

정답친해





I 경우의 수

Plus 연습

1 순열과 조합

01 여러 가지 순열과 중복조합 9~22쪽

- 01 (1) 7명이 원형 탁자에 앉는 모든 경우의 수는
 $(7-1)! = 6! = 720$
- (2) 여학생 2명을 1명으로 생각하면 6명이 원형 탁자에 앉는 경우의 수는
 $(6-1)! = 5!$
 그 각각에 대하여 여학생 2명이 서로 자리를 바꾸어 앉는 경우의 수는
 $2!$
 따라서 구하는 모든 경우의 수는
 $5! \times 2! = 240$
- (3) 선생님 2명, 여학생 2명이 원형 탁자에 앉는 경우의 수는
 $(4-1)! = 3!$
 선생님과 여학생 사이사이의 4개의 자리에 남학생 3명이 앉는 경우의 수는
 ${}_4P_3$
 따라서 구하는 모든 경우의 수는
 $3! \times {}_4P_3 = 144$

- 02 구하는 모든 방법의 수는 서로 다른 6개에서 4개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로
 ${}_6\Pi_4 = 6^4 = 1296$

- 03 A 반 회원 3명은 각각 1층의 2개의 방에 배정할 수 있으므로 그 경우의 수는
 ${}_2\Pi_3$
 B 반 회원 5명은 각각 2층의 3개의 방에 배정할 수 있으므로 그 경우의 수는
 ${}_3\Pi_5$
 따라서 구하는 모든 경우의 수는
 ${}_2\Pi_3 \times {}_3\Pi_5 = 2^3 \times 3^5 = 8 \times 243 = 1944$

- 04 구하는 모든 방법의 수는 서로 다른 3개에서 5개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로
 ${}_3\Pi_5 = 3^5 = 243$

- 05 (1) $\frac{8!}{3! \times 3! \times 2!} = 560$
 (2) 양 끝에 a 를 배열하고, 나머지 a, b, b, b, b 를 배열하면 되므로
 $\frac{5!}{4!} = 5$

- 06 양 끝에 홀수가 오는 경우는
 $1\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc1, 1\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc3, 3\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc1$
 의 3가지이고, 그 각각에 대하여 나머지 4개의 숫자를 일렬로 배열하는 경우의 수는
 $\frac{4!}{3!} = 4$
 따라서 구하는 모든 경우의 수는
 $3 \times 4 = 12$

- 07 지점 P에서 지점 R까지 가는 최단 경로의 수는
 $\frac{4!}{2! \times 2!} = 6$
 지점 R에서 지점 Q까지 가는 최단 경로의 수는
 $\frac{5!}{2! \times 3!} = 10$
 따라서 구하는 최단 경로의 수는
 $6 \times 10 = 60$

- 08 지점 P에서 지점 Q까지 가는 최단 경로의 수는
 $\frac{9!}{5! \times 4!} = 126$
 지점 P에서 지점 R를 거쳐 지점 Q까지 가는 최단 경로의 수는
 $\frac{5!}{2! \times 3!} \times \frac{4!}{3!} = 40$
 따라서 구하는 최단 경로의 수는
 $126 - 40 = 86$

- 09 구하는 모든 방법의 수는 서로 다른 3개에서 4개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로
 ${}_3H_4 = {}_6C_4 = 15$

- 10 구하는 모든 방법의 수는 서로 다른 4개에서 3개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로
 ${}_4H_3 = {}_6C_3 = 20$

- 11 (1) $(x+y+z)^6$ 의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는 3개의 문자 x, y, z 에서 중복을 허용하여 6개를 택하는 조합의 수와 같다.

따라서 구하는 서로 다른 항의 개수는

$${}_3H_6 = {}_8C_6 = 28$$

- (2) $(x+y+z)^2$ 의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는 3개의 문자 x, y, z 에서 중복을 허용하여 2개를 택하는 조합의 수와 같고, $(a+b+c+d)^5$ 의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는 4개의 문자 a, b, c, d 에서 중복을 허용하여 5개를 택하는 조합의 수와 같다.

따라서 구하는 서로 다른 항의 개수는

$${}_3H_2 \times {}_4H_5 = {}_4C_2 \times {}_8C_5 = 336$$

- 12 $(a+b)^4(x+y+z)^3$ 의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는

$${}_2H_4 \times {}_3H_3 = {}_5C_4 \times {}_5C_3 = 50$$

$(a+b)^4(x+y+z)^3$ 의 전개식에서 z 를 포함하지 않는 서로 다른 항의 개수는 $(a+b)^4(x+y)^3$ 의 전개식에서 서로 다른 항의 개수와 같으므로

$${}_2H_4 \times {}_2H_3 = {}_5C_4 \times {}_4C_3 = 20$$

따라서 구하는 서로 다른 항의 개수는

$$50 - 20 = 30$$

- 13 (1) 음이 아닌 정수해의 개수는 서로 다른 4개의 문자 x, y, z, u 에서 중복을 허용하여 6개를 택하는 조합의 수와 같다.

따라서 구하는 음이 아닌 정수해의 개수는

$${}_4H_6 = {}_9C_6 = 84$$

- (2) x, y, z, u 가 양의 정수이므로 $X=x-1, Y=y-1, Z=z-1, U=u-1$ 로 놓으면 X, Y, Z, U 는 음이 아닌 정수이다.

이때 $x=X+1, y=Y+1, z=Z+1, u=U+1$ 을 방정식 $x+y+z+u=6$ 에 대입하면

$$(X+1)+(Y+1)+(Z+1)+(U+1)=6$$

즉, $X+Y+Z+U=2$

따라서 구하는 양의 정수해의 개수는 방정식

$X+Y+Z+U=2$ 의 음이 아닌 정수해의 개수와 같으므로

$${}_4H_2 = {}_5C_2 = 10$$

$$(2) (x+1)^5$$

$$= {}_5C_0 x^5 + {}_5C_1 x^4 + {}_5C_2 x^3 + {}_5C_3 x^2 + {}_5C_4 x + {}_5C_5 \\ = x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x + 1$$

$$02 (1) (3a+2b)^4$$

$$= {}_4C_0 \times (3a)^4 + {}_4C_1 \times (3a)^3 \times (2b) \\ + {}_4C_2 \times (3a)^2 \times (2b)^2 + {}_4C_3 \times (3a) \times (2b)^3 \\ + {}_4C_4 \times (2b)^4 \\ = 81a^4 + 216a^3b + 216a^2b^2 + 96ab^3 + 16b^4$$

$$(2) (2x-y)^5$$

$$= {}_5C_0 \times (2x)^5 + {}_5C_1 \times (2x)^4 \times (-y) \\ + {}_5C_2 \times (2x)^3 \times (-y)^2 + {}_5C_3 \times (2x)^2 \times (-y)^3 \\ + {}_5C_4 \times (2x) \times (-y)^4 + {}_5C_5 \times (-y)^5 \\ = 32x^5 - 80x^4y + 80x^3y^2 - 40x^2y^3 + 10xy^4 - y^5$$

$$03 (1) (3x^3+1)^4$$
의 전개식에서 각 항은

$${}_4C_r \times (3x^3)^{4-r} \times 1^r \text{의 꼴로 나타낼 수 있으므로} \\ {}_4C_r \times (3x^3)^{4-r} \times 1^r = {}_4C_r \times 3^{4-r} \times x^{12-3r} \\ x^{12-3r} = x^6 \text{에서}$$

$$12-3r=6, r=2$$

따라서 x^6 의 계수는

$${}_4C_2 \times 3^2 = 54$$

$$(2) (3-4x^2)^5$$
의 전개식에서 각 항은

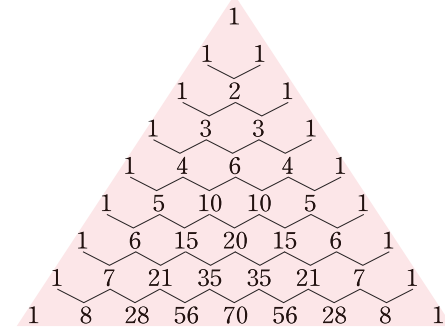
$${}_5C_r \times 3^{5-r} \times (-4x^2)^r \text{의 꼴로 나타낼 수 있으므로} \\ {}_5C_r \times 3^{5-r} \times (-4x^2)^r = {}_5C_r \times 3^{5-r} \times (-4)^r \times x^{2r} \\ x^{2r} = x^6 \text{에서}$$

$$2r=6, r=3$$

따라서 x^6 의 계수는

$${}_5C_3 \times 3^2 \times (-4)^3 = -5760$$

04



위의 그림의 파스칼의 삼각형을 이용하여 주어진 식을 전개하면 다음과 같다.

$$(1) (x+y)^7 = x^7 + 7x^6y + 21x^5y^2 + 35x^4y^3 + 35x^3y^4 \\ + 21x^2y^5 + 7xy^6 + y^7$$

$$(2) (a-1)^8 = a^8 - 8a^7 + 28a^6 - 56a^5 + 70a^4 - 56a^3 \\ + 28a^2 - 8a + 1$$

02 이항정리 23~29쪽

$$01 (1) (a+b)^4$$

$$= {}_4C_0 a^4 + {}_4C_1 a^3b + {}_4C_2 a^2b^2 + {}_4C_3 ab^3 + {}_4C_4 b^4 \\ = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

