

최고특전 유학

정답과 해설

정답과 해설

I. 삼각형의 성질

1 이등변삼각형

1 주제별 유형 불러오기

7~11쪽

- 유제 1 (가) $\overline{AD}$ (나) $\angle ADB$ (다) ASA (라) $\overline{AC}$
 유제 2 ③ 유제 3 36°
 유제 4 (1) 이등변삼각형 (2) 26° 유제 5 ②
 유제 6 29° 유제 7 ⑤ 유제 8 18 cm^2 유제 9 ③
 유제 10 27°

유제 1 오른쪽 그림과 같이 $\angle B = \angle C$ 인

$\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D라 하면

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서

$$\angle BAD = \angle CAD \quad \dots \textcircled{㉠}$$

$\overline{AD}$ 는 공통 $\dots \textcircled{㉡}$

이때 $\angle B = \angle C$, $\angle BAD = \angle CAD$ 이므로

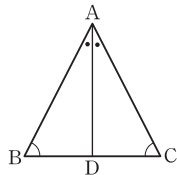
$$\angle ADB = \angle ADC \quad \dots \textcircled{㉢}$$

$\textcircled{㉠} \sim \textcircled{㉢}$ 에 의해

$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ (ASA 합동)

$$\therefore \overline{AB} = \overline{AC}$$

따라서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.



유제 2 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle B = \angle ACB = \angle x$$

$$\therefore \angle CAD = \angle x + \angle x = 2\angle x$$

또 $\triangle ACD$ 는 $\overline{CA} = \overline{CD}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle CDA = \angle CAD = 2\angle x$$

따라서 $\triangle DBC$ 에서

$$\angle DCE = \angle x + 2\angle x = 3\angle x$$

$$\text{즉, } 3\angle x = 108^\circ \text{이므로 } \angle x = 36^\circ$$

유제 3 $\angle A = \angle a$ 라 하면

$\triangle ABD$ 는 $\overline{DA} = \overline{DB}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle DBA = \angle A = \angle a$$

$$\therefore \angle BDC = \angle a + \angle a = 2\angle a$$

또 $\triangle BCD$ 는 $\overline{BC} = \overline{BD}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle C = \angle BDC = 2\angle a$$

이때 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle ABC = \angle C = 2\angle a$$

따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\angle a + 2\angle a + 2\angle a = 180^\circ$

$$5\angle a = 180^\circ \quad \therefore \angle a = 36^\circ$$

유제 4 (1) $\angle ACB = \angle CBE$ (엇각), $\angle ABC = \angle CBE$ (접은 각)

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB$$

따라서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다.

(2) $\angle ABE = \angle DAB = 52^\circ$ (엇각)이므로

$$\angle ACB = \angle ABC = \frac{1}{2} \angle ABE = \frac{1}{2} \times 52^\circ = 26^\circ$$

유제 5 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 52^\circ) = 64^\circ$$

이때 $\angle ACE = 180^\circ - 64^\circ = 116^\circ$ 이고,

$\angle ACD = \angle DCE$ 이므로

$$\angle DCE = \frac{1}{2} \angle ACE = \frac{1}{2} \times 116^\circ = 58^\circ$$

$\triangle DBC$ 는 $\overline{CB} = \overline{CD}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle DBC = \angle D = \angle x$$

따라서 $2\angle x = 58^\circ$ 이므로 $\angle x = 29^\circ$

유제 6 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 24^\circ) = 78^\circ$$

$$\therefore \angle ABD = \angle DBC = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 78^\circ = 39^\circ$$

이때 $\angle ACE = 180^\circ - 78^\circ = 102^\circ$ 이므로

$$\angle ACD = \frac{1}{3} \angle ACE = \frac{1}{3} \times 102^\circ = 34^\circ$$

따라서 $\triangle DBC$ 에서

$$\angle BDC = 180^\circ - (39^\circ + 78^\circ + 34^\circ) = 29^\circ$$

유제 7 $\triangle BAD$ 와 $\triangle ACE$ 에서

$$\overline{AB} = \overline{CA}, \angle BDA = \angle AEC = 90^\circ,$$

$$\angle ABD = 90^\circ - \angle DAB = \angle CAE \text{이므로}$$

$\triangle BAD \equiv \triangle ACE$ (RHA 합동)

따라서 $\overline{DA} = \overline{EC} = 6\text{ cm}$, $\overline{AE} = \overline{BD} = 8\text{ cm}$ 이므로

$$\therefore \overline{DE} = \overline{DA} + \overline{AE} = 6 + 8 = 14(\text{cm})$$

유제 8 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = 90^\circ$, $\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로

$$\angle A = \angle ABC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ$$

$$\triangle AED \text{에서 } \angle EDA = 90^\circ - \angle A = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

즉, $\triangle AED$ 는 $\overline{EA} = \overline{ED}$ 인 직각이등변삼각형이다.

한편, $\triangle BDE$ 와 $\triangle BDC$ 에서

$$\angle BED = \angle BCD = 90^\circ, \overline{BD} \text{는 공통}, \overline{BE} = \overline{BC} \text{이므로}$$

$\triangle BDE \equiv \triangle BDC$ (RHS 합동)

따라서 $\overline{ED} = \overline{CD} = 6\text{ cm}$ 이므로 $\overline{EA} = \overline{ED} = 6\text{ cm}$

$$\therefore \triangle AED = \frac{1}{2} \times \overline{EA} \times \overline{ED} = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18(\text{cm}^2)$$

- 유제 9** 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 E라 하면

$$\triangle ABD = \frac{1}{2} \times 13 \times \overline{ED} = 26$$

$$13\overline{ED} = 52 \quad \therefore \overline{ED} = 4(\text{cm})$$

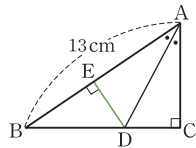
$\triangle AED$ 와 $\triangle ACD$ 에서

$$\angle AED = \angle ACD = 90^\circ,$$

$\overline{AD}$ 는 공통, $\angle EAD = \angle CAD$ 이므로

$\triangle AED \equiv \triangle ACD$ (RHA 합동)

$$\therefore \overline{CD} = \overline{ED} = 4\text{cm}$$



- 유제 10** $\triangle AED$ 와 $\triangle AFD$ 에서
 $\angle AED = \angle AFD = 90^\circ$, $\overline{AD}$ 는 공통, $\overline{DE} = \overline{DF}$ 이므로
 $\triangle AED \equiv \triangle AFD$ (RHS 합동)
 $\therefore \angle EDA = \angle FDA = \frac{1}{2} \angle EDF = \frac{1}{2} \times 126^\circ = 63^\circ$
따라서 $\triangle AED$ 에서 $\angle x = 90^\circ - 63^\circ = 27^\circ$

2 최고 유형 탐험하기

12~13쪽

- | | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| 1 ④ | 2 ② | 3 ④ | 4 ③ |
| 5 ③ | 6 ① | 7 ② | 8 ④ |

- 1** $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 38^\circ) = 71^\circ$
 $\triangle PBC$ 와 $\triangle QCB$ 에서
 $\overline{PB} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \overline{QC}$, $\angle PBC = \angle QCB$,
 $\overline{BC}$ 는 공통이므로
 $\triangle PBC \equiv \triangle QCB$ (SAS 합동)
 $\therefore \angle PCB = \angle QBC = \angle ABC - \angle PBQ = 71^\circ - 27^\circ = 44^\circ$
따라서 $\triangle OBC$ 에서 $\angle x = 180^\circ - (44^\circ + 44^\circ) = 92^\circ$
[다른 풀이]
 $\triangle ABQ$ 와 $\triangle ACP$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle A$ 는 공통, $\overline{AQ} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \overline{AP}$ 이므로
 $\triangle ABQ \equiv \triangle ACP$ (SAS 합동)
 $\therefore \angle ACP = \angle ABQ = 27^\circ$
 $\triangle ABQ$ 에서 $\angle BQC = 38^\circ + 27^\circ = 65^\circ$
따라서 $\triangle QOC$ 에서 $\angle x = 65^\circ + 27^\circ = 92^\circ$
- 2** $\overline{AD}$ 는 이등변삼각형 ABC 의 꼭지각의 이등분선이므로
 $\overline{BD} = \overline{CD}$, $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$
 $\triangle TBD$ 와 $\triangle TCD$ 에서
 $\overline{BD} = \overline{CD}$, $\angle BDT = \angle CDT = 90^\circ$,
 $\overline{TD}$ 는 공통이므로
 $\triangle TBD \equiv \triangle TCD$ (SAS 합동)
 $\therefore \overline{TB} = \overline{TC}$

즉, $\triangle TBC$ 는 $\angle BTC = 90^\circ$, $\overline{TB} = \overline{TC}$ 인 직각이등변삼각형이므로

$$\angle TBC = \angle TCB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ$$

또 $\angle BTD = \angle CTD = 45^\circ$ 이므로

$$\overline{BD} = \overline{TD} = \overline{CD} = 3\text{cm}$$

$$\therefore \overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD}$$

$$= 3 + 3 = 6(\text{cm})$$

- 3** $\triangle DBC$ 는 $\overline{DB} = \overline{DC}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle DCB = \angle B = 35^\circ$

$$\therefore \angle DCA = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$$

$$\triangle ABC \text{에서 } \angle A = 180^\circ - (90^\circ + 35^\circ) = 55^\circ$$

즉, $\triangle ADC$ 는 $\overline{DA} = \overline{DC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\overline{DC} = \overline{DA} = 4\text{cm}$$

따라서 $\overline{DB} = \overline{DC} = 4\text{cm}$ 이므로

$$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DB} = 4 + 4 = 8(\text{cm})$$

- 4** 오른쪽 그림에서
 $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$ 이므로

$$\angle ACB = \angle CBD \text{ (엇각),}$$

$$\angle ABC = \angle CBD \text{ (접은 각)}$$

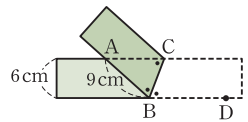
$$\therefore \angle ABC = \angle ACB$$

즉, $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\overline{AC} = \overline{AB} = 9\text{cm}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times 6$$

$$= \frac{1}{2} \times 9 \times 6 = 27(\text{cm}^2)$$



- 5** $\angle B = \angle B'$ 이고, $\angle BAD = \angle B'$ (엇각)이므로
 $\angle B = \angle BAD$

즉, $\triangle ABD$ 는 $\overline{DA} = \overline{DB}$ 인 이등변삼각형이다.

또 $\angle B = \angle B'ED$ (엇각)이므로

$$\angle B' = \angle B'ED$$

즉, $\triangle DB'E$ 는 $\overline{DB'} = \overline{DE}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\overline{BE} = \overline{BD} + \overline{DE} = \overline{AD} + \overline{DB'} = \overline{AB'} = 11(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{CE} = \overline{BC} - \overline{BE}$$

$$= 13 - 11 = 2(\text{cm})$$

- 6** $\triangle ADB$ 와 $\triangle CEA$ 에서
 $\angle ADB = \angle CEA = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{CA}$,
 $\angle ABD = 90^\circ - \angle DAB = \angle CAE$ 이므로

$\triangle ADB \equiv \triangle CEA$ (RHA 합동)

따라서 $\overline{AE} = \overline{BD} = 6\text{cm}$ 이므로

$$\overline{EC} = \overline{DA} = \overline{DE} - \overline{AE} = 10 - 6 = 4(\text{cm})$$

$$\therefore \triangle ABC$$

$$= (\text{사다리꼴 DBCE의 넓이}) - (\triangle ADB + \triangle CEA)$$

$$= \left\{ \frac{1}{2} \times (6 + 4) \times 10 \right\} - \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 4 + \frac{1}{2} \times 6 \times 4 \right)$$

$$= 50 - 24 = 26(\text{cm}^2)$$

- 7 $\triangle ABD$ 와 $\triangle CAE$ 에서
 $\angle ADB = \angle CEA = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{CA}$,
 $\angle ABD = 90^\circ - \angle DAB = \angle CAE$ 이므로
 $\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동)
 따라서 $\overline{AE} = \overline{BD} = 4$ cm, $\overline{AD} = \overline{CE} = 1$ cm이므로
 $\overline{DE} = \overline{AE} - \overline{AD}$
 $= 4 - 1 = 3$ (cm)

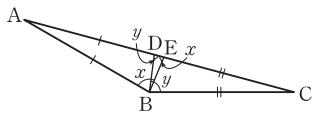
- 8 $\triangle AED$ 와 $\triangle ACD$ 에서
 $\angle AED = \angle ACD = 90^\circ$, $\overline{AD}$ 는 공통,
 $\angle EAD = \angle CAD$ 이므로
 $\triangle AED \equiv \triangle ACD$ (RHA 합동)
 $\therefore \overline{AE} = \overline{AC} = 5$ cm
 $\therefore \overline{BE} = \overline{AB} - \overline{AE}$
 $= 13 - 5 = 8$ (cm)
 따라서 $\overline{ED} = \overline{CD}$ 이므로 $\triangle BDE$ 의 둘레의 길이는
 $\overline{BE} + \overline{BD} + \overline{ED} = \overline{BE} + \overline{BD} + \overline{CD}$
 $= \overline{BE} + \overline{BC}$
 $= 8 + 12$
 $= 20$ (cm)

3 최고 유형 정복하기

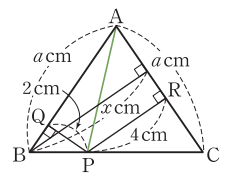
14~15쪽

- 01 15° 02 6 cm 03 이등변삼각형
 04 4 cm 05 5 cm 06 80° 07 3 cm
 08 $\perp$, $\triangle$, $\angle$

- 01 $\triangle ABE$ 는 $\overline{AB} = \overline{AE}$ 인
 이등변삼각형이므로
 $\angle ABE = \angle AEB = \angle x$
 라 하고,
 $\triangle CDB$ 는 $\overline{CB} = \overline{CD}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle CBD = \angle CDB = \angle y$ 라 하면
 $\angle ABC = 150^\circ$ 이므로
 $\angle DBE = (\angle x + \angle y) - 150^\circ \quad \dots \textcircled{1}$
 이때 $\triangle DBE$ 의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로
 $\angle DBE = 180^\circ - (\angle x + \angle y) \quad \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에서
 $\angle x + \angle y - 150^\circ = 180^\circ - \angle x - \angle y$
 $2(\angle x + \angle y) = 330^\circ$
 $\therefore \angle x + \angle y = 165^\circ$
 $\therefore \angle DBE = 165^\circ - 150^\circ = 15^\circ$

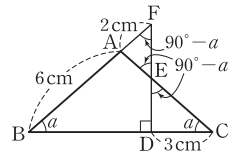


- 02 오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{AC} = a$ cm라 하고, 점 B와
 $\overline{AC}$ 사이의 거리를 x cm라 하자.
 $\overline{AP}$ 를 그으면
 $\triangle ABC = \triangle PAB + \triangle PCA$ 이므로
 $\frac{1}{2} \times a \times x = \frac{1}{2} \times a \times 2 + \frac{1}{2} \times a \times 4$
 $\therefore x = 2 + 4 = 6$
 따라서 점 B와 $\overline{AC}$ 사이의 거리는 6 cm이다.



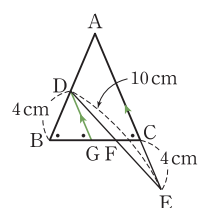
- 03 $\angle ABE = \angle EBD = \angle a$ 라 하면
 $\triangle EBD$ 에서 $\angle BED = 90^\circ - \angle a$
 $\triangle ABF$ 에서 $\angle AFB = 90^\circ - \angle a \quad \dots \textcircled{1}$
 $\therefore \angle AEF = \angle BED$
 $= 90^\circ - \angle a$ (맞꼭지각) $\dots \textcircled{2}$
 따라서 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에 의해 $\angle AEF = \angle AFE$ 이므로
 $\triangle AEF$ 는 $\overline{AE} = \overline{AF}$ 인 이등변삼각형이다.

- 04 $\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로
 $\angle B = \angle C = \angle a$ 라 하면
 $\triangle EDC$ 에서
 $\angle DEC = 90^\circ - \angle a$ 이므로
 $\angle AEF = \angle DEC$
 $= 90^\circ - \angle a$ (맞꼭지각) $\dots \textcircled{1}$



- 또 $\triangle BDF$ 에서
 $\angle B = \angle a$, $\angle BDF = 90^\circ$ 이므로
 $\angle F = 90^\circ - \angle a \quad \dots \textcircled{2}$
 따라서 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에 의해 $\triangle AEF$ 는 이등변삼각형이므로
 $\overline{AE} = \overline{AF} = 2$ cm
 $\therefore \overline{EC} = \overline{AC} - \overline{AE} = 6 - 2 = 4$ (cm)

- 05 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle B = \angle ACB$
 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AE}$ 에
 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}$ 와 만나는 점
 을 G라 하면



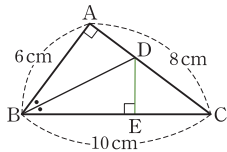
- $\angle DGB = \angle ACB$ (동위각)
 $\therefore \angle B = \angle DGB$
 즉, $\triangle DBG$ 는 $\overline{DB} = \overline{DG}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{DG} = \overline{DB} = 4$ cm
 이때 $\triangle FDG$ 와 $\triangle FEC$ 에서
 $\overline{DG} = \overline{EC} = 4$ cm, $\angle GDF = \angle CEF$ (엇각),
 $\angle DGF = \angle ECF$ (엇각)이므로
 $\triangle FDG \equiv \triangle FEC$ (ASA 합동)
 $\therefore \overline{DF} = \overline{EF} = \frac{1}{2} \overline{DE} = \frac{1}{2} \times 10 = 5$ (cm)

- 06 $\triangle AED$ 와 $\triangle CFD$ 에서
 $\angle DAE = \angle DCF = 90^\circ$, $\overline{DE} = \overline{DF}$, $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이므로
 $\triangle AED \equiv \triangle CFD$ (RHS 합동)
 $\therefore \angle CFD = \angle AED = 55^\circ$

이때 $\angle ADE = \angle CDF = 180^\circ - (90^\circ + 55^\circ) = 35^\circ$ 이므로
 $\angle EDC = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$
 즉, $\angle EDF = 55^\circ + 35^\circ = 90^\circ$ 이므로 $\triangle DEF$ 는 $\overline{DE} = \overline{DF}$ 인
 직각이등변삼각형이다.
 $\therefore \angle DFE = 45^\circ$
 $\therefore \angle x = \angle CDF + \angle DFE$
 $= 35^\circ + 45^\circ = 80^\circ$

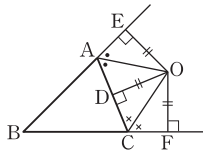
07 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$

에 내린 수선의 발을 E라 하면
 $\triangle ABD$ 와 $\triangle EBD$ 에서
 $\angle BAD = \angle BED = 90^\circ$,
 $\overline{BD}$ 는 공통, $\angle ABD = \angle EBD$ 이므로
 $\triangle ABD \cong \triangle EBD$ (RHA 합동)
 $\therefore \overline{AD} = \overline{ED}$
 이때 $\overline{AD} = \overline{ED} = x$ cm라 하면
 $\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle DBC$ 이므로
 $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} \times 6 \times x + \frac{1}{2} \times 10 \times x$
 $24 = 3x + 5x, 8x = 24 \quad \therefore x = 3$
 $\therefore \overline{AD} = 3$ cm



08 ㄴ, ㄷ. $\triangle OAE$ 와 $\triangle OAD$ 에서

$\angle OEA = \angle ODA = 90^\circ$,
 $\overline{OA}$ 는 공통,
 $\angle OAE = \angle OAD$ 이므로
 $\triangle OAE \cong \triangle OAD$ (RHA 합동)
 $\therefore \overline{OE} = \overline{OD} \quad \dots \textcircled{1}$
 $\triangle OCD$ 와 $\triangle OCF$ 에서
 $\angle ODC = \angle OFC = 90^\circ$, $\overline{OC}$ 는 공통,
 $\angle OCD = \angle OCF$ 이므로
 $\triangle OCD \cong \triangle OCF$ (RHA 합동)
 $\therefore \overline{OD} = \overline{OF} \quad \dots \textcircled{2}$
 따라서 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에 의해
 $\overline{OE} = \overline{OD} = \overline{OF}$



ㄴ. $\overline{AE} + \overline{CF} = \overline{AD} + \overline{CD} = \overline{AC}$

ㄷ. $\triangle OAC$ 에서

$$\begin{aligned} \angle AOC &= 180^\circ - (\angle OAD + \angle OCD) \\ &= 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle EAD + \angle FCD) \end{aligned}$$

이때 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 70^\circ$ 이면,
 $\angle BAC + \angle BCA = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$ 이므로
 $\angle EAD + \angle FCD$
 $= (180^\circ - \angle BAC) + (180^\circ - \angle BCA)$
 $= 360^\circ - (\angle BAC + \angle BCA)$
 $= 360^\circ - 110^\circ$
 $= 250^\circ$

$$\begin{aligned} \therefore \angle AOC &= 180^\circ - \frac{1}{2} \times 250^\circ \\ &= 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ \end{aligned}$$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.

2 삼각형의 외심과 내심

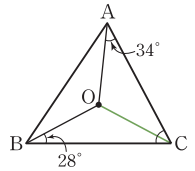
1 주제별 유형 불러오기

17~23쪽

유제 1	③	유제 2	50 cm	유제 3	③	유제 4	120°
유제 5	③	유제 6	45°	유제 7	②	유제 8	16°
유제 9	⑤	유제 10	157°	유제 11	②	유제 12	37 cm
유제 13	③	유제 14	65°				

유제 1 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$ 를 그으면

$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로
 $\angle OCA = \angle OAC = 34^\circ$,
 $\angle OCB = \angle OBC = 28^\circ$
 $\therefore \angle C = \angle OCA + \angle OCB$
 $= 34^\circ + 28^\circ = 62^\circ$

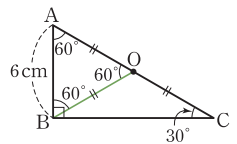


유제 2 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
 $\triangle OAB$ 의 둘레의 길이는
 $14 + \overline{OA} + \overline{OB} = 14 + 2\overline{OA} = 29$ (cm)
 $\therefore 2\overline{OA} = 15$ (cm)
 $\triangle OBC$ 의 둘레의 길이는
 $\overline{BC} + \overline{OB} + \overline{OC} = \overline{BC} + 2\overline{OA}$
 $= \overline{BC} + 15 = 34$ (cm)
 $\therefore \overline{BC} = 19$ (cm)
 $\triangle OCA$ 의 둘레의 길이는
 $\overline{AC} + \overline{OA} + \overline{OC} = \overline{AC} + 2\overline{OA}$
 $= \overline{AC} + 15 = 32$ (cm)
 $\therefore \overline{AC} = 17$ (cm)
 따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는
 $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 14 + 19 + 17$
 $= 50$ (cm)

유제 3 $\triangle ABC$ 에서

$\angle A = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$
 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$ 를 그
 으면
 점 O는 직각삼각형 $\triangle ABC$ 의 외
 심이므로
 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
 이때 $\triangle ABO$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로
 $\angle ABO = \angle A = 60^\circ$
 $\therefore \angle AOB = 180^\circ - (60^\circ + 60^\circ) = 60^\circ$
 즉, $\triangle ABO$ 는 정삼각형이므로
 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{AB} = 6$ cm
 따라서 $\triangle ABC$ 의 외접원의 넓이는
 $\pi \times 6^2 = 36\pi$ (cm²)



유제 4 오른쪽 그림과 같이 점 O가

$\triangle ABC$ 의 외심이므로

$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ 이고,

$\triangle OAB$, $\triangle OCA$, $\triangle OCB$

는 이등변삼각형이다.

$\angle OBC = \angle OCB = \angle x$ 라 하면

$\angle OAB = \angle OBA = 25^\circ + \angle x$,

$\angle OAC = \angle OCA = 35^\circ + \angle x$

$\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC = 180^\circ - (25^\circ + 35^\circ) = 120^\circ$

이때 $\angle BAC = \angle OAB + \angle OAC$ 이므로

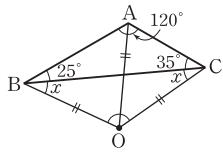
$(25^\circ + \angle x) + (35^\circ + \angle x) = 120^\circ$

$60^\circ + 2\angle x = 120^\circ$, $2\angle x = 60^\circ \quad \therefore \angle x = 30^\circ$

따라서 $\triangle OCB$ 에서

$\angle BOC = 180^\circ - (\angle x + \angle x)$

$= 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$



유제 5 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$ 를 그으면

$\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로

$\angle OBA = \angle OAB = 32^\circ$

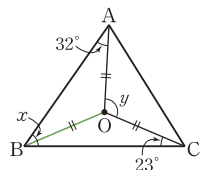
$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

$\angle OBC = \angle OCB = 23^\circ$

$\therefore \angle x = \angle OBA + \angle OBC = 32^\circ + 23^\circ = 55^\circ$

$\angle y = 2\angle x = 2 \times 55^\circ = 110^\circ$

$\therefore \angle x + \angle y = 55^\circ + 110^\circ = 165^\circ$



유제 6 $\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$ 이므로

$\angle AOB = 360^\circ \times \frac{3}{12} = 90^\circ$

$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$

유제 7 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$\angle IAB = \angle IAC = 18^\circ$, $\angle IBA = \angle IBC$

따라서 $\triangle ABI$ 에서

$\angle IBC = 180^\circ - (134^\circ + 18^\circ) = 28^\circ$

유제 8 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$\angle ABC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 52^\circ) = 64^\circ$

점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$\angle IBC = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 64^\circ = 32^\circ$

점 I'은 $\triangle I'BC$ 의 내심이므로

$\angle I'BC = \frac{1}{2} \angle IBC = \frac{1}{2} \times 32^\circ = 16^\circ$

유제 9 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$117^\circ = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle ABC$

$\frac{1}{2} \angle ABC = 27^\circ \quad \therefore \angle ABC = 54^\circ$

$\therefore \angle IBC = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 54^\circ = 27^\circ$

[다른 풀이]

$\triangle AIC$ 에서 $\angle IAC + \angle ICA = 180^\circ - 117^\circ = 63^\circ$

따라서 $\angle IBC + \angle IAC + \angle ICA = 90^\circ$ 이므로

$\angle IBC + 63^\circ = 90^\circ \quad \therefore \angle IBC = 27^\circ$

유제 10 $\angle a = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 84^\circ = 132^\circ$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{IA}$ 를 그으면

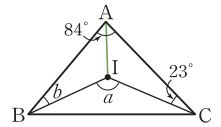
$\angle IAB = \angle IAC = \frac{1}{2} \angle A$

$= \frac{1}{2} \times 84^\circ = 42^\circ$

이므로

$42^\circ + \angle b + 23^\circ = 90^\circ \quad \therefore \angle b = 25^\circ$

$\therefore \angle a + \angle b = 132^\circ + 25^\circ = 157^\circ$



유제 11 $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (25 + 20 + 15) = 30r$ (cm²)

이때 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 20 \times 15 = 150$ (cm²)이므로

$30r = 150 \quad \therefore r = 5$

$\therefore \triangle IAB = \frac{1}{2} \times 25 \times 5 = \frac{125}{2}$ (cm²)

유제 12 오른쪽 그림과 같이 $\overline{IB}$, $\overline{IC}$ 를 그으면

$\angle DBI = \angle IBC$,

$\angle ECI = \angle ICB$

이때 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$\angle DIB = \angle IBC$ (엇각), $\angle EIC = \angle ICB$ (엇각)

$\therefore \angle DIB = \angle DBI$, $\angle ECI = \angle EIC$

따라서 $\triangle DBI$, $\triangle EIC$ 는 각각 $\overline{DB} = \overline{DI}$, $\overline{EI} = \overline{EC}$ 인 이등변삼각형이므로

($\triangle ABC$ 의 둘레의 길이)

$= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}$

$= (\overline{AD} + \overline{DB}) + \overline{BC} + (\overline{AE} + \overline{EC})$

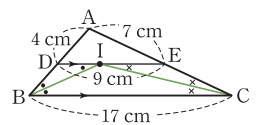
$= (\overline{AD} + \overline{DI}) + \overline{BC} + (\overline{AE} + \overline{EI})$

$= \overline{AD} + (\overline{DI} + \overline{EI}) + \overline{BC} + \overline{AE}$

$= \overline{AD} + \overline{DE} + \overline{BC} + \overline{AE}$

$= 4 + 9 + 17 + 7$

$= 37$ (cm)



유제 13 $\overline{AO}$ 는 이등변삼각형 ABC 의 꼭지각 A의 이등분선이므로

$\angle A = 2\angle BAO = 2 \times 22^\circ = 44^\circ$

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$\angle BOC = 2\angle A = 2 \times 44^\circ = 88^\circ$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

$\angle OCB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 88^\circ) = 46^\circ$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$\angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 44^\circ) = 68^\circ$

점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle IBC = \frac{1}{2} \angle ACB = \frac{1}{2} \times 68^\circ = 34^\circ$$

$$\therefore \angle OCI = \angle OCB - \angle ICB = 46^\circ - 34^\circ = 12^\circ$$

유제 14 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$110^\circ = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A, \quad \frac{1}{2} \angle A = 20^\circ \quad \therefore \angle A = 40^\circ$$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$$

$$\therefore \angle IBC = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$$

또 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\angle BOC = 2 \angle A = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OBC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 80^\circ) = 50^\circ$$

$$\therefore \angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 50^\circ - 35^\circ = 15^\circ$$

$$\therefore \angle BOC - \angle OBI = 80^\circ - 15^\circ = 65^\circ$$

2 최고 유형 탐험하기

24~25쪽

1 ④

2 ②

3 ④

4 ④

5 ②

6 ④

7 ③

8 ⑤

1 점 O는 직각삼각형 ABC 의 외심이므로

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$$

이때 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle ABO = \triangle OBC = 40 \text{ cm}^2$

$$\therefore \triangle ABC = \triangle ABO + \triangle OBC \\ = 40 + 40 = 80 (\text{cm}^2)$$

따라서 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{BC}$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times 16 = 80, \quad 8\overline{AB} = 80$$

$$\therefore \overline{AB} = 10 (\text{cm})$$

2 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 를 그

으면 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$$

$\triangle OCB$ 에서

$$\angle OBC = \angle OCB = 28^\circ \text{이므로}$$

$$\angle OBA = 46^\circ + 28^\circ = 74^\circ$$

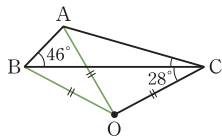
$$\therefore \angle OAB = \angle OBA = 74^\circ$$

$\triangle OCA$ 에서 $\angle OAC = \angle OCA = \angle ACB + 28^\circ$

따라서 $\triangle ABC$ 에서

$$46^\circ + 74^\circ + (\angle ACB + 28^\circ) + \angle ACB = 180^\circ$$

$$2\angle ACB = 32^\circ \quad \therefore \angle ACB = 16^\circ$$



3 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 를 그으면

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\overline{OB} = \overline{OC}$$

$\triangle OBD$ 와 $\triangle OBE$ 에서

$$\angle ODB = \angle OEB = 90^\circ,$$

$\overline{OB}$ 는 공통, $\overline{OD} = \overline{OE}$ 이므로

$\triangle OBD \cong \triangle OBE$ (RHS 합동)

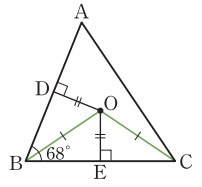
$$\therefore \angle OBD = \angle OBE = \frac{1}{2} \angle B = \frac{1}{2} \times 68^\circ = 34^\circ$$

이때 $\triangle OBC$ 는 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle OCB = \angle OBC = 34^\circ$$

$$\therefore \angle BOC = 180^\circ - (34^\circ + 34^\circ) = 112^\circ$$

$$\therefore \angle A = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 112^\circ = 56^\circ$$



4 오른쪽 그림과 같이 $\overline{IB}$ 를 그으면

$$\angle IBD = \frac{1}{2} \angle B = \frac{1}{2} \times 50^\circ = 25^\circ$$

$$\angle IAE = \angle IAC = \angle x,$$

$$\angle ICA = \angle ICD = \angle y \text{라 하면}$$

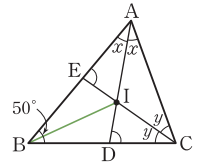
$$\angle x + 25^\circ + \angle y = 90^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 65^\circ$$

$\triangle ABD$ 에서 $\angle ADC = \angle x + 50^\circ$

$\triangle BCE$ 에서 $\angle AEC = \angle y + 50^\circ$

$$\therefore \angle ADC + \angle AEC = \angle x + 50^\circ + \angle y + 50^\circ \\ = (\angle x + \angle y) + 100^\circ \\ = 65^\circ + 100^\circ = 165^\circ$$



$$\mathbf{5} \quad \angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 90^\circ = 135^\circ$$

내접원 I의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라 하면

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (12 + 20 + 16) = 24r (\text{cm}^2)$$

$$\text{이때 } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 12 \times 16 = 96 (\text{cm}^2) \text{이므로}$$

$$24r = 96 \quad \therefore r = 4$$

$$\therefore (\text{색칠한 부분의 넓이}) = \pi \times 4^2 \times \frac{135}{360} = 6\pi (\text{cm}^2)$$

6 오른쪽 그림과 같이 $\overline{IB}$, $\overline{IC}$ 를

그으면

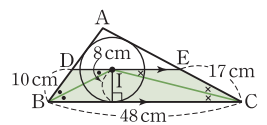
$$\angle DBI = \angle DIB,$$

$$\angle ECI = \angle EIC \text{이므로}$$

$$\overline{DI} = \overline{DB} = 10 \text{ cm}, \quad \overline{EI} = \overline{EC} = 17 \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{DE} = \overline{DI} + \overline{IE} = 10 + 17 = 27 (\text{cm})$$

$$\therefore (\text{사각형 DBCE의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (27 + 48) \times 8 \\ = 300 (\text{cm}^2)$$

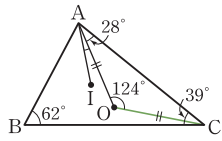


7 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC = 180^\circ - (62^\circ + 39^\circ) = 79^\circ$

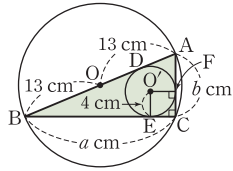
점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle IAC = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} \times 79^\circ = 39.5^\circ$$

또 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$ 를 그으면
 $\angle AOC = 2\angle B = 2 \times 62^\circ = 124^\circ$
 $\triangle AOC$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로
 $\angle OAC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 124^\circ) = 28^\circ$
 $\therefore \angle IAO = \angle IAC - \angle OAC = 39.5^\circ - 28^\circ = 11.5^\circ$

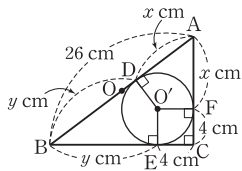


- 8 $\triangle ABC$ 의 외심이 $\overline{AB}$ 위에 있으므로 $\triangle ABC$ 는 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형이고, $\triangle ABC$ 와 내접원 O' 의 접점을 각각 D, E, F라 하면 사각형 $O'ECF$ 는 한 변의 길이가 4cm인 정사각형이다.
 $\overline{BC} = a$ cm라 하면 $\overline{BD} = \overline{BE} = (a-4)$ cm
 $\overline{AC} = b$ cm라 하면 $\overline{AD} = \overline{AF} = (b-4)$ cm
이때 $\overline{BD} + \overline{AD} = \overline{AB}$ 이므로
 $(a-4) + (b-4) = 26 \quad \therefore a+b=34$
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times (26+a+b)$
 $= \frac{1}{2} \times 4 \times 60 = 120(\text{cm}^2)$



[다른 풀이]

$\overline{AD} = x$ cm라 하면
 $\overline{AC} = (x+4)$ cm
 $\overline{BD} = y$ cm라 하면
 $\overline{BC} = (y+4)$ cm
이때 $x+y=26$ 이므로



$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times \{26 + (x+4) + (y+4)\}$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 60 = 120(\text{cm}^2)$$

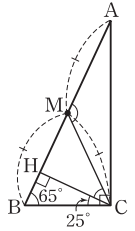
3 최고 유형 정복하기

26~28쪽

- 01 43 cm^2 02 90° 03 104° 04 31°
05 $\frac{20}{7} \text{ cm}$ 06 $\frac{b-a}{2}$ 07 $\perp, \cong$ 08 185°
09 62.5° 10 260° 11 17.5°

- 01 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\triangle OAF \equiv \triangle OCF$, $\triangle OAD \equiv \triangle OBD$, $\triangle OBE \equiv \triangle OCE$
 $\therefore \triangle OAF + \triangle OBD + \triangle OBE = \frac{1}{2} \triangle ABC$
 $= \frac{1}{2} \times 126 = 63(\text{cm}^2)$
이때 $\triangle OAF = \frac{1}{2} \times 8 \times 5 = 20(\text{cm}^2)$ 이므로
(사각형 ODBE의 넓이) = $\triangle OBD + \triangle OBE$
 $= 63 - \triangle OAF$
 $= 63 - 20 = 43(\text{cm}^2)$

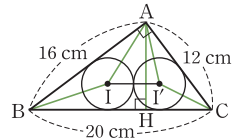
- 02 점 M은 직각삼각형 ABC 의 외심이므로
 $\triangle MBC$ 에서 $\angle MCB = \angle B = 65^\circ$
 $\therefore \angle AMC = 65^\circ + 65^\circ = 130^\circ$
 $\triangle HBC$ 에서
 $\angle HCB = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ$ 이므로
 $\angle MCH = 65^\circ - 25^\circ = 40^\circ$
 $\therefore \angle AMC - \angle MCH = 130^\circ - 40^\circ = 90^\circ$



- 03 $\triangle ABC$ 의 외심이 $\overline{BC}$ 위에 있으므로 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이고, $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ 이다.
 $\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로
 $\angle OAB = \angle OBA = 38^\circ$
 $\therefore \angle OAC = 90^\circ - 38^\circ = 52^\circ$
점 O' 은 $\triangle AOC$ 의 외심이므로
 $\angle OO'C = 2\angle OAC = 2 \times 52^\circ = 104^\circ$

- 04 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC = 180^\circ - (46^\circ + 82^\circ) = 52^\circ$
 $\triangle AHC$ 에서 $\angle HAC = 90^\circ - 82^\circ = 8^\circ$
점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle IAB = \angle IAC = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} \times 52^\circ = 26^\circ$
 $\therefore \angle x = \angle IAC - \angle HAC = 26^\circ - 8^\circ = 18^\circ$
이때 $\angle IBA = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 46^\circ = 23^\circ$ 이므로
 $\triangle ABI$ 에서
 $\angle y = \angle IAB + \angle IBA = 26^\circ + 23^\circ = 49^\circ$
 $\therefore \angle y - \angle x = 49^\circ - 18^\circ = 31^\circ$

- 05 오른쪽 그림과 같이
 $\overline{IA}$, $\overline{IB}$, $\overline{IA'}$, $\overline{IC'}$ 를 긋고 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하자.



두 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\triangle ABI = \frac{1}{2} \times 16 \times r = 8r(\text{cm}^2) \quad \dots \textcircled{㉑}$$

$$\triangle AI'C = \frac{1}{2} \times 12 \times r = 6r(\text{cm}^2) \quad \dots \textcircled{㉒}$$

$$(\text{사각형 } IBCI' \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (2r+20) \times r$$

$$= r^2 + 10r(\text{cm}^2) \quad \dots \textcircled{㉓}$$

또 $\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{AH} \times \overline{BC}$ 이므로

$$16 \times 12 = \overline{AH} \times 20 \quad \therefore \overline{AH} = \frac{48}{5}(\text{cm})$$

$$\triangle AIH' = \frac{1}{2} \times 2r \times \left(\frac{48}{5} - r \right) = \frac{48}{5}r - r^2(\text{cm}^2) \quad \dots \textcircled{㉔}$$

따라서 ㉑~㉔에 의해

$$\triangle ABC = \triangle ABI + \triangle AI'C + (\text{사각형 } IBCI' \text{의 넓이}) + \triangle AIH'$$

$$\frac{1}{2} \times 16 \times 12 = 8r + 6r + (r^2 + 10r) + \left(\frac{48}{5}r - r^2 \right)$$

$$96 = \frac{168}{5}r \quad \therefore r = \frac{20}{7}$$

따라서 원의 반지름의 길이는 $\frac{20}{7}$ cm이다.

