



정답과 해설

1. 삼각비

P. 8~10

개념+ 문제 확인하기

- 1 ④ 2 $\frac{2}{3}$ 3 $6\sqrt{2}$ 4 $\frac{27}{20}$ 5 $\frac{\sqrt{6}}{3}$
 6 $\frac{5\sqrt{13}}{13}$ 7 $\frac{3}{4}$ 8 60° 9 $\frac{\sqrt{3}}{4}$ 10 $6\sqrt{6}$
 11 (1) $2-\sqrt{3}$ (2) $2+\sqrt{3}$ 12 $y=\sqrt{3}x+3\sqrt{3}$
 13 ⑤ 14 1.59 15 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
 16 $\cos 55^\circ, \sin 45^\circ, \sin 75^\circ, \cos 0^\circ, \tan 65^\circ$
 17 7.986

1 $\overline{AB}=\sqrt{17^2-15^2}=8$

① $\sin A=\frac{15}{17}$ ② $\cos A=\frac{8}{17}$

③ $\tan A=\frac{15}{8}$ ⑤ $\cos C=\frac{15}{17}$

따라서 옳은 것은 ④이다.

2 $\tan A=\frac{\overline{BC}}{6}=\frac{\sqrt{5}}{2} \therefore \overline{BC}=3\sqrt{5}$

$\overline{AC}=\sqrt{6^2+(3\sqrt{5})^2}=9$

$\therefore \sin C=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$

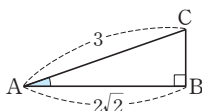
3 $3\cos A-2\sqrt{2}=0$ 에서

$\cos A=\frac{2\sqrt{2}}{3}$ 이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.

$\overline{BC}=\sqrt{3^2-(2\sqrt{2})^2}=1$ 이므로

$\sin A=\frac{1}{3}, \tan C=\frac{2\sqrt{2}}{1}=2\sqrt{2}$

$\therefore \tan C \div \sin A=2\sqrt{2} \times 3=6\sqrt{2}$



4 $\triangle ABC \sim \triangle HBA$ (AA 닮음)

이므로 $\angle ACB = \angle HAB = x$

$\triangle ABC \sim \triangle HAC$ (AA 닮음)

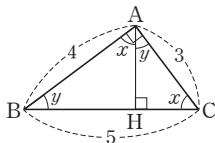
이므로 $\angle ABC = \angle HAC = y$

$\triangle ABC$ 에서

$\overline{AC}=\sqrt{5^2-4^2}=3$ 이므로

$\cos x=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{3}{5}, \tan y=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{3}{4}$

$\therefore \cos x + \tan y = \frac{3}{5} + \frac{3}{4}$
 $= \frac{27}{20}$



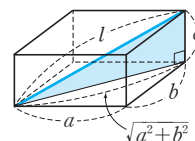
5 $\triangle EFG$ 에서 $\overline{EG}=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}(\text{cm})$
 $\triangle CEG$ 는 $\angle CGE=90^\circ$ 인 직각삼각형이므로

$\overline{CE}=\sqrt{(6\sqrt{2})^2+6^2}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \cos x=\frac{\overline{EG}}{\overline{CE}}=\frac{6\sqrt{2}}{6\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$

참고 오른쪽 그림과 같이 세 모서리의 길이가 각각 a, b, c 인 직육면체에서 대각선의 길이를 l 이라 하면

$\Rightarrow l=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$



6 $\frac{x}{4}-\frac{y}{6}=1$ 에 $y=0, x=0$ 을 각각 대입하면

$A(4, 0), B(0, -6) \therefore \overline{OA}=4, \overline{OB}=6$

$\triangle AOB$ 에서 $\overline{AB}=\sqrt{4^2+6^2}=2\sqrt{13}$ 이므로

$\sin a=\frac{6}{2\sqrt{13}}=\frac{3\sqrt{13}}{13}, \cos a=\frac{4}{2\sqrt{13}}=\frac{2\sqrt{13}}{13}$

$\therefore \sin a + \cos a = \frac{3\sqrt{13}}{13} + \frac{2\sqrt{13}}{13} = \frac{5\sqrt{13}}{13}$

7 $\sqrt{3}\tan 30^\circ - (\sin 30^\circ + \cos 45^\circ)(\sin 45^\circ - \cos 60^\circ)$

$=\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} - \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}\right)$

$=1 - \frac{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}{4}$

$=1 - \frac{(\sqrt{2})^2 - 1^2}{4} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

8 $4x^2-4x+1=0$ 에서 $(2x-1)^2=0 \therefore x=\frac{1}{2}$

따라서 $\cos A=\frac{1}{2}$ 이고 $0^\circ < A < 90^\circ$ 이므로

$A=60^\circ$

9 $7.5^\circ < x < 52.5^\circ$ 에서 $15^\circ < 2x < 105^\circ$

$\therefore 0^\circ < 2x-15^\circ < 90^\circ$

이때 $\tan(2x-15^\circ)=1$ 이므로

$2x-15^\circ=45^\circ, 2x=60^\circ \therefore x=30^\circ$

$\therefore \sin x \times \cos x = \sin 30^\circ \times \cos 30^\circ$

$=\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$

10 $\triangle ABH$ 에서

$\sin 60^\circ=\frac{\overline{AH}}{12}=\frac{\sqrt{3}}{2} \therefore \overline{AH}=6\sqrt{3}$

$\triangle AHC$ 에서

$\sin 45^\circ=\frac{6\sqrt{3}}{\overline{AC}}=\frac{\sqrt{2}}{2} \therefore \overline{AC}=6\sqrt{6}$

11 (1) $\triangle ABD$ 는 $\overline{AD}=\overline{BD}$ 인

이등변삼각형이므로

$$\angle ABD = \angle BAD$$

$$= \frac{1}{2} \angle ADC = \frac{1}{2} \times 30^\circ = 15^\circ$$

$\triangle ADC$ 에서

$$\sin 30^\circ = \frac{6}{\overline{AD}} = \frac{1}{2} \quad \therefore \overline{AD} = 12$$

$$\tan 30^\circ = \frac{6}{\overline{CD}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \therefore \overline{CD} = 6\sqrt{3}$$

$$\overline{BD} = \overline{AD} = 12 \text{ 이므로 } \overline{BC} = 12 + 6\sqrt{3}$$

따라서 $\triangle ABC$ 에서

$$\tan 15^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{6}{12 + 6\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$$

(2) $\triangle ABC$ 에서

$$\angle BAC = 180^\circ - (15^\circ + 90^\circ) = 75^\circ \text{ 이므로}$$

$$\tan 75^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{12 + 6\sqrt{3}}{6} = 2 + \sqrt{3}$$

12 구하는 직선의 방정식을 $y = ax + b$ 로 놓으면

$$a = (\text{직선의 기울기}) = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

이때 직선 $y = \sqrt{3}x + b$ 가 점 $(-3, 0)$ 을 지나므로

$$0 = -3\sqrt{3} + b \quad \therefore b = 3\sqrt{3}$$

$$\therefore y = \sqrt{3}x + 3\sqrt{3}$$

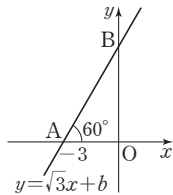
다른 풀이 b 의 값 구하기

오른쪽 그림과 같이 직선 $y = \sqrt{3}x + b$ 가

x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B라

하면 $\triangle AOB$ 에서

$$\tan 60^\circ = \frac{b}{3} = \sqrt{3} \quad \therefore b = 3\sqrt{3}$$



13 ⑤ $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 이므로 $c = b$ (동위각)

$$\therefore \sin c = \sin b = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$$

14 $\triangle COD$ 에서 $\tan 39^\circ = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \frac{0.81}{1} = 0.81$

$\triangle AOB$ 에서 $\angle OAB = 180^\circ - (90^\circ + 39^\circ) = 51^\circ$

$$\therefore \sin 51^\circ = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{0.78}{1} = 0.78$$

$$\therefore \tan 39^\circ + \sin 51^\circ = 0.81 + 0.78 = 1.59$$

15 $\sin 90^\circ \times \cos 30^\circ - \tan 0^\circ \times \sin 45^\circ + \frac{\cos 0^\circ}{\tan 30^\circ}$

$$= 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 0 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 \div \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} - 0 + 1 \times \frac{3}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

16 $\cos 0^\circ = 1, \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\cos 55^\circ < \cos 45^\circ = \sin 45^\circ$$

$$\tan 65^\circ > \tan 45^\circ = 1$$

$$\sin 45^\circ < \sin 75^\circ < \sin 90^\circ = 1$$

$$\therefore \cos 55^\circ < \sin 45^\circ < \sin 75^\circ < \cos 0^\circ < \tan 65^\circ$$

따라서 작은 것부터 차례로 나열하면

$$\cos 55^\circ, \sin 45^\circ, \sin 75^\circ, \cos 0^\circ, \tan 65^\circ$$

17 $\angle C = 180^\circ - (53^\circ + 90^\circ) = 37^\circ$ 이므로

$$\cos 37^\circ = \frac{\overline{BC}}{10} = 0.7986 \quad \therefore \overline{BC} = 7.986$$

P. 11~15 내신 5% 따라잡기

1 ②	2 $\frac{119}{12}$	3 $\frac{4+\sqrt{7}}{3}$	4 $\frac{\sqrt{7}}{11}$	5 $\frac{4\sqrt{13}}{39}$
6 $\frac{\sqrt{2}}{2}$	7 ④	8 $\frac{3\sqrt{5}}{5}$	9 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$	10 $-\frac{3}{2}$
11 $12\sqrt{3}-18$	12 $36\pi-30\sqrt{3}$	13 ③		
14 $\sqrt{6}-\sqrt{2}$	15 $\sqrt{6}+\sqrt{2}$	16 $\sqrt{2}+1$		
17 $\frac{128}{9}$	18 $y = \frac{2}{3}x + 2\sqrt{13}$	19 15°	20 $\frac{1}{4}$	
21 0	22 ㄱ, ㄷ, ㄹ, ㅁ	23 $\frac{24}{25}$		
24 ⑤	25 $\sqrt{2}-1$	26 $18\sqrt{3}\pi \text{ cm}$		
27 54°				

1 점 M이 빗변 BC의 중점이므로 점 M은 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
즉, $\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC}$ 이므로 $\triangle MAB$ 는 이등변삼각형이다.

$$\therefore \angle MBA = \angle MAB = x$$

$$\triangle ABC \text{에서 } \overline{AC} = \sqrt{20^2 - 16^2} = 12$$

$$\therefore \tan x = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

2 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$ 이므로

$$\sin x = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{5}{13}$$

이때 $\sin x = \cos y$ 이므로

$$\triangle ADC \text{에서 } \cos y = \frac{\overline{CD}}{\overline{AD}} = \frac{5}{13}$$

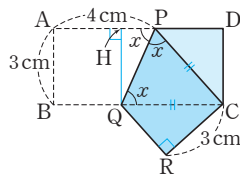
즉, $\overline{AD} = 13k, \overline{CD} = 5k (k > 0)$ 라 하면

$$\overline{AC} = \sqrt{(13k)^2 - (5k)^2} = 12k = 5 \quad \therefore k = \frac{5}{12}$$

$$\text{따라서 } \overline{CD} = 5k = 5 \times \frac{5}{12} = \frac{25}{12} \text{ 이므로}$$

$$\overline{BD} = \overline{BC} - \overline{CD} = 12 - \frac{25}{12} = \frac{119}{12}$$

- 3 $\angle APQ = \angle CPQ = x$ (접은 각),
 $\angle PQC = \angle APQ = x$ (엇각)
 이므로 $\triangle PQC$ 는 $\overline{CP} = \overline{CQ}$ 인
 이등변삼각형이다.



$$\overline{CQ} = \overline{CP} = \overline{AP} = 4 \text{ cm},$$

$$\overline{CR} = \overline{AB} = 3 \text{ cm} \text{ 이므로}$$

$\triangle QRC$ 에서

$$\overline{QR} = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7} \text{ (cm)}$$

점 Q에서 $\overline{AD}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{AH} = \overline{BQ} = \overline{QR} = \sqrt{7} \text{ cm 이므로 } \overline{HP} = (4 - \sqrt{7}) \text{ cm}$$

따라서 $\triangle HQP$ 에서

$$\tan x = \frac{\overline{HQ}}{\overline{HP}} = \frac{3}{4 - \sqrt{7}} = \frac{4 + \sqrt{7}}{3}$$

- 4 $\triangle ABC$ 에서
 $\sin x = \frac{9}{\overline{AC}} = \frac{3}{4} \quad \therefore \overline{AC} = 12$

$\triangle ABC$ 와 $\triangle EDC$ 에서

$\angle B = \angle D = 90^\circ$, $\angle ACB = \angle ECD$ (맞꼭지각) 이므로

$\triangle ABC \sim \triangle EDC$ (AA 답음)

즉, $\overline{AC} : \overline{EC} = \overline{BC} : \overline{DC}$ 이므로

$$12 : 6 = 9 : \overline{DC} \quad \therefore \overline{DC} = \frac{9}{2}$$

$\triangle EDC$ 에서

$$\overline{ED} = \sqrt{6^2 - \left(\frac{9}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{7}}{2}$$

따라서 $\overline{AD} = 12 + \frac{9}{2} = \frac{33}{2}$ 이므로

$\triangle EAD$ 에서

$$\tan y = \frac{\overline{ED}}{\overline{AD}} = \frac{3\sqrt{7}}{2} \div \frac{33}{2} = \frac{3\sqrt{7}}{2} \times \frac{2}{33} = \frac{\sqrt{7}}{11}$$

- 5 $0^\circ < A < 90^\circ$ 이므로 오른쪽 그림과 같은
 직각삼각형 ABC 를 생각할 수 있다.

$\sin A : \cos A = 2 : 3$ 이므로

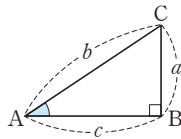
$$\frac{a}{b} : \frac{c}{b} = 2 : 3 \quad \therefore a : c = 2 : 3$$

$a = 2$, $c = 3$ 이라 하면

$$b = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} \text{ 이므로}$$

$$\sin A = \frac{2}{\sqrt{13}} = \frac{2\sqrt{13}}{13}, \tan A = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \sin A \times \tan A = \frac{2\sqrt{13}}{13} \times \frac{2}{3} = \frac{4\sqrt{13}}{39}$$



- 6 $3x^2 - 7x + 2 = 0$ 에서 $(3x - 1)(x - 2) = 0$
 $\therefore x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = 2$

이때 $0^\circ < \alpha < \beta < 90^\circ$ 이므로 $\tan \alpha < \tan \beta$

$$\therefore \tan \alpha = \frac{1}{3}, \tan \beta = 2$$

$0^\circ < \alpha < 90^\circ$ 이고 $\tan \alpha = \frac{1}{3}$ 이므로

오른쪽 그림과 같은 직각삼각형

ABC 를 생각할 수 있다.

$$\overline{AC} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10} \text{ 이므로}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

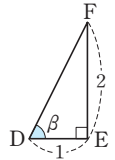
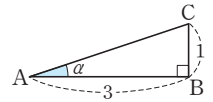
$0^\circ < \beta < 90^\circ$ 이고 $\tan \beta = 2$ 이므로 오른쪽 그림

과 같은 직각삼각형 DEF 를 생각할 수 있다.

$$\overline{DF} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} \text{ 이므로}$$

$$\cos \beta = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\therefore \frac{\sin \alpha}{\cos \beta} = \frac{\sqrt{10}}{10} \div \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{\sqrt{10}}{10} \times \frac{5}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



- 7 $\angle ACB = x$,

$\angle ABC = y$ 라 하면

$\triangle ABC \sim \triangle FEC$

(AA 답음) 이므로

$\angle FEC = \angle ABC = y$

$\triangle FEC \sim \triangle EDC$ (AA 답음) 이므로

$\angle EDC = \angle FEC = y$

$\triangle EDC \sim \triangle FDE$ (AA 답음) 이므로

$\angle DEF = \angle DCE = x$

$$\textcircled{1} \triangle ABC \text{에서 } \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \tan x$$

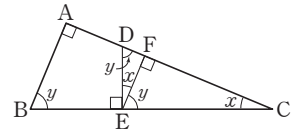
$$\textcircled{2} \triangle FEC \text{에서 } \frac{\overline{EF}}{\overline{CF}} = \tan x$$

$$\textcircled{3} \triangle EDC \text{에서 } \frac{\overline{DE}}{\overline{CE}} = \tan x$$

$$\textcircled{4} \triangle FDE \text{에서 } \frac{\overline{EF}}{\overline{DE}} = \cos x$$

$$\textcircled{5} \triangle FDE \text{에서 } \frac{\overline{DF}}{\overline{EF}} = \tan x$$

따라서 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는 $\textcircled{4}$ 이다.



- 8 $\triangle ABC$ 에서

$$\overline{BC} = \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5}$$

$\triangle ABC \sim \triangle EBD$ (AA 답음)

이므로

$\angle ACB = \angle EDB = x$

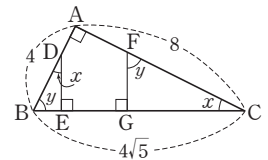
$\triangle ABC \sim \triangle GFC$ (AA 답음) 이므로

$\angle ABC = \angle GFC = y$

따라서 $\triangle ABC$ 에서

$$\cos x = \frac{8}{4\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \cos y = \frac{4}{4\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\therefore \cos x + \cos y = \frac{2\sqrt{5}}{5} + \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$



9 $\overline{DM}$ 은 $\triangle BCD$ 의 중선이므로

$$\overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 6 = 3$$

$$\triangle ABM \text{에서 } \overline{AM} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$$

점 H가 $\triangle BCD$ 의 무게중심이고

$$\overline{DM} = \overline{AM} = 3\sqrt{3} \text{이므로}$$

$$\overline{MH} = \frac{1}{3}\overline{DM} = \frac{1}{3} \times 3\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

$$\triangle AMH \text{에서 } \overline{AH} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 - (\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{6}$$

$$\therefore \sin x = \frac{\overline{AH}}{\overline{AM}} = \frac{2\sqrt{6}}{3\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

참고 점 H가 $\triangle BCD$ 의 무게중심인 이유

$\triangle ABH$, $\triangle ACH$, $\triangle ADH$ 에서

$$\angle AHB = \angle AHC = \angle AHD = 90^\circ,$$

$$\overline{AH} \text{는 공통, } \overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD}$$

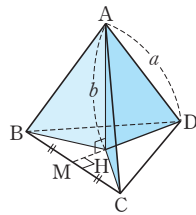
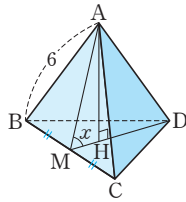
$$\therefore \triangle ABH \cong \triangle ACH \cong \triangle ADH$$

(RHS 합동)

$$\text{즉, } \overline{BH} = \overline{CH} = \overline{DH} \text{이므로 점 H는}$$

$\triangle BCD$ 의 외심이다.