05 (1) ${}_nC_0 + {}_nC_1 + {}_nC_2 + \cdots + {}_nC_n = 2^n$ 이므로

$${}_{10}C_0 + {}_{10}C_1 + {}_{10}C_2 + \cdots + {}_{10}C_{10} = 2^{10} = 1024$$

(2) n 이 홀수일 때,

$${}_nC_0 + {}_nC_2 + {}_nC_4 + \cdots + {}_nC_{n-1} = 2^{n-1}$$
이므로

$${}_{13}C_0 + {}_{13}C_2 + {}_{13}C_4 + \cdots + {}_{13}C_{12} = 2^{13-1} = 2^{12} = 4096$$

시험 대비 대단원 TEST

..... 46~48쪽

1 720	2 48	3 ④	4 8	5 210
6 ⑤	7 240	8 165	9 ①	10 ④
11 ②	12 ③	13 1329	14 144	15 360
16 (1) 24	(2) 48	17 55	18 14	19 56

1 선생님을 고정시키면 남학생이 앉을 수 있는 경우의 수는

$$1$$

나머지 여학생 6명이 앉는 경우의 수는 6명을 일렬로 배열하는 순열의 수이므로

$$6!$$

따라서 구하는 모든 경우의 수는

$$1 \times 6! = 720$$

2 가운데 칸에 빨간색을 칠하면 나머지 6칸에 6가지 색을 칠하면 된다. 이때 파란색과 검은색을 1가지 색으로 생각하면 5가지 색을 칠하는 방법의 수는

$$(5-1)! = 4!$$

그 각각에 대하여 파란색, 검은색의 자리를 바꾸는 방법의 수는

$$2!$$

따라서 구하는 모든 방법의 수는

$$4! \times 2! = 48$$

3 3개의 문자 a, b, c 중에서 4개를 택하는 중복순열의 수는

$${}_3\Pi_4 = 81$$

b 가 포함되지 않는 경우의 수는 두 문자 a, c 중에서 4개를 뽑는 중복순열의 수와 같으므로

$${}_2\Pi_4 = 16$$

c 가 포함되지 않는 경우의 수는 두 문자 a, b 중에서 4개를 뽑는 중복순열의 수와 같으므로

$${}_2\Pi_4 = 16$$

b, c 가 모두 포함되지 않는 모든 경우의 수는 $aaaa$ 로

$$1$$

따라서 구하는 모든 경우의 수는

$$81 - (16 + 16 - 1) = 50$$

그러므로 ④이다.

다른 풀이 b 와 c 가 모두 포함되는 경우는 다음과 같다.

(i) a, a, b, c 를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$$\frac{4!}{2!} = 12$$

(ii) a, b, b, c 를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$$\frac{4!}{2!} = 12$$

(iii) a, b, c, c 를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$$\frac{4!}{2!} = 12$$

(iv) b, b, c, c 를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$$\frac{4!}{2! \times 2!} = 6$$

(v) b, b, b, c 를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$$\frac{4!}{3!} = 4$$

(vi) b, c, c, c 를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$$\frac{4!}{3!} = 4$$

따라서 구하는 모든 경우의 수는

$$12 + 12 + 12 + 6 + 4 + 4 = 50$$

그러므로 ④이다.

4 ○, × 중에서 n 개를 택하는 중복순열의 수는

$${}_2\Pi_n = 2^n$$

이때 $2^n \geq 200$ 이어야 하고 $2^7 = 128, 2^8 = 256$ 이므로

$$n \geq 8$$

따라서 n 의 최솟값은 8이다.

5 양 끝에 빨간 공 2개를 배열하고, 나머지 빨간 공 2개, 파란 공 3개, 노란 공 2개를 일렬로 배열하면 된다.

따라서 구하는 모든 방법의 수는 $\frac{7!}{2! \times 3! \times 2!} = 210$

6 T, M, W를 모두 A로 생각하고 8개의 문자 A, O, A, O, R, R, O, A를 일렬로 배열한 다음, 3개의 A를 차례로 T, M, W로 바꾸면 된다.

따라서 구하는 모든 경우의 수는

$$\frac{8!}{3! \times 3! \times 2!} = 560$$

그러므로 ⑤이다.

7 윤후의 집을 A, 나머지 4명의 친구의 집을 각각 B, C, D, E라고 하면 친구가 친구의 집을 방문하는 방법의 수는 6개의 문자 A, A, B, C, D, E를 일렬로 배열하는 방법의 수와 같으므로

$$\frac{6!}{2!} = 360$$

윤후의 집을 연이어 방문하는 방법의 수는 A, A를 하나의 문자로 생각하여 A, B, C, D, E를 일렬로 배열하는 방법의 수와 같으므로

$$5! = 120$$

따라서 구하는 모든 방법의 수는

$$360 - 120 = 240$$

- 8 사과 맛 사탕을 1개 고르고, 서로 다른 9가지 맛 사탕 중에서 중복을 허용하여 3개를 더 고르면 되므로

$${}_9H_3 = {}_{11}C_3 = 165$$

- 9 $(a+b+c)^3(x+y)^5$ 의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는 ${}_3H_3 \times {}_5H_5 = {}_5C_3 \times {}_6C_5 = 60$

a를 포함하지 않는 서로 다른 항의 개수는

$${}_2H_3 \times {}_5H_5 = {}_4C_3 \times {}_6C_5 = 24$$

따라서 구하는 서로 다른 항의 개수는

$$60 - 24 = 36$$

그러므로 ①이다.

- 10 6개의 자연수 4, 5, 6, 7, 8, 9 중에서 중복을 허용하여 3개를 뽑아 작은 수부터 차례로 x, y, z 에 놓으면 된다.

따라서 구하는 양의 정수해의 개수는

$${}_6H_3 = {}_8C_3 = 56$$

그러므로 ④이다.

- 11 $(4x-3y)^5$ 의 전개식에서 각 항은

$${}_5C_r \times (4x)^{5-r} \times (-3y)^r, \text{ 즉}$$

$${}_5C_r \times 4^{5-r} \times (-3)^r \times x^{5-r} y^r$$

의 꼴로 나타낼 수 있으므로 $x^{5-r} y^r = x^3 y^2$ 에서

$$5-r=3, r=2$$

따라서 $x^3 y^2$ 의 계수는

$${}_5C_2 \times 4^3 \times (-3)^2 = 5760$$

그러므로 ②이다.

- 12 $(x-2)^5$ 의 전개식에서 각 항은 ${}_5C_r \times (-2)^r \times x^{5-r}$ 의 꼴로 나타낼 수 있다.

(i) $5-r=3$, 즉 $r=2$ 인 경우

$$x^3 \text{의 계수는 } {}_5C_2 \times (-2)^2 = 40$$

(ii) $5-r=4$, 즉 $r=1$ 인 경우

$$x^4 \text{의 계수는 } {}_5C_1 \times (-2) = -10$$

$(x+a)(x-2)^5$ 의 전개식에서 x^4 의 계수는 160이므로

$$40 - 10a = 160, a = -12$$

따라서 ③이다.

- 13 ${}_nC_r = {}_{n-1}C_{r-1} + {}_{n-1}C_r (1 \leq r < n)$ 이므로

$${}_3C_1 + {}_4C_2 + {}_5C_3 + \cdots + {}_{20}C_{18}$$

$$= {}_3C_0 + ({}_3C_1 + {}_4C_2 + {}_5C_3 + \cdots + {}_{20}C_{18}) - {}_3C_0$$

$$= {}_4C_1 + {}_4C_2 + {}_5C_3 + \cdots + {}_{20}C_{18} - 1$$

$$= {}_5C_2 + {}_5C_3 + \cdots + {}_{20}C_{18} - 1$$

$\vdots$

$$= {}_{20}C_{17} + {}_{20}C_{18} - 1$$

$$= {}_{21}C_{18} - 1$$

$$= 1329$$

- 14 1학년 학생 2명을 한 명으로 생각하고, 3학년 학생 2명을 제외한 4명이 원탁에 앉는 경우의 수는

$$(4-1)! = 3!$$

▶ 30 %

그 각각에 대하여 1학년 학생 2명이 서로 자리를 바꾸어 앉는 경우의 수는

$$2!$$

▶ 20 %

또 그 각각에 대하여 4명의 학생 사이의 4개의 자리에 3학년 학생 2명이 앉는 경우의 수는

$${}_4P_2$$

▶ 40 %

따라서 구하는 모든 경우의 수는

$$3! \times 2! \times {}_4P_2 = 144$$

▶ 10 %

- 15 천의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 1, 2, 3, 4, 5이므로

$$5\text{개}$$

▶ 30 %

일의 자리에 올 수 있는 숫자는 0, 5이므로

$$2\text{개}$$

▶ 30 %

나머지 십의 자리, 백의 자리에 숫자를 배열하는 방법의 수는

$${}_6P_2 = 36$$

▶ 30 %

따라서 구하는 5의 배수의 개수는

$$5 \times 2 \times 36 = 360$$

▶ 10 %

- 16 (1) 지점 P에서 지점 R를 거쳐 지점 Q까지 가는 최단 경로의 수는

$$\frac{4!}{2! \times 2!} \times \frac{5!}{3! \times 2!} = 60$$

▶ 20 %

두 지점 R, S를 모두 거쳐 가는 최단 경로의 수는

$$\frac{4!}{2! \times 2!} \times 2! \times \frac{3!}{2!} = 36$$

▶ 20 %

따라서 구하는 최단 경로의 수는

$$60 - 36 = 24$$

▶ 10 %

- (2) 지점 P에서 지점 S를 거쳐 지점 Q까지 가는 최단 경로의 수는

$$\frac{6!}{3! \times 3!} \times \frac{3!}{2!} = 60$$

▶ 20 %

(1)에서 두 지점 R, S를 모두 거쳐 가는 최단 경로의 수는 36이므로 지점 R를 지나지 않고 지점 S를 지나는 최단 경로의 수는

$$60 - 36 = 24 \quad \blacktriangleright 20\%$$

따라서 두 지점 R, S 중에서 어느 한 지점만 지나는 최단 경로의 수는

$$24 + 24 = 48 \quad \blacktriangleright 10\%$$

- 17 각 학생에게 먼저 사탕을 2개씩 나누어 주고, 나머지 9개의 사탕을 3명의 학생에게 나누어 주면 된다.

