

정답과 해설

I 다항식

1 다항식

01 다항식의 연산

9~22쪽

01 (1) x 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$x^2 + (4y+3)x - 2y^2 - 5y + 4$$

x 에 대하여 오름차순으로 정리하면

$$-2y^2 - 5y + 4 + (4y+3)x + x^2$$

(2) y 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(x-2)y^2 + 3xy + 2x^3 - 1$$

y 에 대하여 오름차순으로 정리하면

$$2x^3 - 1 + 3xy + (x-2)y^2$$

02 (1) $(4x^3 - x^2 + x - 5) + (x^3 + x^2 - 3x - 2)$

$$= (4+1)x^3 + (-1+1)x^2 + (1-3)x + (-5-2)$$

$$= 5x^3 - 2x - 7$$

(2) $(3x^3 + x^2 - 7x + 6) - (-x^3 + x + 3)$

$$= (3x^3 + x^2 - 7x + 6) + (x^3 - x - 3)$$

$$= (3+1)x^3 + x^2 + (-7-1)x + (6-3)$$

$$= 4x^3 + x^2 - 8x + 3$$

03 (1) $5A - (2A - B)$

$$= 5A - 2A + B$$

$$= 3A + B$$

$$= 3(x^2 + 4xy - y^2) + (2xy - 3y^2 + x^2)$$

$$= 3x^2 + 12xy - 3y^2 + 2xy - 3y^2 + x^2$$

$$= (3+1)x^2 + (12+2)xy + (-3-3)y^2$$

$$= 4x^2 + 14xy - 6y^2$$

(2) $(A+B) - (3A+2C)$

$$= A + B - 3A - 2C$$

$$= -2A + B - 2C$$

$$= -2(x^2 + 4xy - y^2) + (2xy - 3y^2 + x^2)$$

$$- 2(-y^2 + 2x^2 - 5xy)$$

$$= -2x^2 - 8xy + 2y^2 + 2xy - 3y^2 + x^2$$

$$+ 2y^2 - 4x^2 + 10xy$$

$$= (-2+1-4)x^2 + (-8+2+10)xy$$

$$+ (2-3+2)y^2$$

$$= -5x^2 + 4xy + y^2$$

04 $X - A = 2(X - 3B)$ 에서

$$X - A = 2X - 6B \text{ 이므로}$$

$$X = -A + 6B$$

$$= -(5x^2 - 2xy + 3y^2) + 6(-x^2 + xy + y^2)$$

$$= -5x^2 + 2xy - 3y^2 - 6x^2 + 6xy + 6y^2$$

$$= (-5-6)x^2 + (2+6)xy + (-3+6)y^2$$

$$= -11x^2 + 8xy + 3y^2$$

05 (1) $(x+1)(x^2+x-2)$

$$= x^3 + x^2 - 2x + x^2 + x - 2$$

$$= x^3 + (1+1)x^2 + (-2+1)x - 2$$

$$= x^3 + 2x^2 - x - 2$$

(2) $(x-y-1)(2x+3y-1)$

$$= 2x^2 + 3xy - x - 2xy - 3y^2 + y - 2x - 3y + 1$$

$$= 2x^2 + (3-2)xy + (-1-2)x - 3y^2$$

$$+ (1-3)y + 1$$

$$= 2x^2 + xy - 3x - 3y^2 - 2y + 1$$

06 (1) $BC + CB$

$$= BC + BC$$

$$= 2BC$$

$$= 2(3x^2 + xy - 6y^2)(2x^2 - 5xy)$$

$$= 2(6x^4 - 15x^3y + 2x^3y - 5x^2y^2 - 12x^2y^2 + 30xy^3)$$

$$= 2\{6x^4 + (-15+2)x^3y + (-5-12)x^2y^2$$

$$+ 30xy^3\}$$

$$= 2(6x^4 - 13x^3y - 17x^2y^2 + 30xy^3)$$

$$= 12x^4 - 26x^3y - 34x^2y^2 + 60xy^3$$

(2) $AB + AC$

$$= A(B+C)$$

$$= (4x^2 - 2xy + y^2)$$

$$\times \{(3x^2 + xy - 6y^2) + (2x^2 - 5xy)\}$$

$$= (4x^2 - 2xy + y^2)\{(3+2)x^2 + (1-5)xy - 6y^2\}$$

$$= (4x^2 - 2xy + y^2)(5x^2 - 4xy - 6y^2)$$

$$= 20x^4 - 16x^3y - 24x^2y^2 - 10x^3y + 8x^2y^2 + 12xy^3$$

$$+ 5x^2y^2 - 4xy^3 - 6y^4$$

$$= 20x^4 + (-16-10)x^3y + (-24+8+5)x^2y^2$$

$$+ (12-4)xy^3 - 6y^4$$

$$= 20x^4 - 26x^3y - 11x^2y^2 + 8xy^3 - 6y^4$$

07 (1) $(x+1)^3 = (x+1)(x+1)^2$

$$= (x+1)(x^2 + 2x + 1)$$

$$= x^3 + 2x^2 + x + x^2 + 2x + 1$$

$$= x^3 + 3x^2 + 3x + 1$$

(2) $(x-1)(x^2+x+1)$

$$= x^3 + x^2 + x - x^2 - x - 1$$

$$= x^3 - 1$$

08 (1) $(a+b-c)^2$

$$= a^2 + b^2 + (-c)^2 + 2 \times a \times b + 2 \times b \times (-c)$$

$$+ 2 \times (-c) \times a$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2bc - 2ca$$

(2) $(4x-y)^3$

$$= (4x)^3 - 3 \times (4x)^2 \times y + 3 \times 4x \times y^2 - y^3$$

$$= 64x^3 - 48x^2y + 12xy^2 - y^3$$

(3) $(x+2y)(x^2-2xy+4y^2)$

$$= (x+2y)\{x^2 - x \times 2y + (2y)^2\}$$

$$= x^3 + (2y)^3$$

$$= x^3 + 8y^3$$

$$\begin{aligned}
 (4) & (3a-b)(9a^2+3ab+b^2) \\
 &= (3a-b)\{(3a)^2+3a \times b+b^2\} \\
 &= (3a)^3-b^3 \\
 &= 27a^3-b^3
 \end{aligned}$$

09 $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{y-x}{xy}=y-x$ 이므로

$$y-x=-2$$

즉, $x-y=2$

$$\begin{aligned}
 (x-y)^3 &= x^3-3x^2y+3xy^2-y^3 \text{에서} \\
 x^3-y^3 &= (x-y)^3+3x^2y-3xy^2 \\
 &= (x-y)^3+3xy(x-y) \\
 &= 2^3+3 \times 1 \times 2 \\
 &= 14
 \end{aligned}$$

10 $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$
 $=5+2 \times 2$
 $=9$

이때 $x>0, y>0$ 이므로

$$x+y=3$$

$$\begin{aligned}
 (x+y)^3 &= x^3+3x^2y+3xy^2+y^3 \text{에서} \\
 x^3+y^3 &= (x+y)^3-3x^2y-3xy^2 \\
 &= (x+y)^3-3xy(x+y) \\
 &= 3^3-3 \times 2 \times 3 \\
 &= 9
 \end{aligned}$$

11 (1) 다항식 $2x^3+x^2-7x+7$ 을 $2x-1$ 로 나누면

$$\begin{array}{r}
 x^2+x-3 \\
 2x-1 \overline{) 2x^3+x^2-7x+7} \\
 \underline{2x^3-x^2} \\
 2x^2-7x \\
 \underline{2x^2-x} \\
 -6x+7 \\
 \underline{-6x+3} \\
 4
 \end{array}$$

즉, 몫은 x^2+x-3 이고 나머지는 4이다.

따라서 $Q=x^2+x-3, R=4$ 이므로

$$\begin{aligned}
 2x^3+x^2-7x+7 \\
 = (2x-1)(x^2+x-3)+4
 \end{aligned}$$

(2) 다항식 $4x^3-x^2-3x$ 를 x^2-2x+3 으로 나누면

$$\begin{array}{r}
 4x+7 \\
 x^2-2x+3 \overline{) 4x^3-x^2-3x} \\
 \underline{4x^3-8x^2+12x} \\
 7x^2-15x \\
 \underline{7x^2-14x+21} \\
 -x-21
 \end{array}$$

즉, 몫은 $4x+7$ 이고 나머지는 $-x-21$ 이다.

따라서 $Q=4x+7, R=-x-21$ 이므로

$$\begin{aligned}
 4x^3-x^2-3x \\
 = (x^2-2x+3)(4x+7)-x-21
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 12 \quad A &= (x^2-x+2)(x+1)+x+3 \\
 &= x^3+x^2-x^2-x+2x+2+x+3 \\
 &= x^3+(1-1)x^2+(-1+2+1)x+2+3 \\
 &= x^3+2x+5
 \end{aligned}$$

13 (1) 다항식 x^3-3x-1 을 $x+1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면

$$\begin{array}{r|rrrr}
 -1 & 1 & 0 & -3 & -1 \\
 & & -1 & 1 & 2 \\
 \hline
 & 1 & -1 & -2 & 1
 \end{array}$$

따라서 몫은 x^2-x-2 이고 나머지는 1이다.

(2) 다항식 $2x^4-x^3-6x^2-2x+5$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 2 & 2 & -1 & -6 & -2 & 5 \\
 & & 4 & 6 & 0 & -4 \\
 \hline
 & 2 & 3 & 0 & -2 & 1
 \end{array}$$

따라서 몫은 $2x^3+3x^2-2$ 이고 나머지는 1이다.

14 $3x+1=3\left(x+\frac{1}{3}\right)$ 이므로 $3x^3+4x^2-8x+5$ 를

$x+\frac{1}{3}$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면

$$\begin{array}{r|rrrr}
 -\frac{1}{3} & 3 & 4 & -8 & 5 \\
 & & -1 & -1 & 3 \\
 \hline
 & 3 & 3 & -9 & 8
 \end{array}$$

즉, 몫은 $3x^2+3x-9$ 이고 나머지는 8이다.

따라서 $3x^3+4x^2-8x+5$

$$= \left(x+\frac{1}{3}\right)(3x^2+3x-9)+8$$

$$= 3\left(x+\frac{1}{3}\right)(x^2+x-3)+8$$

$$= (3x+1)(x^2+x-3)+8$$

그러므로 구하는 몫은 x^2+x-3 이고 나머지는 8이다.

2 나머지 정리와 인수분해

01 나머지 정리

30~39쪽

01 (1) 등식의 좌변을 정리하면

$$x^4+2x^3+3x^2+2x+1$$

$$= x^4+2x^3+3x^2+2x+1$$

이므로 x 에 어떤 값을 대입하여도 항상 성립한다.

따라서 x 에 대한 항등식이다.

(2) 등식의 우변을 정리하면

$$2x^3+4x^2+6x+2=2x^3+6x^2+4x+2$$

이므로 특정한 x 의 값에 대해서만 성립한다.

따라서 x 에 대한 항등식이 아니다.

- 02 (1) 등식의 우변을 정리하면

$$ax^2+bx-5=3x^2+(c-3)x-c$$

항등식의 성질을 이용하여 양변의 동류항을 비교

하면 $a=3, b=c-3, -5=-c$

이 식을 풀면 $a=3, b=2, c=5$

- (2) 등식의 양변에 $x=-2, x=-1, x=0$ 을 각각 대입하면

$$a-b+c=17, c=10, a+b+c=5$$

이 식을 풀면 $a=1, b=-6, c=10$

다른 풀이

- (2) 등식의 좌변을 정리하면

$$ax^2+(2a+b)x+a+b+c=x^2-4x+5$$

항등식의 성질을 이용하여 양변의 동류항을 비교

하면 $a=1, 2a+b=-4, a+b+c=5$

이 식을 풀면 $a=1, b=-6, c=10$

- 03 연속하는 세 개의 자연수를 순서대로 $x-1, x, x+1$ 이라고 하자.

가장 큰 수와 가장 작은 수의 곱에 1을 더한 식은

$$(x+1)(x-1)+1=x^2-1+1=x^2$$

가운데 수의 제곱은 x^2

따라서 항상 성립한다.

- 04 (1) 다항식 $P(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때, 나머지는 $P(-1)$ 과 같으므로

$$P(-1)$$

$$=(-1)^3-2 \times (-1)^2+3 \times (-1)-4$$

$$=-1-2-3-4=-10$$

따라서 구하는 나머지는 -10 이다.

- (2) 다항식 $P(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때, 나머지는 $P(2)$ 와 같으므로

$$P(2)=2^3-2 \times 2^2+3 \times 2-4$$

$$=8-8+6-4=2$$

따라서 구하는 나머지는 2 이다.

- 05 다항식 $P(x)$ 를 $3x-1$ 로 나누었을 때, 나머지는 $P\left(\frac{1}{3}\right)$ 과 같으므로

$$P\left(\frac{1}{3}\right)=2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3+4 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2-3 \times \frac{1}{3}-1$$

$$=\frac{2}{27}+\frac{4}{9}-1-1=-\frac{40}{27}$$

따라서 구하는 나머지는 $-\frac{40}{27}$ 이다.

- 06 다항식 $P(x)$ 를 $2x+1$ 로 나누었을 때, 나머지는 $P\left(-\frac{1}{2}\right)$ 과 같으므로

$$P\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$=2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^3+2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2+a \times \left(-\frac{1}{2}\right)+1$$

$$=3$$

$$\text{즉, } -\frac{1}{4}+\frac{1}{2}-\frac{a}{2}+1=3$$

$$\text{따라서 } a=-\frac{7}{2}$$

- 07 다항식 $P(x)$ 를 $(x+1)(x-1)$ 로 나누었을 때 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b 는 실수)라고 하면

$$P(x)=(x+1)(x-1)Q(x)+ax+b$$

나머지 정리에 따라 $P(-1)=-1, P(1)=3$ 이므로

$$P(-1)=-a+b=-1, P(1)=a+b=3$$

이 식을 풀면 $a=2, b=1$

따라서 구하는 나머지는 $2x+1$

- 08 다항식 $P(x)$ 를 x^2+x-2 로 나누었을 때 몫을 $Q_1(x)$ 라고 하면

$$P(x)=(x^2+x-2)Q_1(x)+x+1$$

$$\text{즉, } P(x)=(x-1)(x+2)Q_1(x)+x+1$$

..... ①

다항식 $P(x)$ 를 x^2+2x-3 으로 나누었을 때 몫을 $Q_2(x)$ 라고 하면

$$P(x)=(x^2+2x-3)Q_2(x)+x+3$$

$$\text{즉, } P(x)=(x-1)(x+3)Q_2(x)+x+3$$

..... ②

다항식 $P(x)$ 를 x^2+5x+6 으로 나누었을 때 몫을 $Q_3(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b 는 실수)라고 하면

$$P(x)=(x^2+5x+6)Q_3(x)+ax+b$$

$$\text{즉, } P(x)=(x+2)(x+3)Q_3(x)+ax+b$$

나머지 정리에 따라 ①에서 $P(-2)=-1$ 이고,

②에서 $P(-3)=0$ 이므로

$$P(-2)=-2a+b=-1,$$

$$P(-3)=-3a+b=0$$

이 식을 풀면 $a=-1, b=-3$

따라서 구하는 나머지는 $-x-3$

- 09 (1) $P(-1)=(-1)^3+4 \times (-1)^2-(-1)-4=0$ 이므로 $x+1$ 은 $P(x)$ 의 인수이다.

- (2) $P(1)=1^3+4 \times 1^2-1-4=0$ 이므로 $x-1$ 은 $P(x)$ 의 인수이다.

- (3) $P(-4)=(-4)^3+4 \times (-4)^2-(-4)-4=0$ 이므로 $x+4$ 는 $P(x)$ 의 인수이다.

- (4) $P(4)=4^3+4 \times 4^2-4-4=120$ 이므로 $x-4$ 는 $P(x)$ 의 인수가 아니다.

따라서 다항식 $P(x)$ 의 인수는 (1), (2), (3)이다.

- 10 인수정리에 따라 $P\left(\frac{1}{2}\right)=0$ 이므로

$$P\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{k}{2}+3=0, \frac{k}{2}+\frac{7}{2}=0$$

따라서 $k=-7$

- 11 $2x^2-x-1=(2x+1)(x-1)$ 이므로 다항식 $P(x)$ 는 $2x+1, x-1$ 로 각각 나누어떨어진다.

인수 정리에 따라 $P\left(-\frac{1}{2}\right)=0$, $P(1)=0$ 이므로

$$P\left(-\frac{1}{2}\right)=-1-\frac{a}{2}+b=0 \text{에서}$$

$$-\frac{a}{2}+b-1=0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$P(1)=8+a+b=0 \text{에서}$$

$$a+b+8=0 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하여 풀면 $a=-6$, $b=-2$

12 $x^2-x-2=(x+1)(x-2)$ 이므로 다항식 $P(x-1)$

은 $x+1$, $x-2$ 로 각각 나누어떨어진다.