이때 정삼각형의 외심과 무게중심은 일치하므로 점 H는 $\triangle BCD$ 의 무게중심이다.



10 삼각형의 세 내각의 크기의 비가 1 : 2 : 3이므로

$$A = 180^\circ \times \frac{2}{1+2+3} = 60^\circ$$

$$\begin{aligned} \therefore & \left(\frac{1}{2} - \sin A \right) (1 + \tan A) - \cos A \\ &= \left(\frac{1}{2} - \sin 60^\circ \right) (1 + \tan 60^\circ) - \cos 60^\circ \\ &= \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) (1 + \sqrt{3}) - \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} (1 - \sqrt{3}) (1 + \sqrt{3}) - \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} \times (-2) - \frac{1}{2} = -1 - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

11 $\square DEFG$ 가 정사각형이므로

$$\overline{DE} = \overline{EF} = x \text{라 하면}$$

$$\overline{BC} = \overline{AB} = 6 \text{에서}$$

$$\overline{BE} = \overline{CF} = \frac{6-x}{2}$$

$$\angle B = 60^\circ \text{이므로}$$

$$\triangle BED \text{에서 } \tan 60^\circ = x \div \frac{6-x}{2} = \sqrt{3}$$

$$x = \sqrt{3} \times \frac{6-x}{2}, 2x = 6\sqrt{3} - \sqrt{3}x, (2+\sqrt{3})x = 6\sqrt{3}$$

$$\therefore x = \frac{6\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = 6\sqrt{3}(2-\sqrt{3}) = 12\sqrt{3} - 18$$

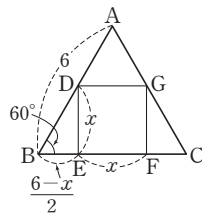
참고 $\overline{BE} = \overline{CF}$ 인 이유

$\triangle DBE$ 와 $\triangle GCF$ 에서

$$\angle DEB = \angle GFC = 90^\circ, \overline{DE} = \overline{GF}$$

$$\angle BDE = \angle CGF = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ \text{이므로}$$

$$\triangle DBE \cong \triangle GCF \text{ (ASA 합동)} \therefore \overline{BE} = \overline{CF}$$



12 $\widehat{AP} = \widehat{PQ} = \widehat{QB}$ 이므로

$$\angle AOP = \angle POQ = \angle QOB = \frac{1}{3} \times 90^\circ = 30^\circ$$

$\triangle POR$ 에서

$$\sin 60^\circ = \frac{\overline{PR}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2} \therefore \overline{PR} = 6\sqrt{3}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{\overline{OR}}{12} = \frac{1}{2} \therefore \overline{OR} = 6$$

같은 방법으로

$$\triangle QOS \text{에서 } \overline{QS} = 6, \overline{OS} = 6\sqrt{3}$$

$\triangle TOR$ 에서

$$\tan 30^\circ = \frac{\overline{TR}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3} \therefore \overline{TR} = 2\sqrt{3}$$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

= (사분원 AOB의 넓이)

$$- (\triangle POR + \triangle QOS - \triangle TOR)$$

$$= \frac{1}{4} \times \pi \times 12^2$$

$$- \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 6\sqrt{3} + \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6 - \frac{1}{2} \times 6 \times 2\sqrt{3} \right)$$

$$= 36\pi - 30\sqrt{3}$$

13 $\angle AQP = 90^\circ$ 이고

$\triangle AQD$ 에서 $\angle AQD = 45^\circ$ 이므로

$$\angle PQC = 180^\circ - (45^\circ + 90^\circ) = 45^\circ$$

$\angle APQ = 60^\circ$ 이고

$\triangle QPC$ 에서 $\angle QPC = 45^\circ$ 이므로

$$\angle APB = 180^\circ - (60^\circ + 45^\circ) = 75^\circ$$

$\triangle APQ$ 에서

$$\sin 60^\circ = \frac{\overline{AQ}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \therefore \overline{AQ} = \sqrt{3}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{\overline{PQ}}{2} = \frac{1}{2} \therefore \overline{PQ} = 1$$

$\triangle AQD$ 에서

$$\cos 45^\circ = \frac{\overline{AD}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \therefore \overline{AD} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$\triangle AQD$ 는 직각이등변삼각형이므로

$$\overline{DQ} = \overline{AD} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$\triangle QPC$ 에서

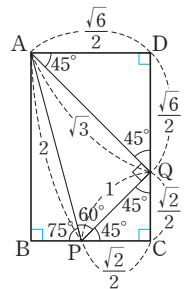
$$\cos 45^\circ = \frac{\overline{QC}}{1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \therefore \overline{QC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\triangle QPC$ 는 직각이등변삼각형이므로

$$\overline{PC} = \overline{QC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

따라서 $\triangle ABP$ 에서

$$\begin{aligned} \tan 75^\circ &= \frac{\overline{AB}}{\overline{BP}} = \frac{\overline{DQ} + \overline{QC}}{\overline{BC} - \overline{PC}} \\ &= \frac{\frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}} \\ &= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} = 2 + \sqrt{3} \end{aligned}$$



14 $\triangle ECF$ 에서
 $\tan 30^\circ = \frac{2}{EC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \overline{EC} = 2\sqrt{3}$

$\overline{BC} = \overline{BE}$ 이므로

$\angle BCE = \angle BEC = 45^\circ$

$\triangle EBC$ 에서 $\sin 45^\circ = \frac{\overline{BE}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore \overline{BE} = \sqrt{6}$

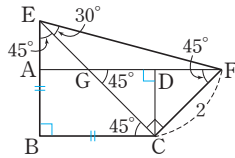
$\overline{AF} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle FGC = \angle BCG = 45^\circ$ (엇각)

$\triangle GCF$ 에서 $\angle CFG = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$

$\triangle CFD$ 에서 $\sin 45^\circ = \frac{\overline{DC}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore \overline{DC} = \sqrt{2}$

이때 $\overline{AB} = \overline{DC} = \sqrt{2}$ 이므로

$\overline{AE} = \overline{EB} - \overline{AB} = \sqrt{6} - \sqrt{2}$



15 오른쪽 그림과 같이 두 점

A, D에서 $\overline{BE}$ 에 내린 수선

의 발을 각각 H, G라 하자.

$\triangle ABC$ 가 정삼각형이므로

$\angle ABC = \angle ACB = 60^\circ$

$\triangle ABH$ 에서 $\sin 60^\circ = \frac{\overline{AH}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore \overline{AH} = \sqrt{3}$

$\angle DCG = 180^\circ - (60^\circ + 90^\circ) = 30^\circ$

$\overline{CD} = \overline{AC} = \overline{AB} = 2$ 이므로

$\triangle DCG$ 에서 $\sin 30^\circ = \frac{\overline{DG}}{2} = \frac{1}{2} \quad \therefore \overline{DG} = 1$

$\angle DAC = 45^\circ$ 이므로

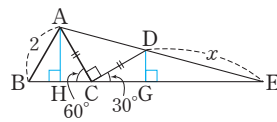
$\triangle ACD$ 에서 $\cos 45^\circ = \frac{2}{\overline{AD}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore \overline{AD} = 2\sqrt{2}$

$\overline{DE} = x$ 라 하면 $\triangle EAH \sim \triangle EDG$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AE} : \overline{DE} = \overline{AH} : \overline{DG}$ 에서 $(2\sqrt{2} + x) : x = \sqrt{3} : 1$

$2\sqrt{2} + x = \sqrt{3}x, (\sqrt{3} - 1)x = 2\sqrt{2}$

$\therefore x = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3} - 1} = \sqrt{2}(\sqrt{3} + 1) = \sqrt{6} + \sqrt{2}$



16 $\angle FBD = \angle DBC$ (접은 각), $\angle DBC = \angle FDB$ (엇각)
 즉, $\angle FBD = \angle FDB$ 이므로 $\triangle FBD$ 는 $\overline{FB} = \overline{FD}$ 인 이등
 변삼각형이다.

$\therefore \angle FDB = \angle FBD = \frac{1}{2} \angle EFD = \frac{1}{2} \times 45^\circ = 22.5^\circ$

또 $\angle BDE = \angle FDB + \angle EDF = 22.5^\circ + 45^\circ = 67.5^\circ$

오른쪽 그림에서 $\triangle DEF$ 는

$\angle DEF = 90^\circ$ 이고 $\overline{EF} = \overline{ED}$ 인

직각이등변삼각형이므로

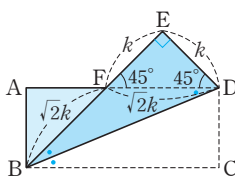
$\overline{EF} = \overline{ED} = k$ ($k > 0$)라 하면

$\sin 45^\circ = \frac{k}{\overline{FD}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \overline{FD} = \sqrt{2}k \quad \therefore \overline{FB} = \overline{FD} = \sqrt{2}k$

따라서 $\triangle BDE$ 에서

$\tan 67.5^\circ = \frac{\overline{BE}}{\overline{DE}} = \frac{\sqrt{2}k + k}{k} = \frac{(\sqrt{2} + 1)k}{k} = \sqrt{2} + 1$



17 A_1 에서 $0^\circ < \angle AOB < 90^\circ$ 이고

$\tan(\angle AOB) = \frac{3}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이므로 $\angle AOB = 30^\circ$

즉, $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \dots = \angle GOH = 30^\circ$

A_1 에서 $\cos 30^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{\overline{OB}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{OB} = 3\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}}$

A_2 에서 $\cos 30^\circ = \frac{\overline{OB}}{\overline{OC}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{OC} = \overline{OB} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3} \times \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2$

A_3 에서 $\cos 30^\circ = \frac{\overline{OC}}{\overline{OD}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{OD} = \overline{OC} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3} \times \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^3$

$\vdots$

따라서 A_7 에서

(빗변 OH의 길이) $= 3\sqrt{3} \times \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^7 = 3\sqrt{3} \times \frac{128}{27\sqrt{3}} = \frac{128}{9}$

18 $\triangle AOH$ 에서 $\tan A = \frac{6}{\overline{AH}} = \frac{2}{3} \quad \therefore \overline{AH} = 9$

$\overline{AO} = \sqrt{9^2 + 6^2} = 3\sqrt{13}$

$\triangle AOB$ 에서 $\tan A = \frac{\overline{BO}}{3\sqrt{13}} = \frac{2}{3} \quad \therefore \overline{BO} = 2\sqrt{13}$

즉, 직선 l 의 y 절편은 $2\sqrt{13}$ 이다.

이때 (직선 l 의 기울기) $= \tan A = \frac{2}{3}$ 이므로

직선 l 의 방정식은 $y = \frac{2}{3}x + 2\sqrt{13}$ 이다.

다른 풀이 $\overline{BO}$ 의 길이 구하기

$\triangle AOB$ 에서 $\tan A = \frac{\overline{BO}}{\overline{AO}} = \frac{2}{3}$ 이므로

$\overline{AO} = 3k, \overline{BO} = 2k$ ($k > 0$)라 하면

$\overline{AB} = \sqrt{(3k)^2 + (2k)^2} = \sqrt{13}k$

즉, $\triangle AOB = \frac{1}{2} \times 3k \times 2k = \frac{1}{2} \times \sqrt{13}k \times 6$ 이므로

$k^2 = \sqrt{13}k$

이때 $k > 0$ 이므로 $k = \sqrt{13} \quad \therefore \overline{BO} = 2k = 2\sqrt{13}$

19 오른쪽 그림과 같이 두 직선

$y = x + 1, y = \sqrt{3}x - 1$ 이 만나는

점을 A, x 축과 만나는 점을 각각

B, C라 하고 점 A에서 x 축에 내

린 수선의 발을 D라 하자.

$\angle ABO = b, \angle ACD = c$ 라 하면

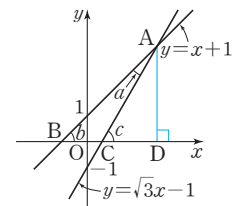
직선 $y = x + 1$ 의 기울기가 1이므로

$\triangle ABD$ 에서 $\tan b = 1 \quad \therefore b = 45^\circ$ ($\because 0^\circ < b < 90^\circ$)

$y = \sqrt{3}x - 1$ 의 기울기가 $\sqrt{3}$ 이므로

$\triangle ACD$ 에서 $\tan c = \sqrt{3} \quad \therefore c = 60^\circ$ ($\because 0^\circ < c < 90^\circ$)

따라서 $\triangle ABC$ 에서 $a + 45^\circ = 60^\circ \quad \therefore a = 15^\circ$



20 $\triangle DOC$ 에서 $\tan 45^\circ = \frac{\overline{CD}}{\overline{OC}} = \frac{\overline{CD}}{1} = \overline{CD} = 1$

$\triangle AOB$ 에서

$$\sin 45^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OB}}{1} = \overline{OB} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이) $= \triangle DOC - \triangle AOB$

$$= \frac{1}{2} \times 1 \times 1 - \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{4}$$

21 $\sin x = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BC}}{1} = \overline{BC}$

$$\sin y = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$$

$$\cos x = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$$

$$\cos y = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BC}}{1} = \overline{BC}$$

$$\tan x = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}, \tan y = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{\sin y}{\sin x} \times \frac{\cos y}{\cos x} - \tan x \times \tan y \\ = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} \times \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} - \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \times \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} \\ = 1 - 1 = 0 \end{aligned}$$

22 오른쪽 그림과 같은 두 직각삼각형을 생각하면

$$\cos 50^\circ = \frac{b}{a}, \sin 40^\circ = \frac{b}{a},$$

$$\cos 70^\circ = \frac{e}{d}, \sin 20^\circ = \frac{e}{d}$$

즉, $\cos 50^\circ = \sin 40^\circ$,

$\cos 70^\circ = \sin 20^\circ$ 이므로

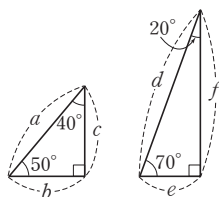
$\sin 10^\circ < \sin 20^\circ < \sin 40^\circ < \sin 65^\circ < \sin 90^\circ (=1)$ 에서

$$\sin 10^\circ < \cos 70^\circ < \cos 50^\circ < \sin 65^\circ < \cos 0^\circ (=1)$$

또 $\tan 45^\circ (=1) < \tan 50^\circ$ 에서 $\cos 0^\circ < \tan 50^\circ$

따라서 작은 것부터 차례로 나열하면

$\sphericalangle, \text{ㄷ}, \text{ㄱ}, \text{ㄴ}, \text{ㄹ}$



23 $0^\circ < A < 45^\circ$ 일 때, $0 < \sin A < \cos A$ 이므로

$$\sin A + \cos A > 0, \sin A - \cos A < 0$$

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{(\sin A + \cos A)^2} - \sqrt{(\sin A - \cos A)^2} \\ = (\sin A + \cos A) - \{-(\sin A - \cos A)\} \end{aligned}$$

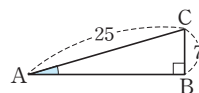
$$= 2 \sin A = \frac{14}{25}$$

$$\therefore \sin A = \frac{7}{25}$$

즉, 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC 를 생각할 수 있다.

$$\overline{AB} = \sqrt{25^2 - 7^2} = 24 \text{이므로}$$

$$\cos A = \frac{24}{25}$$



24 $\sqrt{(\sin a - \cos a)^2} + \sqrt{(\tan 45^\circ - \cos a)^2} - \sqrt{(\tan a - \cos 0^\circ)^2}$

$$= \sqrt{(\sin a - \cos a)^2} + \sqrt{(1 - \cos a)^2} - \sqrt{(\tan a - 1)^2}$$

$0^\circ < a < 45^\circ$ 일 때

$\sin a < \cos a < 1, \tan a < 1$ 이므로

$\sin a - \cos a < 0, 1 - \cos a > 0, \tan a - 1 < 0$

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{(\sin a - \cos a)^2} + \sqrt{(1 - \cos a)^2} - \sqrt{(\tan a - 1)^2} \\ = -(\sin a - \cos a) + (1 - \cos a) - \{-(\tan a - 1)\} \\ = -\sin a + \cos a + 1 - \cos a + \tan a - 1 \\ = \tan a - \sin a \\ = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}} - \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} \\ = \overline{CD} - \overline{AB} \\ = \overline{CD} - \overline{ED} = \overline{CE} \end{aligned}$$

25 **길잡이** $\angle BOC$ 의 크기를 구해 $\triangle BOC$ 가 직각이등변삼각형임을 알아낸 후, $\overline{BC} = a (a > 0)$ 로 놓고 $\overline{AC}$ 의 길이를 a 를 사용하여 나타내어 본다.

$\angle BCO = 90^\circ, \angle BOC = 360^\circ \div 8 = 45^\circ$ 이므로

$\triangle BOC$ 는 $\overline{BC} = \overline{CO}$ 인 직각이등변삼각형이다.

$\overline{BC} = \overline{CO} = a (a > 0)$ 라 하면

$$\triangle BOC \text{에서 } \cos 45^\circ = \frac{a}{\overline{BO}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore \overline{BO} = \sqrt{2}a$$

$\overline{AO} = \overline{BO} = \sqrt{2}a$ 이므로

$$\overline{AC} = \overline{AO} - \overline{CO} = \sqrt{2}a - a = (\sqrt{2} - 1)a$$

따라서 $\triangle ABC$ 에서

$$\tan x = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{(\sqrt{2} - 1)a}{a} = \sqrt{2} - 1$$

26 **길잡이** 부채꼴 AOB 에서 $\overline{AO}$ 와 $\overline{BO}$ 가 이루는 각의 크기를 구한 후, 삼각비를 이용하여 $\overline{BH}$ 의 길이를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 실의 한 끝 지점 B 에서 $\overline{AO}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하자.

$\angle AOB = x$ 라 하면

$\widehat{AB} = 6\pi \text{ cm}$ 이므로

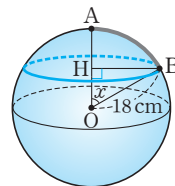
$$2\pi \times 18 \times \frac{x}{360^\circ} = 6\pi \quad \therefore x = 60^\circ$$

$\triangle BHO$ 에서

$$\sin 60^\circ = \frac{\overline{BH}}{18} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore \overline{BH} = 9\sqrt{3}(\text{cm})$$

따라서 실의 한 끝 지점 B 가 지나간 자리의 길이는 $\overline{BH}$ 를 반지름으로 하는 원의 둘레의 길이와 같으므로

$$2\pi \times 9\sqrt{3} = 18\sqrt{3}\pi(\text{cm})$$



27 [질답이] 자홍색 부분을 서로 합동인 두 직각삼각형으로 나눈 후, 그 넓이를 정사각형과 비교해 본다.