- 01 $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACE$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle ABD = \angle ACE$, $\overline{BD} = \overline{CE}$ 이므로
 $\triangle ABD \equiv \triangle ACE$ (SAS 합동)
 $\therefore \overline{AD} = \overline{AE}$
 즉, $\triangle ADE$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle AED = \angle ADE = 55^\circ$
 $\therefore \angle DAE = 180^\circ - (55^\circ + 55^\circ) = 70^\circ$

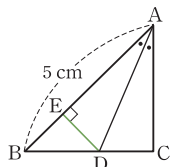
- 02 $\angle DAC = \angle x$ 라 하면 $\angle BAC = 3\angle DAC = 3\angle x$
 또 $\triangle ADC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{DC}$ 이므로
 $\angle DCA = \angle DAC = \angle x$
 $\therefore \angle ADB = \angle x + \angle x = 2\angle x$
 $\triangle ABD$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 이므로
 $\angle ABD = \angle ADB = 2\angle x$
 따라서 $\triangle ABC$ 에서 $3\angle x + 2\angle x + \angle x = 180^\circ$
 $6\angle x = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 30^\circ$
 $\therefore \angle DAC = 30^\circ$

- 03 $\overline{AD} \parallel \overline{CB}$ 이므로 $\angle ABC = \angle DAB = 75^\circ$ (엇각)
 $\angle CAB = \angle DAB = 75^\circ$ (접은 각)
 따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\angle ACB = 180^\circ - (75^\circ + 75^\circ) = 30^\circ$

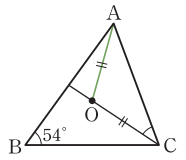
- 04 $\triangle AOC$ 와 $\triangle OBD$ 에서
 $\angle ACO = \angle ODB = 90^\circ$ (①)
 $\overline{AO} = \overline{OB}$ (③)
 $\angle OAC + \angle AOC = 90^\circ$, $\angle AOC + \angle BOD = 90^\circ$ 이므로
 $\angle OAC = \angle BOD$, 즉 $\angle AOC = \angle OBD$ (②)
 $\therefore \triangle AOC \equiv \triangle OBD$ (RHA 합동)
 따라서 ④, ⑤는 설명에 의해 얻어지는 결과이다.

- 05 $\triangle ABF$ 와 $\triangle BCG$ 에서
 $\angle AFB = \angle BGC = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{BC}$,
 $\angle BAF = 90^\circ - \angle ABF = \angle CBG$ 이므로
 $\triangle ABF \equiv \triangle BCG$ (RHA 합동)
 $\therefore \overline{BF} = \overline{CG} = 5\text{cm}$, $\overline{BG} = \overline{AF} = 8\text{cm}$
 따라서 $\overline{FG} = \overline{BG} - \overline{BF} = 8 - 5 = 3(\text{cm})$ 이므로
 $\triangle AFG = \frac{1}{2} \times 3 \times 8 = 12(\text{cm}^2)$

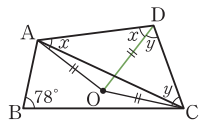
- 06 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 E라 하면
 $\triangle AED$ 와 $\triangle ACD$ 에서
 $\angle AED = \angle ACD = 90^\circ$,
 $\overline{AD}$ 는 공통, $\angle EAD = \angle CAD$ 이므로
 $\triangle AED \equiv \triangle ACD$ (RHA 합동)
 $\therefore \overline{AC} = \overline{AE}$, $\overline{CD} = \overline{ED}$
 한편, $\triangle ABC$ 는 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형이므로
 $\angle BAC = \angle ABC = 45^\circ$
 $\triangle EBD$ 에서 $\angle EDB = 90^\circ - \angle EBD = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$
 즉, $\triangle EBD$ 는 $\overline{EB} = \overline{ED}$ 인 직각이등변삼각형이다.
 $\therefore \overline{AC} + \overline{CD} = \overline{AE} + \overline{EB} = \overline{AB} = 5(\text{cm})$



- 07 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$ 를 그으면
 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\overline{OA} = \overline{OC}$
 $\angle AOC = 2\angle B = 2 \times 54^\circ = 108^\circ$
 $\triangle AOC$ 에서
 $\angle OCA = \angle OAC$
 $= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 108^\circ) = 36^\circ$



- 08 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\angle AOC = 2\angle B = 2 \times 78^\circ = 156^\circ$
 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$ 를 그으면
 점 O가 $\triangle ACD$ 의 외심이므로
 $\overline{OA} = \overline{OD} = \overline{OC}$
 $\angle OAD = \angle ODA = \angle x$,
 $\angle OCD = \angle ODC = \angle y$ 라 하면
 사각형 AOCD에서 $2\angle x + 2\angle y + 156^\circ = 360^\circ$
 $2(\angle x + \angle y) = 204^\circ \quad \therefore \angle x + \angle y = 102^\circ$
 $\therefore \angle D = 102^\circ$



- [다른 풀이]
 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\angle AOC = 2\angle B = 2 \times 78^\circ = 156^\circ$
 또 점 O가 $\triangle ACD$ 의 외심이므로
 $\angle D = \frac{1}{2} \times (360^\circ - 156^\circ) = 102^\circ$

- 09 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle A = 2\angle IAC = 2 \times 33^\circ = 66^\circ$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle ABC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 66^\circ) = 57^\circ$
 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle IBC = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 57^\circ = 28.5^\circ$

- 10 $\frac{1}{2} \times 4 \times (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이}) = 56$
 $\therefore (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이}) = 28(\text{cm})$

- 11 내접원의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 라 하면
 $\triangle IBC = \frac{1}{2} \times 12r = 6r(\text{cm}^2)$
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (25 + 12 + 19) = 28r(\text{cm}^2)$
 $\therefore \triangle IBC : \triangle ABC = 6r : 28r = 3 : 14$

- 12 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 180^\circ - (46^\circ + 58^\circ) = 76^\circ$
 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\angle BOC = 2\angle A = 2 \times 76^\circ = 152^\circ$
 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 76^\circ = 128^\circ$
 $\therefore \angle BOC - \angle BIC = 152^\circ - 128^\circ = 24^\circ$

- 13 $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이는

$$\frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm})$$

$$\therefore (\text{외접원의 넓이}) = \pi \times 5^2 = 25\pi(\text{cm}^2)$$

$\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (10 + 8 + 6) = 12r(\text{cm}^2)$$

$$\text{이때 } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24(\text{cm}^2) \text{이므로}$$

$$12r = 24 \quad \therefore r = 2$$

$$\therefore (\text{내접원의 넓이}) = \pi \times 2^2 = 4\pi(\text{cm}^2)$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 외접원과 내접원의 넓이의 합은

$$25\pi + 4\pi = 29\pi(\text{cm}^2)$$

- 14 $\angle B = \angle a$ 라 하면

$\triangle DBE$ 에서 $\overline{DB} = \overline{DE}$ 이므로

$$\angle DEB = \angle B = \angle a$$

$$\therefore \angle ADE = \angle a + \angle a = 2\angle a$$

$\triangle DEA$ 에서 $\overline{ED} = \overline{EA}$ 이므로

$$\angle DAE = \angle ADE = 2\angle a$$

$\triangle ABE$ 에서 $\angle AEC = \angle a + 2\angle a = 3\angle a$

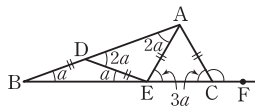
$\triangle AEC$ 에서 $\overline{AE} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle ACE = \angle AEC = 3\angle a$$

이때 $\angle B = \angle ACE - 40^\circ$ 이므로

$$\angle a = 3\angle a - 40^\circ, \quad 2\angle a = 40^\circ \quad \therefore \angle a = 20^\circ$$

$$\therefore \angle ACF = 180^\circ - 3 \times 20^\circ = 120^\circ$$



- 15 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 52^\circ) = 64^\circ$$

$\triangle DBC$ 와 $\triangle ECB$ 에서

$$\overline{DB} = \overline{AB} - \overline{AD} = \overline{AC} - \overline{AE} = \overline{EC},$$

$\angle DBC = \angle ECB$, $\overline{BC}$ 는 공통이므로

$\triangle DBC \equiv \triangle ECB$ (SAS 합동)

$$\therefore \angle PBC = \angle PCB = 64^\circ - 36^\circ = 28^\circ$$

따라서 $\triangle PBC$ 에서 $\angle CPE = 28^\circ + 28^\circ = 56^\circ$

- 16 $\triangle AEF$ 와 $\triangle AEG$ 에서

$$\angle AFE = \angle AGE = 90^\circ,$$

$\overline{AE}$ 는 공통, $\angle EAF = \angle EAG$ 이므로

$\triangle AEF \equiv \triangle AEG$ (RHA 합동) ... ㉠

$$\therefore \overline{EF} = \overline{EG}$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$ 와 $\overline{CE}$ 를 그으면

$\triangle BDE$ 와 $\triangle CDE$ 에서

$$\overline{BD} = \overline{CD}, \quad \angle BDE = \angle CDE = 90^\circ,$$

$\overline{DE}$ 는 공통이므로

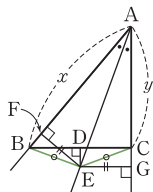
$\triangle BDE \equiv \triangle CDE$ (SAS 합동)

$$\therefore \overline{BE} = \overline{CE}$$

$\triangle BEF$ 와 $\triangle CEG$ 에서

$$\angle EFB = \angle EGC = 90^\circ, \quad \overline{BE} = \overline{CE}, \quad \overline{EF} = \overline{EG} \text{이므로}$$

$\triangle BEF \equiv \triangle CEG$ (RHS 합동)



$$\therefore \overline{BF} = \overline{CG}$$

$$\overline{BF} = \overline{CG} = a \text{라 하면 } \overline{AF} = x - a, \quad \overline{AG} = y + a$$

이때 ㉠에서 $\overline{AF} = \overline{AG}$ 이므로

$$x - a = y + a, \quad a = \frac{x - y}{2}$$

$$\therefore \overline{BF} = \frac{x - y}{2}$$

- 17 $\overline{BC} \parallel \overline{DA}$ 이므로 $\angle BAD = \angle B = \angle 90^\circ$ (엇각)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{DE}$ 의 중점

을 M이라 하면 $\triangle EDA$ 는 직각

삼각형이므로 점 M은 $\triangle EDA$

의 외심이다.

$$\therefore \overline{AM} = \overline{DM} = \overline{EM} = \overline{AC}$$

$\triangle MDA$ 에서 $\overline{MD} = \overline{MA}$ 이므로 $\angle MAD = \angle MDA = \angle x$

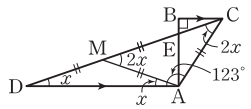
$$\therefore \angle AMC = \angle x + \angle x = 2\angle x$$

$\triangle ACM$ 에서 $\overline{AM} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle ACM = \angle AMC = 2\angle x$$

$$\triangle CDA \text{에서 } 2\angle x + \angle x + 123^\circ = 180^\circ$$

$$3\angle x = 57^\circ \quad \therefore \angle x = 19^\circ$$



- 18 오른쪽 그림과 같이 $\overline{IB}$, $\overline{IC}$ 를 그으면

점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle ABI = \angle IBD$$

$$\overline{AB} \parallel \overline{ID} \text{이므로}$$

$$\angle DIB = \angle ABI \text{ (엇각)}$$

즉, $\triangle DIB$ 에서 $\angle IBD = \angle DIB$ 이므로 $\overline{DB} = \overline{DI}$

같은 방법으로 하면

$$\triangle ECI \text{에서 } \angle ICE = \angle EIC \text{이므로 } \overline{EC} = \overline{EI}$$

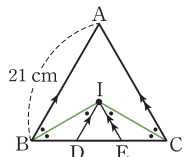
이때 $\overline{AB} \parallel \overline{ID}$ 이므로 $\angle IDE = \angle B = 60^\circ$ (동위각)

$\overline{AC} \parallel \overline{IE}$ 이므로 $\angle IED = \angle C = 60^\circ$ (동위각)

따라서 $\triangle IDE$ 는 정삼각형이다.

$$\therefore \overline{DB} = \overline{DI} = \overline{DE} = \overline{EI} = \overline{EC}$$

$$\therefore \overline{DE} = \frac{1}{3} \overline{BC} = \frac{1}{3} \overline{AB} = \frac{1}{3} \times 21 = 7(\text{cm})$$



- 19 외접원의 반지름의 길이를 R cm라 하면

$$R = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 30 = 15$$

$\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (18 + 24 + 30) = 36r(\text{cm}^2)$$

$$\text{이때 } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 24 \times 18 = 216(\text{cm}^2) \text{이므로}$$

$$36r = 216 \quad \therefore r = 6$$

호 AC의 길이는 $\triangle ABC$ 의 외접원 둘레의 길이의 $\frac{1}{2}$ 이므로

$$\widehat{AC} = \frac{1}{2} \times 2\pi \times 15 = 15\pi(\text{cm})$$

호 DE의 길이는 $\triangle ABC$ 의 내접원 둘레의 길이의 $\frac{1}{4}$ 이므로

$$\widehat{DE} = \frac{1}{4} \times 2\pi \times 6 = 3\pi(\text{cm})$$

$$\therefore \widehat{AC} : \widehat{DE} = 15\pi : 3\pi = 5 : 1$$

- 20 $\triangle ADC$ 에서 $\angle CAD = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$
 따라서 $\triangle ADC$ 는 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 인 직각이등변삼각형이다. ... ①
 한편, $\triangle AFE$ 와 $\triangle CDF$ 에서
 $\angle AEF = \angle CDF = 90^\circ$,
 $\angle AFE = \angle CFD$ (맞꼭지각)이므로
 $\angle EAF = \angle DCF$... ②
 따라서 $\triangle ABD$ 와 $\triangle CFD$ 에서
 $\angle BAD = \angle FCD$, $\overline{AD} = \overline{CD}$,
 $\angle ADB = \angle CDF = 90^\circ$ 이므로
 $\triangle ABD \cong \triangle CFD$ (ASA 합동)
 $\therefore \overline{CF} = \overline{AB} = 4 + 6 = 10$ (cm) ... ③

채점 요소	비율
① $\overline{AD} = \overline{CD}$ 임을 알기	30 %
② $\angle EAF = \angle DCF$ 임을 알기	40 %
③ $\overline{CF}$ 의 길이 구하기	30 %

- 21 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 48^\circ) = 66^\circ$... ①
 $\triangle BED$ 와 $\triangle CFE$ 에서
 $\overline{BD} = \overline{CE}$, $\angle B = \angle C$, $\overline{BE} = \overline{CF}$ 이므로
 $\triangle BED \cong \triangle CFE$ (SAS 합동) ... ②
 $\therefore \overline{DE} = \overline{EF}$, $\angle BDE = \angle CEF$
 따라서 $\triangle DEF$ 는 $\overline{DE} = \overline{EF}$ 인 이등변삼각형이고
 $\angle DEF = 180^\circ - (\angle BED + \angle CEF)$
 $= 180^\circ - (\angle BED + \angle BDE)$
 $= \angle B = 66^\circ$... ③
 이므로 $\angle EDF = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 66^\circ) = 57^\circ$... ④

채점 요소	비율
① $\angle B$ 의 크기 구하기	20 %
② $\triangle BED \cong \triangle CFE$ 임을 알기	20 %
③ $\angle DEF$ 의 크기 구하기	40 %
④ $\angle EDF$ 의 크기 구하기	20 %

- 22 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle DBC = \angle a$, $\angle ECB = \angle b$ 라 하면
 $\angle ABC = 2\angle DBC = 2\angle a$
 $\angle ACB = 2\angle ECB = 2\angle b$
 $\triangle EBC$ 에서
 $\angle BEC = 180^\circ - (\angle EBC + \angle ECB)$
 $= 180^\circ - (2\angle a + \angle b)$
 $= 180^\circ - 2\angle a - \angle b$
 $\triangle DBC$ 에서
 $\angle BDC = 180^\circ - (\angle DCB + \angle DBC)$
 $= 180^\circ - (2\angle b + \angle a)$
 $= 180^\circ - \angle a - 2\angle b$... ①
 이때 $\angle BEC + \angle BDC = 156^\circ$ 이므로
 $(180^\circ - 2\angle a - \angle b) + (180^\circ - \angle a - 2\angle b) = 156^\circ$
 $3(\angle a + \angle b) = 204^\circ \quad \therefore \angle a + \angle b = 68^\circ$... ②

- 따라서 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle A = 180^\circ - (2\angle a + 2\angle b)$
 $= 180^\circ - 2(\angle a + \angle b)$
 $= 180^\circ - 2 \times 68^\circ = 44^\circ$... ③

채점 요소	비율
① $\angle BEC$, $\angle BDC$ 의 크기를 $\angle DBC$ 와 $\angle ECB$ 의 크기를 사용하여 나타내기	60 %
② $\angle DBC + \angle ECB$ 의 크기 구하기	20 %
③ $\angle A$ 의 크기 구하기	20 %

- 23 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle BAC = 2\angle CAE$$

$$= 2 \times 36^\circ = 72^\circ \quad \dots \text{①}$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 를 그으면 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\angle OBA = \angle OAB = 25^\circ$$

$$\angle BOC = 2\angle BAC$$

$$= 2 \times 72^\circ = 144^\circ \quad \dots \text{②}$$

$\triangle OBC$ 에서

$$\angle OBC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 144^\circ) = 18^\circ$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ABO + \angle OBD$$

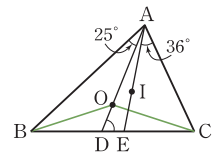
$$= 25^\circ + 18^\circ = 43^\circ \quad \dots \text{③}$$

따라서 $\triangle ABD$ 에서

$$\angle ADE = \angle BAD + \angle ABD$$

$$= 25^\circ + 43^\circ = 68^\circ \quad \dots \text{④}$$

채점 요소	비율
① $\angle BAC$ 의 크기 구하기	20 %
② $\angle OBA$, $\angle BOC$ 의 크기 구하기	30 %
③ $\angle ABD$ 의 크기 구하기	30 %
④ $\angle ADE$ 의 크기 구하기	20 %



II. 사각형의 성질

1 평행사변형

1 주제별 유형 불러오기

35~41쪽

- 유제 1 ③ 유제 2 30 cm 유제 3 ③ 유제 4 $\angle$, $\angle$
 유제 5 ③ 유제 6 ③, ④ 유제 7 $\angle$, $\angle$ 유제 8 ③
 유제 9 $\overline{AD} \parallel \overline{CE}$, $\overline{AD} = \overline{CE}$ 유제 10 ③ 유제 11 5 cm^2
 유제 12 ④ 유제 13 9 cm^2

유제 1 $\angle ADC = \angle B = 58^\circ$ 이므로
 $\angle ADF = \frac{1}{2} \angle ADC = \frac{1}{2} \times 58^\circ = 29^\circ$
 $\triangle AFD$ 에서 $\angle DAF = 90^\circ - 29^\circ = 61^\circ$
 이때 $\angle BAD + \angle B = 180^\circ$ 이므로
 $61^\circ + \angle BAF + 58^\circ = 180^\circ \quad \therefore \angle BAF = 61^\circ$
 $\therefore x = 61$
 한편, $\overline{AB} = \overline{DC} = y$, $\overline{AD} = \overline{BC} = 8$ 이므로
 $2(y+8) = 30$, $y+8 = 15 \quad \therefore y = 7$
 $\therefore x+y = 61+7 = 68$

유제 2 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같으므로
 $\overline{CD} = \overline{AB} = 10 \text{ cm}$
 두 대각선 AC와 BD는 서로 다른 것을 이등분하므로
 $\overline{OC} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 18 = 9(\text{cm})$
 $\overline{OD} = \frac{1}{2} \overline{BD} = \frac{1}{2} \times 22 = 11(\text{cm})$
 $\therefore (\triangle OCD \text{의 둘레의 길이}) = \overline{OC} + \overline{OD} + \overline{CD}$
 $= 9 + 11 + 10 = 30(\text{cm})$

유제 3 $\triangle ABE$ 와 $\triangle DFE$ 에서
 $\overline{AE} = \overline{DE}$, $\angle AEB = \angle DEF$ (맞꼭지각),
 $\angle BAE = \angle FDE$ (엇각)이므로
 $\triangle ABE \cong \triangle DFE$ (ASA 합동)
 $\therefore \overline{DF} = \overline{AB} = 5 \text{ cm}$
 이때 $\square ABCD$ 가 평행사변형이므로 $\overline{CD} = \overline{AB} = 5 \text{ cm}$
 $\therefore \overline{CF} = \overline{CD} + \overline{DF} = 5 + 5 = 10(\text{cm})$

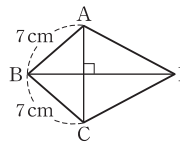
유제 4 $\angle$, $\angle$, $\triangle POD$ 와 $\triangle QOB$ 에서
 $\overline{OD} = \overline{OB}$, $\angle PDO = \angle QBO$ (엇각),
 $\angle POD = \angle QOB$ (맞꼭지각)이므로
 $\triangle POD \cong \triangle QOB$ (ASA 합동)
 $\therefore \overline{OP} = \overline{OQ}$
 $\angle$, $\angle$, $\triangle AOP$ 와 $\triangle COQ$ 에서
 $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\angle PAO = \angle QCO$ (엇각),
 $\angle AOP = \angle COQ$ (맞꼭지각)이므로

$\triangle AOP \cong \triangle COQ$ (ASA 합동)
 $\therefore \overline{AP} = \overline{CQ}$
 $\angle$, $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{BQ} = \overline{DP}$
 $\angle$, $\angle APO = \angle CQO$
 따라서 옳지 않은 것은 $\angle$, $\angle$ 이다.

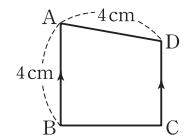
유제 5 ③ (다) $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ (SAS 합동)

유제 6 ① 엇각의 크기가 같으므로 두 쌍의 대변이 각각 평행하다. 즉, 평행사변형이다.
 ② 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다.
 ③ 한 쌍의 대변이 평행하고, 다른 한 쌍의 대변의 길이가 같으므로 평행사변형이 아니다.
 ④ 한 쌍의 대변만 평행하므로 평행사변형이 아니다.
 ⑤ $\angle A + \angle B = 180^\circ$ 이면 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이다.
 즉, 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다.
 따라서 평행사변형이 되지 않는 것은 ③, ④이다.

유제 7 $\angle$, 오른쪽 그림에서 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이고,
 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이지만
 $\square ABCD$ 는 평행사변형이 아니다.



$\angle$, $\angle ABO = \angle CDO$ (엇각)이므로 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이고,
 $\overline{AB} = \overline{DC}$ 이다.
 즉, 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다.
 $\angle$, $\angle D = 360^\circ - (115^\circ + 65^\circ + 115^\circ) = 65^\circ$
 즉, $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이다.
 $\angle$, 오른쪽 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 이고,
 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이지만
 $\square ABCD$ 는 평행사변형이 아니다.
 따라서 평행사변형인 것은 $\angle$, $\angle$ 이다.



유제 8 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle AFB = \angle DAF$ (엇각)
 $\therefore \angle BAF = \angle AFB$
 즉, $\triangle ABF$ 는 $\overline{BA} = \overline{BF}$ 인 이등변삼각형이다.
 그런데 $\angle B = 60^\circ$ 이므로 $\triangle ABF$ 는 정삼각형이다.
 $\therefore \overline{AF} = \overline{BF} = \overline{AB} = 5 \text{ cm}$
 이때 $\overline{BC} = \overline{AD} = 7 \text{ cm}$ 이므로
 $\overline{FC} = \overline{BC} - \overline{BF} = 7 - 5 = 2(\text{cm})$
 한편, $\angle BAD = \angle BCD = 120^\circ$ 에서
 $\angle EAF = \angle ECF = 60^\circ$ 이고,
 $\angle AFB = \angle EAF = 60^\circ$ (엇각),
 $\angle DEC = \angle ECF = 60^\circ$ (엇각)에서
 $\angle AFC = \angle AEC = 120^\circ$ 이므로 $\square AFCE$ 는 평행사변형이다.
 $\therefore (\square AFCE \text{의 둘레의 길이}) = 2 \times (5 + 2) = 14(\text{cm})$

[다른 풀이]

 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle AFB = \angle DAF$ (엇각) $\therefore \angle BAF = \angle AFB$ 즉, $\triangle ABF$ 는 $\overline{BA} = \overline{BF}$ 인 이등변삼각형이다.그런데 $\angle B = 60^\circ$ 이므로 $\triangle ABF$ 는 정삼각형이다. $\therefore \overline{AF} = \overline{BF} = \overline{AB} = 5 \text{ cm}$ $\overline{FC} = \overline{BC} - \overline{BF} = \overline{AD} - \overline{BF} = 7 - 5 = 2 \text{ (cm)}$ 같은 방법으로 하면 $\triangle CDE$ 도 정삼각형이다. $\therefore \overline{CE} = \overline{DE} = \overline{CD} = 5 \text{ cm}$ $\overline{AE} = \overline{AD} - \overline{DE} = 7 - 5 = 2 \text{ (cm)}$

$$\begin{aligned} \therefore (\square AFCE \text{의 둘레의 길이}) &= \overline{AF} + \overline{FC} + \overline{CE} + \overline{AE} \\ &= 5 + 2 + 5 + 2 \\ &= 14 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

- 유제 9** $\square ABCD$ 가 평행사변형이므로 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$
 이때 $\overline{BC} = \overline{CE}$ 이므로 $\overline{AD} \parallel \overline{CE}$, $\overline{AD} = \overline{CE}$
 즉, $\square ACED$ 는 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다.

- 유제 10** $\overline{AD} = \overline{BC} = \overline{CE}$, $\overline{AD} \parallel \overline{CE}$ 이므로 $\square ACED$ 는 평행사변형이다.
 이때 $\square ACED$ 는 대각선 CD 에 의해 넓이가 이등분되므로
 $\triangle CED = \triangle ACD = 6 \text{ cm}^2$
 또 $\overline{BC} = \overline{CE}$, $\overline{DC} = \overline{CF}$ 이므로 $\square BFED$ 도 평행사변형이다.
 $\therefore \square BFED = 4 \triangle CED$
 $= 4 \times 6 = 24 \text{ (cm}^2\text{)}$

- 유제 11** 오른쪽 그림과 같이 점 P, Q를 지나면서 $\overline{AB}$ 와 평행한 직선을 각각 그으면

 $\square PJFR$, $\square RFLQ$, $\square ABFH$, $\square HFCD$ 는 모두 평행사변형이므로

$$\triangle PFR = \frac{1}{2} \square PJFR$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \square ABFH$$

$$= \frac{1}{8} \square ABFH$$

$$\triangle RFQ = \frac{1}{2} \square RFLQ$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \square HFCD$$

$$= \frac{1}{8} \square HFCD$$

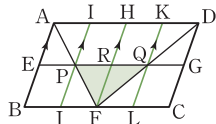
$$\therefore \triangle PFQ = \triangle PFR + \triangle RFQ$$

$$= \frac{1}{8} \square ABFH + \frac{1}{8} \square HFCD$$

$$= \frac{1}{8} (\square ABFH + \square HFCD)$$

$$= \frac{1}{8} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{8} \times 40 = 5 \text{ (cm}^2\text{)}$$



- 유제 12** $\triangle PAB + \triangle PCD = \frac{1}{2} \square ABCD$ 이므로

$$\triangle PAB + \triangle PCD = \frac{1}{2} \times 104 = 52 \text{ (cm}^2\text{)}$$

이때 $\triangle PAB : \triangle PCD = 3 : 1$ 이므로

$$\therefore \triangle PCD = \frac{1}{4} \times 52 = 13 \text{ (cm}^2\text{)}$$

- 유제 13** 평행사변형의 대각선은 그 넓이를 이등분하므로

$$\triangle ABC = \triangle CDA = \triangle PDA + \triangle PCD$$

$$= 9 + 4 = 13 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\triangle PAB = x \text{ cm}^2 \text{라 하면}$$

$$\triangle PBC = (13 - x) \text{ cm}^2$$

이때 $\triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PDA + \triangle PBC$ 이므로

$$x + 4 = 9 + (13 - x), 2x = 18 \quad \therefore x = 9$$

$$\therefore \triangle PAB = 9 \text{ cm}^2$$

[다른 풀이]

두 꼭짓점 B, D에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 길이는 같으므로

$$\triangle PAB = \triangle PDA = 9 \text{ cm}^2$$

2. 최고 유형 탐험하기

42~44쪽

1 ③	2 ②	3 ②	4 ③
5 ④	6 ④	7 ②	8 ②
9 ②	10 ⑤	11 ④	

- 1** $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로

$$\angle ABD = \angle BDC = 43^\circ \text{ (엇각)}$$

$$\angle BDC' = \angle BDC = 43^\circ \text{ (접은 각)}$$

따라서 $\triangle EBD$ 에서

$$\angle AEC' = 180^\circ - (43^\circ + 43^\circ) = 94^\circ$$

- 2** $\square ABCD$ 가 평행사변형이므로 마주 보는 변의 길이는 같다.

즉, $\overline{AD} = \overline{BC} = 3 - (-1) = 4$ 이므로 점 D의 x 좌표는 4또 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 점 D의 y 좌표는 5

$$\therefore D(4, 5)$$

- 3** $\square ABCD$ 가 평행사변형이고, $\angle B = 60^\circ$ 이므로

$$\angle BCD = 120^\circ$$

$$\angle BCE = \angle ECD = \frac{1}{2} \angle BCD = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$$

$$\overline{AD} \parallel \overline{BC} \text{에서 } \angle DEC = \angle ECB = 60^\circ \text{ (엇각)}$$

즉, $\triangle DEC$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{DE} = \overline{CD} = 9 \text{ cm}$ 이때 $\overline{AD} = \overline{BC} = 6 \text{ cm}$ 이므로

$$\overline{EA} = \overline{DE} - \overline{AD} = 9 - 6 = 3 \text{ (cm)}$$

 $\angle EAF = \angle B = 60^\circ$ (엇각)이므로 $\triangle AEF$ 는 정삼각형이다.

$$\therefore (\triangle AEF \text{의 둘레의 길이}) = 3\overline{EA} = 3 \times 3 = 9 \text{ (cm)}$$

- 4 $\overline{AB} \parallel \overline{FE}$ 에서 $\angle BAE = \angle AED$ (엇각)이고,
 $\angle DAE = \angle BAE$ 이므로 $\angle DAE = \angle AED$
 즉, $\triangle AED$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{DE} = \overline{AD} = 6\text{ cm}$
 또 $\overline{AB} \parallel \overline{FE}$ 에서 $\angle ABF = \angle BFE$ (엇각)이고,
 $\angle CBF = \angle ABF$ 이므로 $\angle CBF = \angle BFE$
 즉, $\triangle BCF$ 는 이등변삼각형이므로
 $\overline{CF} = \overline{BC} = \overline{AD} = 6\text{ cm}$
 $\therefore \overline{DF} = \overline{CF} - \overline{CD} = \overline{CF} - \overline{AB} = 6 - 4 = 2(\text{cm})$
 $\therefore \overline{EF} = \overline{DE} + \overline{DF} = 6 + 2 = 8(\text{cm})$

- 5 $\overline{BM} = \overline{MC} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \overline{AB} = \overline{DC}$
 즉, $\triangle ABM$ 과 $\triangle CDM$ 은 이등변삼각형이다.
 $\triangle ABM$ 과 $\triangle CDM$ 에서
 $\angle B + \angle C = 180^\circ$ 이고, 두 삼각형의 내각의 크기의 총합은
 360° 이므로
 $\angle BAM + \angle BMA + \angle CMD + \angle CDM = 180^\circ$
 이때 $\angle BAM = \angle BMA$, $\angle CMD = \angle CDM$ 이므로
 $2(\angle BMA + \angle CMD) = 180^\circ$
 $\therefore \angle BMA + \angle CMD = 90^\circ$
 $\therefore \angle AMD = 180^\circ - (\angle BMA + \angle CMD)$
 $= 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

[다른 풀이]

$\triangle ABM$, $\triangle CDM$ 은 각각 $\overline{BA} = \overline{BM}$, $\overline{CM} = \overline{CD}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle BAM = \angle BMA = \angle a$,
 $\angle CMD = \angle CDM = \angle b$ 라 하면
 $(\angle B + 2\angle a) + (\angle C + 2\angle b) = 360^\circ$
 이때 $\angle B + \angle C = 180^\circ$ 이므로
 $2(\angle a + \angle b) = 180^\circ \quad \therefore \angle a + \angle b = 90^\circ$
 $\therefore \angle AMD = 180^\circ - (\angle a + \angle b) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

- 6 평행사변형 ABCD에서
 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로 $\overline{OP} = \frac{1}{2} \overline{OA} = \frac{1}{2} \overline{OC} = \overline{OR} \quad \dots \textcircled{1}$
 $\overline{OB} = \overline{OD}$ 이므로 $\overline{OQ} = \frac{1}{2} \overline{OB} = \frac{1}{2} \overline{OD} = \overline{OS} \quad \dots \textcircled{2}$
 따라서 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에 의해 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 $\square PQRS$ 는 평행사변형이다.

- 8 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$, $\overline{OD}$ 를 그으면

$\overline{AO} \parallel \overline{ED}$ 이고,
 $\overline{AO} = \overline{OC} = \overline{ED}$ 이므로

$\square AODE$ 는 평행사변형이다.

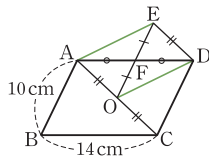
따라서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

$$\overline{AF} = \overline{DF}, \overline{OF} = \overline{EF}$$

$$\overline{AF} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 14 = 7(\text{cm})$$

$$\overline{OF} = \frac{1}{2} \overline{OE} = \frac{1}{2} \overline{CD} = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AF} + \overline{OF} = 7 + 5 = 12(\text{cm})$$



[다른 풀이]

$\triangle AOF$ 와 $\triangle DEF$ 에서

$$\overline{AO} = \overline{CO} = \overline{DE}, \angle OAF = \angle EDF \text{ (엇각),}$$

$$\angle AOF = \angle DEF \text{ (엇각)이므로}$$

$$\triangle AOF \equiv \triangle DEF \text{ (ASA 합동)}$$

$$\text{따라서 } \overline{AF} = \overline{DF}, \overline{OF} = \overline{EF} \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} \overline{AF} + \overline{OF} &= \frac{1}{2} \overline{AD} + \frac{1}{2} \overline{OE} = \frac{1}{2} \overline{BC} + \frac{1}{2} \overline{CD} \\ &= \frac{1}{2} \times 14 + \frac{1}{2} \times 10 = 12(\text{cm}) \end{aligned}$$

- 9 $\triangle AED$ 와 $\triangle FEC$ 에서
 $\overline{DE} = \overline{CE}$, $\angle AED = \angle FEC$ (맞꼭지각),
 $\angle ADE = \angle FCE$ (엇각)이므로
 $\triangle AED \equiv \triangle FEC$ (ASA 합동)
 $\therefore \triangle ACF = \triangle ACE + \triangle FEC$
 $= \triangle ACE + \triangle AED$
 $= \triangle ACD$
 $= \frac{1}{2} \square ABCD$
 $= \frac{1}{2} \times 48 = 24(\text{cm}^2)$

- 10 $\triangle AEO$ 와 $\triangle CFO$ 에서
 $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\angle AOE = \angle COF$ (맞꼭지각),
 $\angle EAO = \angle FCO$ (엇각)이므로
 $\triangle AEO \equiv \triangle CFO$ (ASA 합동)
 따라서 색칠한 부분의 넓이는
 $\triangle EBO + \triangle CFO = \triangle EBO + \triangle AEO$
 $= \triangle ABO$
 $= \frac{1}{4} \square ABCD$
 $= \frac{1}{4} \times (12 \times 8) = 24(\text{cm}^2)$

- 11 $\square ABCD$ 가 평행사변형이므로 $\overline{ED} \parallel \overline{BF}$ 이고,
 $\overline{AD} = \overline{BC}$ 에서 $\overline{ED} = \overline{BF}$ 이므로
 $\square EBF D$ 는 평행사변형이다.

오른쪽 그림과 같이 대각선 BD를 그

어 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 O라 하면

$\triangle BOG$ 와 $\triangle DOH$ 에서

$$\overline{OB} = \overline{OD},$$

$$\angle GOB = \angle HOD \text{ (맞꼭지각),}$$

$$\angle GBO = \angle HDO \text{ (엇각)이므로}$$

$$\triangle BOG \equiv \triangle DOH \text{ (ASA 합동)}$$

$$\therefore \square EGHD = \square EGOD + \triangle DOH$$

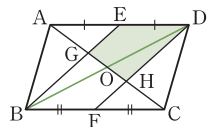
$$= \square EGOD + \triangle BOG$$

$$= \triangle EBD$$

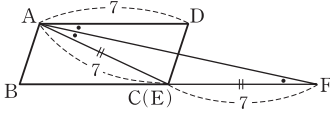
$$= \frac{1}{2} \triangle ABD$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{4} \square ABCD$$

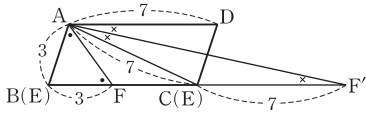


(ii) 점 E가 점 C에 위치한 경우



점 F는 점 C로부터 7 cm만큼 지점에 있게 된다.

따라서 (i), (ii)에 의해 점 F가 움직인 거리는 다음 그림에서 $\overline{FF'}$ 의 길이와 같다.



$$\therefore \overline{FF'} = (7-3) + 7 = 11$$

08 $\overline{AP} \parallel \overline{QC}$ 이므로 $\overline{AQ} \parallel \overline{PC}$ 이라면 $\square APCQ$ 가 평행사변형이어야 한다.

$$\therefore \overline{AP} = \overline{CQ}$$

점 Q가 점 C를 출발하여 $\overline{AP} = \overline{CQ}$ 가 될 때까지 걸린 시간을 x 초라 하면 두 점 P, Q가 움직인 거리는 각각

$$\overline{AP} = 2(x+6) \text{ cm}, \overline{CQ} = 5x \text{ cm} \text{ 이므로}$$

$$2(x+6) = 5x, 3x = 12 \quad \therefore x = 4$$

따라서 처음으로 $\overline{AQ} \parallel \overline{PC}$ 가 되는 것은 점 Q가 출발한 지 4초 후이다.

09 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DBE$ 에서

$\triangle ADB$ 가 정삼각형이므로 $\overline{AB} = \overline{DB}$,

$\triangle BCE$ 가 정삼각형이므로 $\overline{BC} = \overline{BE}$,

$$\angle ABC = 60^\circ + \angle ABE = \angle DBE$$

$$\therefore \triangle ABC \equiv \triangle DBE \text{ (SAS 합동)} \quad \dots \textcircled{1}$$

$\triangle ABC$ 와 $\triangle FEC$ 에서

$\triangle ACF$ 가 정삼각형이므로 $\overline{AC} = \overline{FC}$,

$\triangle BCE$ 가 정삼각형이므로 $\overline{BC} = \overline{EC}$,

$$\angle ACB = 60^\circ - \angle ACE = \angle FCE$$

$$\therefore \triangle ABC \equiv \triangle FEC \text{ (SAS 합동)} \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에 의해 } \overline{DE} = \overline{AC} = \overline{AF}, \overline{EF} = \overline{BA} = \overline{DA}$$

따라서 $\square AFED$ 는 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

$$\textcircled{1} \text{에서 } \angle BDE = \angle BAC = 85^\circ \text{ 이므로}$$

$$\angle ADE = \angle BDE - \angle BDA = 85^\circ - 60^\circ = 25^\circ$$

이때 $\square AFED$ 가 평행사변형이므로

$$\angle DEF = 180^\circ - \angle ADE = 180^\circ - 25^\circ = 155^\circ$$

$$\therefore \angle DEF - \angle ADE = 155^\circ - 25^\circ = 130^\circ$$

10 오른쪽 그림과 같이 점 M을 지나

고 $\overline{AB}$ 에 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}$

와 만나는 점을 Q, $\overline{AD}$ 의 연장선

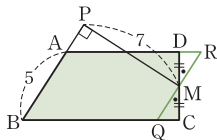
과 만나는 점을 R라 하면

$\triangle DMR$ 와 $\triangle CMQ$ 에서

$$\overline{DM} = \overline{CM}, \angle DMR = \angle CMQ \text{ (맞꼭지각)},$$

$$\angle MDR = \angle MCQ \text{ (엇각) 이므로}$$

$$\triangle DMR \equiv \triangle CMQ \text{ (ASA 합동)}$$



따라서 $\square ABCD$ 의 넓이는 $\square ABQR$ 의 넓이와 같다.

$$\therefore \square ABCD = \square ABQR = 5 \times 7 = 35$$

2 여러 가지 사각형

1 주제별 유형 불러오기

49~57쪽

유제 1 ⑤

유제 2 (1) $x=60, y=7, z=14$ (2) $x=90, y=120, z=30$

유제 3 ⑤

유제 4 (1) $\angle x=51^\circ, \angle y=39^\circ$ (2) $\angle x=80^\circ, \angle y=100^\circ$

유제 5 ⑤

유제 6 (1) $x=35, y=5$ (2) $x=40, y=90$

유제 7 ④

유제 8 (가) $\overline{DE}$ (나) $\angle DEC$ (다) $\overline{DC}$

유제 9 ②

유제 10 31

유제 11 ③, ⑤

유제 12 ②

유제 13 (1) $\angle, \angle, \angle$ (2) $\square, \square$

유제 14 ④

유제 15 (1) 28 cm (2) 24 cm

유제 16 ①, ④

유제 17 1 cm^2

유제 1 ① $\triangle ABC$ 와 $\triangle DCB$ 에서

$$\overline{AB} = \overline{DC}, \angle ABC = \angle DCB = 90^\circ,$$

$\overline{BC}$ 는 공통이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SAS 합동)

$$\therefore \overline{AC} = \overline{BD}$$

$$\textcircled{2} \triangle DAB \equiv \triangle CBA \text{ (SAS 합동) 이므로 } \overline{AC} = \overline{BD}$$

$$\textcircled{3} \triangle BAD \equiv \triangle CDA \text{ (SAS 합동) 이므로 } \overline{AC} = \overline{BD}$$

$$\textcircled{4} \triangle ADC \equiv \triangle BCD \text{ (SAS 합동) 이므로 } \overline{AC} = \overline{BD}$$

⑤ $\triangle ABC$ 와 $\triangle CDA$ 는 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 를 대응변으로 하지 않는다.