▶ 60%

따라서 구하는 모든 방법의 수는

$${}_3H_9 = {}_{11}C_9 = 55 \quad \blacktriangleright 40\%$$

- 18 $(2+x)^n$ 의 전개식에서 각 항은

$${}_nC_r \times 2^{n-r} \times x^r$$

의 꼴로 나타낼 수 있으므로 x^2 , x^3 의 계수는 각각

$${}_nC_2 \times 2^{n-2}, {}_nC_3 \times 2^{n-3} \quad \blacktriangleright 50\%$$

x^3 의 계수는 x^2 의 계수의 2배이므로

$${}_nC_3 \times 2^{n-3} = 2 \times {}_nC_2 \times 2^{n-2}$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)}{6} \times 2^{n-3}$$

$$= 2 \times \frac{n(n-1)}{2} \times 2^{n-2} \quad \blacktriangleright 30\%$$

$n \geq 3$ 이므로 양변을 $n(n-1) \times 2^{n-3}$ 으로 나누면

$$\frac{n-2}{6} = 2$$

따라서 $n = 14$ ▶ 20%

- 19 방정식 $x+y+z=k$ (k 는 음이 아닌 정수)를 만족시키는 음이 아닌 정수해의 개수는

$${}_3H_k \quad \blacktriangleright 40\%$$

따라서 부등식 $x+y+z \leq 5$ 를 만족시키는 음이 아닌 정수해의 개수는

$${}_3H_0 + {}_3H_1 + {}_3H_2 + {}_3H_3 + {}_3H_4 + {}_3H_5$$

$$= {}_2C_0 + {}_3C_1 + {}_4C_2 + {}_5C_3 + {}_6C_4 + {}_7C_5$$

$$= 1 + 3 + 6 + 10 + 15 + 21$$

$$= 56 \quad \blacktriangleright 60\%$$

II 확률

Plus 연습

1 확률의 뜻과 활용

01 확률의 뜻 51~59쪽

- 01 (1) {(앞, 앞, 앞), (앞, 앞, 뒤), (앞, 뒤, 앞), (뒤, 앞, 앞), (앞, 뒤, 뒤), (뒤, 앞, 뒤), (뒤, 뒤, 앞), (뒤, 뒤, 뒤)}
(2) {(앞, 뒤, 뒤), (뒤, 앞, 뒤), (뒤, 뒤, 앞)}

- 02 $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$, $B = \{4, 8, 12\}$,

$$C = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

$$(1) A^C = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$$

$$(2) B \cup C = \{4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\} \text{이므로} \\ (B \cup C)^C = \{1, 2, 3, 5\}$$

$$(3) A \cap B = \emptyset, B \cap C = \{8, 12\},$$

$$A \cap C = \{7, 9, 11\} \text{이므로 서로 배반인 사건은} \\ A \text{와 } B$$

- 03 6명의 학생이 원탁에 앉는 모든 경우의 수는

$$5! = 120$$

A, B, C를 1명으로 생각하여 4명이 원탁에 앉고, 그 각각에 대하여 A, B, C가 서로 자리를 바꾸어 앉는 경우의 수는

$$3! \times 3! = 36$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{36}{120} = \frac{3}{10}$$

- 04 주사위 1개를 2번 던질 때, 나오는 모든 경우의 수는

$$36$$

$a+2b$ 가 5의 배수인 경우는 다음과 같다.

(i) $a+2b=5$ 인 경우: (1, 2), (3, 1)

(ii) $a+2b=10$ 인 경우: (2, 4), (4, 3), (6, 2)

(iii) $a+2b=15$ 인 경우: (3, 6), (5, 5)

(i), (ii), (iii)에서 $a+2b$ 가 5의 배수인 경우의 수는

$$2 + 3 + 2 = 7$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{7}{36}$$

- 05 부산에 투표한 학생 수의 상대도수는

$$\frac{370}{2000}=0.185$$

따라서 구하는 확률은 0.185이다.

02 확률의 덧셈정리 60~66쪽

- 01 임의로 학생 1명을 택할 때, 그 학생이 직업 적성 검사를 받은 학생인 사건을 A , 직업 흥미 검사를 받은 학생인 사건을 B 라고 하면 $A \cup B$ 는 직업 적성 검사 또는 직업 흥미 검사를 받은 학생인 사건이므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{70}{100} + \frac{45}{100} - \frac{23}{100} \\ &= \frac{92}{100} = \frac{23}{25} \end{aligned}$$

- 02 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 공 2개에 적힌 수가 모두 짝수인 사건을 A , 모두 홀수인 사건을 B 라고 하면 A, B 는 서로 배반사건이므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) \\ &= \frac{{}^7C_2}{{}^{15}C_2} + \frac{{}^8C_2}{{}^{15}C_2} \\ &= \frac{21}{105} + \frac{28}{105} \\ &= \frac{49}{105} = \frac{7}{15} \end{aligned}$$

- 03 임의로 6명을 동시에 뽑을 때, 남자 4명과 여자 2명이 뽑히는 사건을 A , 남자 5명과 여자 1명이 뽑히는 사건을 B 라고 하면 A, B 는 서로 배반사건이므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) \\ &= \frac{{}^5C_4 \times {}^4C_2}{{}^9C_6} + \frac{{}^5C_5 \times {}^4C_1}{{}^9C_6} \\ &= \frac{30}{84} + \frac{4}{84} = \frac{34}{84} = \frac{17}{42} \end{aligned}$$

- 04 임의로 4자루를 꺼낼 때, 4자루가 모두 빨간색인 사건을 A 라고 하자.

10자루 중에서 4자루를 꺼내는 방법의 수는

$${}^{10}C_4 = 210$$

이 중에서 모두 빨간색을 꺼내는 방법의 수는

$${}_6C_4 = 15 \text{이므로}$$

$$P(A) = \frac{15}{210} = \frac{1}{14}$$

따라서 적어도 1자루가 파란색일 확률은

$$P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{14} = \frac{13}{14}$$

- 05 임의로 하나를 택할 때, 그 함수가 $f(a)=f(b)$ 인 함수인 사건을 A 라고 하자.

X 에서 Y 로의 함수의 개수는

$${}_4\Pi_4 = 256$$

$f(a)=f(b)$ 인 함수의 개수는 ${}_4\Pi_3 = 64$ 이므로

$$P(A) = \frac{64}{256} = \frac{1}{4}$$

따라서 $f(a) \neq f(b)$ 인 함수일 확률은

$$P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

- 06 칼라를 사는 사건을 A 라고 하면 4종류의 꽃 중에서 6송이를 사는 경우의 수는

$${}_4H_6 = {}_9C_6 = 84$$

칼라를 제외한 장미, 튤립, 카네이션 3종류의 꽃 중에서 6송이를 사는 경우의 수는 ${}_3H_6 = {}_8C_6 = 28$ 이므로

$$P(A) = \frac{28}{84} = \frac{1}{3}$$

따라서 칼라를 사게 될 확률은

$$P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

2 조건부확률

01 조건부확률 74~79쪽

- 01 회사 사원 중에서 임의로 뽑은 1명이 봉사 활동에 참여한 사원인 사건을 A , 남자 사원인 사건을 B 라고 하면

$$P(A) = \frac{4}{5}, P(A \cap B) = \frac{3}{7}$$

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(B|A) &= \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \\ &= \frac{\frac{3}{7}}{\frac{4}{5}} = \frac{15}{28} \end{aligned}$$

- 02 공연 관람객 중에서 임의로 뽑은 1명이 청소년인 사건을 A , 단체 관람객인 사건을 B 라고 하면

$$P(A) = 0.6, P(A \cap B) = 0.2,$$

$$P(A \cup B) = 0.8$$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ 이므로

$$0.8 = 0.6 + P(B) - 0.2, P(B) = 0.4$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \\ = \frac{0.2}{0.4} = \frac{1}{2}$$

- 03** (1) 첫 번째와 두 번째에 빨간 공을 꺼내는 사건을 각각 A, B 라고 하면

$$P(A) = \frac{7}{10}$$

첫 번째에 빨간 공을 꺼냈을 때, 두 번째에도 빨간 공을 꺼낼 확률은

$$P(B|A) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) \\ = \frac{7}{10} \times \frac{2}{3} = \frac{7}{15}$$

