



정답과 해설



I 도형의 방정식

1 선분의 내분과 직선

01 선분의 내분점

9~16쪽

01 (1) $\overline{AB} = \sqrt{\{5 - (-3)\}^2 + \{2 - (-4)\}^2}$
 $= \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$
 (2) $\overline{OA} = \sqrt{(-6)^2 + 1^2}$
 $= \sqrt{36 + 1} = \sqrt{37}$

02 삼각형 ABC의 세 변의 길이는

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{(-1-4)^2 + (3-2)^2} \\ &= \sqrt{25+1} = \sqrt{26} \\ \overline{BC} &= \sqrt{\{2 - (-1)\}^2 + (0-3)^2} \\ &= \sqrt{9+9} = \sqrt{18} \\ \overline{AC} &= \sqrt{(2-4)^2 + (0-2)^2} \\ &= \sqrt{4+4} = \sqrt{8}\end{aligned}$$

따라서 $\overline{BC}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{AB}^2$ 이므로 삼각형 ABC는 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

03 (1) 점 P의 좌표를 x 라고 하면

$$x = \frac{1 \times 6 + 2 \times (-9)}{1+2} = \frac{-12}{3} = -4$$

따라서 점 P의 좌표는 -4

(2) 점 Q의 좌표를 x 라고 하면

$$x = \frac{2 \times (-9) + 3 \times 6}{2+3} = \frac{0}{5} = 0$$

따라서 점 Q의 좌표는 0

(3) 점 M의 좌표를 x 라고 하면

$$x = \frac{-9+6}{2} = \frac{-3}{2}$$

따라서 점 M의 좌표는 $-\frac{3}{2}$

04 (1) 점 P의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$x = \frac{1 \times 9 + 2 \times (-6)}{1+2} = \frac{-3}{3} = -1$$

$$y = \frac{1 \times 8 + 2 \times 2}{1+2} = \frac{12}{3} = 4$$

따라서 점 P의 좌표는 $(-1, 4)$

(2) 점 Q의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$x = \frac{2 \times (-6) + 3 \times 9}{2+3} = \frac{15}{5} = 3$$

$$y = \frac{2 \times 2 + 3 \times 8}{2+3} = \frac{28}{5}$$

따라서 점 Q의 좌표는 $(3, \frac{28}{5})$

(3) 점 M의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$x = \frac{-6+9}{2} = \frac{3}{2}$$

$$y = \frac{2+8}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

따라서 점 M의 좌표는 $(\frac{3}{2}, 5)$

05 점 P의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$x = \frac{m \times 6 + n \times 0}{m+n} = \frac{6m}{m+n}$$

$$y = \frac{m \times 4 + n \times (-1)}{m+n} = \frac{4m-n}{m+n}$$

점 P가 직선 $x+y=3$ 위에 있으므로

$$\frac{6m}{m+n} + \frac{4m-n}{m+n} = 3$$

$$\frac{10m-n}{m+n} = 3, 10m-n=3m+3n$$

즉, $7m=4n$ 이므로

$$m:n=4:7$$

따라서 $m+n=4+7=11$

06 $3\overline{AP}=2\overline{BP}$ 에서

$$\overline{AP}:\overline{BP}=2:3$$

점 P는 선분 AB를 2:3으로 내분하는 점이므로

점 P의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$x = \frac{2 \times 4 + 3 \times (-1)}{2+3} = \frac{5}{5} = 1$$

$$y = \frac{2 \times 12 + 3 \times 2}{2+3} = \frac{30}{5} = 6$$

따라서 점 P의 좌표는 $(1, 6)$

07 무게중심 G의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$x = \frac{-1+3+7}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

$$y = \frac{0-4-2}{3} = \frac{-6}{3} = -2$$

따라서 무게중심 G의 좌표는 $(3, -2)$

08 $\frac{-5+a-3}{3} = -3, \frac{-3+4+b}{3} = 2$ 이므로

$$a-8=-9, b+1=6$$

따라서 $a=-1, b=5$

09 삼각형 ABC의 무게중심인 원점이 선분 AM을 2:1

로 내분하므로 점 M의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$\frac{2 \times x + 1 \times 8}{2+1} = 0$$

$$\frac{2 \times y + 1 \times (-4)}{2+1} = 0$$

즉, $2x+8=0, 2y-4=0$ 이므로

$$x=-4, y=2$$

따라서 점 M의 좌표는 $(-4, 2)$

02 두 직선의 평행과 수직

17~23쪽

01 (1) $y - (-5) = -3(x - 2)$

즉, $y = -3x + 1$

(2) $y = 4$

02 (1) $y - 5 = \frac{-4-5}{1-(-2)}\{x - (-2)\}$

즉, $y - 5 = -3(x + 2)$

따라서 $y = -3x - 1$

(2) $x = -3$

03 (2) $y = \frac{3}{x-2}$

따라서 직선을 나타내는 방정식은 (1), (3), (4)이다.

04 직선의 방정식 $3x - 2y + 1 = 0$ 을 변형하면

$$y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$$

직선의 방정식 $kx - 3y + 5 = 0$ 을 변형하면

$$y = \frac{k}{3}x + \frac{5}{3}$$

이때 두 직선이 서로 평행하므로

$$\frac{3}{2} = \frac{k}{3}$$

따라서 $k = \frac{9}{2}$

05 (1) 구하는 직선은 기울기가 -3 이고, 점 $(4, -3)$ 을 지나므로 이 직선의 방정식은

$$y - (-3) = -3(x - 4), \text{ 즉 } y = -3x + 9$$

(2) 직선의 방정식 $5x - 3y + 2 = 0$ 을 변형하면

$$y = \frac{5}{3}x + \frac{2}{3} \text{ 이므로 직선의 기울기는 } \frac{5}{3} \text{ 이다.}$$

따라서 구하는 직선은 기울기가 $\frac{5}{3}$ 이고,

점 $(4, -3)$ 을 지나므로 이 직선의 방정식은

$$y - (-3) = \frac{5}{3}(x - 4), \text{ 즉 } y = \frac{5}{3}x - \frac{29}{3}$$

06 직선의 방정식 $3x - 4y + 5 = 0$ 을 변형하면

$$y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$$

직선의 방정식 $2x + ky + 7 = 0$ 을 변형하면

$$y = -\frac{2}{k}x - \frac{7}{k}$$

이때 두 직선이 서로 수직이므로

$$\frac{3}{4} \times \left(-\frac{2}{k}\right) = -1, k = \frac{3}{2}$$

07 (1) 구하는 직선의 기울기를 m 이라고 하면

$$-\frac{4}{3} \times m = -1, m = \frac{3}{4}$$

따라서 구하는 직선은 기울기가 $\frac{3}{4}$ 이고,

점 $(-5, 1)$ 을 지나므로 이 직선의 방정식은

$$y - 1 = \frac{3}{4}\{x - (-5)\}, \text{ 즉 } y = \frac{3}{4}x + \frac{19}{4}$$

(2) 직선의 방정식 $2x + 3y - 5 = 0$ 을 변형하면

$$y = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3} \text{ 이므로 직선의 기울기는 } -\frac{2}{3} \text{ 이다.}$$

구하는 직선의 기울기를 m 이라고 하면

$$-\frac{2}{3} \times m = -1, m = \frac{3}{2}$$

따라서 구하는 직선은 기울기가 $\frac{3}{2}$ 이고,

점 $(-5, 1)$ 을 지나므로 이 직선의 방정식은

$$y - 1 = \frac{3}{2}\{x - (-5)\}, \text{ 즉 } y = \frac{3}{2}x + \frac{17}{2}$$

08 (1) 두 직선이 서로 평행하려면 $\frac{1}{4} = \frac{-a}{a-3} \neq \frac{3}{1}$ 이어야 하므로

$$a - 3 = -4a$$

따라서 $a = \frac{3}{5}$

(2) 두 직선이 서로 수직이려면

$$1 \times 4 + (-a) \times (a - 3) = 0 \text{ 이어야 하므로}$$

$$-a^2 + 3a + 4 = 0$$

즉, $a^2 - 3a - 4 = 0$

따라서 $a = -1$ 또는 $a = 4$

03 점과 직선 사이의 거리

24~26쪽

01 (1) $\frac{|1 \times 4 - 2 \times 1 + 3|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$

(2) $\frac{|-10|}{\sqrt{2^2 + (\sqrt{5})^2}} = \frac{10}{3}$

02 직선 $2x - 3y + 4 = 0$ 에 평행한 직선의 방정식을

$$2x - 3y + a = 0 \text{ (단, } a \neq 4) \text{ 이라고 하면 점 } (0, 3) \text{ 에}$$

서 이 직선까지 거리가 $\sqrt{13}$ 이므로

$$\frac{|2 \times 0 - 3 \times 3 + a|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2}} = \frac{|a - 9|}{\sqrt{13}} = \sqrt{13}$$

$$|a - 9| = 13$$

즉, $a - 9 = 13$ 또는 $a - 9 = -13$ 이므로

$$a = 22 \text{ 또는 } a = -4$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$2x - 3y + 22 = 0 \text{ 또는 } 2x - 3y - 4 = 0$$

2 원의 방정식

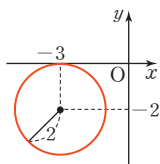
01 원의 방정식

33~39쪽

- 01 (1) 중심이 점 $(-3, -2)$ 이고 반지름의 길이가 2이므로 구하는 원의 방정식은

$$(x+3)^2 + (y+2)^2 = 4$$

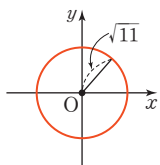
이고, 그 그래프는 다음 그림과 같다.



- (2) 중심이 점 $(0, 0)$ 이고 반지름의 길이가 $\sqrt{11}$ 이므로 구하는 원의 방정식은

$$x^2 + y^2 = 11$$

이고, 그 그래프는 다음 그림과 같다.



- 02 ㉠ 원 $(x+3)^2 + (y+4)^2 = 9$ 는 중심 점 $(-3, -4)$ 에서 y 축까지 거리와 반지름의 길이가 3으로 같으므로 y 축에만 접한다.

- ㉡ 원 $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 4$ 는 중심 점 $(-2, 2)$ 에서 x 축, y 축까지 거리와 반지름의 길이가 각각 2로 같으므로 x 축, y 축에 모두 접한다.

- ㉢ 원 $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 16$ 는 중심 점 $(3, -4)$ 에서 x 축까지 거리와 반지름의 길이가 4로 같으므로 x 축에만 접한다.

따라서 ㉠-㉡, ㉡-㉢, ㉢-㉠

- 03 (1) 구하는 원의 중심을 $C(a, b)$ 라고 하면 이 점은 주어진 두 점을 이은 선분의 중점이므로

$$a = \frac{1-3}{2} = -1, b = \frac{5+1}{2} = 3$$

즉, 원의 중심은

$$C(-1, 3)$$

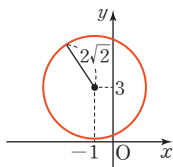
또 원의 반지름의 길이는

$$\sqrt{(-1-1)^2 + (3-5)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x+1)^2 + (y-3)^2 = 8$$

이고, 그 그래프는 다음 그림과 같다.



- (2) 구하는 원의 중심을 $C(a, b)$ 라고 하면 이 점은 주어진 두 점을 이은 선분의 중점이므로

$$a = \frac{5-1}{2} = 2, b = \frac{-2+2}{2} = 0$$

즉, 원의 중심은

$$C(2, 0)$$

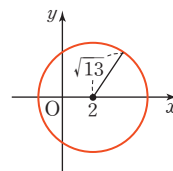
또 원의 반지름의 길이는

$$\sqrt{(2-5)^2 + (0+2)^2} = \sqrt{13}$$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x-2)^2 + y^2 = 13$$

이고, 그 그래프는 다음 그림과 같다.