따라서 이용되지 않는 것은 ⑤이다.

유제 2 (1) $\angle BAD = 90^\circ$ 이므로 $\angle OAB = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

$$\triangle OAB \text{에서 } \overline{OA} = \overline{OB} \text{ 이므로}$$

$$\angle OBA = \angle OAB = 60^\circ \quad \therefore x = 60$$

이때 $\angle AOB = 180^\circ - (60^\circ + 60^\circ) = 60^\circ$ 이므로

$\triangle OAB$ 는 정삼각형이다.

$$\text{즉, } \overline{OA} = \overline{OB} = \overline{AB} = 7 \text{ cm 이므로 } y = 7$$

$$\overline{BD} = \overline{AC} = 2\overline{OA} = 2 \times 7 = 14 \text{ (cm)} \quad \therefore z = 14$$

(2) $\angle B = 90^\circ$ 이므로 $x = 90$

$\triangle AEC$ 에서 $\overline{AE} = \overline{CE}$ 이므로 $\angle EAC = \angle ECA$

$$\therefore \angle BAE = \angle EAC = \angle ECA$$

$\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC + \angle ACB = 90^\circ$ 이므로

$$3\angle ECA = 90^\circ \text{에서 } \angle ECA = 30^\circ \quad \therefore z = 30$$

$$\triangle AEC \text{에서 } \angle AEC = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$$

$$\therefore y = 120$$

- 유제 3** $\triangle OEA$ 와 $\triangle OFC$ 에서
 $\overline{OA}=\overline{OC}$, $\angle AOE=\angle COF=90^\circ$,
 $\angle EAO=\angle FCO$ (엇각)이므로
 $\triangle OEA \cong \triangle OFC$ (ASA 합동)
 $\therefore \overline{AE}=\overline{CF}$
따라서 $\square AFCE$ 는 $\overline{AE} \parallel \overline{FC}$, $\overline{AE}=\overline{FC}$ 이므로 평행사
변형이고, 이때 두 대각선이 서로 수직이므로 마름모이다.
 $\therefore \overline{AE}=\overline{FC}=\overline{BC}-\overline{BF}=18-5=13(\text{cm})$
 $\therefore (\square AFCE \text{의 둘레의 길이})=13 \times 4=52(\text{cm})$

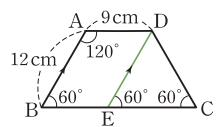
- 유제 4** (1) $\triangle BCD$ 에서 $\overline{CB}=\overline{CD}$ 이므로
 $\angle CBD=\frac{1}{2} \times (180^\circ-102^\circ)=39^\circ \quad \therefore \angle y=39^\circ$
 $\triangle OBE$ 에서 $\angle BOE=180^\circ-(90^\circ+39^\circ)=51^\circ$
 $\therefore \angle x=\angle BOE=51^\circ$ (맞꼭지각)
(2) $\angle BAD+\angle ABC=180^\circ$ 이므로
 $80^\circ+\angle y=180^\circ \quad \therefore \angle y=100^\circ$
 $\angle BCD=\angle BAD=80^\circ$ 이고,
 $\triangle BCE$ 는 정삼각형이므로 $\angle BCE=60^\circ$
 $\therefore \angle ECD=80^\circ-60^\circ=20^\circ$
이때 $\triangle CDE$ 는 $\overline{CD}=\overline{CE}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle x=\frac{1}{2} \times (180^\circ-20^\circ)=80^\circ$

- 유제 5** $\triangle PBC$ 는 정삼각형이므로 $\angle PBC=60^\circ$
 $\therefore \angle ABP=90^\circ-60^\circ=30^\circ$
이때 $\overline{AB}=\overline{BP}$ 이므로 $\triangle ABP$ 는 $\overline{AB}=\overline{BP}$ 인 이등변삼
각형이다.
 $\angle PAB=\frac{1}{2} \times (180^\circ-30^\circ)=75^\circ$
 $\therefore \angle DAP=90^\circ-75^\circ=15^\circ$

- 유제 6** (1) $\triangle EBO$ 에서 $\angle EOB=90^\circ$ 이므로
 $\angle EBO=180^\circ-(90^\circ+80^\circ)=10^\circ$
이때 $\angle ABO=45^\circ$ 이므로
 $\angle ABE=45^\circ-10^\circ=35^\circ \quad \therefore x=35$
또 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}=5$ 이므로 $y=5$
[다른 풀이]
 $\triangle ABE$ 에서 $\angle BAE=45^\circ$ 이므로
 $80^\circ=45^\circ+\angle ABE \quad \therefore \angle ABE=35^\circ$
 $\therefore x=35$
(2) $\triangle ABE$ 에서 $130^\circ=\angle BAE+90^\circ$
 $\therefore \angle BAE=130^\circ-90^\circ=40^\circ$
한편, $\triangle ABE$ 와 $\triangle BCF$ 에서
 $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\angle ABE=\angle BCF=90^\circ$, $\overline{BE}=\overline{CF}$ 이므로
 $\triangle ABE \cong \triangle BCF$ (SAS 합동)
즉, $\angle CBF=\angle BAE=40^\circ$ 이므로 $x=40$
 $\triangle GBE$ 에서 $130^\circ=40^\circ+\angle BGE$
 $\therefore \angle BGE=90^\circ$
따라서 $\angle AGF=\angle BGE=90^\circ$ (맞꼭지각)이므로
 $y=90$

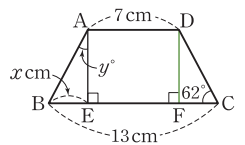
- 유제 7** $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB=\angle DBC=35^\circ$ (엇각)
 $\triangle ABD$ 에서 $\overline{AB}=\overline{AD}$ 이므로
 $\angle ABD=\angle ADB=35^\circ$
한편, $\triangle ABC$ 와 $\triangle DCB$ 에서
 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\angle ABC=\angle DCB$, $\overline{BC}$ 는 공통이므로
 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ (SAS 합동)
 $\therefore \angle ACB=\angle DBC=35^\circ$
 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle x=180^\circ-(35^\circ+35^\circ+35^\circ)=75^\circ$
이때 $\angle DCB=\angle ABC=35^\circ+35^\circ=70^\circ$ 이므로
 $\angle y=70^\circ-35^\circ=35^\circ$
 $\therefore \angle x+\angle y=75^\circ+35^\circ=110^\circ$

- 유제 9** 오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나
고 $\overline{AB}$ 에 평행한 직선을 그어
 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 E라 하면
 $\square ABED$ 는 평행사변형이므로
 $\overline{BE}=\overline{AD}=9 \text{ cm}$



- 이때 $\angle A+\angle B=180^\circ$ 이므로
 $\angle B=180^\circ-120^\circ=60^\circ \quad \therefore \angle C=\angle B=60^\circ$
 $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ 이므로 $\angle DEC=\angle B=60^\circ$ (동위각)
 $\triangle DEC$ 에서 $\angle EDC=180^\circ-(60^\circ+60^\circ)=60^\circ$
즉, $\triangle DEC$ 는 정삼각형이므로
 $\overline{EC}=\overline{DC}=\overline{AB}=12 \text{ cm}$
 $\therefore (\square ABCD \text{의 둘레의 길이})$
 $=\overline{AB}+\overline{BE}+\overline{EC}+\overline{CD}+\overline{DA}$
 $=12+9+12+12+9$
 $=54(\text{cm})$

- 유제 10** 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 D
에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을
F라 하면



- $\overline{EF}=\overline{AD}=7 \text{ cm}$
이때 $\triangle ABE \cong \triangle DCF$ (RHA 합동)이므로
 $\overline{BE}=\overline{CF}=\frac{1}{2}(\overline{BC}-\overline{EF})$
 $=\frac{1}{2} \times (13-7)=3(\text{cm})$
 $\therefore x=3$
또 $\angle B=\angle C=62^\circ$ 이므로
 $\triangle ABE$ 에서 $\angle BAE=180^\circ-(90^\circ+62^\circ)=28^\circ$
 $\therefore y=28$
 $\therefore x+y=3+28=31$

- 유제 11** 평행사변형에서 이웃하는 두 변의 길이가 같거나 두 대각
선이 서로 수직이면 마름모이다.
직사각형에서 이웃하는 두 변의 길이가 같거나 두 대각선
이 서로 수직이면 정사각형이다.

- 유제 12** 등변사다리꼴의 두 대각선의 길이는 같지만 서로 다른 것
을 이등분하지는 않는다.

- 유제 13** (1) 두 대각선의 길이가 같은 사각형은 등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형이다.
 (2) 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형은 마름모, 정사각형이다.

유제 14 오른쪽 그림에서

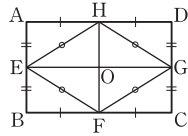
$$\triangle AEH \equiv \triangle BEF \equiv \triangle CGF \\ \equiv \triangle DGH \text{ (SAS 합동)}$$

이므로

$$\overline{EH} = \overline{EF} = \overline{GF} = \overline{GH}$$

따라서 네 변의 길이가 모두 같으므로 □EFGH는 마름모이다.

$$\textcircled{4} \angle OEF = \angle OEH = \angle OGH = \angle OGF$$



유제 15 (1) 오른쪽 그림에서

$$\triangle AEH \equiv \triangle CFG \text{ (SAS 합동),}$$

$$\triangle BFE \equiv \triangle DGH \text{ (SAS 합동)}$$

이므로

$$\angle AEH = \angle AHE = \angle CFG = \angle CGF,$$

$$\angle BEF = \angle BFE = \angle DHG = \angle DGH$$

□EFGH에서

$$\angle HEF = 180^\circ - (\angle AEH + \angle BEF) \\ = \angle EFG = \angle FGH = \angle GHE$$

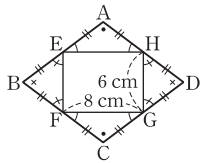
따라서 □EFGH는 직사각형이다.

∴ (직사각형 EFGH의 둘레의 길이)

$$= 2 \times (8 + 6) = 28(\text{cm})$$

(2) 등변사다리꼴의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 마름모이다.

$$\therefore (\text{마름모 EFGH의 둘레의 길이}) = 6 \times 4 \\ = 24(\text{cm})$$



유제 16 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로

$$\triangle AED = \triangle AEC \quad \dots \textcircled{1}$$

$\overline{AC} \parallel \overline{EF}$ 이므로

$$\triangle AEC = \triangle AFC \quad \dots \textcircled{2}$$

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\triangle AFC = \triangle DFC \quad \dots \textcircled{3}$$

따라서 $\textcircled{1} \sim \textcircled{3}$ 에 의해

$$\triangle AED = \triangle AEC = \triangle AFC = \triangle DFC$$

유제 17 $\overline{OA} : \overline{OC} = \triangle OAB : \triangle OBC = 3 : 9 = 1 : 3$

$$\therefore \triangle ODA : \triangle OCD = 1 : 3$$

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 에서 $\triangle ABC = \triangle DBC$ 이므로

$$\triangle OCD = \triangle DBC - \triangle OBC$$

$$= \triangle ABC - \triangle OBC$$

$$= \triangle OAB = 3\text{cm}^2$$

$$\therefore \triangle ODA = \frac{1}{3} \triangle OCD = \frac{1}{3} \times 3 = 1(\text{cm}^2)$$

2 최고 유형 탐험하기

58~60쪽

1 ①

2 ③

3 ③

4 ⑤

5 ③

6 ③

7 ④

8 ③

9 ④

10 ③

11 ②

12 ③

1 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle DPC = \angle ADP$ (엇각)

즉, $\triangle DPC$ 는 $\overline{CD} = \overline{CP}$ 인 이등변삼각형이다.

□ABCD의 가로와 세로의

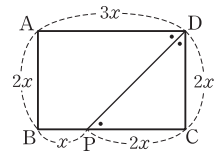
길이를 각각 $3x, 2x$ 라 하면

$$\overline{CP} = \overline{CD} = 2x, \overline{BP} = x \text{이므로}$$

$$\triangle DPC = \frac{1}{2} \times 2x \times 2x = 2x^2$$

$$\square ABPD = \frac{1}{2} \times (3x + x) \times 2x = 4x^2$$

$$\therefore \triangle DPC : \square ABPD = 2x^2 : 4x^2 = 1 : 2$$



2 $\overline{AB} : \overline{AD} = 2 : 3$ 이고,

$\overline{BF} : \overline{FC} = 2 : 1$ 이므로

$\overline{AB} = 2a, \overline{BC} = 3a$ 라 하면

$$\overline{EB} = a, \overline{BF} = 2a, \overline{FC} = a$$

$\triangle BFE$ 와 $\triangle CDF$ 에서

$$\overline{EB} = \overline{FC} = a, \overline{BF} = \overline{CD} = 2a, \angle B = \angle C = 90^\circ \text{이므로}$$

$\triangle BFE \equiv \triangle CDF$ (SAS 합동)

$$\therefore \overline{EF} = \overline{FD}$$

즉, $\triangle EFD$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle FED = \angle FDE$

이때 $\angle BFE + \angle DFC = \angle BFE + \angle FEB = 90^\circ$ 이므로

$$\angle EFD = 90^\circ$$

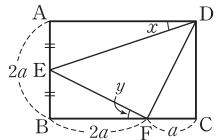
따라서 $\triangle EFD$ 는 직각이등변삼각형이므로

$$\angle FED = \angle FDE = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = \angle ADE + \angle BFE$$

$$= \angle ADE + \angle CDF$$

$$= 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$



3 □ABCD는 마름모이므로 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 에서

$$2c - 1 = c + 2 \quad \therefore c = 3$$

또 $\overline{OA} = \overline{OC}, \overline{OB} = \overline{OD}$ 이므로

$$\begin{cases} -a + 7 = b & \dots \textcircled{1} \\ b + 1 = a & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{을 연립하여 풀면 } a = 4, b = 3$$

$$\therefore 2a + b + c = 2 \times 4 + 3 + 3 = 14$$

4 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 그으면

$\overline{AH}$ 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선이므로

$$\overline{AB} = \overline{AC}$$

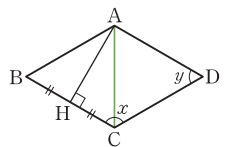
이때 □ABCD가 마름모이므로

$$\overline{AB} = \overline{BC}$$

따라서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이므로 $\angle y = \angle D = \angle B = 60^\circ$

$$\text{또 } \angle x + \angle y = 180^\circ \text{이므로 } \angle x = 120^\circ$$

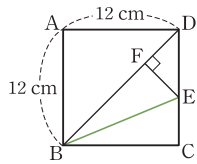
$$\therefore \angle x - \angle y = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ$$



- 5 임의의 사각형이 평행사변형일 때, 이웃하는 두 변의 길이가 같거나 두 대각선이 직교하면 마름모가 된다.
 ③ $\square ABCD$ 는 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$ 이므로 평행사변형이고, 이때 $\angle AOB = 90^\circ$, 즉 두 대각선이 서로 수직이므로 마름모이다.

- 6 $\triangle AEO$ 와 $\triangle DFO$ 에서
 $\angle OAE = \angle ODF = 45^\circ$, $\overline{OA} = \overline{OD}$,
 $\angle AOE = 90^\circ - \angle AOF = \angle DOF$ 이므로
 $\triangle AEO \cong \triangle DFO$ (ASA 합동)
 $\therefore \overline{AE} = \overline{DF}$
 따라서 정사각형 $ABCD$ 의 한 변의 길이는
 $\overline{AF} + \overline{DF} = \overline{AF} + \overline{AE} = 5 + 3 = 8(\text{cm})$
 $\therefore \triangle OBC = \frac{1}{4} \square ABCD = \frac{1}{4} \times (8 \times 8) = 16(\text{cm}^2)$

- 7 $\triangle DFE$ 에서 $\angle DFE = 90^\circ$, $\angle EDF = 45^\circ$ 이므로
 $\triangle DFE$ 는 직각이등변삼각형이다.
 $\therefore \overline{DF} = \overline{EF}$... ㉠
 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$ 를 그으면
 $\triangle BEF$ 와 $\triangle BEC$ 에서
 $\angle BFE = \angle BCE = 90^\circ$,
 $\overline{BF} = \overline{BC}$, $\overline{BE}$ 는 공통이므로
 $\triangle BEF \cong \triangle BEC$ (RHS 합동)
 $\therefore \overline{EF} = \overline{EC}$... ㉡
 ㉠, ㉡에 의해 $\overline{DF} = \overline{EC}$
 $\therefore \overline{DE} + \overline{DF} = \overline{DE} + \overline{EC}$
 $= \overline{DC} = 12 \text{ cm}$



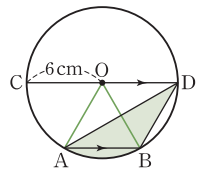
- 8 $\angle DAC = \angle x$ 라 하면
 $\triangle ACD$ 가 $\overline{DA} = \overline{DC}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle DCA = \angle DAC = \angle x$
 또 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle ACB = \angle DAC = \angle x$ (엇각)
 $\therefore \angle DCB = \angle x + \angle x = 2\angle x$
 이때 $\square ABCD$ 가 등변사다리꼴이므로
 $\angle B = \angle DCB = 2\angle x$
 한편, $\triangle ABC$ 는 $\overline{CA} = \overline{CB}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle BAC = \angle ABC = 2\angle x$
 따라서 $\triangle ABC$ 에서 $2\angle x + 2\angle x + \angle x = 180^\circ$
 $5\angle x = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 36^\circ$
 $\therefore \angle DAC = 36^\circ$

- 9 $\overline{AM} = \overline{MD} = \overline{BN} = \overline{NC}$ 이므로
 $\square ANCM$, $\square MBND$ 는 평행사변형이다.
 즉, $\overline{EN} \parallel \overline{MF}$, $\overline{ME} \parallel \overline{FN}$ 이므로 $\square MENF$ 는 평행사변형이다.
 이때 $\overline{AB} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \overline{AM}$ 이므로 $\square ABNM$ 은 마름모이다.
 $\therefore \angle MEN = 90^\circ$
 따라서 $\square MENF$ 는 평행사변형이고, 이때 한 내각의 크기가 90° 이므로 직사각형이다.

- ①, ③ 직사각형은 두 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 이등분한다.
 ②, ⑤ 직사각형은 네 내각의 크기가 모두 같으므로 한 내각의 크기는 90° 이다.
 따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

- 10 $\square A_2B_2C_2D_2$ 는 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형이므로 정사각형이다.
 $\therefore \square A_2B_2C_2D_2 = \frac{1}{2} \square A_1B_1C_1D_1$
 같은 방법으로 하면
 $\square A_3B_3C_3D_3$, $\square A_4B_4C_4D_4$, $\square A_5B_5C_5D_5$ 는 모두 정사각형이므로
 $\square A_3B_3C_3D_3 = \frac{1}{2} \square A_2B_2C_2D_2 = \frac{1}{2^2} \square A_1B_1C_1D_1$
 $\square A_4B_4C_4D_4 = \frac{1}{2} \square A_3B_3C_3D_3 = \frac{1}{2^3} \square A_1B_1C_1D_1$
 $\square A_5B_5C_5D_5 = \frac{1}{2} \square A_4B_4C_4D_4 = \frac{1}{2^4} \square A_1B_1C_1D_1$
 $\therefore \square A_1B_1C_1D_1 = 2^4 \square A_5B_5C_5D_5$
 $= 2^4 \times 4 = 64(\text{cm}^2)$

- 11 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 를 그으면
 $\triangle DAB \cong \triangle OAB$
 따라서 색칠한 부분의 넓이는 부채꼴 AOB 의 넓이와 같다.
 이때 $\widehat{AB}$ 의 길이가 원주의 $\frac{1}{6}$ 이므로



$$\angle AOB = 360^\circ \times \frac{1}{6} = 60^\circ$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$\pi \times 6^2 \times \frac{60}{360} = 6\pi(\text{cm}^2)$$

- 12 $\overline{BD} \parallel \overline{EF}$ 이므로 $\triangle DBF = \triangle DBE = 10 \text{ cm}^2$
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\triangle ABE = \triangle DBE = 10 \text{ cm}^2$
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이고, $\overline{BE} = \overline{CE}$ 이므로
 $\triangle DEC = \triangle ABE = 10 \text{ cm}^2$
 또 $\triangle ABE = \triangle DEC = 10 \text{ cm}^2$ 이므로
 $\triangle AED = 10 + 10 = 20(\text{cm}^2)$
 $\therefore \square ABCD = 2\triangle AED$
 $= 2 \times 20 = 40(\text{cm}^2)$
 $\therefore \triangle BCF = \triangle BCD - \triangle DBF$
 $= 20 - 10 = 10(\text{cm}^2)$
 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로
 $\triangle AFD = \triangle DBF = 10 \text{ cm}^2$
 $\triangle ECF : \triangle BCF = 1 : 2$ 이므로
 $\triangle ECF = \frac{1}{2} \triangle BCF = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm}^2)$
 $\therefore \triangle AEF = \square ABCD - \triangle ABE - \triangle AFD - \triangle ECF$
 $= 40 - 10 - 10 - 5 = 15(\text{cm}^2)$
 따라서 $\triangle DBE$ 와 넓이가 다른 것은 ③이다.

3 최고 유형 정복하기

61~63쪽

- 01 32 02 $\frac{96}{5}$ cm 03 40 cm^2 04 70°
 05 27 cm^2 06 32 cm^2 07 $\frac{a}{2}$ 08 24 cm^2
 09 6 cm^2 10 8 cm^2 11 $\frac{7}{5}$ 배

- 01 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$ 와 평행한 $\overline{EG}$ 를 그으면 두 점 M, F는 각각 $\overline{AB}$ 와 $\overline{EG}$ 의 중점이므로

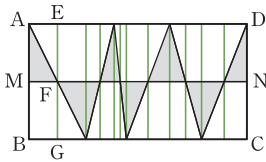
$$\begin{aligned}\triangle AMF &= \frac{1}{2} \square AMFE \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \square ABGE \\ &= \frac{1}{4} \square ABGE\end{aligned}$$

위의 그림과 같이 $\square EGCD$ 에 대하여 $\overline{EG}$ 와 평행한 선분을 그으면 $\square EGCD$ 에서 색칠한 부분의 넓이의 합은 $\square EGCD$ 의 넓이의 $\frac{1}{4}$ 이다.

따라서 $\square ABCD$ 에서 색칠한 부분의 넓이의 합은

$\square ABCD$ 의 넓이의 $\frac{1}{4}$ 이므로

$$\frac{1}{4} \square ABCD = 8 \quad \therefore \square ABCD = 4 \times 8 = 32$$



- 02 $\square ABCD = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BD}$

$$\begin{aligned}&= \frac{1}{2} \times 16 \times 12 \\ &= 96 (\text{cm}^2) \quad \dots \textcircled{1}\end{aligned}$$

오른쪽 그림과 같이 점 P와 각 꼭짓점을 연결하면

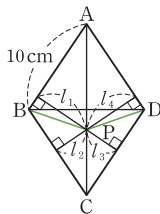
$$\begin{aligned}\square ABCD &= \triangle PAB + \triangle PBC \\ &\quad + \triangle PCD + \triangle PDA \quad \dots \textcircled{2}\end{aligned}$$

①, ②에서

$$\begin{aligned}&\left(\frac{1}{2} \times 10 \times l_1\right) + \left(\frac{1}{2} \times 10 \times l_2\right) \\ &+ \left(\frac{1}{2} \times 10 \times l_3\right) + \left(\frac{1}{2} \times 10 \times l_4\right) = 96\end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} \times 10 \times (l_1 + l_2 + l_3 + l_4) = 96$$

$$\therefore l_1 + l_2 + l_3 + l_4 = \frac{96}{5} (\text{cm})$$



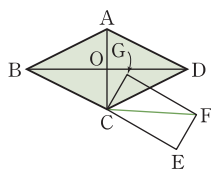
- 03 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CF}$ 를 그으면

$\triangle GCF$ 와 $\triangle OCD$ 에서
 $\angle CGF = \angle COD = 90^\circ$

$$\overline{GC} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \overline{OC},$$

$$\overline{GF} = \frac{1}{2} \overline{BD} = \overline{OD} \text{이므로}$$

$\triangle GCF \equiv \triangle OCD$ (SAS 합동)



$$\therefore \triangle OCD = \triangle GCF$$

$$\begin{aligned}\therefore \square ABCD &= 4 \triangle OCD \\ &= 4 \triangle GCF \\ &= 4 \times \frac{1}{2} \square CFEG \\ &= 2 \square CEFG \\ &= 2 \times 20 = 40 (\text{cm}^2)\end{aligned}$$

- 04 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$ 의 연장선 위에

$\overline{BE} = \overline{DG}$ 가 되도록 점 G를 잡으면

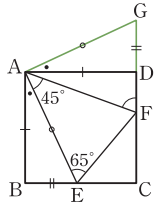
$\triangle ABE$ 와 $\triangle ADG$ 에서
 $\angle ABE = \angle ADG = 90^\circ$,
 $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\overline{BE} = \overline{DG}$ 이므로
 $\triangle ABE \equiv \triangle ADG$ (SAS 합동)
 $\therefore \overline{AE} = \overline{AG}$, $\angle BAE = \angle DAG$

$\triangle AEF$ 와 $\triangle AGF$ 에서
 $\overline{AE} = \overline{AG}$, $\overline{AF}$ 는 공통이고,
 $\angle FAG = \angle FAD + \angle DAG$
 $= \angle FAD + \angle BAE$
 $= \angle DAB - \angle FAE$
 $= 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$

즉, $\angle FAE = \angle FAG$ 이므로

$\triangle AEF \equiv \triangle AGF$ (SAS 합동)

$$\begin{aligned}\therefore \angle AFD &= \angle AFE \\ &= 180^\circ - (45^\circ + 65^\circ) = 70^\circ\end{aligned}$$



- 05 $\triangle OBP$ 와 $\triangle OCQ$ 에서

$\overline{OB} = \overline{OC}$, $\angle OBP = \angle OCQ = 45^\circ$

$\angle BOP = 90^\circ - \angle POC = \angle COQ$ 이므로

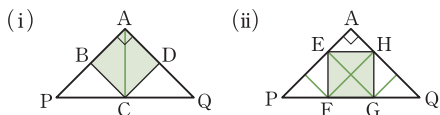
$\triangle OBP \equiv \triangle OCQ$ (ASA 합동)

$$\begin{aligned}\therefore \square OPCQ &= \triangle OPC + \triangle OCQ \\ &= \triangle OPC + \triangle OBP \\ &= \triangle OBC \\ &= \frac{1}{4} \square ABCD \\ &= \frac{1}{4} \times (6 \times 6) = 9 (\text{cm}^2)\end{aligned}$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$\square OEFG - \square OPCQ = 6 \times 6 - 9 = 27 (\text{cm}^2)$$

- 06 각각의 직각이등변삼각형을 내접한 정사각형의 대각선의 성질을 이용하여 합동인 삼각형으로 나누면 다음 그림과 같다.



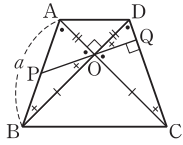
(i)에서 $\square ABCD = \frac{1}{2} \triangle APQ$ 이므로

$$36 = \frac{1}{2} \triangle APQ \quad \therefore \triangle APQ = 72 (\text{cm}^2)$$

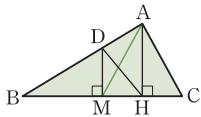
(ii)에서 9개의 직각이등변삼각형은 서로 합동이므로

$$\square EFGH = \frac{4}{9} \triangle APQ = \frac{4}{9} \times 72 = 32 (\text{cm}^2)$$

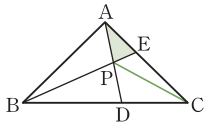
- 07 $\triangle OAB$ 와 $\triangle ODC$ 에서
 $\overline{OA}=\overline{OD}$, $\overline{OB}=\overline{OC}$,
 $\angle AOB=\angle DOC=90^\circ$ 이므로
 $\triangle OAB\equiv\triangle ODC$ (SAS 합동)
 $\therefore \angle OAB=\angle ODC$, $\angle OBA=\angle OCD$
 $\triangle OCD$ 에서 $\angle COD=\angle OQC=90^\circ$ 이므로
 $\angle OCD=\angle DOQ$, $\angle ODC=\angle QOC$
 $\angle AOP=\angle QOC$ (맞꼭지각)이므로
 $\triangle APO$ 는 $\angle PAO=\angle POA$ 인 이등변삼각형이다.
 $\therefore \overline{PA}=\overline{PO}$
 또 $\angle POB=\angle DOQ$ (맞꼭지각)이므로
 $\triangle PBO$ 는 $\angle PBO=\angle POB$ 인 이등변삼각형이다.
 $\therefore \overline{PB}=\overline{PO}$
 $\therefore \overline{PO}=\overline{PA}=\overline{PB}=\frac{a}{2}$



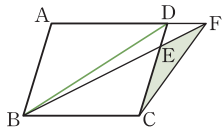
- 08 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AM}$ 을 그으면
 $\overline{MH}=\overline{CH}$ 이므로
 $2\overline{MH}=\overline{CM}=\overline{BM}$
 $\therefore \triangle DBM=2\triangle DMH$
 $=2\times 4=8(\text{cm}^2)$
 이때 $\overline{DM}$ 과 $\overline{AH}$ 가 한 직선에 대하여 수직이므로
 $\overline{DM}\parallel\overline{AH}$
 즉, $\triangle DMA=\triangle DMH=4\text{cm}^2$ 이므로
 $\triangle ABM=\triangle DBM+\triangle DMA=8+4=12(\text{cm}^2)$
 따라서 $\overline{BM}=\overline{CM}$ 이므로
 $\triangle ABC=2\triangle ABM=2\times 12=24(\text{cm}^2)$



- 09 $\triangle ABD:\triangle ADC=\overline{BD}:\overline{CD}=3:2$ 이므로
 $\triangle ADC=\frac{2}{5}\triangle ABC=\frac{2}{5}\times 80=32(\text{cm}^2)$
 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CP}$ 를 그으면
 $\triangle CAP:\triangle CPD=\overline{AP}:\overline{DP}$
 $=1:1$
 이므로
 $\triangle CAP=\frac{1}{2}\triangle ADC=\frac{1}{2}\times 32=16(\text{cm}^2)$
 $\triangle APE:\triangle PCE=\overline{AE}:\overline{CE}=3:5$ 이므로
 $\triangle APE=\frac{3}{8}\triangle CAP=\frac{3}{8}\times 16=6(\text{cm}^2)$



- 10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$ 를 그으면
 $\triangle DBC=\frac{1}{2}\square ABCD$
 $=\frac{1}{2}\times 64=32(\text{cm}^2)$



이때 $\overline{CE}=3\overline{DE}$ 이므로
 $\triangle DBE=\frac{1}{4}\triangle DBC=\frac{1}{4}\times 32=8(\text{cm}^2)$
 $\overline{AF}\parallel\overline{BC}$ 이므로 $\triangle DBF=\triangle DCF$
 $\therefore \triangle ECF=\triangle DCF-\triangle DEF$
 $=\triangle DBF-\triangle DEF$
 $=\triangle DBE=8(\text{cm}^2)$

- 11 $\overline{EF}\parallel\overline{BC}$ 이므로 $\triangle EBF=\triangle ECF$... ㉠
 $\overline{AD}\parallel\overline{BC}$ 이므로 $\triangle ABC=\triangle DBC$
 $\therefore \triangle ABE=\triangle ABC-\triangle EBC$
 $=\triangle DBC-\triangle EBC$
 $=\triangle DEC$... ㉡

㉠, ㉡에 의해
 $\triangle ABE:\triangle EBF=\triangle DEC:\triangle ECF$
 $=\overline{CD}:\overline{CF}=7:5$

$$\therefore \triangle ABE=\frac{7}{5}\triangle EBF$$

따라서 $\triangle ABE$ 의 넓이는 $\triangle EBF$ 의 넓이의 $\frac{7}{5}$ 배이다.

대단원 마무리하기

64~66쪽

- | | | | |
|--------------------|---------------|--------------------|-------------------|
| 01 ⑤ | 02 57° | 03 90° | 04 8cm^2 |
| 05 80 | 06 64° | 07 12cm^2 | 08 ③ |
| 09 80cm^2 | 10 ③ | 11 36 | 12 105° |
| 13 24cm^2 | | | |

서술형 문제 (과정은 풀이 참조)

- | | | | |
|----------|--------------------|---------------------|--------------------|
| 14 풀이 참조 | 15 12cm^2 | 16 192cm^2 | 17 12cm^2 |
|----------|--------------------|---------------------|--------------------|

- 01 $\angle D=\angle B=72^\circ$ 이므로
 $\triangle ACD$ 에서 $\angle DAC=180^\circ-(44^\circ+72^\circ)=64^\circ$
 $\therefore \angle DAE=\angle CAE=\frac{1}{2}\angle DAC=\frac{1}{2}\times 64^\circ=32^\circ$
 따라서 $\overline{AD}\parallel\overline{BE}$ 이므로
 $\therefore \angle x=\angle DAE=32^\circ$ (엇각)

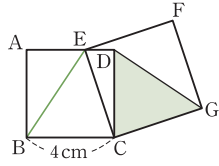
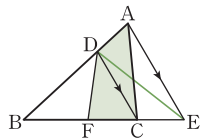
- 02 $\angle BAE=\angle GAB-\angle GAE$
 $=114^\circ-90^\circ=24^\circ$
 $\triangle ABE$ 에서 $\angle AEC=24^\circ+90^\circ=114^\circ$
 이때 $\angle AEF=\angle CEF$ (접은 각)이므로
 $\angle AEF=\frac{1}{2}\angle AEC=\frac{1}{2}\times 114^\circ=57^\circ$

- 03 $\square ABCD$ 는 평행사변형이므로 $\overline{AB}=\overline{DC}$
 즉, $4x-5=2x+1$ 이므로
 $2x=6 \quad \therefore x=3$
 이때 $x=3$ 을 $\overline{AB}=4x-5$, $\overline{BC}=2x+1$, $\overline{CD}=x+4$ 에 각각
 대입하면
 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=7$
 따라서 평행사변형 ABCD는 네 변의 길이가 모두 같으므로
 마름모이고, 이때 마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직
 이등분하므로 $\angle AOB=90^\circ$

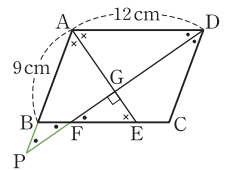
04 오른쪽 그림과 같이

 $\overline{BE}$ 를 그으면 $\triangle BCE$ 와 $\triangle DCG$ 에서 $\overline{BC}=\overline{DC}$, $\overline{CE}=\overline{CG}$, $\angle BCE=90^\circ-\angle ECD=\angle DCG$ 이므로 $\triangle BCE \equiv \triangle DCG$ (SAS 합동)

$$\begin{aligned}\therefore \triangle DCG &= \triangle BCE = \frac{1}{2} \square ABCD \\ &= \frac{1}{2} \times (4 \times 4) = 8(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

05 $\triangle OEA$ 와 $\triangle OFC$ 에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$, $\angle AOE=\angle COF=90^\circ$, $\angle EAO=\angle FCO$ (엇각)이므로 $\triangle OEA \equiv \triangle OFC$ (ASA 합동) $\therefore \overline{AE}=\overline{CF}$ 따라서 $\square AFCE$ 는 $\overline{AE} \parallel \overline{FC}$, $\overline{AE}=\overline{FC}$ 이므로 평행사변형이고, 이때 두 대각선이 서로 수직이므로 마름모이다. $\therefore \overline{AE}=\overline{AF}=10$ $\therefore \square AFCE=10 \times 8=80$ 06 $\square ABED$ 는 $\overline{AD} \parallel \overline{BE}$, $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ 이므로 평행사변형이다. $\therefore \overline{AD}=\overline{BE}=\overline{EC}$ 또 $\overline{AD} \parallel \overline{EC}$, $\overline{AD}=\overline{EC}$ 이므로 $\square AECD$ 는 평행사변형이다.이때 $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ 이므로 $\angle BAE=\angle AED=46^\circ$ (엇각) $\triangle ABE$ 에서 $\angle AEB=180^\circ-(70^\circ+46^\circ)=64^\circ$ $\therefore \angle C=\angle AEB=64^\circ$ (동위각)07 오른쪽 그림과 같이 $\overline{DE}$ 를 그으면 $\overline{AE} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\triangle ADC=\triangle EDC$ $\therefore \triangle DBE=\triangle DBC+\triangle EDC$ $=\triangle DBC+\triangle ADC$ $=\triangle ABC=20\text{cm}^2$ $\triangle DBF:\triangle DFE=\overline{BF}:\overline{EF}=2:3$ 이므로 $\square ADFC=\triangle DFC+\triangle ADC$ $=\triangle DFC+\triangle EDC$ $=\triangle DFE$ $=\frac{3}{5}\triangle DBE$ $=\frac{3}{5} \times 20=12(\text{cm}^2)$ 08 $\triangle ABE=\frac{1}{2}\square ABCD=\triangle BCD$ 이므로 $\triangle ABF+\triangle FBE=\triangle DFE+\triangle FBE+\triangle BCE$ 에서 $30+\triangle FBE=\triangle DFE+\triangle FBE+24$ $\therefore \triangle DFE=30-24=6(\text{cm}^2)$

[다른 풀이]