- (2) 첫 번째와 두 번째에 흰 공을 꺼내는 사건을 각각 A, B 라고 하면

$$P(A) = \frac{3}{10}$$

첫 번째에 흰 공을 꺼냈을 때, 두 번째에도 흰 공을 꺼낼 확률은

$$P(B|A) = \frac{2}{9}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) \\ = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{1}{15}$$

- 04** 아시아에 있는 구장에서 경기를 하는 사건을 A , 경기에서 이기는 사건을 E 라고 하면

$$P(A) = 0.3, P(A^c) = 0.7,$$

$$P(E|A) = 0.6, P(E|A^c) = 0.4$$

- (1) A 팀이 아시아에 있는 구장에서 경기를 하고, 이길 확률은

$$P(A \cap E) = P(A)P(E|A) \\ = 0.3 \times 0.6 \\ = 0.18$$

- (2) A 팀이 다른 대륙에 있는 구장에서 경기를 하고, 이길 확률은

$$P(A^c \cap E) = P(A^c)P(E|A^c) \\ = 0.7 \times 0.4 \\ = 0.28$$

- (3) A 팀이 경기에서 이길 확률은

$$P(E) = P(A \cap E) + P(A^c \cap E) \\ = P(A)P(E|A) + P(A^c)P(E|A^c) \\ = 0.18 + 0.28 \\ = 0.46$$

02 사건의 독립과 종속 80~86쪽

- 01** 모임의 학생 중에서 임의로 뽑은 1명이 반려견을 키우는 학생인 사건을 A , 2학년 학생인 사건을 B 라고 하면

$$P(A) = \frac{24}{50} = \frac{12}{25}, P(B) = \frac{25}{50} = \frac{1}{2},$$

$$P(A \cap B) = \frac{7}{25}$$

$$P(A)P(B) = \frac{6}{25} \text{이므로}$$

$$P(A \cap B) \neq P(A)P(B)$$

따라서 두 사건 A 와 B 는 서로 종속이다.

- 02** 두 선수 A, B 가 입상하는 사건을 각각 A, B 라고 하면 두 사건 A, B 는 서로 독립이므로 구하는 확률은

$$P(A \cap B^c) + P(A^c \cap B) \\ = P(A)P(B^c) + P(A^c)P(B) \\ = \frac{1}{4} \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) + \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \frac{1}{3} \\ = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$$

- 03** (i) 3번의 타석에서 안타를 2번 칠 확률은 독립시행의 확률에 의하여

$${}_3C_2 \times 0.4^2 \times 0.6^1 = 0.288$$

- (ii) 3번의 타석에서 안타를 3번 칠 확률은 독립시행의 확률에 의하여

$${}_3C_3 \times 0.4^3 \times 0.6^0 = 0.064$$

따라서 구하는 확률은

$$0.288 + 0.064 = 0.352$$

- 04** 주사위 1개를 6번 던질 때 6의 약수가 나오는 횟수를 x , 6의 약수가 아닌 수가 나오는 횟수를 y 라고 하자. 주사위 1개를 6번 던지므로

$$x + y = 6$$

6의 약수가 나오면 양의 방향으로 3만큼, 6의 약수가 아닌 수가 나오면 음의 방향으로 1만큼 움직이고, 점 P 가 2에 도착해야 하므로

$$3x - y = 2$$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$$x = 2, y = 4$$

주사위 1개를 1번 던질 때 6의 약수가 나올 확률은

$$\frac{2}{3}$$

따라서 구하는 확률은

$${}_6C_2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{20}{243}$$

1 $\frac{1}{35}$	2 5	3 ②	4 $\frac{7}{27}$	5 0.3
6 $\frac{5}{12}$	7 $\frac{595}{729}$	8 ④	9 ③	10 ⑤
11 $\frac{2}{3}$	12 ⑤	13 $\frac{19}{56}$	14 $\frac{1}{3}$	15 $\frac{1}{2}$
16 0.12	17 $\frac{4}{25}$	18 $\frac{3}{8}$		

- 1 남학생 3명과 여학생 4명의 면접 순서를 정하는 모든 경우의 수는 7!

남학생과 여학생이 번갈아 들어가도록 순서를 정하는 경우의 수는 여학생 4명을 일렬로 세운 뒤 여학생 사이사이의 3개의 자리에 남학생 3명을 세우는 경우의 수와 같으므로

$$4! \times 3!$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{4! \times 3!}{7!} = \frac{1}{35}$$

- 2 10개의 사탕 중에서 2개를 꺼내는 모든 경우의 수는

$${}_{10}C_2 = 45$$

포도 맛 사탕의 개수를 x 라고 하면 딸기 맛 사탕의 개수는 $10-x$ 이므로 포도 맛 사탕과 딸기 맛 사탕을 각각 한 개씩 꺼내는 경우의 수는

$${}_xC_1 \times {}_{10-x}C_1 = x(10-x)$$

포도 맛 사탕과 딸기 맛 사탕이 각각 한 개씩 나올 확률은

$$\frac{x(10-x)}{45} = -\frac{1}{45}(x-5)^2 + \frac{5}{9}$$

따라서 위의 식의 값은 $x=5$ 일 때 최대이므로 구하는 포도 맛 사탕의 개수는 5이다.

- 3 시행을 4번 반복할 때 나오는 모든 경우의 수는

$${}_8P_4 = 4096$$

- (i) 1, 2, 4, 8이 적힌 공이 0개, 3개, 1개, 0개인 경우 2, 2, 2, 4를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{4!}{3!} = 4$$

- (ii) 1, 2, 4, 8이 적힌 공이 1개, 1개, 2개, 0개인 경우 1, 2, 4, 4를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{4!}{2!} = 12$$

- (iii) 1, 2, 4, 8이 적힌 공이 1개, 2개, 0개, 1개인 경우 1, 2, 2, 8을 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{4!}{2!} = 12$$

- (iv) 1, 2, 4, 8이 적힌 공이 2개, 0개, 1개, 1개인 경우 1, 1, 4, 8을 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로 $\frac{4!}{2!} = 12$

- (i)~(iv)에서 꺼낸 공에 적힌 4개의 수의 곱이 32가 되는 경우의 수는

$$4 + 12 + 12 + 12 = 40$$

$$\text{따라서 구하는 확률은 } \frac{40}{4096} = \frac{5}{512}$$

그러므로 ②이다.

- 4 $Y = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로 집합 X 에서 집합 Y 로의 함수의 개수는

$${}_6P_3 = 216$$

$x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \leq f(x_2)$ 를 만족시키는 함수의 개수는 집합 Y 의 원소 6개 중에서 3개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_6H_3 = {}_8C_3 = 56$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{56}{216} = \frac{7}{27}$$

- 5 방문한 손님이 소고기를 산 사람인 사건을 A , 돼지고기를 산 사람인 사건을 B 라고 하면 $A \cup B$ 는 소고기 또는 돼지고기를 산 사람인 사건이므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A) + P(B) - P(A \cup B) \\ &= 0.4 + 0.8 - 0.9 \\ &= 0.3 \end{aligned}$$

- 6 $P(A) = x$, $P(B) = y$ 라고 하면

$$2P(A) = 3P(B) \text{에서 } 2x = 3y$$

$$y = \frac{2}{3}x \quad \dots\dots ①$$

$$P(B)\{1 - P(A)\} = \frac{1}{8} \text{에서}$$

$$y(1-x) = \frac{1}{8} \quad \dots\dots ②$$

①을 ②에 대입하면

$$\frac{2}{3}x(1-x) = \frac{1}{8}, 16x^2 - 16x + 3 = 0$$

$$(4x-1)(4x-3) = 0, x = \frac{1}{4} \text{ 또는 } x = \frac{3}{4}$$

$$\text{그런데 } 0 < P(A) < \frac{1}{2} \text{이므로 } x = \frac{1}{4}, y = \frac{1}{6}$$

$$\text{즉, } P(A) = \frac{1}{4}, P(B) = \frac{1}{6}$$

따라서 두 사건 A , B 는 서로 배반사건이므로

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) \\ &= \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12} \end{aligned}$$

- 7 각 자리의 수가 0이 아닌 세 자리의 자연수의 개수는
 ${}_9\Pi_3=729$
 각 자리의 수의 곱이 5 이상의 짝수인 사건을 A 라고 하면 A^c 은 각 자리의 수의 곱이 5 미만이거나 홀수인 사건이다. 즉, A^c 은 각 자리의 수가 모두 홀수이거나 각 자리의 수의 곱이 2 또는 4인 사건이다.
 (i) 각 자리의 수가 모두 홀수인 경우
 1, 3, 5, 7, 9에서 3개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로
 ${}_5\Pi_3=125$
 (ii) 각 자리의 수의 곱이 2 또는 4인 경우
 각 자리의 수의 곱이 2인 경우는 (1, 1, 2)를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로
 $\frac{3!}{2!}=3$
 각 자리의 수의 곱이 4인 경우는 (1, 1, 4), (1, 2, 2)를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로
 $\frac{3!}{2!} + \frac{3!}{2!}=6$
 (i), (ii)에서 $P(A^c)=\frac{134}{729}$
 따라서 구하는 확률은
 $P(A)=1-P(A^c)$
 $=1-\frac{134}{729}=\frac{595}{729}$
- 8 6가지의 물질을 원 모양의 실험 기구에 넣는 모든 방법의 수는
 $5!=120$
 B, F를 1가지로 생각하여 5가지의 물질을 원 모양의 실험 기구에 넣고, 그 각각에 대하여 B, F가 서로 자리를 바꾸는 방법의 수는
 $4! \times 2!=48$
 B, F를 이웃하게 넣을 확률은 $\frac{48}{120}=\frac{2}{5}$
 따라서 구하는 확률은 $1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$
 그러므로 ④이다.
- 9 참가자 중에서 임의로 뽑은 학생 1명이 스케이트를 택한 학생인 사건을 A , 여학생인 사건을 B 라고 하면
 $P(A)=\frac{45}{80}=\frac{9}{16}$, $P(A \cap B)=\frac{27}{80}$
 따라서 구하는 확률은
 $P(B|A)=\frac{P(A \cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{27}{80}}{\frac{9}{16}}=\frac{3}{5}$
 그러므로 ③이다.