- 04 (1) 두 점을 $A(1, 3)$, $B(-1, 1)$ 이라 하고, 중심이 x 축 위에 있으므로 원의 중심을 $C(a, 0)$ 이라고 하면 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로 $\overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$

$$(a-1)^2 + (0-3)^2 = (a+1)^2 + (0-1)^2$$

$$a^2 - 2a + 10 = a^2 + 2a + 1$$

$$-4a = -8, a = 2$$

즉, 원의 중심은

$$C(2, 0)$$

또 원의 반지름의 길이는

$$\overline{AC} = \sqrt{(2-1)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{10}$$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x-2)^2 + y^2 = 10$$

- (2) 두 점을 $A(2, -4)$, $B(6, 4)$ 라 하고, 중심이 y 축 위에 있으므로 원의 중심을 $C(0, a)$ 라고 하면

$$\overline{AC} = \overline{BC} \text{이므로 } \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$$

$$(0-2)^2 + (a+4)^2 = (0-6)^2 + (a-4)^2$$

$$a^2 + 8a + 20 = a^2 - 8a + 52$$

$$16a = 32, a = 2$$

즉, 원의 중심은

$$C(0, 2)$$

또 원의 반지름의 길이는

$$\overline{AC} = \sqrt{(0-2)^2 + (2+4)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$x^2 + (y-2)^2 = 40$$

- 05 (1) 방정식을 변형하면

$$(x^2 + 6x + 9) + (y^2 - 4y + 4) = 7$$

$$(x+3)^2 + (y-2)^2 = (\sqrt{7})^2$$

따라서 방정식이 나타내는 도형은 중심이 점

$(-3, 2)$ 이고 반지름의 길이가 $\sqrt{7}$ 인 원이다.

(2) 방정식을 변형하면

$$x^2 + y^2 + x - 6y + \frac{17}{4} = 0$$

$$\left(x^2 + x + \frac{1}{4}\right) + (y^2 - 6y + 9) = 5$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y - 3)^2 = (\sqrt{5})^2$$

따라서 방정식이 나타내는 도형은 중심이 점 $\left(-\frac{1}{2}, 3\right)$ 이고 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$ 인 원이다.

06 방정식을 변형하면

$$(x^2 - 6x + 9) + \left(y^2 + 5y + \frac{25}{4}\right) = \frac{61}{4} - k$$

$$(x - 3)^2 + \left(y + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{61}{4} - k$$

방정식이 나타내는 도형이 원이 되려면

$$\frac{61}{4} - k > 0$$

따라서 $k < \frac{61}{4}$

07 방정식을 변형하면

$$(x^2 - 2kx + k^2) + (y^2 - 6y + 9) = 5k + 3$$

$$(x - k)^2 + (y - 3)^2 = 5k + 3$$

방정식이 나타내는 도형이 원이므로

$$5k + 3 > 0, k > -\frac{3}{5} \quad \dots\dots ①$$

원의 중심 점 $(k, 3)$ 이 제2사분면 위에 있으므로

$$k < 0 \quad \dots\dots ②$$

①, ②에서 $-\frac{3}{5} < k < 0$

02 원과 직선의 위치 관계

40~48쪽

01 (1) $y = x + 4$ 를 $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$ 에 대입하면

$$x^2 + (x + 4)^2 - 2x + 4(x + 4) = 0$$

이 식을 정리하면

$$2x^2 + 10x + 32 = 0$$

이 이차방정식의 판별식 D 에서

$$\frac{D}{4} = 5^2 - 2 \times 32 = -39 < 0$$

따라서 원과 직선은 만나지 않는다.

(2) $y = 3x - 3$ 을 $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 5 = 0$ 에 대입하면

$$x^2 + (3x - 3)^2 + 4x - 2(3x - 3) - 5 = 0$$

이 식을 정리하면

$$10x^2 - 20x + 10 = 0$$

이 이차방정식의 판별식 D 에서

$$\frac{D}{4} = (-10)^2 - 10 \times 10 = 0$$

따라서 원과 직선은 한 점에서 만난다(접한다).

02 원 $x^2 + y^2 = 25$ 의 중심 $O(0, 0)$ 과 직선

$y = -\frac{3}{4}x + k$, 즉 $3x + 4y - 4k = 0$ 사이의 거리 d 는

$$d = \frac{|-4k|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|4k|}{5}$$

원의 반지름의 길이 r 는 $r = 5$

(1) 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면 $d < r$ 이어야 하므로

$$\frac{|4k|}{5} < 5, |4k| < 25$$

즉, $-25 < 4k < 25$

따라서 구하는 k 의 값의 범위는 $-\frac{25}{4} < k < \frac{25}{4}$

(2) 원과 직선이 한 점에서 만나려면 $d = r$ 이어야 하므로

$$\frac{|4k|}{5} = 5, |4k| = 25$$

즉, $4k = -25$ 또는 $4k = 25$

따라서 구하는 k 의 값은

$$k = -\frac{25}{4} \text{ 또는 } k = \frac{25}{4}$$

(3) 원과 직선이 만나지 않으려면 $d > r$ 이어야 하므로

$$\frac{|4k|}{5} > 5, |4k| > 25$$

즉, $4k < -25$ 또는 $4k > 25$

따라서 구하는 k 의 값의 범위는

$$k < -\frac{25}{4} \text{ 또는 } k > \frac{25}{4}$$

다른 풀이

$y = -\frac{3}{4}x + k$ 를 $x^2 + y^2 = 25$ 에 대입하면

$$x^2 + \left(-\frac{3}{4}x + k\right)^2 = 25$$

이 식을 정리하면 $25x^2 - 24kx + 16k^2 - 400 = 0$

이 이차방정식의 판별식 D 에서

$$\begin{aligned} \frac{D}{4} &= (-12k)^2 - 25(16k^2 - 400) \\ &= -256k^2 + 10000 \end{aligned}$$

(1) 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면 $D > 0$ 이어야 하므로

$$-256k^2 + 10000 > 0, k^2 < \frac{625}{16}$$

따라서 구하는 k 의 값의 범위는 $-\frac{25}{4} < k < \frac{25}{4}$

- (2) 원과 직선이 한 점에서 만나려면 $D=0$ 이어야 하므로

$$-256k^2 + 10000 = 0, k^2 = \frac{625}{16}$$

따라서 구하는 k 의 값은

$$k = -\frac{25}{4} \text{ 또는 } k = \frac{25}{4}$$

- (3) 원과 직선이 만나지 않으려면 $D < 0$ 이어야 하므로

$$-256k^2 + 10000 < 0, k^2 > \frac{625}{16}$$

따라서 구하는 k 의 값의 범위는

$$k < -\frac{25}{4} \text{ 또는 } k > \frac{25}{4}$$

- 03** (1) 직선 $\sqrt{3}x - y + 2 = 0$ 의 기울기는 $\sqrt{3}$ 이므로 구하는 직선의 기울기는 $\sqrt{3}$ 이다.

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$y = \sqrt{3}x \pm \sqrt{7} \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1}, \text{ 즉 } y = \sqrt{3}x \pm 2\sqrt{7}$$

- (2) 직선 $3x + 2y - 1 = 0$ 의 기울기는 $-\frac{3}{2}$ 이므로 구하는

직선의 기울기는 $\frac{2}{3}$ 이다.

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$y = \frac{2}{3}x \pm \sqrt{13} \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 1}, \text{ 즉 } y = \frac{2}{3}x \pm \frac{13}{3}$$

- 04** (1) $-3 \times x + 5 \times y = 34$, 즉 $3x - 5y = -34$

- (2) $0 \times x - \sqrt{7} \times y = 7$, 즉 $y = -\sqrt{7}$

- 05** 직선 l 의 방정식은 $3x + 4y = 25$

이 직선의 기울기는 $-\frac{3}{4}$ 이므로 구하는 직선의 기울기는 $\frac{4}{3}$ 이다.

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$y = \frac{4}{3}x \pm 5 \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 + 1}, \text{ 즉 } y = \frac{4}{3}x \pm \frac{25}{3}$$

- 06** 접점을 $P(x_1, y_1)$ 이라고 하면 점 P 에서 그은 접선의 방정식은

$$x_1x + y_1y = 10 \quad \dots\dots ①$$

이 접선이 점 $(2, -4)$ 를 지나므로

$$2x_1 - 4y_1 = 10, \text{ 즉 } x_1 = 2y_1 + 5 \quad \dots\dots ②$$

한편 접점 $P(x_1, y_1)$ 은 원 $x^2 + y^2 = 10$ 위의 점이므로

$$x_1^2 + y_1^2 = 10 \quad \dots\dots ③$$

②를 ③에 대입하면 $(2y_1 + 5)^2 + y_1^2 = 10$

$$y_1^2 + 4y_1 + 3 = 0, (y_1 + 3)(y_1 + 1) = 0$$

즉, $y_1 = -3$ 또는 $y_1 = -1$

따라서 $x_1 = -1, y_1 = -3$ 또는 $x_1 = 3, y_1 = -1$

이것을 ①에 대입하면

$$-1 \times x + (-3) \times y = 10$$

$$\text{또는 } 3 \times x + (-1) \times y = 10$$

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$x + 3y = -10 \text{ 또는 } 3x - y = 10$$

다른 풀이

접선의 기울기를 m 이라고 하면 점 $(2, -4)$ 를 지나고 기울기가 m 인 접선의 방정식은

$$y - (-4) = m(x - 2), \text{ 즉 } y = mx - 2m - 4 \quad \dots\dots ①$$

①을 $x^2 + y^2 = 10$ 에 대입하면

$$x^2 + (mx - 2m - 4)^2 = 10$$

이 식을 정리하면

$$(m^2 + 1)x^2 - 2(2m^2 + 4m)x + 4m^2 + 16m + 6 = 0$$

이 이차방정식의 판별식 D 에서 $D=0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = (2m^2 + 4m)^2 - (m^2 + 1)(4m^2 + 16m + 6) = 0$$

$$3m^2 - 8m - 3 = 0, (3m + 1)(m - 3) = 0$$

즉, $m = -\frac{1}{3}$ 또는 $m = 3$

이것을 ①에 대입하면

$$y = -\frac{1}{3}x - \frac{10}{3} \text{ 또는 } y = 3x - 10$$

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$x + 3y = -10 \text{ 또는 } 3x - y = 10$$

3 도형의 이동

01 평행이동

56~59쪽

- 01** (1) $(-4+7, 1-2)$, 즉 $(3, -1)$

- (2) $(-3+7, -5-2)$, 즉 $(4, -7)$

- 02** (1) $2x + 3y - 5 = 0$ 에 x 대신 $x-5$ 를, y 대신 $y+3$ 을 대입하면

$$2(x-5) + 3(y+3) - 5 = 0$$

따라서 구하는 도형의 방정식은

$$2x + 3y - 6 = 0$$

- (2) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 7$ 에 x 대신 $x-5$ 를, y 대신 $y+3$ 을 대입하면

$$(x-5-2)^2 + (y+3+1)^2 = 7$$

따라서 구하는 도형의 방정식은

$$(x-7)^2 + (y+4)^2 = 7$$

다른 풀이

(2) 원의 중심 점 $(2, -1)$ 을 x 축의 방향으로 5만큼,
 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면

$$(2+5, -1-3), \text{ 즉 } (7, -4)$$

따라서 원의 중심은 점 $(7, -4)$ 이고, 원의 반지름
 의 길이는 $\sqrt{7}$ 로 변함이 없으므로 구하는 도형의 방
 정식은

$$(x-7)^2+(y+4)^2=7$$

03 원의 방정식 $x^2+y^2-4x-6y+4=0$ 을 변형하면

$$(x-2)^2+(y-3)^2=9$$

이 식에 x 대신 $x-a$ 를, y 대신 $y-b$ 를 대입하면

$$(x-a-2)^2+(y-b-3)^2=9$$

이 방정식이 $(x+3)^2+(y-5)^2=9$ 와 같으므로

$$-a-2=3, -b-3=-5$$

따라서 $a=-5, b=2$

04 원의 방정식 $x^2+y^2-10x+4y+25=0$ 을 변형하면

$$(x-5)^2+(y+2)^2=4$$

이 식에 x 대신 $x-a$ 를, y 대신 $y+3$ 을 대입하면

$$(x-a-5)^2+(y+3+2)^2=4$$

즉, $(x-a-5)^2+(y+5)^2=4$

이 원의 중심 점 $(a+5, -5)$ 와 직선 $3x+4y+2=0$
 사이의 거리 d 는

$$d=\frac{|3 \times (a+5)+4 \times (-5)+2|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{|3a-3|}{5}$$