 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\triangle BED=\triangle AED$ $\triangle BEF+\triangle DFE=\triangle AFD+\triangle DFE$ $\therefore \triangle BEF=\triangle AFD$ 이때 $\triangle BCD=\triangle ABD$ 이므로 $\triangle BCE+\triangle BEF+\triangle DFE=\triangle ABF+\triangle AFD$ $24+\triangle DFE=30 \quad \therefore \triangle DFE=6(\text{cm}^2)$ 09 $\triangle OAB:\triangle ODA=\overline{OB}:\overline{OD}=3:1$ 이므로 $\triangle OAB:5=3:1 \quad \therefore \triangle OAB=15(\text{cm}^2)$ 이때 $\triangle ABD=\triangle ACD$ 이므로 $\triangle OCD=\triangle ACD-\triangle ODA$ $=\triangle ABD-\triangle ODA$ $=\triangle OAB=15(\text{cm}^2)$ 또 $\triangle OCD:\triangle OBC=1:3$ 이므로 $15:\triangle OBC=1:3 \quad \therefore \triangle OBC=45(\text{cm}^2)$ $\therefore \square ABCD=\triangle ODA+\triangle OAB+\triangle OCD+\triangle OBC$ $=5+15+15+45$ $=80(\text{cm}^2)$ 10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$ 의 연장선과 $\overline{DF}$ 의 연장선의 교점을 P라 하면 $\angle DFC=\angle ADF$ (엇각), $\angle BPF=\angle FDC$ (엇각), $\angle BFP=\angle DFC$ (맞꼭지각)따라서 $\triangle APD$, $\triangle BPF$, $\triangle CDF$ 는 이등변삼각형이다. $\therefore \overline{BF}=\overline{BP}=\overline{AP}-\overline{AB}$ $=\overline{AD}-\overline{AB}=12-9=3(\text{cm})$ 이때 $\triangle APD$ 에서 $\overline{AG} \perp \overline{PD}$ 이므로 $\angle PAG=\angle DAG$ 또 $\angle DAE=\angle AEB$ (엇각)이므로 $\triangle ABE$ 는 $\overline{BA}=\overline{BE}$ 인 이등변삼각형이다. $\therefore \overline{EF}=\overline{BE}-\overline{BF}=9-3=6(\text{cm})$ 11 $\square AMND$ 는 $\overline{AM} \parallel \overline{DN}$, $\overline{AM}=\overline{DN}$ 이므로 평행사변형이다. $\therefore \triangle OMN=\frac{1}{4}\square AMND$ $=\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}\square ABCD$ $=\frac{1}{8}\square ABCD$ $=\frac{1}{8} \times 32=4$ $\triangle AMD$ 와 $\triangle BMQ$ 에서 $\angle AMD=\angle BMQ$ (맞꼭지각), $\overline{AM}=\overline{BM}$, $\angle DAM=\angle QBM$ (엇각)이므로 $\triangle AMD \equiv \triangle BMQ$ (ASA 합동)같은 방법으로 하면 $\triangle ADN \equiv \triangle PCN$ (ASA 합동)이때 $\triangle AMD=\triangle AND=\frac{1}{2}\square AMND=\frac{1}{4}\square ABCD$ 이므로 $\triangle BMQ=\triangle PNC=\frac{1}{4}\square ABCD=\frac{1}{4} \times 32=8$ 또 $\square MBCN=\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{2} \times 32=16$ 이므로 $\triangle OQP=\triangle OMN+\square MBCN+\triangle BMQ+\triangle PNC$ $=4+16+8+8=36$

- 12 $\angle BAD = 90^\circ$ 이고, $\overline{AB} = \overline{AD}$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 직각이등변삼각형이다.

$$\text{즉, } \angle ABD = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} \angle EBD &= \angle ABD - \angle ABE \\ &= 45^\circ - 15^\circ = 30^\circ \end{aligned}$$

이때 $\overline{AE} \parallel \overline{BD}$ 이므로 $\angle AEB = \angle EBD = 30^\circ$ (엇각)

$\triangle EBD$ 에서 $\overline{BE} = \overline{BD}$ 이므로

$$\angle BED = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle AED &= \angle AEB + \angle BED \\ &= 30^\circ + 75^\circ = 105^\circ \end{aligned}$$

- 13 오른쪽 그림과 같이 $\overline{EC}$, $\overline{EF}$ 를 그으면

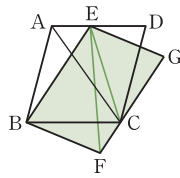
$\square ABCD$ 에서 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\triangle EBC = \triangle ABC = 12 \text{ cm}^2$$

$\square EBCF$ 에서 $\overline{EB} \parallel \overline{CF}$ 이므로

$$\triangle EBC = \triangle EBF = \frac{1}{2} \square EBCF$$

$$\therefore \square EBCF = 2\triangle EBC = 2 \times 12 = 24 (\text{cm}^2)$$



- 14 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\overline{AD} \parallel \overline{CE}$

$\overline{AD} = \overline{BC}$ 이고, $\overline{BC} = \overline{CE}$ 이므로 $\overline{AD} = \overline{CE}$

따라서 $\square ACED$ 는 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다. ... ①

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\overline{AB} \parallel \overline{CF}$

$\overline{AB} = \overline{DC}$ 이고, $\overline{DC} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{CF}$

따라서 $\square ABFC$ 는 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다. ... ②

$\square BFED$ 에서 $\overline{BC} = \overline{CE}$, $\overline{DC} = \overline{CF}$

따라서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 $\square BFED$ 는 평행사변형이다. ... ③

채점 요소	비율
① $\square ACED$ 가 평행사변형을 설명하기	35 %
② $\square ABFC$ 가 평행사변형을 설명하기	35 %
③ $\square BFED$ 가 평행사변형을 설명하기	30 %

- 15 $\triangle OBP$ 와 $\triangle ODP$ 에서

$\overline{OB} = \overline{OD}$, $\overline{BP} = \overline{DP}$, $\overline{OP}$ 는 공통이므로

$\triangle OBP \equiv \triangle ODP$ (SSS 합동) ... ①

$$\therefore \angle POB = \angle POD = 90^\circ$$

따라서 평행사변형의 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하므로 $\square ABCD$ 는 마름모이다. ... ②

$$\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BD}$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 12 (\text{cm}^2) \quad \dots \text{③}$$

채점 요소	비율
① $\triangle OBP \equiv \triangle ODP$ 임을 알기	30 %
② 평행사변형 ABCD가 마름모임을 알기	40 %
③ $\square ABCD$ 의 넓이 구하기	30 %

- 16 $\triangle BJE$ 와 $\triangle CIE$ 에서

$\overline{BE} = \overline{CE}$, $\angle EBJ = \angle ECI = 45^\circ$,

$\angle BEJ = 90^\circ - \angle JEC = \angle CEI$ 이므로

$\triangle BJE \equiv \triangle CIE$ (ASA 합동)

$$\therefore \square EJCI = \triangle BCE$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32 (\text{cm}^2) \quad \dots \text{①}$$

같은 방법으로 하면

$$\square A'LGK = \triangle A'B'G$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32 (\text{cm}^2)$$

이때 $\overline{AB} = \overline{EF}$, $\overline{EH} = 2\overline{EF}$ 이므로

$\square EFGH = 2\square ABCD$ 이다.

$$\square ABCD = 4 \times 32 = 128 (\text{cm}^2) \text{이므로}$$

$$\square EFGH = 2 \times 128 = 256 (\text{cm}^2) \quad \dots \text{②}$$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$$= \square EFGH - \square EJCI - \square A'LGK$$

$$= 256 - 32 - 32 = 192 (\text{cm}^2) \quad \dots \text{③}$$

채점 요소	비율
① $\square EJCI$ 와 $\square A'LGK$ 의 넓이 구하기	50 %
② $\square EFGH$ 의 넓이 구하기	30 %
③ 색칠한 부분의 넓이 구하기	20 %

- 17 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$, $\overline{DE}$

를 그으면

$$\triangle ABC = \triangle ACD = \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{2} \times 32 = 16 (\text{cm}^2)$$

이므로

$$\triangle AEC = \frac{1}{2} \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 16 = 8 (\text{cm}^2)$$

$$\triangle ACF = \frac{1}{2} \triangle ACD = \frac{1}{2} \times 16 = 8 (\text{cm}^2) \quad \dots \text{①}$$

$$\triangle FEC = \frac{1}{2} \triangle DEC$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \triangle DBC$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \square ABCD$$

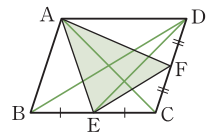
$$= \frac{1}{8} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{8} \times 32 = 4 (\text{cm}^2) \quad \dots \text{②}$$

$$\therefore \triangle AEF = \triangle AEC + \triangle ACF - \triangle FEC$$

$$= 8 + 8 - 4 = 12 (\text{cm}^2) \quad \dots \text{③}$$

채점 요소	비율
① $\triangle AEC$, $\triangle ACF$ 의 넓이 구하기	40 %
② $\triangle FEC$ 의 넓이 구하기	40 %
③ $\triangle AEF$ 의 넓이 구하기	20 %



III. 도형의 답음

1 도형의 답음

1 주제별 유형 불러오기

69~75쪽

유제 1 ①, ③ 유제 2 ⑤

유제 3 (1) 28π cm (2) $\frac{6}{5}\pi$ cm 유제 4 ④유제 5 (1) 24 cm^3 (2) 75 cm^2 유제 6 ④ 유제 7 $\frac{1}{3}$ 유제 8 ④ 유제 9 (1) 4 cm (2) $\frac{100}{3}\text{ cm}^2$ 유제 10 ⑤유제 11 (1) 35 m (2) 9000 m^2 유제 12 ② 유제 13 $\frac{8}{3}\text{ cm}$

유제 1 ② $\angle BDC$ 에 대응하는 작은 $\angle FHG$ 이다.
 ④ 꼭짓점 D에 대응하는 꼭짓점은 점 H이다.
 ⑤ $\triangle CDA \sim \triangle GHE$
 따라서 옳은 것은 ①, ③이다.

유제 2 $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 의 답음비가 3 : 4이므로
 $\overline{AB} : \overline{EF} = 3 : 4$ 에서 $9 : \overline{EF} = 3 : 4$
 $3\overline{EF} = 36 \quad \therefore \overline{EF} = 12(\text{cm})$
 $\overline{BC} : \overline{FG} = 3 : 4$ 에서 $\overline{BC} : 6 = 3 : 4$
 $4\overline{BC} = 18 \quad \therefore \overline{BC} = \frac{9}{2}(\text{cm})$
 따라서 $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 의 둘레의 길이의 합은
 $2 \times \left(9 + \frac{9}{2}\right) + 2 \times (12 + 6) = 27 + 36 = 63(\text{cm})$

유제 3 (1) 두 원기둥 A, B의 답음비는 $12 : 28 = 3 : 7$
 원기둥 B의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면
 $6 : r = 3 : 7, 3r = 42 \quad \therefore r = 14$
 따라서 원기둥 B의 밑면의 둘레의 길이는
 $2\pi \times 14 = 28\pi(\text{cm})$
 (2) 두 원뿔 A, B의 답음비는 $2.5 : 1 = 5 : 2$
 원뿔 B의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면
 $1.5 : r = 5 : 2, 5r = 3 \quad \therefore r = \frac{3}{5}$
 따라서 원뿔 B의 밑면의 둘레의 길이는
 $2\pi \times \frac{3}{5} = \frac{6}{5}\pi(\text{cm})$

유제 4 세 원의 답음비가 $1 : 2 : 3$ 이므로
 넓이의 비는 $1^2 : 2^2 : 3^2 = 1 : 4 : 9$
 두 번째로 큰 원의 넓이를 $x\text{ cm}^2$, 가장 작은 원의 넓이를
 $y\text{ cm}^2$ 라 하면
 $x : 54\pi = 4 : 9$ 에서 $9x = 216\pi \quad \therefore x = 24\pi$
 $y : 54\pi = 1 : 9$ 에서 $9y = 54\pi \quad \therefore y = 6\pi$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{색칠한 부분의 넓이}) &= 24\pi - 6\pi \\ &= 18\pi(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

유제 5 (1) 두 구의 답음비가 2 : 3이므로
 부피의 비는 $2^3 : 3^3 = 8 : 27$
 (작은 구의 부피) : $81 = 8 : 27$
 $\therefore$ (작은 구의 부피) $= 24(\text{cm}^3)$
 (2) 두 직육면체 A와 B의 부피의 비가
 $250 : 54 = 125 : 27 = 5^3 : 3^3$ 이므로
 두 직육면체 A와 B의 답음비는 5 : 3이다.
 따라서 두 직육면체 A와 B의 겹넓이의 비는
 $5^2 : 3^2 = 25 : 9$ 이므로
 (A의 겹넓이) : $27 = 25 : 9$
 $\therefore$ (A의 겹넓이) $= 75(\text{cm}^2)$

유제 6 $\triangle ABC$ 와 $\triangle CBD$ 에서
 $\overline{AB} : \overline{CB} = 27 : 18 = 3 : 2$,
 $\overline{BC} : \overline{BD} = 18 : 12 = 3 : 2$,
 $\angle B$ 는 공통이므로
 $\triangle ABC \sim \triangle CBD$ (SAS 답음)
 이때 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC = 75^\circ - 35^\circ = 40^\circ$ 이므로
 $\angle BCD = \angle BAC = 40^\circ$
 $\therefore \angle ACD = 180^\circ - (40^\circ + 75^\circ) = 65^\circ$
 또 $\triangle FGH$ 와 $\triangle FJI$ 에서
 $\angle FGH = \angle FJI$, $\angle F$ 는 공통이므로
 $\triangle FGH \sim \triangle FJI$ (AA 답음)
 즉, $\overline{FG} : \overline{FJ} = \overline{FH} : \overline{FI}$ 이므로
 $\overline{FG} : 7 = 12 : 8, 8\overline{FG} = 84$
 $\therefore \overline{FG} = \frac{21}{2} = 10.5$
 $\therefore \overline{GI} = \overline{FG} - \overline{FI} = 10.5 - 8 = 2.5$
 따라서 $x = 65, y = 2.5$ 이므로
 $x + y = 65 + 2.5 = 67.5$

유제 7 $\triangle ABC$ 와 $\triangle AED$ 에서
 $\overline{AB} : \overline{AE} = 15 : 5 = 3 : 1$,
 $\overline{AC} : \overline{AD} = 9 : 3 = 3 : 1$,
 $\angle A$ 는 공통이므로
 $\triangle ABC \sim \triangle AED$ (SAS 답음)
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle AED$ 의 답음비가 3 : 1이므로
 $\overline{BC} : \overline{DE} = 3 : 1, \overline{BC} = 3\overline{DE}$
 $\therefore \frac{\overline{DE}}{\overline{BC}} = \frac{1}{3}$

유제 8 $\triangle ADB$ 와 $\triangle BEC$ 에서
 $\angle ADB = \angle BEC = 90^\circ$,
 $\angle BAD = 90^\circ - \angle ABD = \angle CBE$ 이므로
 $\triangle ADB \sim \triangle BEC$ (AA 답음)
 따라서 $\overline{AD} : \overline{BE} = \overline{DB} : \overline{EC}$ 이므로
 $20 : \overline{BE} = 15 : 9, 15\overline{BE} = 180$
 $\therefore \overline{BE} = 12(\text{cm})$

- 유제 9** (1) 직각삼각형 ACD에서 $\overline{DC}^2 = \overline{CH} \times \overline{CA}$ 이므로
 $5^2 = 3 \times (3 + \overline{AH})$, $25 = 9 + 3\overline{AH}$
 $3\overline{AH} = 16$ $\therefore \overline{AH} = \frac{16}{3}$ (cm)
 $\overline{DH}^2 = \overline{HA} \times \overline{HC}$ 이므로 $\overline{DH}^2 = \frac{16}{3} \times 3 = 16$
 이때 $\overline{DH} > 0$ 이므로 $\overline{DH} = 4$ (cm)
 (2) $\square ABCD = \overline{AC} \times \overline{DH}$
 $= \left(\frac{16}{3} + 3 \right) \times 4 = \frac{100}{3}$ (cm²)

- 유제 10** $\triangle ACF$ 와 $\triangle DEF$ 에서
 $\angle ACF = \angle DEF = 90^\circ$,
 $\angle AFC = \angle DFE$ (맞꼭지각)이므로
 $\triangle ACF \sim \triangle DEF$ (AA 닮음)
 따라서 $\overline{AC} : \overline{DE} = \overline{CF} : \overline{EF}$ 이므로
 $(\overline{AB} + 58) : 22 = 104 : 16$, $16(\overline{AB} + 58) = 2288$
 $\overline{AB} + 58 = 143$ $\therefore \overline{AB} = 85$ (m)

- 유제 11** (1) $1.5 : 1.2 = (\text{나무의 높이}) : 28$
 $\therefore (\text{나무의 높이}) = 35$ (m)
 (2) 축척이 $\frac{1}{5000}$, 즉 지도에서의 거리와 실제 거리의 비가
 $1 : 5000$ 이므로 넓이의 비는
 $1^2 : 5000^2 = 1 : 25000000$
 이때 지도에서의 땅의 넓이는 $1.8 \times 2 = 3.6$ (cm²)
 따라서 실제 땅의 넓이는
 $3.6 \times 25000000 = 90000000$ (cm²) = 9000 (m²)

- 유제 12** $\overline{CD} = \overline{C'D} = 13$ cm이므로
 $\overline{AC} = \overline{AD} + \overline{CD} = 15 + 13 = 28$ (cm)
 즉, 정삼각형 ABC의 한 변의 길이는 28 cm이다.
 $\therefore \overline{BC'} = \overline{AB} - \overline{AC'} = 28 - 7 = 21$ (cm)
 $\triangle AC'D$ 와 $\triangle BEC'$ 에서
 $\angle C'AD = \angle EBC' = 60^\circ$,
 $\angle ADC' = 180^\circ - (\angle A + \angle AC'D)$
 $= 180^\circ - (\angle DC'E + \angle AC'D) = \angle BC'E$
 이므로 $\triangle AC'D \sim \triangle BEC'$ (AA 닮음)
 따라서 $\overline{C'D} : \overline{EC'} = \overline{AD} : \overline{BC'}$ 이므로
 $13 : \overline{C'E} = 15 : 21$, $15\overline{C'E} = 273$
 $\therefore \overline{C'E} = \frac{91}{5}$ (cm)
 $\therefore \overline{CE} = \overline{C'E} = \frac{91}{5}$ cm

- 유제 13** $\triangle EBA'$ 과 $\triangle A'CP$ 에서
 $\angle EBA' = \angle A'CP = 90^\circ$,
 $\angle A'EB = 90^\circ - \angle BA'E = \angle PA'C$ 이므로
 $\triangle EBA' \sim \triangle A'CP$ (AA 닮음)
 따라서 $\overline{EB} : \overline{A'C} = \overline{EA'} : \overline{A'P}$ 이고,
 $\overline{EA'} = \overline{AE} = 10$ cm이므로
 $6 : 8 = 10 : \overline{A'P}$, $6\overline{A'P} = 80$ $\therefore \overline{A'P} = \frac{40}{3}$ (cm)

$$\begin{aligned} \therefore \overline{PD'} &= \overline{A'D'} - \overline{A'P} = \overline{AD} - \overline{A'P} \\ &= 16 - \frac{40}{3} = \frac{8}{3} \text{ (cm)} \end{aligned}$$

2 최고 유형 탐험하기

76~78쪽

1 ⑤	2 ④	3 ②	4 ④
5 ⑤	6 ④	7 ①	8 ③
9 ⑤	10 ⑤	11 ③	12 ③

- 1** $\square ABCD$ 와 $\square FCDE$ 의 닮음비가
 $\overline{AB} : \overline{FC} = 30 : 12 = 5 : 2$ 이므로
 $\overline{BC} : 30 = 5 : 2$, $2\overline{BC} = 150$
 $\therefore \overline{BC} = 75$ (cm)
 $\therefore \overline{BF} = \overline{BC} - \overline{FC} = 75 - 12 = 63$ (cm)
- 2** 원뿔 모양으로 물이 담긴 부분과 원뿔 모양 그릇의 닮음비가
 $3 : 18 = 1 : 6$ 이므로 부피의 비는 $1^3 : 6^3 = 1 : 216$
 물을 채우는 데 걸리는 시간과 채워지는 물의 양은 정비례하
 므로 그릇에 물을 가득 채울 때까지 더 걸리는 시간을 x 분이
 라 하면
 $2 : x = 1 : (216 - 1)$, 즉 $2 : x = 1 : 215$ $\therefore x = 430$
 따라서 물을 가득 채울 때까지 430분이 더 걸린다.
- 3** $\triangle ABC$ 와 $\triangle DBE$ 에서
 $\overline{AB} : \overline{DB} = 24 : 16 = 3 : 2$,
 $\overline{BC} : \overline{BE} = 18 : 12 = 3 : 2$,
 $\angle B$ 는 공통이므로
 $\triangle ABC \sim \triangle DBE$ (SAS 닮음)
 따라서 $\overline{AC} : \overline{DE} = 3 : 2$ 이므로 $\overline{AC} : 12 = 3 : 2$
 $2\overline{AC} = 36$ $\therefore \overline{AC} = 18$ (cm)
- 4** $\triangle ABC \sim \triangle DCE$ 이므로
 $\overline{AB} : \overline{DC} = \overline{BC} : \overline{CE}$, 즉 $8 : \overline{DC} = 4 : 6$
 $4\overline{DC} = 48$ $\therefore \overline{DC} = 12$ (cm) ... ㉠
 $\triangle ABE$ 와 $\triangle FCE$ 에서
 $\angle ABE = \angle FCE$, $\angle FEC$ 는 공통이므로
 $\triangle ABE \sim \triangle FCE$ (AA 닮음)
 즉, $\overline{BE} : \overline{CE} = \overline{AB} : \overline{FC}$ 이므로
 $10 : 6 = 8 : \overline{FC}$, $10\overline{FC} = 48$
 $\therefore \overline{FC} = \frac{24}{5}$ (cm) ... ㉡
- 따라서 ㉠, ㉡에 의해
 $\overline{DF} = \overline{DC} - \overline{FC} = 12 - \frac{24}{5} = \frac{36}{5}$ (cm)
- 5** $\square ABCD$ 가 마름모이므로
 $\overline{CD} = \overline{AD} = \overline{AB} = 24$ cm
 $\therefore \overline{AE} = \overline{AD} - \overline{DE} = 24 - 16 = 8$ (cm)

$\triangle AEF$ 와 $\triangle DEC$ 에서
 $\angle FAE = \angle CDE$ (엇각),
 $\angle AEF = \angle DEC$ (맞꼭지각)이므로
 $\triangle AEF \sim \triangle DEC$ (AA 답음)
따라서 $\overline{AF} : \overline{DC} = \overline{AE} : \overline{DE}$ 이므로
 $\overline{AF} : 24 = 8 : 16$, $16\overline{AF} = 192$
 $\therefore \overline{AF} = 12(\text{cm})$

- 6 $\triangle APE$ 와 $\triangle CPB$ 에서
 $\angle EAP = \angle BCP$ (엇각),
 $\angle APE = \angle CPB$ (맞꼭지각)이므로
 $\triangle APE \sim \triangle CPB$ (AA 답음)
즉, $\overline{AP} : \overline{CP} = \overline{AE} : \overline{CB}$ 이므로
 $6 : 10 = \overline{AE} : 15$, $10\overline{AE} = 90$
 $\therefore \overline{AE} = 9(\text{cm})$
이때 $\overline{PE} = x \text{ cm}$ 라 하면 $\overline{PB} = (19.2 - x) \text{ cm}$ 이므로
 $\overline{PE} : \overline{PB} = 6 : 10$ 에서 $x : (19.2 - x) = 6 : 10$
 $115.2 - 6x = 10x$, $16x = 115.2$
 $\therefore x = 7.2$
따라서 $\triangle APE$ 의 둘레의 길이는
 $6 + 9 + 7.2 = 22.2(\text{cm})$
[다른 풀이]
 $\triangle APE \sim \triangle CPB$ (AA 답음)이므로
 $\triangle APE$ 와 $\triangle CPB$ 의 답음비는 $\overline{AP} : \overline{CP} = 6 : 10 = 3 : 5$
 $\overline{PB} = x \text{ cm}$ 라 하면 $\overline{PE} = (19.2 - x) \text{ cm}$ 이므로
 $\overline{PE} : \overline{PB} = 3 : 5$ 에서 $(19.2 - x) : x = 3 : 5$
 $3x = 96 - 5x$, $8x = 96$ $\therefore x = 12$
 $\triangle CPB$ 의 둘레의 길이는 $10 + 12 + 15 = 37(\text{cm})$ 이므로
 $\triangle APE$ 의 둘레의 길이를 $a \text{ cm}$ 라 하면
 $a : 37 = 3 : 5$ $\therefore a = \frac{111}{5} = 22.2$

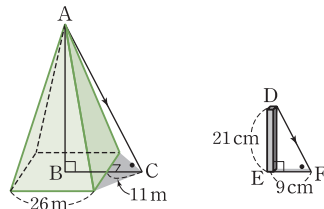
- 7 $\triangle ABC$ 와 $\triangle CDE$ 에서
 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\angle BAC = \angle DCE$ (엇각)
 $\overline{ED} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle ACB = \angle DEC$ (엇각)
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle CDE$ (AA 답음)
이때 $\overline{AC} : \overline{CE} = 2 : 1$ 이므로
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle CDE$ 의 답음비는 $2 : 1$
 $\overline{AB} : \overline{CD} = 2 : 1$, 즉 $8 : \overline{CD} = 2 : 1$
 $2\overline{CD} = 8$ $\therefore \overline{CD} = 4(\text{cm})$
 $\overline{BC} : \overline{DE} = 2 : 1$, 즉 $18 : \overline{DE} = 2 : 1$
 $2\overline{DE} = 18$ $\therefore \overline{DE} = 9(\text{cm})$
또 $\overline{CE} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 15 = \frac{15}{2}(\text{cm})$ 이므로
 $\triangle CDE$ 의 둘레의 길이는
 $4 + 9 + \frac{15}{2} = \frac{41}{2}(\text{cm})$
[다른 풀이]
 $\triangle CDE$ 의 둘레의 길이를 $x \text{ cm}$ 라 하면
 $(8 + 18 + 15) : x = 2 : 1$, $41 : x = 2 : 1$
 $2x = 41$ $\therefore x = \frac{41}{2}$

- 8 $\triangle ACD$ 와 $\triangle BCF$ 에서
 $\angle ADC = \angle BFC = 90^\circ$, $\angle C$ 는 공통이므로
 $\triangle ACD \sim \triangle BCF$ (AA 답음)
이때 답음비는 $\overline{AC} : \overline{BC} = 15 : 18 = 5 : 6$
한편, $\overline{BD} : \overline{DC} = 5 : 4$ 이므로
 $\overline{CD} = 18 \times \frac{4}{9} = 8(\text{cm})$
따라서 $\overline{CD} : \overline{CF} = 5 : 6$ 이므로
 $8 : \overline{CF} = 5 : 6$, $5\overline{CF} = 48$ $\therefore \overline{CF} = \frac{48}{5}(\text{cm})$
 $\therefore \overline{AF} = \overline{AC} - \overline{CF} = 15 - \frac{48}{5} = \frac{27}{5}(\text{cm})$

- 9 $\triangle BPF$ 와 $\triangle BCD$ 에서
 $\angle BPF = \angle BCD = 90^\circ$, $\angle PBF$ 는 공통이므로
 $\triangle BPF \sim \triangle BCD$ (AA 답음)
즉, $\overline{PF} : \overline{CD} = \overline{BP} : \overline{BC}$ 이고, $\overline{CD} = \overline{AB} = 12$ 이므로
 $\overline{PF} : 12 = 10 : 16$, $16\overline{PF} = 120$
 $\therefore \overline{PF} = \frac{15}{2}$
이때 $\triangle BPF \cong \triangle DPE$ (ASA 합동)이므로 $\overline{PE} = \overline{PF}$
 $\therefore \overline{EF} = 2\overline{PF} = 2 \times \frac{15}{2} = 15$
 $\therefore y = 15$
또 $\overline{BF} : \overline{BD} = \overline{BP} : \overline{BC}$ 이므로
 $(16 - x) : 20 = 10 : 16$, $256 - 16x = 200$
 $16x = 56$ $\therefore x = \frac{7}{2}$
 $\therefore y - x = 15 - \frac{7}{2} = \frac{23}{2}$

- 10 $\overline{AH}^2 = \overline{HB} \times \overline{HC}$ 이므로 $\overline{AH}^2 = 6 \times 24 = 144$
이때 $\overline{AH} > 0$ 이므로 $\overline{AH} = 12(\text{cm})$
점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로
 $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 30 = 15(\text{cm})$
 $\therefore \overline{HM} = \overline{BM} - \overline{BH} = 15 - 6 = 9(\text{cm})$
 $\triangle AHM$ 에서 $\overline{AH} \times \overline{HM} = \overline{AM} \times \overline{HQ}$ 이므로
 $12 \times 9 = 15 \times \overline{HQ}$, $15\overline{HQ} = 108$
 $\therefore \overline{HQ} = \frac{36}{5}(\text{cm})$

- 11 다음 그림에서 태양 광선이 피라미드와 막대를 비추는 각도는 같으므로 $\angle ACB = \angle DFE$



$\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 에서
 $\angle ABC = \angle DEF = 90^\circ$, $\angle ACB = \angle DFE$ 이므로
 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ (AA 답음)

즉, $\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{EF}$ 이고,

$$\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 26 + 11 = 24(\text{m}) = 2400(\text{cm}) \text{이므로}$$

$$\overline{AB} : 21 = 2400 : 9, 9\overline{AB} = 50400$$

$$\therefore \overline{AB} = 5600(\text{cm}) = 56(\text{m})$$

따라서 피라미드의 높이는 56 m이다.

12 $\angle ECA = \angle ACB$ (접은 각)

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle EAC = \angle ACB$ (엇각)

$$\therefore \angle EAC = \angle ECA$$

즉, $\triangle EAC$ 는 $\overline{EA} = \overline{EC}$ 인 이등변삼각형이다.

$$\therefore \overline{AF} = \overline{CF} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 15 = \frac{15}{2}(\text{cm})$$

또 $\triangle AEF$ 와 $\triangle ACD$ 에서

$\angle AFE = \angle ADC = 90^\circ$, $\angle EAF$ 는 공통이므로

$\triangle AEF \sim \triangle ACD$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AF} : \overline{AD} = \overline{EF} : \overline{CD}$ 이므로

$$\frac{15}{2} : 12 = \overline{EF} : 9, 12\overline{EF} = \frac{135}{2}$$

$$\therefore \overline{EF} = \frac{45}{8}(\text{cm})$$

3 **최고 유형 정복하기**

79~81쪽

- 01 2 : 3 02 $\frac{864}{13} \text{ cm}^3$ 03 16 04 16 cm
 05 28 cm^2 06 9 : 16 07 $\frac{8}{3}$ 08 $\frac{9}{2}$
 09 9 : 4 10 12 m 11 8 cm

01 A 상자와 B 상자 안에 들어 있는 구슬의 반지름의 길이를 각각 r_1, r_2 라 하면

두 정육면체의 한 모서리의 길이는 같으므로 $4r_1 = 6r_2$

따라서 두 구슬의 반지름의 길이의 비는

$$r_1 : r_2 = 6 : 4 = 3 : 2 \text{이므로}$$

구슬 한 개의 겉넓이의 비는 $3^2 : 2^2 = 9 : 4$

그런데 A 상자와 B 상자 안에 들어 있는 구슬은 각각 8개,

27개이므로 두 상자에 들어 있는 구슬 전체의 겉넓이의 비는 $(9 \times 8) : (4 \times 27) = 72 : 108 = 2 : 3$

02 세 원뿔 A, A+B, A+B+C의 닮음비는

$$1 : (1+2) : (1+2+3) = 1 : 3 : 6 \text{이므로}$$

부피의 비는 $1^3 : 3^3 : 6^3 = 1 : 27 : 216$

따라서 세 입체도형 A, B, C의 부피의 비는

$$1 : (27-1) : (216-27) = 1 : 26 : 189$$

이때 처음 원뿔의 부피를 $x \text{ cm}^3$ 라 하면

$$8 : x = 26 : 216, 26x = 1728 \quad \therefore x = \frac{864}{13}$$

따라서 처음 원뿔의 부피는 $\frac{864}{13} \text{ cm}^3$ 이다.

03 $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACE$ 에서

$$\overline{AB} = \overline{AC}, \overline{AD} = \overline{AE}, \angle DAB = \angle EAC = 60^\circ \text{이므로}$$

$\triangle ABD \cong \triangle ACE$ (SAS 합동) ... ㉠

또 $\triangle FBE$ 와 $\triangle ACE$ 에서

$\angle FEB = \angle AEC$ (맞꼭지각),

㉠에서 $\angle FBE = \angle ACE$ 이므로

$\triangle FBE \sim \triangle ACE$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{FE} : \overline{AE} = \overline{BE} : \overline{CE}$ 이고,

$$\overline{BE} = \overline{AB} - \overline{AE} = 10 - 8 = 2 \text{이므로}$$

$$\overline{EF} : 8 = 2 : \overline{CE} \quad \therefore \overline{EF} \times \overline{CE} = 16$$

04 $\triangle DEF$ 와 $\triangle ABC$ 에서

$$\angle EDF = \angle DAB + \angle ABD$$

$$= \angle DAB + \angle CAF = \angle BAC,$$

$$\angle DEF = \angle EBC + \angle BCE$$

$$= \angle EBC + \angle ABD = \angle ABC$$

이므로 $\triangle DEF \sim \triangle ABC$ (AA 닮음)

$\triangle DEF$ 와 $\triangle ABC$ 의 닮음비는

$$\overline{DE} : \overline{AB} = 4 : 12 = 1 : 3 \text{이므로}$$

$$\overline{DF} : \overline{AC} = 1 : 3, \text{ 즉 } \overline{DF} : 27 = 1 : 3$$

$$3\overline{DF} = 27 \quad \therefore \overline{DF} = 9(\text{cm})$$

$$\overline{EF} : \overline{BC} = 1 : 3, \text{ 즉 } \overline{EF} : 21 = 1 : 3$$

$$3\overline{EF} = 21 \quad \therefore \overline{EF} = 7(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{DF} + \overline{EF} = 9 + 7 = 16(\text{cm})$$

05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 P라 하면

$\triangle ABE \cong \triangle APE$ (ASA 합동)이므로

$$\triangle APE = \triangle ABE = 32 \text{ cm}^2$$

$$\therefore \triangle PAB = 32 + 32 = 64(\text{cm}^2)$$

또 $\overline{PE} = \overline{BE}$ 이고, $\overline{BE} = 2\overline{CE}$ 이므로

$$\overline{CE} = \overline{PC} = \frac{1}{2} \overline{BE}$$

$\triangle PDC$ 와 $\triangle PAB$ 에서

$\angle PDC = \angle PAB$ (동위각), $\angle P$ 는 공통이므로

$\triangle PDC \sim \triangle PAB$ (AA 닮음)

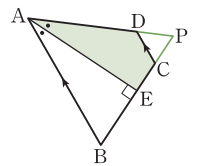
이때 닮음비는 $\overline{PC} : \overline{PB} = 1 : 4$ 이므로

$$\text{넓이의 비는 } 1^2 : 4^2 = 1 : 16$$

$$\triangle PDC = \frac{1}{16} \triangle PAB = \frac{1}{16} \times 64 = 4(\text{cm}^2)$$

$$\therefore \square AECD = \triangle APE - \triangle PDC$$

$$= 32 - 4 = 28(\text{cm}^2)$$



06 $\triangle AED$ 와 $\triangle GEB$ 에서

$\overline{AD} \parallel \overline{BG}$ 이므로

$\angle ADE = \angle GBE$ (엇각),

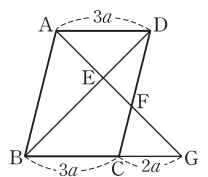
$\angle AED = \angle GEB$ (맞꼭지각)이므로

$\triangle AED \sim \triangle GEB$ (AA 닮음)

$$\therefore \overline{AD} : \overline{GB} = \overline{AE} : \overline{GE}$$

$$= \overline{ED} : \overline{EB} = 3 : 5$$

이때 $\square ABCD$ 가 평행사변형이므로



... ㉠

$$\overline{AD} = \overline{BC} = 3a \text{라 하면 } \overline{CG} = 2a$$

또 $\triangle AFD$ 와 $\triangle GFC$ 에서

$$\angle DAF = \angle CGF \text{ (엇각),}$$

$$\angle AFD = \angle GFC \text{ (맞꼭지각)} \text{이므로}$$

$$\triangle AFD \sim \triangle GFC \text{ (AA 닮음)}$$

$$\therefore \overline{FA} : \overline{FG} = \overline{AD} : \overline{GC} = 3a : 2a = 3 : 2 \quad \dots \textcircled{C}$$

$$\textcircled{A} \text{에서 } \overline{EG} = \frac{5}{8} \overline{AG}$$

$$\textcircled{C} \text{에서 } \overline{FG} = \frac{2}{5} \overline{AG}$$

$$\therefore \overline{EF} = \overline{EG} - \overline{FG} = \frac{5}{8} \overline{AG} - \frac{2}{5} \overline{AG} = \frac{9}{40} \overline{AG}$$

$$\therefore \overline{EF} : \overline{FG} = \frac{9}{40} \overline{AG} : \frac{2}{5} \overline{AG} = 9 : 16$$

07 $\triangle ABF$ 와 $\triangle ACE$ 에서

$$\overline{AB} = \overline{AC} = 12, \angle BAF = \angle CAE,$$

$$\angle ABF = \angle ACE \text{이므로}$$

$$\triangle ABF \equiv \triangle ACE \text{ (ASA 합동)}$$

$$\therefore \overline{AE} = \overline{AF} = 9$$

또 $\triangle AEC$ 와 $\triangle BED$ 에서

$$\overline{AE} = \overline{BE} = 9, \angle AEC = \angle BED \text{ (맞꼭지각),}$$

$$\overline{CE} = \overline{DE} = 7 \text{이므로}$$

$$\triangle AEC \equiv \triangle BED \text{ (SAS 합동)}$$

$$\therefore \overline{BD} = \overline{AC} = 12$$

한편, $\triangle AEB$ 와 $\triangle CED$ 에서

$$\overline{AE} : \overline{CE} = \overline{BE} : \overline{DE} = 9 : 7,$$

$$\angle AEB = \angle CED \text{ (맞꼭지각)} \text{이므로}$$

$$\triangle AEB \sim \triangle CED \text{ (SAS 닮음)}$$

$$\text{즉, } \overline{AB} : \overline{CD} = 9 : 7 \text{이므로 } 12 : \overline{CD} = 9 : 7$$

$$9\overline{CD} = 84 \quad \therefore \overline{CD} = \frac{28}{3}$$

$$\therefore \overline{BD} - \overline{CD} = 12 - \frac{28}{3} = \frac{8}{3}$$

08 $\triangle BFE$ 와 $\triangle BAD$ 에서

$$\angle BEF = \angle BDA = 90^\circ, \angle B \text{는 공통이므로}$$

$$\triangle BFE \sim \triangle BAD \text{ (AA 닮음)}$$

$$\text{즉, } \overline{BF} : \overline{BA} = \overline{EF} : \overline{DA} \text{이므로}$$

$$10 : (8+x) = 6 : 10, 48+6x=100$$

$$6x=52 \quad \therefore x=\frac{26}{3}$$

$$\text{또 } \overline{BE} : \overline{BD} = \overline{EF} : \overline{DA} \text{이므로}$$

$$8 : (10+y) = 6 : 10, 60+6y=80$$

$$6y=20 \quad \therefore y=\frac{10}{3}$$

$$\text{직각삼각형 } ABC \text{에서 } \overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{CD} \text{이므로}$$

$$10^2 = \left(10 + \frac{10}{3}\right) \times z, \frac{40}{3}z = 100 \quad \therefore z = \frac{15}{2}$$

$$\therefore x+y-z = \frac{26}{3} + \frac{10}{3} - \frac{15}{2} = \frac{9}{2}$$

09 직각삼각형 ABC에서

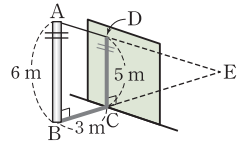
$$\overline{AB}^2 = \overline{AD} \times \overline{AC} \text{이고, } \overline{BC}^2 = \overline{CD} \times \overline{CA} \text{이므로}$$

$$\overline{AB}^2 : \overline{BC}^2 = (\overline{AD} \times \overline{AC}) : (\overline{CD} \times \overline{CA}) \\ = \overline{AD} : \overline{CD}$$

$$\text{또 } \square ADFE = \overline{AD} \times \overline{DF} \text{이고, } \square DCGF = \overline{DC} \times \overline{DF} \text{이므로}$$

$$\square ADFE : \square DCGF = \overline{AD} : \overline{CD} = \overline{AB}^2 : \overline{BC}^2 \\ = 3^2 : 2^2 = 9 : 4$$

- 10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$ 의 연장선과 $\overline{AD}$ 의 연장선이 만나는 점을 E라 하면 전봇대의 그림자의 길이는 $\overline{BE}$ 의 길이와 같다.



$\triangle DCE$ 와 $\triangle ABE$ 에서

$$\angle DCE = \angle ABE = 90^\circ, \angle E \text{는 공통이므로}$$

$$\triangle DCE \sim \triangle ABE \text{ (AA 닮음)}$$

$$\text{이때 } \overline{BE} = x \text{m라 하면 } \overline{CE} : \overline{BE} = \overline{DC} : \overline{AB} \text{이므로}$$

$$(x-3) : x = 5 : 6, 6x-18=5x \quad \therefore x=18$$

따라서 높이가 6m인 전봇대의 그림자의 길이는 18m이므로

길이가 4m인 막대의 그림자의 길이를 ym라 하면

$$6 : 18 = 4 : y, 6y=72 \quad \therefore y=12$$

따라서 막대의 그림자의 길이는 12m이다.