- 10 $P(A|B)=P(B|A)$ 에서
 $\frac{P(A \cap B)}{P(B)}=\frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ 이므로
 $P(A)=P(B)=\frac{1}{4}$
 확률의 곱셈정리에 의하여
 $P(A \cap B)=P(B|A)P(A)$
 $=\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}=\frac{1}{12}$
 따라서 $P(B \cap A^c)=P(B)-P(A \cap B)$
 $=\frac{1}{4}-\frac{1}{12}=\frac{1}{6}$
 그러므로 ⑤이다.
- 11 CPA 합격자 중에서 임의로 택한 1명이 경영학과 졸업생인 사건을 A , 서울에서 취업한 사람인 사건을 E 라고 하면
 $P(A)=0.6$, $P(A^c)=0.4$,
 $P(E|A)=0.4$, $P(E|A^c)=0.3$
 서울에서 취업할 확률은
 $P(E)=P(A \cap E)+P(A^c \cap E)$
 $=P(A)P(E|A)+P(A^c)P(E|A^c)$
 $=0.6 \times 0.4 + 0.4 \times 0.3$
 $=0.36$
 따라서 구하는 확률은
 $P(A|E)=\frac{P(A \cap E)}{P(E)}$
 $=\frac{0.6 \times 0.4}{0.36}=\frac{2}{3}$
- 12 주사위 1개를 던질 때 4 이상이 나올 확률은
 $\frac{1}{2}$
 동전 1개를 던질 때 뒷면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$
 $x^2+y^2=10$ 을 만족시키는 0 이상의 정수 x, y 는 $x=1, y=3$ 또는 $x=3, y=1$ 일 때이다.
 (i) $x=1, y=3$ 인 경우
 주사위의 눈의 수가 4 이상이 1회, 동전의 뒷면이 3회 나올 확률은
 ${}_6C_1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^5 \times {}_6C_3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3$
 $=\frac{15}{512}$
 (ii) $x=3, y=1$ 인 경우
 주사위의 눈의 수가 4 이상이 3회, 동전의 뒷면이 1회 나올 확률은
 ${}_6C_3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times {}_6C_1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^5$
 $=\frac{15}{512}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{15}{512} + \frac{15}{512} = \frac{15}{256}$$

그러므로 ⑤이다.

- 13** 집합 $\{1, 2, 3\}$ 의 부분집합의 개수는 $2^3=8$ 이고 $X \neq Y$ 이므로 두 집합 X, Y 를 택하는 방법의 수는

$${}_8P_2=56 \quad \blacktriangleright 30\%$$

(i) $n(Y)=3$ 인 경우

$$Y=\{1, 2, 3\} \text{이므로 집합 } X \text{의 개수는} \\ 2^3-1=7$$

(ii) $n(Y)=2$ 인 경우

$$Y=\{1, 2\} \text{ 또는 } Y=\{1, 3\} \text{ 또는 } Y=\{2, 3\} \text{이} \\ \text{므로 집합 } X \text{의 개수는} \\ 3 \times (2^2-1)=9$$

(iii) $n(Y)=1$ 인 경우

$$Y=\{1\} \text{ 또는 } Y=\{2\} \text{ 또는 } Y=\{3\} \text{이므로 집합} \\ X \text{의 개수는} \\ 3 \times (2^1-1)=3$$

(i), (ii), (iii)에서 $X \subset Y$ 를 만족시키는 집합 X, Y 의 개수는

$$7+9+3=19 \quad \blacktriangleright 60\%$$

따라서 구하는 확률은 $\frac{19}{56}$ $\blacktriangleright 10\%$

- 14** 8개의 문자를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$8! \quad \blacktriangleright 30\%$$

W, P, C를 모두 $\triangle$ 로 생각하면 $\triangle, O, R, L, D, \triangle, U, \triangle$ 이고 이 8개를 일렬로 나열한 다음 $\triangle$ 에 차례로 W, C, P 또는 P, C, W를 넣으면 되므로 그 경우의 수는

$$\frac{8!}{3!} \times 2! \quad \blacktriangleright 60\%$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{\frac{8!}{3!} \times 2!}{8!} = \frac{1}{3} \quad \blacktriangleright 10\%$$

- 15** 두 상자 A, B에서 각각 카드 1장을 꺼낼 때 나오는 모든 경우의 수는

$$5 \times 4 = 20 \quad \blacktriangleright 20\%$$

두 수의 합이 짝수인 경우는

$$(\text{짝수}) + (\text{짝수}), (\text{홀수}) + (\text{홀수})$$

인 경우로 나누어 생각할 수 있다.

(i) (짝수)+(짝수)인 경우

$$\text{그 경우의 수는 } 2 \times 2 = 4$$

(ii) (홀수)+(홀수)인 경우

$$\text{그 경우의 수는 } 3 \times 2 = 6$$

(i), (ii)에서 두 수의 합이 짝수인 경우의 수는

$$4+6=10 \quad \blacktriangleright 60\%$$

따라서 구하는 확률은 $\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$ $\blacktriangleright 20\%$

- 16** A가 10점을 맞는 사건을 A, B가 10점을 맞는 사건을 B라고 하면 두 사건 A, B는 서로 독립이므로

$$P(A^c \cap B) + P(A \cap B^c) = 0.46,$$

$$P(A \cap B) = 0.42,$$

$$P(A \cup B) = 0.46 + 0.42 = 0.88 \quad \blacktriangleright 40\%$$

두 선수 모두 10점을 맞지 못하는 사건은

$$A^c \cap B^c \quad \blacktriangleright 20\%$$

이므로 구하는 확률은

$$P(A^c \cap B^c) = P((A \cup B)^c) \\ = 1 - P(A \cup B) \\ = 1 - 0.88 = 0.12 \quad \blacktriangleright 40\%$$

- 17** 우찬이가 당첨권을 뽑는 사건을 A, 하민이가 당첨권을 뽑는 사건을 B라고 하자.

우찬이가 당첨권을 뽑고, 하민이도 당첨권을 뽑을 확률은

$$P(A \cap B) = \frac{4}{25} \times \frac{3}{24} = \frac{1}{50} \quad \blacktriangleright 40\%$$

우찬이가 당첨권을 뽑지 못하고 하민이가 당첨권을 뽑을 확률은

$$P(A^c \cap B) = \frac{21}{25} \times \frac{4}{24} = \frac{7}{50} \quad \blacktriangleright 40\%$$

따라서 구하는 확률은

$$P(B) = P(A \cap B) + P(A^c \cap B) \\ = \frac{1}{50} + \frac{7}{50} = \frac{4}{25} \quad \blacktriangleright 20\%$$

- 18** 4번째 가위바위보까지 찬민이와 민율이 각각 2번씩 이기면, 5번째 가위바위보에서 누가 이기더라도 모듬 장은 결정된다.

따라서 구하는 확률은

$${}_4C_2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{8} \quad \blacktriangleright 40\%$$

III 통계

Plus 연습

1 확률분포

01 확률변수와 확률분포 109~113쪽

- 01 (1) 동전 10개를 동시에 던지는 시행에서 앞면이 나온 동전의 개수를 확률변수 X 라고 하면 표본공간 S 는 $S = \{0, 1, 2, 3, \dots, 10\}$ 이때 X 가 가지는 값은 11개이므로 이산확률변수이다.
- (2) 어느 가정에서 하루 동안 물을 사용하는 시행에서 사용한 물의 양을 확률변수 X 라고 하면 표본공간 S 는 $S = \{x | x \geq 0\}$ 이때 X 는 0 이상의 모든 실숫값을 가지므로 연속확률변수이다.

- 02 (1) 확률변수 X 가 가지는 값은 0, 1, 2, 3이고, 각 값을 가질 확률은

$$P(X=0) = {}_3C_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

$$P(X=1) = {}_3C_1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{8}$$

$$P(X=2) = {}_3C_2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{3}{8}$$

$$P(X=3) = {}_3C_1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^0 = \frac{1}{8}$$

따라서 확률분포표는 다음과 같고,

X	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

확률질량함수는

$$P(X=x) = {}_3C_x \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \quad (x=0, 1, 2, 3)$$

- (2) 모든 동전이 앞면이 나올 확률은 $P(X=3)$ 이고, 모든 동전이 뒷면이 나올 확률은 $P(X=0)$ 이므로

$$P(X=0) + P(X=3) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$$

02 이산확률변수의 기댓값과 표준편차 114~122쪽

- 01 확률변수 X 가 가지는 값은 0, 1, 2이고, 각 값을 가질 확률은

$$P(X=0) = {}_2C_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$P(X=1) = {}_2C_1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2}$$

$$P(X=2) = {}_2C_2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^0 = \frac{1}{4}$$

이므로 X 의 확률분포표는 다음과 같다.