오른쪽 그림과 같이 정사각형

ABCD의 한 변의 길이를 a 라 하면

$\square ABCD = a^2$ 이고 파란색과 자홍색 부분의 넓이는 같으므로

$$\begin{aligned} (\text{자홍색 부분의 넓이}) &= \frac{1}{2} \square ABCD \\ &= \frac{a^2}{2} \end{aligned}$$

$\overline{AE}$ 를 그으면 $\triangle ABE \equiv \triangle AD'E$ (RHS 합동)이므로

$$\triangle ABE = \triangle AD'E = \frac{1}{2} \times \frac{a^2}{2} = \frac{a^2}{4}$$

$$\text{즉, } \frac{1}{2} \times \overline{BE} \times a = \frac{a^2}{4} \text{에서 } \overline{BE} = \frac{a}{2}$$

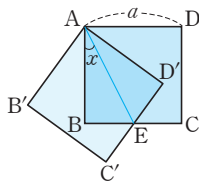
$\angle BAE = x$ 라 하면

$$\triangle ABE \text{에서 } \tan x = \frac{\overline{BE}}{\overline{AB}} = \frac{a/2}{a} = \frac{1}{2} = 0.5 \text{이므로}$$

주어진 삼각비의 표에서 $x = 27^\circ$

$$\therefore \angle BAD' = 2\angle BAE = 2 \times 27^\circ = 54^\circ$$

따라서 빨간색 아크릴판을 시계 반대 방향으로 54° 만큼 회전시키면 된다.



P. 16~17 **내신 1% 뛰어넘기**

- 01 $\frac{\sqrt{5}}{5}$ 02 $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ 03 $\frac{50}{27}$ 04 $3\sqrt{3}$
05 $\frac{1}{\sin x + 1}$ 06 르, 口 07 1

01 [질답이] $\triangle ABC$ 의 세 변의 길이를 구한 후, $\triangle ABC$ 가 어떤 삼각형인지 알아본다.

오른쪽 그림과 같이 각 변이 모두 x 축 또는 y 축에 평행하고

$\triangle ABC$ 에 외접하는 직사각형

CDEF를 그리면

$\triangle ACD$ 에서

$$\overline{AC} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$\triangle AEB$ 에서

$$\overline{AB} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

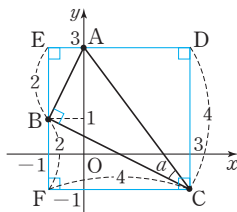
$\triangle BFC$ 에서

$$\overline{BC} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$$

이때 $\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$ 이 성립하므로

$\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

$$\therefore \sin a = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$



02 [질답이] 한 예각의 크기가 x 인 직각삼각형이 만들어지도록 수선을 그려 본다.

$$\overline{BD} = \overline{DC} = \overline{AC} = a \ (a > 0) \text{라}$$

하면

$\triangle ADC$ 에서

$$\overline{AD} = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a$$

$\triangle ABC$ 에서

$$\overline{AB} = \sqrt{(2a)^2 + a^2} = \sqrt{5}a$$

점 D에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle ABC \sim \triangle DBH$ (AA 닮음)이므로

$$\overline{AB} : \overline{DB} = \overline{BC} : \overline{BH} \text{에서}$$

$$\sqrt{5}a : a = 2a : \overline{BH} \quad \therefore \overline{BH} = \frac{2\sqrt{5}}{5}a$$

$$\therefore \overline{AH} = \overline{AB} - \overline{BH} = \sqrt{5}a - \frac{2\sqrt{5}}{5}a = \frac{3\sqrt{5}}{5}a$$

따라서 $\triangle AHD$ 에서

$$\cos x = \frac{\overline{AH}}{\overline{AD}} = \frac{\frac{3\sqrt{5}}{5}a}{\sqrt{2}a} = \frac{3\sqrt{5}}{5}a \div \frac{1}{\sqrt{2}a} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

다른 풀이

오른쪽 그림과 같이 점 B에서

$\overline{AD}$ 의 연장선에 내린 수선의 발

을 I라 하자.

$\triangle ADC$ 가 $\overline{AC} = \overline{DC}$ 인 직각이

등변삼각형이므로

$$\angle ADC = 45^\circ$$

$$\therefore \angle BDI = \angle ADC = 45^\circ \text{ (맞꼭지각)}$$

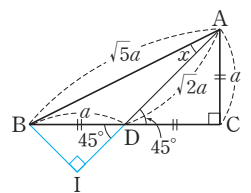
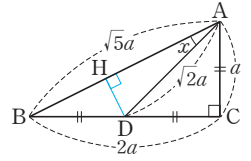
$\triangle BID$ 에서

$$\cos 45^\circ = \frac{\overline{DI}}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore \overline{DI} = \frac{\sqrt{2}}{2}a$$

$$\therefore \overline{AI} = \overline{AD} + \overline{DI} = \sqrt{2}a + \frac{\sqrt{2}}{2}a = \frac{3\sqrt{2}}{2}a$$

따라서 $\triangle ABI$ 에서

$$\cos x = \frac{\overline{AI}}{\overline{AB}} = \frac{\frac{3\sqrt{2}}{2}a}{\sqrt{5}a} = \frac{3\sqrt{2}}{2}a \div \frac{1}{\sqrt{5}a} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$



03 [질답이] $\sin A = \frac{3}{5}$ 을 만족시키는 가장 간단한 직각삼각형을 그려서

$\cos A$, $\tan(90^\circ - A)$ 의 값을 구해 본다.

$\sin A = \frac{3}{5}$ 이므로 오른쪽 그림과 같은 직

각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.

$$\overline{AB} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

$$\therefore \cos A = \frac{4}{5}$$

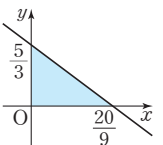
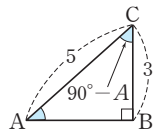
이때 $C = 90^\circ - A$ 이므로

$$\tan(90^\circ - A) = \tan C = \frac{4}{3}$$

따라서 직선 $\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y = \frac{4}{3}$ 는 오른쪽 그림

과 같고 x 절편은 $\frac{20}{9}$, y 절편은 $\frac{5}{3}$ 이므로

$$(\text{구하는 넓이}) = \frac{1}{2} \times \frac{20}{9} \times \frac{5}{3} = \frac{50}{27}$$



04 [질답이] 보조선을 그려 $\triangle BPA$ 와 닮은 도형이면서 $\overline{PC}$ 를 한 변으로 하는 직각삼각형을 만든다.

오른쪽 그림과 같이

$\overline{AP} = \overline{QC} = a$ 라 하고, 점 C에서 $\overline{PQ}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$\angle BPH = \angle CHP = 90^\circ$ (엇각)

이므로 $\overline{BP} \parallel \overline{HC}$

$\therefore \angle BCH = \angle PBC = 30^\circ$ (엇각)

$\triangle CQH$ 에서 $\cos 30^\circ = \frac{\overline{HC}}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore \overline{HC} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$

$\triangle BPA$ 와 $\triangle PCH$ 에서

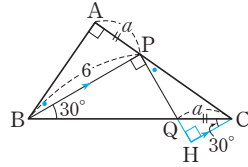
$\angle BAP = \angle PHC = 90^\circ$,

$\angle ABP = 90^\circ - \angle APB = \angle HPC$ 이므로

$\triangle BPA \sim \triangle PCH$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{BP} : \overline{PC} = \overline{AP} : \overline{HC}$ 에서

$6 : \overline{PC} = a : \frac{\sqrt{3}}{2}a = 1 : \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore \overline{PC} = 3\sqrt{3}$



05 [질답이] 점 C에서 $\overline{BO}$ 에 내린 수선의 발을 D라 할 때, $\triangle OCD$ 에서 x 의 삼각비를 생각해 본다.

오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{BO}$ 에

내린 수선의 발을 D라 하면

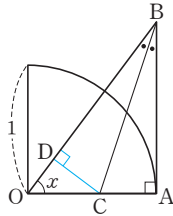
$\triangle BDC \equiv \triangle BAC$ (RHA 합동)

이므로 $\overline{CD} = \overline{CA} = 1 - \overline{OC}$

따라서 $\triangle OCD$ 에서

$\sin x = \frac{\overline{CD}}{\overline{OC}} = \frac{1 - \overline{OC}}{\overline{OC}}$

$\overline{OC}(\sin x + 1) = 1 \quad \therefore \overline{OC} = \frac{1}{\sin x + 1}$



06 [질답이] $\overline{AC}$ 가 사분원의 접선이므로 $\angle OAC = 90^\circ$ 임을 이용한다.

㉠. $\triangle AOB$ 에서 $\sin a = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$

㉡. $\overline{AC}$ 가 사분원의 접선이므로 $\angle OAC = 90^\circ$

$\triangle AOC$ 에서 $\tan a = \frac{\overline{AC}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{AC}}{1} = \overline{AC}$

㉢. $\triangle AOC$ 에서 $\cos a = \frac{\overline{OA}}{\overline{OC}} = \frac{1}{\overline{OC}} \quad \therefore \overline{OC} = \frac{1}{\cos a}$

㉣. $\triangle DOC$ 에서 $\tan a = \frac{\overline{CD}}{\overline{OC}}$

$\therefore \overline{CD} = \overline{OC} \times \tan a = \frac{1}{\cos a} \times \tan a = \frac{\tan a}{\cos a}$ ($\because$ ㉢)

㉤. $\triangle AOB$ 에서 $\cos a = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OB}}{1} = \overline{OB}$ 이므로

$\overline{BC} = \overline{OC} - \overline{OB} = \frac{1}{\cos a} - \cos a$ ($\because$ ㉢)

이때 $0^\circ < a < 90^\circ$ 이므로 $\frac{1}{\cos a} \neq 1$

$\therefore \overline{BC} \neq 1 - \cos a$

따라서 옳지 않은 것은 ㉣, ㉤이다.

07 [질답이] 직각삼각형 $AOP_1, AOP_2, \dots, AOP_{89}$ 에서 직각을 제외한 나

머지 두 내각의 크기의 합이 90° 임을 이용하여 $\tan 89^\circ = \frac{1}{\tan 1^\circ}$,

$\tan 88^\circ = \frac{1}{\tan 2^\circ}, \dots, \tan 46^\circ = \frac{1}{\tan 44^\circ}$ 임을 알아낸다.

$\overline{OA} = 1$ 이므로

$\tan 1^\circ = \frac{\overline{OP_1}}{\overline{OA}} = \overline{OP_1}$

$\tan 2^\circ = \frac{\overline{OP_2}}{\overline{OA}} = \overline{OP_2}$

$\vdots$

$\tan 89^\circ = \frac{\overline{OP_{89}}}{\overline{OA}} = \overline{OP_{89}}$

$\therefore \overline{OP_1} \times \overline{OP_2} \times \dots \times \overline{OP_{89}}$

$= \tan 1^\circ \times \tan 2^\circ \times \dots \times \tan 89^\circ$

그런데

$\triangle AOP_1$ 에서 $\tan 89^\circ = \frac{\overline{OA}}{\overline{OP_1}} = \frac{1}{\tan 1^\circ}$,

$\triangle AOP_2$ 에서 $\tan 88^\circ = \frac{\overline{OA}}{\overline{OP_2}} = \frac{1}{\tan 2^\circ}$,

$\vdots$

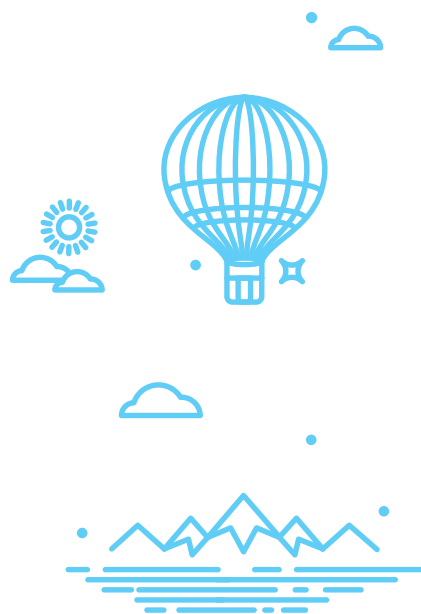
$\triangle AOP_{44}$ 에서 $\tan 46^\circ = \frac{\overline{OA}}{\overline{OP_{44}}} = \frac{1}{\tan 44^\circ}$ 이므로

$\tan 1^\circ \times \tan 2^\circ \times \dots \times \tan 89^\circ$

$= \tan 1^\circ \times \tan 2^\circ \times \dots \times \tan 44^\circ \times \tan 45^\circ$

$\times \frac{1}{\tan 44^\circ} \times \dots \times \frac{1}{\tan 2^\circ} \times \frac{1}{\tan 1^\circ}$

$= \tan 45^\circ = 1$



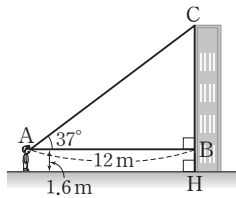
2. 삼각비의 활용

P. 20~21 개념+ 문제 확인하기

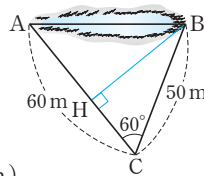
- 1 ②, ③ 2 10.6 m 3 $10\sqrt{31}$ m
 4 $60(3-\sqrt{3})$ m 5 $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ 6 $7\sqrt{3}$ 7 $32\sqrt{2}$
 8 12 cm^2 9 $30\sqrt{2}$

- 1 x 의 값을 35° 의 삼각비를 이용하여 나타내면
 $x = 7 \cos 35^\circ$ (②), $x = \frac{\overline{AC}}{\tan 35^\circ}$
 또 $\angle A = 180^\circ - (35^\circ + 90^\circ) = 55^\circ$ 이므로
 x 의 값을 55° 의 삼각비를 이용하여 나타내면
 $x = 7 \sin 55^\circ$ (③), $x = \overline{AC} \tan 55^\circ$
 따라서 x 의 값을 나타내는 것은 ②, ③이다.

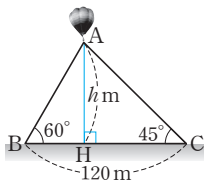
- 2 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$ 에서
 $\overline{BC} = 12 \tan 37^\circ$
 $= 12 \times 0.75 = 9(\text{m})$
 $\therefore$ (건물의 높이)
 $= \overline{CH} = \overline{BC} + \overline{BH}$
 $= 9 + 1.6 = 10.6(\text{m})$



- 3 오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면
 $\triangle BHC$ 에서
 $\overline{BH} = 50 \sin 60^\circ = 50 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3}(\text{m})$
 $\overline{HC} = 50 \cos 60^\circ = 50 \times \frac{1}{2} = 25(\text{m})$
 $\therefore \overline{AH} = \overline{AC} - \overline{HC} = 60 - 25 = 35(\text{m})$
 따라서 $\triangle AHB$ 에서
 $\overline{AB} = \sqrt{35^2 + (25\sqrt{3})^2} = 10\sqrt{31}(\text{m})$

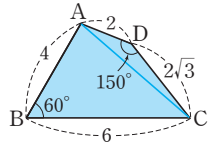


- 4 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하고
 $\overline{AH} = h\text{ m}$ 라 하면
 $\triangle ABH$ 에서
 $\overline{BH} = \frac{h}{\tan 60^\circ} = \frac{h}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}h(\text{m})$
 $\triangle AHC$ 에서 $\overline{CH} = \frac{h}{\tan 45^\circ} = h(\text{m})$
 이때 $\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH}$ 이므로
 $\frac{\sqrt{3}}{3}h + h = 120$ 에서 $\frac{\sqrt{3}+3}{3}h = 120$
 $\therefore h = 120 \times \frac{3}{\sqrt{3}+3} = 60(3-\sqrt{3})$
 따라서 지면으로부터 열기구의 높이는 $60(3-\sqrt{3})\text{ m}$ 이다.

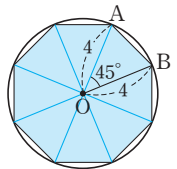


- 5 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times 8 \times \sin 45^\circ = 10$ 에서
 $\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times 8 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 10$
 $2\sqrt{2} \overline{AB} = 10 \quad \therefore \overline{AB} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

- 6 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 그으면
 $\square ABCD$
 $= \triangle ABC + \triangle ACD$
 $= \frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times \sin 60^\circ$
 $+ \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} \times \sin (180^\circ - 150^\circ)$
 $= \frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} \times \frac{1}{2}$
 $= 6\sqrt{3} + \sqrt{3}$
 $= 7\sqrt{3}$



- 7 정팔각형은 오른쪽 그림과 같이 합동인 8개의 이등변삼각형으로 나눌 수 있으므로
 $\triangle AOB$ 에서
 $\overline{OA} = \overline{OB} = 4, \angle AOB = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$
 $\therefore$ (정팔각형의 넓이)
 $= 8 \triangle AOB$
 $= 8 \times \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 45^\circ \right)$
 $= 8 \times \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$
 $= 32\sqrt{2}$

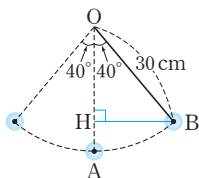


- 8 $\square ABCD$ 가 평행사변형이므로
 $\overline{AD} = \overline{BC} = 8\text{ cm}$
 $\overline{AM} = \overline{BM}$ 이므로
 $\triangle AMC = \frac{1}{2} \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \square ABCD$
 $= \frac{1}{4} \square ABCD$
 $= \frac{1}{4} \times (8 \times 4\sqrt{3} \times \sin 60^\circ)$
 $= \frac{1}{4} \times \left(8 \times 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$
 $= 12(\text{cm}^2)$

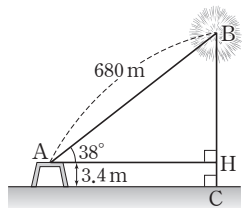
- 9 $\square ABCD = \frac{1}{2} \times 12 \times 10 \times \sin (180^\circ - 135^\circ)$
 $= \frac{1}{2} \times 12 \times 10 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $= 30\sqrt{2}$

- 1 ④ 2 425 m 3 $10\sqrt{3}$ m 4 $32\sqrt{3}+24$
 5 $(3-\sqrt{3})$ cm 6 $4\sqrt{3}$ cm²
 7 $(3\sqrt{2}+3\sqrt{6})$ km 8 $4\sqrt{43}$ km 9 $2\sqrt{19}$
 10 ③ 11 0.5 km 12 $8(\sqrt{3}-1)$ 13 ③, ⑤
 14 24 cm² 15 $21\sqrt{3}$ cm² 16 ③ 17 $6\sqrt{10}$ cm²
 18 $\left(\frac{125}{3}\pi-25\right)$ cm² 19 ④ 20 $3\sqrt{3}-\sqrt{7}$
 21 $3\sqrt{21}$ 22 $\frac{45\sqrt{3}}{2}$ cm² 23 9
 24 $\frac{4}{5}$ 25 1 cm 26 $21\sqrt{2}$ cm²
 27 ① 28 ② 29 $9\sqrt{6}$ 30 9
 31 0.168 m 32 분속 69.2 m
 33 P: 121 %, Q: 117 %