11 $\triangle ABE$ 와 $\triangle ECF$ 에서

$$\angle ABE = \angle ECF = 90^\circ,$$

$$\angle BAE = 90^\circ - \angle AEB = \angle CEF \text{이므로}$$

$$\triangle ABE \sim \triangle ECF \text{ (AA 닮음)}$$

$$\text{이때 } \overline{AE} = \overline{AD} = \overline{BC} \text{이므로}$$

$$\overline{AE} = 2\overline{BE} \quad \therefore \overline{BE} : \overline{AE} = 1 : 2$$

$$\text{따라서 } \overline{CF} : \overline{EF} = \overline{BE} : \overline{AE} = 1 : 2 \text{이고, } \overline{EF} = \overline{DF} \text{이므로}$$

$$\overline{CF} : \overline{DF} = 1 : 2 \text{에서 } \overline{DF} = \frac{2}{3} \overline{CD} = \frac{2}{3} \times 12 = 8(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{EF} = \overline{DF} = 8 \text{cm}$$

2

평행선 사이의 선분의 길이의 비

1

주제별 유형 블러오기

83~91쪽

유제 1 ⑤ 유제 2 (1) 5 : 4 (2) $\frac{20}{3}$ cm 유제 3 ②, ④

유제 4 ①, ⑤ 유제 5 12 cm 유제 6 ④

유제 7 (1) 25 cm (2) 32 cm^2 유제 8 $\frac{2}{7}$ 유제 9 12 cm

유제 10 ④ 유제 11 $\frac{45}{8}$ cm 유제 12 ④ 유제 13 10 cm

유제 14 ⑤ 유제 15 $\frac{13}{3} \text{ cm}^2$ 유제 16 ⑤

유제 17 84 cm^2

유제 1 $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{PE} : \overline{QC}$ 이므로

$$x : (x+3) = 10 : 12, 12x = 10x + 30$$

$$2x = 30 \quad \therefore x = 15$$

$\overline{DP} : \overline{BQ} = \overline{PE} : \overline{QC}$ 이므로

$$2.5 : y = 10 : 12, 10y = 30 \quad \therefore y = 3$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{15}{3} = 5$$

유제 2 (1) $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 이므로

$$\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC} = 15 : 12 = 5 : 4$$

또 $\triangle ABE$ 에서 $\overline{BE} \parallel \overline{DF}$ 이므로

$$\overline{AF} : \overline{FE} = \overline{AD} : \overline{DB} = 5 : 4$$

$$(2) \overline{EF} = \frac{4}{9} \overline{AE} = \frac{4}{9} \times 15 = \frac{20}{3} (\text{cm})$$

유제 3 ① $\overline{AD} \parallel \overline{EB}$ 이므로

$$\angle DAC = \angle BEA (\text{동위각}), \angle BAD = \angle EBA (\text{엇각})$$

이때 $\angle BAD = \angle DAC$ 이므로 $\angle BEA = \angle EBA$

즉, $\triangle EBA$ 는 이등변삼각형이므로

$$\overline{AB} = \overline{AE} = 15 \text{ cm}$$

② $\triangle EBC$ 에서 $\overline{AD} \parallel \overline{EB}$ 이므로 $\overline{AC} : \overline{AE} = \overline{CD} : \overline{DB}$

③, ⑤ $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이므로

$$\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 15 : 9 = 5 : 3$$

즉, $\overline{BD} : 6 = 5 : 3$ 이므로

$$3\overline{BD} = 30 \quad \therefore \overline{BD} = 10 (\text{cm})$$

④ $\overline{BD} : \overline{BC} = 10 : 16 = 5 : 8$

따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다.

유제 4 ① $\overline{AC} : \overline{AB} = \overline{CD} : \overline{BD}$ 이므로

$$\overline{AC} : 15 = 35 : 20, 20\overline{AC} = 525$$

$$\therefore \overline{AC} = \frac{105}{4} (\text{cm})$$

② $\triangle ADC$ 에서 $\overline{AD} \parallel \overline{EB}$ 이므로

$$\overline{CE} : \overline{EA} = \overline{CB} : \overline{BD} = 15 : 20 = 3 : 4$$

$$\therefore \overline{CE} = \frac{3}{7} \overline{AC} = \frac{3}{7} \times \frac{105}{4} = \frac{45}{4} (\text{cm})$$

③ $\triangle ADC$ 에서 $\overline{AD} \parallel \overline{EB}$ 이므로

$$\overline{AD} : \overline{BE} = \overline{CD} : \overline{BC} = (4+3) : 3 = 7 : 3$$

④ $\triangle ABC : \triangle ADB = \overline{BC} : \overline{CD}$

$$\textcircled{5} \overline{AE} = \overline{AC} - \overline{EC} = \frac{105}{4} - \frac{45}{4} = 15 (\text{cm})$$

즉, $\triangle ABE$ 는 $\overline{AB} = \overline{AE}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\triangle EBC : \triangle ABE = \overline{CE} : \overline{AE} = \overline{CE} : \overline{AB}$$

따라서 옳은 것은 ①, ⑤이다.

유제 5 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이므로

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$$

$$18 : 6 = (16 - \overline{CD}) : \overline{CD}, 18\overline{CD} = 96 - 6\overline{CD}$$

$$24\overline{CD} = 96 \quad \therefore \overline{CD} = 4 (\text{cm})$$

$\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 외각의 이등분선이므로

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BE} : \overline{CE}$$

$$18 : 6 = (16 + \overline{CE}) : \overline{CE}, 18\overline{CE} = 96 + 6\overline{CE}$$

$$12\overline{CE} = 96 \quad \therefore \overline{CE} = 8 (\text{cm})$$

$$\therefore \overline{DE} = \overline{CD} + \overline{CE} = 4 + 8 = 12 (\text{cm})$$

유제 6 $\triangle AEC$ 에서 점 D, F는 각각 $\overline{AE}$, $\overline{AC}$ 의 중점이므로 $\overline{DF} \parallel \overline{EC}$

$$\overline{CE} = 2\overline{DF} = 2 \times 14 = 28 (\text{cm})$$

$\triangle BFD$ 에서 $\overline{BE} = \overline{ED}$, $\overline{EG} \parallel \overline{DF}$ 이므로

$$\overline{EG} = \frac{1}{2} \overline{DF} = \frac{1}{2} \times 14 = 7 (\text{cm})$$

$$\therefore \overline{CG} = \overline{CE} - \overline{EG} = 28 - 7 = 21 (\text{cm})$$

유제 7 (1) $\triangle ABD$ 와 $\triangle BCD$ 에서

$$\overline{EH} = \overline{FG} = \frac{1}{2} \overline{BD} = \frac{1}{2} \times 14 = 7 (\text{cm})$$

$\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 에서

$$\overline{EF} = \overline{HG} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 11 = \frac{11}{2} (\text{cm})$$

따라서 $\square EFGH$ 의 둘레의 길이는

$$\overline{EF} + \overline{FG} + \overline{HG} + \overline{EH} = \frac{11}{2} + 7 + \frac{11}{2} + 7 = 25 (\text{cm})$$

(2) 마름모의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형이므로 $\square EFGH$ 는 직사각형이다.

$$\triangle ABD \text{에서 } \overline{EH} = \frac{1}{2} \overline{BD} = \frac{1}{2} \times 16 = 8 (\text{cm})$$

$$\triangle ABC \text{에서 } \overline{EF} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 8 = 4 (\text{cm})$$

$$\therefore \square EFGH = 8 \times 4 = 32 (\text{cm}^2)$$

유제 8 $21 : 12 = 14 : x$ 에서 $21x = 168 \quad \therefore x = 8$

$$21 : 12 = y : (44 - y) \text{에서 } 12y = 924 - 21y$$

$$33y = 924 \quad \therefore y = 28$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{8}{28} = \frac{2}{7}$$

유제 9 오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 $\overline{CD}$ 와 평행한 직선이 $\overline{MN}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 G, H라 하면

$$\overline{GN} = \overline{HC} = \overline{AD} = 8 \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{BH} = \overline{BC} - \overline{HC}$$

$$= 15 - 8 = 7 (\text{cm})$$

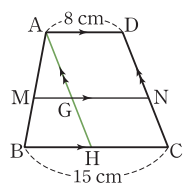
이때 $3\overline{AM} = 4\overline{BM}$ 이므로 $\overline{AM} : \overline{BM} = 4 : 3$

따라서 $\triangle ABH$ 에서 $\overline{AM} : \overline{AB} = 4 : 7$ 이고,

$\overline{MG} \parallel \overline{BH}$ 이므로

$$4 : 7 = \overline{MG} : 7, 7\overline{MG} = 28 \quad \therefore \overline{MG} = 4 (\text{cm})$$

$$\therefore \overline{MN} = \overline{MG} + \overline{GN} = 4 + 8 = 12 (\text{cm})$$



유제 10 $\triangle ABE \sim \triangle CDE$ (AA 닮음)이므로

$$\overline{BE} : \overline{DE} = \overline{AE} : \overline{CE} = \overline{AB} : \overline{CD} = 8 : 6 = 4 : 3$$

① $\triangle BCD$ 에서 $\overline{BF} : \overline{FC} = \overline{BE} : \overline{ED} = 4 : 3$

②, ③ $\triangle CAB$ 에서

$$\overline{CE} : \overline{CA} = \overline{EF} : 8 = 3 : (3+4) = 3 : 7 \text{이므로}$$

$$7\overline{EF} = 24 \quad \therefore \overline{EF} = \frac{24}{7} (\text{cm})$$

⑤ $\overline{BF} : \overline{CF} = 4 : 3$ 이므로

$$\overline{CF} = \frac{3}{7}\overline{BC} = \frac{3}{7} \times 21 = 9(\text{cm})$$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

유제 11 $\triangle ABE \sim \triangle CDE$ (AA 닮음)이므로
 $\overline{AE} : \overline{CE} = \overline{AB} : \overline{CD} = 9 : 15 = 3 : 5$
 또 $\triangle CEF \sim \triangle CAB$ (AA 닮음)이므로
 $\overline{CE} : \overline{CA} = \overline{EF} : \overline{AB}$
 즉, $5 : 8 = \overline{EF} : 9$, $8\overline{EF} = 45$
 $\therefore \overline{EF} = \frac{45}{8}(\text{cm})$

유제 12 $\triangle ADC$ 에서 $\overline{DE} = \overline{EF} = \overline{FC}$ 이므로
 $\triangle ADE = \triangle AEF = \triangle AFC$
 이때 $\triangle ADF = 12\text{cm}^2$ 이므로
 $\triangle ADE = \triangle AEF = \frac{1}{2}\triangle ADF = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm}^2)$
 $\therefore \triangle ABC = 2\triangle ADC = 2 \times 3\triangle ADE$
 $= 6\triangle ADE = 6 \times 6 = 36(\text{cm}^2)$

유제 13 $\triangle ABD$ 에서 $\overline{AP} : \overline{PD} = 4 : 3$ 이므로
 $\triangle ABP : \triangle BDP = 4 : 3$
 즉, $20 : \triangle BDP = 4 : 3$ 이므로
 $4\triangle BDP = 60 \quad \therefore \triangle BDP = 15(\text{cm}^2)$
 $\therefore \triangle ABD = \triangle ABP + \triangle BDP$
 $= 20 + 15 = 35(\text{cm}^2)$
 이때 $\triangle ADC = \triangle ABD = 35\text{cm}^2$ 이므로
 $\frac{1}{2} \times 7 \times \overline{AH} = 35 \quad \therefore \overline{AH} = 10(\text{cm})$

유제 14 점 G' 은 $\triangle ABG$ 의 무게중심이므로
 $\overline{GD} = \frac{3}{2}\overline{GG'} = \frac{3}{2} \times 4 = 6(\text{cm})$
 또 점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로
 $\overline{CD} = 3\overline{GD} = 3 \times 6 = 18(\text{cm})$

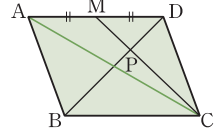
유제 15 $\triangle GBD : \triangle GDE = \overline{BG} : \overline{GE} = 2 : 1$ 이므로
 $\triangle GDE = \frac{1}{2}\triangle GBD = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6}\triangle ABC$
 $= \frac{1}{12}\triangle ABC = \frac{1}{12} \times 52 = \frac{13}{3}(\text{cm}^2)$

유제 16 ① 점 P, Q 는 각각 $\triangle ABC, \triangle ACD$ 의 무게중심이므로
 $\overline{BP} = \overline{PQ} = \overline{QD}$
 ② $\overline{OQ} = \frac{1}{2}\overline{PQ} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\overline{BD}$
 $= \frac{1}{6}\overline{BD} = \frac{1}{6} \times 36 = 6(\text{cm})$
 ③ $\triangle BCD$ 에서 $\overline{BM} = \overline{CM}, \overline{CN} = \overline{DN}$ 이므로
 $\overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times 36 = 18(\text{cm})$
 ④ $\overline{PD} = \frac{2}{3}\overline{BD} = \frac{2}{3} \times 36 = 24(\text{cm})$

$$\begin{aligned} \text{⑤ } \triangle ABP &= \frac{1}{3}\triangle ABD = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}\square ABCD \\ &= \frac{1}{6}\square ABCD = \frac{1}{6} \times 360 = 60(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

유제 17 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 그으면 점 P 는 $\triangle ACD$ 의 무게중심이다.



$$\begin{aligned} \text{즉, } \overline{CP} : \overline{PM} &= 2 : 1 \text{이므로} \\ \triangle CDP &= 2\triangle MPD = 2 \times 7 = 14(\text{cm}^2) \\ \therefore \triangle CDM &= \triangle MPD + \triangle CDP = 7 + 14 = 21(\text{cm}^2) \\ \therefore \square ABCD &= 2\triangle ACD = 2 \times 2\triangle CDM \\ &= 4\triangle CDM = 4 \times 21 = 84(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

2 최고 유형 탐험하기

92~95쪽

1 ②	2 ③	3 ④	4 ①
5 ⑤	6 ⑤	7 ③	8 ④
9 ③	10 ⑤	11 ②	12 ⑤
13 ④	14 ②	15 ⑤	

1 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$ 이므로
 $\overline{BD} : \overline{DA} = \overline{BE} : \overline{EC} = 8 : 4 = 2 : 1$
 $\triangle ABE$ 에서 $\overline{DF} \parallel \overline{AE}$ 이므로
 $\overline{BF} : \overline{FE} = \overline{BD} : \overline{DA} = 2 : 1$
 $\therefore \overline{EF} = \frac{1}{3}\overline{BE} = \frac{1}{3} \times 8 = \frac{8}{3}(\text{cm})$

2 ㄱ. $\overline{AD} : \overline{BD} = 8 : 2 = 4 : 1, \overline{AE} : \overline{CE} = 5 : 1$
 $\therefore \overline{AD} : \overline{BD} \neq \overline{AE} : \overline{CE}$
 즉, $\overline{BC}$ 와 $\overline{DE}$ 는 평행하지 않다.
 ㄴ. $\overline{AB} : \overline{AD} = 10 : 5 = 2 : 1, \overline{AC} : \overline{AE} = 9 : 3 = 3 : 1$
 $\therefore \overline{AB} : \overline{AD} \neq \overline{AC} : \overline{AE}$
 즉, $\overline{BC}$ 와 $\overline{DE}$ 는 평행하지 않다.
 ㄷ. $\overline{AB} : \overline{BD} = 4 : 1.5 = 8 : 3, \overline{AC} : \overline{CE} = 3.2 : 1.2 = 8 : 3$
 $\therefore \overline{AB} : \overline{BD} = \overline{AC} : \overline{CE}$
 즉, $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$
 ㄹ. $\overline{AB} : \overline{AD} = 5 : 7.5 = 2 : 3, \overline{AC} : \overline{AE} = 6 : 9 = 2 : 3$
 $\therefore \overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE}$
 즉, $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$
 ㅁ. $\overline{AD} : \overline{DB} = 8 : 5, \overline{AE} : \overline{EC} = 6 : 7$
 $\therefore \overline{AB} : \overline{DB} \neq \overline{AE} : \overline{EC}$
 즉, $\overline{BC}$ 와 $\overline{DE}$ 는 평행하지 않다.
 ㅂ. $\overline{AB} : \overline{AD} = 7 : 5, \overline{AC} : \overline{AE} = 7 : 3$
 $\therefore \overline{AB} : \overline{AD} \neq \overline{AC} : \overline{AE}$
 즉, $\overline{BC}$ 와 $\overline{DE}$ 는 평행하지 않다.
 따라서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 인 것은 ㄷ, ㄹ이다.

- 3 $\overline{BD} : \overline{DC} = 4 : 3$ 이므로

$$\overline{CD} = \frac{3}{7} \overline{BC} = \frac{3}{7} \times 10 = \frac{30}{7} (\text{cm})$$

이때 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 24 cm이므로

$$\overline{AB} + \overline{AC} = 24 - 10 = 14 (\text{cm})$$

$\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이므로

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD} = 4 : 3$$

$$\therefore \overline{AC} = \frac{3}{7} \times 14 = 6 (\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AC} - \overline{CD} = 6 - \frac{30}{7} = \frac{12}{7} (\text{cm})$$

- 4 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{CD}$ 는 $\angle C$ 의 이등분선이므로

$$\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{BD}$$

$$18 : \overline{BC} = 6 : 4$$

$$6\overline{BC} = 72 \quad \therefore \overline{BC} = 12 (\text{cm})$$

또 $\triangle BCE$ 에서 $\overline{CP}$ 는 $\angle C$ 의 이등분선이므로

$$\overline{CE} : \overline{CB} = \overline{EP} : \overline{PB} \quad \therefore \overline{EP} : \overline{PB} = 7 : 12$$

- 5 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이므로

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$$

$$5\overline{AB} = 140 \quad \therefore \overline{AB} = 28$$

$\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 외각의 이등분선이므로

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BE} : \overline{CE}$$

$$28 : 20 = (12 + \overline{CE}) : \overline{CE}, 28\overline{CE} = 240 + 20\overline{CE}$$

$$8\overline{CE} = 240 \quad \therefore \overline{CE} = 30$$

$$\therefore \overline{CE} - \overline{AB} = 30 - 28 = 2$$

- 6 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$ 와 $\overline{MN}$ 의 연장선의 교점을 P라 하면

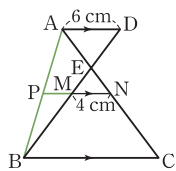
$\triangle ABD$ 에서

$$\overline{PM} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 6 = 3 (\text{cm})$$

$$\therefore \overline{PN} = \overline{PM} + \overline{MN} = 3 + 4 = 7 (\text{cm})$$

따라서 $\triangle ABC$ 에서

$$\overline{BC} = 2\overline{PN} = 2 \times 7 = 14 (\text{cm})$$



- 7 $\triangle AFD$ 에서 $\overline{DF} = 2\overline{EG}$

$$\triangle BCE$$
에서 $\overline{CE} = 2\overline{DF} = 2 \times 2\overline{EG} = 4\overline{EG}$

$$\therefore \overline{CG} = \overline{CE} - \overline{EG} = 4\overline{EG} - \overline{EG} = 3\overline{EG}$$

$$\text{즉, } 3\overline{EG} = 19 \text{이므로 } \overline{EG} = \frac{19}{3} (\text{cm})$$

$$\therefore \overline{DF} = 2\overline{EG} = 2 \times \frac{19}{3} = \frac{38}{3} (\text{cm})$$

- 8 $\overline{DF} = \frac{1}{2} \overline{BC}$ 이므로 $\overline{DF} = \overline{BE} = \overline{EC}$

$$\overline{DE} = \frac{1}{2} \overline{AC}$$

$$\overline{EF} = \frac{1}{2} \overline{AB}$$

따라서 $\triangle ADF \equiv \triangle DBE \equiv \triangle FEC$

$\equiv \triangle EFD$ (SSS 합동)이므로

$$\triangle DEF = \frac{1}{4} \triangle ABC = \frac{1}{4} \times 52 = 13 (\text{cm}^2)$$

- 9 오른쪽 그림에서

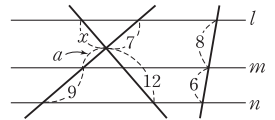
$$(7+a) : 9 = 8 : 6 \text{이므로}$$

$$42 + 6a = 72, 6a = 30$$

$$\therefore a = 5$$

$$\text{또 } x : 12 = 7 : (a+9) \text{이므로}$$

$$x : 12 = 7 : 14, 14x = 84 \quad \therefore x = 6$$



- 10 오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나

고 $\overline{EG}$ 에 평행한 $\overline{AI}$ 를 그으면

$$\overline{HF} = \overline{IG} = \overline{AE} = 3 \text{이므로}$$

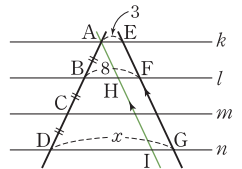
$$\overline{BH} = \overline{BF} - \overline{HF} = 8 - 3 = 5$$

$\triangle ADI$ 에서

$$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BH} : \overline{DI}$$

$$1 : 3 = 5 : (x-3), x-3 = 15$$

$$\therefore x = 18$$



- 11 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PQ}$ 의 연장선과

$\overline{AB}$ 의 교점을 E라 하면

$$\overline{BP} = \frac{2}{9} \overline{BD}$$

$$\overline{CQ} = \frac{2}{9} \overline{AC}$$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{EQ} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{AQ} : \overline{AC} = \overline{EQ} : \overline{BC}$$

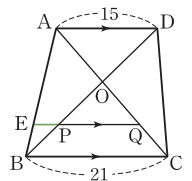
$$9\overline{EQ} = 147 \quad \therefore \overline{EQ} = \frac{49}{3}$$

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{AD} \parallel \overline{EP}$ 이므로

$$\overline{BP} : \overline{BD} = \overline{EP} : \overline{AD}$$

$$9\overline{EP} = 30 \quad \therefore \overline{EP} = \frac{10}{3}$$

$$\therefore \overline{PQ} = \overline{EQ} - \overline{EP} = \frac{49}{3} - \frac{10}{3} = 13$$



- 12 $\triangle AGG'$ 와 $\triangle ADE$ 에서

$$\overline{AG} : \overline{AD} = 2 : 3, \overline{AG'} : \overline{AE} = 2 : 3,$$

$\angle G'AG$ 가 공통이므로

$\triangle AGG' \sim \triangle ADE$ (SAS 닮음)

이때 $\triangle AGG'$ 와 $\triangle ADE$ 의 닮음비는 2 : 3이다.

$$\text{즉, } \overline{GG'} : \overline{DE} = 2 : 3 \text{이므로 } 12 : \overline{DE} = 2 : 3$$

$$2\overline{DE} = 36 \quad \therefore \overline{DE} = 18 (\text{cm})$$

점 G, G'은 각각 $\triangle ABM$, $\triangle AMC$ 의 무게중심이므로

$$\overline{BD} = \overline{DM}, \overline{ME} = \overline{EC}$$

$$\therefore \overline{BC} = \overline{BD} + \overline{DM} + \overline{ME} + \overline{EC}$$

$$= 2(\overline{DM} + \overline{ME})$$

$$= 2\overline{DE} = 2 \times 18 = 36 (\text{cm})$$

- 13 점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$$\overline{GD} = \frac{1}{2} \overline{BG} = \frac{1}{2} \times 8 = 4 (\text{cm})$$

또 점 D는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\overline{AD} = \overline{CD} = \overline{BD} = 8 + 4 = 12 (\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AC} = 2\overline{AD} = 2 \times 12 = 24 (\text{cm})$$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{EF} \parallel \overline{AC}$ 이므로
 $\overline{EF} : \overline{AC} = \overline{BE} : \overline{BA} = \overline{BF} : \overline{BC} = 2 : 3$
 즉, $\overline{EF} : 24 = 2 : 3$ 이므로
 $3\overline{EF} = 48 \quad \therefore \overline{EF} = 16(\text{cm})$

- 14** 점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로 $\overline{BD} = \overline{DC}$
 즉, $\triangle ABD = \triangle ADC = 27 \text{ cm}^2$ 이므로
 $\triangle ABC = 2\triangle ADC = 2 \times 27 = 54(\text{cm}^2)$
 $\therefore \triangle GPQ = \frac{1}{3} \triangle ABG$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \triangle ABC$$

$$= \frac{1}{9} \triangle ABC$$

$$= \frac{1}{9} \times 54 = 6(\text{cm}^2)$$
- [다른 풀이]
 점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로 $\overline{BD} = \overline{DC}$
 $\therefore \triangle ABD = \triangle ADC = 27 \text{ cm}^2$
 이때 $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$ 이므로 $\triangle ABG = \frac{2}{3} \triangle ABD$
 $\overline{AP} = \overline{PQ} = \overline{QB}$ 이므로 $\triangle GPQ = \frac{1}{3} \triangle ABG$
 $\therefore \triangle GPQ = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \triangle ABD$

$$= \frac{2}{9} \triangle ABD$$

$$= \frac{2}{9} \times 27 = 6(\text{cm}^2)$$

- 15** 점 P는 $\triangle ABD$ 의 무게중심이므로
 $\triangle ABP = \frac{1}{3} \triangle ABD = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \square ABCD$

$$= \frac{1}{6} \square ABCD = \frac{1}{6} \times 42 = 7(\text{cm}^2)$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{PD}$, $\overline{QD}$ 를 그으면

$$\triangle POD = \triangle PDM = \frac{1}{6} \triangle ABD$$

$$= \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{12} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{12} \times 42 = \frac{7}{2}(\text{cm}^2)$$

또 점 Q는 $\triangle BCD$ 의 무게중심이므로

$$\triangle BCQ = \frac{1}{3} \triangle BCD = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{6} \square ABCD = \frac{1}{6} \times 42 = 7(\text{cm}^2)$$

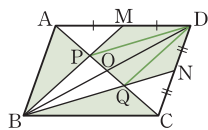
$$\triangle QDO = \triangle QND = \frac{1}{6} \triangle BCD = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{12} \square ABCD = \frac{1}{12} \times 42 = \frac{7}{2}(\text{cm}^2)$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$\triangle ABP + \triangle POD + \triangle PDM + \triangle BCQ + \triangle QDO + \triangle QND$$

$$= 7 + \frac{7}{2} + \frac{7}{2} + 7 + \frac{7}{2} + \frac{7}{2} = 28(\text{cm}^2)$$



3 최고 유형 정복하기

96~98쪽

- 01** $\frac{19}{5}$ **02** $\frac{4}{3} \text{ cm}$ **03** 3 **04** $\frac{39}{2} \text{ cm}$
05 3 : 13 **06** 4 : 5
07 (1) 18 cm (2) $\frac{81}{2} \text{ cm}$ (3) 24 cm **08** $\frac{7}{3} \text{ cm}$
09 $\frac{45}{2} \text{ cm}^2$ **10** $\frac{25}{6} \text{ cm}^2$ **11** 4 : 5
12 (1) $\frac{5}{2} \text{ cm}$ (2) 15 cm^2

- 01** $\triangle ADC$ 에서 $\overline{AD} \parallel \overline{EF}$ 이므로
 $\overline{CF} : \overline{FD} = \overline{CE} : \overline{EA} = 5 : 7$
 $\overline{CF} = 5k \text{ cm}$, $\overline{DF} = 7k \text{ cm}$ ($k > 0$)라 하면
 $\overline{CD} = 12k \text{ cm}$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} \parallel \overline{ED}$ 이므로
 $\overline{CE} : \overline{EA} = \overline{CD} : \overline{DB}$
 즉, $5 : 7 = 12k : \overline{BD}$, $5\overline{BD} = 84k$
 $\therefore \overline{BD} = \frac{84}{5}k(\text{cm})$
 $\therefore \frac{\overline{BD}}{\overline{DF}} + \frac{\overline{DF}}{\overline{CF}} = \left(\frac{84}{5}k \times \frac{1}{7k} \right) + \frac{7k}{5k}$

$$= \frac{12}{5} + \frac{7}{5} = \frac{19}{5}$$

- 02** $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이므로
 $\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 6 : \frac{27}{2} = 4 : 9$
 $\triangle BDE$ 와 $\triangle CDF$ 에서
 $\angle BED = \angle CFD = 90^\circ$,
 $\angle BDE = \angle CDF$ (맞꼭지각)이므로
 $\triangle BDE \sim \triangle CDF$ (AA 닮음)
 따라서 $\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{DE} : \overline{DF}$ 이므로
 $4 : 9 = \overline{DE} : 3$, $9\overline{DE} = 12$
 $\therefore \overline{DE} = \frac{4}{3}(\text{cm})$

- 03** $\triangle ABD$ 와 $\triangle CBA$ 에서
 $\angle BAD = \angle BCA$, $\angle B$ 는 공통이므로
 $\triangle ABD \sim \triangle CBA$ (AA 닮음)
 $\overline{AD} : \overline{CA} = \overline{AB} : \overline{CB}$ 에서 $\overline{AD} : 9 = 6 : 12$
 $12\overline{AD} = 54 \quad \therefore \overline{AD} = \frac{9}{2}$
 또 $\overline{BD} : \overline{BA} = \overline{AB} : \overline{CB}$ 에서 $\overline{BD} : 6 = 6 : 12$
 $12\overline{BD} = 36 \quad \therefore \overline{BD} = 3$
 $\therefore \overline{CD} = \overline{BC} - \overline{BD}$

$$= 12 - 3 = 9$$

 이때 $\overline{AE}$ 는 $\angle DAC$ 의 이등분선이므로
 $\overline{AD} : \overline{AC} = \overline{DE} : \overline{CE}$ 에서
 $\frac{9}{2} : 9 = \overline{DE} : (9 - \overline{DE})$, $\frac{27}{2} \overline{DE} = \frac{81}{2}$
 $\therefore \overline{DE} = 3$

- 04 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$ 의 중점을 F
라 하고, $\overline{DF}$ 를 그으면

$$\overline{AE} : \overline{EB} = 1 : 2 \text{이므로}$$

$$\overline{AE} = \overline{EF} = \overline{FB}$$

$\triangle BCE$ 에서

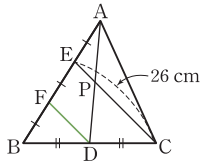
$$\overline{BD} = \overline{DC}, \overline{BF} = \overline{FE} \text{이므로}$$

$$\overline{DF} = \frac{1}{2} \overline{CE} = \frac{1}{2} \times 26 = 13(\text{cm})$$

$\triangle AFD$ 에서 $\overline{AE} = \overline{EF}, \overline{EP} \parallel \overline{FD}$ 이므로

$$\overline{EP} = \frac{1}{2} \overline{DF} = \frac{1}{2} \times 13 = \frac{13}{2}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{PC} = \overline{CE} - \overline{EP} = 26 - \frac{13}{2} = \frac{39}{2}(\text{cm})$$



- 05 $\triangle ABE$ 와 $\triangle AFE$ 에서
 $\angle BAE = \angle FAE$, $\overline{AE}$ 는 공통,

$$\angle AEB = \angle AEF = 90^\circ \text{이므로}$$

$\triangle ABE \cong \triangle AFE$ (ASA 합동)

$$\text{즉, } \overline{AF} = \overline{AB} = 15 \text{ cm 이므로}$$

$$\overline{FC} = \overline{AC} - \overline{AF} = 24 - 15 = 9(\text{cm})$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{EM}$ 을 그으면

$\triangle BCF$ 에서

$$\overline{BE} = \overline{EF}, \overline{BM} = \overline{MC} \text{이므로}$$

$$\overline{EM} = \frac{1}{2} \overline{FC} = \frac{1}{2} \times 9 = \frac{9}{2}(\text{cm})$$

$\triangle DME$ 와 $\triangle DCA$ 에서

$$\angle DEM = \angle DAC \text{ (동위각)}, \angle EDM \text{은 공통이므로}$$

$\triangle DME \sim \triangle DCA$ (AA 닮음)

$$\text{따라서 } \overline{DM} : \overline{DC} = \overline{EM} : \overline{AC} = \frac{9}{2} : 24 = 3 : 16 \text{이므로}$$

$$\overline{DM} : \overline{MC} = 3 : (16 - 3) = 3 : 13$$

[다른 풀이]

$\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이므로

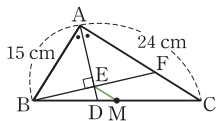
$$\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 15 : 24 = 5 : 8$$

$$\therefore \overline{BD} = \frac{5}{13} \overline{BC}$$

$$\text{이때 } \overline{BM} = \overline{MC} = \frac{1}{2} \overline{BC} \text{이므로}$$

$$\overline{DM} = \overline{BM} - \overline{BD} = \frac{1}{2} \overline{BC} - \frac{5}{13} \overline{BC} = \frac{3}{26} \overline{BC}$$

$$\therefore \overline{DM} : \overline{MC} = \frac{3}{26} \overline{BC} : \frac{1}{2} \overline{BC} = 3 : 13$$



- 06 오른쪽 그림과 같이
 $\overline{AE} : \overline{EB} = 1 : x$,
 $\overline{EP} = \overline{PQ} = \overline{QF} = a \text{ cm}$ 라 하면

$\triangle ABC$ 에서

$$\overline{AE} : \overline{AB} = \overline{EQ} : \overline{BC} \text{이므로}$$

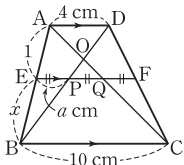
$$1 : (1+x) = 2a : 10$$

$$\therefore 2a(x+1) = 10 \quad \dots \textcircled{1}$$

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BE} : \overline{BA} = \overline{EP} : \overline{AD}$

$$x : (x+1) = a : 4$$

$$\therefore a(x+1) = 4x \quad \dots \textcircled{2}$$



$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \times 2 \text{를 하면 } 0 = 10 - 8x \quad \therefore x = \frac{5}{4}$$

$$\therefore \overline{AE} : \overline{EB} = 1 : \frac{5}{4} = 4 : 5$$

- 07 (1) $\triangle CBE \sim \triangle EDG$ (AA 닮음)이므로

$$12 : \overline{DE} = \overline{CE} : \overline{EG} \quad \dots \textcircled{1}$$

$\triangle BDE \sim \triangle DFG$ (AA 닮음)이므로

$$\overline{BD} : \overline{DF} = \overline{DE} : 27 \quad \dots \textcircled{2}$$

$\square BFGC$ 에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE} \parallel \overline{FG}$ 이므로

$$\overline{BD} : \overline{DF} = \overline{CE} : \overline{EG} \quad \dots \textcircled{3}$$

$\textcircled{1} \sim \textcircled{3}$ 에서 $\overline{DE} : 27 = 12 : \overline{DE}$ 이므로

$$\overline{DE}^2 = 12 \times 27 = 324$$

$$\text{이때 } \overline{DE} > 0 \text{이므로 } \overline{DE} = 18(\text{cm})$$

- (2) $\triangle EDG \sim \triangle GFI$ (AA 닮음)이므로

$$\overline{EG} : \overline{GI} = \overline{ED} : \overline{GF} = 18 : 27 = 2 : 3$$

$\square EDHI$ 에서 $\overline{DF} : \overline{FH} = \overline{EG} : \overline{GI} = 2 : 3$

$\triangle DFG \sim \triangle FHI$ (AA 닮음)이므로

$$\overline{DF} : \overline{FH} = \overline{FG} : \overline{HI} \text{에서 } 2 : 3 = 27 : \overline{HI}$$

$$2\overline{HI} = 81 \quad \therefore \overline{HI} = \frac{81}{2}(\text{cm})$$

- (3) $\triangle ABC \sim \triangle AHI$ (AA 닮음)이므로

$$\overline{AB} : \overline{AH} = \overline{BC} : \overline{HI} \text{에서 } \overline{AB} : 81 = 12 : \frac{81}{2}$$

$$\frac{81}{2} \overline{AB} = 972 \quad \therefore \overline{AB} = 24(\text{cm})$$

- 08 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AG}$ 의 연장선

과 $\overline{DG'}$ 의 연장선이 $\overline{BC}$ 와 만나는

점을 E라 하면 점 G, G'은 각각

$\triangle ABC$, $\triangle DBC$ 의 무게중심이므로

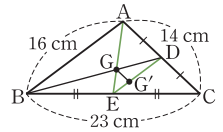
$$\overline{EG} : \overline{EA} = \overline{EG'} : \overline{ED} = 1 : 3$$

따라서 $\triangle EG'G \sim \triangle EDA$ (SAS 닮음)이므로

$$\overline{GG'} : \overline{AD} = \overline{EG} : \overline{EA}$$

$$\overline{GG'} : 7 = 1 : 3, 3\overline{GG'} = 7$$

$$\therefore \overline{GG'} = \frac{7}{3}(\text{cm})$$



- 09 점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로 $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$

즉, $\triangle AEG : \triangle GED = 2 : 1$ 이므로

$$\triangle AEG = 2\triangle GED = 2 \times 15 = 30(\text{cm}^2)$$

이때 $\overline{AE} : \overline{EB} = \overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$ 이고,

$$\triangle AED = \triangle AEG + \triangle GED = 30 + 15 = 45(\text{cm}^2) \text{이므로}$$

$$\triangle EBD = \frac{1}{2} \triangle AED = \frac{1}{2} \times 45 = \frac{45}{2}(\text{cm}^2)$$

- 10 $\triangle FEA$ 와 $\triangle FCD$ 에서

$$\angle EAF = \angle CDF = 90^\circ, \overline{EA} = \overline{CD},$$

$$\angle AEF = \angle DCF \text{ (엇각)이므로}$$

$\triangle FEA \cong \triangle FCD$ (ASA 합동)

이때 $\overline{AF} = \overline{DF}$ 이므로 점 G는 $\triangle ACD$ 의 무게중심이다.

$$\therefore \triangle GOC = \frac{1}{6} \triangle ACD = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{12} \square ABCD = \frac{1}{12} \times (10 \times 5) = \frac{25}{6}(\text{cm}^2)$$

11 오른쪽 그림과 같이

 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 O, $\overline{AF}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 M이라 하자. $\overline{AO}=\overline{OC}$, $\overline{CF}=\overline{FD}$ 이므로 점 Q는 $\triangle ACD$ 의 무게중심이다.

$$\therefore \overline{AQ}=\frac{2}{3}\overline{AF} \quad \dots \textcircled{㉠}$$

$$\overline{QF}=\frac{1}{3}\overline{AF} \quad \dots \textcircled{㉡}$$

 $\triangle ABM$ 에서 $\overline{FC}=\frac{1}{2}\overline{DC}=\frac{1}{2}\overline{AB}$ 이고, $\overline{AB}\parallel\overline{FC}$ 이므로 $\overline{BC}=\overline{CM}$, $\overline{AF}=\overline{FM}$ 또 $\triangle APE$ 와 $\triangle MPB$ 에서 $\angle EAP=\angle BMP$ (엇각), $\angle APE=\angle MPB$ (맞꼭지각)이므로 $\triangle APE\sim\triangle MPB$ (AA 닮음)즉, $\overline{AP}:\overline{MP}=\overline{AE}:\overline{MB}=\frac{1}{2}\overline{BC}:2\overline{BC}=1:4$ 이므로

$$\overline{AP}=\frac{1}{5}\overline{AM}=\frac{2}{5}\overline{AF} \quad \dots \textcircled{㉢}$$

 $\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉢}$ 에서

$$\overline{PQ}=\overline{AQ}-\overline{AP}$$

$$=\frac{2}{3}\overline{AF}-\frac{2}{5}\overline{AF}$$

$$=\frac{4}{15}\overline{AF} \quad \dots \textcircled{㉣}$$

따라서 $\textcircled{㉡}$, $\textcircled{㉣}$ 에 의해

$$\overline{PQ}:\overline{QF}=\frac{4}{15}\overline{AF}:\frac{1}{3}\overline{AF}=4:5$$

12 (1) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 그은 후 두 대각선의 교점을 O라 하면

$$\overline{BO}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 30=15(\text{cm})$$

이때 점 Q는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$$\overline{QO}=\frac{1}{3}\overline{BO} \quad \dots \textcircled{㉠}$$

또 $\overline{BF}=\overline{FC}$ 이고, $\overline{BE}=\overline{EA}$ 이므로 $\overline{EF}\parallel\overline{AC}$

$$\therefore \overline{BP}=\overline{PO}=\frac{1}{2}\overline{BO} \quad \dots \textcircled{㉡}$$

따라서 $\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 에 의해

$$\overline{PQ}=\overline{PO}-\overline{QO}=\frac{1}{2}\overline{BO}-\frac{1}{3}\overline{BO}$$

$$=\frac{1}{6}\overline{BO}=\frac{1}{6}\times 15=\frac{5}{2}(\text{cm})$$

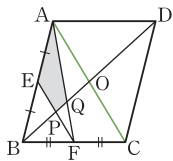
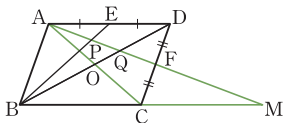
$$(2) \triangle ABC=\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{2}\times 144=72(\text{cm}^2)\text{이므로}$$

$$\triangle AEQ=\frac{1}{6}\triangle ABC=\frac{1}{6}\times 72=12(\text{cm}^2)$$

$$\text{이때 } \overline{BP}:\overline{PQ}=\frac{1}{2}\overline{BO}:\frac{1}{6}\overline{BO}=3:1\text{이므로}$$

$$\triangle EPQ=\frac{1}{4}\triangle EBQ=\frac{1}{4}\triangle AEQ=\frac{1}{4}\times 12=3(\text{cm}^2)$$

$$\therefore \square AEPQ=\triangle AEQ+\triangle EPQ=12+3=15(\text{cm}^2)$$



대단원 마무리하기

99~102쪽

- 01 ⑤ 02 7 cm 03 $\frac{35}{6}$ cm 04 ③
 05 16 cm^2 06 ② 07 5 : 7 08 $\frac{24}{5}\text{ cm}$
 09 ③, ⑤ 10 $\frac{7}{2}\text{ cm}$ 11 ④ 12 60 cm^2
 13 48 cm 14 3 : 1 : 2 15 $\frac{14}{5}$ 시간 16 ③
 17 ② 18 14 19 12 cm^2
 서술형 문제 (과정은 풀이 참조)
 20 1 : 8 21 2 cm 22 3 cm 23 24 cm^2

01 지름의 길이가 2.4m인 쇠공의 반지름의 길이는 120cm이다. 즉, 두 쇠공의 닮음비는 $120:2.4=50:1$ 이므로 부피의 비는 $50^3:1^3=125000:1$ 따라서 지름의 길이가 2.4m인 쇠공을 1개 녹이면 반지름의 길이가 2.4cm인 쇠공을 최대 125000개까지 만들 수 있다.