원의 반지름의 길이 r 는 $r=2$

원과 직선이 한 점에서 만나려면 $d=r$ 이어야 하므로

$$\frac{|3a-3|}{5}=2, |3a-3|=10$$

즉, $3a-3=10$ 또는 $3a-3=-10$

따라서 $a=\frac{13}{3}$ 또는 $a=-\frac{7}{3}$ 이므로 양수 a 의 값은

$$\frac{13}{3}$$

02 대칭이동

60~65쪽

01 (1) x 축, y 축, 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는
 각각 $(3, 4), (-3, -4), (-3, 4)$

(2) x 축, y 축, 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는
 각각 $(-6, 1), (6, -1), (6, 1)$

02 (1) x 축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은

$$4x-3 \times (-y)+7=0, \text{ 즉 } 4x+3y+7=0$$

y 축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은

$$4 \times (-x)-3y+7=0, \text{ 즉 } 4x+3y-7=0$$

원점에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은

$$4 \times (-x)-3 \times (-y)+7=0$$

즉, $4x-3y-7=0$

(2) x 축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은

$$(x-2)^2+(-y+5)^2=4$$

$$\text{즉, } (x-2)^2+(y-5)^2=4$$

y 축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은

$$(-x-2)^2+(y+5)^2=4$$

$$\text{즉, } (x+2)^2+(y+5)^2=4$$

원점에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은

$$(-x-2)^2+(-y+5)^2=4$$

$$\text{즉, } (x+2)^2+(y-5)^2=4$$

다른 풀이

(2) 원의 중심 점 $(2, -5)$ 를 x 축, y 축, 원점에 대하여
 대칭이동하면 각각

$$(2, 5), (-2, -5), (-2, 5)$$

원의 반지름의 길이는 2로 변함이 없으므로 구하는

원의 방정식은 각각

$$(x-2)^2+(y-5)^2=4,$$

$$(x+2)^2+(y+5)^2=4,$$

$$(x+2)^2+(y-5)^2=4$$

03 $x^2+y^2+ax+by+c=0$ 에 x 대신 $-x$ 를, y 대신 $-y$
 를 대입하면

$$(-x)^2+(-y)^2+a(-x)+b(-y)+c=0$$

$$\text{즉, } x^2+y^2-ax-by+c=0$$

$$(x+3)^2+(y-1)^2=4 \text{를 정리하면}$$

$$x^2+y^2+6x-2y+6=0$$

따라서 $-a=6, -b=-2, c=6$ 이므로

$$a=-6, b=2, c=6$$

04 (1) $(2, -5)$ (2) $(-8, -4)$

05 (1) $7x-3y-5=0$ 에 x 대신 y 를, y 대신 x 를 대입하
 면 $7y-3x-5=0$

따라서 구하는 도형의 방정식은

$$3x-7y+5=0$$

(2) $(x-4)^2+(y+3)^2=2$ 에 x 대신 y 를, y 대신 x 를
 대입하면 $(y-4)^2+(x+3)^2=2$

따라서 구하는 도형의 방정식은

$$(x+3)^2+(y-4)^2=2$$

06 원의 방정식 $x^2+y^2-10x+6y+18=0$ 을 변형하면

$$(x-5)^2+(y+3)^2=16$$

이 원을 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -4
 만큼 평행이동하면

$$(x-3-5)^2+(y+4+3)^2=16$$

$$\text{즉, } (x-8)^2+(y+7)^2=16$$

이 원을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동하면

$$(y-8)^2+(x+7)^2=16$$

따라서 구하는 도형의 방정식은

$$(x+7)^2+(y-8)^2=16$$

II 집합과 명제

1 집합

01 집합의 뜻과 표현

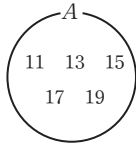
79~82쪽

- 01 (1) 우리나라 광역시의 모임은 대상을 분명하게 정할 수 있으므로 집합이다.
원소는 광주, 대구, 대전, 부산, 울산, 인천이다.
(2) 수학을 잘하는 사람의 모임은 기준이 명확하지 않으므로 그 대상이 분명하지 않다.
따라서 집합이 아니다.
(3) 50의 소인수의 모임은 대상을 분명하게 정할 수 있으므로 집합이다.
 $50=2 \times 5^2$ 이므로 원소는 2, 5이다.
(4) 100에 가까운 수의 모임은 기준이 명확하지 않으므로 그 대상이 분명하지 않다.
따라서 집합이 아니다.

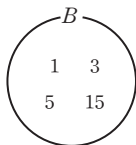
02 $A=\{3, 6, 9\}$ 이므로

- (1) $3 \in A$ (2) $5 \notin A$ (3) $9 \in A$

03 (1) $A=\{x|x \text{는 } 10 < x < 20 \text{인 홀수}\}$



(2) $B=\{1, 3, 5, 15\}$



04 (1) 집합 A의 원소의 개수는 3이므로

$$n(A)=3$$

(2) $x^2+9=0$ 을 만족시키는 실수 x 는 없으므로 집합 B는 공집합이다.

$$\text{따라서 } n(B)=0$$

(3) 집합 C는 50 이하의 짝수의 모임이므로 원소의 개수는 25이다.

$$\text{따라서 } n(C)=25$$

(4) $D=\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 이므로

$$n(D)=5$$

02 집합 사이의 포함 관계

83~86쪽

01 (1) $A=\{-5, 7\}$, $B=\{-7, -6, -5, \dots, 5, 6, 7\}$
이므로 $A \subseteq B$

(2) $3x-9 < 0$ 에서 $x < 3$ 이므로

$$A=\{1, 2\}$$

$$x^2+3x+2=0 \text{에서}$$

$$(x+1)(x+2)=0, x=-1 \text{ 또는 } x=-2$$

$$\text{즉, } B=\{-1, -2\}$$

$$\text{따라서 } A \not\subseteq B$$

02 (1) 원소가 0개, 1개, 2개, 3개인 부분집합으로 나누어 구하면 다음과 같다.

$$\text{원소가 0개} \rightarrow \emptyset$$

$$\text{원소가 1개} \rightarrow \{0\}, \{2\}, \{4\}$$

$$\text{원소가 2개} \rightarrow \{0, 2\}, \{0, 4\}, \{2, 4\}$$

$$\text{원소가 3개} \rightarrow \{0, 2, 4\}$$

$$\text{따라서 } \emptyset, \{0\}, \{2\}, \{4\}, \{0, 2\}, \{0, 4\}, \{2, 4\}, \{0, 2, 4\}$$

(2) $B=\{1, 2, 3, 6\}$

원소가 0개, 1개, 2개, 3개, 4개인 부분집합으로 나누어 구하면 다음과 같다.

$$\text{원소가 0개} \rightarrow \emptyset$$

$$\text{원소가 1개} \rightarrow \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{6\}$$

$$\text{원소가 2개} \rightarrow \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 6\}, \{2, 3\}, \{2, 6\}, \{3, 6\}$$

$$\text{원소가 3개} \rightarrow \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 6\}, \{1, 3, 6\}, \{2, 3, 6\}$$

$$\text{원소가 4개} \rightarrow \{1, 2, 3, 6\}$$

$$\text{따라서 } \emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{6\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 6\}, \{2, 3\}, \{2, 6\}, \{3, 6\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 6\}, \{1, 3, 6\}, \{2, 3, 6\}, \{1, 2, 3, 6\}$$

03 (1) 집합 A의 원소의 개수는 3

따라서 집합 A의 부분집합의 개수는

$$2^3=8$$

(2) $B=\{1, 2, 3, \dots, 10\}$ 이므로 집합 B의 원소의 개수는 10

따라서 집합 B의 부분집합의 개수는

$$2^{10}=1024$$

04 (1) $A=\{2, 4, 6\}$, $B=\{2, 4, 6\}$

즉, $A \subseteq B$ 이고 $B \subseteq A$ 이므로

$$A \equiv B$$

(2) $x^2-1=0$ 에서 $x^2=1$, $x=\pm 1$

$$\text{따라서 } A=\{-1, 1\}, B=\{1\}$$

즉, $A \not\subseteq B$ 이고 $B \subset A$ 이므로

$$A \not\equiv B$$

05 주어진 집합은 $\{0, 1, 2, 3\}$

집합 $\{0, 1, 2, 3\}$ 의 부분집합은

$$\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{0, 3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{0, 1, 2\}, \{0, 1, 3\}, \{0, 2, 3\}, \{1, 2, 3\}, \{0, 1, 2, 3\}$$

따라서 구하는 진부분집합은

$\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{0, 3\},$
 $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{0, 1, 2\}, \{0, 1, 3\},$
 $\{0, 2, 3\}, \{1, 2, 3\}$

03 집합의 연산

87~98쪽

01 (1) $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}, B = \{4, 7, 9\}$ 이므로

$$A \cup B = \{1, 3, 4, 5, 7, 9\}$$

$$A \cap B = \{7, 9\}$$

(2) $A = \{-1, 0, 1, 2\}, B = \{2, 3, 4, 5\}$ 이므로

$$A \cup B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A \cap B = \{2\}$$

02 (1) $A = \{1, 2\}, B = \{2, 3, 4\}$ 이므로

$$A \cap B = \{2\}$$

(2) $x^2 + 4x + 3 = 0$ 에서

$$(x+3)(x+1) = 0, x = -3 \text{ 또는 } x = -1$$

$$\text{즉, } A = \{-3, -1\}$$

$$x^2 - 3 = 0 \text{에서}$$

$$x^2 = 3, x = \pm\sqrt{3}$$

$$\text{즉, } B = \{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$$

$$\text{따라서 } A \cap B = \emptyset$$

(3) $A \cap B = \{x | x \text{는 정사각형}\}$

따라서 두 집합 A, B 가 서로소인 것은 (2)이다.

03 배드민턴 동아리에 가입한 학생의 집합을 A , 탁구 동아리에 가입한 학생의 집합을 B 라고 하면

$$n(A) = 15, n(B) = 7, n(A \cap B) = 5$$

$$\text{이때 } n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ = 15 + 7 - 5 = 17$$

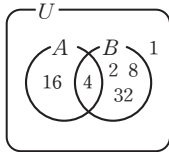
따라서 배드민턴 또는 탁구 동아리에 가입한 학생은 17명이다.

04 $U = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$ 이므로

$$A^c = \{1, 2, 8, 32\}$$

$$A \cup B = \{2, 4, 8, 16, 32\}$$
이므로

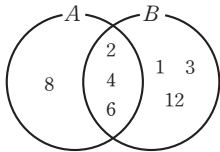
$$(A \cup B)^c = \{1\}$$



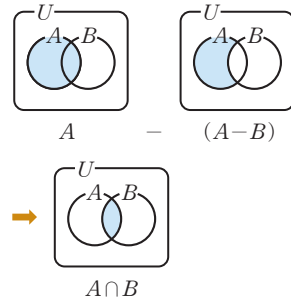
05 $A = \{2, 4, 6, 8\}, B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로

$$A - B = \{8\}$$

$$B - A = \{1, 3, 12\}$$

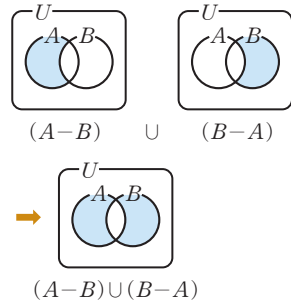
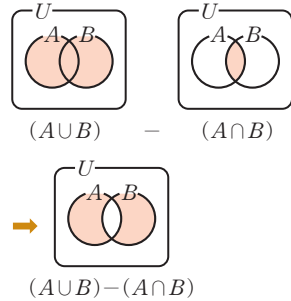


06 (1) $A - (A - B)$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 $A - (A - B) = A \cap B$ 가 성립한다.

(2) $(A \cup B) - (A \cap B)$ 와 $(A - B) \cup (B - A)$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서

$$(A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A) \\ \text{가 성립한다.}$$

07 (1) $A \cup B = \{a, c, d, e\}$ 이므로

$$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{b\}$$

(2) $A \cap B = \{a\}$ 이므로

$$A^c \cup B^c = (A \cap B)^c = \{b, c, d, e\}$$

08 학생 전체의 집합을 U , 자전거를 이용하는 학생의 집합을 A , 버스를 이용하는 학생의 집합을 B 라고 하면

$$n(U) = 30, n(A^c) = 14, n(B^c) = 15$$

$$n(A) = 16, n(B) = 15$$

자전거를 이용하지 않고 버스도 이용하지 않는 학생의 집합은 $A^c \cap B^c$, 즉 $(A \cup B)^c$ 이므로

$$n((A \cup B)^c) = 7, n(A \cup B) = 23$$

$$\text{이때 } n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$$

$$= 16 + 15 - 23 = 8$$

따라서 자전거와 버스를 모두 이용하는 학생은 8명이다.