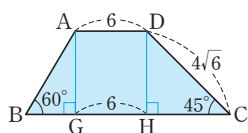
- 1 오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{OA}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면
 $\triangle OHB$ 에서
 $\overline{OH} = 30 \cos 40^\circ$ (cm)
 $\therefore \overline{AH} = \overline{OA} - \overline{OH}$
 $= 30 - 30 \cos 40^\circ$
 $= 30(1 - \cos 40^\circ)$ (cm)



- 2 $\overline{AB}$ = (소리가 이동한 거리)
 $= (\text{속력}) \times (\text{시간})$
 $= 340 \times 2 = 680$ (m)
 이므로 $\triangle AHB$ 에서
 $\overline{BH} = 680 \sin 38^\circ$
 $= 680 \times 0.62 = 421.6$ (m)
 $\therefore \overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH}$
 $= 421.6 + 3.4 = 425$ (m)



- 3 $\triangle DBH$ 에서
 $\overline{DH} = 2\sqrt{3} \sin 30^\circ = 2\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = \sqrt{3}$ (m)
 $\overline{BH} = 2\sqrt{3} \cos 30^\circ = 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3$ (m)
 이때 $\overline{AH} = \overline{AB} + \overline{BH} = 8 + 3 = 11$ (m) 이므로
 $\triangle CAH$ 에서 $\overline{CH} = \overline{AH} \tan 60^\circ = 11 \times \sqrt{3} = 11\sqrt{3}$ (m)
 $\therefore \overline{CD} = \overline{CH} - \overline{DH} = 11\sqrt{3} - \sqrt{3} = 10\sqrt{3}$ (m)



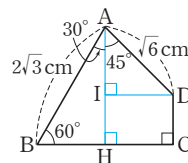
- 4 오른쪽 그림과 같이 두 점 A, D에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 G, H라 하면
 $\overline{GH} = \overline{AD} = 6$
 $\triangle DHC$ 에서
 $\overline{DH} = 4\sqrt{6} \sin 45^\circ = 4\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{3}$

$\triangle DHC$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{HC} = \overline{DH} = 4\sqrt{3}$
 $\overline{AG} = \overline{DH} = 4\sqrt{3}$ 이므로

$$\triangle ABG \text{에서 } \overline{BG} = \frac{\overline{AG}}{\tan 60^\circ} = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 4$$

$$\begin{aligned} \therefore \square ABCD &= \frac{1}{2} \times (\overline{AD} + \overline{BC}) \times \overline{DH} \\ &= \frac{1}{2} \times \{6 + (4 + 6 + 4\sqrt{3})\} \times 4\sqrt{3} \\ &= 32\sqrt{3} + 24 \end{aligned}$$

- 5 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H, 점 D에서 $\overline{AH}$ 에 내린 수선의 발을 I라 하면
 $\triangle ABH$ 에서
 $\overline{AH} = 2\sqrt{3} \sin 60^\circ = 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$



$$= 3 \text{ (cm)}$$

$\triangle AID$ 에서

$$\overline{AI} = \sqrt{6} \cos 45^\circ = \sqrt{6} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{HI} = \overline{AH} - \overline{AI} = 3 - \sqrt{3} \text{ (cm)}$$

- 6 평행사변형 ABCD에서
 $\angle A : \angle B = 2 : 1$ 이므로

$$\angle A = \frac{2}{2+1} \times 180^\circ = 120^\circ$$

$$\angle B = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

즉, $\angle PAB = 60^\circ$, $\angle PBA = 30^\circ$ 이므로

$$\triangle ABP \text{에서 } \angle APB = 180^\circ - (60^\circ + 30^\circ) = 90^\circ$$

같은 방법으로 $\angle BSC = \angle CRD = \angle AQD = 90^\circ$ 이므로
 $\square PQRS$ 는 직사각형이다.

$$\triangle BCS \text{에서 } \overline{BS} = 10 \cos 30^\circ = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\triangle ABP \text{에서 } \overline{BP} = 6 \cos 30^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

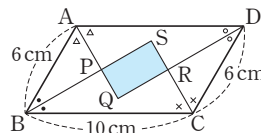
$$\therefore \overline{PS} = \overline{BS} - \overline{BP} = 5\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\triangle BCS \text{에서 } \overline{CS} = 10 \sin 30^\circ = 10 \times \frac{1}{2} = 5 \text{ (cm)}$$

$$\triangle CDR \text{에서 } \overline{CR} = 6 \sin 30^\circ = 6 \times \frac{1}{2} = 3 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{SR} = \overline{CS} - \overline{CR} = 5 - 3 = 2 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \square PQRS = \overline{PS} \times \overline{SR} = 2\sqrt{3} \times 2 = 4\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

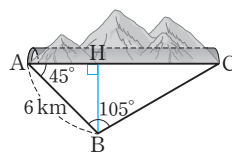


- 7 오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$\triangle ABH$ 에서

$$\overline{AH} = 6 \cos 45^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} \text{ (km)}$$

$\triangle ABH$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{BH} = \overline{AH} = 3\sqrt{2}$ km



△ABC에서

$$\angle BCA = 180^\circ - (105^\circ + 45^\circ) = 30^\circ \text{이므로}$$

△BCH에서

$$\overline{CH} = \frac{\overline{BH}}{\tan 30^\circ} = \frac{3\sqrt{2}}{\tan 30^\circ} = 3\sqrt{2} \times \frac{3}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{6}(\text{km})$$

$$\therefore \overline{AC} = \overline{AH} + \overline{CH} = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{6}(\text{km})$$

따라서 만들려는 터널의 길이는 $(3\sqrt{2} + 3\sqrt{6})$ km이다.

- 8 두 자동차가 각각 시속 84 km, 72 km로 20분 동안 달렸으므로

$$\overline{OP} = 84 \times \frac{20}{60} = 28(\text{km}), \overline{OQ} = 72 \times \frac{20}{60} = 24(\text{km})$$

오른쪽 그림과 같이 점 Q에서 $\overline{OP}$ 에

내린 수선의 발을 H라 하면

△OQH에서

$$\overline{QH} = 24 \sin 60^\circ$$

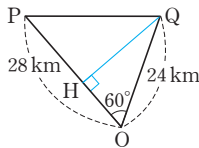
$$= 24 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}(\text{km})$$

$$\overline{OH} = 24 \cos 60^\circ = 24 \times \frac{1}{2} = 12(\text{km})$$

$$\therefore \overline{PH} = \overline{OP} - \overline{OH} = 28 - 12 = 16(\text{km})$$

따라서 △PHQ에서

$$\overline{PQ} = \sqrt{16^2 + (12\sqrt{3})^2} = 4\sqrt{43}(\text{km})$$



- 9 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$$\overline{CD} = \overline{AB} = 4 \text{이고}$$

$$\angle DCH = \angle ABC = 60^\circ \text{이므로}$$

△CHD에서

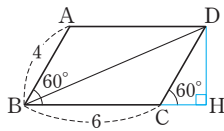
$$\overline{CH} = 4 \cos 60^\circ = 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

$$\overline{DH} = 4 \sin 60^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{BH} = \overline{BC} + \overline{CH} = 6 + 2 = 8$$

따라서 △BHD에서

$$\overline{BD} = \sqrt{8^2 + (2\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{19}$$



- 10 △ABC에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$$

또 △BCD에서 $\overline{BC} = \overline{BD}$ 이므로

$$\angle DBC = 180^\circ - 2 \times 75^\circ = 30^\circ$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ABC - \angle DBC = 75^\circ - 30^\circ = 45^\circ$$

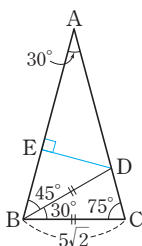
오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 E라 하면

△BDE에서

$$\overline{BE} = \overline{BD} \cos 45^\circ = 5\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 5$$

△BDE는 직각이등변삼각형이므로

$$\overline{DE} = \overline{BE} = 5$$



△AED에서

$$\overline{AE} = \frac{\overline{DE}}{\tan 30^\circ} = 5 \times \frac{3}{\sqrt{3}} = 5\sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{AB} = \overline{AE} + \overline{BE} = 5\sqrt{3} + 5 = 5(\sqrt{3} + 1)$$

- 11 $\overline{CH} = h$ km라 하면

$$\triangle CAH \text{에서 } \overline{AH} = \frac{h}{\tan 45^\circ} = h(\text{km})$$

$$\triangle CHB \text{에서 } \overline{BH} = \frac{h}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}h(\text{km})$$

△HAB에서 $\overline{AH}^2 + \overline{BH}^2 = \overline{AB}^2$ 이므로

$$h^2 + (\sqrt{3}h)^2 = 1^2, 4h^2 = 1, h^2 = \frac{1}{4}$$

$$\text{이때 } h > 0 \text{이므로 } h = \frac{1}{2} = 0.5$$

따라서 산의 높이 $\overline{CH}$ 는 0.5 km이다.

- 12 오른쪽 그림과 같이 점 P에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{PH} = h$ 라 하면

△PBH에서

$$\overline{BH} = \frac{h}{\tan 45^\circ} = h$$

△ABC에서 $\angle ACB = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$ 이므로

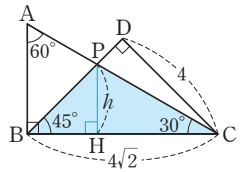
$$\triangle PHC \text{에서 } \overline{CH} = \frac{h}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}h$$

$$\triangle DBC \text{에서 } \overline{BC} = \frac{4}{\sin 45^\circ} = 4 \times \frac{2}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$$

$$\text{이때 } \overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH} \text{이므로 } h + \sqrt{3}h = 4\sqrt{2}$$

$$(\sqrt{3} + 1)h = 4\sqrt{2} \quad \therefore h = 2\sqrt{2}(\sqrt{3} - 1)$$

$$\therefore \triangle PBC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}(\sqrt{3} - 1) = 8(\sqrt{3} - 1)$$



- 13 ③ $\angle ACH = 70^\circ$ 이므로

△CAH에서

$$\overline{AH} = h \tan 70^\circ(\text{m})$$

$$\angle BCH = 40^\circ \text{이므로}$$

$$\triangle CBH \text{에서 } \overline{BH} = h \tan 40^\circ(\text{m})$$

$$\text{이때 } \overline{AB} = \overline{AH} - \overline{BH} \text{이므로}$$

$$h \tan 70^\circ - h \tan 40^\circ = 18$$

$$\therefore h(\tan 70^\circ - \tan 40^\circ) = 18$$

$$\textcircled{5} \triangle CAH \text{에서 } \overline{AH} = \frac{h}{\tan 20^\circ}(\text{m})$$

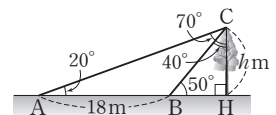
$$\triangle CBH \text{에서 } \overline{BH} = \frac{h}{\tan 50^\circ}(\text{m})$$

$$\text{이때 } \overline{AB} = \overline{AH} - \overline{BH} \text{이므로}$$

$$\frac{h}{\tan 20^\circ} - \frac{h}{\tan 50^\circ} = 18$$

$$\therefore h \left(\frac{1}{\tan 20^\circ} - \frac{1}{\tan 50^\circ} \right) = 18$$

따라서 h의 값을 구하는 식으로 알맞은 것은 ③, ⑤이다.



- 14 점 P는 두 중선의 교점이므로 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다.

$$\begin{aligned}\therefore \triangle APC &= \frac{1}{3} \triangle ABC \\ &= \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 8\sqrt{3} \times \sin 60^\circ \right) \\ &= \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 8\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 24(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

- 15 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 그으면

$\overline{AE} \parallel \overline{DC}$ 이므로

$\triangle AED = \triangle AEC$

$\therefore \square ABED$

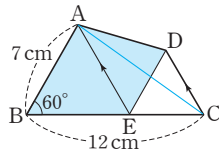
$$= \triangle ABE + \triangle AED$$

$$= \triangle ABE + \triangle AEC$$

$$= \triangle ABC$$

$$= \frac{1}{2} \times 7 \times 12 \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 7 \times 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 21\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$



- 16 $\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle DBC$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times 6 \times 4\sqrt{3} \times \sin(180^\circ - 150^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times \overline{BD} \times \sin 30^\circ + \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times 4\sqrt{3} \times \sin(180^\circ - 120^\circ)$$

$$12\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 3\overline{BD} \times \frac{1}{2} + 2\sqrt{3}\overline{BD} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$12\sqrt{3} = 3\overline{BD} + 6\overline{BD}, 9\overline{BD} = 12\sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{BD} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

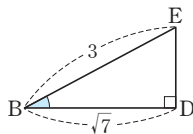
- 17 $\cos B = \frac{\sqrt{7}}{3}$ 이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 BDE를 생각할 수 있다.

$$\overline{DE} = \sqrt{3^2 - (\sqrt{7})^2} = \sqrt{2}$$
이므로

$$\sin B = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 12 \times 3\sqrt{5} \times \sin B$$

$$= \frac{1}{2} \times 12 \times 3\sqrt{5} \times \frac{\sqrt{2}}{3} = 6\sqrt{10}(\text{cm}^2)$$



다른 풀이

오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle BCH$ 에서

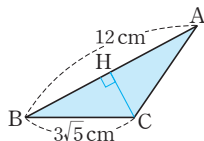
$$\overline{BH} = 3\sqrt{5} \cos B$$

$$= 3\sqrt{5} \times \frac{\sqrt{7}}{3} = \sqrt{35}(\text{cm})$$

$$\overline{CH} = \sqrt{(3\sqrt{5})^2 - (\sqrt{35})^2} = \sqrt{10}(\text{cm})$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{CH}$$

$$= \frac{1}{2} \times 12 \times \sqrt{10} = 6\sqrt{10}(\text{cm}^2)$$



- 18 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$ 를 그으면

$$\overline{OA} = \overline{OP} = \frac{1}{2} \times 20 = 10(\text{cm})$$

이므로 $\triangle AOP$ 는 이등변삼각형이다.

즉, $\angle OPA = \angle OAP = 15^\circ$ 이므로

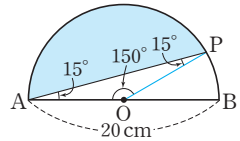
$$\angle AOP = 180^\circ - (15^\circ + 15^\circ) = 150^\circ$$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$$= (\text{부채꼴 AOP의 넓이}) - \triangle AOP$$

$$= \pi \times 10^2 \times \frac{150}{360} - \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \sin(180^\circ - 150^\circ)$$

$$= \frac{125}{3}\pi - 25(\text{cm}^2)$$



- 19 $\triangle BCD$ 의 세 변은 모두 정육면체의 한 면의 대각선이므로 $\triangle BCD$ 는 정삼각형이고 한 변의 길이는

$$\overline{BC} = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}$$

이때 $\triangle ABH$ 에서

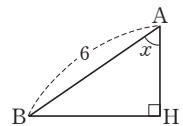
$$\overline{AH} = 6 \cos x$$
이므로

(구하는 입체도형의 부피)

$$= (\text{정육면체의 부피}) - (\text{삼각뿔의 부피})$$

$$= 6^3 - \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 6\sqrt{2} \times \sin 60^\circ \right) \times 6 \cos x$$

$$= 216 - 36\sqrt{3} \cos x = 36(6 - \sqrt{3} \cos x)$$



- 20 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 10 \times \sin 60^\circ = 20\sqrt{3} \dots \textcircled{1}$

오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle ABH$ 에서

$$\overline{AH} = 8 \sin 60^\circ = 4\sqrt{3}$$

$$\overline{BH} = 8 \cos 60^\circ = 4$$

$$\overline{CH} = \overline{BC} - \overline{BH} = 10 - 4 = 6$$
이므로

$$\triangle AHC \text{에서 } \overline{AC} = \sqrt{6^2 + (4\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{21}$$

내접원 I의 반지름의 길이를 r 라 하면

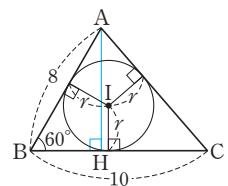
$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC})$$

$$= \frac{r}{2} (8 + 10 + 2\sqrt{21})$$

$$= r(9 + \sqrt{21}) \dots \textcircled{2}$$

따라서 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $20\sqrt{3} = r(9 + \sqrt{21})$ 이므로

$$r = \frac{20\sqrt{3}}{9 + \sqrt{21}} = 3\sqrt{3} - \sqrt{7}$$



- 21 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 18 \times 18 \times \sin 60^\circ = 81\sqrt{3}$

이때 $\triangle ADF \equiv \triangle BED \equiv \triangle CFE$ (SAS 합동)이고

$$\triangle ADF = \frac{1}{2} \times 3 \times 15 \times \sin 60^\circ = \frac{45\sqrt{3}}{4}$$
이므로

$$\triangle DEF = \triangle ABC - 3\triangle ADF$$

$$= 81\sqrt{3} - 3 \times \frac{45\sqrt{3}}{4} = \frac{189\sqrt{3}}{4}$$

△DEF의 한 변의 길이를 x 라 하면

$$\triangle DEF = \frac{1}{2} \times x \times x \times \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} x^2 \text{이므로}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} x^2 = \frac{189\sqrt{3}}{4}, x^2 = 189 \quad \therefore x = \pm 3\sqrt{21}$$

이때 $x > 0$ 이므로 $x = 3\sqrt{21}$

따라서 △DEF의 한 변의 길이는 $3\sqrt{21}$ 이다.