X	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1

$$\text{따라서 } E(X) = 0 \times \frac{1}{4} + 1 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{4} = 1$$

- 02 100원짜리 동전 1개와 50원짜리 동전 2개를 동시에 던질 때, 앞면을 H, 뒷면을 T라 하고 나오는 모든 경우를 표로 나타내면 다음과 같다.

100원짜리	50원짜리	상금(원)
H	HH	200
H	HT	150
H	TH	150
H	TT	100
T	HH	100
T	HT	50
T	TH	50
T	TT	0

받는 상금을 확률변수 X 라고 하면 X 가 가지는 값은 0, 50, 100, 150, 200이고, 각 값을 가질 확률은

$$P(X=0) = \frac{1}{8}, P(X=50) = \frac{1}{4}$$

$$P(X=100) = \frac{1}{4}, P(X=150) = \frac{1}{4}$$

$$P(X=200) = \frac{1}{8}$$

이므로 X 의 확률분포표는 다음과 같다.

X	0	50	100	150	200	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	1

$$\begin{aligned} \text{즉, } E(X) &= 0 \times \frac{1}{8} + 50 \times \frac{1}{4} + 100 \times \frac{1}{4} \\ &\quad + 150 \times \frac{1}{4} + 200 \times \frac{1}{8} \\ &= 100 \end{aligned}$$

따라서 상금의 기댓값은 100원이다.

- 03 $E(X) = (-1) \times \frac{1}{6} + 0 \times \frac{1}{3} + 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

$$E(X^2) = (-1)^2 \times \frac{1}{6} + 0^2 \times \frac{1}{3} + 1^2 \times \frac{1}{2} = \frac{2}{3} \text{이므로}$$

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 = \frac{2}{3} - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{5}{9}$$

04 (1) $\frac{1}{10} + a + b + \frac{1}{5} = 1$ 이므로

$$a + b = \frac{7}{10} \quad \dots\dots ①$$

$$E(X) = 1 \times \frac{1}{10} + 2a + 3b + 4 \times \frac{1}{5} = \frac{14}{5} \text{이므로}$$

$$2a + 3b = \frac{19}{10} \quad \dots\dots ②$$

①, ②를 연립하여 풀면 $a = \frac{1}{5}, b = \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} (2) V(X) &= E(X^2) - \{E(X)\}^2 \\ &= 1^2 \times \frac{1}{10} + 2^2 \times \frac{1}{5} + 3^2 \times \frac{1}{2} + 4^2 \times \frac{1}{5} - \left(\frac{14}{5}\right)^2 \\ &= \frac{86}{10} - \frac{196}{25} = \frac{19}{25} \end{aligned}$$

05 확률변수 X 의 확률분포표는 다음과 같다.

X	-2	-1	0	1	2	4	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{7}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	1

X 의 평균은

$$\begin{aligned} E(X) &= (-2) \times \frac{1}{8} + (-1) \times \frac{1}{8} + 0 \times \frac{7}{16} \\ &\quad + 1 \times \frac{1}{8} + 2 \times \frac{1}{8} + 4 \times \frac{1}{16} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

따라서 X 의 분산과 표준편차는

$$\begin{aligned} V(X) &= E(X^2) - \{E(X)\}^2 \\ &= (-2)^2 \times \frac{1}{8} + (-1)^2 \times \frac{1}{8} + 0^2 \times \frac{7}{16} \\ &\quad + 1^2 \times \frac{1}{8} + 2^2 \times \frac{1}{8} + 4^2 \times \frac{1}{16} - \left(\frac{1}{4}\right)^2 \\ &= \frac{35}{16} \\ \sigma(X) &= \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{35}{16}} = \frac{\sqrt{35}}{4} \end{aligned}$$

06 $E(X) = -3, V(X) = 2$ 이므로

$$E(-3X+2) = (-3) \times E(X) + 2 = 11$$

$$V(-3X+2) = (-3)^2 \times V(X) = 18$$

$$\sigma(-3X+2) = |-3| \times \sigma(X) = 3\sqrt{2}$$

07 $E(Y) = E(aX+b) = aE(X) + b = 4a+b$

$$E(Y) = 0 \text{이므로 } 4a+b=0 \quad \dots\dots ①$$

$$V(Y) = V(aX+b) = a^2V(X) = 2a^2$$

$$V(Y) = 8 \text{이므로}$$

$$8 = 2a^2, a^2 = 4, a = -2 \text{ 또는 } a = 2$$

그런데 $a < 0$ 이므로 $a = -2$

$a = -2$ 를 ①에 대입하여 풀면 $b = 8$

03 이항분포 123~127쪽

01 확률변수 X 는 이항분포 $B(10, 0.8)$ 을 따르므로 X 의 확률질량함수는

$$\begin{aligned} P(X=x) &= {}_{10}C_x \times 0.8^x \times 0.2^{10-x} \\ &\quad (x=0, 1, 2, 3, \dots, 10) \end{aligned}$$

02 남자의 수를 확률변수 X 라고 하면 남자를 택할 확률이 0.499이므로 X 는 이항분포 $B(5, 0.499)$ 를 따른다.

$$\begin{aligned} &\text{이때 남자가 1명 이하가 되려면 } X \leq 1 \text{이어야 하므로} \\ &P(X \leq 1) \\ &= P(X=0) + P(X=1) \\ &= {}_5C_0 \times 0.499^0 \times 0.501^5 + {}_5C_1 \times 0.499^1 \times 0.501^4 \\ &= 0.188752 \dots \end{aligned}$$

따라서 구하는 확률은 0.189이다.

03 $E(X) = 36 \times \frac{1}{6} = 6$

$$V(X) = 36 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} = 5$$

$$\sigma(X) = \sqrt{5}$$

04 불량품의 개수를 확률변수 X 라고 하면 X 는 이항분포 $B(10000, 0.01)$ 을 따르므로

$$E(X) = 10000 \times 0.01 = 100$$

$$V(X) = 10000 \times 0.01 \times 0.99 = 99$$

$$\sigma(X) = \sqrt{99} = 3\sqrt{11}$$

따라서 평균은 100개, 표준편차는 $3\sqrt{11}$ 개이다.

05 확률변수 X 는 이항분포 $B(300, 0.6)$ 을 따른다.

(1) $E(X) = 300 \times 0.6 = 180$

$$V(X) = 300 \times 0.6 \times 0.4 = 72 \text{이므로}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

(2) $E(X) = 180, \sigma(X) = 6\sqrt{2}$ 이므로

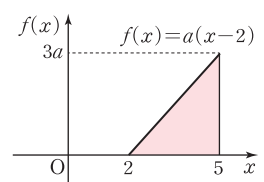
$$E(2X-5) = 2 \times E(X) - 5 = 355$$

$$\sigma(2X-5) = |2| \sigma(X) = 12\sqrt{2}$$

04 정규분포 128~140쪽

01 $f(x) \geq 0$ 이어야 하므로 $a \geq 0$

$f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, 이 그래프와 x 축 및 직선 $x=5$ 로 둘러싸인 부분의 넓이가 1이어야 하므로



$$\frac{1}{2} \times 3 \times 3a = 1, a = \frac{2}{9}$$

따라서 구하는 확률은 $f(x)$ 의 그래프와 x 축 및 직선

$x=3$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이이므로

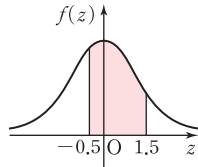
$$P(2 \leq X \leq 3) = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{2}{9} = \frac{1}{9}$$

02 (1) 대칭축의 위치가 오른쪽에 있을수록 평균이 크므로 $m_A = m_B < m_C$

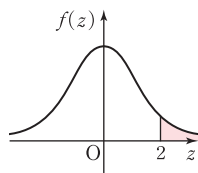
(2) 높이가 낮아지면서 양쪽으로 넓게 퍼질수록 표준편차가 크므로

$$\sigma_A = \sigma_C < \sigma_B$$

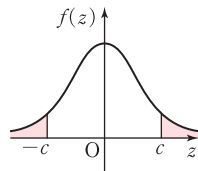
03 (1) $P(-0.5 \leq Z \leq 1.5)$
 $= P(0 \leq Z \leq 0.5)$
 $+ P(0 \leq Z \leq 1.5)$
 $= 0.1915 + 0.4332$
 $= 0.6247$



(2) $P(Z \geq 2)$
 $= 0.5 - P(0 \leq Z \leq 2)$
 $= 0.5 - 0.4772$
 $= 0.0228$



04 $P(|Z| \geq c)$
 $= 1 - P(|Z| \leq c)$
 $= 1 - P(-c \leq Z \leq c)$
 $= 1 - 2 \times P(0 \leq Z \leq c)$
 $= 0.0120$



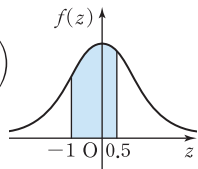
즉, $P(0 \leq Z \leq c) = 0.4940$

따라서 $P(0 \leq Z \leq 2.51) = 0.4940$ 이므로

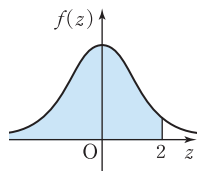
$$c = 2.51$$

05 확률변수 X 의 평균이 50, 표준편차가 $\sqrt{400} = 20$ 이므로 확률변수 $Z = \frac{X-50}{20}$ 은 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

(1) $P(30 \leq X \leq 60)$
 $= P\left(\frac{30-50}{20} \leq Z \leq \frac{60-50}{20}\right)$
 $= P(-1 \leq Z \leq 0.5)$
 $= P(0 \leq Z \leq 1)$
 $+ P(0 \leq Z \leq 0.5)$
 $= 0.3413 + 0.1915$
 $= 0.5328$



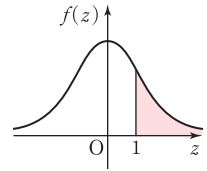
(2) $P(X \leq 90)$
 $= P\left(Z \leq \frac{90-50}{20}\right)$
 $= P(Z \leq 2)$
 $= 0.5 + P(0 \leq Z \leq 2)$
 $= 0.5 + 0.4772$
 $= 0.9772$



06 심리 검사의 점수를 확률변수 X 라고 하면 X 는 정규분포 $N(100, 225)$ 를 따른다.