인수 정리에 따라 $P(-1-1)=0$, $P(2-1)=0$ 이므로 $P(-2)=0$, $P(1)=0$

$$P(-2)=-8+4a-2b-4=0 \text{에서}$$

$$4a-2b-12=0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$P(1)=1+a+b-4=0 \text{에서}$$

$$a+b-3=0 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하여 풀면 $a=3$, $b=0$

02 인수분해

40~45쪽

01 (1) $9a^2+b^2+4c^2-6ab-4bc+12ca$

$$=(3a)^2+(-b)^2+(2c)^2+2 \times 3a \times (-b)$$

$$+2 \times (-b) \times 2c+2 \times 2c \times 3a$$

$$=(3a-b+2c)^2$$

(2) $64x^3-48x^2y+12xy^2-y^3$

$$=(4x)^3-3 \times (4x)^2 \times y+3 \times 4x \times y^2-y^3$$

$$=(4x-y)^3$$

(3) $8x^3+125y^3$

$$=(2x)^3+(5y)^3$$

$$=(2x+5y)\{(2x)^2-2x \times 5y+(5y)^2\}$$

$$=(2x+5y)(4x^2-10xy+25y^2)$$

(4) x^3-64y^3

$$=x^3-(4y)^3$$

$$=(x-4y)\{x^2+x \times 4y+(4y)^2\}$$

$$=(x-4y)(x^2+4xy+16y^2)$$

02 (1) $x^2=X$ 로 놓으면

$$x^4-7x^2-18=X^2-7X-18$$

$$=(X+2)(X-9)$$

$$=(x^2+2)(x^2-9)$$

$$=(x+3)(x-3)(x^2+2)$$

(2) $3x-y=X$ 로 놓으면

$$(3x-y-2)(3x-y-4)-15$$

$$=(X-2)(X-4)-15$$

$$=(X^2-6X+8)-15$$

$$=X^2-6X-7$$

$$=(X+1)(X-7)$$

$$=(3x-y+1)(3x-y-7)$$

03 (1) $P(x)=x^3+x^2-10x+8$ 이라고 하면 $P(x)$ 의 상수항이 8이므로 $P(x)=0$ 이 되는 x 의 값은 ± 1 , ± 2 , ± 4 , ± 8 중 하나이다.

여기서 $x=1$ 을 $P(x)$ 에 대입하면 $P(1)=0$ 이므로 $x-1$ 은 $P(x)$ 의 인수이다.

다음과 같이 조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 1 & -10 & 8 \\ & & 1 & 2 & -8 \\ \hline & 1 & 2 & -8 & 0 \end{array}$$

$P(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때, 몫은 x^2+2x-8 이므로 $P(x)$ 는 다음과 같이 인수분해된다.

$$P(x)=(x-1)(x^2+2x-8)$$

$$=(x-1)(x-2)(x+4)$$

즉, $x^3+x^2-10x+8=(x-1)(x-2)(x+4)$

(2) $P(x)=x^4-4x^3+x^2+4x-2$ 라고 하면 $P(x)$ 의

상수항이 -2 이므로 $P(x)=0$ 이 되는 x 의 값은 ± 1 , ± 2 중 하나이다.

여기서 $x=1$ 을 $P(x)$ 에 대입하면 $P(1)=0$ 이므로 $x-1$ 은 $P(x)$ 의 인수이다.

다음과 같이 조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & -4 & 1 & 4 & -2 \\ & & 1 & -3 & -2 & 2 \\ \hline & 1 & -3 & -2 & 2 & 0 \end{array}$$

$P(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때, 몫은 x^3-3x^2-2x+2 이므로 $P(x)$ 는 다음과 같이 인수분해된다.

$$P(x)=(x-1)(x^3-3x^2-2x+2)$$

이때 $Q(x)=x^3-3x^2-2x+2$ 라고 하면 $Q(x)$ 의 상수항이 2이므로 $Q(x)=0$ 이 되는 x 의 값은 ± 1 , ± 2 중 하나이다.

여기서 $x=-1$ 을 $Q(x)$ 에 대입하면 $Q(-1)=0$ 이므로 $x+1$ 은 $Q(x)$ 의 인수이다.

다음과 같이 조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -3 & -2 & 2 \\ & & -1 & 4 & -2 \\ \hline & 1 & -4 & 2 & 0 \end{array}$$

$Q(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때, 몫은 x^2-4x+2 이므로 $Q(x)$ 는 다음과 같이 인수분해된다.

$$Q(x)=(x+1)(x^2-4x+2)$$

즉, $x^4-4x^3+x^2+4x-2$

$$=(x-1)(x^3-3x^2-2x+2)$$

$$=(x-1)(x+1)(x^2-4x+2)$$

04 다항식 $P(x)=x^4+3x^3+ax^2-11x-6$ 이 $x+1$ 로

나누어떨어지므로 인수 정리에 따라 $P(-1)=0$

$$P(-1)=1-3+a+11-6=0 \text{에서 } a=-3$$

즉, $P(x)=x^4+3x^2-3x^2-11x-6$ 이고, $x+1$ 은 $P(x)$ 의 인수이다.

다음과 같이 조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & 3 & -3 & -11 & -6 \\ & & -1 & -2 & 5 & 6 \\ \hline & 1 & 2 & -5 & -6 & 0 \end{array}$$

$P(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때, 몫은 x^3+2x^2-5x-6 이므로 $P(x)$ 는 다음과 같이 인수분해된다.

$$P(x)=(x+1)(x^3+2x^2-5x-6)$$

이때 $Q(x)=x^3+2x^2-5x-6$ 이라고 하면 $Q(x)$ 의 상수항이 -6 이므로 $Q(x)=0$ 이 되는 x 의 값은 $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$ 중 하나이다.

여기서 $x=-1$ 을 $Q(x)$ 에 대입하면 $Q(-1)=0$ 이므로 $x+1$ 은 $Q(x)$ 의 인수이다.

다음과 같이 조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & 2 & -5 & -6 \\ & & -1 & -1 & 6 \\ \hline & 1 & 1 & -6 & 0 \end{array}$$

$Q(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때, 몫은 x^2+x-6 이므로 $Q(x)$ 는 다음과 같이 인수분해된다.

$$\begin{aligned} Q(x) &= (x+1)(x^2+x-6) \\ &= (x+1)(x-2)(x+3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{즉, } P(x) &= x^4+3x^3-3x^2-11x-6 \\ &= (x+1)(x^3+2x^2-5x-6) \\ &= (x+1)^2(x-2)(x+3) \end{aligned}$$

II 방정식과 부등식

1 복소수와 이차방정식

01 복소수의 뜻과 사칙연산

59~66쪽

- 01 (1) 실수부분: -5 , 허수부분: 3
 (2) 실수부분: $\frac{3}{2}$, 허수부분: 0
 (3) 실수부분: 0 , 허수부분: -4
 (4) 실수부분: 6 , 허수부분: $\sqrt{6}$

- 02 실수: (1), (3)
 허수: (2), (4)

- 03 등식이 성립하려면 양변의 두 복소수의 실수부분과 허수부분이 각각 같아야 하므로

(1) $3=y, 2-x=4$

따라서 $x=-2, y=3$

(2) $x+5=0, 2y+3=0$

따라서 $x=-5, y=-\frac{3}{2}$

(3) $x-2y=2, 2=y$

따라서 $x=6, y=2$

(4) $x+y=1, x-2y=4$

따라서 $x=2, y=-1$

04 (1) $\overline{4-3i}=4+3i$ (2) $\overline{8+\sqrt{7}i}=8-\sqrt{7}i$

(3) $\overline{\frac{2}{3}i}=-\frac{2}{3}i$ (4) $\overline{2-\sqrt{2}}=2-\sqrt{2}$

05 $\overline{a+bi}=a-bi$ 이므로 등식 $\overline{a+bi}=a+bi$ 에서

$$a-bi=a+bi$$

등식이 성립하려면 양변의 두 복소수의 실수부분과 허수부분이 각각 같아야 하므로 $-b=b$

따라서 $b=0$

06 (1) $(7-8i)+(-2+5i)=(7-2)+(-8+5)i$
 $=5-3i$

(2) $(2-\sqrt{2}i)+6\sqrt{2}i=2+(-\sqrt{2}+6\sqrt{2})i$
 $=2+5\sqrt{2}i$

(3) $(-3+9i)-(4-3i)$
 $=(-3-4)+\{9-(-3)\}i$
 $=-7+12i$

(4) $(6-10i)-(9-10i)$
 $=(6-9)+\{-10-(-10)\}i$
 $=-3$

07 (1) $(3+4i)(-2+3i)=-6+9i-8i+12i^2$
 $=-6+9i-8i-12$
 $=-18+i$

(2) $-4i(-2+8i)=8i-32i^2=32+8i$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad \frac{2-3i}{1+i} &= \frac{(2-3i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{2-2i-3i+3i^2}{1-i^2} \\
 &= \frac{2-2i-3i-3}{1+1} = \frac{-1-5i}{2} \\
 &= -\frac{1}{2} - \frac{5}{2}i \\
 (4) \quad \frac{6+7i}{5i} &= \frac{(6+7i)i}{(5i)i} = \frac{6i+7i^2}{5i^2} \\
 &= \frac{-7+6i}{-5} = \frac{7}{5} - \frac{6}{5}i
 \end{aligned}$$

- 08** (1) $\sqrt{-6} = \sqrt{6}i$
 (2) $\sqrt{-49} = \sqrt{49}i = 7i$
 (3) $-\sqrt{-81} = -\sqrt{81}i = -9i$
- 09** (1) -15 의 제곱근은 $\pm\sqrt{-15} = \pm\sqrt{15}i$
 (2) -64 의 제곱근은 $\pm\sqrt{-64} = \pm 8i$
 (3) $-\frac{121}{100}$ 의 제곱근은
 $\pm\sqrt{-\frac{121}{100}} = \pm\sqrt{\frac{121}{100}}i = \pm\frac{11}{10}i$

02 이차방정식의 판별식

67-71쪽

- 01** (1) 근의 공식을 이용하면

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times (-2)}}{2 \times 1} \\
 &= \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}
 \end{aligned}$$

따라서 이 이차방정식의 근은 실근이다.

- (2) 근의 공식을 이용하면

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 3 \times 4}}{3} \\
 &= \frac{2 \pm 2\sqrt{2}i}{3}
 \end{aligned}$$

따라서 이 이차방정식의 근은 허근이다.

- 02** (1) 이차방정식 $x^2 - 3x + 6 = 0$ 에서 판별식 D 는

$$D = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 6 = -15$$

따라서 $D < 0$ 이므로 이 이차방정식은 서로 다른 두 허근을 갖는다.

- (2) 이차방정식 $25x^2 - 10x + 1 = 0$ 에서 판별식 D 는

$$\frac{D}{4} = (-5)^2 - 25 \times 1 = 0$$

따라서 $D = 0$ 이므로 이 이차방정식은 중근을 갖는다.

- (3) 이차방정식 $5x^2 - x - 1 = 0$ 에서 판별식 D 는

$$D = (-1)^2 - 4 \times 5 \times (-1) = 21$$

따라서 $D > 0$ 이므로 이 이차방정식은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

- 03** 이차방정식 $3x^2 - 2x - a - 3 = 0$ 의 판별식 D 는

$$\frac{D}{4} = (-1)^2 - 3 \times (-a-3) = 10+3a$$

- (1) 서로 다른 두 실근을 가지려면 $D > 0$ 이어야 하므로

$$10+3a > 0, a > -\frac{10}{3}$$

- (2) 중근을 가지려면 $D = 0$ 이어야 하므로

$$10+3a = 0, a = -\frac{10}{3}$$

- (3) 서로 다른 두 허근을 가지려면 $D < 0$ 이어야 하므로

$$10+3a < 0, a < -\frac{10}{3}$$

- 04** x 에 대한 이차방정식

$$x^2 - 2(a-1)x + a^2 - 4a + 13 = 0 \text{의 판별식 } D \text{는}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{D}{4} &= \{-(a-1)\}^2 - 1 \times (a^2 - 4a + 13) \\
 &= 2a - 12
 \end{aligned}$$

- (1) 실근을 가지려면 $D \geq 0$ 이어야 하므로

$$2a - 12 \geq 0, a \geq 6$$

- (2) 허근을 가지려면 $D < 0$ 이어야 하므로

$$2a - 12 < 0, a < 6$$

- 05** x 에 대한 이차방정식

$$x^2 + 2(k-a)x + k^2 + a^2 + bk + 2b - 12 = 0 \text{의 판별식}$$

D 에서

$$\begin{aligned}
 \frac{D}{4} &= (k-a)^2 - 1 \times (k^2 + a^2 + bk + 2b - 12) \\
 &= (-2a-b)k + (-2b+12) = 0
 \end{aligned}$$

이 등식이 k 에 대한 항등식이므로

$$-2a-b=0, -2b+12=0$$

따라서 $a=-3, b=6$

03 이차방정식의 근과 계수의 관계

72-76쪽

- 01** (1) 두 근의 합은 $-\frac{5}{1} = -5$

$$\text{두 근의 곱은 } \frac{-3}{1} = -3$$

- (2) 두 근의 합은 $-\frac{-3}{2} = \frac{3}{2}$

$$\text{두 근의 곱은 } \frac{12}{2} = 6$$

- 02** 이차방정식의 근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = 4, \alpha\beta = -1$$

- (1) $(\alpha-1)(\beta-1) = \alpha\beta - (\alpha+\beta) + 1$
 $= -1 - 4 + 1 = -4$

$$(2) \frac{3}{\alpha} + \frac{3}{\beta} = \frac{3(\alpha+\beta)}{\alpha\beta} = \frac{3 \times 4}{-1} = -12$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad \alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2 &= (\alpha+\beta)^2 - \alpha\beta \\
 &= 4^2 - (-1) = 17
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \quad \alpha^3\beta + \alpha\beta^3 &= \alpha\beta(\alpha^2 + \beta^2) \\
 &= \alpha\beta\{(\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta\} \\
 &= (-1) \times \{4^2 - 2 \times (-1)\} \\
 &= -18
 \end{aligned}$$

- 03 (1) 두 근의 합: $-4+2=-2$
 두 근의 곱: $(-4) \times 2 = -8$
 따라서 구하는 이차방정식은 $x^2+2x-8=0$
 (2) 두 근의 합: $(1+2\sqrt{2}i)+(1-2\sqrt{2}i)=2$
 두 근의 곱: $(1+2\sqrt{2}i)(1-2\sqrt{2}i)=1+8=9$
 따라서 구하는 이차방정식은 $x^2-2x+9=0$

04 이차방정식의 근과 계수의 관계에서

$$\alpha+\beta=-2, \alpha\beta=\frac{1}{2}$$

$$(1) \alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=(-2)^2-2 \times \frac{1}{2}=3$$

$$\alpha^2\beta^2=(\alpha\beta)^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$$

$$\text{따라서 구하는 이차방정식은 } x^2-3x+\frac{1}{4}=0$$

$$(2) (\alpha-1)+(\beta-1)=(\alpha+\beta)-2 \\ = -2-2=-4$$

$$(\alpha-1)(\beta-1)=\alpha\beta-(\alpha+\beta)+1 \\ = \frac{1}{2}-(-2)+1=\frac{7}{2}$$

$$\text{따라서 구하는 이차방정식은 } x^2+4x+\frac{7}{2}=0$$

- 05 (1) 이차방정식 $x^2-2x+5=0$ 의 근은 $x=1\pm 2i$ 이므로
 $x^2-2x+5=\{x-(1+2i)\}\{x-(1-2i)\}$
 $= (x-1-2i)(x-1+2i)$

(2) 이차방정식 $3x^2+2x+2=0$ 의 근은

$$x=-\frac{1}{3} \pm \frac{\sqrt{5}}{3}i \text{이므로} \\ 3x^2+2x+2 \\ = 3\left\{x-\left(-\frac{1}{3}+\frac{\sqrt{5}}{3}i\right)\right\}\left\{x-\left(-\frac{1}{3}-\frac{\sqrt{5}}{3}i\right)\right\} \\ = 3\left(x+\frac{1}{3}-\frac{\sqrt{5}}{3}i\right)\left(x+\frac{1}{3}+\frac{\sqrt{5}}{3}i\right)$$

2 이차방정식과 이차함수

01 이차방정식과 이차함수의 관계

83~89쪽

01 이차방정식 $x^2-4x+5=0$ 의 판별식 D 에서

$$\frac{D}{4}=(-2)^2-1 \times 5=-1<0$$

즉, 만나지 않는다.

이차방정식 $-x^2+16x-64=0$ 의 판별식 D 에서

$$\frac{D}{4}=8^2-(-1) \times (-64)=0$$

즉, 한 점에서 만난다(접한다).

이차방정식 $-2x^2+3x+5=0$ 의 판별식 D 에서

$$D=3^2-4 \times (-2) \times 5=49>0$$

즉, 서로 다른 두 점에서 만난다.

따라서 ①-㉔-㉔, ②-㉔-㉔, ③-㉔-㉔

02 이차방정식 $5x^2-4x-k=0$ 의 판별식 D 에서

$$\frac{D}{4}=(-2)^2-5 \times (-k)=4+5k$$

(1) 서로 다른 두 점에서 만나려면 $D>0$ 이어야 하므로

$$4+5k>0, 5k>-4$$

$$\text{따라서 } k>-\frac{4}{5}$$

(2) 한 점에서 만나려면 $D=0$ 이어야 하므로

$$4+5k=0, 5k=-4$$

$$\text{따라서 } k=-\frac{4}{5}$$

(3) 만나지 않으려면 $D<0$ 이어야 하므로

$$4+5k<0, 5k<-4$$

$$\text{따라서 } k<-\frac{4}{5}$$

03 x 에 대한 이차방정식

$x^2-2(a+k)x+k^2-4k+b=0$ 의 판별식 D 에서

$$\frac{D}{4}=\{-(a+k)\}^2-1 \times (k^2-4k+b)=0$$

$$\text{즉, } (2a+4)k+a^2-b=0$$

이 식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립하므로

$$2a+4=0, a^2-b=0$$

$$\text{따라서 } a=-2, b=4$$

04 이차함수 $y=2x^2-3x+2+k$ 의 그래프와 x 축이 만나려면 서로 다른 두 점에서 만나거나 한 점에서 만나야 한다.