- 22** △BCD에서 $\frac{\overline{CD}}{\overline{BC}} = \frac{1}{2} = \cos 60^\circ$ 이므로

△BCD는 $\angle BDC = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

$$\therefore \overline{BD} = 10 \sin 60^\circ = 5\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\therefore \square ABCD = \triangle ABD + \triangle BCD$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 5\sqrt{3} \times \sin 30^\circ + \frac{1}{2} \times 5\sqrt{3} \times 5$$

$$= 10\sqrt{3} + \frac{25\sqrt{3}}{2} = \frac{45\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^2)$$

- 23** $\angle CAD = x$ 라 하면

$$\square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 3\sqrt{2} \times \sin 45^\circ + \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sin x$$

$$= 6 + 3 \sin x$$

이때 $\sin x$ 의 최댓값은 1이므로

$$(\square ABCD \text{의 넓이의 최댓값}) = 6 + 3 \times 1 = 9$$

- 24** $\overline{AP} : \overline{PD} = 1 : 2$,

$$\overline{CQ} : \overline{QD} = 1 : 2 \text{이므로}$$

$$\overline{AP} = \overline{CQ} = a (a > 0) \text{라 하면}$$

$$\overline{PD} = \overline{QD} = 2a, \overline{AB} = \overline{BC} = 3a$$

$$\therefore \overline{PB} = \overline{QB} = \sqrt{(3a)^2 + a^2} = \sqrt{10}a$$

$\overline{PQ}$ 를 그으면

$$\square ABCD = \triangle ABP + \triangle BCQ + \triangle PQD + \triangle PBQ$$

$$= 2\triangle ABP + \triangle PQD + \triangle PBQ$$

이므로

$$(3a)^2 = 2 \times \left(\frac{1}{2} \times a \times 3a \right) + \frac{1}{2} \times 2a \times 2a$$

$$+ \frac{1}{2} \times \sqrt{10}a \times \sqrt{10}a \times \sin x$$

$$9a^2 = 3a^2 + 2a^2 + 5a^2 \sin x, 5a^2 \sin x = 4a^2$$

$$\therefore \sin x = \frac{4}{5}$$

다른 풀이

오른쪽 그림과 같이 점 P에서 $\overline{BQ}$ 에

내린 수선의 발을 H라 하고

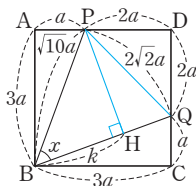
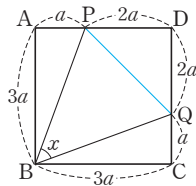
$\overline{BH} = k$ 라 하면

△PBQ에서

$$\overline{PH}^2 = (\sqrt{10}a)^2 - k^2$$

△PHQ에서

$$\overline{PH}^2 = (2\sqrt{2}a)^2 - (\sqrt{10}a - k)^2$$



$$\text{즉, } 10a^2 - k^2 = 8a^2 - 10a^2 + 2\sqrt{10}ak - k^2 \text{이므로}$$

$$2\sqrt{10}ak = 12a^2 \quad \therefore k = \frac{3\sqrt{10}}{5}a$$

$$\therefore \overline{PH} = \sqrt{(\sqrt{10}a)^2 - k^2}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{10}a)^2 - \left(\frac{3\sqrt{10}}{5}a \right)^2} = \frac{4\sqrt{10}}{5}a$$

따라서 △PBH에서

$$\sin x = \frac{\overline{PH}}{\overline{PB}} = \frac{\frac{4\sqrt{10}a}{5}}{\sqrt{10}a} = \frac{4}{5}$$

- 25** 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 의

연장선의 교점을 F라 하면

△FBC에서 $\angle BFC = 60^\circ$ 이므로

△FBC는 정삼각형이다.

$$\overline{AF} = 12 - 4 = 8(\text{cm}),$$

$$\overline{FD} = 12 - 8 = 4(\text{cm}) \text{이므로}$$

$$\square ABCD = \triangle FBC - \triangle FAD$$

$$= \frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \sin 60^\circ - \frac{1}{2} \times 8 \times 4 \times \sin 60^\circ$$

$$= 36\sqrt{3} - 8\sqrt{3}$$

$$= 28\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

$$\therefore \triangle AED = \frac{1}{2} \square ABCD = \frac{1}{2} \times 28\sqrt{3}$$

$$= 14\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

$\overline{CE} = x$ cm라 하면 $\overline{FE} = (12 - x)$ cm

$\triangle FAE = \triangle FAD + \triangle AED$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times 8 \times (12 - x) \times \sin 60^\circ = 8\sqrt{3} + 14\sqrt{3}$$

$$2\sqrt{3}(12 - x) = 22\sqrt{3}, 12 - x = 11 \quad \therefore x = 1$$

따라서 $\overline{CE}$ 의 길이는 1 cm이다.

다른 풀이

△FAD에서

$$\frac{\overline{FD}}{\overline{AF}} = \frac{1}{2} = \cos 60^\circ \text{이므로}$$

△FAD는 $\angle ADF = 90^\circ$ 인

직각삼각형이다.

$$\therefore \overline{AD} = 4 \tan 60^\circ = 4\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\square ABCD = \triangle FBC - \triangle FAD$$

$$= \frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \sin 60^\circ - \frac{1}{2} \times 4 \times 4\sqrt{3}$$

$$= 36\sqrt{3} - 8\sqrt{3}$$

$$= 28\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

$$\therefore \triangle AED = \frac{1}{2} \square ABCD = \frac{1}{2} \times 28\sqrt{3}$$

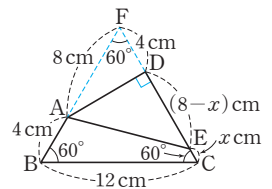
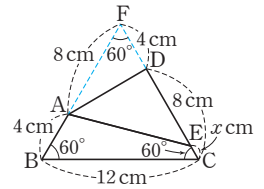
$$= 14\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

$\overline{CE} = x$ cm라 하면 $\overline{DE} = (8 - x)$ cm이므로

$$\triangle AED = \frac{1}{2} \times (8 - x) \times 4\sqrt{3} = 14\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

$$8 - x = 7 \quad \therefore x = 1$$

따라서 $\overline{CE}$ 의 길이는 1 cm이다.



26 △AMN

$$\begin{aligned}
 &= \square ABCD - \triangle ABM - \triangle MCN - \triangle AND \\
 &= 8 \times 14 \times \sin 45^\circ - \frac{1}{2} \times 8 \times 7 \times \sin 45^\circ \\
 &\quad - \frac{1}{2} \times 7 \times 4 \times \sin (180^\circ - 135^\circ) - \frac{1}{2} \times 4 \times 14 \times \sin 45^\circ \\
 &= 56\sqrt{2} - 14\sqrt{2} - 7\sqrt{2} - 14\sqrt{2} = 21\sqrt{2} (\text{cm}^2)
 \end{aligned}$$

다른 풀이

오른쪽 그림과 같이

AC를 그으면

△AMN

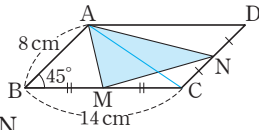
$$= \triangle AMC + \triangle ACN - \triangle MCN$$

$$= \frac{1}{2} \triangle ABC + \frac{1}{2} \triangle ACD - \triangle MCN$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \square ABCD + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \square ABCD - \triangle MCN$$

$$= \frac{1}{2} \square ABCD - \triangle MCN$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \times (8 \times 14 \times \sin 45^\circ) - \frac{1}{2} \times 7 \times 4 \times \sin (180^\circ - 135^\circ) \\
 &= 28\sqrt{2} - 7\sqrt{2} = 21\sqrt{2} (\text{cm}^2)
 \end{aligned}$$



27 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times a \times b \times \sin (180^\circ - 135^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{4} ab$

$\angle G = \angle E = 60^\circ$ 이므로

$$\square DEFG = b \times c \times \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} bc$$

이때 $\triangle ABC = \square DEFG$ 이므로 $\frac{\sqrt{2}}{4} ab = \frac{\sqrt{3}}{2} bc$

$b > 0$ 이므로 $\frac{\sqrt{2}}{4} a = \frac{\sqrt{3}}{2} c, a = \sqrt{6}c$

$\therefore a : c = \sqrt{6} : 1$

28 오른쪽 그림과 같이 두 점 A, B에서 $\overline{BC}, \overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 각각 H, G라 하면

$\overline{AH} = a$ 이므로

$$\triangle ABH \text{에서 } \overline{AB} = \frac{\overline{AH}}{\sin x} = \frac{a}{\sin x}$$

$\overline{BG} = b$ 이고 $\angle BCG = \angle ABC = x$ (엇각)이므로

$$\triangle BGC \text{에서 } \overline{BC} = \frac{\overline{BG}}{\sin x} = \frac{b}{\sin x}$$

$$\therefore \square ABCD = \overline{AB} \times \overline{BC} \times \sin x$$

$$= \frac{a}{\sin x} \times \frac{b}{\sin x} \times \sin x = \frac{ab}{\sin x}$$

다른 풀이

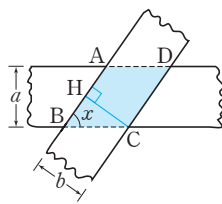
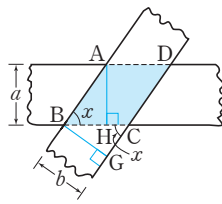
오른쪽 그림과 같이 점 C에서

$\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{CH} = b$ 이므로

$\triangle BCH$ 에서

$$\overline{BC} = \frac{\overline{CH}}{\sin x} = \frac{b}{\sin x}$$

$$\therefore \square ABCD = (\text{밑변의 길이}) \times (\text{높이}) = \frac{b}{\sin x} \times a = \frac{ab}{\sin x}$$



29 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = 8 \cos 30^\circ = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$

$\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 P라 하면

$\triangle PBC$ 에서 $\angle APB = 15^\circ + 30^\circ = 45^\circ$

$$\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BD} \times \sin 45^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 9 \times \sin 45^\circ = 9\sqrt{6}$$

30 오른쪽 그림과 같이 $\square ABCD$ 의 두 대각선 AC, BD가 이루는 각의 크기를 α 라 하면

$$\square ABCD = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \sin \alpha$$

이므로 $\square ABCD$ 의 넓이가 최

대일 때는 $\sin \alpha$ 의 값이 최대일 때이다.

$\sin \alpha$ 의 값은 $\alpha = 90^\circ$ 일 때 1로 최대이므로 꼭짓점 C가 점 C'의 위치에 있을 때, 즉 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때 $\square ABCD$ 의 넓이는 최대가 된다.

따라서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이면 $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 이므로 $5^2 + \overline{CD}^2 = 4^2 + \overline{BC}^2 \therefore \overline{BC}^2 - \overline{CD}^2 = 9$

참고 두 대각선이 직교하는 사각형에서 피타고라스 정리의 활용

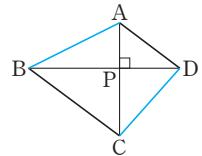
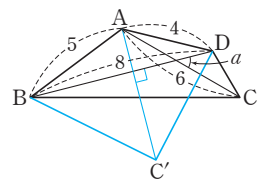
$\square ABCD$ 에서 두 대각선이 직교할 때

$$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2$$

$$= (\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2) + (\overline{CP}^2 + \overline{DP}^2)$$

$$= (\overline{AP}^2 + \overline{DP}^2) + (\overline{BP}^2 + \overline{CP}^2)$$

$$= \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$$



31 **길잡이** 사탑이 기울어진 각, 즉 $\angle ACB$ 의 크기가 5.5° 일 때와 4° 일 때의 $\overline{BC}$ 의 길이를 각각 구해 본다.

1990년, 즉 $\angle ACB = 5.5^\circ$ 일 때 $\overline{BC}$ 의 길이를 h_1 m,

현재, 즉 $\angle ACB = 4^\circ$ 일 때 $\overline{BC}$ 의 길이를 h_2 m라 하면

$$h_1 = 56 \cos 5.5^\circ = 56 \times 0.995 = 55.72$$

$$h_2 = 56 \cos 4^\circ = 56 \times 0.998 = 55.888$$

$$\therefore h_2 - h_1 = 55.888 - 55.72 = 0.168$$

따라서 현재 $\overline{BC}$ 의 길이는 1990년에 비해 0.168 m 늘어났다.

32 **길잡이** 5분 후의 배의 위치를 나타낸 후, 두 직각삼각형에서 삼각비를 이용하여 배가 움직인 거리를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 5분 후

배의 위치를 B라 하면

$\angle QPB = 60^\circ$ 이므로

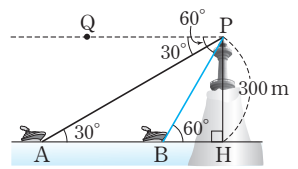
$\angle PBH = \angle QPB = 60^\circ$

(엇각)

$$\triangle PBH \text{에서 } \overline{BH} = \frac{300}{\tan 60^\circ} = 100\sqrt{3} (\text{m})$$

$\angle PAH = \angle QPA = 30^\circ$ (엇각)이므로

$$\triangle PAH \text{에서 } \overline{AH} = \frac{300}{\tan 30^\circ} = 300\sqrt{3} (\text{m})$$



$$\therefore \overline{AB} = \overline{AH} - \overline{BH}$$

$$= 300\sqrt{3} - 100\sqrt{3} = 200\sqrt{3}$$

$$= 200 \times 1.73 = 346(\text{m})$$

따라서 배는 5분 동안 346m만큼 움직였으므로 배의 속력은

$$\frac{346}{5} = 69.2(\text{m/min}), \text{ 즉 분속 } 69.2\text{m이다.}$$

- 33 길잡이** 평행사변형 ABCD의 이웃하는 두 변의 길이와 두 대각선의 길이를 각각 a, b, c, d 로 놓고, 길이의 변화를 a, b, c, d 를 사용하여 나타내어 본다.

오른쪽 그림과 같이

$$\overline{AB}=a, \overline{BC}=b, \overline{AC}=c, \overline{BD}=d$$

라 하고, $\overline{AB}, \overline{BC}$ 가 이루는 각의 크기를 x , 두 대각선이 이루는 예각의 크기를 y 라 하면

$$S = ab \sin x = \frac{1}{2} cd \sin y$$

- (i) 오른쪽 그림과 같이

$\square ABCD$ 의 네 변의 길이를 모두 10%씩 늘여서 만든 사각형을 $\square AB'C'D'$ 이라 하면

$$P = 1.1a \times 1.1b \times \sin x$$

$$= 1.21ab \sin x$$

$$= 1.21S$$

- (ii) 오른쪽 그림과 같이

$\square ABCD$ 에서 $\overline{AC}$ 의 길이를

30% 늘이고, $\overline{BD}$ 의 길이를

10% 줄여서 만든 사각형을

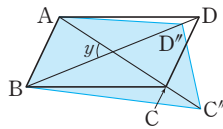
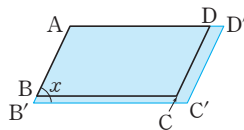
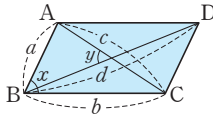
$\square ABC''D''$ 이라 하면

$$Q = \frac{1}{2} \times 1.3c \times 0.9d \times \sin y$$

$$= \frac{1}{2} cd \sin y \times 1.17$$

$$= 1.17S$$

따라서 (i), (ii)에 의해 P 의 값은 S 의 값의 121%이고, Q 의 값은 S 의 값의 117%이다.



- 01 길잡이** 주어진 도로의 경사각에 대한 삼각비의 값을 구해 본다.

$$(\text{경사도}) = \tan A \times 100 = 25(\%) \text{ 이므로}$$

$$\tan A = \frac{1}{4}$$

즉, 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형

ABC를 생각할 수 있다.

$$\overline{AC} = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17} = 4.1$$

$$\therefore \sin A = \frac{1}{4.1}$$

주어진 오르막길 도로를 오른쪽

그림과 같이 나타내면

$$\overline{AC'} = 1\text{km} = 1000\text{m} \text{ 이므로}$$

$\triangle AB'C'$ 에서

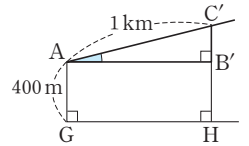
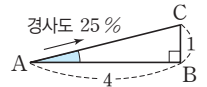
$$\overline{B'C'} = 1000 \sin A$$

$$= 1000 \times \frac{1}{4.1} = 243.90 \dots (\text{m})$$

$$\therefore \overline{C'H} = \overline{B'C'} + \overline{B'H}$$

$$= 243.90 \dots + 400 = 643.90 \dots (\text{m})$$

따라서 자동차의 위치를 소수점 아래 첫째 자리까지 구하면 해발 643.9m이다.



- 02 길잡이** 빛의 입사각의 크기와 반사각의 크기가 같으므로 세 삼각형의 각 변의 길이를 $\tan x$ 를 사용하여 나타내어 본다.

빛의 입사각의 크기와 반사각의

크기가 같으므로

$$\angle AQP = \angle CQD = \angle PMB = x$$

$\overline{BM} = a$ 라 하면

$$\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{CD} = \overline{BC} = 2a$$

$\triangle PBM$ 에서 $\overline{PB} = a \tan x$

$$\therefore \overline{AP} = 2a - a \tan x$$

$$\triangle QCD \text{에서 } \overline{QD} = \frac{2a}{\tan x}$$

$$\therefore \overline{AQ} = 2a - \frac{2a}{\tan x}$$

따라서 $\triangle APQ$ 에서

$$\tan x = (2a - a \tan x) \div \left(2a - \frac{2a}{\tan x} \right)$$

$$2a \tan x - 2a = 2a - a \tan x, 3a \tan x = 4a$$

$$\therefore \tan x = \frac{4a}{3a} = \frac{4}{3}$$

다른 풀이

$$\overline{AP} = \overline{AB} - \overline{PB} = 2a - a \tan x \text{ 이므로}$$

$$\triangle APQ \text{에서 } \overline{AQ} = \frac{2a - a \tan x}{\tan x}$$

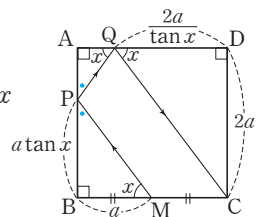
이때 $\overline{AD} = \overline{AQ} + \overline{QD}$ 이므로

$$2a = \frac{2a - a \tan x}{\tan x} + \frac{2a}{\tan x}$$

$$2a = \frac{4a - a \tan x}{\tan x}$$

$$2a \tan x = 4a - a \tan x, 3a \tan x = 4a$$

$$\therefore \tan x = \frac{4a}{3a} = \frac{4}{3}$$



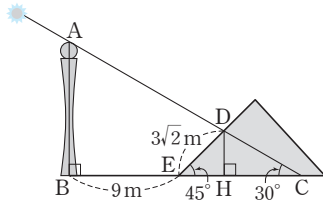
P. 28~29 **내신 1% 뒤편넘기**

01 643.9m **02** $\frac{4}{3}$ **03** $(4\sqrt{3}+3)\text{m}$

04 $24+8\sqrt{3}$ **05** 21 **06** $\frac{7\sqrt{3}}{4}$

07 $(4-2\sqrt{3})\text{cm}^2$

03 길잡이 건축물이 없을 때의 조형물의 그림자의 길이를 생각해 본다.



조형물과 건축물의 옆모습을 위의 그림과 같이 나타내면 $\triangle DEH$ 에서

$$\overline{EH} = 3\sqrt{2} \cos 45^\circ = 3\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3(\text{m})$$

$\triangle DEH$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{DH} = \overline{EH} = 3\text{m}$

$\triangle DHC$ 에서

$$\overline{HC} = \frac{\overline{DH}}{\tan 30^\circ} = 3 \times \frac{3}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}(\text{m})$$

$$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EH} + \overline{HC} = 9 + 3 + 3\sqrt{3} = 12 + 3\sqrt{3}(\text{m}) \text{ 이므로}$$

$\triangle ABC$ 에서

$$\overline{AB} = \overline{BC} \tan 30^\circ = (12 + 3\sqrt{3}) \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3} + 3(\text{m})$$

따라서 조형물의 높이는 $(4\sqrt{3} + 3)\text{m}$ 이다.