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned} & P(X \geq 115) \\ &= P\left(Z \geq \frac{115-100}{15}\right) \\ &= P(Z \geq 1) \\ &= 0.5 - P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= 0.5 - 0.3413 \\ &= 0.1587 \end{aligned}$$



07 $np \geq 5, nq \geq 5$ 이므로 n 은 충분히 크고,

$$np = 36 \times \frac{1}{2} = 18, npq = 36 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 9$$

이므로 X 는 정규분포 $N(18, 9)$ 를 따른다.

(1) $P(21 \leq X \leq 24) = P\left(\frac{21-18}{3} \leq Z \leq \frac{24-18}{3}\right)$
 $= P(1 \leq Z \leq 2)$
 $= P(0 \leq Z \leq 2) - P(0 \leq Z \leq 1)$
 $= 0.4772 - 0.3413$
 $= 0.1359$

(2) $P(X \leq 22.5) = P\left(Z \leq \frac{22.5-18}{3}\right)$
 $= P(Z \leq 1.5)$
 $= 0.5 + P(0 \leq Z \leq 1.5)$
 $= 0.5 + 0.4332$
 $= 0.9332$

08 이 지역에 거주하는 사람 10000명 중에서 성인의 수를 확률변수 X 라고 하면 X 는 $n=10000, p=0.8$ 인 이항분포 $B(10000, 0.8)$ 을 따른다.

이때 $np \geq 5, nq \geq 5$ 이므로 n 은 충분히 크고,

$np=8000, npq=1600$ 이므로 X 는 정규분포 $N(8000, 1600)$ 을 따른다.

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned} & P(8080 \leq X \leq 8090) \\ &= P\left(\frac{8080-8000}{40} \leq Z \leq \frac{8090-8000}{40}\right) \\ &= P(2 \leq Z \leq 2.25) \\ &= P(0 \leq Z \leq 2.25) - P(0 \leq Z \leq 2) \\ &= 0.4878 - 0.4772 \\ &= 0.0106 \end{aligned}$$

09 앞면이 나오는 횟수를 확률변수 X 라고 하면 X 는

$n=100, p=\frac{1}{2}$ 인 이항분포 $B\left(100, \frac{1}{2}\right)$ 을 따른다.

이때 $np \geq 5, nq \geq 5$ 이므로 n 은 충분히 크고,

$np=100 \times \frac{1}{2} = 50, npq=100 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 25$ 이므로

X 는 정규분포 $N(50, 25)$ 를 따른다.

한편 앞면이 나오는 횟수가 X 이므로 뒷면이 나오는 횟수는 $100 - X$
 동전 1개를 100번 던졌을 때, 점 P가 80 이상의 수에 도착하려면

$$\begin{aligned} 2X - (100 - X) &\geq 80, X \geq 60 \\ \text{따라서 구하는 확률은} \\ P(X \geq 60) &= P\left(Z \geq \frac{60 - 50}{5}\right) \\ &= P(Z \geq 2) \\ &= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 2) \\ &= 0.5 - 0.4772 = 0.0228 \end{aligned}$$

2 통계적 추정

01 모집단과 표본 149~150쪽

- 01 (1) 표본조사 (2) 전수조사

02 표본평균의 분포 151~154쪽

- 01 크림 빵 1개의 무게를 확률변수 X 라고 하면
 $E(X) = 220, V(X) = 100, \sigma(X) = 10$
 크림 빵 4개의 평균을 $\bar{X}$ 라고 하면
 $E(\bar{X}) = 220, V(\bar{X}) = \frac{100}{4} = 25, \sigma(\bar{X}) = \sqrt{25} = 5$
 따라서 표본평균의 평균은 220 g, 표본평균의 표준편차는 5 g이다.

- 02 이 양계장에서 생산된 달걀의 무게를 확률변수 X 라고 하면 X 는 정규분포 $N(60, 9)$ 를 따르므로 임의추출한 달걀 25개의 무게의 평균을 $\bar{X}$ 라고 하면 $\bar{X}$ 는 정규분포 $N(60, 0.36)$ 을 따른다.

따라서 확률변수 $Z = \frac{\bar{X} - 60}{0.6}$ 은 표준정규분포

$N(0, 1)$ 을 따르므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(\bar{X} \leq 61.5) &= P\left(Z \leq \frac{61.5 - 60}{0.6}\right) \\ &= P(Z \leq 2.5) \\ &= 0.5 + P(0 \leq Z \leq 2.5) \\ &= 0.5 + 0.4938 = 0.9938 \end{aligned}$$

03 모평균의 추정 155~160쪽

- 01 $P(-1.64 \leq Z \leq 1.64) = 0.90$ 이므로 모평균 m 에 대한 신뢰도 90 %의 신뢰구간은

$$\bar{x} - 1.64 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq m \leq \bar{x} + 1.64 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

- 02 표본의 크기는 $n = 100$, 표본평균의 실제 관측값은 $\bar{x} = 350$, 모표준편차는 $\sigma = 1$ 이므로 이 공장에서 생산된 제품 1개의 평균 질량 m 에 대한 신뢰도 95 % 신뢰구간은

$$350 - 1.96 \times \frac{1}{\sqrt{100}} \leq m \leq 350 + 1.96 \times \frac{1}{\sqrt{100}}$$

따라서 $349.804 \leq m \leq 350.196$ (단위: g)

즉, 349.804 g 이상 350.196 g 이하인 범위에 이 공장에서 생산된 제품 1개의 질량의 평균이 포함되어 있다는 추정의 신뢰도가 95 %이다.

- 03 표본평균의 실제 관측값은 $\bar{x} = 18$, 모표준편차는 $\sigma = 3$ 이므로 모평균 m 에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$$18 - 1.96 \times \frac{3}{\sqrt{n}} \leq m \leq 18 + 1.96 \times \frac{3}{\sqrt{n}}$$

이때 $17.02 \leq m \leq 18.98$ 이므로

$$1.96 \times \frac{3}{\sqrt{n}} = 0.98, \sqrt{n} = 6$$

따라서 $n = 36$

- 04 모표준편차는 $\sigma = 1$ 이므로 모평균 m 을 신뢰도 95 %로 추정할 때의 신뢰구간의 길이는

$$2 \times 1.96 \times \frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{3.92}{\sqrt{n}}$$

신뢰구간의 길이가 0.5 이하이려면 $\frac{3.92}{\sqrt{n}} \leq 0.5$ 에서

$$\sqrt{n} \geq 7.84, n \geq 61.4656$$

따라서 n 의 최솟값은 62이다.

- 05 $P(|Z| \leq c) = \frac{\alpha}{100}$ 를 만족시키는 양수 c 에 대하여 크기가 10, n 인 표본을 임의추출하였을 때, 모평균 m 의 신뢰구간의 길이가 각각 12, 6이므로

$$2c \times \frac{\sigma}{\sqrt{10}} = 12, 2c \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 6$$

$$c\sigma = 6\sqrt{10}, c\sigma = 3\sqrt{n}$$

따라서 $6\sqrt{10} = 3\sqrt{n}$ 이므로

$$n = 40$$

시험 대비 대단원 TEST

..... 176~178쪽

1 20	2 ②	3 ④	4 ①	5 $\frac{3}{2}$
6 5328명	7 39	8 0.9772	9 ⑤	10 0.1587
11 $99.02 \leq m \leq 100.98$	12 167	13 $\frac{112}{125}$		
14 평균: 60, 분산: 50	15 0.6915			
16 0.4987	17 0.9544			
18 풀이 참고				

1 $\frac{2}{n} + \frac{4}{n} + \frac{6}{n} + \frac{8}{n} = 1$ 이므로 $\frac{20}{n} = 1$
따라서 $n = 20$

2 이산확률변수 X 의 평균과 표준편차는

$$E(X) = (-1) \times \frac{1}{4} + 0 \times \frac{1}{4} + 1 \times \frac{1}{10} + 2 \times \frac{2}{5}$$

$$= \frac{13}{20}$$

$$V(X) = (-1)^2 \times \frac{1}{4} + 0^2 \times \frac{1}{4} + 1^2 \times \frac{1}{10} + 2^2 \times \frac{2}{5} - \left(\frac{13}{20}\right)^2$$

$$= \frac{611}{400}$$

따라서 $p = 611$, $q = 400$ 이므로 $p - q = 211$
그러므로 ②이다.

