + 9 \geq 0$
 $(k-1)(k-9) \geq 0 \quad \therefore k \leq 1 \text{ 또는 } k \geq 9$
 (ii) $\alpha + \beta = k - 3 > 0 \quad \therefore k > 3$
 (iii) $\alpha\beta = k > 0$
 (i), (ii), (iii)에서 k 의 값의 범위는 $k \geq 9$

121 답 4

이차방정식 $x^2 + (k+2)x + k + 5 = 0$ 의 판별식을 D , 두 실근을 α, β 라 하면 두 근이 모두 음수이므로

- (i) $D = (k+2)^2 - 4(k+5) \geq 0, k^2 - 16 \geq 0$
 $(k+4)(k-4) \geq 0 \quad \therefore k \leq -4 \text{ 또는 } k \geq 4$
 (ii) $\alpha + \beta = -(k+2) < 0$
 $k+2 > 0 \quad \therefore k > -2$
 (iii) $\alpha\beta = k+5 > 0 \quad \therefore k > -5$
 (i), (ii), (iii)에서 k 의 값의 범위는 $k \geq 4$
 따라서 k 의 최솟값은 4이다.

122 답 ④

이차방정식 $x^2 - (k^2 + 2k - 3)x + k^2 - 3k - 4 = 0$ 의 두 실근을 α, β 라 하면 두 근의 부호가 서로 다르므로

- $\alpha\beta = k^2 - 3k - 4 < 0$
 $(k+1)(k-4) < 0 \quad \therefore -1 < k < 4 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$
 또 두 실근의 절댓값이 같으므로
 $\alpha + \beta = k^2 + 2k - 3 = 0$
 $(k+3)(k-1) = 0 \quad \therefore k = -3 \text{ 또는 } k = 1 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에서 $k = 1$

123 답 4

$f(x) = x^2 + (k^2 + k)x + 5k - 8$ 이라 하면 $f(2) < 0$ 이어야 하므로
 $4 + 2k^2 + 2k + 5k - 8 < 0, 2k^2 + 7k - 4 < 0$

- $(k+4)(2k-1) < 0 \quad \therefore -4 < k < \frac{1}{2}$
 따라서 정수 k 는 $-3, -2, -1, 0$ 의 4개이다.

124 답 $k \geq 1$

$f(x) = x^2 - 2kx - k + 2$ 라 할 때

- (i) 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
 $\frac{D}{4} = k^2 + k - 2 \geq 0$
 $(k+2)(k-1) \geq 0 \quad \therefore k \leq -2 \text{ 또는 } k \geq 1$
 (ii) $f(-1) > 0$ 이어야 하므로
 $1 + 2k - k + 2 > 0, k + 3 > 0 \quad \therefore k > -3$
 (iii) 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 축의 방정식이 $x = k$ 이므로
 $k > -1$
 (i), (ii), (iii)에서 k 의 값의 범위는 $k \geq 1$

125 답 -4

$f(x) = x^2 - kx + k + 8$ 이라 할 때

- (i) 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
 $D = k^2 - 4k - 32 \geq 0$
 $(k+4)(k-8) \geq 0 \quad \therefore k \leq -4 \text{ 또는 } k \geq 8$
 (ii) $f(2) > 0$ 이므로
 $4 - 2k + k + 8 > 0, -k + 12 > 0$
 $\therefore k < 12$
 (iii) 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 축의 방정식이 $x = \frac{k}{2}$ 이므로
 $\frac{k}{2} < 2$ 에서 $k < 4$
 (i), (ii), (iii)에서 k 의 값의 범위는 $k \leq -4$
 따라서 k 의 최댓값은 -4 이다.

실전유형으로 중단원 점검

194~195쪽

1 답 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

$ax^2 + (b-m)x + c - n \leq 0$ 에서 $ax^2 + bx + c \leq mx + n$

부등식 $ax^2 + bx + c \leq mx + n$ 의 해는 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 직선 $y = mx + n$ 보다 아래쪽에 있거나 만나는 부분의 x 의 값의 범위이므로
 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

2 답 ⑤

$4x^2 + x - 2 \leq -x^2 + 4x$ 에서 $5x^2 - 3x - 2 \leq 0$

$(5x+2)(x-1) \leq 0 \quad \therefore -\frac{2}{5} \leq x \leq 1$

따라서 $\alpha = -\frac{2}{5}, \beta = 1$ 이므로

$$\beta - \alpha = \frac{7}{5}$$

3 답 10m

도로의 폭을 x m라 하면 도로를 제외한 땅의 넓이는 가로, 세로의 길이가 각각 $(35-x)$ m, $(20-x)$ m인 직사각형의 넓이와 같고, 그 넓이가 250m^2 이상이 되어야 하므로

$$(35-x)(20-x) \geq 250$$

$$x^2 - 55x + 450 \geq 0, (x-10)(x-45) \geq 0$$

$$\therefore x \leq 10 \text{ 또는 } x \geq 45$$

그런데 $0 < x < 20$ 이므로 $0 < x \leq 10$

따라서 도로의 최대 폭은 10m이다.

4 답 $-3 < x < 2$

해가 $x < -\frac{1}{3}$ 또는 $x > \frac{1}{2}$ 이고 x^2 의 계수가 6인 이차부등식은

$$6\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) > 0, 6\left(x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{1}{6}\right) > 0$$

$$\therefore 6x^2 - x - 1 > 0$$

이 부등식이 $6x^2+ax+b>0$ 과 같으므로 $a=-1, b=-1$
 이를 $ax^2+bx+6>0$ 에 대입하면 $-x^2-x+6>0$
 $x^2+x-6<0, (x+3)(x-2)<0$
 $\therefore -3<x<2$

5 답 ②

이차부등식 $f(x)<0$ 의 해가 $-6<x<2$ 이므로
 $f(x)=a(x+6)(x-2)$ ($a>0$)라 하면
 $f(4x-2)=a(4x-2+6)(4x-2-2)=16a(x+1)(x-1)$
 따라서 부등식 $f(4x-2)<0$, 즉 $16a(x+1)(x-1)<0$ 에서
 $(x+1)(x-1)<0$ ($\because a>0$) $\therefore -1<x<1$
 따라서 $\alpha=-1, \beta=1$ 이므로 $\alpha+\beta=0$

다른 풀이

$f(x)<0$ 의 해가 $-6<x<2$ 이므로 $f(4x-2)<0$ 의 해는
 $-6<4x-2<2, -4<4x<4 \therefore -1<x<1$
 따라서 $\alpha=-1, \beta=1$ 이므로
 $\alpha+\beta=0$

6 답 ③

부등식 $(a+2)x^2-2(a+2)x+4>0$ 에서

(i) $a=-2$ 일 때
 $0 \times x^2 - 0 \times x + 4 > 0$ 이므로 x 의 값에 관계없이 주어진 부등식이
 항상 성립한다.

(ii) $a \neq -2$ 일 때
 x 의 값에 관계없이 주어진 부등식이 항상 성립하면 이차함수
 $y=(a+2)x^2-2(a+2)x+4$ 의 그래프가 아래로 볼록하므로
 $a+2>0 \therefore a>-2$ ㉠

또 이차방정식 $(a+2)x^2-2(a+2)x+4=0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=(a+2)^2-4(a+2)<0$$

$$a^2-4<0, (a+2)(a-2)<0$$

$$\therefore -2<a<2 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

㉠, ㉡에서 $-2<a<2$

(i), (ii)에서 a 의 값의 범위는
 $-2 \leq a < 2$

7 답 $k<0$ 또는 $k>16$

(i) $k>0$ 일 때
 이차부등식 $kx^2-kx+4<0$ 이 해를 가지면 이차방정식
 $kx^2-kx+4=0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지므로 이 이차방정식
 의 판별식을 D 라 하면
 $D=k^2-16k>0$
 $k(k-16)>0 \therefore k<0$ 또는 $k>16$
 그런데 $k>0$ 이므로 $k>16$ i

(ii) $k<0$ 일 때
 이차함수 $y=kx^2-kx+4$ 의 그래프는 위로 볼록하므로 주어진
 이차부등식은 항상 해를 갖는다.
 $\therefore k<0$ ii

(i), (ii)에서 k 의 값의 범위는 $k<0$ 또는 $k>16$ iii

채점 기준

i $k>0$ 일 때, 주어진 부등식이 해를 갖는 조건 파악하기	50 %
ii $k<0$ 일 때, 주어진 부등식이 해를 갖는 조건 파악하기	30 %
iii k 의 값의 범위 구하기	20 %

8 답 7

이차부등식 $2x^2+(k+3)x+2 \leq 0$ 이 해를 갖지 않으면 모든 실수 x
 에 대하여 $2x^2+(k+3)x+2>0$ 이 성립한다.

즉, 이차방정식 $2x^2+(k+3)x+2=0$ 의 판별식을 D 라 하면
 $D=(k+3)^2-16<0$

$$k^2+6k-7<0, (k+7)(k-1)<0$$

$$\therefore -7<k<1$$

따라서 정수 k 는 $-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0$ 의 7개이다.

9 답 ④

$f(x)=x^2-4x-3k^2+2k+3$ 이라 하면

$$f(x)=(x-2)^2-3k^2+2k-1$$

$-1 \leq x \leq 3$ 에서 $f(x) \leq 0$ 이어야 하므로

$y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같아야
 한다.

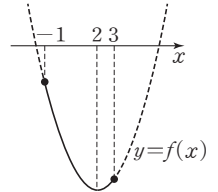
$-1 \leq x \leq 3$ 에서 $f(x)$ 는 $x=-1$ 일 때 최대
 이므로 $f(-1) \leq 0$ 에서

$$-3k^2+2k+8 \leq 0$$

$$3k^2-2k-8 \geq 0, (3k+4)(k-2) \geq 0$$

$$\therefore k \leq -\frac{4}{3} \text{ 또는 } k \geq 2$$

따라서 $\alpha=-\frac{4}{3}, \beta=2$ 이므로 $\alpha+\beta=\frac{2}{3}$



10 답 2

$2x^2-5x-7 \leq 0$ 에서 $(x+1)(2x-7) \leq 0$

$$\therefore -1 \leq x \leq \frac{7}{2} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$x^2+3x-4 > 0$ 에서 $(x+4)(x-1) > 0$

$$\therefore x < -4 \text{ 또는 } x > 1 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

㉠, ㉡의 공통부분을 구하면 $1 < x \leq \frac{7}{2}$

따라서 정수 x 는 2, 3의 2개이다.

11 답 -2

$x^2-2x-3 \leq 0$ 에서 $(x+1)(x-3) \leq 0$

$$\therefore -1 \leq x \leq 3 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$x^2-(a+2)x+2a \geq 0$ 에서

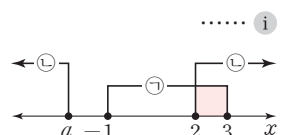
$$(x-a)(x-2) \geq 0 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

㉠, ㉡의 공통부분이 $2 \leq x \leq 3$ 이려면

오른쪽 그림에서

$$a < -1 \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

따라서 정수 a 의 최댓값은 -2 이다.



채점 기준

i 각 부등식의 해 구하기	40 %
ii 주어진 해를 갖도록 하는 a 의 값의 범위 구하기	40 %
iii 정수 a 의 최댓값 구하기	20 %

12 답 -4

$$x^2 - 5x - 14 \geq 0 \text{에서 } (x+2)(x-7) \geq 0$$

$$\therefore x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq 7 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$(x-k)(x-k-5) \leq 0 \text{에서}$$

$$k \leq x \leq k+5 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ②의 공통부분이 없으려면 오른쪽

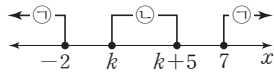
쪽 그림에서

$$k > -2, k+5 < 7$$

$$\therefore -2 < k < 2$$

따라서 $a = -2, b = 2$ 이므로

$$ab = -4$$



13 답 13

변의 길이는 양수이므로

$$3x-1 > 0 \quad \therefore x > \frac{1}{3} \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

세 변 중 가장 긴 변의 길이는 $3x+1$ 이므로

$$3x+1 < x + (3x-1) \quad \therefore x > 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

이 삼각형이 예각삼각형이 되려면

$$(3x+1)^2 < x^2 + (3x-1)^2$$

$$x^2 - 12x > 0, x(x-12) > 0$$

$$\therefore x < 0 \text{ 또는 } x > 12 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③의 공통부분을 구하면 $x > 12$

따라서 자연수 x 의 최솟값은 13이다.

14 답 $1 \leq k < 2$

이차방정식 $x^2 - (3k-1)x - k + 2 = 0$ 의 판별식을 D , 두 실근을 α, β 라 하면 두 근이 모두 양수이므로

$$(i) D = (3k-1)^2 + 4k - 8 \geq 0$$

$$9k^2 - 2k - 7 \geq 0, (9k+7)(k-1) \geq 0$$

$$\therefore k \leq -\frac{7}{9} \text{ 또는 } k \geq 1$$

$$(ii) \alpha + \beta = 3k - 1 > 0 \quad \therefore k > \frac{1}{3}$$

$$(iii) \alpha\beta = -k + 2 > 0 \quad \therefore k < 2$$

(i), (ii), (iii)에서 k 의 값의 범위는 $1 \leq k < 2$

15 답 ④

$f(x) = x^2 - 2(k+1)x + 5k + 11$ 이라 할 때

(i) 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (k+1)^2 - 5k - 11 \geq 0$$

$$k^2 - 3k - 10 \geq 0, (k+2)(k-5) \geq 0$$

$$\therefore k \leq -2 \text{ 또는 } k \geq 5$$

(ii) $f(2) > 0$ 이므로

$$4 - 4k - 4 + 5k + 11 > 0, k + 11 > 0$$

$$\therefore k > -11$$

(iii) 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 축의 방정식이 $x = k+1$ 이므로

$$k+1 < 2 \text{에서 } k < 1$$

(i), (ii), (iii)에서 k 의 값의 범위는 $-11 < k \leq -2$

따라서 k 의 최댓값은 -2 이다.

09 경우의 수와 순열

개념유형

198~203쪽

001 답 27

002 답 3

003 답 3

비기는 경우는 (가위, 가위), (바위, 바위), (보, 보)의 3가지

004 답 5

4의 배수가 적힌 카드를 뽑는 경우는 4, 8, 12, 16, 20의 5가지

005 답 2

나오는 두 눈의 수의 합이 3이 되는 경우는 (1, 2), (2, 1)의 2가지

006 답 6

나오는 두 눈의 수의 곱이 12가 되는 경우는

(1, 12), (2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2), (12, 1)의 6가지

007 답 8

구하는 경우의 수는 $3+5=8$

008 답 7

구하는 경우의 수는 $3+4=7$

009 답 5

구하는 경우의 수는 $3+2=5$

010 답 5

(i) 뽑은 카드에 적힌 수가 3의 배수인 경우는

3, 6, 9의 3가지

(ii) 뽑은 카드에 적힌 수가 5의 배수인 경우는

5, 10의 2가지

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는 $3+2=5$

011 답 7

(i) 나오는 두 눈의 수의 합이 4인 경우는

(1, 3), (2, 2), (3, 1)의 3가지

(ii) 나오는 두 눈의 수의 합이 5인 경우는

(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)의 4가지

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는 $3+4=7$

012 답 5, 1, 6

013 **답 6**

x, y, z 가 자연수이므로 $x \geq 1, y \geq 1, z \geq 1$

주어진 방정식에서 x, y, z 의 계수가 모두 같으므로 x 가 될 수 있는 자연수를 구하면 $x < 5$ 에서

$x=1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=3$ 또는 $x=4$

(i) $x=1$ 일 때, $y+z=4$ 이므로 순서쌍 (y, z) 는 $(1, 3), (2, 2), (3, 1)$ 의 3개

(ii) $x=2$ 일 때, $y+z=3$ 이므로 순서쌍 (y, z) 는 $(1, 2), (2, 1)$ 의 2개

(iii) $x=3$ 일 때, $y+z=2$ 이므로 순서쌍 (y, z) 는 $(1, 1)$ 의 1개

(iv) $x=4$ 일 때, $y+z=1$ 이므로 순서쌍 (y, z) 는 없다.

(i)~(iv)에서 구하는 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는 $3+2+1=6$

014 **답 12**

x, y, z 가 자연수이므로 $x \geq 1, y \geq 1, z \geq 1$

주어진 방정식에서 y 의 계수가 가장 크므로 y 가 될 수 있는 자연수를 구하면 $2y < 9$ 에서

$y=1$ 또는 $y=2$ 또는 $y=3$ 또는 $y=4$

(i) $y=1$ 일 때, $x+z=7$ 이므로 순서쌍 (x, z) 는 $(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)$ 의 6개

(ii) $y=2$ 일 때, $x+z=5$ 이므로 순서쌍 (x, z) 는 $(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)$ 의 4개

(iii) $y=3$ 일 때, $x+z=3$ 이므로 순서쌍 (x, z) 는 $(1, 2), (2, 1)$ 의 2개

(iv) $y=4$ 일 때, $x+z=1$ 이므로 순서쌍 (x, z) 는 없다.