02 $\overline{BD}:\overline{DC}=1:2$ 이고, $\overline{BC}=9\text{ cm}$ 이므로

$$\overline{BD}=\frac{1}{3}\overline{BC}=\frac{1}{3}\times 9=3(\text{cm})$$

$$\overline{DC}=\frac{2}{3}\overline{BC}=\frac{2}{3}\times 9=6(\text{cm})$$

 $\triangle ABD$ 와 $\triangle DCE$ 에서

$$\angle ABD=\angle DCE=60^\circ,$$

$$\angle BAD=180^\circ-(\angle ABD+\angle ADB)$$

$$=180^\circ-(\angle ADE+\angle ADB)=\angle CDE$$

이므로 $\triangle ABD\sim\triangle DCE$ (AA 닮음)따라서 $\overline{AB}:\overline{DC}=\overline{BD}:\overline{CE}$ 이므로

$$9:6=3:\overline{CE}, 9\overline{CE}=18$$

$$\therefore \overline{CE}=2(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AE}=\overline{AC}-\overline{CE}=9-2=7(\text{cm})$$

03 $\triangle ABE$ 와 $\triangle FCE$ 에서

$$\angle BAE=\angle CFE \text{ (엇각),}$$

$$\angle AEB=\angle FEC \text{ (맞꼭지각)이므로}$$

 $\triangle ABE\sim\triangle FCE$ (AA 닮음)따라서 $\overline{AB}=\overline{DC}=7\text{ cm}$ 이고,

$$\overline{BE}:\overline{CE}=\overline{AB}:\overline{FC}=7:5\text{이므로}$$

$$\overline{BE}=\frac{7}{12}\overline{BC}=\frac{7}{12}\overline{AD}$$

$$=\frac{7}{12}\times 10=\frac{35}{6}(\text{cm})$$

[다른 풀이]

 $\triangle AFD$ 에서 $\overline{AD}\parallel\overline{EC}$ 이므로

$$\overline{DF}:\overline{CF}=\overline{AD}:\overline{EC} \text{에서 } (7+5):5=10:\overline{EC}$$

$$12\overline{EC}=50 \quad \therefore \overline{EC}=\frac{25}{6}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{BE}=\overline{BC}-\overline{EC}=10-\frac{25}{6}=\frac{35}{6}(\text{cm})$$

- 04 $\triangle ABE$ 와 $\triangle ACD$ 에서
 $\angle AEB = \angle ADC = 90^\circ$, $\angle A$ 는 공통이므로
 $\triangle ABE \sim \triangle ACD$ (AA 답음) ... ㉠
 $\triangle FBD$ 와 $\triangle FCE$ 에서
 $\angle BDF = \angle CEF = 90^\circ$,
 $\angle BFD = \angle CFE$ (맞꼭지각)이므로
 $\triangle FBD \sim \triangle FCE$ (AA 답음) ... ㉡
 $\triangle ABE$ 와 $\triangle FBD$ 에서
 $\angle AEB = \angle FDB = 90^\circ$, $\angle DBF$ 는 공통이므로
 $\triangle ABE \sim \triangle FBD$ (AA 답음) ... ㉢
 ㉠~㉢에서
 $\triangle ABE \sim \triangle ACD \sim \triangle FBD \sim \triangle FCE$
 따라서 나머지 넷과 답음이 아닌 것은 ③ $\triangle CBE$ 이다.

- 05 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADF$ 에서
 $\angle ACB = \angle AFD = 90^\circ$, $\angle A$ 는 공통이므로
 $\triangle ABC \sim \triangle ADF$ (AA 답음)
 $\overline{DE} = \overline{DF} = x$ cm 라 하면 $\overline{AF} = (6-x)$ cm 이고,
 $\overline{BC} : \overline{DF} = \overline{AC} : \overline{AF}$ 이므로
 $12 : x = 6 : (6-x)$, $6x = 72 - 12x$
 $18x = 72 \quad \therefore x = 4$
 $\therefore \square DECF = 4^2 = 16(\text{cm}^2)$

- 06 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DPC$ 에서
 $\angle ACB = \angle DCP = 90^\circ$,
 $\angle A = 90^\circ - \angle APE = 90^\circ - \angle DPC = \angle D$
 이므로 $\triangle ABC \sim \triangle DPC$ (AA 답음)
 따라서 $\overline{AC} : \overline{DC} = \overline{BC} : \overline{PC}$ 이므로
 $(\overline{AP} + 6) : 10 = 10 : 6$, $6\overline{AP} + 36 = 100$
 $6\overline{AP} = 64 \quad \therefore \overline{AP} = \frac{32}{3}(\text{cm})$

- 07 $\triangle ABF$ 에서 $\overline{DE} \parallel \overline{BF}$ 이므로
 $\overline{AE} : \overline{EF} = \overline{AD} : \overline{DB} = 5 : 2$
 즉, $\overline{AF} : \overline{EF} = 7 : 2$, $7\overline{EF} = 2\overline{AF}$
 $\therefore \overline{EF} = \frac{2}{7}\overline{AF}$
 또 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{DF} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{AF} : \overline{FC} = \overline{AD} : \overline{DB} = 5 : 2$
 $5\overline{FC} = 2\overline{AF} \quad \therefore \overline{FC} = \frac{2}{5}\overline{AF}$
 $\therefore \overline{EF} : \overline{FC} = \frac{2}{7}\overline{AF} : \frac{2}{5}\overline{AF} = 5 : 7$

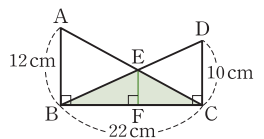
- 08 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BE}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이므로
 $\overline{BC} : \overline{BA} = \overline{CE} : \overline{AE}$
 즉, $\overline{BC} : 24 = 4 : 12$, $12\overline{BC} = 96$
 $\therefore \overline{BC} = 8(\text{cm})$
 또 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이므로
 $\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 24 : 16 = 3 : 2$
 $\therefore \overline{BD} = \frac{3}{5}\overline{BC} = \frac{3}{5} \times 8 = \frac{24}{5}(\text{cm})$

- 09 ① $\overline{CE} : \overline{EB} = 9 : 7$, $\overline{CF} : \overline{FA} = 5 : 6$
 $\therefore \overline{CE} : \overline{EB} \neq \overline{CF} : \overline{FA}$
 즉, $\overline{AB}$ 와 $\overline{EF}$ 는 평행하지 않다.
 ② $\overline{AD} : \overline{DB} = 4.5 : 3.5 = 9 : 7$, $\overline{AF} : \overline{FC} = 6 : 5$
 $\therefore \overline{AD} : \overline{DB} \neq \overline{AF} : \overline{FC}$
 즉, $\overline{BC}$ 와 $\overline{DF}$ 는 평행하지 않다.
 ③, ⑤ $\overline{BD} : \overline{DA} = 3.5 : 4.5 = 7 : 9$, $\overline{BE} : \overline{EC} = 7 : 9$
 $\therefore \overline{BD} : \overline{DA} = \overline{BE} : \overline{EC}$
 즉, $\overline{AC} \parallel \overline{DE} \quad \therefore \angle C = \angle DEB$ (동위각)
 ④ $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADF$ 에서
 $\overline{AB} : \overline{AD} = 8 : 4.5 = 16 : 9$, $\overline{AC} : \overline{AF} = 11 : 6$
 $\therefore \overline{AB} : \overline{AD} \neq \overline{AC} : \overline{AF}$
 즉, $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADF$ 는 서로 닮음이 아니다.
 따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

- 10 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{DN} = \overline{NC}$ 이므로
 $\overline{AB} \parallel \overline{MN} \parallel \overline{BC}$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{MQ} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{MQ} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 13 = \frac{13}{2}(\text{cm})$
 $\triangle ABD$ 에서 $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{MP} \parallel \overline{AD}$ 이므로
 $\overline{MP} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2} \times 6 = 3(\text{cm})$
 $\therefore \overline{PQ} = \overline{MQ} - \overline{MP} = \frac{13}{2} - 3 = \frac{7}{2}(\text{cm})$

- 11 $\triangle AOD$ 와 $\triangle COB$ 에서
 $\angle DAO = \angle BCO$ (엇각),
 $\angle AOD = \angle COB$ (맞꼭지각)이므로
 $\triangle AOD \sim \triangle COB$ (AA 답음)
 $\overline{OA} : \overline{OC} = \overline{AD} : \overline{CB} = 9 : 15 = 3 : 5$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AO} : \overline{AC} = \overline{EO} : \overline{BC}$ 이므로
 $3 : 8 = \overline{EO} : 15$, $8\overline{EO} = 45 \quad \therefore \overline{EO} = \frac{45}{8}(\text{cm})$
 $\triangle ACD$ 에서 $\overline{CO} : \overline{CA} = \overline{OF} : \overline{AD}$ 이므로
 $5 : 8 = \overline{OF} : 9$, $8\overline{OF} = 45 \quad \therefore \overline{OF} = \frac{45}{8}(\text{cm})$
 $\therefore \overline{EF} = \overline{EO} + \overline{OF} = \frac{45}{8} + \frac{45}{8} = \frac{45}{4}(\text{cm})$

- 12 오른쪽 그림과 같이 점 E에서
 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 F라 하
 면 동위각의 크기가 90° 이므로
 $\overline{AB} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{DC}$



- $\triangle ABE$ 와 $\triangle CDE$ 에서
 $\angle BAE = \angle DCE$ (엇각),
 $\angle AEB = \angle CED$ (맞꼭지각)이므로
 $\triangle ABE \sim \triangle CDE$ (AA 답음)
 $\therefore \overline{BE} : \overline{DE} = \overline{AB} : \overline{CD} = 12 : 10 = 6 : 5$
 $\triangle BCD$ 에서 $\overline{BE} : \overline{BD} = \overline{EF} : \overline{DC}$ 이므로
 $6 : 11 = \overline{EF} : 10$, $11\overline{EF} = 60 \quad \therefore \overline{EF} = \frac{60}{11}(\text{cm})$
 $\therefore \triangle EBC = \frac{1}{2} \times 22 \times \frac{60}{11} = 60(\text{cm}^2)$

- 13 점 M은 직각삼각형 BCG의 외심이므로

$$\overline{GM} = \overline{BM} = \overline{CM} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 36 = 18(\text{cm})$$

이때 점 G'은 $\triangle GBC$ 의 무게중심이므로

$$\overline{GG'} = \frac{2}{3} \overline{GM} = \frac{2}{3} \times 18 = 12(\text{cm})$$

또 점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$$\overline{AG} = 2\overline{GM} = 2 \times 18 = 36(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AG'} = \overline{AG} + \overline{GG'}$$

$$= 36 + 12 = 48(\text{cm})$$

- 14 $\triangle ABC$ 에서 점 E, F는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이므로

$$\overline{EF} \parallel \overline{BC}$$

이때 점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이고,

$\triangle BDG \sim \triangle FPG$ (AA 답음)이므로

$$\overline{DG} : \overline{PG} = \overline{BG} : \overline{FG} = 2 : 1$$

$$2\overline{PG} = \overline{GD} \quad \therefore \overline{PG} = \frac{1}{2} \overline{GD}$$

또 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$ 이므로

$$\overline{AG} = 2\overline{GD}$$

$$\therefore \overline{AP} = \overline{AG} - \overline{PG}$$

$$= 2\overline{GD} - \frac{1}{2} \overline{GD} = \frac{3}{2} \overline{GD}$$

$$\therefore \overline{AP} : \overline{PG} : \overline{GD} = \frac{3}{2} \overline{GD} : \frac{1}{2} \overline{GD} : \overline{GD}$$

$$= 3 : 1 : 2$$

- 15 축척이 $\frac{1}{100000}$ 인 지도에서 거리가 7cm인 두 지점 사이의 실제 거리는

$$7 \times 100000 = 700000(\text{cm}) = 7000(\text{m}) = 7(\text{km})$$

따라서 거리가 7km인 두 지점 사이를 자전거를 타고 시속 5km로 왕복하는 데 걸리는 시간은

$$\frac{7+7}{5} = \frac{14}{5}(\text{시간})$$

- 16 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이므로

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD} \text{에서 } 8 : 6 = 4 : \overline{CD}$$

$$8\overline{CD} = 24 \quad \therefore \overline{CD} = 3(\text{cm})$$

$\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 외각의 이등분선이므로

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BE} : \overline{CE} \text{에서 } 8 : 6 = (7 + \overline{CE}) : \overline{CE}$$

$$8\overline{CE} = 42 + 6\overline{CE}, 2\overline{CE} = 42$$

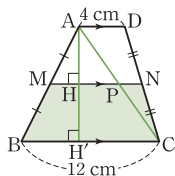
$$\therefore \overline{CE} = 21(\text{cm})$$

따라서 $\triangle ABD : \triangle ACE = \overline{BD} : \overline{CE}$ 이므로

$$6 : \triangle ACE = 4 : 21, 4\triangle ACE = 126$$

$$\therefore \triangle ACE = \frac{63}{2}(\text{cm}^2)$$

- 17 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선이 $\overline{MN}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 H, H'이라 하고, $\overline{AC}$ 를 그어 $\overline{MN}$ 과 만나는 점을 P라 하자.
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{DN} = \overline{NC}$ 이므로 $\overline{AD} \parallel \overline{MN} \parallel \overline{BC}$



$\triangle ABH'$ 에서 $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\overline{AH} = \overline{HH'}$

$\triangle ABC$ 에서

$$\overline{MP} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm})$$

$\triangle ACD$ 에서

$$\overline{PN} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 4 = 2(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{MN} = \overline{MP} + \overline{PN} = 6 + 2 = 8(\text{cm})$$

이때 $\overline{AH} = \overline{HH'} = h$ cm라 하면

$$\square AMND = \frac{1}{2} \times (4 + 8) \times h = 30$$

$$\therefore h = 5$$

$$\therefore \square MBCN = \frac{1}{2} \times (8 + 12) \times 5 = 50(\text{cm}^2)$$

- 18 $\overline{AE} : \overline{EC} = 5 : 2$ 이므로

$\overline{AE} = 5k$, $\overline{EC} = 2k$ ($k > 0$)라 하면

$\triangle FBC$ 에서 $\overline{BF} \parallel \overline{DE}$ 이므로

$$\overline{CE} : \overline{EF} = \overline{CD} : \overline{DB}$$

$$= 18 : 10 = 9 : 5$$

즉, $2k : \overline{EF} = 9 : 5$ 이므로

$$9\overline{EF} = 10k \quad \therefore \overline{EF} = \frac{10}{9}k$$

$$\therefore \overline{AF} = \overline{AE} - \overline{EF}$$

$$= 5k - \frac{10}{9}k = \frac{35}{9}k$$

$\triangle ADE$ 에서 $\overline{GF} \parallel \overline{DE}$ 이므로

$$\overline{AG} : \overline{AD} = \overline{AF} : \overline{AE}$$

$$= \frac{35}{9}k : 5k = 7 : 9$$

즉, $\overline{AG} : 18 = 7 : 9$ 이므로

$$9\overline{AG} = 126 \quad \therefore \overline{AG} = 14$$

- 19 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AQ}$ 를 긋고, 점 M을 지나고 $\overline{CD}$ 에 평행한 직선을 그어 $\overline{BN}$ 과 만나는 점을 R라 하자.

$\triangle BCN$ 에서

$$\overline{BM} = \overline{MC}, \overline{MR} \parallel \overline{CN} \text{이므로}$$

$$\overline{MR} = \frac{1}{2} \overline{CN}$$

$\triangle QRM \sim \triangle QND$ (AA 답음)이므로

$$\overline{QM} : \overline{QD} = \overline{MR} : \overline{DN} = 1 : 2$$

$$\therefore \triangle AMQ = \frac{1}{3} \triangle AMD$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{6} \square ABCD$$

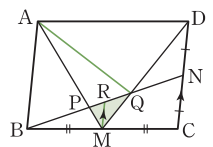
$$= \frac{1}{6} \times 360 = 60(\text{cm}^2)$$

$\triangle PAB \sim \triangle PMR$ (AA 답음)이므로

$$\overline{PA} : \overline{PM} = \overline{AB} : \overline{MR} = 4 : 1$$

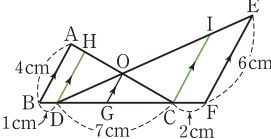
$$\therefore \triangle PMQ = \frac{1}{5} \triangle AMQ$$

$$= \frac{1}{5} \times 60 = 12(\text{cm}^2)$$

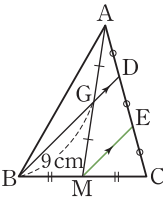


- 20 $\triangle ABE$ 와 $\triangle BCD$ 에서
 $\square ABCD$ 가 등변사다리꼴이므로
 $\angle ABE = \angle BCD$... ㉠
 $\overline{BC} = \overline{BD}$ 이므로 $\angle BDC = \angle BCD$... ㉡
 $\square AECD$ 가 평행사변형이므로
 $\angle AEB = \angle DCB$... ㉢
 ㉠~㉢에서 $\triangle ABE \sim \triangle BCD$ (AA 답음) ... ㉣
 $\overline{CD} = \overline{AB}$ 이고, $\overline{BC} = 3\overline{CD}$ 이므로
 $\triangle ABE$ 와 $\triangle BCD$ 의 답음비는
 $\overline{AB} : \overline{BC} = 1 : 3$... ㉤
 $\overline{BE} = a$ 라 하면
 $\overline{AB} = \overline{CD} = 3a$, $\overline{BC} = 3\overline{CD} = 3 \times 3a = 9a$
 $\therefore \overline{BE} : \overline{EC} = a : (9a - a)$
 $= a : 8a = 1 : 8$... ㉥

채점 요소	비율
㉣ $\triangle ABE \sim \triangle BCD$ 임을 알기	40 %
㉤ $\triangle ABE$ 와 $\triangle BCD$ 의 답음비 구하기	30 %
㉥ $\overline{BE} : \overline{EC}$ 를 가장 간단한 자연수의 비로 나타내기	30 %

- 21 오른쪽 그림과 같이 점 D, C를 지나고 $\overline{GO}$ 에 평행한 직선이 $\overline{AC}$, $\overline{DE}$ 와 만나는 점을 각각 H, I라 하자.
- 
- $\triangle DCI \sim \triangle DFE$ (AA 답음)이므로
 $\overline{DC} : \overline{DF} = \overline{CI} : \overline{FE}$ 에서 $7 : 9 = \overline{CI} : 6$
 $9\overline{CI} = 42 \quad \therefore \overline{CI} = \frac{14}{3}(\text{cm})$
 $\triangle CHD \sim \triangle CAB$ (AA 답음)이므로
 $\overline{CD} : \overline{CB} = \overline{DH} : \overline{BA}$ 에서 $7 : 8 = \overline{DH} : 4$
 $8\overline{DH} = 28 \quad \therefore \overline{DH} = \frac{7}{2}(\text{cm})$... ㉠
 $\triangle OHD \sim \triangle OCI$ (AA 답음)이고, 답음비는
 $\overline{DH} : \overline{CI} = \frac{7}{2} : \frac{14}{3} = 3 : 4$
 $\therefore \overline{DO} : \overline{IO} = 3 : 4$... ㉡
 $\triangle DGO \sim \triangle DCI$ (AA 답음)이므로
 $\overline{DO} : \overline{DI} = \overline{GO} : \overline{CI}$ 에서 $3 : 7 = \overline{GO} : \frac{14}{3}$
 $7\overline{GO} = 14 \quad \therefore \overline{GO} = 2(\text{cm})$... ㉢

채점 요소	비율
㉠ $\overline{CI}$, $\overline{DH}$ 의 길이 구하기	40 %
㉡ $\overline{DO} : \overline{IO}$ 구하기	30 %
㉢ $\overline{GO}$ 의 길이 구하기	30 %

- 22 점 M을 지나고 $\overline{BD}$ 에 평행한 직선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 E라 하자.
 $\overline{GD} = a$ cm라 하면
 $\triangle AME$ 에서
 $\overline{AG} = \overline{GM}$, $\overline{GD} \parallel \overline{ME}$ 이므로
 $\overline{AD} = \overline{DE}$
 $\therefore \overline{ME} = 2\overline{GD} = 2a$ cm ... ㉠
- 

- $\triangle CDB$ 에서 $\overline{CM} = \overline{MB}$, $\overline{ME} \parallel \overline{BD}$ 이므로
 $\overline{CE} = \overline{ED}$
 $\therefore \overline{BD} = 2\overline{ME}$
 $= 2 \times 2a = 4a(\text{cm})$... ㉡
 따라서 $\overline{BD} = \overline{BG} + \overline{GD}$ 이므로
 $4a = 9 + a, 3a = 9 \quad \therefore a = 3$
 $\therefore \overline{GD} = 3$ cm ... ㉢

채점 요소	비율
㉠ $\overline{GD} = a$ cm로 놓고, $\overline{ME}$ 의 길이를 a 를 사용하여 나타내기	40 %
㉡ $\overline{BD}$ 의 길이를 a 를 사용하여 나타내기	40 %
㉢ $\overline{GD}$ 의 길이 구하기	20 %

- 23 $\triangle ADC$ 에서 $\overline{DO} : \overline{OC} = 1 : 3$ 이므로
 $\triangle ADO : \triangle AOC = 1 : 3$
 $\therefore \triangle AOC = 3\triangle ADO$
 $= 3 \times 2 = 6(\text{cm}^2)$... ㉠
 $\triangle AMC$ 에서 $\overline{AO} = \overline{OM}$ 이므로
 $\triangle AMC = 2\triangle AOC$
 $= 2 \times 6 = 12(\text{cm}^2)$... ㉡
 $\therefore \triangle ABC = 2\triangle AMC$
 $= 2 \times 12 = 24(\text{cm}^2)$... ㉢

채점 요소	비율
㉠ $\triangle AOC$ 의 넓이 구하기	40 %
㉡ $\triangle AMC$ 의 넓이 구하기	30 %
㉢ $\triangle ABC$ 의 넓이 구하기	30 %

IV. 피타고라스 정리

1 피타고라스 정리

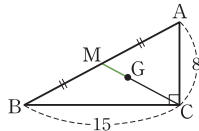
1 주제별 유형 불러오기

105~115쪽

- 유제 1 ④ 유제 2 $\frac{17}{3}$ 유제 3 ③
- 유제 4 (1) 84 cm^2 (2) 48 cm^2 유제 5 ③ 유제 6 $\frac{84}{25}$
- 유제 7 ⑤ 유제 8 (1) 234 cm^2 (2) 120 cm^2
- 유제 9 $\angle$, $\square$, ∇ , $\circ$ 유제 10 ④
- 유제 11 (1) 9 (2) 10, 11, 12 유제 12 ④ 유제 13 72
- 유제 14 ⑤ 유제 15 6 유제 16 ③
- 유제 17 $\frac{125}{8}\pi \text{ cm}^2$ 유제 18 ① 유제 19 10
- 유제 20 ④ 유제 21 180

유제 1 $\triangle AOB$ 에서 $\overline{OA}^2 = 13^2 - 5^2 = 144$
 이때 $\overline{OA} > 0$ 이므로 $\overline{OA} = 12(\text{cm})$
 $\therefore$ (원뿔의 부피) $= \frac{1}{3} \times (\pi \times 5^2) \times 12 = 100\pi(\text{cm}^3)$

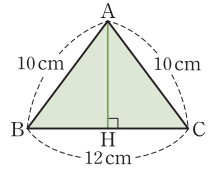
유제 2 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}^2 = 15^2 + 8^2 = 289$
 이때 $\overline{AB} > 0$ 이므로 $\overline{AB} = 17$
 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CG}$ 의 연장선
 과 $\overline{AB}$ 의 교점을 M이라 하면
 점 M은 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\overline{CM} = \overline{AM} = \overline{BM}$
 $= \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 17 = \frac{17}{2}$
 $\therefore \overline{CG} = \frac{2}{3} \overline{CM} = \frac{2}{3} \times \frac{17}{2} = \frac{17}{3}$



유제 3 $\triangle ADC$ 에서 $\overline{AC}^2 = 17^2 - 8^2 = 225$
 이때 $\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = 15$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}^2 = 25^2 - 15^2 = 400$
 이때 $\overline{BC} > 0$ 이므로 $\overline{BC} = 20$
 $\therefore \overline{BD} = \overline{BC} - \overline{CD}$
 $= 20 - 8 = 12$

유제 4 (1) $\triangle AHC$ 에서 $\overline{AH}^2 = 13^2 - 5^2 = 144$
 이때 $\overline{AH} > 0$ 이므로 $\overline{AH} = 12(\text{cm})$
 $\triangle ABH$ 에서 $\overline{BH}^2 = 15^2 - 12^2 = 81$
 이때 $\overline{BH} > 0$ 이므로 $\overline{BH} = 9(\text{cm})$
 $\therefore \overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH} = 9 + 5 = 14(\text{cm})$
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 14 \times 12 = 84(\text{cm}^2)$

(2) 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A
 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을
 H라 하면
 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등
 변삼각형이므로



$$\overline{BH} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm})$$

$$\triangle ABH \text{에서 } \overline{AH}^2 = 10^2 - 6^2 = 64$$

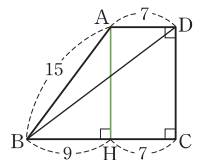
이때 $\overline{AH} > 0$ 이므로 $\overline{AH} = 8(\text{cm})$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 12 \times 8 = 48(\text{cm}^2)$$

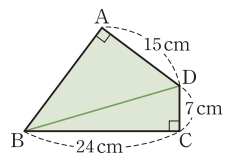
유제 5 점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로
 $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = 5$
 $\triangle DMC$ 에서 $\overline{CD}^2 = 5^2 - 3^2 = 16$
 이때 $\overline{CD} > 0$ 이므로 $\overline{CD} = 4$
 $\overline{DM} \times \overline{DC} = \overline{DH} \times \overline{MC}$ 이므로
 $3 \times 4 = \overline{DH} \times 5 \quad \therefore \overline{DH} = \frac{12}{5}$

유제 6 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}^2 = 6^2 + 8^2 = 100$
 이때 $\overline{BC} > 0$ 이므로 $\overline{BC} = 10$
 $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로
 $\overline{BM} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5$
 $\overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC}$ 이므로
 $6^2 = \overline{BD} \times 10 \quad \therefore \overline{BD} = \frac{18}{5}$
 $\therefore \overline{DM} = \overline{BM} - \overline{BD} = 5 - \frac{18}{5} = \frac{7}{5}$
 $\overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{CD}$ 이므로
 $\overline{AD}^2 = \frac{18}{5} \times \left(10 - \frac{18}{5}\right) = \frac{576}{25}$
 이때 $\overline{AD} > 0$ 이므로 $\overline{AD} = \frac{24}{5}$
 $\therefore \triangle ADM = \frac{1}{2} \times \frac{7}{5} \times \frac{24}{5} = \frac{84}{25}$

유제 7 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서
 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면
 $\overline{HC} = \overline{AD} = 7$ 이므로
 $\overline{BH} = \overline{BC} - \overline{HC} = 16 - 7 = 9$
 $\triangle ABH$ 에서 $\overline{AH}^2 = 15^2 - 9^2 = 144$
 이때 $\overline{AH} > 0$ 이므로 $\overline{AH} = 12$
 $\therefore \overline{DC} = \overline{AH} = 12$
 $\triangle DBC$ 에서 $\overline{BD}^2 = 16^2 + 12^2 = 400$
 이때 $\overline{BD} > 0$ 이므로 $\overline{BD} = 20$

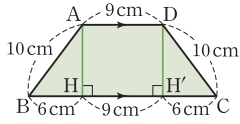


유제 8 (1) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$ 를
 그으면
 $\triangle BCD$ 에서
 $\overline{BD}^2 = 24^2 + 7^2 = 625$
 이때 $\overline{BD} > 0$ 이므로
 $\overline{BD} = 25(\text{cm})$



$$\begin{aligned}\triangle ABD \text{에서 } \overline{AB}^2 &= 25^2 - 15^2 = 400 \\ \text{이때 } \overline{AB} > 0 \text{이므로 } \overline{AB} &= 20(\text{cm}) \\ \therefore \square ABCD &= \triangle ABD + \triangle BCD \\ &= \frac{1}{2} \times 20 \times 15 + \frac{1}{2} \times 24 \times 7 \\ &= 234(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

- (2) 오른쪽 그림과 같이 두 꼭
짓점 A, D에서 $\overline{BC}$ 에 내
린 수선의 발을 각각 H,
H'이라 하면



$$\begin{aligned}\square ABCD \text{는 등변사다리꼴이므로} \\ \overline{BH} = \overline{CH'} &= \frac{1}{2} \times (21 - 9) = 6(\text{cm}) \\ \triangle ABH \text{에서 } \overline{AH}^2 &= 10^2 - 6^2 = 64 \\ \text{이때 } \overline{AH} > 0 \text{이므로 } \overline{AH} &= 8(\text{cm}) \\ \therefore \square ABCD &= \frac{1}{2} \times (9 + 21) \times 8 \\ &= 120(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

유제 9 $\triangle EAD = \frac{1}{2} \square ADEB = \triangle EBA$... ㉠

$\overline{DC} \parallel \overline{EB}$ 이므로 $\triangle EBA = \triangle EBC$... ㉡

$\triangle EBC$ 와 $\triangle ABF$ 에서
 $\overline{EB} = \overline{AB}$, $\overline{BC} = \overline{BF}$,
 $\angle EBC = 90^\circ + \angle ABC = \angle ABF$ 이므로
 $\triangle EBC \equiv \triangle ABF$ (SAS 합동)

$\therefore \triangle EBC = \triangle ABF$... ㉢

$\overline{BF} \parallel \overline{AM}$ 이므로

$\triangle ABF = \triangle BFL = \frac{1}{2} \square BFML = \triangle BFM$... ㉤

㉠ ~ ㉤에서

$\triangle EAD = \triangle EBA = \triangle EBC = \triangle ABF$
 $= \triangle BFL = \triangle BFM$

따라서 $\triangle EAD$ 와 넓이가 같은 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㄱ이다.

- 유제 10** ① $4^2 > 3^2 + 2^2$ 이므로 둔각삼각형이다.
② $10^2 > 4^2 + 8^2$ 이므로 둔각삼각형이다.
③ $25^2 = 7^2 + 24^2$ 이므로 직각삼각형이다.
④ $12^2 < 8^2 + 9^2$ 이므로 예각삼각형이다.
⑤ $15^2 = 9^2 + 12^2$ 이므로 직각삼각형이다.
따라서 예각삼각형인 것은 ④이다.

유제 11 x 가 가장 긴 변의 길이이므로

삼각형이 되기 위한 조건에 의해

$8 < x < 13$... ㉠

(1) 예각삼각형이 되려면 $x^2 < 5^2 + 8^2$

$\therefore x^2 < 89$... ㉡

㉠, ㉡을 모두 만족시키는 자연수 x 는 9이다.

(2) 둔각삼각형이 되려면 $x^2 > 5^2 + 8^2$

$\therefore x^2 > 89$... ㉢

㉠, ㉢을 모두 만족시키는 자연수 x 는 10, 11, 12이다.

유제 12 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC}^2 = 15^2 + 8^2 = 289$
이때 $\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = 17$
 $\overline{PQ}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{AQ}^2 + \overline{CP}^2$ 이므로
 $\overline{PQ}^2 + 17^2 = \overline{AQ}^2 + 10^2$
 $\therefore \overline{AQ}^2 - \overline{PQ}^2 = 289 - 100 = 189$

유제 13 $\overline{PQ}$ 를 그으면

$\triangle PCQ$ 에서 $\overline{PQ}^2 = 5^2 + 3^2 = 34$

$\triangle APC$ 에서 $\overline{AP}^2 = 5^2 + (3+6)^2 = 106$

$\overline{PQ}^2 + \overline{AB}^2 = \overline{AP}^2 + \overline{BQ}^2$ 이므로

$34 + \overline{AB}^2 = 106 + \overline{BQ}^2$

$\therefore \overline{AB}^2 - \overline{BQ}^2 = 106 - 34 = 72$

유제 14 $\triangle OBC$ 에서 $\overline{BC}^2 = 2^2 + 4^2 = 20$

$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 이므로

$3^2 + x^2 = 6^2 + 20 \quad \therefore x^2 = 47$

또 $\overline{EP}^2 + \overline{GP}^2 = \overline{FP}^2 + \overline{HP}^2$ 이므로

$5^2 + 1^2 = y^2 + 3^2 \quad \therefore y^2 = 17$

$\therefore x^2 - y^2 = 47 - 17 = 30$

유제 15 $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 이므로

$13^2 + 9^2 = 15^2 + \overline{BC}^2$, $\overline{BC}^2 = 25$

이때 $\overline{BC} > 0$ 이므로 $\overline{BC} = 5$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OC}^2 = 5^2 - 4^2 = 9$

이때 $\overline{OC} > 0$ 이므로 $\overline{OC} = 3$

$\therefore \triangle OBC = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$

유제 16 색칠한 부분의 넓이는 $\triangle ABC$ 의 넓이와 같으므로

$24 = \frac{1}{2} \times 6 \times \overline{AC}$

$3\overline{AC} = 24 \quad \therefore \overline{AC} = 8(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABC$ 에서

$\overline{BC}^2 = 6^2 + 8^2 = 100$

이때 $\overline{BC} > 0$ 이므로 $\overline{BC} = 10(\text{cm})$

유제 17 $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이는

$\frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{8} \pi (\text{cm}^2)$

따라서 $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이는

$\frac{25}{2} \pi + \frac{25}{8} \pi = \frac{125}{8} \pi (\text{cm}^2)$

유제 18 오른쪽 그림과 같이 점 P를

$\overline{AD}$ 에 대하여 대칭이동한

점 P', 점 S를 $\overline{BC}$ 에 대하

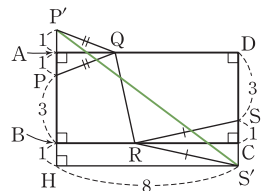
여 대칭이동한 점을 S'이라

하면

$\overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RS}$

$= \overline{P'Q} + \overline{QR} + \overline{RS'}$

이때 $\overline{P'Q} + \overline{QR} + \overline{RS'}$ 의 길이가 최소가 되려면 네 점 P',
Q, R, S'이 일직선 위에 있어야 한다.



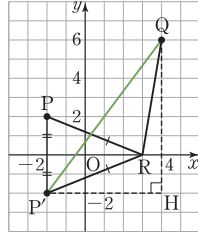
즉, $\overline{P'Q} + \overline{QR} + \overline{RS'} \geq \overline{P'S'}$ 이므로
 $\triangle P'HS'$ 에서 $\overline{P'S'}^2 = (1+1+3+1)^2 + 8^2 = 100$
 이때 $\overline{P'S'} > 0$ 이므로 $\overline{P'S'} = 10$
 따라서 구하는 최단 거리는 10이다.

유제 19 오른쪽 그림과 같이 점 P를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 P'이라 하면

$$\overline{PR} + \overline{RQ} = \overline{P'R} + \overline{RQ}$$

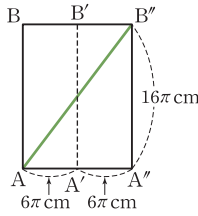
이때 $\overline{P'R} + \overline{RQ}$ 의 길이가 최소가 되려면 세 점 P', R, Q가 일직선 위에 있어야 한다.

즉, $\overline{P'R} + \overline{RQ} \geq \overline{P'Q}$ 이므로
 $\triangle P'HQ$ 에서 $\overline{P'Q}^2 = (2+4)^2 + (2+6)^2 = 100$
 이때 $\overline{P'Q} > 0$ 이므로 $\overline{P'Q} = 10$
 따라서 구하는 최단 거리는 10이다.