3 $E(X) = 3$, $E(X^2) = 12$ 이므로

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 = 3$$

$$V(aX + b) = a^2 V(X) = 3a^2 = 12 \text{이므로}$$

$$a^2 = 4, a = -2 \text{ 또는 } a = 2$$

그런데 $a > 0$ 이므로 $a = 2$

$$E(aX + b) = aE(X) + b = 3a + b = 10 \text{이므로}$$

$$b = 4$$

$$\text{따라서 } a^2 + b^2 = 20$$

그러므로 ④이다.

4 $E(X) = 100p$, $V(X) = 100p(1-p)$ 이므로
 $\{E(X)\}^2 = 25V(X)$ 에서

$$(100p)^2 = 25 \times 100p(1-p)$$

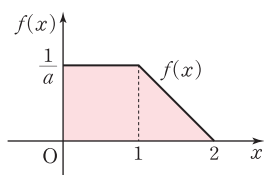
$p > 0$ 이므로 양변을 $100p$ 로 나누면

$$100p = 25 - 25p$$

$$\text{따라서 } p = \frac{1}{5}$$

그러므로 ①이다.

5 양수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, 이 그래프와 x 축 및 직선 $x = 0$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이가 1이므로



$$\frac{1}{2} \times (1+2) \times \frac{1}{a} = 1$$

$$\text{따라서 } a = \frac{3}{2}$$

6 응시자의 점수를 확률변수 X 라고 하면 X 는 정규분포 $N(100, 400)$ 을 따른다.

응시자가 90점 이상 120점 이하의 점수를 받을 확률은

$$P(90 \leq X \leq 120)$$

$$= P\left(\frac{90-100}{20} \leq Z \leq \frac{120-100}{20}\right)$$

$$= P(-0.5 \leq Z \leq 1)$$

$$= 0.5328$$

따라서 구하는 응시자는 5328명이다.

7 확률변수 X 가 정규분포 $N(m, 9)$ 를 따르므로

$$P(X \geq 42) = P\left(Z \geq \frac{42-m}{3}\right) = 0.1587$$

$$P(Z \geq 0) - P\left(0 \leq Z \leq \frac{42-m}{3}\right) = 0.1587$$

$$\text{즉, } P\left(0 \leq Z \leq \frac{42-m}{3}\right) = 0.3413$$

이때 $P(0 \leq Z \leq 1) = 0.3413$ 이므로

$$\frac{42-m}{3} = 1$$

따라서 $m = 39$

8 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(4800, \frac{1}{4}\right)$ 을 따르고

$np \geq 5$, $nq \geq 5$ 이므로 n 은 충분히 크고,

$$np = 1200, npq = 900$$

이므로 X 는 정규분포 $N(1200, 900)$ 을 따른다.

따라서 구하는 확률은

$$P(X \geq 1140) = P\left(Z \geq \frac{1140-1200}{30}\right)$$

$$= P(Z \geq -2)$$

$$= 0.9772$$

9 $m = 100$, $\sigma = 10$ 이므로

$$E(\bar{X}) = m = 100, \sigma(\bar{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{10}{\sqrt{n}} = 1$$

따라서 $a = 100$, $n = 100$ 이므로

$$a + n = 200$$

그러므로 ⑤이다.

10 표본 100개를 각각 $X_1, X_2, \dots, X_{100}$ 이라고 하면 표본평균 $\bar{X}$ 는

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_{100}}{100}$$

모집단의 확률분포가 정규분포 $N(25, 25)$ 일 때, 표

본평균 $\bar{X}$ 는 정규분포 $N(25, 0.25)$ 를 따르므로

$$P(X_1 + X_2 + \dots + X_{100} \geq 2550)$$

$$= P(100\bar{X} \geq 2550)$$

$$= P(\bar{X} \geq 25.5)$$

$$= P\left(Z \geq \frac{25.5-25}{0.5}\right)$$

$$= P(Z \geq 1)$$

$$= 0.1587$$

- 11 표본의 크기는 $n=100$, 표본평균의 실제 관측값은 $\bar{x}=100$, 모표준편차는 $\sigma=5$ 이므로 모평균 m 에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$$100 - 1.96 \times \frac{5}{\sqrt{100}} \leq m \leq 100 + 1.96 \times \frac{5}{\sqrt{100}}$$

따라서 $99.02 \leq m \leq 100.98$

- 12 모표준편차는 $\sigma=5$ 이므로 모평균 m 을 신뢰도 99 %로 추정할 때의 신뢰구간의 길이는

$$2 \times 2.58 \times \frac{5}{\sqrt{n}} = \frac{25.8}{\sqrt{n}}$$

신뢰구간의 길이가 2 이하이려면 $\frac{25.8}{\sqrt{n}} \leq 2$ 에서

$$\sqrt{n} \geq 12.9, n \geq 166.41$$

따라서 n 의 최솟값은 167이다.

- 13 김 씨인 학생 수를 확률변수 X 라고 하면 김 씨일 확률은 $\frac{1}{5}$ 이므로 X 는 이항분포 $B\left(3, \frac{1}{5}\right)$ 을 따른다.

▶ 40 %

이때 많아야 1명이려면 $X \leq 1$ 이어야 하므로

$$\begin{aligned} P(X \leq 1) &= P(X=0) + P(X=1) \\ &= {}_3C_0 \times \left(\frac{1}{5}\right)^0 \times \left(\frac{4}{5}\right)^3 + {}_3C_1 \times \left(\frac{1}{5}\right)^1 \times \left(\frac{4}{5}\right)^2 \\ &= \frac{112}{125} \end{aligned}$$

▶ 60 %

- 14 서로 다른 2개의 주사위를 100번 던졌을 때, 두 눈의 합이 10 이상이 나오는 횟수를 확률변수 X 라고 하자.

▶ 20 %

서로 다른 2개의 주사위를 던졌을 때, 두 눈의 수의 합이 10 이상인 경우는

$$(4, 6), (6, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)$$

이므로 그 확률은 $\frac{1}{6}$

즉, 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(360, \frac{1}{6}\right)$ 을 따르므로

▶ 30 %

$$E(X) = 360 \times \frac{1}{6} = 60$$

$$V(X) = 360 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} = 50$$

따라서 평균은 60, 분산은 50이다.

▶ 50 %

- 15 확률변수 X 는 정규분포 $N(30, 9)$ 를 따르므로

$$E(X) = 30, V(X) = 9$$

$Y = 2X - 10$ 이므로

$$E(Y) = 2 \times E(X) - 10 = 2 \times 30 - 10 = 50$$

$$V(Y) = 2^2 \times V(X) = 4 \times 9 = 36$$

확률변수 Y 는 정규분포 $N(50, 36)$ 을 따른다. ▶ 50 %

$$\begin{aligned} \text{따라서 } P(Y \geq 47) &= P\left(Z \geq \frac{47-50}{6}\right) \\ &= P(Z \geq -0.5) \\ &= P(Z \leq 0.5) \\ &= 0.5 + P(0 \leq Z \leq 0.5) \\ &= 0.5 + 0.1915 \\ &= 0.6915 \end{aligned}$$

▶ 50 %

- 16 주사위 1개를 1800번 던졌을 때, 2 이하의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X 라고 하자.

▶ 20 %

주사위 1개를 던졌을 때, 2 이하의 눈이 나올 확률은

$$\frac{1}{3}$$

확률변수 X 가 이항분포 $B\left(1800, \frac{1}{3}\right)$ 을 따르고 $np \geq 5$,

$nq \geq 5$ 이므로 n 은 충분히 크고, $np=600$, $npq=400$ 이므로 X 는 정규분포 $N(600, 400)$ 을 따른다. ▶ 30 %

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(600 \leq X \leq 660) &= P\left(\frac{600-600}{20} \leq Z \leq \frac{660-600}{20}\right) \\ &= P(0 \leq Z \leq 3) \\ &= 0.4987 \end{aligned}$$

▶ 50 %

- 17 이 공장에서 생산된 야구공 1개의 무게를 확률변수 X 라고 하면 X 는 정규분포 $N(145, 16)$ 을 따르므로 임의추출한 야구공 16개의 무게의 평균을 $\bar{X}$ 라고 하면 $\bar{X}$ 는 정규분포 $N(145, 1)$ 을 따른다.

▶ 50 %

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(143 \leq \bar{X} \leq 147) &= P\left(\frac{143-145}{1} \leq Z \leq \frac{147-145}{1}\right) \\ &= P(-2 \leq Z \leq 2) \\ &= 2 \times P(0 \leq Z \leq 2) \\ &= 0.9544 \end{aligned}$$

▶ 50 %

- 18 표본의 크기는 $n=400$, 표본평균의 실제 관측값은 $\bar{x}=60$, 모표준편차는 $\sigma=4$ 이므로 이 지역에 거주하는 사람들의 몸무게의 평균 m 에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$$60 - 1.96 \times \frac{4}{\sqrt{400}} \leq m \leq 60 + 1.96 \times \frac{4}{\sqrt{400}}$$

따라서 $59.608 \leq m \leq 60.392$ (단위: kg)

▶ 50 %

즉, 59.608 kg 이상 60.392 kg 이하인 범위에 이 지역에 거주하는 사람들의 몸무게의 평균이 포함되어 있다는 추정의 신뢰도가 95 %이다.

▶ 50 %