즉, 이차방정식 $2x^2-3x+2+k=0$ 의 판별식 D 는

$D \geq 0$ 이어야 하므로

$$D=(-3)^2-4 \times 2 \times (2+k)=-7-8k \geq 0$$

$$\text{따라서 } k \leq -\frac{7}{8}$$

05 이차방정식 $-2x^2+3x-5=-2x-3$,

즉 $-2x^2+5x-2=0$ 의 판별식 D 에서

$$D=5^2-4 \times (-2) \times (-2)=9>0$$

따라서 서로 다른 두 점에서 만난다.

06 이차방정식 $3x^2-5x+1=-4x+k$,

즉 $3x^2-x+1-k=0$ 의 판별식 D 에서

$$D=(-1)^2-4 \times 3 \times (1-k)=-11+12k$$

(1) 서로 다른 두 점에서 만나려면 $D>0$ 이어야 하므로

$$-11+12k>0, 12k>11$$

$$\text{따라서 } k>\frac{11}{12}$$

(2) 한 점에서 만나려면 $D=0$ 이어야 하므로

$$-11+12k=0, 12k=11$$

$$\text{따라서 } k=\frac{11}{12}$$

(3) 만나지 않으려면 $D<0$ 이어야 하므로

$$-11+12k<0, 12k<11$$

$$\text{따라서 } k<\frac{11}{12}$$

02 이차함수의 최대, 최소

90~94쪽

01 (1) $y=2x^2-6x+1$

$$=2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{7}{2}$$

이므로 그래프는 오른쪽
그림과 같고, 꼭짓점의 x

좌표인 $\frac{3}{2}$ 은 x 의 값의 범

위에 포함되지 않는다.

이때 $f(x)=2x^2-6x+1$ 이라고 하면

$$f(-2)=21, f(1)=-3$$

이므로 최댓값은 21, 최솟값은 -3이다.

(2) $y=-\frac{1}{4}x^2+x$

$$=-\frac{1}{4}(x-2)^2+1$$

이므로 그래프는 오른쪽
그림과 같고, 꼭짓점의

x 좌표인 2는 x 의 값의 범위에 포함된다.

이때 $f(x)=-\frac{1}{4}x^2+x$ 라고 하면

$$f(-1)=-\frac{5}{4}, f(2)=1, f(3)=\frac{3}{4}$$

이므로 최댓값은 1, 최솟값은 $-\frac{5}{4}$ 이다.

02 $y=-x^2-6x+k=-(x+3)^2+k+9$ 이므로 꼭짓
점의 x 좌표인 -3은 x 의 값의 범위에 포함된다.

이때 $f(x)=-x^2-6x+k$ 라고 하면

$$f(-4)=k+8, f(-3)=k+9, f(-1)=k+5$$

즉, 최댓값은 $k+9$, 최솟값은 $k+5$ 이다.

이 이차함수의 최댓값이 8이므로

$$k+9=8, k=-1$$

따라서 이차함수의 최솟값은

$$k+5=-1+5=4$$

03 $\overline{BF}=a, \overline{EB}=b$ 라고 하면 직각삼각형에서 닮음의 성
질에 의해 $3:b=4:(4-a)$ 이므로

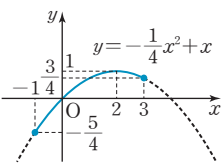
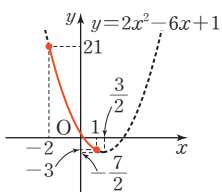
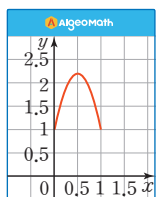
$$b=-\frac{3}{4}a+3$$

이때 직사각형의 넓이를 y 라고 하면

$$y=ab=a\left(-\frac{3}{4}a+3\right)=-\frac{3}{4}(a-2)^2+3$$

따라서 $0<a<4$ 이므로 직사각형 EBCD의 넓이의 최
댓값은 $a=2$ 일 때 3이다.

04 (1) 이차함수 $y=h(x)$ 의 그래프를 공학 도구를 이용하
여 그리면 다음 그림과 같다.



(2) $0 \leq x \leq 1$ 인 범위에서 이차함수 $y=h(x)$ 의 최댓값
은 2.225이므로 가장 높은 곳의 높이는 2.225 m이
다. 또 입력 창에 $h(0), h(1)$ 을 각각 입력하면 그
값은 1, 1이므로 가장 낮은 곳의 높이는 1 m이다.

3 여러 가지 방정식과 부등식

01 삼차방정식과 사차방정식

101~107쪽

01 (1) 좌변을 인수분해하면

$$x(4x^2-9)=0, x(2x+3)(2x-3)=0$$

$$x=0 \text{ 또는 } 2x+3=0 \text{ 또는 } 2x-3=0$$

따라서 방정식의 해는

$$x=0 \text{ 또는 } x=-\frac{3}{2} \text{ 또는 } x=\frac{3}{2}$$

(2) $x^2+3x=X$ 로 놓으면

$$X(X-2)-8=0, X^2-2X-8=0$$

좌변을 인수분해하면 $(X-4)(X+2)=0$

$$X=4 \text{ 또는 } X=-2$$

$$\text{즉, } x^2+3x-4=0 \text{ 또는 } x^2+3x+2=0$$

따라서 방정식의 해는

$$x=-4 \text{ 또는 } x=1 \text{ 또는 } x=-2 \text{ 또는 } x=-1$$

02 (1) $P(x)=x^3-4x^2+x+2$ 라고 하면 $P(1)=0$ 이므
로 $x-1$ 은 $P(x)$ 의 인수이다.

조립제법을 이용하여 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -4 & 1 & 2 \\ & & 1 & -3 & -2 \\ \hline & 1 & -3 & -2 & 0 \end{array}$$

$$P(x)=(x-1)(x^2-3x-2)$$

따라서 방정식은 $(x-1)(x^2-3x-2)=0$

$$\text{즉, } x-1=0 \text{ 또는 } x^2-3x-2=0$$

그러므로 구하는 해는

$$x=1 \text{ 또는 } x=\frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

(2) $P(x)=x^4+x^3-6x^2+x+3$ 이라고 하면

$$P(1)=0, P(-3)=0 \text{이므로 } x-1, x+3 \text{은}$$

$P(x)$ 의 인수이다.

조립제법을 이용하여 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & 1 & -6 & 1 & 3 \\ & & 1 & 2 & -4 & -3 \\ \hline -3 & 1 & 2 & -4 & -3 & 0 \\ & & -3 & 3 & 3 & \\ \hline & 1 & -1 & -1 & 0 & \end{array}$$

$$P(x)=(x-1)(x+3)(x^2-x-1)$$

따라서 방정식은

$$(x-1)(x+3)(x^2-x-1)=0$$

$$\text{즉, } x-1=0 \text{ 또는 } x+3=0 \text{ 또는 } x^2-x-1=0$$

그러므로 구하는 해는

$$x=1 \text{ 또는 } x=-3 \text{ 또는 } x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$$

- 03 두 번째로 작은 구의 반지름의 길이를 r cm라고 하면
네 구의 반지름의 길이는 각각

$$(r+2) \text{ cm}, (r+1) \text{ cm}, r \text{ cm}, (r-1) \text{ cm}$$

가장 큰 구의 부피와 가장 작은 구의 부피의 합이 나

머지 두 구의 부피의 합의 $\frac{13}{7}$ 배이므로

$$\begin{aligned} & \frac{4}{3}\pi(r+2)^3 + \frac{4}{3}\pi(r-1)^3 \\ &= \frac{13}{7} \left\{ \frac{4}{3}\pi(r+1)^3 + \frac{4}{3}\pi r^3 \right\} \end{aligned}$$

즉, $(r+2)^3 + (r-1)^3 = \frac{13}{7} \{(r+1)^3 + r^3\}$ 이므로

$$2r^3 + 3r^2 - 11r - 6 = 0$$

이때 $P(r) = 2r^3 + 3r^2 - 11r - 6$ 이라고 하면

$P(2) = 0$ 이므로 $r-2$ 는 $P(r)$ 의 인수이다.

조립제법을 이용하여 $P(r)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 2 & 3 & -11 & -6 \\ & & 4 & 14 & 6 \\ \hline & 2 & 7 & 3 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} P(r) &= (r-2)(2r^2+7r+3) \\ &= (r-2)(r+3)(2r+1) \end{aligned}$$

따라서 방정식은

$$(r-2)(r+3)(2r+1) = 0$$

즉, $r-2=0$ 또는 $r+3=0$ 또는 $2r+1=0$ 이므로

$$r=2 \text{ 또는 } r=-3 \text{ 또는 } r=-\frac{1}{2}$$

그런데 $r > 0$ 이므로 $r=2$

그러므로 가장 큰 구의 반지름의 길이는

$r+2=4$ (cm) 이다.

- 04 주어진 방정식에 $x=-i$ 를 대입하면

$$i-3-ai+b=0, (-3+b)+(1-a)i=0$$

이때 $-3+b=0, 1-a=0$ 이므로

$$a=1, b=3$$

즉, 방정식 $x^3+3x^2+x+3=0$ 의 좌변을 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -3 & 1 & 3 & 1 & 3 \\ & & -3 & 0 & -3 \\ \hline & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

$$(x+3)(x^2+1)=0$$

이 방정식의 해는 $x=-3$ 또는 $x=\pm i$

따라서 나머지 두 근은

$$x=-3 \text{ 또는 } x=i$$

- 05 (1) 상자의 높이가 15 cm 일 때, 상자의 밑면의 가로의 길이, 세로의 길이는 각각 $(15-a)$ cm,

$(15-2a)$ cm 이므로 상자의 부피는

$$\begin{aligned} & (15-a) \times (15-2a) \times 15 \\ &= 30a^2 - 675a + 3375 \end{aligned}$$

$$\text{즉, } (30a^2 - 675a + 3375) \text{ cm}^3$$

이때 상자의 부피는 750 cm^3 이므로

$$30a^2 - 675a + 3375 = 750$$

$$\text{즉, } 15(2a^2 - 45a + 175) = 0$$

따라서 방정식을 인수분해하면

$$15(a-5)(2a-35) = 0$$

즉, $a-5=0$ 또는 $2a-35=0$ 이므로

$$a=5 \text{ 또는 } a=\frac{35}{2}$$

그런데 $a < 15$ 이므로 $a=5$

- (2) $a=5$ 일 때, 상자의 밑면의 가로, 세로의 길이는 각각 $(x-5)$ cm, $(x-10)$ cm 이므로 상자의 부피는

$$x(x-5)(x-10) = x^3 - 15x^2 + 50x$$

$$\text{즉, } (x^3 - 15x^2 + 50x) \text{ cm}^3$$

이때 상자의 부피는 3000 cm^3 이므로

$$x^3 - 15x^2 + 50x = 3000$$

$$\text{즉, } x^3 - 15x^2 + 50x - 3000 = 0$$

$P(x) = x^3 - 15x^2 + 50x - 3000$ 이라고 하면

$P(20) = 0$ 이므로 $x-20$ 은 $P(x)$ 의 인수이다.

조립제법을 이용하여 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 20 & 1 & -15 & 50 & -3000 \\ & & 20 & 100 & 3000 \\ \hline & 1 & 5 & 150 & 0 \end{array}$$

$$P(x) = (x-20)(x^2+5x+150)$$

따라서 방정식은

$$(x-20)(x^2+5x+150) = 0$$

즉, $x-20=0$ 또는 $x^2+5x+150=0$ 이므로

$$x=20 \text{ 또는 } x=\frac{-5\pm5\sqrt{23}i}{2}$$

그런데 x 는 실수이므로 $x=20$

02 연립이차방정식

108~111쪽

$$01 \quad (1) \quad \begin{cases} 2x+y=3 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 2x^2-y^2=1 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \text{에서 } y=3-2x \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{3} \text{을 } \textcircled{2} \text{에 대입하면 } 2x^2 - (3-2x)^2 = 1$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0, (x-1)(x-5) = 0$$

$$\text{즉, } x=1 \text{ 또는 } x=5$$

이것을 각각 $\textcircled{3}$ 에 대입하면

$$x=1 \text{ 일 때 } y=1, x=5 \text{ 일 때 } y=-7$$

$$\text{따라서 연립방정식의 해는 } \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=5 \\ y=-7 \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} 3x-y=1 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ x^2-3xy+y^2=-1 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \text{에서 } y=3x-1 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

③을 ②에 대입하면

$$x^2 - 3x(3x-1) + (3x-1)^2 = -1$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0, (x-1)(x-2) = 0$$

즉, $x=1$ 또는 $x=2$

이것을 각각 ③에 대입하면

$$x=1일 때 y=2, x=2일 때 y=5$$

따라서 연립방정식의 해는 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=5 \end{cases}$

02 $\begin{cases} 3x^2 - 2xy - y^2 = 0 & \dots\dots ① \\ xy + y^2 - 6 = 0 & \dots\dots ② \end{cases}$

①의 좌변을 인수분해하면

$$(x-y)(3x+y) = 0 \text{ 이므로}$$

$$y=x \text{ 또는 } y=-3x$$

(i) $y=x$ 를 ②에 대입하면

$$x \times x + x^2 - 6 = 0, x^2 = 3$$

이 방정식을 풀면 $x = \pm\sqrt{3}$

따라서 $x=\sqrt{3}$ 일 때 $y=\sqrt{3}$,

$x=-\sqrt{3}$ 일 때 $y=-\sqrt{3}$

(ii) $y=-3x$ 를 ②에 대입하면

$$x \times (-3x) + (-3x)^2 - 6 = 0, x^2 = 1$$

이 방정식을 풀면 $x = \pm 1$

따라서 $x=1$ 일 때 $y=-3$, $x=-1$ 일 때 $y=3$

(i), (ii)에서 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x=-\sqrt{3} \\ y=-\sqrt{3} \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y=\sqrt{3} \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases}$$

$$\text{또는 } \begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}$$

03 연립일차부등식

112~118쪽

01 (1) $\begin{cases} 5x-9 > 6 & \dots\dots ① \\ 2x-7 < 5 & \dots\dots ② \end{cases}$

부등식 ①을 풀면 $5x > 15$ 에서 $x > 3$

부등식 ②를 풀면 $2x < 12$ 에서 $x < 6$

①, ②의 해를 수직선 위

에 나타내면 오른쪽 그

림과 같다.

따라서 연립부등식의 해는 $3 < x < 6$

(2) $\begin{cases} 4(x+1)+2 > -2 & \dots\dots ① \\ x-5 \leq 2x-6 & \dots\dots ② \end{cases}$

부등식 ①을 풀면 $4x+6 > -2$ 에서

$$4x > -8, x > -2$$

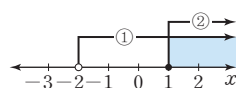
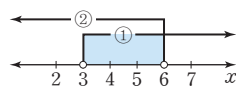
부등식 ②를 풀면 $-x \leq -1$ 에서 $x \geq 1$

①, ②의 해를 수직선 위

에 나타내면 오른쪽 그

림과 같다.

따라서 연립부등식의 해는 $x \geq 1$



02 (1) $\begin{cases} 6-2(x+1) \geq 3x-1 & \dots\dots ① \\ 5(x-2)+11 < 2x-3 & \dots\dots ② \end{cases}$

부등식 ①을 풀면 $-2x+4 \geq 3x-1$ 에서

$$-5x \geq -5, x \leq 1$$

부등식 ②를 풀면 $5x+1 < 2x-3$ 에서

$$3x < -4, x < -\frac{4}{3}$$

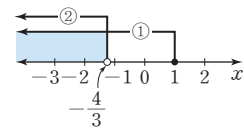
①, ②의 해를 수직선 위에

나타내면 오른쪽 그림과 같

으므로 연립부등식의 해는

$$x < -\frac{4}{3}$$

따라서 정수 x 의 최댓값은 -2 이다.



03 초콜릿의 개수를 x 라고 하면 사탕의 개수는 $10-x$
초콜릿을 사탕보다 더 많이 사야 하므로 $x > 10-x$
전체 금액이 4800원 이하이어야 하므로

$$500x + 300(10-x) \leq 4800$$

즉, 연립부등식으로 나타내면

$$\begin{cases} x > 10-x & \dots\dots ① \\ 500x + 300(10-x) \leq 4800 & \dots\dots ② \end{cases}$$

부등식 ①을 풀면 $2x > 10$ 에서 $x > 5$

부등식 ②를 풀면 $200x + 3000 \leq 4800$ 에서

$$200x \leq 1800, x \leq 9$$

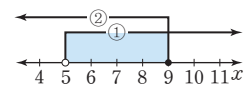
①, ②의 해를 수직선 위에

나타내면 오른쪽 그림과 같

으므로 연립부등식의 해는

$$5 < x \leq 9$$

따라서 초콜릿을 최대 9개 살 수 있다.