(i)~(iv)에서 구하는 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는 $6+4+2=12$

015 **답 15**

x, y, z 가 자연수이므로 $x \geq 1, y \geq 1, z \geq 1$

주어진 방정식에서 z 의 계수가 가장 크므로 z 가 될 수 있는 자연수를 구하면 $3z < 12$ 에서

$z=1$ 또는 $z=2$ 또는 $z=3$

(i) $z=1$ 일 때, $x+y=9$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 $(1, 8), (2, 7), (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3), (7, 2), (8, 1)$ 의 8개

(ii) $z=2$ 일 때, $x+y=6$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 $(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)$ 의 5개

(iii) $z=3$ 일 때, $x+y=3$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 $(1, 2), (2, 1)$ 의 2개

(i), (ii), (iii)에서 구하는 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는 $8+5+2=15$

016 **답 4, 2, 6****017** **답 10**

x, y 가 자연수이므로 $x \geq 1, y \geq 1$

주어진 부등식에서 x, y 의 계수가 같으므로 x 가 될 수 있는 자연수를 구하면 $x < 5$ 에서

$x=1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=3$ 또는 $x=4$

(i) $x=1$ 일 때, $y \leq 4$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 $(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4)$ 의 4개

(ii) $x=2$ 일 때, $y \leq 3$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 $(2, 1), (2, 2), (2, 3)$ 의 3개

(iii) $x=3$ 일 때, $y \leq 2$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 $(3, 1), (3, 2)$ 의 2개

(iv) $x=4$ 일 때, $y \leq 1$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 $(4, 1)$ 의 1개

(i)~(iv)에서 구하는 순서쌍 (x, y) 의 개수는 $4+3+2+1=10$

018 **답 12**

x, y 가 자연수이므로 $x \geq 1, y \geq 1$

주어진 부등식에서 y 의 계수가 가장 크므로 y 가 될 수 있는 자연수를 구하면 $3y < 10$ 에서

$y=1$ 또는 $y=2$ 또는 $y=3$

(i) $y=1$ 일 때, $x \leq 7$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 $(1, 1), (2, 1), (3, 1), (4, 1), (5, 1), (6, 1), (7, 1)$ 의 7개

(ii) $y=2$ 일 때, $x \leq 4$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 $(1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 2)$ 의 4개

(iii) $y=3$ 일 때, $x \leq 1$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 $(1, 3)$ 의 1개

(i), (ii), (iii)에서 구하는 순서쌍 (x, y) 의 개수는 $7+4+1=12$

019 **답 8**

x, y 가 자연수이므로 $x \geq 1, y \geq 1$

주어진 부등식에서 y 의 계수가 가장 크므로 y 가 될 수 있는 자연수를 구하면 $3y < 12$ 에서

$y=1$ 또는 $y=2$ 또는 $y=3$

(i) $y=1$ 일 때, $2x \leq 9$, 즉 $x \leq \frac{9}{2}$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 $(1, 1), (2, 1), (3, 1), (4, 1)$ 의 4개

(ii) $y=2$ 일 때, $2x \leq 6$, 즉 $x \leq 3$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 $(1, 2), (2, 2), (3, 2)$ 의 3개

(iii) $y=3$ 일 때, $2x \leq 3$, 즉 $x \leq \frac{3}{2}$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 $(1, 3)$ 의 1개

(i), (ii), (iii)에서 구하는 순서쌍 (x, y) 의 개수는 $4+3+1=8$

020 **답 21**

구하는 경우의 수는 $7 \times 3 = 21$

021 **답 12**

구하는 경우의 수는 $3 \times 4 = 12$

022 **답 60**

구하는 경우의 수는 $4 \times 3 \times 5 = 60$

023 **답 6**

2의 배수의 눈이 나오는 경우는 2, 4, 6의 3가지

3의 배수의 눈이 나오는 경우는 3, 6의 2가지

따라서 구하는 경우의 수는 $3 \times 2 = 6$

024 **답** 144

한 개의 주사위를 던질 때 나오는 모든 경우는

1, 2, 3, 4, 5, 6의 6가지

한 개의 동전을 던질 때 나오는 모든 경우는 앞면, 뒷면의 2가지
따라서 구하는 경우의 수는

$$6 \times 6 \times 2 \times 2 = 144$$

025 **답** 6

$(x+y)(a+b+c)$ 를 전개하면 x, y 에 a, b, c 를 각각 곱하여 항이
만들어지므로 구하는 항의 개수는 $2 \times 3 = 6$

026 **답** 12

$(x+y+z)(a+b+c+d)$ 를 전개하면 x, y, z 에 a, b, c, d 를 각각
곱하여 항이 만들어지므로 구하는 항의 개수는 $3 \times 4 = 12$

027 **답** 9

$(x^2+x+1)(y^3+y^2+y)$ 를 전개하면 $x^2, x, 1$ 에 y^3, y^2, y 를 각각 곱
하여 항이 만들어지므로 구하는 항의 개수는 $3 \times 3 = 9$

028 **답** 12

$(x+y)(a+b)(p+q+r)$ 를 전개하면 x, y 에 a, b 를 각각 곱하여
항이 만들어지고, 그것에 다시 p, q, r 를 각각 곱하여 항이 만들어지
므로 구하는 항의 개수는 $2 \times 2 \times 3 = 12$

029 **답** 1, 3, 3, 6**030** **답** 10

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 48의 약수의 개수는
 $(4+1)(1+1) = 10$

031 **답** 12

$72 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 72의 약수의 개수는
 $(3+1)(2+1) = 12$

032 **답** 18

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이므로 180의 약수의 개수는
 $(2+1)(2+1)(1+1) = 18$

033 **답** 6

A 지점에서 B 지점으로 가는 경우의 수는 2
B 지점에서 C 지점으로 가는 경우의 수는 3
따라서 구하는 경우의 수는
 $2 \times 3 = 6$

034 **답** 2**035** **답** 8

(i) A 지점에서 B 지점을 거쳐 C 지점으로 가는 경우의 수는 6

(ii) A 지점에서 B 지점을 거치지 않고 C 지점으로 가는 경우의 수는 2

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$$6 + 2 = 8$$

036 **답** 9

집에서 문구점으로 가는 경우의 수는 3

문구점에서 서점으로 가는 경우의 수는 3

따라서 구하는 경우의 수는

$$3 \times 3 = 9$$

037 **답** 6

집에서 학교로 가는 경우의 수는 3

학교에서 서점으로 가는 경우의 수는 2

따라서 구하는 경우의 수는

$$3 \times 2 = 6$$

038 **답** 15

(i) 집에서 문구점을 거쳐 서점으로 가는 경우의 수는 9

(ii) 집에서 학교를 거쳐 서점으로 가는 경우의 수는 6

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$$9 + 6 = 15$$

039 **답** 2, 2, 48**040** **답** 108

B에 칠할 수 있는 색은 4가지

A에 칠할 수 있는 색은 B에 칠한 색을 제외한 3가지

C에 칠할 수 있는 색은 B에 칠한 색을 제외한 3가지

D에 칠할 수 있는 색은 C에 칠한 색을 제외한 3가지

따라서 구하는 경우의 수는

$$4 \times 3 \times 3 \times 3 = 108$$

041 **답** 72

B에 칠할 수 있는 색은 4가지

A에 칠할 수 있는 색은 B에 칠한 색을 제외한 3가지

C에 칠할 수 있는 색은 B에 칠한 색을 제외한 3가지

D에 칠할 수 있는 색은 B와 C에 칠한 색을 제외한 2가지

따라서 구하는 경우의 수는

$$4 \times 3 \times 3 \times 2 = 72$$

042 답 ③

- (i) 나오는 두 눈의 수의 합이 6인 경우는
 (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)의 5가지
 (ii) 나오는 두 눈의 수의 합이 12인 경우는
 (6, 6)의 1가지
 (i), (ii)에서 구하는 경우의 수는 $5+1=6$

043 답 16

- (i) 나오는 두 눈의 수의 차가 0인 경우는
 (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)의 6가지
 (ii) 나오는 두 눈의 수의 차가 1인 경우는
 (1, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2), (3, 4), (4, 3), (4, 5), (5, 4),
 (5, 6), (6, 5)의 10가지
 (i), (ii)에서 구하는 경우의 수는 $6+10=16$

044 답 ④

- 1부터 80까지의 자연수 중에서
 (i) 2로 나누어떨어지는 수
 2의 배수이므로 2, 4, 6, ..., 80의 40개
 (ii) 3으로 나누어떨어지는 수
 3의 배수이므로 3, 6, 9, ..., 78의 26개
 (iii) 2와 3으로 모두 나누어떨어지는 수
 6의 배수이므로 6, 12, 18, ..., 78의 13개
 (i), (ii), (iii)에서 구하는 자연수의 개수는
 $40+26-13=53$

045 답 6

- x, y, z 가 자연수이므로 $x \geq 1, y \geq 1, z \geq 1$
 주어진 방정식에서 x, y 의 계수가 가장 크므로 x 가 될 수 있는 자연
 수를 구하면 $2x < 10$ 에서
 $x=1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=3$ 또는 $x=4$
 (i) $x=1$ 일 때, $2y+z=8$ 이므로 순서쌍 (y, z) 는 (1, 6), (2, 4),
 (3, 2)의 3개
 (ii) $x=2$ 일 때, $2y+z=6$ 이므로 순서쌍 (y, z) 는 (1, 4), (2, 2)의
 2개
 (iii) $x=3$ 일 때, $2y+z=4$ 이므로 순서쌍 (y, z) 는 (1, 2)의 1개
 (iv) $x=4$ 일 때, $2y+z=2$ 이므로 순서쌍 (y, z) 는 없다.
 (i)~(iv)에서 구하는 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는
 $3+2+1=6$

046 답 ⑤

- x, y 가 음이 아닌 정수이므로 $x \geq 0, y \geq 0$
 주어진 부등식에서 y 의 계수가 가장 크므로 y 가 될 수 있는 음이 아
 닌 정수를 구하면 $2y \leq 7$ 에서
 $y=0$ 또는 $y=1$ 또는 $y=2$ 또는 $y=3$

- (i) $y=0$ 일 때, $x \leq 7$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 (0, 0), (1, 0), (2, 0),
 (3, 0), (4, 0), (5, 0), (6, 0), (7, 0)의 8개
 (ii) $y=1$ 일 때, $x \leq 5$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 (0, 1), (1, 1), (2, 1),
 (3, 1), (4, 1), (5, 1)의 6개
 (iii) $y=2$ 일 때, $x \leq 3$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 (0, 2), (1, 2), (2, 2),
 (3, 2)의 4개
 (iv) $y=3$ 일 때, $x \leq 1$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 (0, 3), (1, 3)의 2개
 (i)~(iv)에서 구하는 순서쌍 (x, y) 의 개수는
 $8+6+4+2=20$

047 답 ④

- 400원, 1200원, 1600원짜리 과자를 각각 x 개, y 개, z 개 산다고 하면
 그 금액의 합이 6000원이므로
 $400x+1200y+1600z=6000$
 $\therefore x+3y+4z=15 \quad \dots\dots \textcircled{1}$
 따라서 구하는 경우의 수는 방정식 ①을 만족시키는 자연수 x, y, z
 의 순서쌍 (x, y, z) 의 개수와 같다.
 x, y, z 가 자연수이므로 $x \geq 1, y \geq 1, z \geq 1$
 방정식 ①에서 z 의 계수가 가장 크므로 z 가 될 수 있는 자연수를 구
 하면 $4z < 15$ 에서
 $z=1$ 또는 $z=2$ 또는 $z=3$
 (i) $z=1$ 일 때, $x+3y=11$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 (8, 1), (5, 2),
 (2, 3)의 3개
 (ii) $z=2$ 일 때, $x+3y=7$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 (4, 1), (1, 2)의
 2개
 (iii) $z=3$ 일 때, $x+3y=3$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 없다.
 (i), (ii), (iii)에서 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는 $3+2=5$
 따라서 구하는 경우의 수는 5이다.

048 답 40

- 구하는 경우의 수는 $5 \times 4 \times 2=40$

049 답 ②

- $(x+y)^2(a+b+c)=(x^2+2xy+y^2)(a+b+c)$ 를 전개하면 x^2 ,
 $2xy, y^2$ 에 a, b, c 를 각각 곱하여 항이 만들어지므로 구하는 항의 개
 수는 $3 \times 3=9$

050 답 ③

- 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 2, 4, 6, 8의 4개
 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 2, 3, 5, 7의 4개
 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 1, 3, 5, 7, 9의 5개
 따라서 구하는 자연수의 개수는 $4 \times 4 \times 5=80$

051 답 ⑤

- $60=2^2 \times 3 \times 5$ 이므로 60의 약수의 개수는
 $(2+1)(1+1)(1+1)=12 \quad \therefore a=12$
 $100=2^2 \times 5^2$ 이므로 100의 약수의 개수는
 $(2+1)(2+1)=9 \quad \therefore b=9$
 $\therefore a+b=21$

052 답 ③

$90 = 2 \times 3^2 \times 5$ 와 $225 = 3^2 \times 5^2$ 의 최대공약수는 $3^2 \times 5$
따라서 90과 225의 공약수의 개수는 $3^2 \times 5$ 의 약수의 개수와 같으므로
 $(2+1)(1+1)=6$

053 답 6

$2^2 \times 3^3 \times 5^n$ 의 약수의 개수가 84이므로
 $(2+1)(3+1)(n+1)=84$
 $n+1=7 \quad \therefore n=6$

054 답 10

(i) $A \rightarrow C$ 로 가는 경우의 수는 2
(ii) $A \rightarrow B \rightarrow C$ 로 가는 경우의 수는 $4 \times 2 = 8$
(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는
 $2+8=10$

055 답 17

(i) $A \rightarrow B \rightarrow C$ 로 가는 경우의 수는 $2 \times 4 = 8$
(ii) $A \rightarrow D \rightarrow C$ 로 가는 경우의 수는 $3 \times 3 = 9$
(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는
 $8+9=17$

056 답 ④

(i) $A \rightarrow B \rightarrow C$ 로 가는 경우의 수는 $3 \times 3 = 9$
(ii) $A \rightarrow D \rightarrow C$ 로 가는 경우의 수는 $2 \times 3 = 6$
(iii) $A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow C$ 로 가는 경우의 수는 $3 \times 1 \times 3 = 9$
(iv) $A \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow C$ 로 가는 경우의 수는 $2 \times 1 \times 3 = 6$
(i)~(iv)에서 구하는 경우의 수는
 $9+6+9+6=30$

057 답 180

B에 칠할 수 있는 색은 5가지
A에 칠할 수 있는 색은 B에 칠한 색을 제외한 4가지
C에 칠할 수 있는 색은 A와 B에 칠한 색을 제외한 3가지
D에 칠할 수 있는 색은 B와 C에 칠한 색을 제외한 3가지
따라서 구하는 경우의 수는
 $5 \times 4 \times 3 \times 3 = 180$

058 답 ②

C에 칠할 수 있는 색은 5가지
A에 칠할 수 있는 색은 C에 칠한 색을 제외한 4가지
B에 칠할 수 있는 색은 A와 C에 칠한 색을 제외한 3가지
E에 칠할 수 있는 색은 B와 C에 칠한 색을 제외한 3가지
D에 칠할 수 있는 색은 C와 E에 칠한 색을 제외한 3가지
따라서 구하는 경우의 수는
 $5 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 = 540$

059 답 84

영역 D를 가장 마지막에 칠한다고 할 때, 두 영역 A, C에 서로 다른 색을 칠하는 경우와 서로 같은 색을 칠하는 경우에 따라 D를 칠하는 경우의 수가 다르므로 경우를 나누어 구한다.