04 길잡이 삼각형의 내심을 이용하여 $\angle CAD$ 의 크기를 구하고, $\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 에서 각각 필요한 변의 길이를 구한다.

$\triangle ABC$ 의 내심 I는 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$$\angle CAD = \angle BAD = 30^\circ$$

$$\triangle ABC \text{에서 } \angle B = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ + 45^\circ) = 75^\circ$$

$$\triangle ABD \text{에서 } \angle ADB = 180^\circ - (30^\circ + 75^\circ) = 75^\circ$$

즉, $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AB} = \overline{AD} = 8$

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AC}$

에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle ADH$ 에서

$$\overline{AH} = 8 \cos 30^\circ = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$$

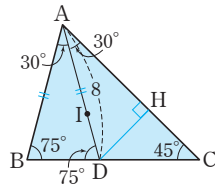
$$\overline{DH} = 8 \sin 30^\circ = 8 \times \frac{1}{2} = 4$$

$\triangle DCH$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{CH} = \overline{DH} = 4$

$$\therefore \overline{AC} = \overline{AH} + \overline{CH} = 4\sqrt{3} + 4$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC} \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times (4\sqrt{3} + 4) \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 24 + 8\sqrt{3}$$



05 길잡이 $\triangle ABC$ 와 나머지 각 삼각형의 넓이 사이의 관계를 생각해 본다.

오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서

$$\overline{BC} = a, \overline{AC} = b, \overline{AB} = c \text{라 하면}$$

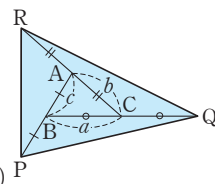
$$\overline{BQ} = 2a, \overline{CR} = 2b, \overline{AP} = 2c$$

$\triangle ARP$

$$= \frac{1}{2} \times b \times 2c \times \sin (180^\circ - \angle RAP)$$

$$= \frac{1}{2} \times b \times 2c \times \sin A$$

$$= 2 \times \left(\frac{1}{2} bc \sin A \right) = 2\triangle ABC = 2 \times 3 = 6$$



같은 방법으로

$$\triangle BPQ = 2 \times \left(\frac{1}{2} ac \sin B \right) = 2\triangle ABC = 2 \times 3 = 6$$

$$\triangle CQR = 2 \times \left(\frac{1}{2} ab \sin C \right) = 2\triangle ABC = 2 \times 3 = 6$$

$$\therefore \triangle PQR = \triangle ABC + \triangle ARP + \triangle BPQ + \triangle CQR = 3 + 6 + 6 + 6 = 21$$

06 길잡이 $\triangle ABC$ 를 $\triangle ABP$ 와 $\triangle APC$ 로 나누고, $\overline{PQ}$ 와 $\overline{PR}$ 를 이용하여 각 삼각형의 넓이를 구해 본다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AP}$ 를 그으면

$$\triangle ABC = \triangle ABP + \triangle APC \text{이므로}$$

$$\frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times \overline{PQ} + \frac{1}{2} \times 6 \times \overline{PR}$$

$$9\sqrt{3} = 3(\overline{PQ} + \overline{PR})$$

$$\therefore \overline{PQ} + \overline{PR} = 3\sqrt{3}$$

$$(\overline{PQ} + \overline{PR})^2 = \overline{PQ}^2 + \overline{PR}^2 + 2 \times \overline{PQ} \times \overline{PR} \text{에서}$$

$$(3\sqrt{3})^2 = 13 + 2 \times \overline{PQ} \times \overline{PR}$$

$$\therefore \overline{PQ} \times \overline{PR} = 7$$

$\angle QBP = 60^\circ$ 이므로 $\triangle QBP$ 에서

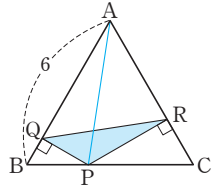
$$\angle QPB = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$$

같은 방법으로 $\triangle RPC$ 에서 $\angle RPC = 30^\circ$ 이므로

$$\angle QPR = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$$

$$\therefore \triangle QPR = \frac{1}{2} \times \overline{PQ} \times \overline{PR} \times \sin (180^\circ - 120^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} \times 7 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{7\sqrt{3}}{4}$$



07 길잡이 $\angle OPQ = a$ 라 할 때, a 의 크기가 변함에 따라 색칠한 부분의 넓이가 어떻게 변하는지 생각해 본다.

오른쪽 그림에서

$$\overline{OP} = \overline{PQ} = \overline{QR} = \overline{RO} \text{이므로}$$

$\square OPQR$ 는 마름모이다.

이때 $\square OPQR$ 의 네 내각의 크기의

합은 360° 이므로 4개의 부채꼴의 넓

이의 합은 반지름의 길이가 1cm인 원의 넓이와 같다.

즉, $\angle OPQ = a$ 라 하면

(색칠한 부분의 넓이)

$$= \square OPQR - (4\text{개의 부채꼴의 넓이의 합})$$

$$= 2 \times 2 \times \sin a - \pi \times 1^2$$

$$= 4 \sin a - \pi (\text{cm}^2)$$

(i) 색칠한 부분의 넓이가 최소일 때

$\sin a$ 의 값이 최소, 즉 a 의 크기

가 최소일 때이므로 $\overline{OQ} = \overline{OP}$ 일

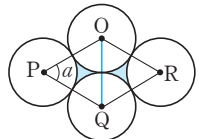
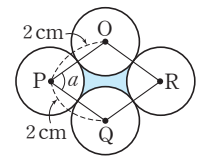
때이다.

이때 $\triangle OPQ$ 는 정삼각형이므로 $a = 60^\circ$

$$\therefore (\text{색칠한 부분의 넓이의 최솟값})$$

$$= 4 \sin a - \pi = 4 \sin 60^\circ - \pi$$

$$= 2\sqrt{3} - \pi (\text{cm}^2)$$

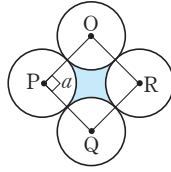


(ii) 색칠한 부분의 넓이가 최대일 때 $\sin a$ 의 값이 최대, 즉 $a=90^\circ$ 일 때
이므로

$$\begin{aligned} & (\text{색칠한 부분의 넓이의 최댓값}) \\ &= 4 \sin a - \pi = 4 \sin 90^\circ - \pi \\ &= 4 - \pi (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

따라서 (i), (ii)에 의해 색칠한 부분의 넓이의 최댓값과 최솟값의 차는

$$(4 - \pi) - (2\sqrt{3} - \pi) = 4 - 2\sqrt{3} (\text{cm}^2)$$



P. 30~31

1~2 서술형 완성하기

[과정은 풀이 참조]

- 1 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ 2 $\frac{2\sqrt{7}}{3}$ 3 $(2\sqrt{3}-2) \text{ cm}^2$
4 $\frac{100(3+\sqrt{3})}{3} \text{ m}$ 5 $8\sqrt{2} \text{ cm}^2$ 6 $\frac{9}{11}$
7 $\frac{1}{2}$ 8 21 cm^2

1 $\overline{AB}=2$, $\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 2=1$ 이므로

$$\begin{aligned} \triangle ABM \text{에서 } \overline{AM} &= \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3} \\ \text{또 } \overline{DM} &= \overline{AM} = \sqrt{3} \end{aligned} \quad \dots (i)$$

이때 $\triangle AMD$ 는 이등변삼각형이고, 점 N은 그 밑변의 중점
이므로

$$\angle MNA = 90^\circ$$

$$\overline{AN} = \overline{DN} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2}\times 2 = 1 \text{이므로}$$

$$\triangle AMN \text{에서 } \overline{MN} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 - 1^2} = \sqrt{2} \quad \dots (ii)$$

$$\text{따라서 } \sin x = \frac{\overline{AN}}{\overline{AM}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\tan y = \frac{\overline{MN}}{\overline{DN}} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2} \text{이므로} \quad \dots (iii)$$

$$\sin x \times \tan y = \frac{\sqrt{3}}{3} \times \sqrt{2} = \frac{\sqrt{6}}{3} \quad \dots (iv)$$

채점 기준	비율
(i) $\overline{AM}$, $\overline{DM}$ 의 길이 구하기	20 %
(ii) $\overline{MN}$ 의 길이 구하기	30 %
(iii) $\sin x$, $\tan y$ 의 값 구하기	40 %
(iv) $\sin x \times \tan y$ 의 값 구하기	10 %

$$2 \quad \triangle AOB \text{에서 } \cos a = \frac{\overline{OB}}{8} = \frac{3}{4} \quad \therefore \overline{OB} = 6$$

$$\therefore \overline{AE} = \overline{BD} = \overline{OD} - \overline{OB} = 8 - 6 = 2 \quad \dots (i)$$

$$\text{또 } \overline{AB} = \sqrt{8^2 - 6^2} = 2\sqrt{7}$$

$\triangle AOB$ 와 $\triangle CAE$ 에서

$$\angle ABO = \angle CEA = 90^\circ, \angle OAB = \angle ACE (\text{동위각}) \text{이므로}$$

$\triangle AOB \sim \triangle CAE$ (AA 닮음)

$$\text{즉, } \overline{OB} : \overline{AE} = \overline{AB} : \overline{CE} \text{이므로}$$

$$6 : 2 = 2\sqrt{7} : \overline{CE} \quad \therefore \overline{CE} = \frac{2\sqrt{7}}{3} \quad \dots (ii)$$

$$\therefore \triangle CAE = \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{2\sqrt{7}}{3} = \frac{2\sqrt{7}}{3} \quad \dots (iii)$$

채점 기준	비율
(i) $\overline{AE}$ 의 길이 구하기	40 %
(ii) $\overline{CE}$ 의 길이 구하기	40 %
(iii) $\triangle CAE$ 의 넓이 구하기	20 %

$$3 \quad \angle COD = 15^\circ + 30^\circ = 45^\circ$$

$\triangle COD$ 에서

$$\overline{CD} = 2 \sin 45^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} (\text{cm})$$

$\triangle COD$ 는 직각이등변삼각형이므로

$$\overline{OD} = \overline{CD} = \sqrt{2} \text{ cm} \quad \dots (i)$$

$\overline{FE} = \overline{CD} = \sqrt{2} \text{ cm}$ 이므로

$\triangle FOE$ 에서

$$\overline{OE} = \frac{\overline{FE}}{\tan 30^\circ} = \sqrt{2} \times \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{6} (\text{cm}) \quad \dots (ii)$$

따라서 $\overline{DE} = \overline{OE} - \overline{OD} = \sqrt{6} - \sqrt{2} (\text{cm})$ 이므로

$$\square CDEF = (\sqrt{6} - \sqrt{2}) \times \sqrt{2} = 2\sqrt{3} - 2 (\text{cm}^2) \quad \dots (iii)$$

채점 기준	비율
(i) $\overline{CD}$, $\overline{OD}$ 의 길이 구하기	40 %
(ii) $\overline{OE}$ 의 길이 구하기	30 %
(iii) $\square CDEF$ 의 넓이 구하기	30 %

4 오른쪽 그림과 같이 점 A에서

$\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발을 H라

하고, $\overline{AH} = h \text{ m}$ 라 하면

$\triangle AHD$ 에서

$$\overline{HD} = \frac{h}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}h (\text{m})$$

$$\triangle AHC \text{에서 } \overline{HC} = \frac{h}{\tan 45^\circ} = h (\text{m})$$

이때 $\overline{CD} = \overline{HD} - \overline{HC}$ 이므로

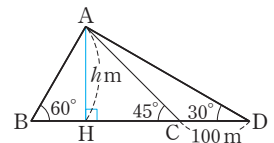
$$\sqrt{3}h - h = 100 \text{에서 } (\sqrt{3} - 1)h = 100$$

$$\therefore h = \frac{100}{\sqrt{3} - 1} = 50(\sqrt{3} + 1) \quad \dots (i)$$

따라서 $\triangle ABH$ 에서

$$\overline{AB} = \frac{h}{\sin 60^\circ} = 50(\sqrt{3} + 1) \div \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{100(\sqrt{3} + 1)}{\sqrt{3}} = \frac{100(3 + \sqrt{3})}{3} (\text{m}) \quad \dots (ii)$$



다른 풀이 h 의 값 구하기

$$\triangle AHC \text{에서 } \overline{HC} = \overline{AH} = h \text{ m} \quad \therefore \overline{HD} = (h + 100) \text{ m}$$

$$\triangle AHD \text{에서 } \tan 30^\circ = \frac{h}{h+100} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ 이므로}$$

$$3h = \sqrt{3}(h+100), (3-\sqrt{3})h = 100\sqrt{3}$$

$$\therefore h = \frac{100\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}} = \frac{100\sqrt{3}(3+\sqrt{3})}{6} = 50(\sqrt{3}+1)$$

채점 기준	비율
(i) $\overline{AH}$ 의 길이 구하기	60 %
(ii) $\overline{AB}$ 의 길이 구하기	40 %

- 5 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{AH} = 4 \text{ cm}$ 이므로

$\triangle ABH$ 에서

$$\overline{AB} = \frac{4}{\sin 45^\circ} = 4\sqrt{2}(\text{cm}) \quad \dots (i)$$

이때 $\angle BAC = \angle DAC$ (접은 각),

$\angle BCA = \angle DAC$ (엇각)에서 $\angle BAC = \angle BCA$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이다. $\dots (ii)$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} \times \sin 45^\circ = 8\sqrt{2}(\text{cm}^2) \quad \dots (iii)$$

채점 기준	비율
(i) $\overline{AB}$ 의 길이 구하기	30 %
(ii) $\triangle ABC$ 가 이등변삼각형임을 설명하기	30 %
(iii) $\triangle ABC$ 의 넓이 구하기	40 %

- 6 $\overline{AD} = 3a$, $\overline{BD} = 2a$, $\overline{AE} = 3b$, $\overline{CE} = b$ ($a > 0$, $b > 0$)라 하면

$$S = \frac{1}{2} \times 3a \times 3b \times \sin A = \frac{9}{2}ab \sin A \quad \dots (i)$$

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (3a+2a) \times (3b+b) \times \sin A = 10ab \sin A$$

이므로

$$T = \triangle ABC - S$$

$$= 10ab \sin A - \frac{9}{2}ab \sin A = \frac{11}{2}ab \sin A \quad \dots (ii)$$

$$\therefore \frac{S}{T} = \frac{9}{2}ab \sin A \div \frac{11}{2}ab \sin A = \frac{9}{11} \quad \dots (iii)$$

채점 기준	비율
(i) S 의 값을 $\sin A$ 를 사용하여 나타내기	40 %
(ii) T 의 값을 $\sin A$ 를 사용하여 나타내기	40 %
(iii) $\frac{S}{T}$ 의 값 구하기	20 %

- 7 $\triangle ABD$ 와 $\triangle BCE$ 에서

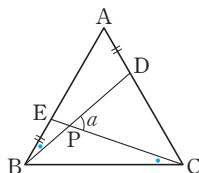
$$\overline{AB} = \overline{BC},$$

$$\angle BAD = \angle CBE = 60^\circ,$$

$$\overline{AD} = \overline{BE} \text{ 이므로}$$

$$\triangle ABD \equiv \triangle BCE \text{ (SAS 합동)}$$

$\dots (i)$



즉, $\angle ABD = \angle BCE$ 이므로

$\triangle PBC$ 에서

$$a = \angle PBC + \angle BCE$$

$$= \angle PBC + \angle ABD = \angle ABC = 60^\circ \quad \dots (ii)$$

$$\therefore \cos a = \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \quad \dots (iii)$$

채점 기준	비율
(i) $\triangle ABD \equiv \triangle BCE$ 임을 설명하기	40 %
(ii) a 의 크기 구하기	40 %
(iii) $\cos a$ 의 값 구하기	20 %

- 8 $\triangle ABH$ 와 $\triangle CBG$ 에서

$$\angle BAH = \angle BCG = 90^\circ, \overline{BH} = \overline{BG}, \overline{BA} = \overline{BC} \text{ 이므로}$$

$$\triangle ABH \equiv \triangle CBG \text{ (RHS 합동)}$$

$$\therefore \angle ABH = \angle CBG = \frac{1}{2} \times (90^\circ - 30^\circ) = 30^\circ \quad \dots (i)$$

$$\triangle ABH \text{에서 } \overline{BH} = \frac{3\sqrt{3}}{\cos 30^\circ} = 6(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{BG} = \overline{BH} = 6 \text{ cm}$$

$$\therefore \triangle BGH = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin 30^\circ = 9(\text{cm}^2) \quad \dots (ii)$$

같은 방법으로

$$\triangle GBI \equiv \triangle EBJ \text{ (RHS 합동) 이므로}$$

$$\angle GBI = \angle EBJ = 30^\circ$$

$$\triangle GBI \text{에서 } \overline{BI} = \frac{6}{\cos 30^\circ} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{BJ} = \overline{BI} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\therefore \triangle BJI = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 4\sqrt{3} \times \sin 30^\circ = 12(\text{cm}^2) \quad \dots (iii)$$

$$\therefore \triangle BGH + \triangle BJI = 9 + 12 = 21(\text{cm}^2) \quad \dots (iv)$$

채점 기준	비율
(i) $\angle ABH$ 의 크기 구하기	30 %
(ii) $\triangle BGH$ 의 넓이 구하기	30 %
(iii) $\triangle BJI$ 의 넓이 구하기	30 %
(iv) $\triangle BGH$ 와 $\triangle BJI$ 의 넓이의 합 구하기	10 %



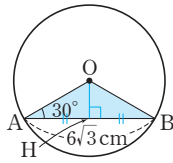
3. 원과 직선

P. 34~35 개념+ 문제 확인하기

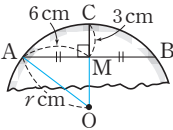
- 1 10 cm 2 $9\sqrt{3}\text{cm}^2$ 3 $\frac{15}{2}\text{cm}$ 4 225π
 5 $2\sqrt{2}\text{cm}$ 6 65° 7 34 8 11
 9 3 cm 10 6 cm

- 1 $\overline{AB} \perp \overline{OC}$ 이므로 $\overline{AM} = \overline{BM} = \frac{1}{2} \times 16 = 8(\text{cm})$
 $\overline{OB} = x\text{cm}$ 라 하면
 $\overline{OC} = \overline{OB} = x\text{cm}$, $\overline{OM} = (x-4)\text{cm}$
 $\triangle OMB$ 에서 $8^2 + (x-4)^2 = x^2$
 $8x = 80 \quad \therefore x = 10$
 따라서 $\overline{OB}$ 의 길이는 10 cm이다.