04 (1) $\begin{cases} 5-2x < -x+3 & \dots\dots ① \\ 3x+2 < -1 & \dots\dots ② \end{cases}$

부등식 ①을 풀면 $-x < -2$ 에서 $x > 2$

부등식 ②를 풀면 $3x < -3$ 에서 $x < -1$

①, ②의 해를 수직선 위

에 나타내면 오른쪽 그

림과 같다.

따라서 연립부등식의 해는 없다.

(2) $\begin{cases} \frac{1}{3}(x+5) \leq x-1 & \dots\dots ① \\ -2 \geq \frac{1}{2}x-4 & \dots\dots ② \end{cases}$

부등식 ①을 풀면 $\frac{1}{3}x + \frac{5}{3} \leq x-1$ 에서

$$-\frac{2}{3}x \leq -\frac{8}{3}, x \geq 4$$

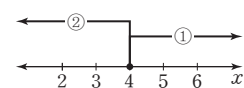
부등식 ②를 풀면 $-\frac{1}{2}x \geq -2$ 에서 $x \leq 4$

①, ②의 해를 수직선 위

에 나타내면 오른쪽 그

림과 같다.

따라서 연립부등식의 해는 $x=4$



- 05 (1) 문제의 연립부등식은 $\begin{cases} 2x+2 < 6 & \dots\dots ① \\ 6 < x+7 & \dots\dots ② \end{cases}$ 의 풀

로 나타낼 수 있다.

부등식 ①을 풀면 $2x < 4$ 에서 $x < 2$

부등식 ②를 풀면 $-x < 1$ 에서 $x > -1$

①, ②의 해를 수직선 위

에 나타내면 오른쪽 그

림과 같다.

따라서 연립부등식의 해는 $-1 < x < 2$

- (2) 문제의 연립부등식은

$$\begin{cases} 3x-10 < 5(x-1)-1 & \dots\dots ① \\ 5(x-1)-1 \leq 4x-5 & \dots\dots ② \end{cases}$$
의 풀로 나타

낼 수 있다.

부등식 ①을 풀면 $3x-10 < 5x-6$ 에서

$$-2x < 4, x > -2$$

부등식 ②를 풀면 $5x-6 \leq 4x-5$ 에서 $x \leq 1$

①, ②의 해를 수직선 위

에 나타내면 오른쪽 그

림과 같다.

따라서 연립부등식의 해는 $-2 < x \leq 1$

- 06 어떤 실수를 x 라고 하면

어떤 실수의 2배에서 7을 빼면 5보다 크지 않으므로

$$2x-7 \leq 5$$

그 실수의 4배에 1을 더하면 9보다 작지 않으므로

$$4x+1 \geq 9$$

즉, 연립부등식으로 나타내면

$$\begin{cases} 2x-7 \leq 5 & \dots\dots ① \\ 4x+1 \geq 9 & \dots\dots ② \end{cases}$$

부등식 ①을 풀면 $2x \leq 12$ 에서 $x \leq 6$

부등식 ②를 풀면 $4x \geq 8$ 에서 $x \geq 2$

①, ②의 해를 수직선 위에

나타내면 오른쪽 그림과

같다.

따라서 연립부등식의 해는 $2 \leq x \leq 6$

04 절댓값을 포함한 일차부등식

119~123쪽

- 01 (1) $|3x-5| < 1$ 이면 $-1 < 3x-5 < 1$

$$-1 < 3x-5 \text{에서 } -3x < -4, x > \frac{4}{3} \quad \dots\dots ①$$

$$3x-5 < 1 \text{에서 } 3x < 6, x < 2 \quad \dots\dots ②$$

부등식의 해는 ①, ②의

공통부분이므로

$$\frac{4}{3} < x < 2$$

- (2) $|2x-7| \geq 3$ 이면 $2x-7 \leq -3$ 또는 $2x-7 \geq 3$

$$2x-7 \leq -3 \text{에서 } 2x \leq 4, x \leq 2 \quad \dots\dots ①$$

$$2x-7 \geq 3 \text{에서 } 2x \geq 10, x \geq 5 \quad \dots\dots ②$$

①, ②에서 부등식의 해
는

$$x \leq 2 \text{ 또는 } x \geq 5$$

다른 풀이

- (1) $|3x-5| < 1$ 이면 $-1 < 3x-5 < 1$

$$\text{각 변에 5를 더하면 } 4 < 3x < 6$$

$$\text{각 변을 3으로 나누면 } \frac{4}{3} < x < 2$$

- 02 (1) 문제의 부등식에서

$$|x-2| = \begin{cases} x-2 & (x \geq 2) \\ -x+2 & (x < 2) \end{cases}$$

$$|x+3| = \begin{cases} x+3 & (x \geq -3) \\ -x-3 & (x < -3) \end{cases}$$

이므로 x 의 값의 범위를 $x < -3$, $-3 \leq x < 2$,

$x \geq 2$ 의 세 경우로 나누어 푼다.

- (i) $x < -3$ 일 때,

$$|x-2| = -x+2,$$

$$9 - |x+3| = 9 - (-x-3) = x+12$$

이므로

$$-x+2 < x+12, -2x < 10, x > -5$$

그런데 $x < -3$ 이므로

$$-5 < x < -3 \quad \dots\dots ①$$

- (ii) $-3 \leq x < 2$ 일 때,

$$|x-2| = -x+2,$$

$$9 - |x+3| = 9 - (x+3) = -x+6$$

이므로

$$-x+2 < -x+6, 2 < 6$$

이 식은 항상 성립하므로

$$-3 \leq x < 2 \quad \dots\dots ②$$

- (iii) $x \geq 2$ 일 때,

$$|x-2| = x-2,$$

$$9 - |x+3| = 9 - (x+3) = -x+6$$

이므로

$$x-2 < -x+6, 2x < 8, x < 4$$

그런데 $x \geq 2$ 이므로

$$2 \leq x < 4 \quad \dots\dots ③$$

- (i), (ii), (iii)에서 부등식

의 해는

$$-5 < x < 4$$

- (2) 문제의 부등식에서

$$|3x+1| = \begin{cases} 3x+1 & (x \geq -\frac{1}{3}) \\ -3x-1 & (x < -\frac{1}{3}) \end{cases}$$

$$|x-1| = \begin{cases} x-1 & (x \geq 1) \\ -x+1 & (x < 1) \end{cases}$$

이므로 x 의 값의 범위를 $x < -\frac{1}{3}$,

$-\frac{1}{3} \leq x < 1$, $x \geq 1$ 의 세 경우로 나누어 푼다.

(i) $x < -\frac{1}{3}$ 일 때,
 $|3x+1| - |x-1|$
 $= (-3x-1) - (-x+1) = -2x-2$
 이므로
 $-2x-2 \geq 8, -2x \geq 10, x \leq -5$
 그런데 $x < -\frac{1}{3}$ 이므로
 $x \leq -5$ ①

(ii) $-\frac{1}{3} \leq x < 1$ 일 때,
 $|3x+1| - |x-1|$
 $= (3x+1) - (-x+1) = 4x$
 이므로
 $4x \geq 8, x \geq 2$
 그런데 $-\frac{1}{3} \leq x < 1$ 이므로 이를 만족시키는 x
 의 값은 없다. ②

(iii) $x \geq 1$ 일 때,
 $|3x+1| - |x-1|$
 $= (3x+1) - (x-1) = 2x+2$
 이므로
 $2x+2 \geq 8, 2x \geq 6, x \geq 3$
 그런데 $x \geq 1$ 이므로
 $x \geq 3$ ③

(i), (ii), (iii)에서 부등식
 의 해는 $x \leq -5$ 또는 $x \geq 3$

03 문제의 부등식에서

$$|a-4| = \begin{cases} a-4 & (a \geq 4) \\ -a+4 & (a < 4) \end{cases}$$

$$|2a-9| = \begin{cases} 2a-9 & (a \geq \frac{9}{2}) \\ -2a+9 & (a < \frac{9}{2}) \end{cases}$$

이므로 a 의 값의 범위를 $a < 4, 4 \leq a < \frac{9}{2}, a \geq \frac{9}{2}$ 의
 세 경우로 나누어 본다.

(i) $a < 4$ 일 때,
 $|a-4| + |2a-9|$
 $= (-a+4) + (-2a+9) = -3a+13$
 이므로
 $-3a+13 < 1, -3a < -12, a > 4$
 그런데 $a < 4$ 이므로 이를 만족시키는 a 의 값은 없
 다. ①

(ii) $4 \leq a < \frac{9}{2}$ 일 때,
 $|a-4| + |2a-9|$
 $= (a-4) + (-2a+9) = -a+5$
 이므로
 $-a+5 < 1, -a < -4, a > 4$

그런데 $4 \leq a < \frac{9}{2}$ 이므로 $4 < a < \frac{9}{2}$ ②

(iii) $a \geq \frac{9}{2}$ 일 때,
 $|a-4| + |2a-9|$
 $= (a-4) + (2a-9) = 3a-13$
 이므로

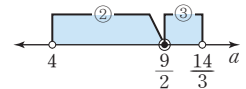
$$3a-13 < 1, 3a < 14, a < \frac{14}{3}$$

그런데 $a \geq \frac{9}{2}$ 이므로 $\frac{9}{2} \leq a < \frac{14}{3}$ ③

(i), (ii), (iii)에서 부등식의

해는 $4 < a < \frac{14}{3}$

따라서 지진의 진도는 중진이다.



05 이차부등식과 연립이차부등식

124~133쪽

01 (1) 이차함수 $y = x^2 + x - 12$ 에서

$$y = x^2 + x - 12 = (x+4)(x-3)$$

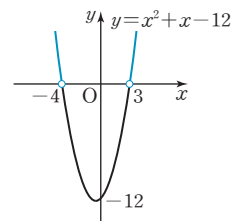
이 이차함수의 그래프에

서 $y > 0$ 인 x 의 값의 범위

는 $x < -4$ 또는 $x > 3$ 이

므로 이차부등식의 해는

$$x < -4 \text{ 또는 } x > 3$$



(2) 부등식을 정리하면 $x^2 - 6x - 7 \leq 0$

이차함수 $y = x^2 - 6x - 7$ 에서

$$y = x^2 - 6x - 7 = (x+1)(x-7)$$

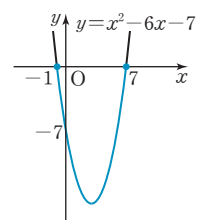
이 이차함수의 그래프에서

$y \leq 0$ 인 x 의 값의 범위는

$-1 \leq x \leq 7$ 이므로 이차부등

식의 해는

$$-1 \leq x \leq 7$$



02 (1) 부등식의 양변에 -1 을 곱하면 $16x^2 - 8x + 1 > 0$

이차함수 $y = 16x^2 - 8x + 1$ 에서

$$y = 16x^2 - 8x + 1 = (4x-1)^2$$

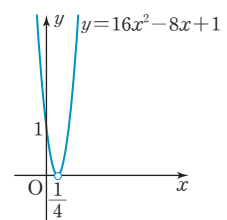
이 이차함수의 그래프에

서 $y > 0$ 인 x 의 값의 범위

는 $x \neq \frac{1}{4}$ 인 모든 실수이

므로 이차부등식의 해는

$$x \neq \frac{1}{4} \text{인 모든 실수}$$

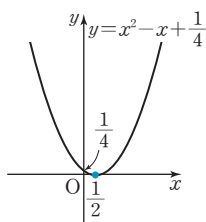


(2) 이차함수 $y = x^2 - x + \frac{1}{4}$ 에서

$$y = x^2 - x + \frac{1}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

이 이차함수의 그래프에서
 $y \leq 0$ 인 x 의 값의 범위는
 $x = \frac{1}{2}$ 이므로 이차부등식
 의 해는

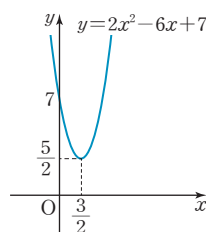
$$x = \frac{1}{2}$$



03 (1) 이차함수 $y = 2x^2 - 6x + 7$ 에서

$$y = 2x^2 - 6x + 7 = 2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{5}{2}$$

이 이차함수의 그래프
 에서 $y \geq 0$ 인 x 의 값의
 범위는 모든 실수이므
 로 이차부등식의 해는
 모든 실수이다.



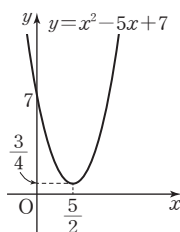
(2) 부등식을 정리하면

$$x^2 - 5x + 7 < 0$$

이차함수 $y = x^2 - 5x + 7$ 에서

$$y = x^2 - 5x + 7 = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$$

이 이차함수의 그래프에서
 $y < 0$ 인 x 의 값의 범위는 없
 으므로 이차부등식의 해는 없
 다.



04 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 5k - 1$ 의 그래프는 아래로
 볼록한 모양이다.

이때 이차부등식

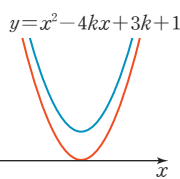
$$x^2 - 4kx + 5k - 1 \geq 0$$

모든 실수가 되려면

$$y = x^2 - 4kx + 5k - 1$$

의 그래프가 오른쪽 그림과 같이 x 축

과 한 점에서 만나거나 x 축보다 위쪽에 있어야 하므
 로 이차방정식 $x^2 - 4kx + 5k - 1 = 0$ 의 판별식 D 는
 $D \leq 0$ 이어야 한다.



$$\frac{D}{4} = (-2k)^2 - 1 \times (5k - 1)$$

$$= 4k^2 - 5k + 1 \leq 0$$

$$\text{즉, } (k-1)(4k-1) \leq 0$$

따라서 구하는 실수 k 의 값의 범위는 $\frac{1}{4} \leq k \leq 1$

05 이차방정식 $x^2 - 2(k+3)x + k + 15 = 0$ 이 서로 다른
 두 실근을 가지려면 이 이차방정식의 판별식 D 는
 $D > 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = \{-(k+3)\}^2 - 1 \times (k+15)$$

$$= k^2 + 5k - 6 > 0$$

$$\text{즉, } (k-1)(k+6) > 0$$

따라서 구하는 실수 k 의 값의 범위는

$$k < -6 \text{ 또는 } k > 1$$

06 폭죽의 높이가 135 m 이상이 되어야 하므로

$$-5t^2 + 60t \geq 135$$

부등식의 양변에 $-\frac{1}{5}$ 를 곱하여 정리하면

$$t^2 - 12t + 27 \leq 0$$

이차함수 $y = t^2 - 12t + 27$ 에서

$$y = t^2 - 12t + 27 = (t-3)(t-9)$$

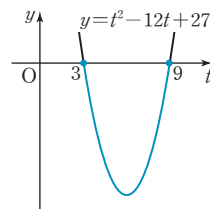
이므로 이 이차함수의 그래

프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 이 그래프에서 $y \leq 0$

인 t 의 값의 범위는

$$3 \leq t \leq 9$$



$$07 \quad (1) \begin{cases} -x+1 < 2 & \dots\dots ① \\ 2x^2+5x-3 \leq 0 & \dots\dots ② \end{cases}$$

부등식 ①을 풀면 $-x < 1$ 에서

$$x > -1$$

부등식 ②를 풀면 $(2x-1)(x+3) \leq 0$ 에서

$$-3 \leq x \leq \frac{1}{2}$$

①, ②의 해를 수직선 위

에 나타내면 오른쪽 그

림과 같다.

따라서 연립부등식의 해는

$$-1 < x \leq \frac{1}{2}$$

$$(2) \begin{cases} 3x^2-3x \geq x-1 & \dots\dots ① \\ -3x^2 < 4x-4 & \dots\dots ② \end{cases}$$

부등식 ①을 정리하면

$$3x^2 - 4x + 1 \geq 0$$

이 부등식을 풀면 $(x-1)(3x-1) \geq 0$ 에서

$$x \leq \frac{1}{3} \text{ 또는 } x \geq 1$$

부등식 ②를 정리하면

$$3x^2 + 4x - 4 > 0$$

이 부등식을 풀면 $(x+2)(3x-2) > 0$ 에서

$$x < -2 \text{ 또는 } x > \frac{2}{3}$$

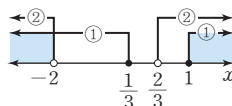
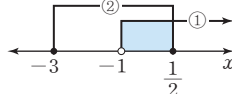
①, ②의 해를 수직선 위

에 나타내면 오른쪽 그

림과 같다.

따라서 연립부등식의 해는

$$x < -2 \text{ 또는 } x \geq 1$$



직사각형 모양의 우리의 넓이가 176 m^2 이상이어야
 하므로 $x(30-x) \geq 176$

따라서 연립부등식으로 나타내면

$$\begin{cases} x > 30-x \\ x(30-x) \geq 176 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x > 30-x & \dots\dots ① \\ x(30-x) \geq 176 & \dots\dots ② \end{cases}$$

부등식 ①을 풀면 $2x > 30$ 에서

$$x > 15$$

부등식 ②를 정리하면

$$x^2 - 30x + 176 \leq 0$$

이 부등식을 풀면 $(x-8)(x-22) \leq 0$ 에서

$$8 \leq x \leq 22$$

①, ②의 해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 연립부등식의 해는

$$15 < x \leq 22$$

따라서 우리의 가로 길이의 최댓값은 22 m이다.