(i) A와 C에 서로 다른 색을 칠하는 경우
A에 칠할 수 있는 색은 4가지
B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지
C에 칠할 수 있는 색은 A와 B에 칠한 색을 제외한 2가지
D에 칠할 수 있는 색은 A와 C에 칠한 색을 제외한 2가지
따라서 A와 C에 서로 다른 색을 칠하는 경우의 수는
 $4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$

(ii) A와 C에 서로 같은 색을 칠하는 경우
A에 칠할 수 있는 색은 4가지
B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지
C에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색과 같은 색인 1가지
D에 칠할 수 있는 색은 A와 C에 칠한 색을 제외한 3가지
따라서 A와 C에 서로 같은 색을 칠하는 경우의 수는
 $4 \times 3 \times 1 \times 3 = 36$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는
 $48+36=84$

개념유형

208~211쪽

060 답 20

$${}_5P_2 = 5 \times 4 = 20$$

061 답 8

062 답 504

$${}_9P_3 = 9 \times 8 \times 7 = 504$$

063 답 840

$${}_7P_4 = 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$$

064 답 6

$${}_3P_3 = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

065 답 1

066 답 24

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

067 답 120

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

068 답 1

069 답 1

070 답 8

${}_nP_2=56$ 에서

$$n(n-1)=8 \times 7 \quad \therefore n=8 \quad (\because n \text{은 자연수})$$

071 답 5

${}_nP_3=60$ 에서

$$n(n-1)(n-2)=5 \times 4 \times 3 \quad \therefore n=5 \quad (\because n \text{은 자연수})$$

072 답 4

${}_nP_n=24$ 에서

$$n!=4 \times 3 \times 2 \times 1 \quad \therefore n=4 \quad (\because n \text{은 자연수})$$

073 답 2

$${}_9P_r=72=9 \times 8 \quad \therefore r=2$$

074 답 3

$${}_6P_r=120=6 \times 5 \times 4 \quad \therefore r=3$$

075 답 0

076 답 120

$$\text{구하는 경우의 수는 } {}_6P_3=6 \times 5 \times 4=120$$

077 답 24

$$\text{구하는 경우의 수는 } 4!=4 \times 3 \times 2 \times 1=24$$

078 답 42

$$\text{구하는 경우의 수는 } {}_7P_2=7 \times 6=42$$

079 답 60

$$\text{구하는 경우의 수는 } {}_5P_3=5 \times 4 \times 3=60$$

080 답 336

$$\text{구하는 경우의 수는 } {}_8P_3=8 \times 7 \times 6=336$$

081 답 24, 2, 48

부모님 2명을 한 명으로 생각하여 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$$4!=4 \times 3 \times 2 \times 1 = \boxed{24}$$

$$\text{부모님이 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 } 2!=2 \times 1 = \boxed{2}$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$24 \times 2 = \boxed{48}$$

082 답 720

여학생 3명을 한 명으로 생각하여 5명의 학생을 일렬로 세우는 경우의 수는 $5!=5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1=120$

여학생 3명이 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 $3!=3 \times 2 \times 1=6$

따라서 구하는 경우의 수는

$$120 \times 6 = 720$$

083 답 240

모음 a, e 의 2개를 한 문자로 생각하여 5개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수는 $5!=5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1=120$

a 와 e 의 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2!=2 \times 1=2$

따라서 구하는 경우의 수는

$$120 \times 2 = 240$$

084 답 2880

홀수 1, 3, 5, 7이 적힌 카드 4장을 한 장으로 생각하여 5장의 카드를 일렬로 배열하는 경우의 수는 $5!=5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1=120$

홀수가 적힌 카드끼리 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는

$$4!=4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$120 \times 24 = 2880$$

085 답 24, 5, 2, 20, 480

이웃해도 되는 2학년 학생 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$$4!=4 \times 3 \times 2 \times 1 = \boxed{24}$$

2학년 학생 사이사이와 양 끝의 5개의 자리에 1학년 학생 2명을 세우는 경우의 수는 ${}_5P_2=5 \times 4 = \boxed{20}$

따라서 구하는 경우의 수는

$$24 \times 20 = \boxed{480}$$

086 답 12

이웃해도 되는 2명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $2!=2 \times 1=2$

2명 사이와 양 끝의 3개의 자리에 민재와 경희를 세우는 경우의 수는

$${}_3P_2=3 \times 2=6$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$2 \times 6 = 12$$

087 **답** 3600

이웃해도 되는 자음 b, c, d, f, g 의 5개를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

자음 사이사이와 양 끝의 6개의 자리에 모음 a, e 의 2개를 배열하는 경우의 수는 ${}_6P_2 = 6 \times 5 = 30$

따라서 구하는 경우의 수는

$$120 \times 30 = 3600$$

088 **답** 14400

이웃해도 되는 여자 5명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

여자 사이사이와 양 끝의 6개의 자리에 남자 3명을 세우는 경우의 수는

$${}_6P_3 = 6 \times 5 \times 4 = 120$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$120 \times 120 = 14400$$

089 **답** 4, 2, 12

090 **답** 120

동회를 맨 뒤에 고정시키고 나머지 6명 중에서 3명을 뽑아 일렬로 세우면 되므로 구하는 경우의 수는

$${}_6P_3 = 6 \times 5 \times 4 = 120$$

091 **답** 24

c 를 맨 앞, e 를 맨 뒤에 고정시키고 그 사이에 나머지 a, b, d, f 의 4개의 문자 중에서 3개를 택하여 일렬로 배열하면 되므로 구하는 경우의 수는

$${}_4P_3 = 4 \times 3 \times 2 = 24$$

092 **답** 12

A, B를 양 끝에 세우는 경우의 수는

$$2! = 2 \times 1 = 2$$

양 끝의 2명을 제외한 3명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$2 \times 6 = 12$$

093 **답** 120, 2, 6, 12, 108

5명의 학생을 일렬로 세우는 경우의 수에서 양 끝에 여학생만 오도록 세우는 경우의 수를 빼면 된다.

(i) 5명의 학생을 일렬로 세우는 경우의 수는

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = \boxed{120}$$

(ii) 양 끝에 여학생 2명을 세우는 경우의 수는 $2! = 2 \times 1 = \boxed{2}$

양 끝의 여학생 2명을 제외한 남학생 3명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $3! = 3 \times 2 \times 1 = \boxed{6}$

따라서 양 끝에 여학생만 오도록 세우는 경우의 수는 $2 \times 6 = \boxed{12}$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$$120 - 12 = \boxed{108}$$

094 **답** 96

6개의 문자 중에서 3개를 택하여 일렬로 배열하는 경우의 수에서 자음 b, c, d, f 의 4개 중에서 3개를 택하여 일렬로 배열하는 경우의 수를 빼면 된다.

(i) 6개의 문자 중에서 3개를 택하여 일렬로 배열하는 경우의 수는

$${}_6P_3 = 6 \times 5 \times 4 = 120$$

(ii) 자음 b, c, d, f 의 4개 중에서 3개를 택하여 일렬로 배열하는 경우의 수는 ${}_4P_3 = 4 \times 3 \times 2 = 24$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는 $120 - 24 = 96$

095 **답** 672

6개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수에서 양 끝에 모음만 오도록 배열하는 경우의 수를 빼면 된다.

(i) 6개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$$6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$$

(ii) 양 끝에 모음 e, a 를 배열하는 경우의 수는 $2! = 2 \times 1 = 2$

양 끝의 모음 2개를 제외한 자음 4개를 일렬로 배열하는 경우의 수는 $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

따라서 양 끝에 모음만 오도록 배열하는 경우의 수는 $2 \times 24 = 48$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는 $720 - 48 = 672$

096 **답** 4320

7명의 선수를 일렬로 세우는 경우의 수에서 양 끝에 야구 선수만 오도록 세우는 경우의 수를 빼면 된다.

(i) 7명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$$7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$$

(ii) 양 끝에 야구 선수 3명 중에서 2명을 뽑아 세우는 경우의 수는

$${}_3P_2 = 3 \times 2 = 6$$

양 끝의 2명을 제외한 선수 5명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

따라서 양 끝에 야구 선수만 오도록 세우는 경우의 수는

$$6 \times 120 = 720$$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는 $5040 - 720 = 4320$

097 **답** 4, 4, 4, 2, 12, 48

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 $\boxed{4}$ 개

십의 자리와 일의 자리의 숫자를 택하는 경우의 수는 백의 자리에 오는 숫자를 제외한 $\boxed{4}$ 개의 숫자 중에서 2개를 택하여 일렬로 배열하는 경우의 수와 같으므로 ${}_4P_2 = 4 \times 3 = \boxed{12}$

따라서 구하는 자연수의 개수는 $4 \times 12 = \boxed{48}$

098 **답** 96

천의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 4개

백의 자리, 십의 자리, 일의 자리의 숫자를 택하는 경우의 수는 천의 자리에 오는 숫자를 제외한 4개의 숫자 중에서 3개를 택하여 일렬로 배열하는 경우의 수와 같으므로 ${}_4P_3 = 4 \times 3 \times 2 = 24$

따라서 구하는 자연수의 개수는 $4 \times 24 = 96$

099 답 36

홀수이려면 일의 자리의 숫자가 1 또는 3이어야 한다.

(i) 일의 자리의 숫자가 1인 경우

천의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 1을 제외한 3개
백의 자리와 십의 자리의 숫자를 택하는 경우의 수는 천의 자리
와 일의 자리에 오는 숫자를 제외한 3개의 숫자 중에서 2개를 택
하여 일렬로 배열하는 경우의 수와 같으므로 ${}_3P_2 = 3 \times 2 = 6$
따라서 일의 자리의 숫자가 1인 홀수의 개수는 $3 \times 6 = 18$

(ii) 일의 자리의 숫자가 3인 경우

천의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 3을 제외한 3개
백의 자리와 십의 자리의 숫자를 택하는 경우의 수는 천의 자리
와 일의 자리에 오는 숫자를 제외한 3개의 숫자 중에서 2개를 택
하여 일렬로 배열하는 경우의 수와 같으므로 ${}_3P_2 = 3 \times 2 = 6$
따라서 일의 자리의 숫자가 3인 홀수의 개수는 $3 \times 6 = 18$

(i), (ii)에서 구하는 홀수의 개수는

$$18 + 18 = 36$$

100 답 30

짝수이려면 일의 자리의 숫자가 0 또는 2 또는 4이어야 한다.

(i) 일의 자리의 숫자가 0인 경우

나머지 자리에는 0을 제외한 4개의 숫자 중에서 2개를 택하여 일
렬로 배열하면 되므로 일의 자리의 숫자가 0인 짝수의 개수는
 ${}_4P_2 = 4 \times 3 = 12$

(ii) 일의 자리의 숫자가 2인 경우

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 2를 제외한 3개
십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리와 일의 자리에 오는 숫
자를 제외한 3개
따라서 일의 자리의 숫자가 2인 짝수의 개수는 $3 \times 3 = 9$

(iii) 일의 자리의 숫자가 4인 경우

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 4를 제외한 3개
십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리와 일의 자리에 오는 숫
자를 제외한 3개
따라서 일의 자리의 숫자가 4인 짝수의 개수는 $3 \times 3 = 9$

(i), (ii), (iii)에서 구하는 짝수의 개수는

$$12 + 9 + 9 = 30$$

실전유형

212~215쪽

101 답 ④

${}_{n+1}P_4 = 7 \times {}_nP_3$ 에서

$$(n+1)n(n-1)(n-2) = 7n(n-1)(n-2)$$

이때 ${}_nP_3$ 에서 $n \geq 3$ 이므로 양변을 $n(n-1)(n-2)$ 로 나누면

$$n+1=7 \quad \therefore n=6$$

102 답 8

${}_nP_3 : {}_{n+1}P_3 = 2 : 3$ 에서

$$2 \times {}_{n+1}P_3 = 3 \times {}_nP_3$$

$$2(n+1)n(n-1) = 3n(n-1)(n-2)$$

이때 ${}_nP_3$ 에서 $n \geq 3$ 이므로 양변을 $n(n-1)$ 로 나누면

$$2(n+1) = 3(n-2) \quad \therefore n=8$$

103 답 ②

${}_nP_3 \leq 6 \times {}_nP_2$ 에서

$$n(n-1)(n-2) \leq 6n(n-1)$$

이때 ${}_nP_3$ 에서 $n \geq 3$ 이므로 양변을 $n(n-1)$ 로 나누면

$$n-2 \leq 6 \quad \therefore n \leq 8$$

그런데 $n \geq 3$ 이므로 $3 \leq n \leq 8$

따라서 자연수 n 의 값은 3, 4, 5, 6, 7, 8이므로 구하는 합은

$$3+4+5+6+7+8=33$$

104 답 ④

구하는 경우의 수는 $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

105 답 6

남학생 3명 중에서 2명을 뽑아 일렬로 세우는 경우의 수는

$${}_3P_2 = 3 \times 2 = 6 \quad \therefore a=6$$

여학생 4명 중에서 2명을 뽑아 일렬로 세우는 경우의 수는

$${}_4P_2 = 4 \times 3 = 12 \quad \therefore b=12$$

$$\therefore b-a=6$$

106 답 ④

n 명 중에서 회장, 부회장, 총무를 각각 1명씩 뽑는 경우의 수가 720이
므로

$${}_nP_3 = 720$$

$$n(n-1)(n-2) = 10 \times 9 \times 8 \quad \therefore n=10 (\because n \text{은 자연수})$$

107 답 12

찬호와 준형이를 한 명으로 생각하여 3명의 학생을 일렬로 세우는 경
우의 수는 $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$

찬호와 준형이가 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2! = 2 \times 1 = 2$

따라서 구하는 경우의 수는

$$6 \times 2 = 12$$

108 답 ⑤

어른 3명을 한 명으로 생각하여 4명이 일렬로 버스에 타는 경우의 수
는 $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

어른 3명이 서로 순서를 바꾸어 타는 경우의 수는 $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$

따라서 구하는 경우의 수는

$$24 \times 6 = 144$$

109 답 ①

1학년 학생 3명과 2학년 학생 2명을 각각 한 명으로 생각하여 2명의
학생을 일렬로 세우는 경우의 수는 $2! = 2 \times 1 = 2$

1학년 학생 3명이 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$

2학년 학생 2명이 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2! = 2 \times 1 = 2$

따라서 구하는 경우의 수는

$$2 \times 6 \times 2 = 24$$

110 답 ⑤

이웃해도 되는 홀수 1, 3, 5가 적힌 카드 3장을 일렬로 배열하는 경우의 수는 $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$
 홀수가 적힌 카드 사이사이와 양 끝의 4개의 자리에 짝수 2, 4가 적힌 카드 2장을 배열하는 경우의 수는 ${}_4P_2 = 4 \times 3 = 12$
 따라서 구하는 경우의 수는 $6 \times 12 = 72$

다른 풀이

5장의 카드를 일렬로 배열하는 경우의 수에서 짝수가 적힌 카드끼리 서로 이웃하는 경우의 수를 빼면 된다.

(i) 5장의 카드를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

(ii) 짝수 2, 4가 적힌 카드 2장을 한 장으로 생각하여 4장의 카드를 일렬로 배열하는 경우의 수는 $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

짝수가 적힌 카드끼리 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는

$$2! = 2 \times 1 = 2$$

따라서 짝수가 적힌 카드끼리 서로 이웃하는 경우의 수는

$$24 \times 2 = 48$$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는 $120 - 48 = 72$

111 답 1440

이웃해도 되는 여학생 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

여학생 사이사이와 양 끝의 5개의 자리에 남학생 3명을 세우는 경우의 수는 ${}_5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$

따라서 구하는 경우의 수는

$$24 \times 60 = 1440$$

112 답 ④

자음 s, m, l, t와 모음 i, u, a, e의 개수가 같으므로 자음과 모음을 교대로 배열하는 경우는 자음이 맨 앞에 오거나 모음이 맨 앞에 오는 2가지가 있다.

각각의 경우에 대하여 자음 4개를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

모음 4개를 일렬로 배열하는 경우의 수는 $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

따라서 구하는 경우의 수는

$$2 \times 24 \times 24 = 1152$$

113 답 30

D를 서기로 뽑고 나머지 후보 6명 중에서 회장 1명, 부회장 1명을 뽑으면 되므로 구하는 경우의 수는

$${}_6P_2 = 6 \times 5 = 30$$

114 답 ④

맨 앞에 올 수 있는 모음은 e, o의 2가지

맨 앞의 문자를 제외한 5개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

따라서 구하는 경우의 수는 $2 \times 120 = 240$

115 답 ⑤

(i) 남학생을 양 끝에 세우는 경우

양 끝에 남학생 4명 중에서 2명을 택하여 세우는 경우의 수는

$${}_4P_2 = 4 \times 3 = 12$$

양 끝의 남학생 2명을 제외한 5명의 학생을 일렬로 세우는 경우의 수는 $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

따라서 남학생을 양 끝에 세우는 경우의 수는

$$12 \times 120 = 1440$$

(ii) 여학생을 양 끝에 세우는 경우

양 끝에 여학생 3명 중에서 2명을 택하여 세우는 경우의 수는

$${}_3P_2 = 3 \times 2 = 6$$

양 끝의 여학생 2명을 제외한 5명의 학생을 일렬로 세우는 경우의 수는 $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

따라서 여학생을 양 끝에 세우는 경우의 수는

$$6 \times 120 = 720$$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$$1440 + 720 = 2160$$

116 답 12

A, B, C를 한 문자로 생각하여 3개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수는 $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$

A와 C의 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2! = 2 \times 1 = 2$

따라서 구하는 경우의 수는

$$6 \times 2 = 12$$

117 답 ②

6개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수에서 양 끝에 자음만 오도록 배열하는 경우의 수를 빼면 된다.

(i) 6개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$$6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$$

(ii) 양 끝에 자음 l, m, n, d의 4개 중에서 2개를 택하여 배열하는 경우의 수는 ${}_4P_2 = 4 \times 3 = 12$

양 끝의 자음 2개를 제외한 문자 4개를 일렬로 배열하는 경우의 수는 $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

따라서 양 끝에 자음만 오도록 배열하는 경우의 수는

$$12 \times 24 = 288$$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$$720 - 288 = 432$$

118 답 480

6장의 카드를 일렬로 배열하는 경우의 수에서 1과 2가 적힌 카드 사이에 카드가 한 장도 없는 경우의 수를 빼면 된다.

(i) 6장의 카드를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$$6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$$

(ii) 1과 2가 적힌 카드 사이에 카드가 한 장도 없는 경우는 1과 2가 적힌 카드가 서로 이웃하는 경우이므로 1과 2가 적힌 카드를 한 장으로 생각하여 5장의 카드를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

1과 2가 적힌 카드의 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2! = 2 \times 1 = 2$
 따라서 1과 2가 적힌 카드 사이에 카드가 한 장도 없는 경우의 수는 $120 \times 2 = 240$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는
 $720 - 240 = 480$

119 답 720

천의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 6개
 백의 자리, 십의 자리, 일의 자리의 숫자를 택하는 경우의 수는 천의 자리에 오는 숫자를 제외한 6개의 숫자 중에서 3개를 택하여 일렬로 배열하는 경우의 수와 같으므로 ${}_6P_3 = 6 \times 5 \times 4 = 120$
 따라서 구하는 자연수의 개수는 $6 \times 120 = 720$

120 답 ⑤

홀수이려면 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 1, 3의 2개
 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 일의 자리에 오는 숫자를 제외한 3개
 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리와 일의 자리에 오는 숫자를 제외한 3개
 따라서 구하는 홀수의 개수는
 $2 \times 3 \times 3 = 18$

121 답 ⑤

5의 배수이려면 일의 자리의 숫자가 0 또는 5이어야 한다.