2 명제

01 명제와 조건

105~112쪽

- 01 (3)은 참인지 거짓인지를 판별할 수 없으므로 명제가 아니다.

명제인 것은 (1), (2), (4)이다.

- (1) $6-x=3-x$ 에서 $6=3$ 이므로 거짓이다.
 (2) 맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로 참이다.
 (4) -3 은 복소수이므로 참이다.

- 02 (1) $\{1, 7\}$

(2) $3x-5 < 8$ 에서 $x < \frac{13}{3}$

이때 x 는 자연수이므로
 $\{1, 2, 3, 4\}$

- 03 (1) 2는 4의 배수가 아니다. (참)

(2) $3i$ 는 실수이다. (거짓)

- 04 (1) $\sim p: x^2+4x+4 \neq 0$

$\sim p$ 의 진리집합: $\{x | x \neq -2 \text{인 실수}\}$

(2) $\sim q: |x| \leq 1$

$\sim q$ 의 진리집합: $\{x | -1 \leq x \leq 1\}$

- 05 $P = \{x | x > 0\}$ 에서 $P^c = \{x | x \leq 0\}$

$Q = \{x | x \geq -3\}$ 에서 $Q^c = \{x | x < -3\}$

$\neg, P \cap Q = \{x | x > 0\}$

$\cup, P \cup Q = \{x | x \geq -3\}$

$\cap, P^c \cap Q = \{x | -3 \leq x \leq 0\}$

$\cup, P \cup Q^c = \{x | x < -3 \text{ 또는 } x > 0\}$

따라서 조건 ' $-3 \leq x \leq 0$ '의 진리집합을 나타내는 것은 $\cap$ 이다.

- 06 (1) 명제 '모든 x 에 대하여 $|x| \leq 2$ 이다.'에서 조건

' $p: |x| \leq 2$ '의 진리집합은

$P = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

따라서 $P=U$ 이므로 이 명제는 참이다.

- (2) 명제 '어떤 x 에 대하여 $(x-2)(x+2) > 0$ 이다.'

에서 조건 ' $p: (x-2)(x+2) > 0$ '의 진리집합은

$P = \emptyset$

따라서 이 명제는 거짓이다.

- 07 (1) 부정: 어떤 실수 x 에 대하여 $|x| < 0$ 이다.

조건 ' $p: |x| < 0$ '의 진리집합은

$P = \emptyset$

따라서 주어진 명제의 부정은 거짓이다.

- (2) 부정: 모든 실수 x 에 대하여 $(x-1)^2 \geq 0$ 이다.

조건 ' $p: (x-1)^2 \geq 0$ '의 진리집합은

$P = \{x | x \text{는 실수}\}$

따라서 주어진 명제의 부정은 참이다.

- 08 (1) 가정: 두 수 a, b 가 짝수이다.

결론: $a+b$ 는 짝수이다.

(2) 가정: $x=2$

결론: $3x-1=5$

- 09 주어진 명제의 가정을 p , 결론을 q 라 하고, 각각의 진리집합을 P, Q 라고 하자.

(1) ' $p: x-2=0$ ', ' $q: x^2+x-6=0$ '에서

$P = \{2\}, Q = \{-3, 2\}$

따라서 $P \subset Q$ 이므로 이 명제는 참이다.

(2) ' $p: x$ 는 무리수이다.', ' $q: x^2$ 은 유리수이다.'에서

$P = \{x | x \text{는 무리수}\}, Q = \{x | x^2 \text{은 유리수}\}$

따라서 $P \not\subset Q$ 이므로 이 명제는 거짓이다.

다른 풀이

(2) [반례] $x = \sqrt{2}+1$ 이면 x 는 무리수이지만

$x^2 = 3+2\sqrt{2}$ 는 유리수가 아니므로 이 명제는 거짓이다.

02 명제의 역과 대우

113~118쪽

- 01 역: $x^2=y^2$ 이면 $x=y$ 이다.

대우: $x^2 \neq y^2$ 이면 $x \neq y$ 이다.

- 02 주어진 명제의 역은 ' $x=0$ 이고 $y=0$ 이면 $xy=0$ 이다.'이고 참이다.

주어진 명제의 대우는 ' $x \neq 0$ 또는 $y \neq 0$ 이면 $xy \neq 0$ 이다.'이다.

이때 $x=-1, y=0$ 이면 $x \neq 0$ 또는 $y \neq 0$ 이지만

$xy=0$ 이므로 주어진 명제의 대우는 거짓이다.

- 03 주어진 명제가 참이므로 그 대우

' $x-a=0$ 이면 $x^2+5x-24=0$ 이다.'

도 참이다.

$x=a$ 를 $x^2+5x-24=0$ 에 대입하면

$a^2+5a-24=0$

즉, $(a+8)(a-3)=0$

따라서 $a=-8$ 또는 $a=3$

- 04 (1) $q \implies p$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요조건이다.

(2) $p \implies q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 충분조건이다.

(3) $p \iff q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.

- 05 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라고 하자.

(1) $P = \{-3, 3\}, Q = \{-3, 0, 3\}$ 이므로 $P \subset Q$ 이고 $Q \not\subset P$ 이다.

따라서 p 는 q 이기 위한 충분조건이다.

(2) $P = \{-2, 2\}, Q = \{-2, 2\}$ 이므로 $P=Q$ 이다.

따라서 p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.

(3) $P = \{1, 2, 4, 8\}, Q = \{1, 2, 4\}$ 이므로 $P \not\subset Q$ 이고 $Q \subset P$ 이다.

따라서 p 는 q 이기 위한 필요조건이다.

- 01 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 길이를 각각 a , b , c 를 이용하여 나타내면 $2a$, $2b$, $2c$ 이다.
따라서 $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 2(a+b+c)$ 이다.
- 02 주어진 명제의 대우 ' $x < 1$ 이고 $y < 1$ 이면 $x+y < 2$ 이다.'가 참임을 보이면 된다.
 $x < 1$ 에서 $x-1 < 0$, $y < 1$ 에서 $y-1 < 0$ 이므로
 $(x-1) + (y-1) < 0$, $x+y < 2$
따라서 주어진 명제의 대우가 참이므로 주어진 명제도 참이다.
- 03 주어진 명제의 대우 ' n 이 짝수이면 n^2 도 짝수이다.'가 참임을 보이면 된다.
 n 이 짝수이면 $n = 2k$ (k 는 자연수)로 나타낼 수 있으므로 $n^2 = (2k)^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$
이때 $2k^2$ 이 자연수이므로 n^2 은 짝수이다.
따라서 주어진 명제의 대우가 참이므로 주어진 명제도 참이다.
- 04 주어진 명제가 참이면 그 대우 '카드의 한쪽 면에 고양이 그림이 있으면 다른 쪽 면에는 짝수가 적혀 있다.'도 참이다.
따라서 3이 적힌 카드와 고양이 그림이 있는 카드를 뒤집어야 한다.
- 05 주어진 명제를 부정하여 $\sqrt{2} + 1$ 이 유리수라고 가정하면 $\sqrt{2} + 1 = a$ (a 는 유리수)
즉, $\sqrt{2} = a - 1$
그런데 $\sqrt{2}$ 는 무리수이고, $a - 1$ 은 유리수이므로 (무리수) = (유리수)가 되어 모순이다.
따라서 $\sqrt{2} + 1$ 은 유리수가 아니다.
- 06 (1) $x^2 + 5 > 4x$ 에서 $x^2 - 4x + 5 > 0$
즉, $(x-2)^2 + 1 > 0$ 이므로 부등식 $x^2 + 5 > 4x$ 는 모든 실수 x 에 대하여 성립한다.
(2) 부등식 $x + 5 > 0$ 은 $x > -5$ 일 때만 성립한다.
(3) $x^2 - 6x + 9 \geq 0$ 에서 $(x-3)^2 \geq 0$
즉, 부등식 $x^2 - 6x + 9 \geq 0$ 은 모든 실수 x 에 대하여 성립한다.
(4) $x^2 < x + 12$ 에서 $(x+3)(x-4) < 0$, $-3 < x < 4$
즉, 부등식 $x^2 < x + 12$ 는 $-3 < x < 4$ 일 때만 성립한다.
따라서 절대부등식인 것은 (1), (3)이다.
- 07 $2(a^2 + b^2) - (a+b)^2 \geq 0$ 임을 보이면 된다.
 $2(a^2 + b^2) - (a+b)^2$
 $= 2a^2 + 2b^2 - (a^2 + 2ab + b^2)$
 $= a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2 \geq 0$
따라서 $2(a^2 + b^2) \geq (a+b)^2$ 이다.
한편 등호가 성립하는 경우는 $a-b=0$, 즉 $a=b$ 일 때이다.

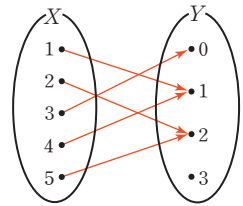
III 함수와 그래프

1 함수

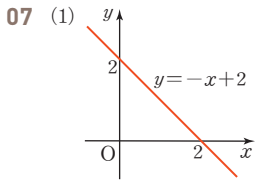
01 함수의 뜻과 그래프

139~147쪽

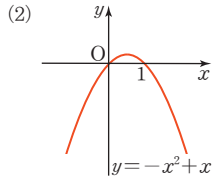
- 01 1을 3으로 나눈 나머지는 1
2를 3으로 나눈 나머지는 2
3을 3으로 나눈 나머지는 0
4를 3으로 나눈 나머지는 1
5를 3으로 나눈 나머지는 2
따라서 이 대응을 그림으로 나타내면 오른쪽과 같다.



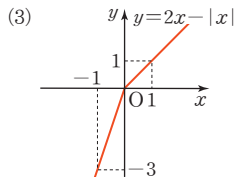
- 02 (3) 정의역: $\{1, 2, 3, 4\}$, 공역: $\{a, b, c, d\}$,
치역: $\{a, b, c\}$
함수가 아닌 것: (1), 집합 X 의 원소 2에 집합 Y 의 원소가 대응하지 않으므로 함수가 아니다.
(2), 집합 X 의 원소 2에 집합 Y 의 원소가 2개 대응하므로 함수가 아니다.
- 03 예 컴퓨터 자판의 숫자에서 특수 기호로의 대응은 함수이다.
- 04 ㄱ. $f(-1) = g(-1) = -1$
 $f(0) = g(0) = 0$
 $f(1) = g(1) = 1$
이므로 $f = g$
ㄴ. $f(1) = 1$, $g(1) = -1$
이므로 $f \neq g$
ㄷ. $f(-1) = g(-1) = 0$
 $f(0) = g(0) = -1$
 $f(1) = g(1) = 0$
이므로 $f = g$
따라서 $f = g$ 인 것은 ㄱ, ㄷ이다.
- 05 $f = g$ 이므로 $x^2 + 2x = 2x^2 - 3$ 에서
 $x^2 - 2x - 3 = 0$, $(x+1)(x-3) = 0$
따라서 $x = -1$ 또는 $x = 3$
즉, 집합 $\{-1, 3\}$ 의 부분집합 중에서 $\emptyset$ 을 제외한 부분집합을 구하면 되므로 구하는 집합 X 는
 $\{-1\}$, $\{3\}$, $\{-1, 3\}$
- 06 (3)은 정의역의 각 원소에 공역의 원소가 오직 하나씩 대응하지 않으므로 함수의 그래프가 아니다.
따라서 함수의 그래프인 것은 (1), (2)이다.



$y = -x + 2$ 는 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 이면 $-x_1 + 2 \neq -x_2 + 2$ 이므로 일대일함수이고, 치역과 공역이 모두 실수 전체의 집합으로 같으므로 일대일대응이다.



$y = -x^2 + x$ 는 두 실수 0, 1에 대하여 $0 \neq 1$ 이지만 $-0^2 + 0 = -1^2 + 1$ 이므로 일대일함수가 아니고, 일대일대응이 아니다.