09 새로 만든 수조의 밑면의 가로의 길이, 세로의 길이, 높이는 각각 $(a-4) \text{ m}$, $a \text{ m}$, $(a+6) \text{ m}$ 이므로

$$a-4 > 0$$

새로 만든 수조의 부피가 처음 수조의 부피보다 작아야 하므로

$$a(a-4)(a+6) < a^3$$

즉, 연립부등식으로 나타내면

$$\begin{cases} a-4 > 0 & \dots\dots ① \\ a(a-4)(a+6) < a^3 & \dots\dots ② \end{cases}$$

부등식 ①을 풀면 $a > 4$

부등식 ②를 정리하면

$$2a^2 - 24a < 0$$

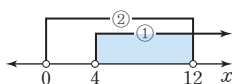
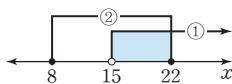
이 부등식을 풀면 $2a(a-12) < 0$ 에서

$$0 < a < 12$$

①, ②의 해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 연립부등식의 해는

$$4 < a < 12$$

따라서 자연수 a 의 최솟값은 5, 최댓값은 11이므로 구하는 합은 16



III 경우의 수

1 경우의 수

01 합의 법칙과 곱의 법칙

149~155쪽

01 진학 관련 도서를 택하는 방법의 수는 3이고, 인문학 관련 도서를 택하는 방법의 수는 4이므로 구하는 방법의 수는 합의 법칙에 따라 $3+4=7$

02 x, y 가 음이 아닌 정수이므로 부등식 $2x+y < 6$ 을 만족시키는 $2x+y$ 의 값은 0, 1, 2, 3, 4, 5이다.

이때 각 경우의 순서쌍 (x, y) 는

(i) $2x+y=0$ 일 때, $(0, 0)$ 의 1개

(ii) $2x+y=1$ 일 때, $(0, 1)$ 의 1개

(iii) $2x+y=2$ 일 때, $(0, 2), (1, 0)$ 의 2개

(iv) $2x+y=3$ 일 때, $(0, 3), (1, 1)$ 의 2개

(v) $2x+y=4$ 일 때, $(0, 4), (1, 2), (2, 0)$ 의 3개

(vi) $2x+y=5$ 일 때, $(0, 5), (1, 3), (2, 1)$ 의 3개

(i)~(vi)에서 구하는 순서쌍 (x, y) 의 개수는 합의 법칙에 따라

$$1+1+2+2+3+3=12$$

03 500원인 볼펜을 x 자루, 1500원인 볼펜을 y 자루 구매한다고 할 때, 그 금액의 합이 3500원 이하이므로

$$500x + 1500y \leq 3500, \text{ 즉 } x + 3y \leq 7$$

$\dots\dots ①$

이때 2종류의 볼펜을 적어도 1자루씩 구매해야 하므로 x, y 는 자연수이다.

따라서 부등식 ①을 만족시키는 자연수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 는

(i) $y=1$ 일 때,

$(1, 1), (2, 1), (3, 1), (4, 1)$ 의 4개

(ii) $y=2$ 일 때,

$(1, 2)$ 의 1개

(i), (ii)에서 구하는 순서쌍 (x, y) 의 개수는 합의 법칙에 따라 $4+1=5$

04 지점 A에서 지점 B로 가는 방법의 수는 2이고, 그 각 각에 대하여 지점 B에서 지점 C로 가는 방법의 수는 5이다.

따라서 구하는 방법의 수는 곱의 법칙에 따라

$$2 \times 5 = 10$$

05 지점 A에서 지점 B를 거쳐 지점 C로 가는 방법의 수는 $3 \times 3 = 9$

지점 A에서 지점 D를 거쳐 지점 C로 가는 방법의 수는

$$2 \times 3 = 6$$

따라서 지점 A에서 지점 C로 가는 방법의 수는 합의 법칙에 따라 $9+6=15$

- 06 주사위 A에서 홀수의 눈의 수가 나오는 경우는 1, 3, 5의 3가지이고, 주사위 B에서 5 이하의 눈의 수가 나오는 경우는 1, 2, 3, 4, 5의 5가지이다.

따라서 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 따라
 $3 \times 5 = 15$

- 07 (1) 144를 소인수분해하면 $144 = 2^4 \times 3^2$
 2^4 의 약수는 1, 2, 2^2 , 2^3 , 2^4 의 5개
 3^2 의 약수는 1, 3, 3^2 의 3개
 2^4 의 약수는 5개이고, 그 각각에 대하여 3^2 의 약수 3개를 곱하면 모두 144의 약수가 된다.
 따라서 144의 약수의 개수는 곱의 법칙에 따라
 $5 \times 3 = 15$

- (2) 540을 소인수분해하면 $540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$
 2^2 의 약수는 1, 2, 2^2 의 3개
 3^3 의 약수는 1, 3, 3^2 , 3^3 의 4개
 5 의 약수는 1, 5의 2개
 2^2 의 약수는 3개이고, 그 각각에 대하여 3^3 의 약수 4개, 5의 약수 2개를 곱하면 모두 540의 약수가 된다.
 따라서 540의 약수의 개수는 곱의 법칙에 따라
 $3 \times 4 \times 2 = 24$

- 08 (1) $(a+b+c)(p+q)(x+y+z)$ 에서 세 다항식 $a+b+c$, $p+q$, $x+y+z$ 의 항의 개수는 각각 a , b , c 의 3개, p , q 의 2개, x , y , z 의 3개이다.
 따라서 모든 항의 개수는 곱의 법칙에 따라
 $3 \times 2 \times 3 = 18$

- (2) s 를 포함해야 하므로
 $(a+b)(p+q+r+s)(x+y)$ 에서 세 다항식을 $a+b$, s , $x+y$ 로 생각하면 각 다항식의 항의 개수는 각각 a , b 의 2개, s 의 1개, x , y 의 2개이다.
 따라서 s 를 포함한 항의 개수는 곱의 법칙에 따라
 $2 \times 1 \times 2 = 4$

02 순열

156~161쪽

- 01 (1) ${}_9P_2 = 9 \times 8 = 72$
 (2) ${}_{10}P_3 = 10 \times 9 \times 8 = 720$
 (3) ${}_8P_1 = 8$
- 02 (1) 구하는 경우의 수는 동호회 회원 9명 중에서 3명을 택하는 순열의 수와 같으므로
 ${}_9P_3 = 9 \times 8 \times 7 = 504$
 (2) 구하는 방법의 수는 서로 다른 미술 작품 7개 중에서 4개를 택하는 순열의 수와 같으므로
 ${}_7P_4 = 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$
- 03 (1) ${}_5P_5 = 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$
 (2) $4! \times 0! = (4 \times 3 \times 2 \times 1) \times 1 = 24$
 (3) ${}_7P_0 = 1$

- 04 (1) 구하는 경우의 수는 서로 다른 놀이기구 3개를 순서를 생각하여 일렬로 나열하는 순열의 수와 같으므로

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

- (2) 구하는 경우의 수는 서로 다른 교육 동영상 7편을 순서를 생각하여 일렬로 나열하는 순열의 수와 같으므로

$$7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$$

- 05 (1) 자음 F, V, R, T를 하나로 묶으면 8개의 문자는 5개로 생각할 수 있다.

이 5개의 문자를 일렬로 나열하는 방법의 수는

$$5! = 120$$

그 각각에 대하여 자음 F, V, R, T의 자리를 바꾸어 나열하는 방법의 수는 $4! = 24$

따라서 구하는 방법의 수는 곱의 법칙에 따라

$$120 \times 24 = 2880$$

- (2) 자음, 모음의 순서로 교대로 나열하는 방법의 수는

$$4! \times 4! = 24 \times 24 = 576$$

모음, 자음의 순서로 교대로 나열하는 방법의 수는

$$4! \times 4! = 24 \times 24 = 576$$

따라서 구하는 방법의 수는 합의 법칙에 따라

$$576 + 576 = 1152$$

- 06 수입 과일 3종류를 하나로 묶으면 모든 과일의 종류는 $(n+1)$ 종류로 생각할 수 있다.

이 $(n+1)$ 종류의 과일을 일렬로 배열하는 방법의 수는 $(n+1)!$

그 각각에 대하여 수입 과일 3종류의 자리를 바꾸어 배열하는 방법의 수는 $3! = 6$

이때 수입 과일끼리 이웃하게 배열하는 방법의 수가 144이므로

$$(n+1)! \times 6 = 144, (n+1)! = 24 = 4!$$

따라서 $n+1=4$ 이므로 $n=3$

03 조합

162~168쪽

- 01 (1) ${}_5C_2 = \frac{{}_5P_2}{2!} = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$
 (2) ${}_{10}C_4 = \frac{{}_{10}P_4}{4!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 210$
 (3) ${}_8C_0 = 1$

- 02 ${}_nC_3 = \frac{{}_nP_3}{3!} = \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \times 2 \times 1} = 35$ 이므로
 $n(n-1)(n-2) = 210 = 7 \times 6 \times 5$
 따라서 $n=7$

- 03 (1) 구하는 방법의 수는 서로 다른 컵케이크 8개 중에서 3개를 택하는 조합의 수와 같으므로

$${}_8C_3 = \frac{{}_8P_3}{3!} = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$$

- (2) 구하는 방법의 수는 학생 10명 중에서 5명을 택하는 조합의 수와 같으므로

$${}_{10}C_5 = \frac{{}_{10}P_5}{5!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 252$$

- 04 서로 다른 디저트 6개 중에서 3개를 선택하는 경우의

$$\text{수는 } {}_6C_3 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$$

- 서로 다른 음료 5잔 중에서 3잔을 선택하는 경우의 수는

$${}_5C_3 = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$$

- 따라서 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 따라

$$20 \times 10 = 200$$

- 05 (1) 간격 하나의 길이를 a 라고 하면

한 변의 길이가 a 인 정사각형의 개수는

$$3 \times 5 = 15$$

한 변의 길이가 $2a$ 인 정사각형의 개수는

$$4 \times 2 = 8$$

한 변의 길이가 $3a$ 인 정사각형의 개수는

$$3 \times 1 = 3$$

따라서 정사각형의 개수는 $15 + 8 + 3 = 26$

- (2) 직사각형을 만들기 위해서는 가로 방향의 평행한 직선 4개 중에서 2개를 택하고, 세로 방향의 평행한 직선 6개 중에서 2개를 택해야 한다.

가로 방향의 평행한 직선 4개 중에서 2개를 택하는

$$\text{경우의 수는 } {}_4C_2 = 6$$

세로 방향의 평행한 직선 6개 중에서 2개를 택하는

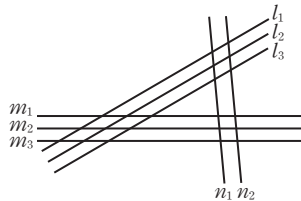
$$\text{경우의 수는 } {}_6C_2 = 15$$

즉, 직사각형의 개수는 $6 \times 15 = 90$

따라서 정사각형이 아닌 직사각형의 개수는

$$90 - 26 = 64$$

- 06 다음 그림과 같이 평행한 직선 3개, 3개, 2개를 각각 $l_1, l_2, l_3, m_1, m_2, m_3, n_1, n_2$ 라고 하자.



- (i) l_1, l_2, l_3 중에서 2개를 택하고, m_1, m_2, m_3 중에서 2개를 택하는 방법의 수는

$${}_3C_2 \times {}_3C_2 = 3 \times 3 = 9$$

- (ii) m_1, m_2, m_3 중에서 2개를 택하고, n_1, n_2 중에서 2개를 택하는 방법의 수는

$${}_3C_2 \times {}_2C_2 = 3 \times 1 = 3$$

- (iii) n_1, n_2 중에서 2개를 택하고, l_1, l_2, l_3 중에서 2개를 택하는 방법의 수는

$${}_2C_2 \times {}_3C_2 = 1 \times 3 = 3$$

- (i), (ii), (iii)에서 구하는 평행사변형의 개수는

$$9 + 3 + 3 = 15$$

07 방법 1

$$r \times {}_nC_r = r \times \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$= \frac{n!}{(r-1)!(n-r)!}$$

$$n \times {}_{n-1}C_{r-1} = n \times \frac{(n-1)!}{(r-1)! \{(n-1)-(r-1)\}!}$$

$$= n \times \frac{(n-1)!}{(r-1)!(n-r)!}$$

$$= \frac{n!}{(r-1)!(n-r)!}$$

따라서 $r \times {}_nC_r = n \times {}_{n-1}C_{r-1}$

방법 2

n 명 중에서 회장 1명을 포함하여 임원 r 명을 뽑는 경우의 수는 다음과 같이 두 가지 방법으로 생각할 수 있다.

- (i) 회장 1명을 r 명 중에서 뽑는 경우

n 명 중에서 r 명을 뽑는 경우의 수는 ${}_nC_r$ 이고, 뽑

힌 임원 r 명 중에서 회장 1명을 뽑는 경우의 수는

r 이므로 구하는 경우의 수는

$$r \times {}_nC_r$$

- (ii) 회장 1명을 처음 n 명 중에서 먼저 뽑는 경우

n 명 중에서 회장 1명을 뽑는 경우의 수는 n 이고,

나머지 $(n-1)$ 명 중에서 임원 $(r-1)$ 명을 뽑는

경우의 수는 ${}_{n-1}C_{r-1}$ 이므로 구하는 경우의 수는

$$n \times {}_{n-1}C_{r-1}$$

따라서 $r \times {}_nC_r = n \times {}_{n-1}C_{r-1}$

IV 행렬

1 행렬

01 행렬의 뜻

181~186쪽

01 (1) 행렬 $\begin{pmatrix} 1 & -3 & -2 \\ 2 & 5 & 1 \\ -4 & 10 & 6 \end{pmatrix}$ 은 3×3 행렬이고, 행의 개수와 열의 개수가 3으로 같으므로 삼차정사각행렬이다.

(2) 행렬 $\begin{pmatrix} 3 & -8 \\ 20 & 17 \\ -11 & 5 \end{pmatrix}$ 는 3×2 행렬이다.

(3) 행렬 $\begin{pmatrix} 7 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}$ 는 3×1 행렬이다.

02 (1) $a_{ij} = i + j - 3$ 에 $i = 1, 2, j = 1, 2$ 를 차례로 대입하면

$$a_{11} = 1 + 1 - 3 = -1, a_{12} = 1 + 2 - 3 = 0, \\ a_{21} = 2 + 1 - 3 = 0, a_{22} = 2 + 2 - 3 = 1$$

따라서

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(2) $a_{ij} = (i+1)(j+1) - 2$ 에 $i = 1, 2, j = 1, 2$ 를 차례로 대입하면

$$a_{11} = (1+1) \times (1+1) - 2 = 2, \\ a_{12} = (1+1) \times (2+1) - 2 = 4, \\ a_{21} = (2+1) \times (1+1) - 2 = 4, \\ a_{22} = (2+1) \times (2+1) - 2 = 7$$

따라서

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$$

03 $a_{ij} = \begin{cases} i+j & (i \geq j) \\ i-j & (i < j) \end{cases}$ 에 $i = 1, 2, 3, j = 1, 2, 3$ 을 차례로 대입하면

$$a_{11} = 1 + 1 = 2, a_{12} = 1 - 2 = -1, \\ a_{13} = 1 - 3 = -2, a_{21} = 2 + 1 = 3, \\ a_{22} = 2 + 2 = 4, a_{23} = 2 - 3 = -1, \\ a_{31} = 3 + 1 = 4, a_{32} = 3 + 2 = 5, \\ a_{33} = 3 + 3 = 6$$

따라서

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 3 & 4 & -1 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

04 (1) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ 이므로 $a_{23} = 2$

(2) 예 공기 청정기의 가격과 필터 교체 주기가 다음 표와 같을 때 3×2 행렬로 나타낼 수 있다.