유제 20 밑면의 둘레의 길이는 $2\pi \times 3 = 6\pi$ (cm)

오른쪽 그림의 전개도에서 구하는 최단 거리는 $\overline{AB''}$ 의 길이이므로
 $\triangle AA''B''$ 에서
 $\overline{AB''}^2 = (12\pi)^2 + (16\pi)^2 = 400\pi^2$
 이때 $\overline{AB''} > 0$ 이므로
 $\overline{AB''} = 20\pi$ (cm)

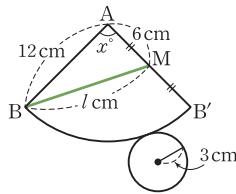


유제 21 원뿔의 전개도를 그리면 오른쪽 그림과 같고, 실의 최소 길이는 $\overline{BM}$ 의 길이와 같다. 부채꼴의 중심각의 크기를 x° 라 하면

$$2\pi \times 12 \times \frac{x}{360} = 2\pi \times 3$$

$$\therefore x = 90$$

따라서 $\triangle ABM$ 은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로
 $l^2 = 12^2 + 6^2 = 180$



2 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = a$ 라 하면

$$\triangle ACB \text{에서 } \overline{AC}^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$$

$$\triangle ADC \text{에서 } \overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 + a^2 = 2a^2 + a^2 = 3a^2$$

$$\triangle AED \text{에서 } \overline{AE}^2 = \overline{AD}^2 + a^2 = 3a^2 + a^2 = 4a^2$$

이때 $\overline{AE} > 0$ 이므로 $\overline{AE} = 2a$

$$\therefore \triangle AFE = \frac{1}{2} \times a \times 2a = a^2$$

즉, $a^2 = 4$ 이고, $a > 0$ 이므로 $a = 2$

3 $\overline{OA} = a$ cm라 하면

$$\overline{OC}^2 = \overline{OB}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{AB}^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$$

$$\overline{OE}^2 = \overline{OD}^2 = \overline{OC}^2 + \overline{CD}^2 = 2a^2 + a^2 = 3a^2$$

$$\overline{OF}^2 = \overline{OE}^2 + \overline{EF}^2 = 3a^2 + a^2 = 4a^2$$

이때 $\overline{OF} = 10$ cm이므로

$$\overline{OF}^2 = 4a^2 = 100 \quad \therefore a^2 = 25$$

$$\therefore \square OABP = \overline{OA}^2 = a^2 = 25(\text{cm}^2)$$

4 꼭짓점 C가 점 E에 오도록 접었으므로

$$\overline{BE} = \overline{BC} = 17 \text{ cm} \text{이므로}$$

$\triangle ABE$ 에서

$$\overline{AE}^2 = 17^2 - 8^2 = 225$$

이때 $\overline{AE} > 0$ 이므로 $\overline{AE} = 15$ (cm)

$$\therefore \overline{DE} = \overline{AD} - \overline{AE} = 17 - 15 = 2(\text{cm})$$

$\triangle ABE$ 와 $\triangle DEF$ 에서

$$\angle A = \angle D = 90^\circ,$$

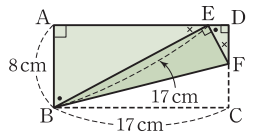
$$\angle ABE = 90^\circ - \angle AEB = \angle DEF \text{이므로}$$

$\triangle ABE \sim \triangle DEF$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{BE} : \overline{EF}$ 이므로

$$8 : 2 = 17 : \overline{EF}, 8\overline{EF} = 34$$

$$\therefore \overline{EF} = \frac{17}{4}(\text{cm})$$



5 $\triangle ABQ \equiv \triangle BCR \equiv \triangle CDS \equiv \triangle DAP$ (RHS 합동)이므로

$\square PQRS$ 는 정사각형이다.

$$\triangle ABQ \text{에서 } \overline{AQ}^2 = 13^2 - 5^2 = 144$$

이때 $\overline{AQ} > 0$ 이므로 $\overline{AQ} = 12$ (cm)

$$\therefore \overline{PQ} = \overline{AQ} - \overline{AP} = 12 - 5 = 7(\text{cm})$$

$$\therefore \square PQRS = \overline{PQ}^2 = 49(\text{cm}^2)$$

6 (i) 세 변의 길이가 4 cm, 6 cm, 8 cm인 경우

$$8^2 > 4^2 + 6^2 \Rightarrow \text{둔각삼각형}$$

(ii) 세 변의 길이가 4 cm, 8 cm, 10 cm인 경우

$$10^2 > 4^2 + 8^2 \Rightarrow \text{둔각삼각형}$$

(iii) 세 변의 길이가 4 cm, 10 cm, 12 cm인 경우

$$12^2 > 4^2 + 10^2 \Rightarrow \text{둔각삼각형}$$

(iv) 세 변의 길이가 6 cm, 8 cm, 10 cm인 경우

$$10^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow \text{직각삼각형}$$

(v) 세 변의 길이가 6 cm, 8 cm, 12 cm인 경우

$$12^2 > 6^2 + 8^2 \Rightarrow \text{둔각삼각형}$$

2. 최고 유형 탐험하기

116~117쪽

1 ①

2 ②

3 ④

4 ④

5 ③

6 ⑤

7 ⑤

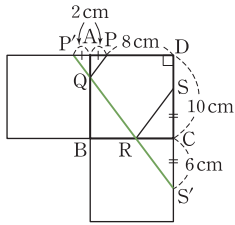
8 ①

1 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}^2 = 10^2 - 6^2 = 64$
 이때 $\overline{BC} > 0$ 이므로 $\overline{BC} = 8$ (cm)
 또 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이므로
 $\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 10 : 6 = 5 : 3$
 $\therefore \overline{BD} = \frac{5}{8}\overline{BC} = \frac{5}{8} \times 8 = 5$ (cm)
 $\therefore \triangle ABD = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15(\text{cm}^2)$

- (vi) 세 변의 길이가 6 cm, 10 cm, 12 cm인 경우
 $12^2 > 6^2 + 10^2 \Rightarrow$ 둔각삼각형
 (vii) 세 변의 길이가 8 cm, 10 cm, 12 cm인 경우
 $12^2 < 8^2 + 10^2 \Rightarrow$ 예각삼각형
 따라서 (i)~(vii)에 의해 둔각삼각형의 개수는 5개이다.

- 7 $\overline{AB} : \overline{AC} = 2 : 1$ 이므로
 $\overline{AB} = 2a$ cm, $\overline{AC} = a$ cm ($a > 0$)라 하면
 (색칠한 부분의 넓이) = $\triangle ABC$ 이므로
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2a \times a = a^2 \quad \therefore a^2 = 20$
 $\triangle ABC$ 에서
 $\overline{BC}^2 = (2a)^2 + a^2 = 5a^2 = 5 \times 20 = 100$
 이때 $\overline{BC} > 0$ 이므로 $\overline{BC} = 10$ (cm)

- 8 오른쪽 그림과 같이 점 P를 $\overline{AB}$ 에 대하여 대칭이동한 점을 P', 점 S를 $\overline{BC}$ 에 대하여 대칭이동한 점을 S'이라 하면
 $\overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RS} = \overline{P'Q} + \overline{QR} + \overline{RS'}$
 이때 $\overline{P'Q} + \overline{QR} + \overline{RS'}$ 의 길이가 최소가 되려면 네 점 P', Q, R, S'이 일직선 위에 있어야 한다.
 즉, $\overline{P'Q} + \overline{QR} + \overline{RS'} \geq \overline{P'S'}$ 이므로
 $\triangle P'S'D$ 에서
 $\overline{P'S'}^2 = (2 + 2 + 8)^2 + (10 + 6)^2 = 400$
 이때 $\overline{P'S'} > 0$ 이므로 $\overline{P'S'} = 20$ (cm)
 따라서 구하는 최단 거리는 20 cm이다.



3 최고 유형 정복하기

118~119쪽

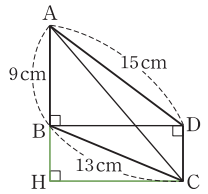
- 01 8 cm^2 02 340 03 50π 04 100
 05 $\frac{8}{3}\text{ cm}$ 06 2 07 $2(P+Q)$ 08 $25\pi\text{ cm}$

- 01 $\triangle ABQ$ 에서 $\overline{AQ}^2 = 10^2 - 8^2 = 36$
 이때 $\overline{AQ} > 0$ 이므로 $\overline{AQ} = 6$ (cm)
 $\therefore \overline{QC} = \overline{AC} - \overline{AQ} = 8 - 6 = 2$ (cm)
 $\triangle ABQ$ 와 $\triangle CPQ$ 에서
 $\overline{AB} \parallel \overline{PC}$ 이므로 $\angle BAQ = \angle PCQ = 90^\circ$ (엇각),
 $\angle AQB = \angle CQP$ (맞꼭지각)
 $\therefore \triangle ABQ \sim \triangle CPQ$ (AA 닮음)
 즉, $\overline{AB} : \overline{CP} = \overline{AQ} : \overline{CQ}$ 에서
 $8 : \overline{CP} = 6 : 2, 6\overline{CP} = 16 \quad \therefore \overline{CP} = \frac{8}{3}$ (cm)
 $\therefore \triangle AQP = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{8}{3} = 8$ (cm²)

- 02 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\triangle ABD \text{에서 } \overline{BD}^2 = 15^2 - 9^2 = 144$$

이때 $\overline{BD} > 0$ 이므로 $\overline{BD} = 12$ (cm)
 또 $\triangle BCD$ 에서
 $\overline{CD}^2 = 13^2 - 12^2 = 25$
 이때 $\overline{CD} > 0$ 이므로 $\overline{CD} = 5$ (cm)
 즉, $\overline{BH} = \overline{DC} = 5$ cm, $\overline{HC} = \overline{BD} = 12$ cm이므로
 $\triangle AHC$ 에서 $\overline{AC}^2 = (9+5)^2 + 12^2 = 340$



- 03 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC}^2 = 12^2 + 16^2 = 400$
 이때 $\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = 20$
 $\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$$= \triangle ABC + (\text{부채꼴 } ACA' \text{의 넓이}) - \triangle A'B'C$$

$$= (\text{부채꼴 } ACA' \text{의 넓이})$$

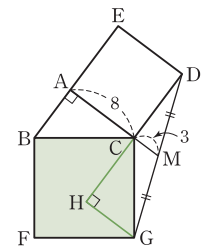
$$= \pi \times 20^2 \times \frac{45}{360} = 50\pi$$

- 04 오른쪽 그림과 같이 점 G에서 $\overline{DC}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면
 $\triangle DHG$ 에서

$$\overline{DM} = \overline{MG}, \overline{CM} \parallel \overline{HG} \text{이므로}$$

$$\overline{HG} = 2\overline{CM} = 2 \times 3 = 6$$

또 $\overline{CH} = \overline{CD} = \overline{AC} = 8$ 이므로
 $\triangle CHG$ 에서 $\overline{CG}^2 = 8^2 + 6^2 = 100$
 $\therefore \square BFGC = \overline{CG}^2 = 100$



- 05 $\overline{AP} : \overline{AB'} = 3 : 4$ 이므로
 $\overline{AP} = 3a$ cm, $\overline{AB'} = 4a$ cm ($a > 0$)라 하면
 $\triangle APB'$ 에서 $\overline{PB'}^2 = (3a)^2 + (4a)^2 = 25a^2$
 또 $\overline{PB'} > 0$ 이므로 $\overline{PB'} = 5a$ (cm)

$$\therefore \overline{PB} = \overline{PB'} = 5a \text{ cm}$$

이때 $\overline{AB} = \overline{AP} + \overline{PB} = 16$ cm이므로
 $3a + 5a = 16, 8a = 16 \quad \therefore a = 2$

$$\therefore \overline{AP} = 3 \times 2 = 6 \text{ (cm)},$$

$$\overline{AB'} = 4 \times 2 = 8 \text{ (cm)},$$

$$\overline{PB} = \overline{PB'} = 5 \times 2 = 10 \text{ (cm)}$$

한편, $\triangle APB'$ 과 $\triangle DB'R$ 에서

$$\angle A = \angle D = 90^\circ,$$

$$\angle APB' = 90^\circ - \angle AB'P$$

$$= \angle DB'R$$

이므로

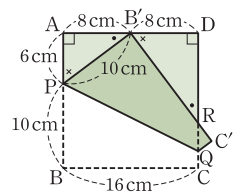
$$\triangle APB' \sim \triangle DB'R \text{ (AA 닮음)}$$

따라서 $\overline{AP} : \overline{DB'} = \overline{PB'} : \overline{B'R}$ 이므로
 $6 : 8 = 10 : \overline{B'R}, 6\overline{B'R} = 80$

$$\therefore \overline{B'R} = \frac{40}{3} \text{ (cm)}$$

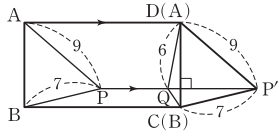
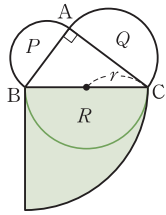
$$\therefore \overline{C'R} = \overline{B'C'} - \overline{B'R} = \overline{BC} - \overline{B'R}$$

$$= 16 - \frac{40}{3} = \frac{8}{3} \text{ (cm)}$$



06 오른쪽 그림과 같이

$\triangle ABP$ 를 $\overline{AB}$ 와 $\overline{DC}$ 가 일치하도록 평행이동시키면
 $\square DQCP'$ 에서
 $\overline{DC} \perp \overline{QP'}$ 이므로
 $6^2 + 7^2 = 9^2 + \overline{CQ}^2$, $\overline{CQ}^2 = 4$
 이때 $\overline{CQ} > 0$ 이므로 $\overline{CQ} = 2$

07 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 R 라 하면 직각삼각형의 세 반원 사이의 관계에 의해 $R = P + Q$
 $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$R = \frac{1}{2} \times \pi \times r^2 = \frac{1}{2} \pi r^2$$

$$\therefore P + Q = \frac{1}{2} \pi r^2$$

이때 $\overline{BC} = 2r$ 이므로 주어진 사분원의 넓이는

$$\frac{1}{4} \times \pi \times (2r)^2 = \pi r^2 = 2(P + Q)$$

08 밑면의 둘레의 길이는 $2\pi \times 12 = 24\pi$ (cm)

오른쪽 그림의 전개도에서 $\overline{PQ}$ 는 밑면인 원 O에서 $\widehat{PQ}$ 의 길이와 같으므로

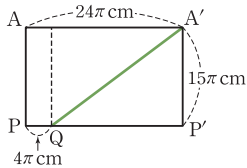
$$\overline{PQ} = 2\pi \times 12 \times \frac{60}{360} = 4\pi$$
(cm)

따라서 구하는 최단 거리는 $\overline{A'Q}$ 의 길이이므로

$$\triangle A'QP' \text{에서 } \overline{A'Q}^2 = (24\pi - 4\pi)^2 + (15\pi)^2 = 625\pi^2$$

이때 $\overline{A'Q} > 0$ 이므로 $\overline{A'Q} = 25\pi$ (cm)

따라서 구하는 최단 거리는 25π cm이다.

01 $\triangle ABC$ 에서 $(5x)^2 + (12x)^2 = 26^2$

$$169x^2 = 676, x^2 = 4$$

이때 $x > 0$ 이므로 $x = 2$

$$\therefore \overline{AB} = 5 \times 2 = 10, \overline{BC} = 12 \times 2 = 24$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 10 \times 24 = 120$$

02 $\triangle BED$ 에서 $\overline{BD}^2 = 5^2 - 3^2 = 16$

이때 $\overline{BD} > 0$ 이므로 $\overline{BD} = 4$ (cm)

또 $\triangle ABC$ 와 $\triangle EBD$ 에서

$$\angle ACB = \angle EDB = 90^\circ, \angle B \text{는 공통이므로}$$

$$\triangle ABC \sim \triangle EBD \text{ (AA 닮음)}$$

따라서 $\overline{BC} : \overline{BD} = \overline{AC} : \overline{ED}$ 이므로

$$10 : 4 = \overline{AC} : 3, 4\overline{AC} = 30$$

$$\therefore \overline{AC} = \frac{15}{2} \text{ (cm)}$$

03 $\triangle ABO$ 에서 $\overline{AB}^2 = 8^2 + 6^2 = 100$

이때 $\overline{AB} > 0$ 이므로 $\overline{AB} = 10$

원뿔의 전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기를 x° 라 하면

부채꼴의 호의 길이는 밑면인 원의 둘레의 길이와 같으므로

$$2\pi \times 10 \times \frac{x}{360} = 2\pi \times 8$$

$$\therefore x = 288$$

따라서 옆면인 부채꼴의 중심각의 크기는 288° 이다.

04 $\overline{AE}^2 = \overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = 2^2 + 2^2 = 8$

$$\overline{AF}^2 = \overline{AE}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{EF}^2 = 8 + 2^2 = 12$$

$$\overline{AG}^2 = \overline{AF}^2 = \overline{AF}^2 + \overline{FG}^2 = 12 + 2^2 = 16$$

이때 $\overline{AG} > 0$ 이므로 $\overline{AG} = 4$ (cm)

05 점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$$\overline{BD} = \overline{CD}, \overline{GD} \perp \overline{BC}$$

$$\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \frac{1}{2} \times 14 = 7 \text{ (cm)}$$

$$\triangle ADC \text{에서 } \overline{AD}^2 = 25^2 - 7^2 = 576$$

이때 $\overline{AD} > 0$ 이므로 $\overline{AD} = 24$ (cm)

$$\therefore \overline{GD} = \frac{1}{3} \overline{AD} = \frac{1}{3} \times 24 = 8 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \triangle GDC = \frac{1}{2} \times 7 \times 8 = 28 \text{ (cm}^2\text{)}$$

06 오른쪽 그림과 같이 일차방정식

$4x - 3y = 12$ 의 그래프가 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자.

이때 그래프의 x 절편은 3, y 절편은 -4 이므로

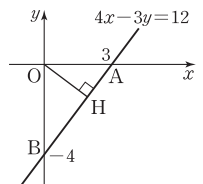
$$\overline{OA} = 3, \overline{OB} = 4$$

$$\triangle AOB \text{에서 } \overline{AB}^2 = 3^2 + 4^2 = 25$$

이때 $\overline{AB} > 0$ 이므로 $\overline{AB} = 5$

따라서 $\overline{OA} \times \overline{OB} = \overline{AB} \times \overline{OH}$ 이므로

$$3 \times 4 = 5 \times \overline{OH} \quad \therefore \overline{OH} = \frac{12}{5}$$



대단원 마무리하기

120~122쪽

01 ⑤ 02 $\frac{15}{2}$ cm 03 288° 04 4 cm

05 28 cm^2 06 $\frac{12}{5}$ 07 197 08 ③

09 ⑤ 10 32 11 ②, ⑤ 12 ④

13 $30\pi \text{ cm}$

서술형 문제 (과정은 풀이 참조)

14 $\frac{169}{24} \text{ cm}$ 15 90 16 4 17 $28\pi \text{ cm}^3$

- 07 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$

에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{HC} = \overline{AD} = 5 \text{이므로}$$

$$\overline{BH} = \overline{BC} - \overline{AD} = 13 - 5 = 8$$

$$\triangle ABH \text{에서 } \overline{AH}^2 = 17^2 - 8^2 = 225$$

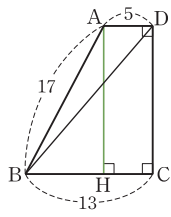
$$\text{이때 } \overline{AH} > 0 \text{이므로 } \overline{AH} = 15$$

$$\therefore \overline{DC} = \overline{AH} = 15$$

$$\triangle DBC \text{에서 } \overline{BD}^2 = 13^2 + 15^2 = 394$$

따라서 $\overline{BD}$ 를 한 대각선으로 하는 정사각형의 넓이는

$$\frac{1}{2} \overline{BD}^2 = \frac{1}{2} \times 394 = 197$$



- 08 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서

$\overline{BC}$, $\overline{DE}$ 에 내린 수선의 발을 각각 L,

M이라 하면

$$\triangle ABC \text{에서 } \overline{BC}^2 = 5^2 + 12^2 = 169$$

$$\text{이때 } \overline{BC} > 0 \text{이므로 } \overline{BC} = 13(\text{cm})$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$\triangle ABD + \triangle AEC = \frac{1}{2} (\square BDML + \square LMEC)$$

$$= \frac{1}{2} \square BDEC$$

$$= \frac{1}{2} \times 13^2 = \frac{169}{2} (\text{cm}^2)$$

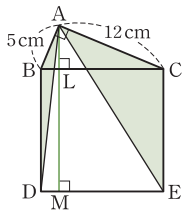
[다른 풀이]

$$\triangle ABD = \triangle LBD = \frac{1}{2} \square BDML = \frac{1}{2} \times 5^2 = \frac{25}{2} (\text{cm}^2)$$

$$\triangle AEC = \triangle LEC = \frac{1}{2} \square LMEC = \frac{1}{2} \times 12^2 = 72 (\text{cm}^2)$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$\triangle ABD + \triangle AEC = \frac{25}{2} + 72 = \frac{169}{2} (\text{cm}^2)$$



- 09 $\triangle ADE$ 와 $\triangle ABC$ 에서

$\angle ADE = \angle ABC$ (동위각), $\angle A$ 는 공통이므로

$\triangle ADE \sim \triangle ABC$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{DE} : \overline{BC}$ 이므로

$$4 : 10 = 6 : \overline{BC}, 4\overline{BC} = 60 \quad \therefore \overline{BC} = 15$$

$$\therefore \overline{BE}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 = 6^2 + 15^2 = 261$$

- 10 오른쪽 그림과 같이 점 A에서

$\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하

면 $\triangle ACH$ 에서

$$\angle CAH = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

즉, $\triangle ACH$ 는 직각이등변삼각형이므로

$$\overline{AH} = \overline{CH} = 4 \text{cm}$$

$$\therefore \overline{AC}^2 = 4^2 + 4^2 = 32$$

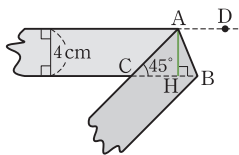
이때 $\angle BAC = \angle DAB$ (접은 각),

$\angle ABC = \angle DAB$ (엇각)이므로

$$\angle BAC = \angle ABC$$

따라서 $\triangle ACB$ 는 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이다.

$$\therefore \overline{AC} \times \overline{BC} = \overline{AC}^2 = 32$$



- 11 ① $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 $\angle A > 90^\circ$ 이므로 둔각삼각형이다.

② $a^2 < b^2 + c^2$ 이면 $\angle A < 90^\circ$ 이지만 $\triangle ABC$ 가 예각삼각형 인지는 알 수 없다.

③ $a^2 < b^2 + c^2$ 이면 $\angle A < 90^\circ$ 이다.

④ $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 $\angle A > 90^\circ$ 이므로 $\angle B < 90^\circ$, $\angle C < 90^\circ$ 이다.

⑤ $a^2 = b^2 + c^2$ 이면 $\angle A = 90^\circ$ 이고, $\angle B < 90^\circ$, $\angle C < 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

- 12 오른쪽 그림과 같이 구의 반지름의

길이를 $2a \text{ cm}$ 라 하면

$$\overline{OO'} = a \text{ cm이므로}$$

$\triangle O'OP$ 에서

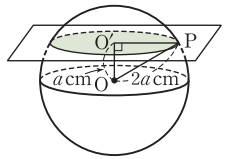
$$\overline{OP}^2 = (2a)^2 - a^2 = 3a^2$$

이때 단면인 원 O' 의 넓이가 $6\pi \text{ cm}^2$ 이므로

$$3a^2\pi = 6\pi \quad \therefore a^2 = 2$$

따라서 구하는 단면인 원의 넓이는

$$\pi \times (2a)^2 = 4\pi a^2 = 4\pi \times 2 = 8\pi (\text{cm}^2)$$



- 13 밑면의 둘레의 길이는 $2\pi \times 4 = 8\pi (\text{cm})$

오른쪽 그림의 전개도에서 구하

는 최단 거리는 $\overline{AB''}$ 의 길이이므

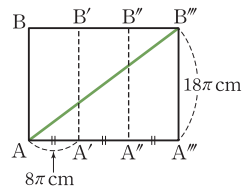
로 $\triangle AA''B''$ 에서

$$\overline{AB''}^2$$

$$= (8\pi + 8\pi + 8\pi)^2 + (18\pi)^2$$

$$= 900\pi^2$$

$$\text{이때 } \overline{AB''} > 0 \text{이므로 } \overline{AB''} = 30\pi (\text{cm})$$



- 14 오른쪽 그림에서

$$\overline{BM} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5 (\text{cm})$$

이므로 $\triangle ABM$ 에서

$$\overline{AM}^2 = 12^2 + 5^2 = 169$$

이때 $\overline{AM} > 0$ 이므로

$$\overline{AM} = 13 (\text{cm})$$

$\overline{AM}$ 의 중점을 P라 하면

$$\overline{AP} = \frac{1}{2} \overline{AM} = \frac{1}{2} \times 13 = \frac{13}{2} (\text{cm})$$

또 $\triangle ABM$ 과 $\triangle APN$ 에서

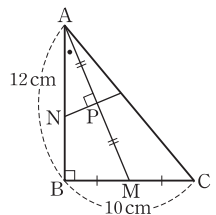
$\angle ABM = \angle APN = 90^\circ$, $\angle PAN$ 이 공통이므로

$\triangle ABM \sim \triangle APN$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{AP} = \overline{AM} : \overline{AN}$ 이므로

$$12 : \frac{13}{2} = 13 : \overline{AN}, 12\overline{AN} = \frac{169}{2}$$

$$\therefore \overline{AN} = \frac{169}{24} (\text{cm})$$



채점 요소	비율
① $\overline{AM}$ 의 길이 구하기	30 %
② $\overline{AP}$ 의 길이 구하기	30 %
③ $\overline{AN}$ 의 길이 구하기	40 %

- 15 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선이므로
 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD} = 5 : 4$... ①

$\overline{AB} = 5x$, $\overline{AC} = 4x$ ($x > 0$)라 하면

$$\triangle ABC \text{에서 } (4x)^2 + 9^2 = (5x)^2$$

$$16x^2 + 81 = 25x^2, 9x^2 = 81, x^2 = 9$$

이때 $x > 0$ 이므로 $x = 3$

$$\therefore \overline{AB} = 5 \times 3 = 15, \overline{AC} = 4 \times 3 = 12 \quad \dots \text{②}$$

위의 그림과 같이 내심 I에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 G라 하고, $\overline{IG} = r$ 라 하면

$\overline{IG}$ 는 내접원의 반지름이므로

$$\triangle ABC = \triangle IAB + \triangle IBC + \triangle ICA$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times r \times 15 \right) + \left(\frac{1}{2} \times r \times 9 \right) + \left(\frac{1}{2} \times r \times 12 \right) \\ = 18r$$

$$\text{이때 } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 9 \times 12 = 54 \text{이므로}$$

$$18r = 54 \quad \therefore r = 3 \quad \dots \text{③}$$

따라서 $\triangle AIG$ 에서

$$\overline{AG} = 12 - 3 = 9, \overline{IG} = 3 \text{이므로}$$

$$\overline{AI}^2 = 9^2 + 3^2 = 90 \quad \dots \text{④}$$

채점 요소	비율
① $\overline{AB} : \overline{AC}$ 구하기	20 %
② $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 길이 구하기	30 %
③ 내접원의 반지름의 길이 구하기	30 %
④ $\overline{AI}^2$ 의 값 구하기	20 %

- 16 $\triangle AOB$ 에서 $\overline{AO}^2 = 15^2 - 12^2 = 81$
 이때 $\overline{AO} > 0$ 이므로 $\overline{AO} = 9$... ①

구가 원뿔의 모선 AB에 접하는 점을 C라 하면

$\triangle AOB$ 와 $\triangle ACR$ 에서

$$\angle AOB = \angle ACR = 90^\circ, \angle CAR \text{는 공통이므로}$$

$$\triangle AOB \sim \triangle ACR \text{ (AA 닮음)} \quad \dots \text{②}$$

구의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$\overline{OB} : \overline{CR} = \overline{AB} : \overline{AR} \text{이므로}$$

$$12 : r = 15 : (9 - r), 15r = 108 - 12r$$

$$27r = 108 \quad \therefore r = 4$$

따라서 구의 반지름의 길이는 4이다. ... ③

채점 요소	비율
① $\overline{AO}$ 의 길이 구하기	30 %
② 닮음인 삼각형 찾기	30 %
③ 구의 반지름의 길이 구하기	40 %

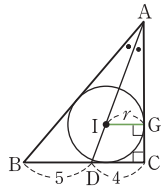
- 17 등변사다리꼴 ABCD를 직선 l 을 회전축으로 하여 1회전 시키면 오른쪽 그림과 같은 원뿔대가 만들어진다.

$\triangle PMD$ 와 $\triangle PNC$ 에서

$$\angle PMD = \angle PNC = 90^\circ,$$

$\angle DPM$ 은 공통이므로

$$\triangle PMD \sim \triangle PNC \text{ (AA 닮음)}$$



이때 $\overline{PD} = x$ cm라 하면

$$\overline{MD} : \overline{NC} = \overline{PD} : \overline{PC} \text{이므로}$$

$$1 : 4 = x : (x + 5), 4x = x + 5$$

$$3x = 5 \quad \therefore x = \frac{5}{3} \quad \dots \text{①}$$

$$\triangle PMD \text{에서 } \overline{PM}^2 = \left(\frac{5}{3} \right)^2 - 1^2 = \frac{16}{9}$$

$$\text{이때 } \overline{PM} > 0 \text{이므로 } \overline{PM} = \frac{4}{3} \text{ (cm)} \quad \dots \text{②}$$

또 $\overline{MD} : \overline{NC} = \overline{PM} : \overline{PN}$ 이므로

$$1 : 4 = \frac{4}{3} : \overline{PN} \quad \therefore \overline{PN} = \frac{16}{3} \text{ (cm)} \quad \dots \text{③}$$

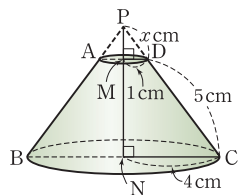
$\therefore$ (원뿔대의 부피)

$$= (\text{큰 원뿔의 부피}) - (\text{작은 원뿔의 부피})$$

$$= \frac{1}{3} \times (\pi \times 4^2) \times \frac{16}{3} - \frac{1}{3} \times (\pi \times 1^2) \times \frac{4}{3}$$

$$= 28\pi \text{ (cm}^3\text{)} \quad \dots \text{④}$$

채점 요소	비율
① 작은 원뿔의 모선의 길이 구하기	30 %
② 작은 원뿔의 높이 구하기	20 %
③ 큰 원뿔의 높이 구하기	20 %
④ 원뿔대의 부피 구하기	30 %



V. 확률

1 경우의 수

1 주제별 유형 불러오기

125~130쪽

- 유제 1 ⑤ 유제 2 (1) 14 (2) 16 유제 3 ②
 유제 4 (1) 30 (2) 40 유제 5 ②
 유제 6 (1) 8 (2) 12 유제 7 ② 유제 8 10개
 유제 9 ④ 유제 10 20개 유제 11 ② 유제 12 9개
 유제 13 19

유제 1 (i) $A \rightarrow P \rightarrow B \rightarrow A$ 로 왕복하는 경우의 수는

$$3 \times 2 \times 2 = 12$$

(ii) $A \rightarrow B \rightarrow P \rightarrow A$ 로 왕복하는 경우의 수는

$$2 \times 2 \times 3 = 12$$

따라서 (i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$$12 + 12 = 24$$

유제 2 (1) 두 수의 차이가 3인 경우는 (1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 7), (5, 2), (5, 8), (6, 3), (7, 4), (8, 5)이므로 경우의 수는 10

두 수의 차이가 6인 경우는 (1, 7), (2, 8), (7, 1), (8, 2)이므로 경우의 수는 4

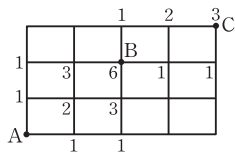
따라서 구하는 경우의 수는 $10 + 4 = 14$

(2) 1장의 카드를 뽑을 때, 소수가 적힌 카드가 나오는 경우는 2, 3, 5, 7이므로 경우의 수는 4

따라서 각 주머니에서 카드를 1장씩 뽑을 때, 2장 모두 소수가 적힌 카드가 나오는 경우의 수는 $4 \times 4 = 16$

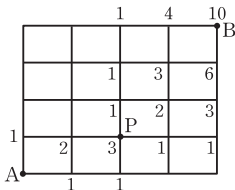
유제 3 A 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 6이고, B 지점에서 C 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 3이다.

따라서 A 지점에서 B 지점을 거쳐 C 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 $6 \times 3 = 18$



유제 4 (1) A 지점에서 P 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 3이고, P 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 10이다.

따라서 A 지점에서 P 지점을 반드시 거쳐 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 $3 \times 10 = 30$

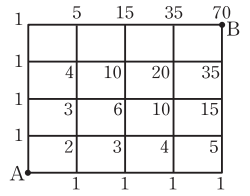


(2) A 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 70이고, P 지점을 반드시 거쳐 가는 경우의 수는 30이다.

따라서 A 지점에서 P 지점

을 거치지 않고 B 지점까지 가는 경우의 수는

$$70 - 30 = 40$$



유제 5 4개의 자리에 윤정이와 선영이를 먼저 세우고, 남은 2개의 자리에 유진이와 미선이를 세우면 된다.

(i) 윤정이와 선영이를 먼저 세우는 경우의 수는

$$4 \times 3 = 12$$

(ii) 남은 2개의 자리 중 앞쪽 자리에 유진이를 세우고, 뒤쪽 자리에 미선이를 세우는 경우의 수는 1

따라서 (i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$$12 \times 1 = 12$$

유제 6 (1) (i) 남학생을 맨 앞에 세우는 경우

$\boxed{\text{남}}\boxed{\text{여}}\boxed{\text{남}}\boxed{\text{여}}$ 의 순서로 세우는 경우의 수는

$$2 \times 2 \times 1 \times 1 = 4$$

(ii) 여학생을 맨 앞에 세우는 경우

$\boxed{\text{여}}\boxed{\text{남}}\boxed{\text{여}}\boxed{\text{남}}$ 의 순서로 세우는 경우의 수는

$$2 \times 2 \times 1 \times 1 = 4$$

따라서 (i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$$4 + 4 = 8$$

(2) 특정한 남, 여 두 학생을 1명으로 생각하여

3명을 한 줄로 세우는 경우의 수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$

이때 특정한 남학생과 여학생이 자리를 바꾸는 경우의 수는 2

따라서 구하는 경우의 수는 $6 \times 2 = 12$

유제 7 3의 배수이려면 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이어야 한다.

(i) 각 자리의 숫자의 합이 3인 경우는 12, 21의 2개

(ii) 각 자리의 숫자의 합이 6인 경우는 24, 42의 2개

따라서 (i), (ii)에서 3의 배수의 개수는

$$2 + 2 = 4(\text{개})$$

유제 8 세 자리의 자연수가 짝수이려면 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 0 또는 2이어야 한다.

(i) $\square\square 0$ 인 경우

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 3개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 백의 자리의 숫자를 제외한 2개이므로 $3 \times 2 = 6(\text{개})$

(ii) $\square\square 2$ 인 경우

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 2를 제외한 2개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 2와 백의 자리의 숫자를 제외한 2개이므로 $2 \times 2 = 4(\text{개})$

따라서 (i), (ii)에서 짝수의 개수는 $6 + 4 = 10(\text{개})$

유제 9 현진이를 제외한 4명 중에서 반장 1명, 부반장 1명을 뽑아야 하므로 구하는 경우의 수는 $4 \times 3 = 12$

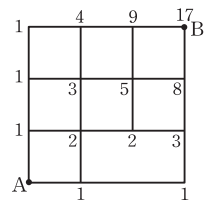
유제 10 3개의 알파벳 a, b, c 에 대하여 $(a, b, c), (a, c, b), (b, a, c), (b, c, a), (c, a, b), (c, b, a)$ 는 모두 같은 묶음이 된다.
따라서 서로 다른 6개의 알파벳 중에서 순서에 관계없이 3개를 뽑는 경우의 수와 같으므로 구하는 묶음의 수는 $\frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20(\text{개})$

유제 11 $\overrightarrow{AB}$ 와 $\overrightarrow{BA}$ 는 서로 다른 반직선이므로 4개의 점 중에서 순서를 생각하여 2개를 선택하는 경우의 수와 같다.
따라서 서로 다른 반직선의 개수는 $4 \times 3 = 12(\text{개})$

유제 12 5개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개를 선택하는 경우의 수와 같으므로 $\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10(\text{개})$
이때 일직선 위에 있는 세 점 A, B, C로는 삼각형이 만들어지지 않으므로 삼각형이 만들어지지 않는 경우의 수는 1
따라서 삼각형의 개수는 $10 - 1 = 9(\text{개})$

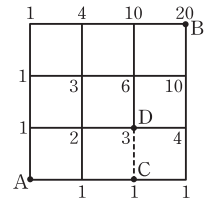
유제 13 만들 수 있는 직사각형의 개수는 가로선 3개 중에서 2개, 세로선 5개 중에서 2개를 선택하는 경우의 수와 같으므로 $\frac{3 \times 2}{2} \times \frac{5 \times 4}{2} = 30(\text{개}) \quad \therefore a = 30$
이때 정사각형의 개수는 한 칸짜리 정사각형이 8개, 네 칸짜리 정사각형이 3개이므로 $8 + 3 = 11(\text{개}) \quad \therefore b = 11$
 $\therefore a - b = 30 - 11 = 19$

2 각 교차로까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 오른쪽 그림과 같으므로 A 지점을 출발하여 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 17이다.



[다른 풀이]

A 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수에서 $\overline{CD}$ 를 거쳐 가는 경우의 수를 빼면 된다.
따라서 구하는 경우의 수는 $20 - 3 = 17$



3 각 전구에서 신호는 켜진 경우, 꺼진 경우의 2가지가 있으므로 5개의 전구로 만들 수 있는 신호의 개수는 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32(\text{개})$
이때 모두 꺼진 경우는 신호로 생각하지 않으므로 만들 수 있는 신호의 개수는 $32 - 1 = 31(\text{개})$

4 1g짜리 추를 올려놓아 무게를 재는 경우는 0개, 1개의 2가지
2g짜리 추를 올려놓아 무게를 재는 경우는 0개, 1개, 2개의 3가지
4g짜리 추를 올려놓아 무게를 재는 경우는 0개, 1개, 2개, 3개의 4가지
16g짜리 추를 올려놓아 무게를 재는 경우는 0개, 1개, 2개의 3가지
따라서 추로 무게를 잴 수 있는 경우의 수는 $2 \times 3 \times 4 \times 3 = 72$
이때 추를 하나도 올려놓지 않는 경우의 수는 1이므로 구하는 경우의 수는 $72 - 1 = 71$

5 왕복할 수 없는 기차표는 출발역과 도착역이 순서대로 표기되어 있어야 하므로 5곳의 기차역 중 순서대로 2곳을 뽑아 나열하는 경우의 수와 같다.
따라서 구하는 경우의 수는 $5 \times 4 = 20$

6 D에 칠할 수 있는 색은 4가지, A에 칠할 수 있는 색은 D에 칠한 색을 제외한 3가지, B에 칠할 수 있는 색은 A와 D에 칠한 색을 제외한 2가지, C에 칠할 수 있는 색은 B와 D에 칠한 색을 제외한 2가지이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$

7 (i) 백의 자리의 숫자가 3인 경우
십의 자리에 올 수 있는 숫자는 0의 1개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 3과 0을 제외한 4개이므로 $1 \times 4 = 4(\text{개})$

2 최고 유형 탐험하기

131~132쪽

- | | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| 1 ④ | 2 ① | 3 ④ | 4 ③ |
| 5 ⑤ | 6 ④ | 7 ⑤ | 8 ⑤ |

1 두 직선의 교점의 x 좌표가 1이므로

$$\begin{cases} y = -x + m \\ y = nx + 1 \end{cases} \text{에서 } -x + m = nx + 1 \text{에 } x = 1 \text{을 대입하면}$$

$$-1 + m = n + 1 \quad \therefore m - n = 2$$

이때 $m - n = 2$ 를 만족시키는 순서쌍 (m, n) 은 $(3, 1), (4, 2), (5, 3), (6, 4)$ 이므로 구하는 경우의 수는 4이다.

(ii) 백의 자리의 숫자가 2인 경우

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 2를 제외한 5개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 2와 십의 자리에 온 숫자를 제외한 4개이므로 $5 \times 4 = 20$ (개)

(iii) 백의 자리의 숫자가 1인 경우

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 1을 제외한 5개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 1과 십의 자리에 온 숫자를 제외한 4개이므로 $5 \times 4 = 20$ (개)

따라서 (i)~(iii)에서 310보다 작은 수의 개수는

$$4 + 20 + 20 = 44(\text{개})$$

8 삼각형의 개수는 5개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개를 선택하는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10(\text{개}) \quad \therefore x = 10$$

사각형의 개수는 5개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 4개를 선택하는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{5 \times 4 \times 3 \times 2}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 5(\text{개}) \quad \therefore y = 5$$

$$\therefore x + y = 10 + 5 = 15$$

3 최고 유형 정복하기

133~134쪽

- 01 6 02 6 03 6 04 dbac
05 174 06 50명 07 20개 08 16개

01 수정, 소희, 희영이가 받을 수 있는 장미의 수를 각각 x, y, z 송이라 하면 모든 친구가 최소한 한 송이의 장미를 받을 수 있으므로 x, y, z 는 모두 1 이상의 자연수이다.

따라서 $x + y + z = 5$ 를 만족시키는 자연수를 순서쌍

(x, y, z) 으로 나타내면

$(1, 1, 3), (1, 2, 2), (1, 3, 1),$

$(2, 1, 2), (2, 2, 1), (3, 1, 1)$

이므로 구하는 경우의 수는 6이다.

02 학생 A, B, C, D의 시험지를 각각 a, b, c, d 라 하자. 이때 A, B만 자신의 시험지를 받는 경우는 다음 표와 같이 1가지이다.

학생	A	B	C	D
시험지	a	b	d	c

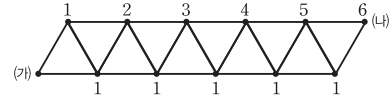
자신의 시험지를 받는 두 사람이 선택되는 경우는

AB, AC, AD, BC, BD, CD의 6가지이다.

따라서 구하는 경우의 수는

$$6 \times 1 = 6$$

03 다음 그림은 벌집의 각 칸을 꼭짓점으로 표시한 후, 꿀벌이 이동하는 경로를 선분으로 나타낸 것이다.



문제의 규칙에 따라 각 꼭짓점에 도착하게 되는 경로의 수를 위의 그림에 나타내어 계산하면 (가) 지점에서 (나) 지점까지 이동하는 경우의 수는 6이다.