(i) 일의 자리의 숫자가 0인 경우

나머지 자리에는 0을 제외한 5개의 숫자 중에서 4개를 택하여 일렬로 배열하면 되므로 일의 자리의 숫자가 0인 자연수의 개수는
 ${}_5P_4 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$

(ii) 일의 자리의 숫자가 5인 경우

만의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 5를 제외한 4개
 천의 자리, 백의 자리, 십의 자리의 숫자를 택하는 경우의 수는
 만의 자리와 일의 자리에 오는 숫자를 제외한 4개의 숫자 중에서 3개를 택하여 일렬로 배열하는 경우의 수와 같으므로
 ${}_4P_3 = 4 \times 3 \times 2 = 24$

따라서 일의 자리의 숫자가 5인 자연수의 개수는 $4 \times 24 = 96$

(i), (ii)에서 구하는 5의 배수의 개수는 $120 + 96 = 216$

122 답 408

57000보다 큰 다섯 자리의 자연수는 57□□□, 58□□□, 6□□□□, 7□□□□, 8□□□□ 풀이다.

57□□□ 풀인 자연수의 개수는 ${}_4P_3 = 4 \times 3 \times 2 = 24$

58□□□ 풀인 자연수의 개수는 ${}_4P_3 = 4 \times 3 \times 2 = 24$

6□□□□ 풀인 자연수의 개수는 ${}_5P_4 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$

7□□□□ 풀인 자연수의 개수는 ${}_5P_4 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$

8□□□□ 풀인 자연수의 개수는 ${}_5P_4 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$

따라서 구하는 자연수의 개수는

$24 + 24 + 120 + 120 + 120 = 408$

123 답 ④

A□□□□ 풀인 문자열의 개수는 $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

BA□□□ 풀인 문자열의 개수는 $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$

BC□□□ 풀인 문자열의 개수는 $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$

BD로 시작하는 문자열을 순서대로 배열하면

BDACE, BDAEC, BDCAE, ...

따라서 BD□□□ 풀인 문자열에서 BDCAE는 세 번째이므로

BDCAE가 나타나는 순서는

$24 + 6 + 6 + 3 = 39$ (번째)

124 답 ②

d□□□□ 풀인 문자열의 개수는 $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

s□□□□ 풀인 문자열의 개수는 $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

이때 $24 + 24 = 48$ 이므로 50번째에 나타나는 문자열은 t□□□□ 풀인 문자열 중에서 두 번째 문자열이다.

t□□□□ 풀인 문자열을 순서대로 배열하면

tdsuy, tdsyu, ...

따라서 50번째에 나타나는 문자열은 tdsyu이다.

실전유형으로 중단원 점검

216~217쪽

1 답 ③

(i) 나오는 두 눈의 수의 합이 1인 경우는 없다.

(ii) 나오는 두 눈의 수의 합이 2인 경우는

(1, 1)의 1가지

(iii) 나오는 두 눈의 수의 합이 3인 경우는

(1, 2), (2, 1)의 2가지

(iv) 나오는 두 눈의 수의 합이 4인 경우는

(1, 3), (2, 2), (3, 1)의 3가지

(v) 나오는 두 눈의 수의 합이 6인 경우는

(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)의 5가지

(vi) 나오는 두 눈의 수의 합이 12인 경우는

(6, 6)의 1가지

(i)~(vi)에서 구하는 경우의 수는

$1 + 2 + 3 + 5 + 1 = 12$

2 답 10

x, y, z 가 자연수이므로 $x \geq 1, y \geq 1, z \geq 1$

주어진 방정식에서 z 의 계수가 가장 크므로 z 가 될 수 있는 자연수를 구하면 $3z < 14$ 에서

$z = 1$ 또는 $z = 2$ 또는 $z = 3$ 또는 $z = 4$

- (i) $z=1$ 일 때, $x+2y=11$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 $(9, 1), (7, 2), (5, 3), (3, 4), (1, 5)$ 의 5개
 (ii) $z=2$ 일 때, $x+2y=8$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 $(6, 1), (4, 2), (2, 3)$ 의 3개
 (iii) $z=3$ 일 때, $x+2y=5$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 $(3, 1), (1, 2)$ 의 2개
 (iv) $z=4$ 일 때, $x+2y=2$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 없다.
 (i)~(iv)에서 구하는 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는
 $5+3+2=10$

3 답 ③

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 1, 3, 5, 7, 9의 5개
 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 3, 6, 9의 3개
 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 1, 2, 3, 6의 4개
 따라서 구하는 자연수의 개수는
 $5 \times 3 \times 4 = 60$

4 답 ⑤

$112=2^4 \times 7$ 이므로 112의 약수의 개수는
 $(4+1)(1+1)=10 \quad \therefore a=10$
 $300=2^2 \times 3 \times 5^2$ 이므로 300의 약수의 개수는
 $(2+1)(1+1)(2+1)=18 \quad \therefore b=18$
 $\therefore ab=180$

5 답 30

- (i) $A \rightarrow B \rightarrow C$ 로 가는 경우의 수는 $2 \times 2 = 4$
 (ii) $A \rightarrow D \rightarrow C$ 로 가는 경우의 수는 $2 \times 3 = 6$
 (iii) $A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow C$ 로 가는 경우의 수는 $2 \times 2 \times 3 = 12$
 (iv) $A \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow C$ 로 가는 경우의 수는 $2 \times 2 \times 2 = 8$
 (i)~(iv)에서 구하는 경우의 수는
 $4+6+12+8=30$

6 답 1620

A에 칠할 수 있는 색은 5가지
 B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 4가지
 C에 칠할 수 있는 색은 A와 B에 칠한 색을 제외한 3가지
 D에 칠할 수 있는 색은 A와 C에 칠한 색을 제외한 3가지
 E에 칠할 수 있는 색은 A와 D에 칠한 색을 제외한 3가지
 F에 칠할 수 있는 색은 A와 E에 칠한 색을 제외한 3가지
 따라서 구하는 경우의 수는
 $5 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 1620$

7 답 ⑤

${}_n P_3 = 100 \times {}_n P_2$ 에서
 $2n(2n-1)(2n-2) = 100n(n-1)$
 $4n(2n-1)(n-1) = 100n(n-1)$
 이때 ${}_n P_2$ 에서 $n \geq 2$ 이므로 양변을 $4n(n-1)$ 로 나누면
 $2n-1=25$
 $\therefore n=13$

8 답 12

n 명 중에서 반장 1명, 부반장 1명을 뽑는 경우의 수가 132이므로
 ${}_n P_2 = 132$
 $n(n-1) = 12 \times 11$
 $\therefore n=12$ ($\because n$ 은 자연수)

9 답 ②

세 쌍의 부부를 각각 한 명으로 생각하여 3명이 일렬로 앉는 경우의 수는
 $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$
 부부끼리 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 각각
 $2! = 2 \times 1 = 2$
 따라서 구하는 경우의 수는
 $6 \times 2 \times 2 \times 2 = 48$

10 답 14400

이웃해도 되는 자음 t, r, n, g, l의 5개를 일렬로 배열하는 경우의 수는
 $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ i
 자음 사이사이와 양 끝의 6개의 자리에 모음 i, a, e의 3개를 배열하는 경우의 수는
 ${}_6 P_3 = 6 \times 5 \times 4 = 120$ ii
 따라서 구하는 경우의 수는
 $120 \times 120 = 14400$ iii

채점 기준

i 자음을 일렬로 배열하는 경우의 수 구하기	40 %
ii 자음의 사이사이와 양 끝에 모음을 배열하는 경우의 수 구하기	40 %
iii 모음끼리 서로 이웃하지 않도록 배열하는 경우의 수 구하기	20 %

11 답 ④

- (i) 1학년 학생을 양 끝에 세우는 경우
 양 끝에 1학년 학생 2명을 세우는 경우의 수는 $2! = 2 \times 1 = 2$
 양 끝의 1학년 학생 2명을 제외한 5명의 학생을 일렬로 세우는 경우의 수는
 $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$
 따라서 1학년 학생을 양 끝에 세우는 경우의 수는
 $2 \times 120 = 240$
 (ii) 2학년 학생을 양 끝에 세우는 경우
 양 끝에 2학년 학생 5명 중에서 2명을 택하여 세우는 경우의 수는
 ${}_5 P_2 = 5 \times 4 = 20$
 양 끝의 2학년 학생 2명을 제외한 5명의 학생을 일렬로 세우는 경우의 수는
 $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$
 따라서 2학년 학생을 양 끝에 세우는 경우의 수는
 $20 \times 120 = 2400$
 (i), (ii)에서 구하는 경우의 수는
 $240 + 2400 = 2640$

12 답 4800

7개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수에서 양 끝에 모음만 오도록 배열하는 경우의 수를 빼면 된다.

(i) 7개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$$7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$$

(ii) 양 끝에 모음 e, a의 2개를 배열하는 경우의 수는

$$2! = 2 \times 1 = 2$$

양 끝의 모음 2개를 제외한 문자 5개를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

따라서 양 끝에 모음만 오도록 배열하는 경우의 수는

$$2 \times 120 = 240$$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$$5040 - 240 = 4800$$

13 답 ③

짝수이려면 일의 자리의 숫자가 0 또는 2 또는 4이어야 한다.

(i) 일의 자리의 숫자가 0인 경우

나머지 자리에는 0을 제외한 5개의 숫자 중에서 3개를 택하여 일렬로 배열하면 되므로 일의 자리의 숫자가 0인 자연수의 개수는

$${}_5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

(ii) 일의 자리의 숫자가 2 또는 4인 경우

천의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 일의 자리에 오는 숫자를 제외한 4개

백의 자리와 십의 자리의 숫자를 택하는 경우의 수는 천의 자리와 일의 자리에 오는 숫자를 제외한 4개의 숫자 중에서 2개를 택하여 일렬로 배열하는 경우의 수와 같으므로

$${}_4P_2 = 4 \times 3 = 12$$

따라서 일의 자리의 숫자가 2 또는 4인 자연수의 개수는

$$2 \times 4 \times 12 = 96$$

(i), (ii)에서 구하는 짝수의 개수는

$$60 + 96 = 156$$

14 답 dbace

a□□□□ 풀인 문자열의 개수는

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

b□□□□ 풀인 문자열의 개수는

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

c□□□□ 풀인 문자열의 개수는

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

da□□□ 풀인 문자열의 개수는

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

이때 $24 + 24 + 24 + 6 = 78$ 이므로 79번째에 나타나는 문자열은

db□□□ 풀인 문자열 중에서 첫 번째 문자열이다.

따라서 79번째에 나타나는 문자열은 dbace이다.

10 조합

개념유형

219~222쪽

001 답 56

$${}_8C_3 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$$

002 답 9

003 답 715

$${}_{13}C_4 = \frac{13 \times 12 \times 11 \times 10}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 715$$

004 답 55

$${}_{11}C_9 = {}_{11}C_2 = \frac{11 \times 10}{2 \times 1} = 55$$

005 답 1

006 답 1

007 답 2

008 답 3

009 답 6

$${}_9C_3 = \frac{9!}{3!(9-3)!} = \frac{9!}{3! \cdot 6!}$$

010 답 7

$$\frac{7!}{2!5!} = \frac{7!}{2!(7-2)!} = {}_7C_2$$

011 답 6

$${}_nC_2 = 15 \text{에서 } \frac{n(n-1)}{2 \times 1} = 15$$

$$n(n-1) = 6 \times 5$$

$$\therefore n = 6 (\because n \text{은 자연수})$$

012 답 7

$${}_nC_3 = 35 \text{에서 } \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \times 2 \times 1} = 35$$

$$n(n-1)(n-2) = 7 \times 6 \times 5$$

$$\therefore n = 7 (\because n \text{은 자연수})$$

013 답 5

$${}_{n+1}C_3=20 \text{에서 } \frac{(n+1)n(n-1)}{3 \times 2 \times 1}=20$$

$$(n+1)n(n-1)=6 \times 5 \times 4$$

$$\therefore n=5 (\because n \text{은 자연수})$$

014 답 0 또는 7

$${}_7C_0={}_7C_7=1 \text{이므로}$$

$$r=0 \text{ 또는 } r=7$$

015 답 13

$${}_nC_2={}_nC_{11} \text{에서 } {}_nC_2={}_nC_{n-2} \text{이므로}$$

$${}_nC_{n-2}={}_nC_{11}$$

$$n-2=11 \quad \therefore n=13$$

016 답 15

$${}_nC_7={}_nC_8 \text{에서 } {}_nC_7={}_nC_{n-7} \text{이므로}$$

$${}_nC_{n-7}={}_nC_8$$

$$n-7=8 \quad \therefore n=15$$

017 답 5

$${}_{13}C_r={}_{13}C_8 \text{에서 } {}_{13}C_r={}_{13}C_{13-r} \text{이므로}$$

$${}_{13}C_{13-r}={}_{13}C_8$$

$$13-r=8 \quad \therefore r=5$$

018 답 4

$${}_7C_3+{}_7C_4={}_8C_4 \text{이므로}$$

$$r=4$$

019 답 35

$$\text{구하는 경우의 수는 } {}_7C_3=\frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1}=35$$

020 답 28

$$\text{구하는 경우의 수는 } {}_8C_2=\frac{8 \times 7}{2 \times 1}=28$$

021 답 10

$$\text{구하는 경우의 수는 } {}_5C_2=\frac{5 \times 4}{2 \times 1}=10$$

022 답 120

$$\text{구하는 경우의 수는 } {}_{10}C_3=\frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1}=120$$

023 답 10

야구 선수 5명 중에서 3명을 뽑으면 되므로 구하는 경우의 수는

$${}_5C_3={}_5C_2=\frac{5 \times 4}{2 \times 1}=10$$

024 답 4, 4

b를 제외한 4개의 문자 중에서 서로 다른 3개를 택하면 되므로 구하는 경우의 수는

$${}_4C_3={}_4C_1=\boxed{4}$$

025 답 84

4를 제외한 9개의 자연수 중에서 서로 다른 3개를 택하면 되므로 구하는 경우의 수는

$${}_9C_3=\frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1}=84$$

026 답 20

2학년 학생을 이미 모두 뽑았다고 생각하고 나머지 1학년 학생 6명 중에서 3명을 뽑으면 되므로 구하는 경우의 수는

$${}_6C_3=\frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1}=20$$

027 답 21

특정한 남학생 1명과 특정한 여학생 1명을 이미 뽑았다고 생각하고 나머지 학생 7명 중에서 2명을 뽑으면 되므로 구하는 경우의 수는

$${}_7C_2=\frac{7 \times 6}{2 \times 1}=21$$

028 답 70, 5, 65

책 8권 중에서 4권을 고르는 경우의 수에서 만화책만 4권을 고르는 경우의 수를 빼면 된다.

(i) 책 8권 중에서 4권을 고르는 경우의 수는

$${}_8C_4=\frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1}=\boxed{70}$$

(ii) 만화책만 4권을 고르는 경우의 수는 ${}_5C_4={}_5C_1=\boxed{5}$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는 $70-5=\boxed{65}$

029 답 31

학생 7명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수에서 2학년 학생만 3명을 뽑는 경우의 수를 빼면 된다.

(i) 학생 7명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는

$${}_7C_3=\frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1}=35$$

(ii) 2학년 학생만 3명을 뽑는 경우의 수는 ${}_4C_3={}_4C_1=4$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는 $35-4=31$

030 답 16

6개의 문자 중에서 3개를 택하는 경우의 수에서 자음만 3개를 택하는 경우의 수를 빼면 된다.