항목 공기 청정기	가격 (만 원)	필터 교체 주기(개월)
가	23	8
나	45	12
다	18	6

 $\begin{pmatrix} 23 & 8 \\ 45 & 12 \\ 18 & 6 \end{pmatrix}$

05 (1) 두 행렬이 서로 같으면 대응하는 성분이 각각 같으므로

$$4 = x - y, y + 10 = 3$$

따라서 $x = -3, y = -7$

(2) 두 행렬이 서로 같으면 대응하는 성분이 각각 같으므로

$$x - y = -x, x - 2 = 1 - y$$

따라서 $x = 1, y = 2$

02 행렬의 연산

187~198쪽

01 (1) $\begin{pmatrix} 10 \\ -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -8 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 + (-8) \\ -4 + 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$

(2) $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 6 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 + (-1) & 2 + 2 \\ 6 + (-3) & 3 + 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$

(3) $\begin{pmatrix} 7 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 - 2 & -1 - (-5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 4 \end{pmatrix}$

(4) $\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 4 & 13 \\ -2 & 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 3 & -8 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 - (-1) & 2 - 4 \\ 4 - 3 & 13 - (-8) \\ -2 - 5 & 7 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 1 & 21 \\ -7 & 6 \end{pmatrix}$

02 7월과 8월의 2개월 동안 분양한 반려동물의 수를 행렬로 나타내면

$$\begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 12 & 7 \\ 10 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 + 12 & 5 + 7 \\ 5 + 10 & 3 + 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 & 12 \\ 15 & 11 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} 03 \quad (1) -A &= \begin{pmatrix} -9 & 2 \\ 4 & -11 \end{pmatrix} \\ (2) A-O &= A = \begin{pmatrix} 9 & -2 \\ -4 & 11 \end{pmatrix} \\ (3) O-A &= O+(-A) = -A = \begin{pmatrix} -9 & 2 \\ 4 & -11 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 04 \quad (1) X &= \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 2 & 8 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2-(-3) & -2-5 \\ -1-2 & 3-8 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 5 & -7 \\ -3 & -5 \end{pmatrix} \\ (2) X &= \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 6 & 9 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 7-3 & 2-(-1) \\ 4-6 & -1-9 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -10 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 05 \quad (1) 2A &= \begin{pmatrix} 2 \times 8 & 2 \times (-1) \\ 2 \times (-5) & 2 \times 2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 16 & -2 \\ -10 & 4 \end{pmatrix} \\ (2) -4A &= \begin{pmatrix} (-4) \times 8 & (-4) \times (-1) \\ (-4) \times (-5) & (-4) \times 2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -32 & 4 \\ 20 & -8 \end{pmatrix} \\ (3) 0A &= \begin{pmatrix} 0 \times 8 & 0 \times (-1) \\ 0 \times (-5) & 0 \times 2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ (4) -3(-A) &= -3 \begin{pmatrix} -8 & 1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} (-3) \times (-8) & (-3) \times 1 \\ (-3) \times 5 & (-3) \times (-2) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 24 & -3 \\ -15 & 6 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 06 \quad (1) 3A-2(A-B) &= 3A-2A+2B \\ &= A+2B \\ &= \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 12 & 4 \\ 6 & -2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 14 & 3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) -2(-A+B)+3(A+B) &= 2A-2B+3A+3B \\ &= 5A+B \\ &= 5 \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 10 & -5 \\ 5 & 15 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 16 & -3 \\ 8 & 14 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 07 \quad (1) 5X+2A &= 3X+4B \text{에서} \\ 2X &= -2A+4B \text{이므로} \\ X &= -A+2B \\ &= - \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -4 & -1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 10 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -2 & 9 \\ -3 & -1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) 3(X+A) &= 2(X-B)+A \text{에서} \\ 3X+3A &= 2X-2B+A \text{이므로} \\ X &= -2A-2B \\ &= -2 \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -8 & -2 \\ 2 & -6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 10 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -10 & -12 \\ 6 & -8 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 08 \quad (1) \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} &= (2 \times 3 + 5 \times (-1)) \\ &= (1) \end{aligned}$$

(2) 예 두 행렬의 곱셈에서 앞쪽 행렬의 열의 개수는 2이고, 뒤쪽 행렬의 행의 개수는 1이므로 행렬의 곱셈이 불가능하다.

$$\begin{aligned} (3) \begin{pmatrix} -4 & 6 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} &= ((-4) \times 2 + 6 \times (-5)) \quad ((-4) \times 3 + 6 \times 2) \\ &= (-38 \quad 0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 09 \quad (1) AB &= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \\ BA &= \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -4 & 6 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \\ \text{따라서 } AB &\neq BA \end{aligned}$$

$$(2) AB = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$$

$$BA = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$$

따라서 $AB=BA$

$$(3) AB = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -10 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 10 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

따라서 $AB=O$

$$10 \quad \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & x \\ y & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+8y & 2x+16 \\ 1+4y & x+8 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{즉, } \begin{pmatrix} 2+8y & 2x+16 \\ 1+4y & x+8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \text{이므로}$$

$$2+8y=0, 2x+16=0,$$

$$1+4y=0, x+8=0$$

$$\text{따라서 } x=-8, y=-\frac{1}{4}$$

$$11 \quad (1) -E^2 = -EE$$

$$= -\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= -\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = -E$$

$$(2) E^2 = E \text{이므로}$$

$$(-E)^4 = E^4 = E^2 E^2$$

$$= EE = E^2$$

$$= E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(3) E^2 = E \text{이므로}$$

$$E^3 = E^2 E = EE = E^2 = E,$$

$$E^5 = E^3 E^2 = EE = E^2 = E,$$

$$E^{10} = E^5 E^5 = EE = E^2 = E$$

따라서

$$E^{20} = E^{10} E^{10} = EE = E^2$$

$$= E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

시험 대비 대단원 TEST

I. 다항식

234~236쪽

$$01 \quad 5x^2 + 17xy - 7y^2 \quad 02 \quad ④ \quad 03 \quad \frac{3\sqrt{3}}{2} \quad 04 \quad 16$$

$$05 \quad ⑤ \quad 06 \quad \text{몫: } x-1, \text{ 나머지: } 1$$

$$07 \quad a=4, b=5 \quad 08 \quad a=-1, b=2, c=-1$$

$$09 \quad -x-1 \quad 10 \quad -6 \quad 11 \quad ①$$

$$12 \quad (x^2-7x+2)(x^2-7x+20) \quad 13 \quad ④$$

$$14 \quad -1 \quad 15 \quad (1) a=0, b=1 \quad (2) x^4+x^2+1$$

$$16 \quad x=y \text{인 이등변삼각형}$$

$$17 \quad (1) 12 \quad (2) 2x^2-7x-4 \quad 18 \quad 1210000$$

$$01 \quad 2A-X=B \text{에서}$$

$$X=2A-B$$

$$= 2(2x^2+5xy-y^2) - (-x^2-7xy+5y^2)$$

$$= (4x^2+10xy-2y^2) + (x^2+7xy-5y^2)$$

$$= (4+1)x^2 + (10+7)xy + (-2-5)y^2$$

$$= 5x^2 + 17xy - 7y^2$$

$$02 \quad ④ \quad (x-2)^3 = x^3 - 3 \times x^2 \times 2 + 3 \times x \times 2^2 - 2^3$$

$$= x^3 - 6x^2 + 12x - 8$$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

$$03 \quad \frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3} = \frac{x^3+y^3}{x^3y^3} = \frac{(x+y)^3-3xy(x+y)}{(xy)^3}$$

$$= \frac{(2\sqrt{3})^3 - 3 \times 2 \times 2\sqrt{3}}{2^3}$$

$$= \frac{24\sqrt{3} - 12\sqrt{3}}{8} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$04 \quad \text{직육면체의 세 모서리의 길이를 각각 } a, b, c \text{라고 하면}$$

$$2(ab+bc+ca)=10, \sqrt{a^2+b^2+c^2}=\sqrt{6} \text{이므로}$$

$$ab+bc+ca=5, a^2+b^2+c^2=6$$

$$\text{이때 } (a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca) \text{이므로}$$

$$(a+b+c)^2 = 6+2 \times 5 = 16$$

$$\text{그런데 } a+b+c > 0 \text{이므로 } a+b+c=4$$

따라서 모든 모서리의 길이의 합은

$$4(a+b+c) = 4 \times 4 = 16$$

$$05 \quad (x+1)^3 - (x-1)^3$$

$$= (x^3+3x^2+3x+1) - (x^3-3x^2+3x-1)$$

$$= (x^3+3x^2+3x+1) + (-x^3+3x^2-3x+1)$$

$$= (1-1)x^3 + (3+3)x^2 + (3-3)x + (1+1)$$

$$= 6x^2 + 2$$

$$= 6 \times (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 + 2$$

$$= 6 \times (5 + 2\sqrt{6}) + 2$$

$$= 32 + 12\sqrt{6}$$

따라서 ⑤이다.

06 $3x^3+2x^2-3x-1=A(3x-1)+x-2$ 이므로
 $A(3x-1)$
 $= (3x^3+2x^2-3x-1) - (x-2)$
 $= (3x^3+2x^2-3x-1) + (-x+2)$
 $= 3x^3+2x^2+(-3-1)x+(-1+2)$
 $= 3x^3+2x^2-4x+1$

이때 $A=(3x^3+2x^2-4x+1) \div (3x-1)$ 이므로

$$\begin{array}{r} x^2 + x - 1 \\ 3x-1 \overline{) 3x^3+2x^2-4x+1} \\ \underline{3x^3 - x^2} \\ 3x^2-4x \\ \underline{3x^2 - x} \\ -3x+1 \\ \underline{-3x+1} \\ 0 \end{array}$$

즉, $A=x^2+x-1$ 이므로

다항식 x^2+x-1 을 $x+2$ 로 나누면

$$\begin{array}{r} x-1 \\ x+2 \overline{) x^2+x-1} \\ \underline{x^2+2x} \\ -x-1 \\ \underline{-x-2} \\ 1 \end{array}$$

따라서 구하는 몫은 $x-1$ 이고 나머지는 1이다.

07 $2x^3+ax^2+bx+3$ 을 x^2+x+1 로 나누었을 때, 몫을 $cx+d$ (c, d 는 실수)라고 하면

$$\begin{aligned} 2x^3+ax^2+bx+3 \\ = (x^2+x+1)(cx+d)+x+1 \end{aligned}$$

등식의 우변을 정리하면

$$\begin{aligned} 2x^3+ax^2+bx+3 \\ = cx^3+(c+d)x^2+(c+d+1)x+(d+1) \end{aligned}$$

항등식의 성질을 이용하여 양변의 동류항을 비교하면

$$2=c, a=c+d, b=c+d+1, 3=d+1$$

이 식을 풀면 $a=4, b=5, c=2, d=2$

따라서 $a=4, b=5$

08 등식의 양변에 $x=-1, x=0, x=1$ 을 각각 대입하면
 $-a+b=3, b=c+3, 2+a+b=3$

이 식을 풀면

$$a=-1, b=2, c=-1$$

09 다항식 $P(x)$ 를 x^2-4 로 나누었을 때 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b 는 실수)라고 하면

$$\begin{aligned} P(x) &= (x^2-4)Q(x)+ax+b \\ &= (x+2)(x-2)Q(x)+ax+b \end{aligned}$$

나머지 정리에 따라 $P(-2)=1, P(2)=-3$ 이므로

$$P(-2)=-2a+b=1, P(2)=2a+b=-3$$

이 식을 풀면 $a=-1, b=-1$

따라서 구하는 나머지는 $-x-1$

10 인수 정리에 따라 $P(1)=0, P(-1)=0$ 이므로
 $P(1)=1+a+b+4=0$ 에서

$$a+b+5=0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$P(-1)=-1+a-b+4=0$ 에서

$$a-b+3=0 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하여 풀면

$$a=-4, b=-1$$

따라서 $P(x)=x^3-4x^2-x+4$ 이므로 $P(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때, 나머지는

$$P(2)=8-16-2+4=-6$$

11 $2025=x$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} \frac{2025^3-1}{2025 \times 2026+1} &= \frac{x^3-1}{x(x+1)+1} \\ &= \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^2+x+1} \\ &= x-1 \\ &= 2025-1 \\ &= 2024 \end{aligned}$$

따라서 ①이다.

$$\begin{aligned} 12 \quad & (x-2)(x-3)(x-4)(x-5)-80 \\ &= (x-2)(x-5)(x-3)(x-4)-80 \\ &= (x^2-7x+10)(x^2-7x+12)-80 \end{aligned}$$

이때 $x^2-7x=X$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} & (x^2-7x+10)(x^2-7x+12)-80 \\ &= (X+10)(X+12)-80 \\ &= (X^2+22X+120)-80 \\ &= X^2+22X+40 \\ &= (X+2)(X+20) \\ &= (x^2-7x+2)(x^2-7x+20) \end{aligned}$$

13 $P(x)=x^4-x^3-7x^2+x+6$ 이라고 하면

$$\textcircled{1} P(-1)=0$$

$$\textcircled{2} P(1)=0$$

$$\textcircled{3} P(-2)=0$$

$$\textcircled{4} P(-3)=48$$

$$\textcircled{5} P(3)=0$$

따라서 인수가 아닌 것은 ④이다.

14 다항식 $P(x)$ 를 x^2-x-6 으로 나누었을 때, 몫을 $Q(x)$ 라고 하면

$$\begin{aligned} P(x) &= (x^2-x-6)Q(x)+2x+3 \\ &= (x+2)(x-3)Q(x)+2x+3 \end{aligned}$$

나머지 정리에 따라

$$P(-2)=-1$$

20%

$P(3x-5)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때, 나머지는

$$P(3 \times 1-5)=P(-2)$$

따라서 구하는 나머지는 -1 이다.

60%

15 (1) 나머지 정리에 따라 $Q(-1)=b, Q(1)=b$ 이므로

$$1-a=b, 1+a=b$$

이 식을 풀면

$$a=0, b=1$$

50%

$$(2) Q(x) - b = x^6 - 1 \text{이므로}$$

$$x^6 - 1 = (x^2)^3 - 1$$

$$= (x^2 - 1)(x^4 + x^2 + 1)$$

따라서 구하는 몫은

$$x^4 + x^2 + 1$$

● 50%

$$16 \quad x^3 + (y-z)x^2 - y^2x + y^2(z-y)$$

$$= x^3 + yx^2 - zx^2 - y^2x + y^2z - y^3$$

$$= x^2(x+y-z) - y^2(x+y-z)$$

$$= (x^2 - y^2)(x+y-z)$$

$$= (x+y)(x-y)(x+y-z)$$

$$= 0$$

● 60%

이때 삼각형의 세 변의 길이 x, y, z 에 대하여 $x+y \neq 0, x+y > z$ 이므로 $x-y=0$ 이다.

즉, $x=y$

● 20%

따라서 주어진 조건을 만족시키는 삼각형은 $x=y$ 인 이등변삼각형이다.

● 20%

$$17 \quad (1) \text{ 인수 정리에 따라 } P(3)=0 \text{이므로}$$

$$P(3) = 2 \times 3^3 - 13 \times 3^2 + 17 \times 3 + a = 0$$

즉, $-12 + a = 0$ 이므로

$$a = 12$$

● 50%

(2) $P(x) = 2x^3 - 13x^2 + 17x + 12$ 이고, 이 다항식은 $x-3$ 을 인수로 가지므로 다음과 같이 조립제법을 이용하여 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & 2 & -13 & 17 & 12 \\ & & 6 & -21 & -12 \\ \hline & 2 & -7 & -4 & 0 \end{array}$$

$$\text{즉, } P(x) = (x-3)(2x^2 - 7x - 4)$$

● 40%

따라서 구하는 몫은

$$2x^2 - 7x - 4$$

● 10%

18 $P(x) = x^3 - 4x^2 - 28x - 32$ 에서 $P(x) = 0$ 이 되는 x 의 값은 $\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8, \pm 16, \pm 32$ 중 하나이다.

이때 $x = -2$ 를 $P(x)$ 에 대입하면 $P(-2) = 0$ 이므로 $x+2$ 는 $P(x)$ 의 인수이다.

● 20%

다음과 같이 조립제법을 이용하여 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & -4 & -28 & -32 \\ & & -2 & 12 & 32 \\ \hline & 1 & -6 & -16 & 0 \end{array}$$

$$\text{즉, } P(x) = (x+2)(x^2 - 6x - 16)$$

$$= (x+2)(x+2)(x-8)$$

$$= (x+2)^2(x-8)$$

● 40%

위 식에 $x=108$ 을 대입하면

$$P(108) = 110^2 \times 100$$

$$= 12100 \times 100$$

$$= 1210000$$

● 40%

II. 방정식과 부등식

237~239쪽

$$01 \quad a = \frac{2}{13}, b = -\frac{3}{13}$$

$$02 \quad -6 - 13i$$

$$03 \quad ⑤$$

$$04 \quad (1) \frac{76}{3} \quad (2) 1$$

$$05 \quad ②$$

$$06 \quad ①$$

$$07 \quad 16$$

$$08 \quad ③$$

$$09 \quad 21$$

$$10 \quad a < -9$$

$$11 \quad ⑤$$

$$12 \quad a=6, b=8$$

$$13 \quad 0$$

$$14 \quad 13$$

$$15 \quad \frac{1}{4} \leq k < \frac{11}{3}$$

$$16 \quad a=5, b=1800$$

$$17 \quad \text{풀이 참고}$$

$$18 \quad 0 < a < 20$$

$$01 \quad \frac{1}{2-3i} = \frac{2+3i}{(2-3i)(2+3i)} = \frac{2}{13} + \frac{3}{13}i$$

$$\text{따라서 } \overline{a+bi} = a-bi = \frac{2}{13} - \frac{3}{13}i \text{이므로}$$

$$a = \frac{2}{13}, b = -\frac{3}{13}$$

$$02 \quad \overline{z_1} = 1-2i, \overline{z_3} = -1-4i \text{이므로}$$

$$\overline{z_1} + \overline{z_2 z_3} = 1-2i + (3-i)(-1-4i)$$

$$= 1-2i-7-11i$$

$$= -6-13i$$

$$03 \quad \text{이차방정식을 정리하면 } x^2 - (2a-1)x + a^2 - 2 = 0$$

이차방정식의 판별식 D 에서

$$D = \{-(2a-1)\}^2 - 4 \times 1 \times (a^2 - 2)$$

$$= -4a + 9 = 0$$

$$\text{따라서 } a = \frac{9}{4} \text{이므로 } ⑤ \text{이다.}$$

$$04 \quad \text{이차방정식의 근과 계수의 관계에서}$$

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 3$$

$$(1) \left(\alpha^3 + \frac{1}{\beta}\right) \left(\beta^3 + \frac{1}{\alpha}\right)$$

$$= \alpha^3\beta^3 + \alpha^2 + \beta^2 + \frac{1}{\alpha\beta}$$

$$= (\alpha\beta)^3 + \{(\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta\} + \frac{1}{\alpha\beta}$$

$$= 3^3 + (2^2 - 2 \times 3) + \frac{1}{3} = \frac{76}{3}$$

$$(2) x^2 - 2x + 3 = 0 \text{의 두 근이 } \alpha, \beta \text{이므로}$$

$$\alpha^2 - 2\alpha + 3 = 0, \beta^2 - 2\beta + 3 = 0$$

$$\text{즉, } \alpha^2 + 3 = 2\alpha, \beta^2 + 3 = 2\beta$$

$$\text{따라서 } \frac{3}{\alpha^2 + 3} + \frac{3}{\beta^2 + 3} = \frac{3}{2\alpha} + \frac{3}{2\beta}$$

$$= \frac{3(\alpha + \beta)}{2\alpha\beta}$$

$$= \frac{3 \times 2}{2 \times 3} = \frac{6}{6} = 1$$

$$05 \quad \text{이차방정식 } -x^2 + 2kx - 4k^2 = 2x, \text{ 즉}$$

$$x^2 - 2(k-1)x + 4k^2 = 0 \text{의 판별식 } D \text{에서}$$

$$\frac{D}{4} = \{-(k-1)\}^2 - 1 \times 4k^2$$

$$= -3k^2 - 2k + 1$$

이때 접하려면 $D=0$ 이어야 하므로
 $-3k^2-2k+1=0, (k+1)(3k-1)=0$
 즉, $k=-1$ 또는 $k=\frac{1}{3}$
 그런데 k 는 양수이므로 $k=\frac{1}{3}$
 따라서 ②이다.