04 (i) $a \square \square \square$ 인 경우

a 를 제외한 3개의 문자를 한 줄로 나열하는 경우의 수는

$$3 \times 2 \times 1 = 6$$

(ii) $b \square \square \square$ 인 경우

b 를 제외한 3개의 문자를 한 줄로 나열하는 경우의 수는

$$3 \times 2 \times 1 = 6$$

(iii) $c \square \square \square$ 인 경우

c 를 제외한 3개의 문자를 한 줄로 나열하는 경우의 수는

$$3 \times 2 \times 1 = 6$$

이때 $6 + 6 + 6 = 18$ 이므로 19번째 오는 단어부터 사전식으로 나열하면 $dabc, dacb, dbac, \dots$ 이므로 21번째 오는 단어는 $dbac$ 이다.

05 서로 다른 4개의 숫자 0, 1, 2, 3을 중복 사용하여 만들 수 있는 네 자리의 자연수는

(i) 천의 자리: 0은 올 수 없으므로 1, 2, 3의 3개

(ii) 백의 자리: 0, 1, 2, 3의 4개

(iii) 십의 자리: 0, 1, 2, 3의 4개

(iv) 일의 자리: 0, 1, 2, 3의 4개

$$\therefore a = 3 \times 4 \times 4 \times 4 = 192$$

서로 다른 4개의 숫자 0, 1, 2, 3을 한 번씩만 사용하여 만들 수 있는 네 자리의 자연수는

(i) 천의 자리: 0은 올 수 없으므로 1, 2, 3의 3개

(ii) 백의 자리: 천의 자리에 온 숫자를 제외한 3개

(iii) 십의 자리: 천의 자리, 백의 자리에 온 숫자를 제외한 2개

(iv) 일의 자리: 천의 자리, 백의 자리, 십의 자리에 온 숫자를 제외한 1개

$$\therefore b = 3 \times 3 \times 2 \times 1 = 18$$

$$\therefore a - b = 192 - 18 = 174$$

06 학생 수를 n 명이라 하면 한 학생이 악수를 할 수 있는 학생 수는 자신을 제외한 $(n-1)$ 명이다.

그런데 학생 A가 B와 악수하는 것과 학생 B가 A와 악수하는 것은 같은 경우이므로 학생들끼리 악수하는 총 횟수는

$$\frac{n \times (n-1)}{2} (\text{회}) \text{이다.}$$

$$\text{즉, } \frac{n \times (n-1)}{2} = 1225 \text{이므로 } n(n-1) = 2450$$

$$n(n-1) = 50 \times 49$$

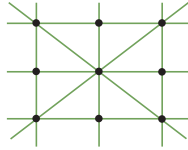
$$\therefore n = 50$$

따라서 구하는 학생 수는 50명이다.

- 07 서로 다른 두 점이 한 직선을 결정하므로 9개의 점 중에서 2개를 선택하여 만들 수 있는 직선의 개수는

$$\frac{9 \times 8}{2} = 36(\text{개})$$

이 중에서 오른쪽 그림과 같이 8개의 일직선 위에 있는 세 점으로 만들어지는 직선은 중복된다.



이때 일직선 위의 3개의 점 중에서 2개를 선택하는 경우의 수는 3이므로 중복되는 직선의 개수는

$$8 \times (3-1) = 8 \times 2 = 16(\text{개})$$

따라서 구하는 직선의 개수는

$$36 - 16 = 20(\text{개})$$

- 08 평행한 두 직선을 x, y 라 하고, 나머지 직선을 a, b, c, d 라 하면

(i) x, y 중 1개와 a, b, c, d 중 2개를 순서에 관계없이 선택하면 삼각형이 만들어지므로

$$2 \times \frac{4 \times 3}{2} = 12(\text{개})$$

(ii) a, b, c, d 중 3개를 순서에 관계없이 선택하면 삼각형이 만들어지므로

$$\frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1} = 4(\text{개})$$

따라서 (i), (ii)에서 구하는 삼각형의 개수는

$$12 + 4 = 16(\text{개})$$

유제 1 모든 경우의 수는 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

숫자 1이 숫자 2보다 앞에 놓이는 경우는

$12\square\square, 1\square2\square, 1\square\square2, \square12\square, \square1\square2, \square\square12$

의 6가지이고, 각 경우의 수는 $2 \times 1 = 2$ 이므로

구하는 경우의 수는 $6 \times 2 = 12$

따라서 구하는 확률은 $\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$

유제 2 모든 경우의 수는 $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$

남학생 3명이 모두 이웃하여 서는 경우의 수는

$$(4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (3 \times 2 \times 1) = 144$$

따라서 구하는 확률은 $\frac{144}{720} = \frac{1}{5}$

유제 3 모든 경우의 수는 $6 \times 6 \times 6 = 216$

세 개의 주사위의 눈의 수가 모두 같은 경우의 수는 6이므로

$$\text{그 확률은 } \frac{6}{216} = \frac{1}{36}$$

따라서 구하는 확률은 $1 - \frac{1}{36} = \frac{35}{36}$

유제 4 모든 경우의 수는 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

지민이를 맨 뒤에 고정시키고, 태형, 정국, 호석이를 한 줄로 세우는 경우의 수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$

따라서 지민이가 맨 뒤에 설 확률은 $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$ 이므로

지민이가 맨 뒤에 서지 않을 확률은 $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

유제 5 모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$

직선 $y = ax + b$ 가 점 $(3, 5)$ 를 지나면 $5 = 3a + b$

이를 만족시키는 순서쌍 (a, b) 는 $(1, 2)$ 의 1가지이므로

점 $(3, 5)$ 를 지나는 확률은 $\frac{1}{36}$

따라서 구하는 확률은 $1 - \frac{1}{36} = \frac{35}{36}$

유제 6 모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$

$a + b$ 가 3의 배수가 되는 경우를 순서쌍 (a, b) 로 나타내면 다음과 같다.

(i) $a + b = 3$ 인 경우는 $(1, 2), (2, 1)$ 의 2가지이므로 그

$$\text{확률은 } \frac{2}{36}$$

(ii) $a + b = 6$ 인 경우는 $(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2),$

$(5, 1)$ 의 5가지이므로 그 확률은 $\frac{5}{36}$

(iii) $a + b = 9$ 인 경우는 $(3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)$ 의

4가지이므로 그 확률은 $\frac{4}{36}$

(iv) $a + b = 12$ 인 경우는 $(6, 6)$ 의 1가지이므로 그 확률은

$$\frac{1}{36}$$

따라서 (i)~(iv)에서 구하는 확률은

$$\frac{2}{36} + \frac{5}{36} + \frac{4}{36} + \frac{1}{36} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

2 확률

1 주제별 유형 불러오기

136~142쪽

유제 1 ①	유제 2 $\frac{1}{5}$	유제 3 ④	유제 4 $\frac{3}{4}$
유제 5 $\frac{35}{36}$	유제 6 ②	유제 7 $\frac{5}{8}$	유제 8 ⑤
유제 9 $\frac{4}{25}$	유제 10 $\frac{1}{5}$	유제 11 ⑤	유제 12 $\frac{11}{20}$
유제 13 $\frac{7}{15}$	유제 14 ③	유제 15 (1) $\frac{52}{81}$ (2) $\frac{13}{18}$	
유제 16 ③	유제 17 $\frac{1}{3}$		

유제 7 모든 경우의 수는 $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

도가 나오는 경우의 수는 4이므로 그 확률은 $\frac{4}{16}$

개가 나오는 경우의 수는 $\frac{4 \times 3}{2} = 6$ 이므로 그 확률은 $\frac{6}{16}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{16} + \frac{6}{16} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$

유제 8 모든 경우의 수는 $3 \times 3 = 9$

시우와 민우가 내는 것을 각각 a, b 라 하고 순서쌍 (a, b) 로 나타내면

(i) 비기는 경우는 (가위, 가위), (바위, 바위), (보, 보)의

3가지이므로 그 확률은 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

(ii) 시우가 이기는 경우는 (가위, 보), (바위, 가위),

(보, 바위)의 3가지이므로 그 확률은 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

따라서 (i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

유제 9 활을 한 번 쏘아 과녁에 명중시킬 확률은 $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

따라서 활을 두 번 쏘아 두 번 모두 과녁에 명중시킬 확률은

$$\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$$

유제 10 남학생 4명 중 1명의 대표를 뽑을 때

B 또는 C가 대표로 뽑힐 확률은 $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

여학생 5명 중 2명의 대표를 뽑는 경우의 수는 $\frac{5 \times 4}{2} = 10$

이 중 I가 반드시 대표로 뽑히는 경우의 수는 나머지 4명 중 1명의 대표를 뽑는 경우의 수와 같은 4이므로 그 확률은

$$\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$

유제 11 두 사람 모두 불합격할 확률은

$$\left(1 - \frac{4}{7}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{3}{7} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{7}$$

따라서 구하는 확률은 $1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$

유제 12 A 선수가 안타를 칠 확률은 $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

B 선수가 안타를 칠 확률은 $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

두 선수 모두 안타를 치지 못할 확률은

$$\left(1 - \frac{2}{5}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{20}$$

따라서 구하는 확률은 $1 - \frac{9}{20} = \frac{11}{20}$

유제 13 두 사람이 약속 장소에서 만날 확률은

$$\left(1 - \frac{1}{5}\right) \times \frac{2}{3} = \frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{15}$$

따라서 구하는 확률은 $1 - \frac{8}{15} = \frac{7}{15}$

유제 14 (i) 두 번 만에 불량품을 모두 찾아낼 확률은

$$\frac{2}{10} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{45}$$

(ii) 세 번 만에 불량품을 모두 찾아낼 확률은 불량품을 $\times$, 합격품을 $\bigcirc$ 라 할 때, 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\bigcirc \times \times \text{일 확률은 } \frac{8}{10} \times \frac{2}{9} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{45}$$

$$\times \bigcirc \times \text{일 확률은 } \frac{2}{10} \times \frac{8}{9} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{45}$$

따라서 (i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{45} + \frac{1}{45} + \frac{1}{45} = \frac{3}{45} = \frac{1}{15}$$

유제 15 (1) 모두 노란 구슬을 꺼낼 확률은

$$\frac{3}{9} \times \frac{3}{9} = \frac{9}{81}$$

모두 파란 구슬을 꺼낼 확률은

$$\frac{4}{9} \times \frac{4}{9} = \frac{16}{81}$$

모두 빨간 구슬을 꺼낼 확률은

$$\frac{2}{9} \times \frac{2}{9} = \frac{4}{81}$$

이때 두 구슬이 서로 같은 색일 확률은

$$\frac{9}{81} + \frac{16}{81} + \frac{4}{81} = \frac{29}{81}$$

따라서 두 구슬이 서로 다른 색일 확률은

$$1 - \frac{29}{81} = \frac{52}{81}$$

(2) 모두 노란 구슬을 꺼낼 확률은

$$\frac{3}{9} \times \frac{2}{8} = \frac{6}{72}$$

모두 파란 구슬을 꺼낼 확률은

$$\frac{4}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{12}{72}$$

모두 빨간 구슬을 꺼낼 확률은

$$\frac{2}{9} \times \frac{1}{8} = \frac{2}{72}$$

이때 두 구슬이 서로 같은 색일 확률은

$$\frac{6}{72} + \frac{12}{72} + \frac{2}{72} = \frac{20}{72} = \frac{5}{18}$$

따라서 두 구슬이 서로 다른 색일 확률은

$$1 - \frac{5}{18} = \frac{13}{18}$$

유제 16 숫자의 합이 2가 되는 경우를 순서쌍으로 나타내면

(i) (0, 2)가 될 확률은

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

(ii) (1, 1)이 될 확률은

$$\frac{2}{4} \times \frac{2}{4} = \frac{4}{16}$$

(iii) (2, 0)이 될 확률은

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

따라서 (i)~(iii)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{16} + \frac{4}{16} + \frac{1}{16} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

유제 17 모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$

점 P가 꼭짓점 B에 오려면 나온 두 눈의 수의 합이 4 또는 7 또는 10이어야 한다.

(i) 두 눈의 수의 합이 4인 경우는

(1, 3), (2, 2), (3, 1)

의 3가지이므로 그 확률은 $\frac{3}{36}$

(ii) 두 눈의 수의 합이 7인 경우는

(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)

의 6가지이므로 그 확률은 $\frac{6}{36}$

(iii) 두 눈의 수의 합이 10인 경우는

(4, 6), (5, 5), (6, 4)

의 3가지이므로 그 확률은 $\frac{3}{36}$

따라서 (i)~(iii)에서 점 P가 꼭짓점 B에 있을 확률은

$$\frac{3}{36} + \frac{6}{36} + \frac{3}{36} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

2. 최고 유형 탐험하기

143~145쪽

1 ②	2 ②	3 ④	4 ③
5 ⑤	6 ⑤	7 ③	8 ③
9 ⑤	10 ⑤	11 ④	12 ④

1 모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$

$2x - 3y > 1$ 을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 는 (3, 1), (4, 1), (4, 2), (5, 1), (5, 2), (6, 1), (6, 2), (6, 3)의 8가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$

2 모든 경우의 수는 $2 \times 2 \times 2 = 8$

동전을 3번 던져서 점수의 합이 1이 되는 경우는 앞면이 2번, 뒷면이 1번 나오는 경우이므로 (앞, 앞, 뒤), (앞, 뒤, 앞), (뒤, 앞, 앞)의 3가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{8}$

3 모든 경우의 수는 $6 \times 6 \times 5 = 180$

세 자리의 자연수가 짝수이려면 일의 자리의 숫자가 0 또는 2 또는 4 또는 6이어야 한다.

(i) $\square\square 0$ 인 경우의 수는 $6 \times 5 = 30$

(ii) $\square\square 2$ 인 경우의 수는 $5 \times 5 = 25$

(iii) $\square\square 4$ 인 경우의 수는 $5 \times 5 = 25$

(iv) $\square\square 6$ 인 경우의 수는 $5 \times 5 = 25$

(i)~(iv)에서 짝수인 경우의 수는 $30 + 25 + 25 + 25 = 105$

따라서 구하는 확률은 $\frac{105}{180} = \frac{7}{12}$

4 모든 경우의 수는 $\frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$

여학생만 3명 뽑히는 경우의 수는 $\frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1} = 4$

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{20} = \frac{1}{5}$

5 모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$

직선 $ax + by = 1$ 의 x 절편, y 절편은 각각

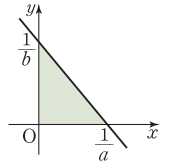
$\frac{1}{a}, \frac{1}{b}$ 이므로 오른쪽 그림에서 색칠한 부

분의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{a} \times \frac{1}{b} = \frac{1}{24}$

$$\frac{1}{2ab} = \frac{1}{24} \quad \therefore ab = 12$$

이를 만족시키는 순서쌍 (a, b) 는 (2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2)의 4가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$



6 어느 면도 색칠되어 있지 않은 작은 정육면체의 개수는

$$3 \times 3 \times 3 = 27(\text{개})$$

즉, 한 개의 작은 정육면체를 선택할 때, 어느 면도 색칠되지

않은 정육면체일 확률은 $\frac{27}{125}$

따라서 구하는 확률은 $1 - \frac{27}{125} = \frac{98}{125}$

7 모든 경우의 수는 $5 \times 4 \times 3 = 60$

(i) 240 이하인 경우

• $1\square\square$ 인 경우의 수는 $4 \times 3 = 12$

• $21\square$ 인 경우의 수는 3

• $23\square$ 인 경우의 수는 3

즉, 240 이하인 경우의 수는 $12 + 3 + 3 = 18$ 이므로

그 확률은 $\frac{18}{60}$

(ii) 530 초과인 경우

• $53\square$ 인 경우의 수는 3

• $54\square$ 인 경우의 수는 3

즉, 530 초과인 경우의 수는 $3 + 3 = 6$ 이므로

그 확률은 $\frac{6}{60}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{18}{60} + \frac{6}{60} = \frac{24}{60} = \frac{2}{5}$

8 이번에 들어오는 전동차 A가 정시보다 일찍 도착할 확률은

$$1 - \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{6} \right) = \frac{1}{12}$$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{12} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{72}$

9 두 주머니 A, B 중 하나의 주머니를 선택할 확률은 $\frac{1}{2}$

(i) A 주머니를 선택하고, 흰 공을 꺼낼 확률은

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{10}$$

(ii) B 주머니를 선택하고, 흰 공을 꺼낼 확률은

$$\frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$$

따라서 (i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{2}{10} + \frac{1}{2} = \frac{7}{10}$$

10 두 수의 합이 짝수이려면 두 수가 모두 홀수이거나 짝수이어야 한다.

(i) 두 수 모두 짝수가 뽑힐 확률은

$$\frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{20}$$

(ii) 두 수 모두 홀수가 뽑힐 확률은

$$\frac{3}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{20}$$

따라서 (i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{2}{20} + \frac{9}{20} = \frac{11}{20}$

11 표적을 명중시킬 확률은 $\frac{60}{100} = \frac{3}{5}$ 이므로

명중시키지 못할 확률은 $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{3}{5} \times \frac{2}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{25} + \frac{6}{25} = \frac{12}{25}$$

12 5회 이내에 선영이가 이기려면 1회에 이기거나 3회에 이기거나 5회에 이겨야 한다.

(i) 1회에 이길 확률은 $\frac{1}{2}$

(ii) 3회에 이길 확률은 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

(iii) 5회에 이길 확률은 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{32}$

따라서 (i)~(iii)에서 구하는 확률은 $\frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} = \frac{21}{32}$

3 최고 유형 정복하기

146~148쪽

- | | | | |
|----------------------------|----------------------------|-----------------------------|---------------------------|
| 01 7개 | 02 $\frac{1}{2}$ | 03 $\frac{5}{72}$ | 04 $\frac{1}{24}$ |
| 05 $\frac{7}{24}$ | 06 $\frac{17}{625}$ | 07 $\frac{119}{500}$ | 08 $\frac{27}{56}$ |
| 09 $\frac{25}{216}$ | | | |

01 빨간 구슬의 개수를 x 개, 노란 구슬의 개수를 y 개라 하면

$$\frac{x-1}{x+y-1} = \frac{1}{3}, \frac{x}{x+y-2} = \frac{3}{5}$$

$$\begin{cases} 3x-3=x+y-1 \\ 5x=3x+3y-6 \end{cases} \text{에서 } \begin{cases} 2x-y=2 \\ 2x-3y=-6 \end{cases} \quad \dots \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $x=3$, $y=4$

따라서 전체 구슬의 개수는

$$3+4=7(\text{개})$$

02 4개의 점을 골라 만들 수 있는 직사각형의 개수는

$\square$: 6개, $\square\square$: 4개, $\square\square\square$: 2개, $\square$: 3개

$\square\square$: 2개, $\square\square\square$: 1개, $\diamond$: 2개

따라서 직사각형의 총 개수는

$$6+4+2+3+2+1+2=20(\text{개})\text{이고,}$$

이 중 정사각형은 $6+2+2=10(\text{개})$ 이므로 구하는 확률은

$$\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

03 모든 경우의 수는 $6 \times 6 \times 6 = 216$

소수의 눈이 나오면 그 수만큼 아래로 내려가므로 -2 , -3 , -5 , 그 이외의 수의 눈이 나오면 그 수만큼 위로 올라가므로 $+1$, $+4$, $+6$ 으로 나타낼 수 있다.

이때 주사위를 세 번 던진 후 처음보다 한 계단 아래에 있는 경우는

$(-2, -3, +4), (-2, +4, -3), (-3, -2, +4),$
 $(-3, +4, -2), (+4, -2, -3), (+4, -3, -2),$
 $(-2, -5, +6), (-2, +6, -5), (-5, -2, +6),$
 $(-5, +6, -2), (+6, -2, -5), (+6, -5, -2),$
 $(-3, +1, +1), (+1, -3, +1), (+1, +1, -3)$
 의 15가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{15}{216} = \frac{5}{72}$

04 모든 경우의 수는 $6 \times 6 \times 6 = 216$

홀수가 한 번만 나오면 y 좌표가 -6 이 될 수 없으므로 바둑돌이 점 $(4, -6)$ 에 있으려면 주사위의 눈은 짝수가 한 번, 홀수가 두 번 나와야 한다.

(i) 주사위의 눈이 4, 1, 5가 나오는 경우는

$$3 \times 2 \times 1 = 6(\text{가지})$$

(ii) 주사위의 눈이 4, 3, 3이 나오는 경우는

$$(4, 3, 3), (3, 4, 3), (3, 3, 4) \text{의 } 3\text{가지}$$

따라서 (i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{6+3}{216} = \frac{9}{216} = \frac{1}{24}$$

05 B 마을에 도착하는 길은 ㉠, ㉡,

㉢이다.

㉠으로 도착할 확률은

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

㉡로 도착할 확률은

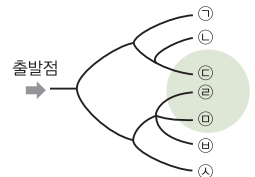
$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

㉢으로 도착할 확률은

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

따라서 B 마을에 도착할 확률은

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{7}{24}$$



06 오지선다형 문제 한 개를 맞힐 확률은 $\frac{1}{5}$, 틀릴 확률은 $\frac{4}{5}$ 이다.

(i) 한 문제만 틀릴 확률은

$$\left(\frac{4}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5}\right) \times 4 = \frac{16}{625}$$

(ii) 네 문제를 모두 맞힐 확률은

$$\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{625}$$

따라서 (i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{16}{625} + \frac{1}{625} = \frac{17}{625}$

07 눈이 온 다음 날 눈이 오지 않을 확률은

$$1 - \frac{20}{100} = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

눈이 오지 않은 다음 날 눈이 오지 않을 확률은

$$1 - \frac{25}{100} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

눈이 오는 경우를 ○, 눈이 오지 않는 경우를 ×라 할 때, 각각의 경우를 확률로 나타내면 오른쪽 표와 같다.

다음 날	눈이 온다	눈이 오지 않는다
눈이 온다	○	×
눈이 오지 않는다	○	×

또 19일에 눈이 오고, 3일 후인 22일에도 눈이 오는 경우는 다음과 같이 네 가지 경우로 나누어 생각할 수 있다.

각 경우의 확률을 계산하면

$$(i) \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{125}$$

$$(ii) \frac{1}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{25}$$

$$(iii) \frac{4}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$$

$$(iv) \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{20}$$

따라서 (i)~(iv)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{125} + \frac{1}{25} + \frac{1}{25} + \frac{3}{20} = \frac{119}{500}$$

08 A 문제를 맞히지 못할 확률은 $1 - \frac{4}{7} = \frac{3}{7}$

문제를 맞히는 경우를 ○, 맞히지 못하는 경우를 ×라 하고, B 문제를 맞히지 못할 확률을 x , B 문제를 맞힐 확률을 y 라 하자.

이때 각각의 경우를 확률로 나타내면 위의 표와 같다.

두 문제를 모두 맞히지 못할 확률이 $\frac{9}{56}$ 이므로

$$\frac{3}{7}x = \frac{9}{56} \quad \therefore x = \frac{3}{8}$$

그런데 $x + y = 1$ 이므로 $y = 1 - x = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$

(i) A 문제는 맞히고 B 문제는 맞히지 못할 확률은

$$\frac{4}{7} \times \frac{3}{8} = \frac{12}{56}$$

(ii) B 문제는 맞히고 A 문제는 맞히지 못할 확률은

$$\frac{5}{8} \times \frac{3}{7} = \frac{15}{56}$$

따라서 (i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{12}{56} + \frac{15}{56} = \frac{27}{56}$

09 모든 경우의 수는 $6 \times 6 \times 6 = 216$

주사위를 세 번 던져서 점 P가 꼭짓점 H의 위치에 오려면 나오는 눈의 수의 합이 7 또는 15이어야 한다.

(i) 눈의 수의 합이 7인 경우는

(1, 2, 4) 또는 (1, 1, 5) 또는 (2, 2, 3) 또는 (3, 3, 1)

이때 (1, 2, 4)의 세 수가 자리를 바꾸는 경우의 수는

$$3 \times 2 \times 1 = 6 \text{이고,}$$

(1, 1, 5), (2, 2, 3), (3, 3, 1)의 각 경우에 세 수가 자리를 바꾸는 경우의 수는 3이므로 $3 \times 3 = 9$

즉, 그 확률은 $\frac{6+9}{216} = \frac{15}{216}$

(ii) 눈의 수의 합이 15인 경우는

(5, 5, 5) 또는 (6, 5, 4) 또는 (6, 6, 3)

이때 (6, 5, 4)의 세 수가 자리를 바꾸는 경우의 수는

$$3 \times 2 \times 1 = 6 \text{이고,}$$

(6, 6, 3)의 세 수가 자리를 바꾸는 경우의 수는 3

$$\text{즉, 그 확률은 } \frac{1+6+3}{216} = \frac{10}{216}$$

따라서 (i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{15}{216} + \frac{10}{216} = \frac{25}{216}$

대단원 마무리하기

149~152쪽

01 ④

02 3

03 12

04 36

05 540

06 ③

07 ③

08 ④

09 $\frac{35}{36}$

10 $\frac{31}{96}$

11 $\frac{11}{18}$

12 ③

13 ④

14 ③

15 18개

16 ③

17 $\frac{3}{10}$

18 ②

19 ②

20 ①, ②

21 ④

서술형 문제 <과정은 풀이 참조>

22 1728

23 $\frac{17}{18}$

24 $\frac{13}{72}$

25 $\frac{13}{81}$

01 눈의 수의 합이 6 미만이므로

(i) 눈의 수의 합이 5인 경우는

(1, 1, 3), (1, 3, 1), (3, 1, 1),

(1, 2, 2), (2, 1, 2), (2, 2, 1)의 6가지

(ii) 눈의 수의 합이 4인 경우는

(1, 1, 2), (1, 2, 1), (2, 1, 1)의 3가지

(iii) 눈의 수의 합이 3인 경우는 (1, 1, 1)의 1가지

따라서 (i)~(iii)에서 구하는 경우의 수는

$$6+3+1=10$$

- 02 지불할 수 있는 방법을 표로 나타내면 다음과 같다.

100원짜리(개)	9	8	8	7	7	6
50원짜리(개)	0	2	1	4	3	5
10원짜리(개)	0	0	5	0	5	5

따라서 세 종류의 동전을 모두 사용하여 지불하는 방법의 수는 3이다.

- 03 A, B, C, D, E 중 C는 항상 가운데 서 있으므로 고정시켜 놓고, A 또는 E가 맨 앞에 서는 경우의 수를 구한다.

(i) A가 맨 앞에 서는 경우

A □ C □ □의 순서로 서는 경우의 수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$

(ii) E가 맨 앞에 서는 경우

E □ C □ □의 순서로 서는 경우의 수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$

따라서 (i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$$6 + 6 = 12$$

- 04 2반 학생 3명을 1명으로 생각하여 3명을 한 줄로 세우는 경우의 수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$

2반 학생 3명끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$

따라서 구하는 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$

- 05 A에 칠할 수 있는 색은 5가지, B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 4가지, C에 칠할 수 있는 색은 A와 B에 칠한 색을 제외한 3가지, D에 칠할 수 있는 색은 A와 C에 칠한 색을 제외한 2가지, E에 칠할 수 있는 색은 C와 D에 칠한 색을 제외한 1가지이다.

따라서 구하는 경우의 수는

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

- 06 짝수이면서 일의 자리의 숫자가 0이 아니려면 일의 자리 숫자에 올 수 있는 숫자는 2 또는 4이어야 한다.

(i) □□2인 경우

백의 자리에는 0이 올 수 없으므로 $3 \times 3 = 9$ (개)

(ii) □□4인 경우

백의 자리에는 0이 올 수 없으므로 $3 \times 3 = 9$ (개)

따라서 (i), (ii)에서 구하는 짝수의 개수는

$$9 + 9 = 18 \text{ (개)}$$

- 07 모든 경우의 수는 $4 \times 3 = 12$

$2x - y > 0$ 인 경우를 순서쌍 (x, y) 로 나타내면

$(2, 1), (2, 3), (4, 1), (4, 3), (5, 1), (5, 3), (5, 8)$

의 7가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{7}{12}$

- 08 모든 경우의 수는 $2 \times 2 \times 2 = 8$

동전 3개가 모두 같은 면이 나오는 경우는

(앞, 앞, 앞), (뒤, 뒤, 뒤)의 2가지이므로 그 확률은 $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

따라서 구하는 확률은 $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

- 09 세 사람이 모두 약속 시간에 늦지 않을 확률은

$$\left(1 - \frac{7}{10}\right) \times \left(1 - \frac{4}{9}\right) \times \left(1 - \frac{5}{6}\right) = \frac{3}{10} \times \frac{5}{9} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

따라서 세 사람 중 적어도 한 사람은 약속 시간에 늦을 확률은

$$1 - \frac{1}{36} = \frac{35}{36}$$

- 10 각 교실을 선택할 확률은 모두 같고, 여학생이 남아 있는 반은 1반과 3반이다.

(i) 1반을 선택했을 때, 여학생이 뽑힐 확률은

$$\frac{1}{4} \times \frac{4}{6} = \frac{1}{6}$$

(ii) 3반을 선택했을 때, 여학생이 뽑힐 확률은

$$\frac{1}{4} \times \frac{5}{8} = \frac{5}{32}$$

따라서 (i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{6} + \frac{5}{32} = \frac{31}{96}$$

- 11 (i) A 상자를 선택했을 때, 빨간 공이 나올 확률은

$$\frac{1}{3} \times \frac{4}{6} = \frac{2}{9}$$

(ii) C 상자를 선택했을 때, 빨간 공이 나올 확률은

$$\frac{1}{3} \times \frac{5}{10} = \frac{1}{6}$$

따라서 (i), (ii)에서 구하는 확률은

$$1 - \left(\frac{2}{9} + \frac{1}{6}\right) = 1 - \frac{7}{18} = \frac{11}{18}$$

- 12 A, B 두 사람이 명중시키지 못할 확률은 각각 $\frac{3}{5}, \frac{1}{3}$ 이다.

① A만 명중시키려면 B는 명중시키지 못해야 하므로

$$\text{구하는 확률은 } \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$$

$$\text{② } \frac{3}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{5}$$

③ A만 명중시키거나 B만 명중시키면 되므로

$$\text{구하는 확률은 } \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} + \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{15}$$

④ (적어도 한 사람은 명중시킬 확률)

$$= 1 - (\text{두 사람 모두 명중시키지 못할 확률})$$

$$= 1 - \frac{3}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{5}$$

$$\text{⑤ } \frac{2}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{15}$$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

- 13 여학생을 A, B라 하면 A가 앉을 수 있는 자리는 4개이고, 그 맞은편에 나머지 여학생 B가 앉아야 한다.

이때 나머지 3개의 자리에 남학생 3명을 앉히는 경우의 수는

$$3 \times 2 \times 1 = 6$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$4 \times 6 = 24$$

- 14 (i) a□□□□인 경우의 수는

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

(ii) $b\square\square\square\square$ 인 경우의 수는

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

(iii) $ca\square\square\square$ 인 경우의 수는

$$3 \times 2 \times 1 = 6$$

(iv) $cb\square\square\square$ 인 경우의 수는

$$3 \times 2 \times 1 = 6$$

(v) $cd\square\square\square$ 인 경우를 사전식으로 나열하면

$$cdabe, cdaeb, cdbae, \dots$$

따라서 (i)~(v)에서 $cdbae$ 는

$$24 + 24 + 6 + 6 + 3 = 63(\text{번째}) \text{에 나타난다.}$$

- 15** 삼각형의 개수는 6개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개를 선택하는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20(\text{개})$$

이때 일직선 위에 세 점이 있는 2가지의 경우에는 삼각형이 만들어지지 않으므로 구하는 삼각형의 개수는

$$20 - 2 = 18(\text{개})$$

- 16** 모든 경우의 수는 $6 \times 6 \times 6 = 216$

점 P가 -2의 위치에 있으려면 주사위의 눈은 홀수가 한 번, 짝수가 두 번 나와야 한다.

(i) 주사위의 눈이 1, 2, 2가 나오는 경우는

$$(1, 2, 2), (2, 1, 2), (2, 2, 1) \text{의 3가지}$$

(ii) 주사위의 눈이 3, 2, 4가 나오는 경우는

$$3 \times 2 \times 1 = 6(\text{가지})$$

(iii) 주사위의 눈이 5, 2, 6이 나오는 경우는

$$3 \times 2 \times 1 = 6(\text{가지})$$

(iv) 주사위의 눈이 5, 4, 4가 나오는 경우의 수는

$$(5, 4, 4), (4, 5, 4), (4, 4, 5) \text{의 3가지}$$

따라서 (i)~(iv)에서 구하는 확률은

$$\frac{3+6+6+3}{216} = \frac{18}{216} = \frac{1}{12}$$

- 17** 6개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개를 선택하는 경우의 수는 $\frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$

이때 정삼각형이 아닌 이등변삼각형인 경우는 $\triangle ABC$, $\triangle BCD$, $\triangle CDE$, $\triangle DEF$, $\triangle EFA$, $\triangle FAB$ 의 6가지

$$\text{따라서 구하는 확률은 } \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

- 18** 모든 경우의 수는 $\frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$

모두 남자가 뽑히는 경우의 수는 $\frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1} = 4$ 이므로

$$\text{그 확률은 } \frac{4}{120}$$

모두 여자가 뽑히는 경우의 수는 $\frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$ 이므로

$$\text{그 확률은 } \frac{20}{120}$$

$$\text{따라서 구하는 확률은 } \frac{4}{120} + \frac{20}{120} = \frac{24}{120} = \frac{1}{5}$$

- 19** 주말에 두 사람이 만나려면 비가 오지 않아야 하고, 두 사람 모두 약속을 지켜야 한다.

주말에 비가 오지 않을 확률은

$$1 - \frac{25}{100} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\text{선영이가 약속을 지킬 확률은 } \frac{80}{100} = \frac{4}{5}$$

$$\text{규리가 약속을 지킬 확률은 } \frac{64}{100} = \frac{16}{25}$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{16}{25} = \frac{48}{125}$$

- 20** a 가 홀수일 확률은 $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

$$b \text{가 홀수일 확률은 } 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

① (ab 가 짝수일 확률) $= 1 - (ab \text{가 홀수일 확률})$

$$= 1 - \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

② $a+b$ 가 짝수이려면 a, b 가 모두 짝수이거나 홀수이면 되므로

$$(a+b \text{가 짝수일 확률}) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} + \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{8}{15}$$

$$\textcircled{3} \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$$

④ a 가 짝수, b 가 홀수일 확률은 $\frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$ 이고,

$$a \text{가 홀수, } b \text{가 짝수일 확률은 } \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15} \text{이므로}$$

$$\text{구하는 확률은 } \frac{1}{5} + \frac{4}{15} = \frac{7}{15}$$

⑤ a, b 가 모두 홀수일 확률은 $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ 이므로

$$\text{구하는 확률은 } 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

따라서 옳지 않은 것은 ①, ②이다.

- 21** 꺼낸 과일이 모두 사과일 확률은

$$\frac{3}{10} \times \frac{4}{11} = \frac{6}{55}$$

꺼낸 과일이 모두 배일 확률은

$$\frac{7}{10} \times \frac{8}{11} = \frac{28}{55}$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{6}{55} + \frac{28}{55} = \frac{34}{55}$$

- 22** 2명의 여학생 사이에 2명의 남학생이 서 있는 경우는 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} \text{여} & \text{남} & \text{남} & \text{여} \end{pmatrix} \square \square \square$$

이때 묶음 안에서 여학생과 남학생이 한 줄로 서는 경우의 수는 여학생 4명 중에서 자격이 다른 대표 2명을 뽑고, 남학생 3명 중에서 자격이 다른 대표 2명을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$$(4 \times 3) \times (3 \times 2) = 72$$

... **i**

또 묶음 안의 학생 4명을 1명으로 생각하여 4명을 한 줄로 세우는 경우의 수는
 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$... ①
 따라서 구하는 경우의 수는
 $72 \times 24 = 1728$... ②

채점 요소	비율
① 2명의 여학생 사이에 2명의 남학생이 서는 경우의 수 구하기	40 %
② ①의 경우에 한 줄로 세우는 경우의 수 구하기	40 %
③ 답 구하기	20 %

23 모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$... ①

$$2ax - by = 2b \text{에서 } y = \frac{2a}{b}x - 2$$

$$-bx + 2y + 4 = 0 \text{에서 } y = \frac{b}{2}x - 2 \quad \dots \text{ ②}$$

이때 두 직선의 y 절편이 -2 로 같으므로 서로 다른 직선이 되려면 기울기가 달라야 한다.

$$\therefore \frac{2a}{b} \neq \frac{b}{2}$$

$\frac{2a}{b} = \frac{b}{2}$, 즉 $4a = b^2$ 을 만족시키는 순서쌍 (a, b) 는 $(1, 2)$, $(4, 4)$ 의 2가지뿐이다. ... ③

즉, $\frac{2a}{b} = \frac{b}{2}$ 를 만족시킬 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

따라서 구하는 확률은

$$1 - \frac{1}{18} = \frac{17}{18} \quad \dots \text{ ④}$$

채점 요소	비율
① 모든 경우의 수 구하기	20 %
② 주어진 직선의 식을 일차함수의 꼴로 나타내기	20 %
③ 기울기가 같은 경우의 수 구하기	30 %
④ 두 직선이 서로 다를 확률 구하기	30 %

24 A 주머니를 선택할 확률은 주사위를 던져서 짝수가 아닌 소수의 눈 3, 5가 나올 확률과 같으므로 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ 이고,
 B 주머니를 선택할 확률은 주사위를 던져서 짝수의 눈 2, 4, 6이 나올 확률과 같으므로 $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ 이다. ... ①

(i) 두 번 모두 A 주머니를 선택하여 흰 공을 2개 꺼낼 확률은

$$\left(\frac{1}{3} \times \frac{3}{4}\right) \times \left(\frac{1}{3} \times \frac{2}{3}\right) = \frac{1}{18}$$

(ii) 두 번 모두 B 주머니를 선택하여 흰 공을 2개 꺼낼 확률은

$$\left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{5}\right) \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{40}$$

(iii) 첫 번째는 A 주머니, 두 번째는 B 주머니를 선택하여 흰 공을 2개 꺼낼 확률은

$$\left(\frac{1}{3} \times \frac{3}{4}\right) \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{5}\right) = \frac{1}{20}$$

(iv) 첫 번째는 B 주머니, 두 번째는 A 주머니를 선택하여 흰 공을 2개 꺼낼 확률은

$$\left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{5}\right) \times \left(\frac{1}{3} \times \frac{3}{4}\right) = \frac{1}{20} \quad \dots \text{ ②}$$

따라서 (i)~(iv)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{18} + \frac{1}{40} + \frac{1}{20} + \frac{1}{20} = \frac{13}{72} \quad \dots \text{ ③}$$

채점 요소	비율
① A, B 주머니를 선택할 확률 각각 구하기	20 %
② 각 경우에 대하여 흰 공을 2개 꺼낼 확률 구하기	60 %
③ 흰 공을 2개 꺼낼 확률 구하기	20 %

25 가장 작은 원의 반지름의 길이를 r 라 할 때, 화살을 한 번 쏘아서 3점, 2점, 1점을 얻을 확률은 각각 다음과 같다.

$$3\text{점을 얻을 확률} = \frac{\pi r^2}{9\pi r^2} = \frac{1}{9}$$

$$2\text{점을 얻을 확률} = \frac{4\pi r^2 - \pi r^2}{9\pi r^2} = \frac{3\pi r^2}{9\pi r^2} = \frac{1}{3}$$

$$1\text{점을 얻을 확률} = \frac{9\pi r^2 - 4\pi r^2}{9\pi r^2} = \frac{5\pi r^2}{9\pi r^2} = \frac{5}{9} \quad \dots \text{ ①}$$

화살을 세 번 쏘아서 6점을 얻는 경우는 (1점, 2점, 3점)

또는 (2점, 2점, 2점)이므로 각 경우에 대하여 확률을 구하면 다음과 같다.

(i) (1점, 2점, 3점)을 얻을 확률은

순서를 바꿀 수 있는 경우의 수가 $3 \times 2 \times 1 = 6$ 이므로

$$\left(\frac{5}{9} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{9}\right) \times 6 = \frac{10}{81}$$

(ii) (2점, 2점, 2점)을 얻을 확률은

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27} \quad \dots \text{ ②}$$

따라서 (i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{10}{81} + \frac{1}{27} = \frac{13}{81} \quad \dots \text{ ③}$$

채점 요소	비율
① 3점, 2점, 1점을 얻을 확률 각각 구하기	40 %
② 6점을 얻는 각 경우에 대하여 확률 구하기	40 %
③ 6점을 얻을 확률 구하기	20 %