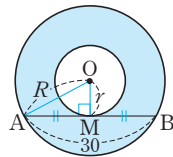
- 2 오른쪽 그림과 같이 원 O의 중심에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면
 $\overline{AH} = \overline{BH} = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$
 $\triangle OAH$ 에서
 $\overline{OH} = \overline{AH} \tan 30^\circ = 3\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 3(\text{cm})$
 $\therefore \triangle OAB = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 3 = 9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$



- 3 오른쪽 그림과 같이 원래 접시의 중심을 O라 하면 현의 수직이등분선은 그 원의 중심을 지나므로 $\overline{CM}$ 의 연장선은 점 O를 지난다.
 $\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm})$
 원래 접시의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 라 하고 $\overline{OA}$ 를 그으면
 $\overline{OA} = \overline{OC} = r\text{cm}$, $\overline{OM} = (r-3)\text{cm}$
 $\triangle AOM$ 에서 $6^2 + (r-3)^2 = r^2$
 $6r = 45 \quad \therefore r = \frac{15}{2}$
 따라서 원래 접시의 반지름의 길이는 $\frac{15}{2}\text{cm}$ 이다.



- 4 오른쪽 그림과 같이 큰 원과 작은 원의 반지름의 길이를 각각 R, r 라 하고, 작은 원과 $\overline{AB}$ 의 접점을 M이라 하면 $\overline{AB} \perp \overline{OM}$ 이므로
 $\overline{AM} = \overline{BM} = \frac{1}{2} \times 30 = 15$
 $\triangle OAM$ 에서 $R^2 - r^2 = 15^2 = 225$
 $\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)
 $= (\text{큰 원의 넓이}) - (\text{작은 원의 넓이})$
 $= \pi R^2 - \pi r^2$
 $= \pi(R^2 - r^2)$
 $= 225\pi$



- 5 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{CD} = 4\text{cm}$
 $\overline{AB} \perp \overline{OM}$ 이므로
 $\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 4 = 2(\text{cm})$
 따라서 $\triangle AMO$ 에서
 $\overline{OA} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}(\text{cm})$

- 6 $\square AMON$ 에서
 $\angle MAN = 360^\circ - (90^\circ + 130^\circ + 90^\circ) = 50^\circ$
 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$
 따라서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle ABC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 50^\circ) = 65^\circ$

- 7 원 O의 반지름의 길이를 r 라 하면
 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = r$
 $\angle PAO = 90^\circ$ 이므로
 $\triangle PAO$ 에서 $12^2 + r^2 = (8+r)^2$
 $16r = 80 \quad \therefore r = 5$
 이때 $\overline{PB} = \overline{PA} = 12$ 이므로
 $(\square APBO \text{의 둘레의 길이}) = 12 + 12 + 5 + 5 = 34$

- 8 $\overline{AD} = \overline{AE}$, $\overline{BD} = \overline{BF}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로
 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는
 $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = \overline{AD} + \overline{AE} = 2\overline{AE}$
 $15 + \overline{BC} + 10 = 2 \times 18$
 $\therefore \overline{BC} = 11$
 다른 풀이
 $\overline{CF} = \overline{CE} = 18 - 10 = 8$
 $\overline{AD} = \overline{AE} = 18$ 이므로
 $\overline{BF} = \overline{BD} = 18 - 15 = 3$
 $\therefore \overline{BC} = \overline{BF} + \overline{CF} = 3 + 8 = 11$

- 9 $\overline{AD} = \overline{AF} = x\text{cm}$ 라 하면
 $\overline{BE} = \overline{BD} = (10-x)\text{cm}$,
 $\overline{CE} = \overline{CF} = (8-x)\text{cm}$
 이때 $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CE}$ 이므로
 $12 = (10-x) + (8-x)$
 $2x = 6 \quad \therefore x = 3$
 따라서 $\overline{AD}$ 의 길이는 3 cm이다.

- 10 $\overline{AB} : \overline{AD} = 3 : 2$ 이므로
 $\overline{AB} = 3k\text{cm}$, $\overline{AD} = 2k\text{cm}$ ($k > 0$)라 하자.
 $\square ABCD$ 에서
 $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$ 이므로
 $3k + 11 = 2k + 14 \quad \therefore k = 3$
 $\therefore \overline{AD} = 2k = 2 \times 3 = 6(\text{cm})$

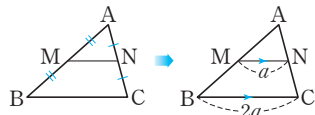
- 1 6 2 9π 3 375cm^2 4 ①
 5 $\frac{4\sqrt{3}}{3}\pi\text{cm}$ 6 16cm 7 $\frac{72}{5}$ 8 $4\sqrt{15}\text{cm}$
 9 $10\pi\text{cm}$ 10 ④ 11 ⑤ 12 143° 13 $\neg, \sqsubset$
 14 $(8\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi)\text{cm}^2$ 15 50° 16 $10\sqrt{3}$ 17 ③
 18 24 19 20cm^2 20 $\frac{36\sqrt{13}}{13}$ 21 36
 22 $\frac{4\sqrt{15}}{5}$ 23 $9\pi\text{cm}^2$ 24 300cm
 25 100cm^2 26 17 27 54 28 6cm
 29 $(18 - 4\sqrt{15})\text{cm}$ 30 $3(\sqrt{3} - 1)\text{cm}$ 31 $\sqrt{3}$
 32 $(\frac{20}{3}\pi + 10\sqrt{3})\text{cm}$ 33 2km

- 1 $\overline{AB} \perp \overline{OM}$, $\overline{AC} \perp \overline{ON}$ 이므로
 $\overline{AM} = \overline{BM}$, $\overline{AN} = \overline{CN}$

따라서 $\triangle ABC$ 에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$$\overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$$

참고 $\triangle ABC$ 에서
 $\overline{AM} = \overline{BM}$, $\overline{AN} = \overline{CN}$ 이면
 $\overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이다.



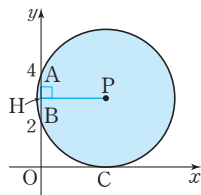
- 2 오른쪽 그림과 같이 원 P의 중심에서
 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면
 $\overline{AH} = \overline{BH}$ 이므로
 $\overline{BH} = \frac{1}{2}\overline{AB}$

$$= \frac{1}{2} \times (4 - 2) = 1$$

이때 원 P의 반지름의 길이는

$$\overline{PC} = \overline{OB} + \overline{BH} = 2 + 1 = 3$$

$$\therefore (\text{원 P의 넓이}) = \pi \times 3^2 = 9\pi$$



- 3 점 P에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle PAB$ 의 넓이가 최대가 되는 것은 오른쪽 그림과 같이 PH가 원 O의 중심을 지날 때이다.

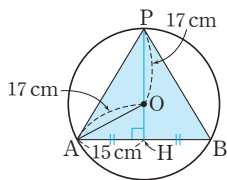
$$\text{즉, } \overline{AH} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 30 = 15(\text{cm}) \text{이므로}$$

$\triangle OAH$ 에서

$$\overline{OH} = \sqrt{17^2 - 15^2} = 8(\text{cm})$$

$$\overline{PH} = \overline{OP} + \overline{OH} = 17 + 8 = 25(\text{cm})$$

$$\therefore (\triangle PAB \text{의 넓이의 최댓값}) = \frac{1}{2} \times 30 \times 25 = 375(\text{cm}^2)$$



- 4 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하면 현의 수직이등분선은 그 원의 중심을 지나므로 $\overline{CH}$ 의 연장선은 점 O를 지난다.

$\overline{OA}$ 를 그으면

$$\overline{OA} = \overline{OC} = 200\text{m}$$

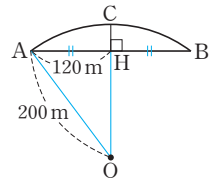
$$\overline{AH} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 240 = 120(\text{m})$$

$\triangle AOH$ 에서

$$\overline{OH} = \sqrt{200^2 - 120^2} = 160(\text{m})$$

$$\therefore \overline{CH} = \overline{OC} - \overline{OH}$$

$$= 200 - 160 = 40(\text{m})$$



- 5 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{OH}$ 의 연장선이 원 O와 만나는 점을 C라 하면

$$\overline{AH} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 6 = 3(\text{cm})$$

원 O의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 라 하면

$$\overline{OA} = \overline{OC} = r\text{cm}, \overline{OH} = \frac{1}{2}\overline{OC} = \frac{1}{2}r(\text{cm})$$

$$\triangle OAH \text{에서 } 3^2 + \left(\frac{1}{2}r\right)^2 = r^2$$

$$r^2 = 12 \quad \therefore r = \pm 2\sqrt{3}$$

$$\text{이때 } r > 0 \text{이므로 } r = 2\sqrt{3}$$

또 $\triangle OAH$ 에서 $0^\circ < \angle AOH < 90^\circ$ 이고

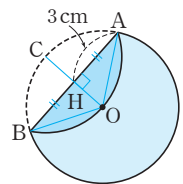
$$\cos(\angle AOH) = \frac{\overline{OH}}{\overline{OA}} = \frac{1}{2} \text{이므로}$$

$$\angle AOH = 60^\circ$$

같은 방법으로 $\angle BOH = 60^\circ$ 이므로

$$\angle AOB = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$$

$$\therefore \widehat{AOB} = \widehat{ACB} = 2\pi \times 2\sqrt{3} \times \frac{120}{360} = \frac{4\sqrt{3}}{3}\pi(\text{cm})$$



- 6 두 원의 반지름의 길이의 합이 27cm 이므로 큰 원과 작은 원의 반지름의 길이를 각각 $r\text{cm}$, $(27-r)\text{cm}$ 라 하자.

오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{AH} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 24 = 12(\text{cm})$$

이때 $4\overline{CD} = 24\text{cm}$ 이므로

$$\overline{CD} = 6(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{CH} = \frac{1}{2}\overline{CD} = \frac{1}{2} \times 6 = 3(\text{cm})$$

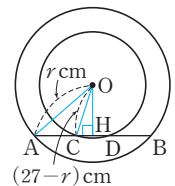
$$\triangle OAH \text{에서 } \overline{OH}^2 = r^2 - 12^2$$

$$\triangle OCH \text{에서 } \overline{OH}^2 = (27-r)^2 - 3^2$$

$$\text{즉, } r^2 - 144 = (27-r)^2 - 9 \text{에서}$$

$$54r = 864 \quad \therefore r = 16$$

따라서 큰 원의 반지름의 길이는 16cm 이다.



- 7 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OE}$ 를 그으면

$$\overline{BC} \perp \overline{OE}, \overline{BE} = \overline{CE}$$

$$\overline{OB} = 15, \overline{OE} = 12 \text{이므로}$$

$$\triangle OBE \text{에서}$$

$$\overline{BE} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$$

$$\therefore \overline{BC} = 2\overline{BE} = 2 \times 9 = 18$$

$$\overline{OC} \text{를 그으면 } \overline{OC} = 15 \text{이므로}$$

$$\triangle OBC \text{에서 } \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{OE} = \frac{1}{2} \times \overline{OB} \times \overline{CD}$$

$$\frac{1}{2} \times 18 \times 12 = \frac{1}{2} \times 15 \times \overline{CD} \quad \therefore \overline{CD} = \frac{72}{5}$$

다른 풀이

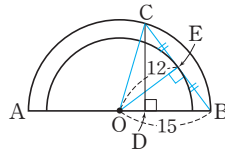
$$\triangle OBE \text{와 } \triangle CBD \text{에서}$$

$$\angle OEB = \angle CDB = 90^\circ, \angle B \text{는 공통이므로}$$

$$\triangle OBE \sim \triangle CBD \text{ (AA 닮음)}$$

$$\text{따라서 } \overline{OB} : \overline{CB} = \overline{OE} : \overline{CD} \text{이므로}$$

$$15 : 18 = 12 : \overline{CD} \quad \therefore \overline{CD} = \frac{72}{5}$$



- 8 오른쪽 그림과 같이 점 O'에서

$$\overline{OM}$$
에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{HM} = \overline{O'N} = 4 \text{ cm이므로}$$

$$\overline{OH} = 6 - 4 = 2 \text{ (cm)}$$

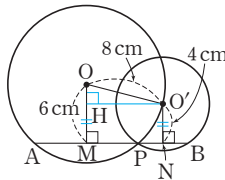
$$\triangle OHO' \text{에서}$$

$$\overline{HO'} = \sqrt{8^2 - 2^2} = 2\sqrt{15} \text{ (cm)}$$

$$\text{이때 } \overline{AM} = \overline{PM}, \overline{PN} = \overline{BN} \text{이므로}$$

$$\overline{AB} = \overline{AP} + \overline{BP} = 2(\overline{PM} + \overline{PN})$$

$$= 2\overline{MN} = 2\overline{HO'} = 2 \times 2\sqrt{15} = 4\sqrt{15} \text{ (cm)}$$



- 9 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 큰 원에서 중심 O로부터 같은 거리에 있는 두 현 AB, AC의 길이는 같다.

$$\text{즉, } \overline{AB} = \overline{AC} = 24 \text{ cm이므로}$$

$$\overline{BM} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 24 = 12 \text{ (cm)}$$

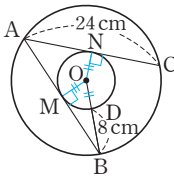
$$\text{작은 원의 반지름의 길이를 } r \text{ cm라 하면}$$

$$\overline{OM} = \overline{OD} = r \text{ cm이고 } \angle OMB = 90^\circ \text{이므로}$$

$$\triangle OMB \text{에서 } 12^2 + r^2 = (r + 8)^2$$

$$16r = 80 \quad \therefore r = 5$$

$$\therefore (\text{작은 원의 둘레의 길이}) = 2\pi \times 5 = 10\pi \text{ (cm)}$$



- 10 오른쪽 그림과 같이 원 O의 중심에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하면

$$\overline{BM} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 6 = 3 \text{ (cm)}$$

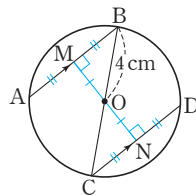
$$\overline{OB} = 4 \text{ cm이므로}$$

$$\triangle BMO \text{에서 } \overline{OM} = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7} \text{ (cm)}$$

$$\text{이때 } \overline{AB} = \overline{CD} \text{이므로 } \overline{ON} = \overline{OM} = \sqrt{7} \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{MN} = \overline{OM} + \overline{ON} = \sqrt{7} + \sqrt{7} = 2\sqrt{7} \text{ (cm)}$$

$$\text{따라서 두 현 AB와 CD 사이의 거리는 } 2\sqrt{7} \text{ cm이다.}$$



- 11 $\square AMON$ 에서

$$\angle MAN = 360^\circ - (90^\circ + 120^\circ + 90^\circ) = 60^\circ$$

$$\overline{OM} = \overline{ON} \text{이므로 } \overline{AB} = \overline{AC}$$

$$\text{즉, } \triangle ABC \text{는 정삼각형이므로}$$

$$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC} = 12 \text{ cm}$$

$$\text{오른쪽 그림과 같이 } \overline{OA} \text{를 그으면}$$

$$\triangle AMO \equiv \triangle ANO \text{ (RHS 합동)이}$$

$$\text{므로}$$

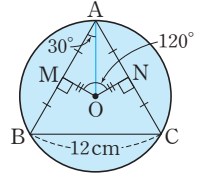
$$\angle MAO = \angle NAO = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$$

$$\overline{AB} \perp \overline{OM} \text{이므로}$$

$$\overline{AM} = \overline{BM} = \frac{1}{2} \times 12 = 6 \text{ (cm)}$$

$$\triangle AMO \text{에서 } \overline{OA} = \frac{\overline{AM}}{\cos 30^\circ} = 6 \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\therefore (\text{원 O의 넓이}) = \pi \times (4\sqrt{3})^2 = 48\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$



- 12 오른쪽 그림과 같이 크고

$$\text{작은 두 바퀴의 중심을}$$

$$\text{각각 O, O'이라 하고, 두}$$

$$\text{바퀴와 벨트의 접점을 각}$$

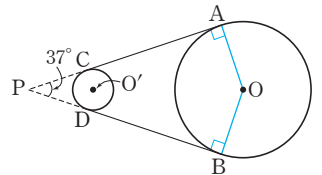
$$\text{각 A, B, C, D라 하면}$$

$$\angle CPD = 37^\circ \text{이고 } \angle PAO = \angle PBO = 90^\circ \text{이므로}$$

$$\square APBO \text{에서}$$

$$\angle AOB = 360^\circ - (90^\circ + 37^\circ + 90^\circ) = 143^\circ$$

$$\text{따라서 큰 바퀴에서 벨트가 닿지 않는 부분이 이루는 호 AB에 대한 중심각의 크기는 } 143^\circ \text{이다.}$$



- 13 ㄱ. $\overline{PA} = \overline{PB} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$, $\angle APB = 60^\circ$ 이므로

$$\triangle ABP \text{는 정삼각형이다.}$$

$$\therefore \overline{AB} = \overline{PB} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\text{ㄴ. } \triangle PAO \equiv \triangle PBO \text{ (RHS 합동)}$$

$$\text{이므로}$$

$$\angle BPO = \angle APO = 30^\circ$$

$$\triangle OBP \text{에서}$$

$$\overline{OB} = \overline{BP} \tan 30^\circ$$

$$= 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 4 \text{ (cm)}$$

$$\text{ㄷ. } \square AOBP \text{에서}$$

$$\angle AOB = 360^\circ - (90^\circ + 60^\circ + 90^\circ) = 120^\circ \text{이므로}$$

$$\triangle OBA = \frac{1}{2} \times \overline{OA} \times \overline{OB} \times \sin (180^\circ - 120^\circ)$$

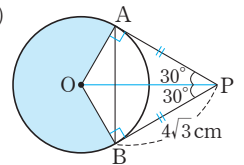
$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{ㄹ. } \angle AOB = 120^\circ \text{이므로 } (\because \text{ㄷ})$$

$$(\text{색칠한 부분의 넓이}) = \pi \times 4^2 \times \frac{360 - 120}{360}$$

$$= \frac{32}{3} \pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.}$$



- 14 오른쪽 그림과 같이 $\overline{O'T}$ 를 그으면

$$\overline{O'T} = 4 \text{ cm}$$

$$\overline{AO'} = 2 + 2 + 4 = 8 (\text{cm})$$

이때 $\triangle ATO'$ 에서

$$0^\circ < \angle AO'T < 90^\circ \text{이고}$$

$$\cos(\angle AO'T) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \text{이므로}$$

$$\angle AO'T = 60^\circ$$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

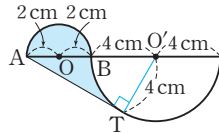
$$= (\text{반원 O의 넓이}) + \triangle ATO' - (\text{부채꼴 } BO'T \text{의 넓이})$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times \pi \times 2^2 \right) + \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 4 \times \sin 60^\circ \right)$$

$$- \left(\pi \times 4^2 \times \frac{60}{360} \right)$$

$$= 2\pi + 8\sqrt{3} - \frac{8}{3}\pi$$

$$= 8\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi (\text{cm}^2)$$



- 15 $\overline{PA} = \overline{PQ} = \overline{PB}$ 이므로 $\triangle PAQ$ 와 $\triangle PQB$ 는 각각 이등변삼각형이다.