06 $1 \leq x \leq 3$ 에서 이차함수
 $y=x^2-4x+1=(x-2)^2-3$
 의 최솟값은 $x=2$ 일 때 -3 이므로 $a=-3$
 $1 \leq x \leq 3$ 에서 이차함수
 $y=-2x^2+x=-2\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{1}{8}$
 의 최댓값은 $x=\frac{1}{4}$ 일 때 $\frac{1}{8}$ 이므로 $b=-1$
 따라서 $a-b=-2$ 이므로 ①이다.

07 삼차방정식을 정리하여 인수분해하면
 $x^3+2x^2-6x+3=0,$
 $(x-1)(x^2+3x-3)=0$
 즉, $x-1=0$ 또는 $x^2+3x-3=0$
 $\alpha=1$ 이라고 하면 이차방정식 $x^2+3x-3=0$ 에서
 근과 계수의 관계에 의해
 $\beta+\gamma=-3, \beta\gamma=-3$
 따라서
 $a^2+\beta^2+\gamma^2=a^2+\{(\beta+\gamma)^2-2\beta\gamma\}$
 $=1^2+\{(-3)^2-2 \times (-3)\}$
 $=16$

08 $x^2+2x=X$ 로 놓으면
 $(X+5)(X-4)+8=0$
 $X^2+X-12=0$
 $(X-3)(X+4)=0$
 즉, $X=3$ 또는 $X=-4$ 이므로
 $x^2+2x-3=0$ 또는 $x^2+2x+4=0$
 이차방정식 $x^2+2x-3=0$ 은 서로 다른 두 실근을 가지므로 근과 계수의 관계에서
 $\alpha+\beta=-2$
 이차방정식 $x^2+2x+4=0$ 은 서로 다른 두 허근을 가지므로 근과 계수의 관계에서
 $\gamma\delta=4$
 따라서 $\alpha+\beta+2\gamma\delta=6$ 이므로 ③이다.

09 문제의 연립부등식은 $\begin{cases} 2(x-2) \leq x+4 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ x+4 < 3x-6 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$
 의 꼴로 나타낼 수 있다.
 부등식 ①을 풀면 $2x-4 \leq x+4$ 에서 $x \leq 8$
 부등식 ②를 풀면 $-2x < -10$ 에서 $x > 5$
 즉, 연립부등식의 해는 $5 < x \leq 8$
 따라서 정수 x 가 될 수 있는 모든 값의 합은
 $6+7+8=21$

10 이차부등식의 해가 모든 실수이므로 $a < 0$
 또 이차방정식 $ax^2-6x+(a+8)=0$ 의 판별식 D 는
 $D < 0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4}=(-3)^2-a(a+8)<0$$

$$a^2+8a-9>0, (a+9)(a-1)>0$$

따라서 $a < -9$ 또는 $a > 1$
 그런데 $a < 0$ 이므로 $a < -9$

11 부등식 $|x+2| < 3$ 에서 $-3 < x+2 < 3$ 이므로
 $-5 < x < 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$
 부등식 $x^2-5x-14 < 0$ 에서 $(x+2)(x-7) < 0$ 이므로
 $-2 < x < 7 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $-2 < x < 1$
 즉, $\alpha=-2, \beta=1$ 이므로 $\alpha+\beta=-1$
 따라서 ⑤이다.

12 이차방정식 $x^2-ax+b=0$ 의 한 근이 4이므로
 $16-4a+b=0, 4a-b=16$
 이차방정식 $x^2-x-a=0$ 의 한 근이 3이므로
 $9-3-a=0, a=6$
 따라서 $a=6, b=8$

13 $z^2=\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{1+2i-1}{2}=\frac{2i}{2}=i,$
 $z^4=(z^2)^2=i^2=-1,$
 $z^6=z^2 \times z^4=i \times (-1)=-i,$
 $z^8=(z^4)^2=(-1)^2=1$ 이므로
 $z^2+z^4+z^6+z^8=i+(-1)+(-i)+1=0$
 30%

즉,
 $z^2+z^4+\cdots+z^{16}$
 $=(z^2+z^4+z^6+z^8)+z^8(z^2+z^4+z^6+z^8)=0$
 이고,
 $z+z^3+\cdots+z^{15}=\frac{1}{z}(z^2+z^4+\cdots+z^{16})=0$
 30%

따라서
 $z-z^2+z^3-z^4+\cdots+z^{15}-z^{16}$
 $=(z+z^3+\cdots+z^{15})-(z^2+z^4+\cdots+z^{16})=0$
 40%

14 이차방정식 $x^2-ax+a-4=0$ 의 두 근이 α, β 이므로
 근과 계수의 관계에서
 $\alpha+\beta=a, \alpha\beta=a-4 \quad \text{30\%}$
 이차방정식 $x^2-(a+1)x+b-3=0$ 의 두 근이
 $\alpha+\beta, \alpha\beta$ 이므로 근과 계수의 관계에서
 $\alpha+\beta+\alpha\beta=a+1, \alpha\beta(\alpha+\beta)=b-3 \quad \text{30\%}$
 즉, $\alpha+\beta+\alpha\beta=a+(a-4)=a+1,$
 $\alpha\beta(\alpha+\beta)=a(a-4)=b-3$
 따라서 $a=5, b=8$ 이므로
 $a+b=13 \quad \text{40\%}$

- 15 이차방정식 $-3x^2+3x+k-1=0$ 의 판별식 D 에서
 $D=3^2-4 \times (-3) \times (k-1)=12k-3$
 이때 x 축과 만나려면 $D \geq 0$ 이어야 하므로
 $12k-3 \geq 0, k \geq \frac{1}{4}$ ① 40%
 이차방정식 $-3x^2+3x+k-1=x+3$, 즉
 $3x^2-2x-k+4=0$ 의 판별식 D 에서
 $\frac{D}{4}=(-1)^2-3 \times (-k+4)=3k-11$
 이때 만나지 않으려면 $D < 0$ 이어야 하므로
 $3k-11 < 0, k < \frac{11}{3}$ ② 40%
 ①, ②에서 $\frac{1}{4} \leq k < \frac{11}{3}$ 20%

- 16 t 초 후의 직사각형의 가로와 세로의 길이는 각각
 $(40+4t)$ cm, $(40-2t)$ cm이다.
 이때 $40+4t > 0, 40-2t > 0$ 이므로
 $0 < t < 20$ 30%
 t 초 후의 직사각형의 넓이를 S cm²라고 하면
 $S=(40+4t)(40-2t)$
 $=-8t^2+80t+1600$
 $=-8(t-5)^2+1800$ 40%
 이때 $0 < t < 20$ 이므로 이 직사각형의 넓이는 5초 후에
 최대인 1800 cm²가 된다.
 따라서 $a=5, b=1800$ 30%

- 17 $\begin{cases} x^2-5xy+6y^2=0 & \dots\dots ① \\ x^2-2xy+3y^2=6 & \dots\dots ② \end{cases}$
 ①의 좌변을 인수분해하면 $(x-2y)(x-3y)=0$
 즉, $x=2y$ 또는 $x=3y$ 20%
 (i) $x=2y$ 를 ②에 대입하면
 $(2y)^2-2 \times (2y) \times y+3y^2=6, y^2=2$
 이 방정식을 풀면 $y=\pm\sqrt{2}$
 따라서 $y=\sqrt{2}$ 일 때 $x=2\sqrt{2}$,
 $y=-\sqrt{2}$ 일 때 $x=-2\sqrt{2}$ 30%
 (ii) $x=3y$ 를 ②에 대입하면
 $(3y)^2-2 \times (3y) \times y+3y^2=6, y^2=1$
 이 방정식을 풀면 $y=\pm 1$
 따라서 $y=1$ 일 때 $x=3, y=-1$ 일 때 $x=-3$ 30%
 (i), (ii)에서 연립방정식의 해는
 $\begin{cases} x=-2\sqrt{2} \\ y=-\sqrt{2} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2\sqrt{2} \\ y=\sqrt{2} \end{cases}$ 또는
 $\begin{cases} x=-3 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$ 20%

- 18 자동차 A의 인상 전의 가격을 M , 판매량을 N 이라
 하면 총 판매 금액은 MN 20%
 가격을 $a\%$ 인상한 후의 가격은 $(1+\frac{a}{100})M$,

판매량은 $(1-\frac{a}{120})N$ 이므로 총 판매 금액은
 $(1+\frac{a}{100})(1-\frac{a}{120})MN$ 30%
 이때 $(1+\frac{a}{100})(1-\frac{a}{120})MN > MN$ 이므로
 $(100+a)(120-a) > 12000$
 이 부등식을 풀면 $a^2-20a < 0, a(a-20) < 0$
 따라서 $0 < a < 20$ 50%

III. 경우의 수

240~242쪽

01 ④	02 ⑤	03 59	04 15	05 35
06 240	07 ⑤	08 ②	09 576	10 6
11 570	12 84	13 ①	14 4608	
15 (1) 432	(2) 144	16 42	17 (1) 20	(2) 35
18 6	19 210			

- 01 나오는 눈의 수의 합이 3 이상 5 이하가 되는 경우를
 순서쌍으로 나타내면
 (i) 눈의 수의 합이 3일 때,
 $(1, 1, 1)$ 의 1개
 (ii) 눈의 수의 합이 4일 때,
 $(1, 1, 2), (1, 2, 1), (2, 1, 1)$ 의 3개
 (iii) 눈의 수의 합이 5일 때,
 $(1, 1, 3), (1, 3, 1), (3, 1, 1), (1, 2, 2),$
 $(2, 1, 2), (2, 2, 1)$ 의 6개
 (i), (ii), (iii)에서 구하는 경우의 수는 $1+3+6=10$
 따라서 ④이다.
 02 $(a+b+c+d)(x+y+z)(p+q)$ 에서
 세 다항식 $a+b+c+d, x+y+z, p+q$ 의 항의 개
 수는 각각 a, b, c, d 의 4개, x, y, z 의 3개, p, q 의 2
 개이므로 모든 항의 개수는 $m=4 \times 3 \times 2=24$
 또 세 다항식을 $a+b+c+d, x+y, p+q$ 로 생각하
 면 각 항의 개수는 각각 a, b, c, d 의 4개, x, y 의 2개,
 p, q 의 2개이므로 z 를 포함하지 않는 항의 개수는
 $n=4 \times 2 \times 2=16$
 따라서 $m+n=40$ 이므로 ⑤이다.
 03 10원짜리 동전 3개로 지불할 수 있는 방법의 수는 4
 100원짜리 동전 4개로 지불할 수 있는 방법의 수는 5
 500원짜리 동전 2개로 지불할 수 있는 방법의 수는 3
 이때 0원을 지불하는 경우를 제외하면 구하는 방법의
 수는 $4 \times 5 \times 3 - 1 = 59$

04 지점 A에서 지점 B로 가는 방법의 수는 다음과 같다.

- (i) $A \rightarrow B$ 의 순서로 가는 방법의 수는 2
 (ii) $A \rightarrow C \rightarrow B$ 의 순서로 가는 방법의 수는
 $3 \times 3 = 9$
 (iii) $A \rightarrow D \rightarrow B$ 의 순서로 가는 방법의 수는
 $2 \times 2 = 4$
 (i), (ii), (iii)에서 구하는 방법의 수는
 $2 + 9 + 4 = 15$

05 (i) 500 풀인 자연수의 개수는

$$5 \times 4 = 20$$

(ii) 400 풀인 자연수의 개수는

$$5 \times 4 = 20$$

이 중에서 410보다 작거나 같은 자연수는 401, 402, 403, 405, 410의 5개이므로 400 풀인 자연수 중에서 410보다 큰 자연수의 개수는

$$20 - 5 = 15$$

(i), (ii)에서 구하는 자연수의 개수는

$$20 + 15 = 35$$

06 동일 작가의 작품 2개를 하나로 묶으면 6개의 작품은 5개로 생각할 수 있다.

이 5개의 작품을 일렬로 전시하는 방법의 수는

$$5! = 120$$

그 각각에 대하여 동일 작가 작품의 자리를 바꾸어 전시하는 방법의 수는

$$2! = 2$$

따라서 구하는 방법의 수는

$$120 \times 2 = 240$$

07 양 끝에 n , g 를 나열하는 경우의 수는

$$2! = 2$$

t 와 r 사이에 문자 2개를 나열하는 경우의 수는

$${}_5P_2 \times 2! = 20 \times 2 = 40$$

t 와 r 사이의 문자 2개와 t , r 를 하나로 묶으면 7개의 문자는 4개로 생각할 수 있다.

이 4개의 문자를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$4! = 24$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$2 \times 40 \times 24 = 1920$$

그러므로 ⑤이다.

08 9개의 탁자 중에서 3개의 탁자에서만 목공예 기능생이 작업을 하므로 빈 탁자는 6개이다.

다음 그림과 같이 빈 탁자를 □로 나타내면 빈 탁자 사이사이와 양 끝의 자리 7개에 목공예 기능생 3명이 작업할 탁자를 놓으면 된다.

$$\vee \square \vee \square \vee \square \vee \square \vee \square \vee$$

따라서 구하는 방법의 수는

$${}_7P_3 = 210$$

그러므로 ②이다.

09 위쪽 가로 진열대에 유리 계량컵, 아래쪽 가로 진열대에 스텐 계량컵을 진열하는 경우의 수는

$${}_4P_2 \times {}_4P_3 = 12 \times 24 = 288$$

위쪽 가로 진열대에 스텐 계량컵, 아래쪽 가로 진열대에 유리 계량컵을 진열하는 경우의 수는

$${}_4P_3 \times {}_4P_2 = 24 \times 12 = 288$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$288 + 288 = 576$$

10 ${}_nP_3 = 8 \times {}_nC_2$ 에서

$$n(n-1)(n-2) = 8 \times \frac{n(n-1)}{2}$$

이때 $n \geq 3$ 이므로 양변을 $n(n-1)$ 로 나누면

$$n-2=4$$

따라서 $n=6$

11 세 수의 합이 짝수가 되는 경우는 세 수 모두 짝수를 선택하거나 짝수 1개와 홀수 2개를 선택할 때이다.

세 수 모두 짝수를 선택하는 경우의 수는 ${}_{10}C_3 = 120$

짝수 1개와 홀수 2개를 선택하는 경우의 수는

$${}_{10}C_1 \times {}_{10}C_2 = 10 \times 45 = 450$$

따라서 구하는 경우의 수는 $120 + 450 = 570$

12 영역 A, B, C, D를 서로 다른 4가지 이하의 색으로 칠하여 구분하는 경우는 다음과 같다.

(i) 두 영역 A, C를 같은 색으로 칠하는 경우

영역 A에 칠할 수 있는 색은 4가지, 영역 B에 칠할 수 있는 색은 영역 A에 칠한 색을 제외한 3가지, 영역 C에 칠할 수 있는 색은 영역 A에 칠한 색과 같은 색이므로 1가지, 영역 D에 칠할 수 있는 색은 영역 A, C에 칠한 색을 제외한 3가지이므로 칠하는 방법의 수는

$$4 \times 3 \times 1 \times 3 = 36$$

(ii) 두 영역 A, C를 다른 색으로 칠하는 경우

영역 A에 칠할 수 있는 색은 4가지, 영역 B에 칠할 수 있는 색은 영역 A에 칠한 색을 제외한 3가지, 영역 C에 칠할 수 있는 색은 영역 A와 영역 B에 칠한 색을 제외한 2가지, 영역 D에 칠할 수 있는 색은 영역 A와 영역 C에 칠한 색을 제외한 2가지이므로 칠하는 방법의 수는

$$4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$$

(i), (ii)에서 구하는 방법의 수는 $36 + 48 = 84$

13 사각형을 만들기 위해서는 서로 다른 점 9개 중에서 점 4개를 택해야 하고, 이때 택하는 점의 순서는 고려하지 않으므로 그 경우의 수는 ${}_9C_4 = 126$

그런데 점 4개 중에서 세 점 B, C, D를 택하고 나머지 점 6개 중에서 점 1개를 택하는 6가지 경우와 세 점 G, H, I를 택하고 나머지 점 6개 중에서 점 1개를 택하는 6가지 경우를 제외하여야 한다.