(i) 6개의 문자 중에서 3개를 택하는 경우의 수는

$${}_6C_3=\frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1}=20$$

(ii) 자음만 3개를 택하는 경우의 수는 ${}_4C_3={}_4C_1=4$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는 $20-4=16$

031 답 5, 10, 4, 6, 24, 1440

남학생 5명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는 ${}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$

여학생 4명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는 ${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$

뽑은 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

따라서 구하는 경우의 수는 $10 \times 6 \times 24 = 1440$

032 답 24000

1반 학생 6명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는 ${}_6C_3 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$

2반 학생 5명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는 ${}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$

뽑은 5명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

따라서 구하는 경우의 수는 $20 \times 10 \times 120 = 24000$

033 답 32400

A 동아리 회원 4명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는 ${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$

B 동아리 회원 6명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는 ${}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$

C 동아리 회원 3명 중에서 1명을 뽑는 경우의 수는 ${}_3C_1 = 3$

뽑은 5명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

따라서 구하는 경우의 수는 $6 \times 15 \times 3 \times 120 = 32400$

034 답 2, 4, 8, 8, 10

직선 l 위에 있는 점 1개와 직선 m 위에 있는 점 1개를 택하여 만들 수 있는 직선의 개수는

$${}_2C_1 + {}_4C_1 = 2 \times 4 = 8$$

또 직선 l 위에 있는 점으로 만들 수 있는 직선이 1개, 직선 m 위에 있는 점으로 만들 수 있는 직선이 1개이므로 구하는 직선의 개수는

$$8 + 1 + 1 = 10$$

035 답 18

직선 l 위에 있는 점 1개와 직선 m 위에 있는 점 1개를 택하여 만들 수 있는 직선의 개수는

$${}_4C_1 + {}_4C_1 = 4 \times 4 = 16$$

또 직선 l 위에 있는 점으로 만들 수 있는 직선이 1개, 직선 m 위에 있는 점으로 만들 수 있는 직선이 1개이므로 구하는 직선의 개수는

$$16 + 1 + 1 = 18$$

036 답 10

5개의 점 중에서 2개를 택하면 되므로 구하는 직선의 개수는

$${}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

037 답 28

8개의 점 중에서 2개를 택하면 되므로 구하는 직선의 개수는

$${}_8C_2 = \frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 28$$

038 답 8, 56, 4, 4, 52

8개의 점 중에서 3개를 택하는 경우의 수는

$${}_8C_3 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$$

한 직선 위에 있는 4개의 점 중에서 3개를 택하는 경우의 수는

$${}_4C_3 = {}_4C_1 = 4$$

그런데 한 직선 위에 있는 점으로는 삼각형을 만들 수 없으므로 구하는 삼각형의 개수는

$$56 - 4 = 52$$

039 답 110

10개의 점 중에서 3개를 택하는 경우의 수는

$${}_{10}C_3 = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$$

한 직선 위에 있는 5개의 점 중에서 3개를 택하는 경우의 수는

$${}_5C_3 = {}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

그런데 한 직선 위에 있는 점으로는 삼각형을 만들 수 없으므로 구하는 삼각형의 개수는

$$120 - 10 = 110$$

040 답 30

직선 l 위에 있는 3개의 점 각각에 대하여 직선 m 위에 있는 4개의 점 중에서 2개를 택하는 경우의 수는

$$3 \times {}_4C_2 = 3 \times \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 18$$

직선 m 위에 있는 4개의 점 각각에 대하여 직선 l 위에 있는 3개의 점 중에서 2개를 택하는 경우의 수는

$$4 \times {}_3C_2 = 4 \times {}_3C_1 = 4 \times 3 = 12$$

따라서 구하는 삼각형의 개수는 $18 + 12 = 30$

041 답 70

8개의 점 중에서 4개를 택하면 되므로 구하는 사각형의 개수는

$${}_8C_4 = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 70$$

실전유형

222~225쪽

042 답 ⑤

$${}_mC_2 = 28 \text{에서 } \frac{m(m-1)}{2 \times 1} = 28$$

$$m(m-1) = 8 \times 7 \quad \therefore m = 8 (\because m \text{은 자연수})$$

$${}_{n+3}C_n = 10 \text{에서 } {}_{n+3}C_n = {}_{n+3}C_3 \text{이므로}$$

$$\frac{(n+3)(n+2)(n+1)}{3 \times 2 \times 1} = 10$$

$$(n+3)(n+2)(n+1) = 5 \times 4 \times 3$$

$$\therefore n = 2 (\because n \text{은 자연수})$$

$$\therefore m + n = 8 + 2 = 10$$

043 답 6

$$\begin{aligned} {}_{n-2}C_2 + {}_nC_2 &= {}_{n+1}C_2 \text{에서} \\ \frac{(n-2)(n-3)}{2 \times 1} + \frac{n(n-1)}{2 \times 1} &= \frac{(n+1)n}{2 \times 1} \\ n^2 - 5n + 6 + n^2 - n &= n^2 + n \\ n^2 - 7n + 6 &= 0, (n-1)(n-6) = 0 \quad \therefore n=1 \text{ 또는 } n=6 \\ \text{이때 } {}_{n-2}C_2 \text{에서 } n \geq 4 &\text{이므로 } n=6 \end{aligned}$$

044 답 ③

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad {}_{10}C_{2r} &= {}_{10}C_{r+4} \text{에서 } 2r = r+4 \quad \therefore r=4 \\ \text{(ii)} \quad {}_{10}C_{2r} &= {}_{10}C_{r+4} \text{에서 } {}_{10}C_{r+4} = {}_{10}C_{10-(r+4)} = {}_{10}C_{6-r} \text{이므로} \\ 2r &= 6-r \quad \therefore r=2 \\ \text{(i), (ii)에서 자연수 } r \text{의 값의 합은} \\ 2+4 &= 6 \end{aligned}$$

045 답 10

$$\begin{aligned} \text{홀수 } 1, 3, 5, 7, 9 \text{가 적힌 } 5 \text{장의 카드 중에서 } 3 \text{장을 뽑는 경우의 수는} \\ {}_5C_3 = {}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} &= 10 \end{aligned}$$

046 답 60

$$\begin{aligned} 1 \text{학년 } 6 \text{명 중에서 } 4 \text{명을 뽑는 경우의 수는 } {}_6C_4 &= {}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15 \\ 2 \text{학년 } 4 \text{명 중에서 } 3 \text{명을 뽑는 경우의 수는 } {}_4C_3 &= {}_4C_1 = 4 \\ \text{따라서 구하는 경우의 수는 } 15 \times 4 &= 60 \end{aligned}$$

047 답 13

$$\begin{aligned} n \text{명의 참가자들끼리 모두 한 번씩 악수를 하는 경우의 수가 } 78 \text{이므로} \\ {}_nC_2 &= 78 \\ \frac{n(n-1)}{2 \times 1} &= 78 \\ n(n-1) &= 13 \times 12 \quad \therefore n=13 \quad (\because n \text{은 자연수}) \end{aligned}$$

048 답 ②

$$\begin{aligned} 1 < a < b \leq 8 \text{을 만족시키는 자연수 } a, b \text{는 } 7 \text{개의 자연수 } 2, 3, 4, 5, 6, \\ 7, 8 \text{ 중에서 서로 다른 } 2 \text{개를 뽑아 크기가 작은 순서대로 } a, b \text{로 정하} \\ \text{면 되므로 순서쌍 } (a, b) \text{의 개수는} \\ {}_7C_2 &= \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21 \end{aligned}$$

049 답 ②

$$\begin{aligned} \text{특정한 선수 } 3 \text{명을 이미 뽑았다고 생각하고 나머지 선수 } 8 \text{명 중에서} \\ 4 \text{명을 뽑으면 되므로 구하는 경우의 수는} \\ {}_8C_4 &= \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 70 \end{aligned}$$

050 답 6

$$\begin{aligned} \text{모음 } a, e \text{를 이미 택하였다고 생각하고 } f \text{를 제외한 나머지 } 4 \text{개의 문} \\ \text{자 중에서 } 2 \text{개를 택하면 되므로 구하는 경우의 수는} \\ {}_4C_2 &= \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6 \end{aligned}$$

051 답 ④

$$\begin{aligned} \text{특정한 남학생 } 1 \text{명을 이미 뽑았다고 생각하고 나머지 남학생 } 3 \text{명 중} \\ \text{에서 } 1 \text{명을 뽑는 경우의 수는 } {}_3C_1 = 3 \\ \text{특정한 여학생 } 1 \text{명을 이미 뽑았다고 생각하고 나머지 여학생 } 6 \text{명 중} \\ \text{에서 } 3 \text{명을 뽑는 경우의 수는 } {}_6C_3 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20 \\ \text{따라서 구하는 경우의 수는 } 3 \times 20 = 60 \end{aligned}$$

052 답 ③

$$\begin{aligned} 10 \text{개 중에서 } 3 \text{개를 택하는 경우의 수에서 아이스크림만 } 3 \text{개를 택하는} \\ \text{경우의 수를 빼면 된다.} \\ \text{(i) } 10 \text{개 중에서 } 3 \text{개를 택하는 경우의 수는} \\ {}_{10}C_3 &= \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120 \\ \text{(ii) 아이스크림만 } 3 \text{개를 택하는 경우의 수는} \\ {}_6C_3 &= \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20 \\ \text{(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는 } 120 - 20 &= 100 \end{aligned}$$

053 답 ⑤

$$\begin{aligned} \text{직원 } 13 \text{명 중에서 } 4 \text{명을 뽑는 경우의 수에서 A 팀 직원만 } 4 \text{명을 뽑거} \\ \text{나 B 팀 직원만 } 4 \text{명을 뽑는 경우의 수를 빼면 된다.} \\ \text{(i) 직원 } 13 \text{명 중에서 } 4 \text{명을 뽑는 경우의 수는} \\ {}_{13}C_4 &= \frac{13 \times 12 \times 11 \times 10}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 715 \\ \text{(ii) A 팀 직원만 } 4 \text{명을 뽑거나 B 팀 직원만 } 4 \text{명을 뽑는 경우의 수는} \\ {}_6C_4 + {}_7C_4 &= {}_6C_2 + {}_7C_3 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} + \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} \\ &= 15 + 35 = 50 \\ \text{(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는 } 715 - 50 &= 665 \end{aligned}$$

054 답 5명

$$\begin{aligned} \text{여자 회원을 적어도 } 1 \text{명은 포함하여 뽑는 경우의 수는 회원 } 12 \text{명 중} \\ \text{에서 } 3 \text{명을 뽑는 경우의 수에서 남자 회원만 } 3 \text{명을 뽑는 경우의 수를} \\ \text{빼 것과 같다.} \\ \text{남자 회원의 수를 } n \text{이라 하자.} \\ \text{(i) 회원 } 12 \text{명 중에서 } 3 \text{명을 뽑는 경우의 수는} \\ {}_{12}C_3 &= \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2 \times 1} = 220 \\ \text{(ii) 남자 회원만 } 3 \text{명을 뽑는 경우의 수는} \\ {}_nC_3 &= \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \times 2 \times 1} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6} \\ \text{(i), (ii)에서 여자 회원을 적어도 } 1 \text{명은 포함하여 뽑는 경우의 수는} \\ 220 - \frac{n(n-1)(n-2)}{6} &= 185 \\ \frac{n(n-1)(n-2)}{6} &= 35 \\ n(n-1)(n-2) &= 7 \times 6 \times 5 \quad \therefore n=7 \quad (\because n \text{은 자연수}) \\ \text{따라서 남자 회원이 } 7 \text{명이므로 여자 회원은} \\ 12 - 7 &= 5 \text{(명)} \end{aligned}$$

055 답 ⑤

남학생 4명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

$${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$$

여학생 6명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는

$${}_6C_3 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$$

뽑은 5명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

따라서 구하는 경우의 수는

$$6 \times 20 \times 120 = 14400$$

056 답 240

부모님 2명을 이미 뽑았다고 생각하고 나머지 5명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

$${}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

뽑은 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

따라서 구하는 경우의 수는

$$10 \times 24 = 240$$

057 답 ②

성은이와 희근이를 이미 뽑았다고 생각하고 회원 7명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는

$${}_7C_3 = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$$

성은이와 희근이를 한 명으로 생각하여 4명의 회원을 일렬로 세우는 경우의 수는

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

성은이와 희근이가 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2! = 2 \times 1 = 2$

따라서 구하는 경우의 수는

$$35 \times 24 \times 2 = 1680$$

058 답 ③

6개의 점 중에서 2개를 택하면 되므로 구하는 직선의 개수는

$${}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$$

059 답 ②

직선 l 위에 있는 점 1개와 직선 m 위에 있는 점 1개를 택하여 만들 수 있는 직선의 개수는

$${}_6C_1 \times {}_9C_1 = 6 \times 9 = 54$$

또 직선 l 위에 있는 점으로 만들 수 있는 직선이 1개, 직선 m 위에 있는 점으로 만들 수 있는 직선이 1개이므로 구하는 직선의 개수는

$$54 + 1 + 1 = 56$$

060 답 20

8개의 꼭짓점 중에서 2개를 택하여 만들 수 있는 선분의 개수는

$${}_8C_2 = \frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 28$$

이때 팔각형의 변의 개수는 8이므로 구하는 대각선의 개수는

$$28 - 8 = 20$$

061 답 30

직선 l 위에 있는 3개의 점 중에서 2개를 택하는 경우의 수는

$${}_3C_2 = {}_3C_1 = 3$$

직선 m 위에 있는 5개의 점 중에서 2개를 택하는 경우의 수는

$${}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

따라서 구하는 사각형의 개수는

$$3 \times 10 = 30$$

062 답 ①

7개의 점 중에서 3개를 택하는 경우의 수는

$${}_7C_3 = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$$

한 직선 위에 있는 4개의 점 중에서 3개를 택하는 경우의 수는

$${}_4C_3 = {}_4C_1 = 4$$

그런데 한 직선 위에 있는 점으로는 삼각형을 만들 수 없으므로 구하는 삼각형의 개수는

$$35 - 4 = 31$$

063 답 60

가로 방향의 평행한 직선 4개 중에서 2개를 택하는 경우의 수는

$${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$$

세로 방향의 평행한 직선 5개 중에서 2개를 택하는 경우의 수는

$${}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

따라서 구하는 평행사변형의 개수는

$$6 \times 10 = 60$$

실전유형으로 중단원 점검

226~227쪽

1 답 ③

${}_nC_2 + {}_nC_3 = 2 \times {}_n C_1$ 에서

$$\frac{n(n-1)}{2 \times 1} + \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \times 2 \times 1} = 2 \times 2n$$

$$3n(n-1) + n(n-1)(n-2) = 24n$$

이때 ${}_nC_3$ 에서 $n \geq 3$ 이므로 양변을 n 으로 나누면

$$3(n-1) + (n-1)(n-2) = 24$$

$$3n - 3 + n^2 - 3n + 2 = 24, \quad n^2 - 25 = 0$$

$$(n+5)(n-5) = 0 \quad \therefore n = -5 \text{ 또는 } n = 5$$

그런데 $n \geq 3$ 이므로 $n = 5$

2 답 ③

밴드부 학생 6명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는 ${}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$

연극부 학생 7명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는 ${}_7C_2 = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21$

따라서 구하는 경우의 수는 $15 \times 21 = 315$

3 답 11

n 개의 팀끼리 모두 한 번씩 경기를 하는 경우의 수가 55이므로

$${}_nC_2=55$$

$$\frac{n(n-1)}{2 \times 1}=55$$

$$n(n-1)=11 \times 10 \quad \therefore n=11 (\because n \text{은 자연수})$$

4 답 ④

6이 적힌 공을 이미 꺼냈다고 생각하고 10의 약수 1, 2, 5, 10이 적힌 공을 제외한 나머지 3, 4, 7, 8, 9가 적힌 5개의 공 중에서 2개를 꺼내면 되므로 구하는 경우의 수는 ${}_5C_2=\frac{5 \times 4}{2 \times 1}=10$

5 답 ②

기대를 이미 뽑았다고 생각하고 나머지 남학생 4명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

$${}_4C_2=\frac{4 \times 3}{2 \times 1}=6$$

진희를 이미 뽑았다고 생각하고 나머지 여학생 5명 중에서 1명을 뽑는 경우의 수는 ${}_5C_1=5$

따라서 구하는 경우의 수는 $6 \times 5=30$

6 답 220

학생 13명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수에서 1학년 학생만 3명을 뽑거나 2학년 학생만 3명을 뽑는 경우의 수를 빼면 된다.

(i) 학생 13명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는

$${}_{13}C_3=\frac{13 \times 12 \times 11}{3 \times 2 \times 1}=286$$

(ii) 1학년 학생만 3명을 뽑거나 2학년 학생만 3명을 뽑는 경우의 수는

$${}_8C_3+{}_5C_3={}_8C_3+{}_5C_2=\frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1}+\frac{5 \times 4}{2 \times 1}=56+10=66$$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는 $286-66=220$

7 답 6명

20대 회원을 적어도 1명은 포함하여 뽑는 경우의 수는 회원 14명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수에서 10대 회원만 3명을 뽑는 경우의 수를 뺀 것과 같다.

10대 회원의 수를 n 이라 하자.

(i) 회원 14명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는

$${}_{14}C_3=\frac{14 \times 13 \times 12}{3 \times 2 \times 1}=364$$

(ii) 10대 회원만 3명을 뽑는 경우의 수는

$${}_nC_3=\frac{n(n-1)(n-2)}{3 \times 2 \times 1}=\frac{n(n-1)(n-2)}{6}$$

(i), (ii)에서 20대 회원을 적어도 1명은 포함하여 뽑는 경우의 수는

$$364-\frac{n(n-1)(n-2)}{6}=308 \quad \cdots \cdots \textcircled{i}$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)}{6}=56, n(n-1)(n-2)=8 \times 7 \times 6$$

$$\therefore n=8 (\because n \text{은 자연수}) \quad \cdots \cdots \textcircled{ii}$$

$$\text{따라서 10대 회원이 8명이므로 20대 회원은 } 14-8=6(\text{명}) \quad \cdots \cdots \textcircled{iii}$$

채점 기준

i 20대 회원을 적어도 1명은 포함하여 뽑는 경우의 수에 대한 식 세우기	50 %
ii 10대 회원 수 구하기	30 %
iii 20대 회원 수 구하기	20 %

8 답 ⑤

어른 4명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

$${}_4C_2=\frac{4 \times 3}{2 \times 1}=6$$

아이 3명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

$${}_3C_2={}_3C_1=3$$

뽑은 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$$4!=4 \times 3 \times 2 \times 1=24$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$6 \times 3 \times 24=432$$