$y = 2x - |x|$ 는 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 이면 $2x_1 - |x_1| \neq 2x_2 - |x_2|$ 이므로 일대일함수이고, 치역과 공역이 모두 실수 전체의 집합으로 같으므로 일대일대응이다.

따라서 일대일대응인 것은 (1), (3)이다.

08 (1) 함수 $y = f(x)$ 에서 정의역의 모든 원소 x 에 대하여 $f(x) = 3$ 이므로 상수함수이다.

(2) 함수 $y = f(x)$ 에서 정의역의 임의의 원소 x 에 대하여 $f(x) = x$ 이므로 항등함수이다.

따라서 항등함수의 그래프는 (2), 상수함수의 그래프는 (1)이다.

09 함수 g 는 항등함수이므로

$$g(-1) = -1, g(0) = 0, g(1) = 1$$

$$f(-1) = g(1) = h(0) \text{에서 } f(-1) = h(0) = 1$$

$$f(-1) + f(1) = f(0) \text{에서 } 1 + f(1) = f(0)$$

이때 함수 f 는 일대일대응이므로

$$f(0) = 0, f(1) = -1$$

또 함수 h 는 상수함수이므로

$$h(-1) = h(0) = h(1) = 1$$

$$\text{따라서 } f(1)g(-1)h(-1) = (-1) \times (-1) \times 1 = 1$$

02 합성함수

148~151쪽

01 (1) $(g \circ f)(-1) = g(f(-1)) = g(-1) = -1$

(2) $(f \circ g)(3) = f(g(3)) = f(-9) = -17$

(3) $(f \circ f)(1) = f(f(1)) = f(3) = 7$

(4) $(g \circ g)(-2) = g(g(-2)) = g(-4) = -16$

02 $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x+3)$
 $= 2(x+3) - 5 = 2x + 1$

$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(2x-5)$
 $= (2x-5) + 3 = 2x - 2$

따라서 $g \circ f \neq f \circ g$

03 $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(-x+a)$
 $= 2(-x+a) + \frac{1}{2} = -2x + 2a + \frac{1}{2}$

$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f\left(2x + \frac{1}{2}\right)$
 $= -\left(2x + \frac{1}{2}\right) + a = -2x - \frac{1}{2} + a$

이때 $g \circ f = f \circ g$ 이므로

$$-2x + 2a + \frac{1}{2} = -2x - \frac{1}{2} + a$$

따라서 $a = -1$

04 (i) $(g \circ h)(x) = g(h(x)) = g(2x)$
 $= (2x)^2 = 4x^2$

이므로

$$\begin{aligned} (f \circ (g \circ h))(x) &= f((g \circ h)(x)) \\ &= f(4x^2) \\ &= -(4x^2) + 1 \\ &= -4x^2 + 1 \end{aligned}$$

(ii) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x^2)$
 $= -x^2 + 1$

이므로

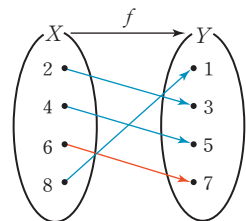
$$\begin{aligned} ((f \circ g) \circ h)(x) &= (f \circ g)(h(x)) \\ &= (f \circ g)(2x) \\ &= -(2x)^2 + 1 \\ &= -4x^2 + 1 \end{aligned}$$

(i), (ii)에서 $f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$

03 역함수

152~159쪽

01 (1) 함수 f 의 역함수가 존재하기 위해서는 함수 f 가 일대일대응이어야 하므로 집합 X 의 원소 6에 집합 Y 의 원소 7이 대응되어야 한다.



(2) $f(8) = 1$ 이므로 $f^{-1}(1) = 8$

따라서 $a = 1$

$f(6) = 7$ 이므로 $f^{-1}(7) = 6$

따라서 $b = 6$

02 (1) 합성함수 $f^{-1} \circ f$ 는 집합 X 에서의 항등함수이므로 $(f^{-1} \circ f)(2) = 2$

(2) 합성함수 $f \circ f^{-1}$ 는 집합 Y 에서의 항등함수이므로 $(f \circ f^{-1})(a) = a$

- 03 (1) 함수 $y=2x+1$ 은 일대일대응이므로 역함수가 존재한다.

$$y=2x+1 \text{을 } x \text{에 대하여 풀면 } x=\frac{1}{2}y-\frac{1}{2}$$

x 와 y 를 서로 바꾸면 구하는 역함수는

$$y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$$

- (2) 함수 $y=\frac{1}{2}x-3$ 은 일대일대응이므로 역함수가 존재한다.

$$y=\frac{1}{2}x-3 \text{을 } x \text{에 대하여 풀면 } x=2y+6$$

x 와 y 를 서로 바꾸면 구하는 역함수는

$$y=2x+6$$

04 역함수를 이용하는 방법:

$$y=f(x) \text{라고 하면 } y=2x-4$$

$$y=2x-4 \text{를 } x \text{에 대하여 풀면 } x=\frac{1}{2}y+2$$

$$x \text{와 } y \text{를 서로 바꾸면 } y=\frac{1}{2}x+2$$

$$\text{따라서 } f^{-1}(x)=\frac{1}{2}x+2 \text{이므로}$$

$$f^{-1}(2)=\frac{1}{2} \times 2+2=3$$

함숫값 $f(x)$ 가 2임을 이용하는 방법:

$$f^{-1}(2)=a \text{라고 하면 } f(a)=2 \text{이므로}$$

$$2a-4=2, a=3$$

$$\text{즉, } f^{-1}(2)=3$$

- 05 $(g \circ f^{-1} \circ g)(a)=g(f^{-1}(g(a)))=5$
 $f^{-1}(g(a))=k$ 라고 하면 $g(k)=5$ 이므로
 $3k-4=5$, 즉 $k=3$

$$\text{따라서 } f^{-1}(g(a))=3 \text{이므로}$$

$$f(3)=g(a), 8=3a-4$$

$$\text{즉, } a=4$$

- 06 $y=2x+1$ 을 x 에 대하여 풀면

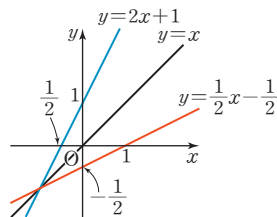
$$x=\frac{1}{2}y-\frac{1}{2}$$

x 와 y 를 서로 바꾸면

$$y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$$

따라서 함수 $y=2x+1$ 의 그래프와 그 역함수

$y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



- 07 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 그 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프는 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이므로 두 함수 $y=f(x)$, $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점은 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 의 교점과 같다.
 즉, $2x-2=x, x=2$

따라서 교점의 좌표는 $(2, 2)$ 이므로 $a+b=4$

2

유리함수와 무리함수

01 유리함수의 그래프

166~173쪽

- 01 (1) $\frac{1}{x} + \frac{x+3}{x+2}$

$$= \frac{x+2}{x(x+2)} + \frac{x(x+3)}{x(x+2)}$$

$$= \frac{x+2}{x(x+2)} + \frac{x^2+3x}{x(x+2)}$$

$$= \frac{x^2+4x+2}{x(x+2)}$$
 (2) $\frac{2}{x^2+x} - \frac{3}{x^2-2x-3}$

$$= \frac{2}{x(x+1)} - \frac{3}{(x+1)(x-3)}$$

$$= \frac{2(x-3)}{x(x+1)(x-3)} - \frac{3x}{x(x+1)(x-3)}$$

$$= \frac{2x-6}{x(x+1)(x-3)} - \frac{3x}{x(x+1)(x-3)}$$

$$= \frac{-x-6}{x(x+1)(x-3)}$$
 (3) $\frac{x^2-9}{x^2+x-2} \times \frac{x+2}{x-3}$

$$= \frac{(x-3)(x+3)}{(x-1)(x+2)} \times \frac{x+2}{x-3}$$

$$= \frac{x+3}{x-1}$$
 (4) $\frac{x^2-6x+8}{x^2+2x-3} \div \frac{x^2-4x}{x^2+5x+6}$

$$= \frac{x^2-6x+8}{x^2+2x-3} \times \frac{x^2+5x+6}{x^2-4x}$$

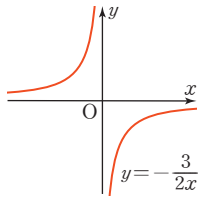
$$= \frac{(x-2)(x-4)}{(x-1)(x+3)} \times \frac{(x+2)(x+3)}{x(x-4)}$$

$$= \frac{(x-2)(x+2)}{x(x-1)}$$

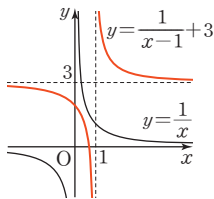
- 02 (1) 정의역은 $x+1 \neq 0$ 인 실수 전체의 집합이므로
 $\{x \mid x \neq -1 \text{인 실수}\}$

- (2) 정의역은 $5x-2 \neq 0$ 인 실수 전체의 집합이므로
 $\left\{x \mid x \neq \frac{2}{5} \text{인 실수}\right\}$

- 03 유리함수 $y = -\frac{3}{2x}$ 에서 $-\frac{3}{2} < 0$ 이므로 그래프는 제 2사분면, 제4사분면에 있고 원점에 대하여 대칭이다. 따라서 유리함수 $y = -\frac{3}{2x}$ 의 그래프는 다음 그림과 같고, 점근선은 x 축, y 축이다.



- 04 유리함수 $y = \frac{1}{x-1} + 3$ 의 그래프는 유리함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이므로 다음 그림과 같다.



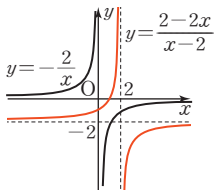
또 점근선의 방정식은 $x=1$, $y=3$ 이다.

- 05 점근선의 방정식이 $x=3$, $y=2$ 이므로 $a=3$, $b=2$ 유리함수 $y = \frac{k}{x-3} + 2$ 의 그래프가 점 $(-2, 0)$ 을 지나므로 $0 = \frac{k}{-2-3} + 2$ 따라서 $k=10$

- 06 (1) 유리함수 $y = \frac{2-2x}{x-2}$ 를 변형하면

$$\begin{aligned} y &= \frac{2-2x}{x-2} \\ &= \frac{-2(x-2)-2}{x-2} \\ &= -\frac{2}{x-2} - 2 \end{aligned}$$

따라서 유리함수 $y = \frac{2-2x}{x-2}$ 의 그래프는 유리함수 $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 것이므로 다음 그림과 같다.

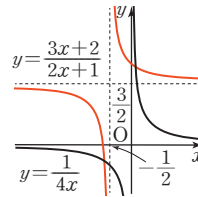


또 점근선의 방정식은 $x=2$, $y=-2$ 이다.

- (2) 유리함수 $y = \frac{3x+2}{2x+1}$ 를 변형하면

$$\begin{aligned} y &= \frac{3x+2}{2x+1} = \frac{3\left(x+\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}}{2\left(x+\frac{1}{2}\right)} \\ &= \frac{1}{4\left(x+\frac{1}{2}\right)} + \frac{3}{2} \end{aligned}$$

따라서 유리함수 $y = \frac{3x+2}{2x+1}$ 의 그래프는 유리함수 $y = \frac{1}{4x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{1}{2}$ 만큼, y 축의 방향으로 $\frac{3}{2}$ 만큼 평행이동한 것이므로 다음 그림과 같다.



또 점근선의 방정식은 $x = -\frac{1}{2}$, $y = \frac{3}{2}$ 이다.