따라서 구하는 사각형의 개수는 $126 - 6 - 6 = 114$

그러므로 ①이다.

- 14 숫자 8개의 합은 36이므로 세로줄에 있는 네 수의 합이 18이어야 한다. 20%

세로줄에 있는 네 수를 각각 (a, b, c, d) ,

(e, f, g, h) 로 나타내면

$(1, 2, 7, 8), (3, 4, 5, 6)$ 또는

$(1, 3, 6, 8), (2, 4, 5, 7)$ 또는

$(1, 4, 5, 8), (2, 3, 6, 7)$ 또는

$(1, 4, 6, 7), (2, 3, 5, 8)$

의 4가지이다. 40%

두 세로줄에 4개의 수가 자리를 바꾸는 경우의 수는

$$4! \times 4! = 24 \times 24 = 576$$

두 세로줄이 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는

$$2! = 2$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$4 \times 576 \times 2 = 4608 \quad 40\%$$

- 15 (1) 남자 배우 4명 중에서 2명을 택하여 양 끝에 서는 경우의 수는

$${}_4P_2 = 12$$

여자 배우 3명을 하나로 묶으면 5명을 3명으로 생각할 수 있다.

이 3명이 한 줄로 서는 경우의 수는

$$3! = 6$$

그 각각에 대하여 여자 배우 3명이 서로 자리를 바꾸어 서는 경우의 수는

$$3! = 6$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$12 \times 6 \times 6 = 432 \quad 50\%$$

- (2) 남자 배우끼리 서로 이웃하지 않도록 서기 위해서는 남자 배우 4명이 한 줄로 선 후 남자 배우 사이 사이에 여자 배우가 서면 된다.

남자 배우 4명이 한 줄로 서는 경우의 수는

$$4! = 24$$

그 사이사이에 여자 배우 3명이 서는 경우의 수는

$$3! = 6$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$24 \times 6 = 144 \quad 50\%$$

- 16 7개의 자리 중에서 남학생 2명이 서는 방법의 수는

$${}_7P_2 = 42 \quad 40\%$$

나머지 5개의 자리에 여학생 5명이 출석 번호 순서대로 서는 방법의 수는

$$1 \quad 40\%$$

따라서 구하는 방법의 수는

$$42 \times 1 = 42 \quad 20\%$$

- 17 (1) 구하는 자연수 a, b, c 의 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는 6개의 숫자 4, 5, 6, 7, 8, 9 중에서 3개를 택하는 조합의 수와 같으므로 ${}_6C_3 = 20$ 40%

- (2) 구하는 자연수 a, b, c 의 순서쌍 (a, b, c) 는

$$3 < a < b < c < 10 \text{ 또는 } 3 < a = b < c < 10$$

을 만족시켜야 한다.

(1)에서 $3 < a < b < c < 10$ 을 만족시키는 자연수 a, b, c 의 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는 20

$3 < a = b < c < 10$ 을 만족시키는 자연수 a, b, c 의 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는 6개의 숫자 4, 5, 6, 7, 8, 9 중에서 2개를 택하는 조합의 수와 같으므로

$${}_6C_2 = 15 \quad 40\%$$

따라서 구하는 자연수 a, b, c 의 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는

$$20 + 15 = 35 \quad 20\%$$

- 18 (i) 파란 공 1개가 공 3개에 포함되는 경우

파란 공 1개를 제외한 $(n-1)$ 개 중에서 2개를 택하는 방법의 수는

$${}_{n-1}C_2 \quad 30\%$$

- (ii) 파란 공 1개가 공 3개에 포함되지 않는 경우

파란 공 1개를 제외한 $(n-1)$ 개 중에서 3개를 택하는 방법의 수는

$${}_{n-1}C_3 \quad 30\%$$

이때 (i), (ii)의 방법의 수가 서로 같으므로

$${}_{n-1}C_2 = {}_{n-1}C_3$$

$$\text{즉, } \frac{(n-1)(n-2)}{2!}$$

$$= \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{3!}$$

그런데 $n \geq 3$ 이므로 양변에 $\frac{3!}{(n-1)(n-2)}$ 을 곱하면

$$3 = n - 3$$

따라서 $n = 6$ 40%

- 19 비어 있는 칸이 4개가 되어야 하므로 서랍 분류 정리함의 2칸에 서로 다른 문구류 4개를 넣으면 된다.

서랍 분류 정리함 6칸 중에서 2칸을 선택하는 방법의 수는

$${}_6C_2 = 15 \quad 30\%$$

그 각각에 대하여 2칸에 문구류를 넣는 경우는 다음과 같다.

- (i) 2칸에 문구류를 각각 1개, 3개 넣는 경우

$${}_4C_1 \times {}_3C_3 = 4 \times 1 = 4$$

- (ii) 2칸에 문구류를 각각 2개, 2개 넣는 경우

$${}_4C_2 \times {}_2C_2 = 6 \times 1 = 6$$

- (iii) 2칸에 문구류를 각각 3개, 1개 넣는 경우

$${}_4C_3 \times {}_1C_1 = {}_4C_1 \times {}_1C_1 = 4 \times 1 = 4$$

- (i), (ii), (iii)에서 구하는 방법의 수는

$$4 + 6 + 4 = 14 \quad 50\%$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$15 \times 14 = 210 \quad 20\%$$

$$01 \ x=3, y=-2, z=-4 \quad 02 \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$03 \textcircled{4} \quad 04 \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 6 & 1 \end{pmatrix} \quad 05 \ x=2, y=-3$$

$$06 \ 22 \quad 07 \ \frac{9}{2} \quad 08 \begin{pmatrix} 17 & 12 \\ 0 & 17 \end{pmatrix} \quad 09 \textcircled{3}$$

$$10 \ 4 \quad 11 \textcircled{3} \quad 12 \ 7 \quad 13 \textcircled{2}$$

$$14 \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ -3 & 4 & 6 \\ -5 & -5 & 6 \end{pmatrix} \quad 15 \begin{pmatrix} 0 & 16 \\ -10 & -23 \end{pmatrix}$$

$$16 \ x=4, y=6 \quad 17 \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$$

18 풀이 참고

01 두 행렬이 서로 같으면 대응하는 성분이 각각 같으므로

$$2x=6, 1=y+3, 2=y-z, y+2z=-10$$

따라서 $x=3, y=-2, z=-4$

02 $a_{11}=0, a_{12}=3, a_{13}=1,$

$$a_{21}=3, a_{22}=0, a_{23}=2,$$

$$a_{31}=1, a_{32}=2, a_{33}=0$$

따라서

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

03 두 등식의 양변을 변끼리 빼면

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$$

따라서

$$\begin{aligned} 2A - B &= 2 \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 6 & -4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 7 & -6 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

그러므로 ④이다.

04 [표 1], [표 2]를 각각 행렬 A, B 로 나타내면

$$A = \begin{pmatrix} 30 & 9 \\ 52 & 15 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 32 & 11 \\ 58 & 16 \end{pmatrix}$$

올해 하반기에는 상반기에 비해 기업별로 제품 생산량과 재활용 자원 사용량이 얼마만큼 증가하였는지는 행렬 $B-A$ 로 나타낼 수 있다.

따라서

$$B-A = \begin{pmatrix} 32 & 11 \\ 58 & 16 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 30 & 9 \\ 52 & 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} 05 \ xA+yB &= x \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} x & 3x \\ 4x & 2x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 2y \\ 3y & -y \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} x & 3x+2y \\ 4x+3y & 2x-y \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{즉, } \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & 3x+2y \\ 4x+3y & 2x-y \end{pmatrix} \text{이므로}$$

$$2=x, 0=3x+2y, -1=4x+3y, 7=2x-y$$

따라서 $x=2, y=-3$

$$\begin{aligned} 06 \ A+B &= \begin{pmatrix} \alpha & \alpha^2 \\ 1 & 2-\beta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \beta & \beta^2 \\ 5 & 2-\alpha \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \alpha+\beta & \alpha^2+\beta^2 \\ 6 & 4-\alpha-\beta \end{pmatrix} \end{aligned}$$

이차방정식 $x^2-2x-4=0$ 의 두 실근이 α, β 이므로 근과 계수의 관계에서

$$\alpha+\beta=2, \alpha\beta=-4$$

따라서 행렬 $A+B$ 의 모든 성분의 합은

$$\begin{aligned} &(\alpha+\beta) + (\alpha^2+\beta^2) + 6 + (4-\alpha-\beta) \\ &= \alpha^2+\beta^2+10 = (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta + 10 \\ &= 2^2 - 2 \times (-4) + 10 = 22 \end{aligned}$$

$$07 \ AB = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & -1 \\ 2 & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-4 & -1-2b \\ 2a-8 & -2-4b \end{pmatrix}$$

$$\text{즉, } \begin{pmatrix} a-4 & -1-2b \\ 2a-8 & -2-4b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \text{이므로}$$

$$a-4=0, -1-2b=0, 2a-8=0, -2-4b=0$$

따라서 $a=4, b=-\frac{1}{2}$ 이므로

$$a-b = \frac{9}{2}$$

08 두 등식의 양변을 변끼리 더하면 $2A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ 이므로

$$A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

두 등식의 양변을 변끼리 빼면 $4B = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$ 이므로

$$B = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = 2E$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{이므로}$$

$$A^4 = A^2 A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 12 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B^2 = (2E)^2 = 4E^2 = 4E \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} B^4 &= B^2 B^2 = 4E \times 4E = 16E^2 = 16E \\ &= \begin{pmatrix} 16 & 0 \\ 0 & 16 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

따라서

$$A^4 + B^4 = \begin{pmatrix} 1 & 12 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 16 & 0 \\ 0 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & 12 \\ 0 & 17 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 09 \quad AB &= \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}, \\
 BA &= \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \\
 \text{이므로} \\
 3AB - 4BA &= 3 \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 9 & -9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 4 & -4 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 7 & -7 \\ 5 & -5 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

따라서 행렬 $3AB - 4BA$ 의 모든 성분의 합은
 $7 + (-7) + 5 + (-5) = 0$
 그러므로 ③이다.

$$\begin{aligned}
 10 \quad A^2 &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\
 A^3 &= A^2 A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \\
 A^4 &= A^3 A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = E \\
 \text{따라서 등식 } A^n &= E \text{를 만족시키는 가장 작은 자연수} \\
 n \text{의 값은 } &4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 11 \quad A^2 &= \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -8 \\ -4 & 11 \end{pmatrix} \\
 \text{이므로} \\
 A^2 + E &= \begin{pmatrix} 3 & -8 \\ -4 & 11 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 4 & -8 \\ -4 & 12 \end{pmatrix} \\
 \text{즉, } \begin{pmatrix} 4 & -8 \\ -4 & 12 \end{pmatrix} &= k \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \text{이므로} \\
 k &= 4 \\
 \text{따라서 } &③ \text{이다.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 12 \quad A^2 &= \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \\
 A^3 &= A^2 A = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -10 \\ 2 & -7 \end{pmatrix} \\
 \text{따라서} \\
 A^3 + 2A^2 - A &= \begin{pmatrix} 3 & -10 \\ 2 & -7 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 3 & -10 \\ 2 & -7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 10 \\ -2 & 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \\
 \text{그러므로 행렬 } A^3 + 2A^2 - A \text{의 모든 성분의 합은} \\
 -1 + 5 + (-1) + 4 &= 7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 13 \quad A &= \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} (x, y, z, w \text{는 실수}) \text{라고 하면} \\
 \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} ax + by \\ az + bw \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} cx + dy \\ cz + dw \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \end{pmatrix} \\
 \text{즉, } ax + by &= 2, az + bw = 4, \\
 cx + dy &= 6, cz + dw = 9 \\
 \text{따라서} \\
 A \begin{pmatrix} 3a - c \\ 3b - d \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3a - c \\ 3b - d \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} x(3a - c) + y(3b - d) \\ z(3a - c) + w(3b - d) \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 3ax - cx + 3by - dy \\ 3az - cz + 3bw - dw \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 3(ax + by) - (cx + dy) \\ 3(az + bw) - (cz + dw) \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 3 \times 2 - 6 \\ 3 \times 4 - 9 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} \\
 \text{그러므로 } &② \text{이다.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 14 \quad a_{ij} &= \begin{cases} 2j & (i \leq j) \\ -a_{ji} + 1 & (i > j) \end{cases} \text{에 } i = 1, 2, 3, j = 1, 2, 3 \text{을} \\
 \text{차례로 대입하면} \\
 a_{11} &= 2 \times 1 = 2, a_{12} = 2 \times 2 = 4, \\
 a_{13} &= 2 \times 3 = 6, \\
 a_{21} &= -a_{12} + 1 = -4 + 1 = -3, \\
 a_{22} &= 2 \times 2 = 4, a_{23} = 2 \times 3 = 6, \\
 a_{31} &= -a_{13} + 1 = -6 + 1 = -5, \\
 a_{32} &= -a_{23} + 1 = -6 + 1 = -5, \\
 a_{33} &= 2 \times 3 = 6 \quad \bullet 60\%
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{따라서} \\
 A &= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ -3 & 4 & 6 \\ -5 & -5 & 6 \end{pmatrix} \quad \bullet 40\%
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 15 \quad 3(X - B) &= 2(X - A) \text{에서} \\
 3X - 3B &= 2X - 2A \quad \bullet 40\% \\
 \text{따라서} \\
 X &= 3B - 2A \\
 &= 3 \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & -5 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 6 & 12 \\ 0 & -15 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 & -4 \\ 10 & 8 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 0 & 16 \\ -10 & -23 \end{pmatrix} \quad \bullet 60\%
 \end{aligned}$$

$$16 \quad A+B=\begin{pmatrix} -1 & 2x \\ 3 & 2y \end{pmatrix} \quad \dots\dots ①$$

$$A-B=\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} \quad \dots\dots ②$$

$$①+②\text{를 하면 } 2A=\begin{pmatrix} 2 & 2x-4 \\ 6 & 2y-4 \end{pmatrix}\text{이므로}$$

$$A=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2 & 2x-4 \\ 6 & 2y-4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & x-2 \\ 3 & y-2 \end{pmatrix} \quad \dots\dots ③$$

▶ 30%

③을 ①에 대입하면

$$\begin{pmatrix} 1 & x-2 \\ 3 & y-2 \end{pmatrix}+B=\begin{pmatrix} -1 & 2x \\ 3 & 2y \end{pmatrix}$$

$$\text{즉, } B=\begin{pmatrix} -1 & 2x \\ 3 & 2y \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 1 & x-2 \\ 3 & y-2 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} -2 & x+2 \\ 0 & y+2 \end{pmatrix}$$

▶ 30%

이때

$$2A-B=2\begin{pmatrix} 1 & x-2 \\ 3 & y-2 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} -2 & x+2 \\ 0 & y+2 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 2 & 2x-4 \\ 6 & 2y-4 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} -2 & x+2 \\ 0 & y+2 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 4 & x-6 \\ 6 & y-6 \end{pmatrix}$$

$$\text{즉, } \begin{pmatrix} 4 & x-6 \\ 6 & y-6 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}\text{이므로}$$

$$x-6=-2, y-6=0$$

$$\text{따라서 } x=4, y=6$$

▶ 40%

$$17 \quad A^2=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^3=A^2A=\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}=E$$

▶ 30%

즉,

$$A^4=A^3A=EA=A,$$

$$A^5=A^4A=AA=A^2,$$

$$A^6=A^5A=A^2A=A^3=E, \dots$$

▶ 30%

따라서 행렬 A 의 거듭제곱에서 A, A^2, E 가 반복되는 규칙을 찾을 수 있다.

이때 $100=3 \times 33+1$ 이므로

$$A^{100}=A=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$$

▶ 40%

18 두 음식점 가, 나에서 판매하는 음식의 가격과 민재와 지유가 먹으려는 음식의 개수를 각각 행렬 A, B 로 나타내면

$$A=\begin{pmatrix} 3000 & 1500 \\ 3500 & 1000 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{▶ 20\%}$$

민재와 지유가 두 가게에 지불해야 할 금액을 행렬로 나타내면

$$AB=\begin{pmatrix} 3000 & 1500 \\ 3500 & 1000 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 7500 & 12000 \\ 8000 & 12500 \end{pmatrix}$$

▶ 30%

따라서 두 사람이 음식점 가를 방문하는 경우에 지불해야 할 금액의 합은 $7500+12000=19500$ (원)이고, 음식점 나를 방문하는 경우에 지불해야 할 금액의 합은 $8000+12500=20500$ (원)이다.

▶ 50%



Handwriting practice lines consisting of alternating blue and gray horizontal lines.



Lined area for writing notes, consisting of multiple horizontal blue lines.



Handwriting practice lines consisting of alternating blue and gray horizontal lines.