9 답 42

직선 l 위에 있는 점 1개와 직선 m 위에 있는 점 1개를 택하여 만들 수 있는 직선의 개수는

$${}_5C_1 \times {}_8C_1=5 \times 8=40$$

또 직선 l 위에 있는 점으로 만들 수 있는 직선이 1개, 직선 m 위에 있는 점으로 만들 수 있는 직선이 1개이므로 구하는 직선의 개수는

$$40+1+1=42$$

10 답 ④

12개의 꼭짓점 중에서 2개를 택하여 만들 수 있는 선분의 개수는

$${}_{12}C_2=\frac{12 \times 11}{2 \times 1}=66$$

이때 십이각형의 변의 개수는 12이므로 구하는 대각선의 개수는

$$66-12=54$$

11 답 ②

9개의 점 중에서 3개를 택하는 경우의 수는

$${}_9C_3=\frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1}=84$$

한 직선 위에 있는 5개의 점 중에서 3개를 택하는 경우의 수는

$${}_5C_3={}_5C_2=\frac{5 \times 4}{2 \times 1}=10$$

그런데 한 직선 위에 있는 점으로는 삼각형을 만들 수 없으므로 구하는 삼각형의 개수는

$$84-10=74$$

12 답 150

가로 방향의 평행한 직선 5개 중에서 2개를 택하는 경우의 수는

$${}_5C_2=\frac{5 \times 4}{2 \times 1}=10$$

세로 방향의 평행한 직선 6개 중에서 2개를 택하는 경우의 수는

$${}_6C_2=\frac{6 \times 5}{2 \times 1}=15$$

따라서 구하는 평행사변형의 개수는

$$10 \times 15=150$$

11 행렬의 연산

개념유형

231~232쪽

001 답 $\begin{pmatrix} 80 & 95 & 97 \\ 91 & 89 & 100 \end{pmatrix}$

002 답 91, 89, 100

003 답 95, 89

004 답 2

005 답 4

006 답 2, 1

007 답 1, 2

008 답 1, 3

009 답 4, 1

010 답 3, 2

011 답 2, 4

012 답 3, 3

013 답 0

014 답 4

015 답 0

016 답 -1

$a_{13} + a_{22} = 1 + (-2) = -1$

017 답 3

$a_{21} - a_{33} = 5 - 2 = 3$

018 답 -1

$i=j$ 인 성분은 a_{11}, a_{22}, a_{33} 이므로

$a_{11} + a_{22} + a_{33} = -1 + (-2) + 2 = -1$

019 답 5

$i < j$ 인 성분은 a_{12}, a_{13}, a_{23} 이므로

$a_{12} + a_{13} + a_{23} = 0 + 1 + 4 = 5$

020 답 $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

$a_{11} = 1 - 2 = -1, a_{12} = 1 - 2 = -1$

$a_{21} = 2 - 2 = 0, a_{22} = 2 - 2 = 0$

$\therefore A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

021 답 $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$

$a_{11} = 1 + 1 = 2, a_{12} = 1 + 2 = 3, a_{13} = 1 + 3 = 4$

$a_{21} = 2 + 1 = 3, a_{22} = 2 + 2 = 4, a_{23} = 2 + 3 = 5$

$\therefore A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$

022 답 $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

$a_{11} = 1 - 1 + 2 = 2, a_{12} = 1 - 2 + 2 = 1$

$a_{21} = 2 - 1 + 2 = 3, a_{22} = 2 - 2 + 2 = 2$

$a_{31} = 3 - 1 + 2 = 4, a_{32} = 3 - 2 + 2 = 3$

$\therefore A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

023 답 $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

$a_{11} = (-1)^{1+1} = 1, a_{12} = (-1)^{1+2} = -1, a_{13} = (-1)^{1+3} = 1$

$a_{21} = (-1)^{2+1} = -1, a_{22} = (-1)^{2+2} = 1, a_{23} = (-1)^{2+3} = -1$

$a_{31} = (-1)^{3+1} = 1, a_{32} = (-1)^{3+2} = -1, a_{33} = (-1)^{3+3} = 1$

$\therefore A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

024 답 $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

$a_{11} = 0, a_{12} = 1$

$a_{21} = 1, a_{22} = 0$

$\therefore A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

025 답 $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 6 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$

$a_{11} = 1 + 1 = 2, a_{12} = 1 \times 2 = 2, a_{13} = 1 \times 3 = 3$

$a_{21} = 2 + 1 = 3, a_{22} = 2 + 2 = 4, a_{23} = 2 \times 3 = 6$

$a_{31} = 3 + 1 = 4, a_{32} = 3 + 2 = 5, a_{33} = 3 + 3 = 6$

$\therefore A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 6 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$

026 답 9

$$\begin{aligned} a_{12} &= 1 \times 2 + 2 - 2 = 2 \\ a_{21} &= 2 \times 1 + 1 - 2 = 1 \\ a_{32} &= 3 \times 2 + 2 - 2 = 6 \\ \therefore a_{12} + a_{21} + a_{32} &= 2 + 1 + 6 = 9 \end{aligned}$$

027 답 ③

$$\begin{aligned} a_{11} &= 3 \times 1 + 1 = 4, a_{12} = 3 \times 1 + 2 = 5 \\ a_{21} &= 3 \times 2 - 1 = 5, a_{22} = 3 \times 2 - 2 = 4 \\ \text{따라서 행렬 } A \text{의 모든 성분의 합은} \\ 4 + 5 + 5 + 4 &= 18 \end{aligned}$$

028 답 ④

$$\begin{aligned} a_{11} &= 1^2 - 4 \times 1 = -3, a_{12} = 1^2 - 4 \times 2 = -7 \\ a_{21} &= 2^2 - 4 \times 1 = 0, a_{22} = 2^2 - 4 \times 2 = -4 \\ b_{ij} &= a_{ji} \text{이므로} \\ b_{11} &= a_{11} = -3, b_{12} = a_{21} = 0, b_{21} = a_{12} = -7, b_{22} = a_{22} = -4 \\ \therefore B &= \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -7 & -4 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

029 답 $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

정류장 P₁에 정차하는 버스는 2번, 3번이므로
 $a_{11}=0, a_{12}=1, a_{13}=1$
 정류장 P₂에 정차하는 버스는 1번, 2번, 3번이므로
 $a_{21}=1, a_{22}=1, a_{23}=1$
 정류장 P₃에 정차하는 버스는 1번이므로
 $a_{31}=1, a_{32}=0, a_{33}=0$

$$\therefore A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

030 답 ③

도시 A₁에서 도시 A₁, A₂, A₃으로 바로 가는 도로의 수가 각각 0, 2, 2이므로
 $a_{11}=0, a_{12}=2, a_{13}=2$
 도시 A₂에서 도시 A₁, A₂, A₃으로 바로 가는 도로의 수가 각각 0, 0, 1이므로
 $a_{21}=0, a_{22}=0, a_{23}=1$
 도시 A₃에서 도시 A₁, A₂, A₃으로 바로 가는 도로의 수가 각각 1, 1, 1이므로
 $a_{31}=1, a_{32}=1, a_{33}=1$

따라서 구하는 행렬은 $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

031 답 $a=-1, b=4$

032 답 $a=4, b=-1$

행렬이 서로 같을 조건에 의하여
 $a-1=3, b+2=1$
 $\therefore a=4, b=-1$

033 답 $a=4, b=3$

행렬이 서로 같을 조건에 의하여
 $a+1=5, 2b=6$
 $\therefore a=4, b=3$

034 답 $a=3, b=4$

행렬이 서로 같을 조건에 의하여
 $3a-2=7, -4=4-2b$
 $\therefore a=3, b=4$

035 답 $a=2, b=5, c=-2$

행렬이 서로 같을 조건에 의하여
 $2a=4 \quad \dots\dots ㉠$
 $a-b=-3 \quad \dots\dots ㉡$
 $b+2c=1 \quad \dots\dots ㉢$
 ㉠에서 $a=2$
 이를 ㉡에 대입하면
 $2-b=-3 \quad \therefore b=5$
 이를 ㉢에 대입하면
 $5+2c=1 \quad \therefore c=-2$

036 답 $a=-4, b=2, c=-3$

행렬이 서로 같을 조건에 의하여
 $ab=-8 \quad \dots\dots ㉠$
 $3b=6 \quad \dots\dots ㉡$
 $14=ac+2 \quad \dots\dots ㉢$
 ㉡에서 $b=2$
 이를 ㉠에 대입하면
 $2a=-8 \quad \therefore a=-4$
 이를 ㉢에 대입하면
 $14=-4c+2 \quad \therefore c=-3$

037 답 $a=1, b=2, c=4$

행렬이 서로 같을 조건에 의하여
 $a+b=3 \quad \dots\dots ㉠$
 $c=2b \quad \dots\dots ㉡$
 $2a=b \quad \dots\dots ㉢$
 ㉠, ㉢을 연립하여 풀면 $a=1, b=2$
 $b=2$ 를 ㉡에 대입하면 $c=4$

038 답 $a=2, b=3, c=8$

행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$a+b=5 \quad \cdots \text{㉠}$$

$$a-b=-1 \quad \cdots \text{㉡}$$

$$4=c-2a \quad \cdots \text{㉢}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2, b=3$

$a=2$ 를 ㉢에 대입하면

$$4=c-4 \quad \therefore c=8$$

039 답 $a=-1, b=2, c=-2$

행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$a^2-2a=3 \quad \cdots \text{㉠}$$

$$a+2=a^2 \quad \cdots \text{㉡}$$

$$b-a=-b+5 \quad \cdots \text{㉢}$$

$$2a=c \quad \cdots \text{㉣}$$

㉠에서 $a^2-2a-3=0$

$$(a+1)(a-3)=0$$

$$\therefore a=-1 \text{ 또는 } a=3 \quad \cdots \text{㉤}$$

㉡에서 $a^2-a-2=0$

$$(a+1)(a-2)=0$$

$$\therefore a=-1 \text{ 또는 } a=2 \quad \cdots \text{㉥}$$

㉤, ㉥에서 $a=-1$

이를 ㉢에 대입하면

$$b+1=-b+5$$

$$2b=4 \quad \therefore b=2$$

$a=-1$ 을 ㉣에 대입하면

$$c=-2$$

실전유형

235쪽

040 답 ②

행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$a-1=5, 6=b+2$$

따라서 $a=6, b=4$ 이므로

$$a+b=10$$

041 답 144

행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$a+c=8 \quad \cdots \text{㉠}$$

$$a^2-5a=-6 \quad \cdots \text{㉡}$$

$$b=2c \quad \cdots \text{㉢}$$

$$a^2-3a=-2 \quad \cdots \text{㉣}$$

㉡에서 $a^2-5a+6=0$

$$(a-2)(a-3)=0$$

$$\therefore a=2 \text{ 또는 } a=3 \quad \cdots \text{㉤}$$

$$\text{㉣에서 } a^2-3a+2=0$$

$$(a-1)(a-2)=0$$

$$\therefore a=1 \text{ 또는 } a=2 \quad \cdots \text{㉥}$$

㉤, ㉥에서 $a=2$

이를 ㉠에 대입하면

$$2+c=8$$

$$\therefore c=6$$

이를 ㉢에 대입하면

$$b=12$$

$$\therefore abc=2 \times 12 \times 6=144$$

042 답 ⑤

행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$-8=2\alpha\beta, \alpha+\beta=2 \quad \therefore \alpha\beta=-4$$

$$\therefore \alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)$$

$$=2^3-3 \times (-4) \times 2=32$$

개념유형

237~239쪽

043 답 (5 5)

044 답 $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

045 답 $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 6 & -3 \end{pmatrix}$

046 답 $\begin{pmatrix} -2 & 10 & 9 \\ -1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$

047 답 $\begin{pmatrix} -3 & 11 \\ -1 & 0 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$

048 답 $\begin{pmatrix} 7 & 3 & -4 \\ 3 & 5 & 6 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

049 답 (1 -4)

050 답 $\begin{pmatrix} -10 \\ 8 \\ -4 \end{pmatrix}$

$$051 \text{ 답 } \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 9 \end{pmatrix}$$

$$052 \text{ 답 } \begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ -8 & 4 & -7 \end{pmatrix}$$

$$053 \text{ 답 } \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -3 \\ -14 & -3 \end{pmatrix}$$

$$054 \text{ 답 } \begin{pmatrix} -2 & 2 & -4 \\ 4 & -1 & -6 \\ -1 & -12 & 14 \end{pmatrix}$$

$$055 \text{ 답 } \begin{pmatrix} 6 & -4 \\ 13 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} A+C &= \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 9 & 8 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 6 & -4 \\ 13 & 10 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$056 \text{ 답 } \begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 13 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} C-B &= \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 9 & 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -4 & 6 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 13 & 2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$057 \text{ 답 } \begin{pmatrix} -6 & -2 \\ -9 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} A+B-C &= \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -4 & 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 9 & 8 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -6 & -2 \\ -9 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$058 \text{ 답 } \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 12 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} C-A+B &= \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 9 & 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -4 & 6 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 12 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$059 \text{ 답 } \begin{pmatrix} -6 & 0 \\ 18 & 12 \end{pmatrix}$$

$$060 \text{ 답 } \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -12 & -8 \end{pmatrix}$$

$$061 \text{ 답 } \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$062 \text{ 답 } \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 13 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} 2A+B &= 2 \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -6 & -7 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 6 & 20 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -6 & -7 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 13 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$063 \text{ 답 } \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -3 & 16 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} 3A+2B &= 3 \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -6 & -7 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 9 & 30 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -12 & -14 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -3 & 16 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$064 \text{ 답 } \begin{pmatrix} 2 & -7 \\ 21 & 31 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} A-3B &= \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -6 & -7 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ -18 & -21 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2 & -7 \\ 21 & 31 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$065 \text{ 답 } \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ -12 & -27 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} B-2A &= \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -6 & -7 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -6 & -7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 6 & 20 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ -12 & -27 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$066 \text{ 답 } \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -21 & -18 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} 4(A+B)-3A &= A+4B \\ &= \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -6 & -7 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 8 \\ -24 & -28 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -21 & -18 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

067 답 $\begin{pmatrix} -2 & 11 \\ -33 & -45 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} -(A-B)+4B &= -A+5B \\ &= -\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} + 5\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -6 & -7 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & -10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 10 \\ -30 & -35 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -2 & 11 \\ -33 & -45 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

068 답 $\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 12 & -4 \end{pmatrix}$

$$X=2A=2\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 12 & -4 \end{pmatrix}$$

069 답 $\begin{pmatrix} -5 & 2 \\ -5 & -5 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} -(A+B)-X &= O \text{에서} \\ X &= -A-B \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= -\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 6 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -1 & 7 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -6 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -1 & 7 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ -5 & -5 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

070 답 $\begin{pmatrix} 14 & -9 \\ 9 & 17 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} 2(X-A) &= 2A+6B \text{에서 } 2X=4A+6B \\ \therefore X &= 2A+3B \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 2\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 6 & -2 \end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -1 & 7 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 12 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 12 & -15 \\ -3 & 21 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 14 & -9 \\ 9 & 17 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

071 답 $\begin{pmatrix} -7 & 13 \\ 8 & -16 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} 3(B-X) &= 9B-3A \text{에서 } -3X=-3A+6B \\ \therefore X &= A-2B \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 6 & -2 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -1 & 7 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 6 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8 & -10 \\ -2 & 14 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -7 & 13 \\ 8 & -16 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

072 답 4, 20, 5, 5, -3

073 답 $A=\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

$$A+B=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$A-B=\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

㉠+㉡을 하면

$$2A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 8 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\therefore A=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 8 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$$

이를 ㉡에 대입하면

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} + B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\therefore B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

074 답 $A=\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 9 & -11 \end{pmatrix}$

$$A+B=\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 7 & -7 \end{pmatrix} \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$4A+B=\begin{pmatrix} 12 & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

㉡-㉠을 하면

$$3A=\begin{pmatrix} 12 & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 7 & -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -3 \\ -6 & 12 \end{pmatrix}$$

$$\therefore A=\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 9 & -3 \\ -6 & 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$$

이를 ㉠에 대입하면

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} + B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}$$

$$\therefore B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 7 & -7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 9 & -11 \end{pmatrix}$$

075 답 $x=2, y=-2$

$$\begin{pmatrix} 5 & -3x \\ 1 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 9 \\ 4y & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -15 \\ 9 & -2 \end{pmatrix} \text{에서}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & -3x-9 \\ 1-4y & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -15 \\ 9 & -2 \end{pmatrix}$$

행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$-3x-9=-15, 1-4y=-2 \quad \therefore x=2, y=-2$$

076 답 $x=2, y=-5$

$$3\begin{pmatrix} x & y \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} -y & 2x \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 & -7 \\ -1 & 8 \end{pmatrix} \text{에서}$$

$$\begin{pmatrix} 3x & 3y \\ -3 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2y & 4x \\ 2 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 & -7 \\ -1 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3x-2y & 4x+3y \\ -1 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 & -7 \\ -1 & 8 \end{pmatrix}$$

행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$3x-2y=16, 4x+3y=-7$$

두 식을 연립하여 풀면 $x=2, y=-5$

077 답 $x=-2, y=3$

$$x\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}+y\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 & 19 \\ 5 & -18 \end{pmatrix}\text{에서}$$

$$\begin{pmatrix} x & -2x \\ -x & 3x \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 2y & 5y \\ y & -4y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 & 19 \\ 5 & -18 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x+2y & -2x+5y \\ -x+y & 3x-4y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 & 19 \\ 5 & -18 \end{pmatrix}$$

행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$x+2y=4, -x+y=5$$

두 식을 연립하여 풀면 $x=-2, y=3$

078 답 $x=-1, y=-4$

$$x\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}-y\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -10 & 7 \\ -8 & 27 \end{pmatrix}\text{에서}$$

$$\begin{pmatrix} 2x & x \\ 4x & -3x \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} -2y & 2y \\ -y & 6y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -10 & 7 \\ -8 & 27 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2x+2y & x-2y \\ 4x+y & -3x-6y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -10 & 7 \\ -8 & 27 \end{pmatrix}$$

행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$2x+2y=-10, x-2y=7$$

두 식을 연립하여 풀면 $x=-1, y=-4$

실전유형

240~241쪽

079 답 ①

$$A-B=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

따라서 구하는 모든 성분의 합은

$$4+(-2)+2+2=6$$

080 답 1

$$A+2B=\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ x & 6 \end{pmatrix}+2\begin{pmatrix} 3x & 1 \\ 7 & -4 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ x & 6 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 6x & 2 \\ 14 & -8 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 2+6x & -3 \\ x+14 & -2 \end{pmatrix}$$