- 07 유리함수 $y = \frac{bx+c}{x+a}$ 를 변형하면

$$\begin{aligned} y &= \frac{bx+c}{x+a} = \frac{b(x+a)-ab+c}{x+a} \\ &= \frac{-ab+c}{x+a} + b \end{aligned}$$

점근선의 방정식은 $x=2$, $y=-3$ 이므로 $a=-2$, $b=-3$

유리함수 $y = \frac{-3x+c}{x-2}$ 의 그래프가 점 $(1, 0)$ 을 지나

므로 $0 = \frac{-3+c}{1-2}$, $c=3$

02 무리함수의 그래프

174~183쪽

- 01 (1) 무리식 $\sqrt{5x-1} - \sqrt{4-2x}$ 의 값이 실수하려면 $\sqrt{5x-1}$, $\sqrt{4-2x}$ 의 값이 모두 실수이어야 한다.

$$\sqrt{5x-1} \text{에서 } 5x-1 \geq 0, x \geq \frac{1}{5} \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\sqrt{4-2x} \text{에서 } 4-2x \geq 0, x \leq 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } \frac{1}{5} \leq x \leq 2$$

- (2) 무리식 $\frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{1-2x}}$ 의 값이 실수하려면 $\sqrt{x+3}$,

$\sqrt{1-2x}$ 의 값이 모두 실수이고 분모는 0이 아니어야 한다.

$$\sqrt{x+3} \text{에서 } x+3 \geq 0, x \geq -3 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\sqrt{1-2x} \text{에서 } 1-2x > 0, x < \frac{1}{2} \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } -3 \leq x < \frac{1}{2}$$

02 (1) $(\sqrt{x-1}+\sqrt{x+3})(\sqrt{x-1}-\sqrt{x+3})$
 $= (\sqrt{x-1})^2 - (\sqrt{x+3})^2$
 $= x-1 - (x+3)$
 $= -4$

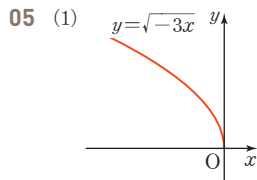
(2) $\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$
 $= \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} + \frac{(\sqrt{x}+1)^2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$
 $= \frac{x-2\sqrt{x}+1+x+2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x})^2-1^2}$
 $= \frac{2x+2}{x-1}$

03 (1) 정의역은 $-2x+1 \geq 0$ 인 실수 전체의 집합이므로
 $\{x | x \leq \frac{1}{2}\}$

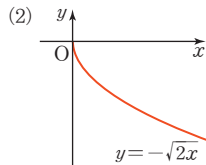
(2) 정의역은 $4x-2 \geq 0$ 인 실수 전체의 집합이므로
 $\{x | x \geq \frac{1}{2}\}$

04 (1) y 축

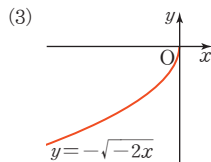
(2) 원점



정의역: $\{x | x \leq 0\}$, 치역: $\{y | y \geq 0\}$



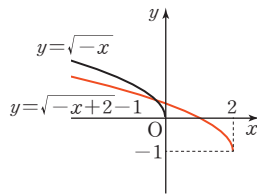
정의역: $\{x | x \geq 0\}$, 치역: $\{y | y \leq 0\}$



정의역: $\{x | x \leq 0\}$, 치역: $\{y | y \leq 0\}$

06 (1) 무리함수 $y = \sqrt{-x+2}-1$ 을 변형하면
 $y = \sqrt{-x+2}-1 = \sqrt{-(x-2)}-1$

따라서 무리함수 $y = \sqrt{-x+2}-1$ 의 그래프는 무리함수 $y = \sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이므로 오른쪽 그림과 같다.



또 정의역은 $\{x | x \leq 2\}$, 치역은 $\{y | y \geq -1\}$ 이다.

(2) 무리함수

$y = -\sqrt{x+3}+2$ 의 그

래프는 무리함수

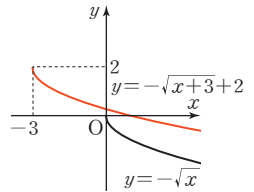
$y = -\sqrt{x}$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 -3만

큼, y 축의 방향으로 2

만큼 평행이동한 것이므로 위의 그림과 같다.

또 정의역은 $\{x | x \geq -3\}$, 치역은 $\{y | y \leq 2\}$ 이다.



07 무리함수 $y = \sqrt{-x+3}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동하면

$y = \sqrt{-x+2}+2$

이 함수의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동하면

$y = -\sqrt{-x+2}-2$

따라서 $a = -1$, $b = 2$, $c = -2$

08 (1) 무리함수 $y = -\sqrt{5x-20}+3$ 을 변형하면

$y = -\sqrt{5x-20}+3 = -\sqrt{5(x-4)}+3$

따라서 무리함수

$y = -\sqrt{5x-20}+3$ 의 그

래프는 무리함수

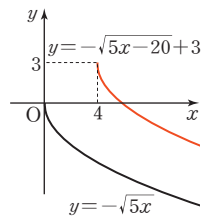
$y = -\sqrt{5x}$ 의 그래프를 x

축의 방향으로 4만큼, y

축의 방향으로 3만큼 평

행이동한 것이므로 오른쪽 그림과 같다.

또 정의역은 $\{x | x \geq 4\}$, 치역은 $\{y | y \leq 3\}$ 이다.



(2) 무리함수 $y = -\sqrt{-5x+8}+5$ 를 변형하면

$y = -\sqrt{-5x+8}+5$
 $= -\sqrt{-5(x-\frac{8}{5})}+5$

따라서 무리함수

$y = -\sqrt{-5x+8}+5$ 의

그래프는 무리함수

$y = -\sqrt{-5x}$ 의 그래프

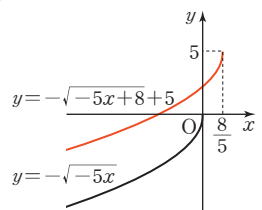
를 x 축의 방향으로 $\frac{8}{5}$

만큼, y 축의 방향으로

5만큼 평행이동한 것이

므로 오른쪽 그림과 같다.

또 정의역은 $\{x | x \leq \frac{8}{5}\}$, 치역은 $\{y | y \leq 5\}$ 이다.



09 주어진 함수의 그래프는 무리함수 $y = -\sqrt{ax}$ ($a < 0$)의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프이므로

$y = -\sqrt{a(x-1)}+1$

그래프가 점 $(0, -1)$ 을 지나므로

$-1 = -\sqrt{-a}+1$

즉, $a = -4$

따라서 $y = -\sqrt{-4x+4}+1$ 이므로 $b = 4$, $c = 1$

I. 도형의 방정식

214~216쪽

- 01 ⑤ 02 ③ 03 $y=x-5$
 04 $y=3x+7$ 05 ③
 06 $(x+1)^2+(y+5)^2=58$ 07 $2\sqrt{3}$
 08 -160 09 -5 10 1 11 6
 12 ② 13 $2\sqrt{3}$ 14 130 15 $\frac{\sqrt{10}}{2}$
 16 $x+y+5=0$ 또는 $x-y-1=0$
 17 (1) $y=\sqrt{3}x+2\sqrt{7}$ (2) $a=-\sqrt{14}$ 또는 $a=\sqrt{14}$
 18 2 19 $2\sqrt{5}$, $a=\frac{5}{3}$, $b=\frac{5}{2}$

01 $\overline{AB}=\sqrt{(2-a)^2+\{3-(-1)\}^2}=5$ 이므로
 $a^2-4a-5=0$

즉, $a=-1$ 또는 $a=5$

그런데 a 는 음수이므로

$a=-1$

따라서 ⑤이다.

02 $\frac{a+4+2}{3}=3$, $\frac{3+b-1}{3}=-2$ 이므로

$a=3$, $b=-8$

따라서 $ab=-24$ 이므로 ③이다.

03 $C(x, y)$ 라고 하면

$x=\frac{0+6}{2+1}=2$

$y=\frac{6-3}{2+1}=1$

이므로 $C(2, 1)$

직선 AC의 기울기는

$\frac{1-(-3)}{2-6}=-1$

즉, 선분 AC의 수직이등분선의 기울기는 1이고, 이 직선은 선분 AC의 중점 $(4, -1)$ 을 지난다.

따라서 구하는 직선의 방정식은

$y=x-5$

04 직선 $3x-y+5=0$ 과 평행한 직선의 기울기는 3
 두 직선 $3x+y-1=0$, $3x+2y-5=0$ 의 교점의 좌표는 $(-1, 4)$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$y=3x+7$

05 구하는 직선의 기울기를 m 이라고 하면

$y-2=m(x-1)$

즉, $mx-y-m+2=0$ ①

원점에서 직선까지 거리가 2이므로

$\frac{|-m+2|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=2$

이 식을 정리하면 $3m^2+4m=0$

이 식을 풀면 $m=0$ 또는 $m=-\frac{4}{3}$

구하는 직선의 기울기는 음수이므로 $m=-\frac{4}{3}$ 를 ①에

대입하여 정리하면

$4x+3y-10=0$

따라서 ③이다.

06 구하는 원의 중심을 $C(a, 3a-2)$ 라고 하면

$\overline{AC}=\overline{BC}$ 이므로 $\overline{AC}^2=\overline{BC}^2$

$(a-2)^2+(3a-4)^2=(a-6)^2+(3a)^2$

이 식을 정리하면 $a=-1$ 이므로 원의 중심은

$C(-1, -5)$

이때 이 원의 반지름의 길이는

$\overline{AC}=\sqrt{(-1-2)^2+(-5-2)^2}=\sqrt{58}$

따라서 구하는 원의 방정식은

$(x+1)^2+(y+5)^2=58$

07 원의 방정식을 변형하면

$(x-1)^2+(y-3)^2=4$

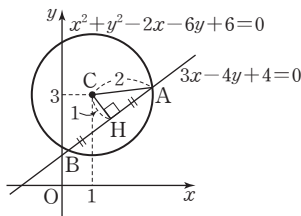
원의 중심을 C라고 하면

$C(1, 3)$

점 C에서 직선 $3x-4y+4=0$ 에 내린 수선의 발을

H라고 하면

$\overline{CH}=\frac{|3-12+4|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=1$



따라서 피타고라스 정리에 따라 $\overline{AH}=\sqrt{3}$ 이므로

$\overline{AB}=2\overline{AH}=2\sqrt{3}$

08 두 접선의 방정식은

$y=3x\pm4\sqrt{3^2+1}$

즉, $y=3x\pm4\sqrt{10}$

따라서 두 직선의 y절편은 각각 $4\sqrt{10}$, $-4\sqrt{10}$ 이므로

구하는 곱은

$4\sqrt{10}\times(-4\sqrt{10})=-160$

09 원 $x^2+y^2=5$ 위의 점 $(1, 2)$ 를 지나는 접선의 방정식은 $x+2y-5=0$

원의 방정식 $x^2+y^2-4x+12y+k=0$ 을 변형하면

$(x-2)^2+(y+6)^2=40-k$

원의 중심 점 $(2, -6)$ 과 직선 $x+2y-5=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|2-12-5|}{\sqrt{1^2+2^2}} = \frac{15}{\sqrt{5}} = 3\sqrt{5}$$

원과 직선이 접해야 하므로

$$3\sqrt{5} = \sqrt{40-k}, \text{ 즉 } 45 = 40-k$$

따라서 실수 k 의 값은 -5

- 10** 점 $(x-2a, y+3a)$ 는 점 (x, y) 를 x 축의 방향으로 $-2a$ 만큼, y 축의 방향으로 $3a$ 만큼 평행이동한 것이다. $y=x-3$ 에 x 대신 $x+2a$ 를, y 대신 $y-3a$ 를 대입하면

$$y-3a=x+2a-3, \text{ 즉 } y=x+5a-3$$

이 직선이 $y=x+2$ 이므로

$$5a-3=2, a=1$$

- 11** 직선 $3x-4y+k=0$ 이 평행이동한 원의 중심 점 $(2, 3)$ 을 지나야 하므로

$$6-12+k=0$$

따라서 $k=6$

- 12** 직선 l 의 기울기를 m 이라고 하면 직선 l 은

$$y+3=m(x-2)$$

이 직선을 x 축에 대하여 대칭이동하면

$$-y+3=m(x-2)$$

다시 y 축에 대하여 대칭이동하면

$$-y+3=m(-x-2)$$

즉, $y=mx+2m+3$

이 직선이 점 $(2, -3)$ 을 지나므로

$$-3=2m+2m+3, m=-\frac{3}{2}$$

따라서 ②이다.