행렬 $A+2B$ 의 모든 성분의 합이 18이므로

$$2+6x+(-3)+x+14+(-2)=18$$

$$7x+11=18 \quad \therefore x=1$$

081 답 ③

$$3\left(A+\frac{1}{3}B\right)-2\left(\frac{1}{2}A-2B\right)$$

$$=2A+5B$$

$$=2\begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 0 & 6 & -4 \end{pmatrix}+5\begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ -1 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} -6 & 2 & 4 \\ 0 & 12 & -8 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} -10 & 15 & 5 \\ -5 & 25 & 0 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} -16 & 17 & 9 \\ -5 & 37 & -8 \end{pmatrix}$$

082 답 $\begin{pmatrix} 10 & 21 \\ -9 & -22 \end{pmatrix}$

$$2(A+2B)-3(B-C)-4A$$

$$=-2A+B+3C$$

$$=-2\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}+3\begin{pmatrix} 5 & 9 \\ -1 & -7 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} -2 & -4 \\ -6 & -8 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 15 & 27 \\ -3 & -21 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 10 & 21 \\ -9 & -22 \end{pmatrix}$$

083 답 ②

$$A+X=3B+2X\text{에서}$$

$$X=A-3B$$

$$=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}-3\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 12 & 9 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} -5 & 3 \\ -9 & -11 \end{pmatrix}$$

084 답 ③

$$A+B=\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$A-B=\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

①+②을 하면

$$2A=\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 6 & 10 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\therefore A=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 6 & 10 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

085 답 19

$$A+2B=\begin{pmatrix} 5 & 13 \\ 2 & 10 \end{pmatrix} \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$2A+B=\begin{pmatrix} 4 & 11 \\ 1 & 11 \end{pmatrix} \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$2 \times \textcircled{7} - \textcircled{8}$ 을 하면

$$\begin{aligned} 3B &= 2 \begin{pmatrix} 5 & 13 \\ 2 & 10 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 11 \\ 1 & 11 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 10 & 26 \\ 4 & 20 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 11 \\ 1 & 11 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 6 & 15 \\ 3 & 9 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\therefore B = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 6 & 15 \\ 3 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

이를 $\textcircled{7}$ 에 대입하면

$$A + 2 \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 13 \\ 2 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \therefore A &= \begin{pmatrix} 5 & 13 \\ 2 & 10 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 10 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore A+B &= \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 1 & 7 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

따라서 구하는 모든 성분의 합은

$$3+8+1+7=19$$

086 답 ①

$$X+3Y = \begin{pmatrix} 14 & -1 \\ -7 & -6 \end{pmatrix} \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$$2X-Y = \begin{pmatrix} 14 & 5 \\ 0 & -33 \end{pmatrix} \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

$2 \times \textcircled{7} - \textcircled{8}$ 을 하면

$$\begin{aligned} 7Y &= 2 \begin{pmatrix} 14 & -1 \\ -7 & -6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 14 & 5 \\ 0 & -33 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 28 & -2 \\ -14 & -12 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 14 & 5 \\ 0 & -33 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 14 & -7 \\ -14 & 21 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\therefore Y = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 14 & -7 \\ -14 & 21 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

이를 $\textcircled{7}$ 에 대입하면

$$X + 3 \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & -1 \\ -7 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \therefore X &= \begin{pmatrix} 14 & -1 \\ -7 & -6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ -6 & 9 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 8 & 2 \\ -1 & -15 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore X-Y &= \begin{pmatrix} 8 & 2 \\ -1 & -15 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 1 & -18 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

따라서 구하는 모든 성분의 합은

$$6+3+1+(-18)=-8$$

087 답 ④

$$X+Y=A-2B \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$$X-2Y=4A+B \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

$\textcircled{7} - \textcircled{8}$ 을 하면

$$3Y = -3A - 3B$$

$$\therefore Y = -A - B$$

이를 $\textcircled{7}$ 에 대입하면

$$X + (-A - B) = A - 2B$$

$$\therefore X = 2A - B$$

$$\therefore 2X+Y = 2(2A-B) + (-A-B)$$

$$= 3A - 3B$$

$$= 3 \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 7 & -4 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 9 & -6 \\ 21 & -12 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 12 & 15 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 9 & -9 \\ 9 & -27 \end{pmatrix}$$

088 답 ①

$$\begin{pmatrix} x & 0 \\ 2 & y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y & z \\ x & -z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & y \\ 4 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ z & y \end{pmatrix} \text{에서}$$

$$\begin{pmatrix} x+y & z \\ 2+x & y-z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & y-1 \\ 4-z & 5-y \end{pmatrix}$$

행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$x+y=3 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$$z=y-1 \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

$$y-z=5-y \quad \dots\dots \textcircled{9}$$

$$\textcircled{8} \text{에서 } y-z=1 \quad \dots\dots \textcircled{10}$$

$$\textcircled{9} \text{에서 } 2y-z=5 \quad \dots\dots \textcircled{11}$$

$\textcircled{10}, \textcircled{11}$ 을 연립하여 풀면

$$y=4, z=3$$

$y=4$ 를 $\textcircled{7}$ 에 대입하면

$$x+4=3 \quad \therefore x=-1$$

$$\therefore xyz = -1 \times 4 \times 3 = -12$$

089 답 1

$$x \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 6 & -5 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & -1 \\ 0 & 31 \end{pmatrix} \text{에서}$$

$$\begin{pmatrix} x & 2x \\ 6x & -5x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2y & y \\ 4y & 7y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & -1 \\ 0 & 31 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x-2y & 2x+y \\ 6x+4y & -5x+7y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & -1 \\ 0 & 31 \end{pmatrix}$$

행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$x-2y=-8, 2x+y=-1$$

두 식을 연립하여 풀면

$$x=-2, y=3$$

$$\therefore x+y=1$$

090 답 22

$xA+yB=C$ 에서

$$x\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} + y\begin{pmatrix} 1 & -6 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -21 \\ -6 & a \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -x & 3x \\ -2x & 2x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y & -6y \\ -y & 5y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -21 \\ -6 & a \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -x+y & 3x-6y \\ -2x-y & 2x+5y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -21 \\ -6 & a \end{pmatrix}$$

행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$-x+y=3 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$-2x-y=-6 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$$2x+5y=a \quad \dots\dots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$x=1, y=4$$

이를 ㉢에 대입하면

$$a=2 \times 1 + 5 \times 4 = 22$$

개념유형

243~244쪽

091 답 32

092 답 -10

093 답 $\begin{pmatrix} -6 & 14 \end{pmatrix}$

094 답 $\begin{pmatrix} -4 & 26 \end{pmatrix}$

095 답 $\begin{pmatrix} 5 & 10 \\ -3 & -6 \end{pmatrix}$

096 답 $\begin{pmatrix} 8 & -32 \\ -4 & 16 \end{pmatrix}$

097 답 $\begin{pmatrix} -6 \\ -1 \end{pmatrix}$

098 답 $\begin{pmatrix} 11 \\ -7 \end{pmatrix}$

099 답 $\begin{pmatrix} 2 & 24 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$

100 답 $\begin{pmatrix} 24 & -12 \\ -12 & 18 \end{pmatrix}$

101 답 $\begin{pmatrix} -4 & -19 \\ 2 & -48 \end{pmatrix}$

102 답 $\begin{pmatrix} 4 & 26 \\ -3 & 18 \end{pmatrix}$

103 답 $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$

$$AB = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

104 답 $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 14 & 17 \end{pmatrix}$

$$BC = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 14 & 17 \end{pmatrix}$$

105 답 $\begin{pmatrix} 19 & -2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

$$CA = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19 & -2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

106 답 $\begin{pmatrix} 8 & 14 \\ 20 & 32 \end{pmatrix}$

$$A+B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 7 & -3 \end{pmatrix} \text{이므로}$$

$$(A+B)C = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 7 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 14 \\ 20 & 32 \end{pmatrix}$$

107 답 $\begin{pmatrix} -8 & -6 \\ -3 & -15 \end{pmatrix}$

$$B-C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -5 \\ 6 & -4 \end{pmatrix} \text{이므로}$$

$$A(B-C) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -5 \\ 6 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & -6 \\ -3 & -15 \end{pmatrix}$$

108 답 $x=-2, y=3$

$$\begin{pmatrix} x & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ y \end{pmatrix} \text{에서}$$

$$\begin{pmatrix} -x \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ y \end{pmatrix}$$

행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$-x=2, 3=y \quad \therefore x=-2, y=3$$

109 **답** $x=2, y=-3$

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ -5 \end{pmatrix} \text{에서}$$

$$\begin{pmatrix} 2x+4y \\ -x+y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ -5 \end{pmatrix}$$

행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$2x+4y=-8, -x+y=-5$$

두 식을 연립하여 풀면

$$x=2, y=-3$$

110 **답** $x=-1, y=4$

$$\begin{pmatrix} 5 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & 2 \\ 1 & y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & 2 \end{pmatrix} \text{에서}$$

$$\begin{pmatrix} 5x-2 & 10-2y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & 2 \end{pmatrix}$$

행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$5x-2=-7, 10-2y=2$$

$$\therefore x=-1, y=4$$

111 **답** $x=-5, y=-3$

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 6 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & -26 \end{pmatrix} \text{에서}$$

$$\begin{pmatrix} -2x+6y & x+7y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & -26 \end{pmatrix}$$

행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$-2x+6y=-8, x+7y=-26$$

두 식을 연립하여 풀면

$$x=-5, y=-3$$

112 **답** $x=1, y=4$

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ x & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & y \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & -2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \text{에서}$$

$$\begin{pmatrix} -7 & -y+2 \\ 3x+2 & xy-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & -2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$$

행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$-y+2=-2, 3x+2=5$$

$$\therefore x=1, y=4$$

113 **답** $x=2, y=4$

$$\begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & 1 \\ y & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 13 \\ 12 & 1 \end{pmatrix} \text{에서}$$

$$\begin{pmatrix} 7x-2y & 13 \\ 4x+y & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 13 \\ 12 & 1 \end{pmatrix}$$

행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$7x-2y=6, 4x+y=12$$

두 식을 연립하여 풀면

$$x=2, y=4$$

실전유형

245~246쪽

114 **답** ④

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

따라서 구하는 모든 성분의 합은

$$2+1+4+3=10$$

115 **답** ②

A 는 2×1 행렬, B 는 1×2 행렬, C 는 2×2 행렬이다.

① 2×1 행렬과 1×2 행렬의 곱은 2×2 행렬이 된다.

② 2×1 행렬과 2×2 행렬의 곱은 정의되지 않는다.

③ 1×2 행렬과 2×1 행렬의 곱은 1×1 행렬이 된다.

④ 1×2 행렬과 2×2 행렬의 곱은 1×2 행렬이 된다.

⑤ 2×2 행렬과 2×1 행렬의 곱은 2×1 행렬이 된다.

따라서 곱이 정의되지 않는 것은 ②이다.

116 **답** ⑤

$$\begin{aligned} AB-BA &= \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 6 & 4 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 5 & -5 \\ -5 & -5 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

117 **답** ②

$X+AB=B$ 에서

$$X=B-AB$$

$$\begin{aligned} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

따라서 구하는 모든 성분의 합은

$$1+0+2+(-1)=2$$

118 **답** 7

$BA=O$ 에서

$$\begin{aligned} &\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ y & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & 1 \\ 6 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ &\begin{pmatrix} 2x+6 & 0 \\ xy+12 & y-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$2x+6=0, y-4=0$$

따라서 $x=-3, y=4$ 이므로

$$y-x=7$$

119 답 ④

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ x & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 4 & y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & -7 \\ 6 & a \end{pmatrix} \text{에서}$$

$$\begin{pmatrix} 17 & -6-y \\ 7x+20 & -2x+5y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & -7 \\ 6 & a \end{pmatrix}$$

행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$-6-y=-7 \quad \cdots \cdots \text{㉠}$$

$$7x+20=6 \quad \cdots \cdots \text{㉡}$$

$$-2x+5y=a \quad \cdots \cdots \text{㉢}$$

$$\text{㉠에서 } y=1$$

$$\text{㉡에서 } x=-2$$

$x=-2, y=1$ 을 ㉢에 대입하면

$$a=-2 \times (-2) + 5 \times 1 = 9$$

120 답 ③

$$AB = \begin{pmatrix} 700 & 1200 \\ 900 & 1000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 & 7 \\ 8 & 9 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 700 \times 10 + 1200 \times 8 & 700 \times 7 + 1200 \times 9 \\ 900 \times 10 + 1000 \times 8 & 900 \times 7 + 1000 \times 9 \end{pmatrix}$$

이때 행렬 AB 의 $(2, 1)$ 성분은 $900 \times 10 + 1000 \times 8$ 이므로 가게 Q에서 사과 10개와 망고 8개를 산 지민이의 지불 금액과 같다.

121 답 $a+b$

$$AB = \begin{pmatrix} 400 & 600 \\ 800 & 1500 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 120 & 150 \\ 210 & 180 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 400 \times 120 + 600 \times 210 & 400 \times 150 + 600 \times 180 \\ 800 \times 120 + 1500 \times 210 & 800 \times 150 + 1500 \times 180 \end{pmatrix}$$

즉,

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 400 \times 120 + 600 \times 210 & 400 \times 150 + 600 \times 180 \\ 800 \times 120 + 1500 \times 210 & 800 \times 150 + 1500 \times 180 \end{pmatrix}$$

이므로

$$a = (\text{3월에 판매된 라면과 과자의 제조 원가 총액})$$

$$b = (\text{4월에 판매된 라면과 과자의 제조 원가 총액})$$

$$c = (\text{3월에 판매된 라면과 과자의 판매 금액})$$

$$d = (\text{4월에 판매된 라면과 과자의 판매 금액})$$

따라서 3월과 4월에 판매된 라면과 과자의 제조 원가 총액은

$$a+b$$

122 답 ④

$$PQ = \begin{pmatrix} 300 & 200 \\ 250 & 150 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.7 & 0.6 \\ 0.3 & 0.4 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 300 \times 0.7 + 200 \times 0.3 & 300 \times 0.6 + 200 \times 0.4 \\ 250 \times 0.7 + 150 \times 0.3 & 250 \times 0.6 + 150 \times 0.4 \end{pmatrix}$$

$$QP = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.6 \\ 0.3 & 0.4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 300 & 200 \\ 250 & 150 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0.7 \times 300 + 0.6 \times 250 & 0.7 \times 200 + 0.6 \times 150 \\ 0.3 \times 300 + 0.4 \times 250 & 0.3 \times 200 + 0.4 \times 150 \end{pmatrix}$$

A 학교에서 배드민턴을 배우는 학생 수는 $300 \times 0.3 + 250 \times 0.4$

따라서 이를 나타내는 행렬의 성분은 QP 의 $(2, 1)$ 성분이다.

개념유형

247쪽

123 답 $\begin{pmatrix} 1 & -9 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$

$$A^2 = AA = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -9 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

124 답 $\begin{pmatrix} -1 & 21 \\ 0 & -8 \end{pmatrix}$

$$A^3 = A^2A = \begin{pmatrix} 1 & -9 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 21 \\ 0 & -8 \end{pmatrix}$$

125 답 $\begin{pmatrix} 1 & -45 \\ 0 & 16 \end{pmatrix}$

$$A^4 = A^3A = \begin{pmatrix} -1 & 21 \\ 0 & -8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -45 \\ 0 & 16 \end{pmatrix}$$

126 답 $\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$

$$A^2 = AA = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$$

127 답 $\begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 8 & 0 \end{pmatrix}$

$$A^3 = A^2A = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 8 & 0 \end{pmatrix}$$

128 답 $\begin{pmatrix} 16 & 0 \\ 16 & 0 \end{pmatrix}$

$$A^4 = A^3A = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 8 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 & 0 \\ 16 & 0 \end{pmatrix}$$

실전유형

248쪽

129 답 ①

$$A^2 = AA = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 9 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = A^2A = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 9 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -27 & 0 \\ -27 & 0 \end{pmatrix} = 9 \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} = 9A$$

$$\therefore k=9$$

130 답 ②

$$A^2 = AA = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = A^2A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -6 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

⋮

$$\therefore A^n = \begin{pmatrix} 1 & -2n \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ (단, } n \text{은 자연수)}$$

$$\therefore A^{50} = \begin{pmatrix} 1 & -100 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

따라서 구하는 모든 성분의 합은

$$1 + (-100) + 0 + 1 = -98$$

131 답 9

$$A^2 = AA = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ a & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ a & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2a & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^4 = A^2A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2a & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2a & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -4a & 1 \end{pmatrix}$$

이때 행렬 A^4 의 모든 성분의 합이 -34 이므로

$$1 + 0 + (-4a) + 1 = -34$$

$$-4a = -36$$

$$\therefore a = 9$$

132 답 ④

$$A^2 = AA = \begin{pmatrix} a & 1 \\ -4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & 1 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a^2 - 4 & a - 2 \\ -4a + 8 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = A^2A = \begin{pmatrix} a^2 - 4 & a - 2 \\ -4a + 8 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & 1 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a^3 - 8a + 8 & a^2 - 2a \\ -4a^2 + 8a & -4a + 8 \end{pmatrix}$$

$$\therefore \begin{pmatrix} a^3 - 8a + 8 & a^2 - 2a \\ -4a^2 + 8a & -4a + 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ 이므로 행렬이 서로 같을 조}$$

건에 의하여

$$-4a + 8 = 0 \quad \therefore a = 2$$

133 답 ③

$$A^2 = AA = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = A^2A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 27 \end{pmatrix}$$

⋮

$$\therefore A^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3^n \end{pmatrix} \text{ (단, } n \text{은 자연수)}$$

$$\text{이때 } A^k = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 729 \end{pmatrix} \text{ 이고, } 3^6 = 729 \text{ 이므로}$$

$$k = 6$$

134 답 34

$$A^2 = AA = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = A^2A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 6 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}$$

⋮

$$\therefore A^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3n & 1 \end{pmatrix} \text{ (단, } n \text{은 자연수)}$$

따라서 행렬 A^n 의 $(2, 1)$ 성분은 $3n$ 이므로

$$a_n = 3n$$

$$3n > 100 \text{에서 } n > \frac{100}{3} = 33.3 \dots$$

따라서 자연수 n 의 최솟값은 34이다.