- 13** 원의 방정식 $x^2+y^2+4x-2y+1=0$ 을 변형하면

$$(x+2)^2+(y-1)^2=4$$

이 원을 원점에 대하여 대칭이동하면

$$(x-2)^2+(y+1)^2=4$$

다시 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동하면

$$(x+1)^2+(y-2)^2=4$$

이 원이 y 축과 만나는 점의 좌표를 $(0, a)$ 라고 하면

$$1^2+(a-2)^2=4, a^2-4a+1=0$$

$$a=2\pm\sqrt{3}$$

따라서 두 점 $(0, 2+\sqrt{3}), (0, 2-\sqrt{3})$ 사이의 거리는 $2\sqrt{3}$

- 14** 점 M 의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$x=\frac{-7+3}{2}=-2$$

$$y=\frac{0+4}{2}=2$$

이므로 $M(-2, 2)$

▶ 20%

점 P 의 좌표를 (a, b) 라고 하면

$$\overline{MP}=\sqrt{(a+2)^2+(b-2)^2}=6$$

$$\text{즉, } (a+2)^2+(b-2)^2=36$$

▶ 30%

따라서

$$\begin{aligned} \overline{AP}^2+\overline{BP}^2 &= (a+7)^2+b^2+(a-3)^2+(b-4)^2 \\ &= 2\{(a+2)^2+(b-2)^2\}+58 \\ &= 2\times 36+58=130 \end{aligned}$$

▶ 50%

- 15** 두 직선의 교점의 좌표는

$$(-1, 2)$$

▶ 30%

직선 l 의 방정식은

$$y-2=3\{x-(-1)\}$$

$$\text{즉, } 3x-y+5=0$$

▶ 30%

따라서 원점과 직선 l 사이의 거리는

$$\frac{|5|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

▶ 40%

- 16** 구하는 직선 위의 한 점을 $P(x_1, y_1)$ 이라고 하면 점 P 에서 두 직선 $2x-y+1=0, x-2y-4=0$ 까지의 거리가 같으므로

$$\frac{|2x_1-y_1+1|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}} = \frac{|x_1-2y_1-4|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}$$

▶ 40%

$$\text{즉, } |2x_1-y_1+1|=|x_1-2y_1-4| \text{에서}$$

$$2x_1-y_1+1=x_1-2y_1-4 \text{ 또는}$$

$$2x_1-y_1+1=-(x_1-2y_1-4)$$

▶ 30%

따라서 $x_1+y_1+5=0$ 또는 $x_1-y_1-1=0$ 이므로 구하는 직선의 방정식은

$$x+y+5=0 \text{ 또는 } x-y-1=0$$

▶ 30%

- 17** (1) 직선 l 의 기울기가 $\sqrt{3}$ 이므로

$$y=\sqrt{3}x\pm\sqrt{7}\sqrt{(\sqrt{3})^2+1}$$

$$\text{즉, } y=\sqrt{3}x\pm 2\sqrt{7}$$

▶ 20%

이때 직선 l 의 y 절편이 양수이므로 구하는 직선은

$$y=\sqrt{3}x+2\sqrt{7}$$

▶ 20%

- (2) 접선의 기울기를 m 이라고 하면 접선의 방정식은

$$y=mx\pm\sqrt{7}\sqrt{m^2+1}$$

이 직선이 점 $(0, a)$ 를 지나므로 $x=0, y=a$ 를

대입하면

$$a=\pm\sqrt{7}\sqrt{m^2+1}, a^2=7(m^2+1)$$

$$m^2+1=\frac{a^2}{7}$$

$$\text{즉, } m=\pm\sqrt{\frac{a^2-7}{7}}$$

두 접선이 서로 수직이므로

$$\sqrt{\frac{a^2-7}{7}}\times\left(-\sqrt{\frac{a^2-7}{7}}\right)=-1$$

▶ 40%

$$\text{즉, } \frac{a^2-7}{7}=1 \text{이므로 } a^2=14$$

$$\text{따라서 } a=-\sqrt{14} \text{ 또는 } a=\sqrt{14}$$

▶ 20%

- 18 원 $C: x^2 + y^2 = 1$ 에 x 대신 $x-2$ 를, y 대신 $y-3$ 을 대입하면

$$C': (x-2)^2 + (y-3)^2 = 1 \quad \bullet 20\%$$

직선 $l: 3x - 4y - 2 = 0$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$$3x - 4 \times (-y) - 2 = 0$$

즉, $3x + 4y - 2 = 0 \quad \bullet 20\%$

이 직선을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$$3y + 4x - 2 = 0$$

즉, $l': 4x + 3y - 2 = 0 \quad \bullet 20\%$

이때 PQ 의 최솟값은 원 C' 의 중심 점 $(2, 3)$ 과 직선 l' 사이의 거리에서 원 C' 의 반지름의 길이를 뺀 값과 같다. $\bullet 20\%$

점 $(2, 3)$ 과 직선 $4x + 3y - 2 = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|8 + 9 - 2|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{15}{5} = 3$$

따라서 PQ 의 최솟값은

$$3 - 1 = 2 \quad \bullet 20\%$$

- 19 점 B 는 직선 $y = x$ 위의 점이고, 점 C 는 x 축 위의 점이다.

오른쪽 그림과 같이 점 A 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 A' 이라고 하면

$$A'(3, -1)$$

또 점 A 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 A'' 이라고 하면

$$A''(1, 3)$$

직선 $A'A''$ 이 직선 $y = x$ 및 x 축과 만나는 점이 각각 B, C 일 때, $\overline{BA''} = \overline{BA}$, $\overline{CA'} = \overline{CA}$ 이므로 삼각형 ABC 의 둘레의 길이의 최솟값은 $\overline{A'A''}$ 의 길이와 같다.

$$\sqrt{(1-3)^2 + \{3 - (-1)\}^2} = 2\sqrt{5} \quad \bullet 30\%$$

이때 직선 $A'A''$ 의 방정식은

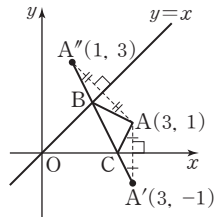
$$y = -2x + 5$$

즉, 두 점 B, C 는

$$B\left(\frac{5}{3}, \frac{5}{3}\right), C\left(\frac{5}{2}, 0\right)$$

따라서 $a = \frac{5}{3}, b = \frac{5}{2}$

$\bullet 30\%$



II. 집합과 명제

217-219쪽

- 01 ②, ④ 02 ③ 03 12 04 8
 05 $\{4, 7, 8\}$ 06 40조각 07 34
 08 (1) 참 (2) 거짓 09 8 10 ③
 11 25 12 (가) $\frac{1}{2}$ (나) $b-c$ (다) $a=b=c$
 13 $a=11, b=3, c=4$ 14 8
 15 a 의 최댓값: 1, b 의 최솟값: 9 16 31
 17 풀이 참고 18 $-\frac{81}{4}$

- 01 ①, ③, ⑤는 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.

따라서 집합인 것은 ②, ④이다.

- 02 $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ 이므로

$$\textcircled{1} \{3\} \subset A \quad \textcircled{2} \emptyset \subset A \quad \textcircled{3} 13 \notin A$$

$$\textcircled{4} 9 \in A \quad \textcircled{5} \{3, 18\} \subset A$$

따라서 옳은 것은 ③이다.

- 03 두 집합 A, B 의 원소의 개수를 각각 a, b 라고 하자.

$$2^a = 32 = 2^5 \text{이므로 } a = 5$$

$$2^b - 1 = 127 \text{이므로 } 2^b = 128 = 2^7, b = 7$$

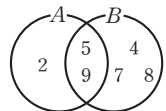
$$\text{따라서 } n(A) + n(B) = 12$$

- 04 집합 A 의 부분집합 중에서 집합 $\{9, 10\}$ 과 서로소인 집합은 집합 $\{7, 8, 9, 10, 11\}$ 에서 원소 9, 10을 제외한 집합 $\{7, 8, 11\}$ 의 부분집합이므로 구하는 집합의 개수는 $2^{5-2} = 2^3 = 8$

- 05 문제의 조건을 벤 다이어그램으로

나타내면 오른쪽과 같으므로

$$B - A = \{4, 7, 8\}$$



- 06 수수깁의 한쪽 끝을 수직선의 원점 위에 올리고 수수깁을 20등분하는 점의 좌표의 집합을 A , 25등분하는 점의 좌표의 집합을 B 라고 하면

$$A = \{5, 10, 15, 20, \dots, 95\}$$

$$B = \{4, 8, 12, 16, 20, \dots, 96\}$$

$$A \cap B = \{20, 40, 60, 80\}$$

$$\text{이때 } n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$= 19 + 24 - 4 = 39$$

따라서 표시한 눈금이 39개이므로 나누어진 수수깁은 40조각이다.

- 07 $n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = 6$ 이므로

$$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c)$$

$$= 24$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \text{에서}$$

$$24 = n(A) + n(B) - 10$$

$$\text{따라서 } n(A) + n(B) = 34$$

08 (1) 참

(2) $a=1, b=1$ 이면 $|1+1|=|1|+|1|$ 이므로 이 명제는 거짓이다.

09 명제 '모든 실수 x 에 대하여 $x^2 \geq p-9$ 이다.'가 참이므로 $p-9 \leq 0$ 에서 $p \leq 9$ 이다.

명제 '어떤 실수 x 에 대하여 $1-p \geq x^2$ 이다.'의 부정 '모든 실수 x 에 대하여 $1-p < x^2$ 이다.'가 참이므로 $1-p < 0$ 에서 $p > 1$ 이다.

따라서 $1 < p \leq 9$ 이므로 정수 p 의 개수는 8이다.

10 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라고 하면

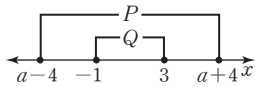
$$P = \{x | a-4 \leq x \leq a+4\}$$

$$Q = \{x | -1 \leq x \leq 3\}$$

명제 $q \rightarrow p$ 가 참이므로

$$Q \subset P$$

$Q \subset P$ 를 만족시키려면 다음 그림에서



$$a-4 \leq -1, \text{ 즉 } a \leq 3 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$a+4 \geq 3, \text{ 즉 } a \geq -1 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } -1 \leq a \leq 3$$

따라서 $\textcircled{3}$ 이다.

$$\begin{aligned} 11 \quad (x+y)\left(\frac{1}{x} + \frac{16}{y}\right) &= 1 + \frac{16x}{y} + \frac{y}{x} + 16 \\ &= 17 + \frac{16x}{y} + \frac{y}{x} \end{aligned}$$

$a > 0, b > 0$ 일 때, $a+b \geq 2\sqrt{ab}$ 가 성립하는데

$$\frac{16x}{y} > 0, \frac{y}{x} > 0 \text{이므로}$$

$$17 + \frac{16x}{y} + \frac{y}{x} \geq 17 + 2\sqrt{\frac{16x}{y} \times \frac{y}{x}} = 25$$

한편 등호가 성립하는 경우는 $\frac{16x}{y} = \frac{y}{x}$, 즉 $4x=y$ 일 때이다.

따라서 구하는 최솟값은 25이다.

12 (가) $\frac{1}{2}$

$$(나) b-c \text{ (또는 } c-b)$$

$$(다) a=b=c$$

13 $A \subset B, B \subset A$ 이므로 $A=B$ ▶ 40%

(i) $c=4$ 일 때

$$B = \{4, 6, 11\} \text{이므로}$$

$$a=6, 2b=11 \text{ 또는 } a=11, 2b=6$$

그런데 a, b 는 자연수이므로

$$a=11, b=3$$

(ii) $2c+3=4$ 일 때

c 는 자연수이므로 이를 만족시키는 c 의 값은 없다.

(i), (ii)에서 $a=11, b=3, c=4$ ▶ 60%

14 $A \cap B = \{2, 3\}$ 이므로 다음과 같이 나누어 생각할 수 있다.

(i) $a-1=2$, 즉 $a=3$ 인 경우

$$A = \{2, 3, 7\}, B = \{1, 2, 3\} \text{이므로}$$

$$(A-B) \cup (B-A) = \{1, 7\} \quad \text{▶ 30\%}$$

(ii) $a^2-2=2$, 즉 $a=\pm 2$ 인 경우

$$a=2 \text{일 때, } A = \{1, 2, 3\}, B = \{0, 2, 3\} \text{이므로}$$

$$(A-B) \cup (B-A) = \{0, 1\} \quad \text{▶ 30\%}$$

$$a=-2 \text{일 때, } A = \{-3, 2, 3\}, B = \{-4, 2, 3\}$$

이므로

$$(A-B) \cup (B-A) = \{-4, -3\} \quad \text{▶ 30\%}$$

(i), (ii)에서 $a=2$ 이고, $A = \{1, 2, 3\}$ 이므로

$$b=6$$

따라서 $a+b=8$

▶ 10%

15 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라고 하면

$$P = \{x | 1 < x < 5\}$$

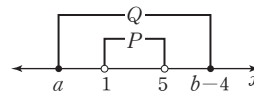
$$Q = \{x | a \leq x \leq b-4\}$$

p 는 q 이기 위한 충분조건이므로

$$P \subset Q$$

▶ 40%

$P \subset Q$ 를 만족시키려면 다음 그림에서



$a \leq 1$ 이어야 하므로 a 의 최댓값은 1이다.