개념유형

249~250쪽

135 답 $\begin{pmatrix} 7 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$

$AB + AC = A(B + C)$ 이므로 행렬 $B + C$ 를 먼저 구하면

$$B + C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\therefore AB + AC = A(B + C)$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$$

136 답 $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$

$BA + CA = (B + C)A$ 이므로

$$BA + CA = (B + C)A$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$$

137 답 $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 12 & 6 \end{pmatrix}$

$CA - CB = C(A - B)$ 이므로 행렬 $A - B$ 를 먼저 구하면

$$A - B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\therefore CA - CB = C(A - B)$$

$$= \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 12 & 6 \end{pmatrix}$$

138 답 $\begin{pmatrix} 11 & 8 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

$ABA+ABC=AB(A+C)$ 이므로 두 행렬 $AB, A+C$ 를 각각 구하면

$$\begin{aligned} AB &= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ A+C &= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} \\ \therefore ABA+ABC &= AB(A+C) \\ &= \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 11 & 8 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

139 답 $-1, 5$

140 답 $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} a+c \\ b+d \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} \text{이므로} \\ A \begin{pmatrix} a+c \\ b+d \end{pmatrix} &= A \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + A \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

141 답 $\begin{pmatrix} 14 \\ 2 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 4a-c \\ 4b-d \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 4a \\ 4b \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = 4 \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} \text{이므로} \\ A \begin{pmatrix} 4a-c \\ 4b-d \end{pmatrix} &= 4A \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} - A \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} \\ &= 4 \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 12 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ 2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

142 답 $\begin{pmatrix} -12 \\ 4 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 3c-2a \\ 3d-2b \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 3c \\ 3d \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2a \\ 2b \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \text{이므로} \\ A \begin{pmatrix} 3c-2a \\ 3d-2b \end{pmatrix} &= 3A \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} - 2A \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \\ &= 3 \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -6 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -12 \\ 4 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

실전유형

250~251쪽

143 답 ①

$$\begin{aligned} A^2-AB &= A(A-B) \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

따라서 구하는 모든 성분의 합은
 $3+(-2)+1+(-1)=1$

144 답 ④

$$\begin{aligned} A(B+C)+(C-A)B-C(A+B) \\ &= AB+AC+CB-AB-CA-CB \\ &= AC-CA \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -6 & -4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -9 & -1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

145 답 -8

$$\begin{aligned} (A+B)^2 &= A^2+AB+BA+B^2 \text{이므로} \\ A^2+B^2 &= (A+B)^2-(AB+BA) \\ &= \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 6 & -3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 6 & -3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ -9 & 4 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

따라서 구하는 모든 성분의 합은
 $-4+1+(-9)+4=-8$

146 답 ④

주어진 식의 좌변을 전개하면

$$\begin{aligned} (A+B)^2 &= A^2+AB+BA+B^2 \\ \text{즉, } A^2+AB+BA+B^2 &= A^2+2AB+B^2 \text{이려면} \\ AB+BA &= 2AB \\ \therefore AB &= BA \end{aligned}$$

$$\text{즉, } \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \text{이므로}$$

$$\begin{pmatrix} 7 & 12+2x \\ 11 & 4+5x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 22 \\ 6+x & 4+5x \end{pmatrix}$$

행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$11=6+x$$

$$\therefore x=5$$

147 답 3

주어진 식의 좌변을 전개하면

$$(A-B)^2 = A^2 - AB - BA + B^2$$

즉, $A^2 - AB - BA + B^2 = A^2 - 2AB + B^2$ 이려면

$$-AB - BA = -2AB$$

$$\therefore AB = BA$$

$$\text{즉, } \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & x \\ y & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x \\ y & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \text{이므로}$$

$$\begin{pmatrix} 4y & 12 \\ 2+4y & 2x+12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x & 4+4x \\ 6 & 4y+12 \end{pmatrix}$$

행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$12 = 4 + 4x, 2 + 4y = 6$$

따라서 $x=2, y=1$ 이므로

$$x+y=3$$

148 답 13

주어진 식의 좌변을 전개하면

$$(A+B)(A-B) = A^2 - AB + BA - B^2$$

즉, $A^2 - AB + BA - B^2 = A^2 - B^2$ 이려면

$$-AB + BA = 0$$

$$\therefore AB = BA$$

$$\text{즉, } \begin{pmatrix} -1 & x \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ y & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ y & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & x \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \text{이므로}$$

$$\begin{pmatrix} 2+xy & -2-x \\ -6 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -2x \\ -y-3 & xy \end{pmatrix}$$

행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$-2-x = -2x, -6 = -y-3$$

따라서 $x=2, y=3$ 이므로

$$x^2 + y^2 = 4 + 9 = 13$$

149 답 ⑤

$$\begin{pmatrix} 3a-c \\ 3b-d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3a \\ 3b \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} A \begin{pmatrix} 3a-c \\ 3b-d \end{pmatrix} &= 3A \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} - A \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} \\ &= 3 \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

150 답 ②

실수 a, b 에 대하여 $a \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ 가 성립한다고 하면

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$a=1, b=2$$

$$\begin{aligned} \therefore A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} &= A \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \\ &= A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2A \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

따라서 $p=0, q=7$ 이므로 $p+q=7$

151 답 2

$A \begin{pmatrix} -2a \\ 7b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}, A \begin{pmatrix} 5a \\ -4b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 11 \end{pmatrix}$ 을 변끼리 더하면

$$A \begin{pmatrix} -2a \\ 7b \end{pmatrix} + A \begin{pmatrix} 5a \\ -4b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -7 \\ 11 \end{pmatrix}$$

$$A \begin{pmatrix} 3a \\ 3b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 9 \end{pmatrix}, 3A \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$\therefore A \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -3 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

따라서 구하는 모든 성분의 합은

$$-1+3=2$$

개념유형

253쪽

152 답 $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

153 답 $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

154 답 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

자연수 n 에 대하여 $E^n = E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 이므로

$$E^3 = E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

155 답 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$(-E)^{20} = E^{20} = E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

156 답 $A^2 - E$

$$\begin{aligned} (A+E)(A-E) &= A^2 - AE + EA - E^2 \\ &= A^2 - A + A - E \\ &= A^2 - E \end{aligned}$$

157 **답** $A^2 - 4A + 4E$

$$\begin{aligned}(A-2E)^2 &= (A-2E)(A-2E) \\ &= A^2 - 2AE - 2EA + 4E^2 \\ &= A^2 - 2A - 2A + 4E \\ &= A^2 - 4A + 4E\end{aligned}$$

158 **답** $A^3 + E$

$$\begin{aligned}(A+E)(A^2-A+E) &= A^3 - A^2 + AE + EA^2 - EA + E^2 \\ &= A^3 - A^2 + A + A^2 - A + E \\ &= A^3 + E\end{aligned}$$

159 **답** $E, 4$

160 **답** 2

$$A^2 = AA = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = E$$

따라서 자연수 n 의 최솟값은 2이다.

161 **답** 3

$$A^2 = AA = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = A^2A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = E$$

따라서 자연수 n 의 최솟값은 3이다.

162 **답** 6

$$A^2 = AA = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = A^2A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = -E$$

$$A^4 = A^3A = (-E)A = -A$$

$$A^5 = A^4A = (-A)A = -A^2$$

$$A^6 = A^5A = (-A^2)A = -A^3 = -(-E) = E$$

따라서 자연수 n 의 최솟값은 6이다.

$$\therefore (A-E)(A^2+A+E) = A^3 - E$$

$$\begin{aligned}&= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -14 & 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -14 & 7 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

164 **답** 9

$$A^2 = AA = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = E \text{이므로}$$

$$\begin{aligned}(2A+E)^2 &= 4A^2 + 4A + E^2 \\ &= 4E + 4A + E \\ &= 4A + 5E\end{aligned}$$

따라서 $x=4, y=5$ 이므로

$$x+y=9$$

165 **답** 1

$(A+E)(A-E) = E$ 에서

$$A^2 - E^2 = E \quad \therefore A^2 = 2E \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$A^2 = AA = \begin{pmatrix} x & 1 \\ y & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & 1 \\ y & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^2+y & x-1 \\ xy-y & y+1 \end{pmatrix} \text{이므로 } \textcircled{1} \text{에서}$$

$$\begin{pmatrix} x^2+y & x-1 \\ xy-y & y+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$x-1=0, y+1=2$$

따라서 $x=1, y=1$ 이므로

$$xy=1$$

166 **답** 3

$$A^2 = AA = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = A^2A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = E$$

따라서 자연수 n 의 최솟값은 3이다.

167 **답** 4

$$A^2 = AA = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = -E$$

$$A^3 = A^2A = (-E)A = -A$$

$$A^4 = A^3A = (-A)A = -A^2 = -(-E) = E$$

$$\therefore A^{2013} = (A^4)^{503}A = E^{503}A = EA = A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$$

따라서 구하는 모든 성분의 합은

$$2 + (-1) + 5 + (-2) = 4$$

168 **답** ④

$$A^2 = AA = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -7 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -7 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -7 & -3 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = A^2A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -7 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -7 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = -E$$

실전유형

254쪽

163 **답** ⑤

$$A^2 = AA = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -6 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = A^2A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -6 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -14 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
A^4 &= A^3 A = (-E)A = -A \\
A^5 &= A^4 A = (-A)A = -A^2 \\
A^6 &= A^5 A = (-A^2)A = -A^3 = -(-E) = E \\
\therefore A^{96} + A^{97} &= (A^6)^{16} + (A^6)^{16} A \\
&= E^{16} + E^{16} A = E + EA \\
&= A + E
\end{aligned}$$

실전유형으로 중단원 점검

255~256쪽

1 답 12

$$\begin{aligned}
a_{11} &= 2 \times 1 + 1 = 3, \quad a_{12} = 2 \times 1 + 2 = 4 \\
a_{21} &= 2 - 3 = -1, \quad a_{22} = 2 \times 2 + 2 = 6 \\
\text{따라서 행렬 } A \text{의 모든 성분의 합은} \\
3 + 4 + (-1) + 6 &= 12
\end{aligned}$$

2 답 ③

지점 A_1 에서 지점 A_1, A_2, A_3 으로 바로 가는 도로의 수가 각각 2, 1, 0이므로

$$a_{11}=2, a_{12}=1, a_{13}=0$$

지점 A_2 에서 지점 A_1, A_2, A_3 으로 바로 가는 도로의 수가 각각 1, 1, 2이므로

$$a_{21}=1, a_{22}=1, a_{23}=2$$

지점 A_3 에서 지점 A_1, A_2, A_3 으로 바로 가는 도로의 수가 각각 3, 1, 0이므로

$$a_{31}=3, a_{32}=1, a_{33}=0$$

따라서 구하는 행렬은 $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

3 답 ④

행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$\begin{aligned}
a &= 6 - \beta, \quad \beta = \frac{8}{a} \quad \therefore a + \beta = 6, \quad a\beta = 8 \\
\therefore \frac{\beta}{a} + \frac{a}{\beta} &= \frac{a^2 + \beta^2}{a\beta} = \frac{(a + \beta)^2 - 2a\beta}{a\beta} \\
&= \frac{6^2 - 2 \times 8}{8} = \frac{5}{2}
\end{aligned}$$

4 답 ②

$$2A + B + 3X = X + 5B \text{에서}$$

$$2X = -2A + 4B$$

$$\begin{aligned}
\therefore X &= -A + 2B \\
&= -\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -6 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} -2 & -5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 & 2 \\ 8 & -12 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} -8 & -3 \\ 9 & -10 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

5 답 -3

$$A - B = \begin{pmatrix} 8 & -1 \\ -15 & 5 \end{pmatrix} \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$4A + B = \begin{pmatrix} 7 & 6 \\ -5 & -20 \end{pmatrix} \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

㉠+㉡을 하면

$$\begin{aligned}
5A &= \begin{pmatrix} 8 & -1 \\ -15 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 & 6 \\ -5 & -20 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ -20 & -15 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

$$\therefore A = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ -20 & -15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$$

이를 ㉠에 대입하면

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -4 & -3 \end{pmatrix} - B = \begin{pmatrix} 8 & -1 \\ -15 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\therefore B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -4 & -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8 & -1 \\ -15 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 11 & -8 \end{pmatrix}$$

$$\therefore A + B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -4 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 11 & -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 7 & -11 \end{pmatrix}$$

따라서 구하는 모든 성분의 합은

$$-2 + 3 + 7 + (-11) = -3$$

6 답 -5

$$xA + yB = C \text{에서}$$

$$x \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 3 & -6 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -13 \\ 17 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x & -3x \\ 3x & -6x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2y & y \\ -2y & ay \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -13 \\ 17 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x + 2y & -3x + y \\ 3x - 2y & -6x + ay \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -13 \\ 17 & 2 \end{pmatrix}$$

행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$x + 2y = -5 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$3x - 2y = 17 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$$-6x + ay = 2 \quad \dots\dots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$x = 3, y = -4$$

이를 ㉢에 대입하면

$$-6 \times 3 + a \times (-4) = 2$$

$$-18 - 4a = 2 \quad \therefore a = -5$$

7 답 -5

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 2 & x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ y & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 & 12 \\ a & 6 \end{pmatrix} \text{에서}$$

$$\begin{pmatrix} -4 - 2y & 12 \\ -2 + xy & 10 + 4x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 & 12 \\ a & 6 \end{pmatrix}$$

행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$-4 - 2y = -10 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$-2 + xy = a \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$$10 + 4x = 6 \quad \dots\dots \textcircled{㉢}$$

㉠에서 $y=3$

㉡에서 $x=-1$

$x=-1, y=3$ 을 ㉢에 대입하면

$$a=-2+(-1)\times 3=-5$$

8 답 ②

$$\begin{aligned} AB &= \begin{pmatrix} 800 & 2200 \\ 1000 & 3000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 800 \times 5 + 2200 \times 4 & 800 \times 6 + 2200 \times 3 \\ 1000 \times 5 + 3000 \times 4 & 1000 \times 6 + 3000 \times 3 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

이때 행렬 AB 의 (1, 2) 성분은 $800 \times 6 + 2200 \times 3$ 이므로 편의점 P에서 우유 6개와 김밥 3개를 산 상훈이의 지불 금액과 같다.

9 답 -200

$$A^2 = AA = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = A^2A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

⋮

$$\therefore A^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -n & 1 \end{pmatrix} \text{ (단, } n \text{은 자연수)}$$

$$\therefore A^{200} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -200 & 1 \end{pmatrix}$$

따라서 행렬 A^{200} 의 (2, 1) 성분은 -200 이다.

10 답 -8

$$(A+B)^2 = A^2 + AB + BA + B^2 \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} AB + BA &= (A+B)^2 - (A^2 + B^2) \\ &= \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 9 & -5 \\ -25 & 14 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 11 & -9 \\ -24 & 14 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

따라서 구하는 모든 성분의 합은

$$11 + (-9) + (-24) + 14 = -8$$

11 답 1

주어진 식의 좌변을 전개하면

$$(A+B)(A-B) = A^2 - AB + BA - B^2$$

$$\text{즉, } A^2 - AB + BA - B^2 = A^2 - B^2 \text{이려면}$$

$$-AB + BA = 0 \quad \therefore AB = BA$$

$$\text{즉, } \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ x & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & y \\ 3 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & y \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ x & 3 \end{pmatrix} \text{이므로}$$

$$\begin{pmatrix} 7 & y-2 \\ x+9 & xy-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+xy & 2+3y \\ 3-x & 3 \end{pmatrix}$$

..... ①

..... ②

행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$y-2=2+3y, x+9=3-x$$

$$\text{따라서 } x=-3, y=-2 \text{이므로 } x-2y=1$$

..... ③

채점 기준

① $AB=BA$ 임을 보이기	30 %
② AB, BA 계산하기	30 %
③ $x-2y$ 의 값 구하기	40 %

12 답 16

실수 a, b 에 대하여 $a \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ 이 성립한다고 하면

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

행렬이 서로 같을 조건에 의하여 $a=3, b=-1$

$$\begin{aligned} \therefore A \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} &= A \left\{ 3 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \\ &= 3A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - A \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= 3 \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -3 \\ 12 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 11 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

따라서 $p=-5, q=11$ 이므로 $q-p=16$

13 답 18

$$A^2 = AA = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = A^2A = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 0 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -19 \\ 0 & 27 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \therefore (A+E)(A^2-A+E) &= A^3+E \\ &= \begin{pmatrix} 8 & -19 \\ 0 & 27 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 9 & -19 \\ 0 & 28 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

따라서 구하는 모든 성분의 합은

$$9 + (-19) + 0 + 28 = 18$$

14 답 ①

$$A^2 = AA = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = A^2A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = -E$$

$$A^4 = A^3A = (-E)A = -A$$

$$A^5 = A^4A = (-A)A = -A^2$$

$$A^6 = A^5A = (-A^2)A = -A^3 = -(-E) = E$$

$$\therefore A^{1004} = (A^6)^{167} A^2 = E^{167} A^2 = EA^2 = A^2 = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

따라서 행렬 A^{1004} 의 (1, 2) 성분은 -3 이다.