▶ 30%

또 $b-4 \geq 5$, 즉 $b \geq 9$ 이어야 하므로 b 의 최솟값은 9이다.

▶ 30%

16 $U = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$

조건 p 의 진리집합을 P 라고 하면 $P = \{2, 6\}$ 이므로

$$P^c = \{1, 3, 9, 18\} \text{이다.} \quad \text{▶ 60\%}$$

따라서 조건 $\sim p$ 의 진리집합의 모든 원소의 합은 31이다.

▶ 40%

17 결론을 부정하여 2π 가 유리수라고 가정하면

$$2\pi = a \text{ (} a \text{는 유리수)}$$

▶ 30%

$$\text{즉, } \pi = \frac{a}{2}$$

그런데 π 는 무리수, $\frac{a}{2}$ 는 유리수이므로 모순이다.

따라서 2π 는 무리수이다.

▶ 70%

18 이 부등식이 절대부등식이 되려면 이차방정식

$$a^2 - 9ba - kb^2 = 0 \text{의 판별식 } D \text{에서}$$

$$D = 81b^2 + 4kb^2 \leq 0$$

▶ 60%

이어야 하므로

$$k \leq -\frac{81}{4}$$

▶ 20%

따라서 실수 k 의 최댓값은

$$-\frac{81}{4}$$

▶ 20%

- 01 {8, 11, 14, 23} 02 $\neg$, $\supset$ 03 4
 04 ① 05 11 06 4
 07 $h(x)=3x-1$ 08 ⑤ 09 ①
 10 ④ 11 $\perp$ 12 -5 13 7
 14 (1) $h(x)=-2x+3$ (2) $h(x)=-\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$
 15 1 16 $a=1, b=3$ 17 $\frac{14}{3}$
 18 34

- 01 $X=\{1, 2, 3, 6\}$ 이므로
 $f(1)=8, f(2)=11, f(3)=14, f(6)=23$
 따라서 구하는 치역은 $\{8, 11, 14, 23\}$
- 02 함수 $y=|x|$ 의 치역은 $\{1\}$
 $\neg$. $y=x^2$ 의 치역은 $\{1\}$
 $\perp$. $y=x$ 의 치역은 $\{-1, 1\}$
 $\supset$. $y=2x-1$ 의 치역은 $\{-3, 1\}$
 $\supset$. $y=\frac{1}{|x|}$ 의 치역은 $\{1\}$
 따라서 정의역의 모든 원소에 대하여 함수 $y=|x|$ 와
 함수값이 같은 함수는 $\neg, \supset$ 이다.
- 03 $f(1)-f(4)=4$ 이므로
 $f(1)=7, f(4)=3$ 또는 $f(1)=5, f(4)=1$
 그런데 함수 f 는 X 에서 Y 로의 일대일대응이고,
 $f(2)=5$ 이므로 $f(1)=7, f(4)=3$
 따라서 $f(3)=1$ 이므로 $f(3)+f(4)=1+3=4$
- 04 $(f \circ g)(1)=f(g(1))=f(3+a)$
 $=2(3+a)+1=2a+7$
 즉, $2a+7=-1$ 이므로 $a=-4$
 따라서 ①이다.
- 05 $y=g(x)$ 라고 하면 $y=x-2$
 $y=x-2$ 를 x 에 대하여 풀면 $x=y+2$
 x 와 y 를 서로 바꾸면 $y=x+2$
 즉, $g^{-1}(x)=x+2$ 이므로
 $(f \circ g^{-1})(x)=f(g^{-1}(x))=f(x+2)$
 $=4(x+2)-1=4x+7$
 따라서 $a=4, b=7$ 이므로 $a+b=11$
- 06 $f^{-1}(2)=k$ 라고 하면 $f(k)=2$ 이므로 $k=3$
 $f^{-1}(3)=l$ 이라고 하면 $f(l)=3$ 이므로 $l=4$
 따라서 $(f \circ f)^{-1}(2)=(f^{-1} \circ f^{-1})(2)$
 $=f^{-1}(f^{-1}(2))$
 $=f^{-1}(3)=4$
- 07 $y=f^{-1}(x)$ 라고 하면 $y=\frac{x-5}{2}$
 $y=\frac{x-5}{2}$ 를 x 에 대하여 풀면 $x=2y+5$

x 와 y 를 서로 바꾸면 $y=2x+5$

즉, $f(x)=2x+5$ 이므로

$$(f \circ h)(x)=f(h(x))=2h(x)+5$$

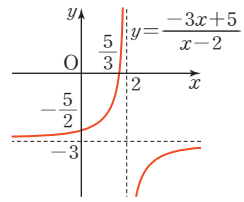
따라서 $2h(x)+5=6x+3$ 이므로

$$h(x)=3x-1$$

- 08 유리함수 $y=\frac{-3x+5}{x-2}$ 를

변형하면

$$\begin{aligned} y &= \frac{-3x+5}{x-2} \\ &= \frac{-3(x-2)-1}{x-2} \\ &= -\frac{1}{x-2}-3 \end{aligned}$$



즉, 그래프는 위의 그림과 같이 제1, 3, 4사분면을 지난다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

- 09 점근선이 두 직선 $x=2, y=3$ 이므로

$$a=-2, c=3$$

유리함수 $y=\frac{b}{x-2}+3$ 의 그래프가 점 $(0, 4)$ 를 지나

$$\text{므로 } 4=-\frac{b}{2}+3, b=-2$$

따라서 $a+b+c=-1$ 이므로 ①이다.

- 10 유리함수 $y=\frac{4x+10}{x+a}$ 을 변형하면

$$\begin{aligned} y &= \frac{4x+10}{x+a} = \frac{4(x+a)+10-4a}{x+a} \\ &= \frac{10-4a}{x+a}+4 \end{aligned}$$

유리함수 $y=\frac{4x+10}{x+a}$ 의 그래프는 점근선의 교점에 대

하여 대칭이고, 점근선의 교점은 점 $(-a, 4)$ 이므로

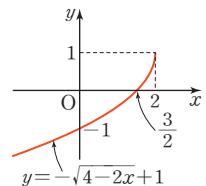
$$a=-3, b=4$$

따라서 $a+b=1$ 이므로 ④이다.

- 11 무리함수 $y=-\sqrt{4-2x}+1$ 을

변형하면

$$\begin{aligned} y &= -\sqrt{4-2x}+1 \\ &= -\sqrt{-2(x-2)}+1 \end{aligned}$$



이고, 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

$\neg$. $y=-\sqrt{-2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼,
 y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

$$\perp. y=-\sqrt{4-2x}+1 \text{에 } y=0 \text{을 대입하면 } x=\frac{3}{2}$$

$\supset$. 제1, 3, 4사분면을 지난다.

따라서 옳은 것은 $\perp$ 이다.

- 12 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 그 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그
 래프는 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이다.

즉, 무리함수 $y = \sqrt{ax+6} + 3$ 의 역함수의 그래프가 점 $(7, -2)$ 를 지나면 무리함수 $y = \sqrt{ax+6} + 3$ 의 그래프는 점 $(-2, 7)$ 을 지나므로

$$7 = \sqrt{-2a+6} + 3, 4 = \sqrt{-2a+6}$$

$$16 = -2a+6, a = -5$$

- 13 $f=g$ 이므로 $2x^2-3x-3=x^3-4x-1$ 에서

$$x^3-2x^2-x+2=0$$

$$(x+1)(x-1)(x-2)=0$$

따라서 $x=-1$ 또는 $x=1$ 또는 $x=2$ 40%

즉, 집합 X 는 집합 $\{-1, 1, 2\}$ 의 부분집합 중에서 $\emptyset$ 을 제외한 부분집합이다.

따라서 구하는 집합 X 의 개수는

$$2^3-1=7 \quad 60\%$$

- 14 (1) $f(h(x))=g(x)$ 이므로

$$-2h(x)+1=4x-5$$

따라서 $h(x)=-2x+3$ 40%

- (2) $h(g(x))=f(x)$ 이므로

$$h(4x-5)=-2x+1 \quad 20\%$$

$$4x-5=t \text{로 놓으면 } x=\frac{1}{4}t+\frac{5}{4} \text{이므로} \quad 20\%$$

$$h(t)=-2\left(\frac{1}{4}t+\frac{5}{4}\right)+1$$

$$=-\frac{1}{2}t-\frac{3}{2}$$

따라서 $h(x)=-\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$ 20%

- 15 $(g \circ f)(x)=g(f(x))$

$$=g(ax-1)$$

$$=2(ax-1)+b$$

$$=2ax+b-2$$

이때 $2ax+b-2=2x-1$ 이므로

$$2a=2, b-2=-1$$

즉, $a=1, b=1$

따라서 $f(x)=x-1, g(x)=2x+1$ 60%

$$(g^{-1} \circ f)(4)=g^{-1}(f(4))=g^{-1}(3) \text{이고,}$$

$$g^{-1}(3)=k \text{라고 하면 } g(k)=3$$

$$2k+1=3, k=1$$

즉, $g^{-1}(3)=1$

따라서 $(g^{-1} \circ f)(4)=1$ 40%

- 16 유리함수 $y=\frac{2x+1}{x-1}$ 을 변형하면

$$y=\frac{2x+1}{x-1}=\frac{2(x-1)+3}{x-1}=\frac{3}{x-1}+2 \quad 30\%$$

유리함수 $y=\frac{3}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이므로 점 $(1, 2)$ 에 대하여 대칭이다.

즉, 두 직선 $y=x+a, y=-x+b$ 는 점 $(1, 2)$ 를 지난다. 30%

따라서 $2=1+a, 2=-1+b$ 이므로

$$a=1, b=3 \quad 40\%$$

- 17 $x^2-8x+15 \leq 0$ 에서 $(x-3)(x-5) \leq 0$

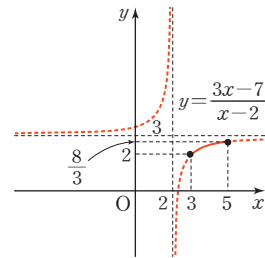
이 부등식을 풀면 $3 \leq x \leq 5$ 20%

유리함수 $y=\frac{3x-7}{x-2}$ 을 변형하면

$$y=\frac{3x-7}{x-2}=\frac{3(x-2)-1}{x-2}=-\frac{1}{x-2}+3$$

유리함수 $y=\frac{3x-7}{x-2}$ 의 그래프는 $y=-\frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

즉, $3 \leq x \leq 5$ 에서 그래프는 다음 그림과 같다.



따라서 최댓값은 $x=5$ 일 때 $\frac{8}{3}$ 이므로

$$M=\frac{8}{3}$$

30%

최솟값은 $x=3$ 일 때 2이므로

$$m=2$$

30%

따라서 $M+m=\frac{14}{3}$ 20%

- 18 $f(x)=\sqrt{x-4}+1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -6 만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동하면

$$y-1=\sqrt{(x+6)-4}+1, y=\sqrt{x+2}+2$$

즉, $g(x)=\sqrt{x+2}+2$ 20%

$$(f \circ g)^{-1}(3)=(g^{-1} \circ f^{-1})(3)$$

$$=g^{-1}(f^{-1}(3))$$

20%

$$f^{-1}(3)=k \text{라고 하면 } f(k)=3$$

$$\sqrt{k-4}+1=3 \text{이므로 } k=8$$

20%

$$g^{-1}(8)=l \text{이라고 하면 } g(l)=8$$

$$\sqrt{l+2}+2=8 \text{이므로 } l=34$$

20%

따라서 $(f \circ g)^{-1}(3)=34$ 20%