즉, $\angle PQA = \angle PAQ = 50^\circ$ 이므로

$$\triangle PAQ \text{에서 } \angle BPQ = 50^\circ + 50^\circ = 100^\circ$$

$$\therefore \angle PBQ = \angle PQB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 100^\circ) = 40^\circ$$

이때 $\angle PBO' = 90^\circ$ 이므로

$$\angle QBO' = \angle PBO' - \angle PBQ = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$

- 16 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OE}$ 를 그으면

$$\angle ODA = \angle OEA = 90^\circ$$

$$\triangle DAO \cong \triangle EAO (\text{RHS 합동}) \text{이}$$

므로

$$\angle EAO = \angle DAO = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$$

$\triangle OAE$ 에서

$$\overline{AE} = \overline{OA} \cos 30^\circ = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$$

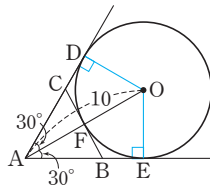
$$\overline{AD} = \overline{AE}, \overline{BF} = \overline{BE}, \overline{CF} = \overline{CD} \text{이므로}$$

$$(\triangle ABC \text{의 둘레의 길이}) = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}$$

$$= \overline{AE} + \overline{AD}$$

$$= 2\overline{AE} = 2 \times 5\sqrt{3}$$

$$= 10\sqrt{3}$$



- 17 ($\triangle PDC$ 의 둘레의 길이)

$$= \overline{CD} + \overline{PC} + \overline{PD}$$

$$= \overline{PA} + \overline{PB} = 2\overline{PA} = 48 \text{ cm}$$

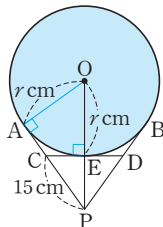
$$\text{이므로 } \overline{PA} = 24 (\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AC} = \overline{PA} - \overline{PC} = 24 - 15 = 9 (\text{cm})$$

$$\overline{CE} = \overline{AC} = 9 \text{ cm 이고}$$

$\angle CEP = 90^\circ$ 이므로

$$\triangle CPE \text{에서 } \overline{EP} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12 (\text{cm})$$



원 O의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라 하고, $\overline{OA}$ 를 그으면

$$\overline{OA} = \overline{OE} = r \text{ cm 이므로}$$

$$\triangle APO \text{에서 } r^2 + 24^2 = (r + 12)^2$$

$$24r = 432 \quad \therefore r = 18$$

$$\therefore (\text{원 O의 넓이}) = \pi \times 18^2 = 324\pi (\text{cm}^2)$$

- 18 $\overline{AD} = \overline{CD} = \overline{AB} = 8$

$$\overline{AF} = \overline{AB} = 8$$

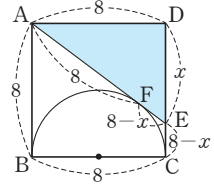
$$\overline{DE} = x \text{라 하면}$$

$$\overline{EF} = \overline{EC} = 8 - x$$

$$\triangle AED \text{에서 } 8^2 + x^2 = (16 - x)^2$$

$$32x = 192 \quad \therefore x = 6$$

$$\therefore \triangle AED = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$$



- 19 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$ 에

내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{BH} = \overline{AD} = 2 \text{ cm 이므로}$$

$$\overline{CH} = 8 - 2 = 6 (\text{cm})$$

$$\text{또 } \overline{DE} = \overline{DA} = 2 \text{ cm,}$$

$$\overline{CE} = \overline{CB} = 8 \text{ cm 이므로}$$

$$\overline{CD} = 8 + 2 = 10 (\text{cm})$$

$$\triangle DCH \text{에서 } \overline{DH} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 (\text{cm})$$

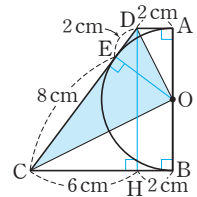
즉, $\overline{AB} = \overline{DH} = 8 \text{ cm}$ 이므로

$$\overline{OA} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 8 = 4 (\text{cm})$$

$\overline{OE}$ 를 그으면 $\overline{OE} \perp \overline{CD}$ 이고

$$\overline{OE} = \overline{OA} = 4 \text{ cm 이므로}$$

$$\triangle COD = \frac{1}{2} \times \overline{CD} \times \overline{OE} = \frac{1}{2} \times 10 \times 4 = 20 (\text{cm}^2)$$



- 20 오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{AD}$ 에

내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{AH} = \overline{BC} = 4 \text{ 이므로}$$

$$\overline{DH} = 9 - 4 = 5$$

$$\text{또 } \overline{DT} = \overline{DA} = 9, \overline{CT} = \overline{CB} = 4$$

$$\text{이므로 } \overline{CD} = 9 + 4 = 13$$

$$\triangle DHC \text{에서 } \overline{CH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

$$\text{즉, } \overline{AB} = \overline{CH} = 12 \text{ 이므로 } \overline{OA} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$$

$\triangle DAT$ 는 $\overline{DA} = \overline{DT}$ 인 이등변삼각형이므로 점 D에서

$\overline{AT}$ 에 내린 수선의 발을 M이라 하면 $\overline{AM} = \overline{TM}$

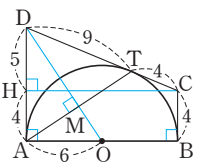
이때 $\overline{DM}$ 은 $\overline{AT}$ 의 수직이등분선이고, $\overline{AT}$ 는 반원 O의 현
이므로 $\overline{DM}$ 의 연장선은 반원의 중심 O를 지난다.

$$\triangle DAO \text{에서 } \overline{DO} = \sqrt{9^2 + 6^2} = 3\sqrt{13}$$

$$\triangle DAO \text{에서 } \frac{1}{2} \times \overline{AD} \times \overline{OA} = \frac{1}{2} \times \overline{DO} \times \overline{AM} \text{이므로}$$

$$9 \times 6 = 3\sqrt{13} \times \overline{AM} \quad \therefore \overline{AM} = \frac{18\sqrt{13}}{13}$$

$$\therefore \overline{AT} = 2\overline{AM} = 2 \times \frac{18\sqrt{13}}{13} = \frac{36\sqrt{13}}{13}$$



- 21 오른쪽 그림과 같이 4개의 원과 각 삼각형의 접점을 각각 G, H, I, J, K, L, M, N, O라 하자.

$\overline{FO} = x$ 라 하면

$$\overline{AO} = 32 - x$$

$$\overline{FN} = \overline{FO} = x$$

$$\overline{EL} = \overline{EM} = \overline{EN} = 12 - x$$

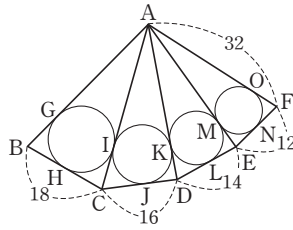
$$\overline{DJ} = \overline{DK} = \overline{DL} = 14 - (12 - x) = x + 2$$

$$\overline{CH} = \overline{CI} = \overline{CJ} = 16 - (x + 2) = 14 - x$$

$$\overline{BG} = \overline{BH} = 18 - (14 - x) = x + 4$$

이때 $\overline{AG} = \overline{AI} = \overline{AK} = \overline{AM} = \overline{AO} = 32 - x$ 이므로

$$\overline{AB} = \overline{AG} + \overline{BG} = (32 - x) + (x + 4) = 36$$



- 22 오른쪽 그림과 같이 원뿔의 밑면의 중심을 O, 구의 중심을 P, 점 P에서 모선 AB에 내린 수선의 발을 Q라 하자.

$\angle AOB = 90^\circ$ 이므로

$\triangle ABO$ 에서

$$\overline{AO} = \sqrt{16^2 - 4^2} = 4\sqrt{15}$$

$$\overline{BQ} = \overline{BO} = 4 \text{이므로 } \overline{AQ} = 16 - 4 = 12$$

구의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$\overline{PQ} = \overline{PO} = r, \overline{AP} = 4\sqrt{15} - r \text{이므로}$$

$$\triangle AQP \text{에서 } 12^2 + r^2 = (4\sqrt{15} - r)^2$$

$$8\sqrt{15}r = 96 \quad \therefore r = \frac{4\sqrt{15}}{5}$$

따라서 구의 반지름의 길이는 $\frac{4\sqrt{15}}{5}$ 이다.

다른 풀이

$\triangle ABO$ 와 $\triangle APQ$ 에서

$\angle BAO$ 는 공통, $\angle AOB = \angle AQP = 90^\circ$ 이므로

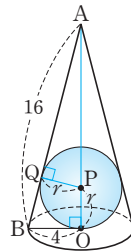
$\triangle ABO \sim \triangle APQ$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AO} : \overline{AQ} = \overline{BO} : \overline{PQ}$ 이므로

$$4\sqrt{15} : 12 = 4 : \overline{PQ}$$

$$\sqrt{15} \overline{PQ} = 12 \quad \therefore \overline{PQ} = \frac{4\sqrt{15}}{5}$$

따라서 구의 반지름의 길이는 $\frac{4\sqrt{15}}{5}$ 이다.



- 23 $\overline{EC} = \overline{BC} = 15 \text{ cm}$ 이므로

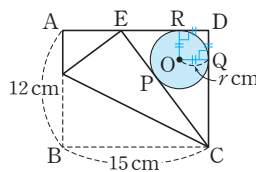
$$\triangle ECD \text{에서 } \overline{ED} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9 \text{ (cm)}$$

오른쪽 그림과 같이 내접원의 중심을 O, 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라 하고, $\triangle ECD$ 와 원 O의 접점을 각각 P, Q, R라 하면

$\square ROQD$ 는 정사각형이므로

$$\overline{QD} = \overline{RD} = r \text{ cm}, \overline{CP} = \overline{CQ} = (12 - r) \text{ cm},$$

$$\overline{EP} = \overline{ER} = (9 - r) \text{ cm}$$



이때 $\overline{CE} = \overline{CP} + \overline{EP}$ 이므로

$$15 = (12 - r) + (9 - r)$$

$$2r = 6 \quad \therefore r = 3$$

$$\therefore (\text{내접원의 넓이}) = \pi \times 3^2 = 9\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

다른 풀이

$$\overline{EC} = \overline{BC} = 15 \text{ cm이므로}$$

$$\triangle ECD \text{에서 } \overline{ED} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \triangle ECD = \frac{1}{2} \times 9 \times 12 = 54 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$\triangle ECD$ 의 내접원의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라 하면

$$\triangle ECD = \frac{1}{2} r (15 + 12 + 9) = 18r \text{ (cm}^2\text{)} \text{이므로}$$

$$18r = 54 \quad \therefore r = 3$$

$$\therefore (\text{내접원의 넓이}) = \pi \times 3^2 = 9\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

- 24 오른쪽 그림과 같이 상자의 옆모습을 나타내면

$$\overline{FE} = \overline{FG} = \overline{IH} = \overline{IJ} \text{이고,}$$

$$\overline{IK} = \overline{IG} \text{이므로}$$

$$\overline{FI} = \overline{FG} + \overline{IG} = \overline{IJ} + \overline{IK} = \overline{KJ}$$

$$\overline{BK}, \overline{CJ} \text{는 각각 원의 반지름이므로}$$

$$\overline{BK} + \overline{CJ} = \overline{AB} = 200 \text{ (cm)}$$

$$\therefore L = \overline{FI} = \overline{KJ}$$

$$= \overline{BC} - (\overline{BK} + \overline{CJ})$$

$$= 500 - 200 = 300 \text{ (cm)}$$

다른 풀이

$$\overline{AF} = x \text{ cm라 하면 } \overline{BI} = \overline{DF} = (500 - x) \text{ cm}$$

$$\square ABIF \text{에서 } \overline{AB} + \overline{FI} = \overline{AF} + \overline{BI} \text{이므로}$$

$$200 + L = x + (500 - x) \quad \therefore L = 300 \text{ (cm)}$$

참고 $\angle EFG = \angle HIJ$ (엇각)이고

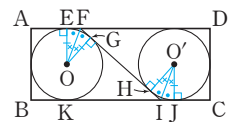
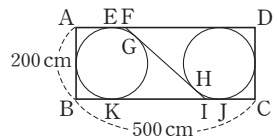
$\triangle OFE \cong \triangle OFG$ (RHS 합동),

$\triangle O'IH \cong \triangle O'IJ$ (RHS 합동)이므로

$\triangle OFE \cong \triangle OFG \cong \triangle O'IH \cong \triangle O'IJ$

(ASA 합동)

$$\therefore \overline{FE} = \overline{FG} = \overline{IH} = \overline{IJ}$$



- 25 $\square ABCD$ 에서

$$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC} = 7 + 13 = 20 \text{ (cm)} \text{이므로}$$

오른쪽 그림에서

$$\square ABCD$$

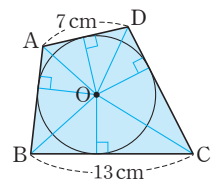
$$= \triangle OAB + \triangle OBC$$

$$+ \triangle OCD + \triangle ODA$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA})$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 2 (\overline{AD} + \overline{BC})$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 2 \times 20 = 100 \text{ (cm}^2\text{)}$$



26 원 O_1 에 외접하는 사각형에서

$$a+b=8+8=16 \quad \cdots \textcircled{7}$$

원 O_2 에 외접하는 사각형에서

$$b+c=5+7=12 \quad \cdots \textcircled{8}$$

원 O_3 에 외접하는 사각형에서

$$c+d=6+7=13 \quad \cdots \textcircled{9}$$

$\textcircled{7}, \textcircled{8}$ 을 변끼리 더하면

$$a+b+c+d=29$$

이 식에 $\textcircled{9}$ 을 대입하면

$$a+12+d=29$$

$$\therefore a+d=17$$

27 $\overline{IC}=x$ 라 하면 $\overline{BI}=18-x$

$\square ABID$ 에서

$$\overline{AB}+\overline{DI}=\overline{AD}+\overline{BI} \text{이므로}$$

$$12+\overline{DI}=18+(18-x) \quad \therefore \overline{DI}=24-x$$

$$\triangle DIC \text{에서 } x^2+12^2=(24-x)^2$$

$$48x=432 \quad \therefore x=9$$

$$\therefore \triangle DIC = \frac{1}{2} \times 9 \times 12 = 54$$

다른 풀이

오른쪽 그림에서 $\square AFOE$,

$\square FBGO$ 는 정사각형이므로

$$\overline{AE}=\overline{AF}=\overline{BF}=\overline{BG}$$

$$= \frac{1}{2} \times 12 = 6$$

$$\therefore \overline{DH}=\overline{DE}=18-6=12$$

$\overline{IG}=\overline{IH}=a$ 라 하면

$$\overline{DI}=12+a,$$

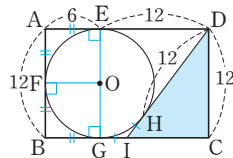
$$\overline{CI}=18-(6+a)=12-a$$

$$\triangle DIC \text{에서 } (12-a)^2+12^2=(12+a)^2$$

$$48a=144 \quad \therefore a=3$$

따라서 $\overline{CI}=12-a=12-3=9$ 이므로

$$\triangle DIC = \frac{1}{2} \times 9 \times 12 = 54$$



28 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$ 를 그으면

$$\overline{CE}=\overline{CD}=8 \text{ cm},$$

$\angle BEC=90^\circ$ 이므로

$\triangle BCE$ 에서

$$\overline{BE}=\sqrt{10^2-8^2}=6 \text{ (cm)}$$

$\overline{AF}=x$ cm라 하면

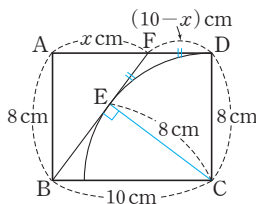
$$\overline{FE}=\overline{FD}=(10-x) \text{ cm이므로}$$

$$\overline{BF}=\overline{BE}+\overline{FE}=6+(10-x)=16-x \text{ (cm)}$$

$$\text{즉, } \triangle ABF \text{에서 } x^2+8^2=(16-x)^2$$

$$32x=192 \quad \therefore x=6$$

따라서 $\overline{AF}$ 의 길이는 6 cm이다.



29 오른쪽 그림과 같이 원 O, O'

의 중심에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선

의 발을 각각 P, Q 라 하고,

원 O' 의 중심에서 $\overline{OP}$ 에 내린

수선의 발을 H 라 하자.

원 O' 의 반지름의 길이를

r cm라 하면 원 O 의 반지름의 길이가 4 cm이므로

$$\overline{OO'}=(4+r) \text{ cm}, \overline{OP}=10-4=6 \text{ (cm)},$$

$$\overline{HP}=\overline{O'Q}=r \text{ cm}, \overline{OH}=\overline{OP}-\overline{HP}=6-r \text{ (cm)},$$

$$\overline{O'H}=\overline{PQ}=12-4-r=8-r \text{ (cm)}$$

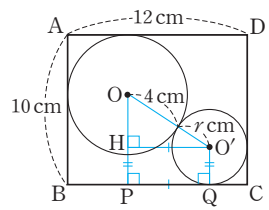
$$\triangle OHO' \text{에서 } (6-r)^2+(8-r)^2=(4+r)^2$$

$$r^2-36r+84=0$$

$$\therefore r = \frac{18 \pm \sqrt{(-18)^2 - 84}}{1} = 18 \pm 4\sqrt{15}$$

이때 $6-r > 0$ 에서 $r < 6$ 이므로 $r=18-4\sqrt{15}$

따라서 원 O' 의 반지름의 길이는 $(18-4\sqrt{15})$ cm이다.



30 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$ 에 접하

는 두 원의 중심을 각각 O, O' 이

라 하고, 접점을 각각 P, Q 라 하

자. 원의 반지름의 길이를 r cm

라 하면

$$\overline{PQ}=\overline{OO'}=2r \text{ cm}$$

원 O 와 $\overline{AB}$ 의 접점을 R 라 하고

$\triangle OBP$ 를 그으면

$\triangle OBP \cong \triangle OBR$ (RHS 합동)이므로

$$\angle OBP = \angle OBR = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$$

$\triangle OBP$ 에서

$$\overline{BP} = \frac{\overline{OP}}{\tan 30^\circ} = r \times \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}r \text{ (cm)}$$

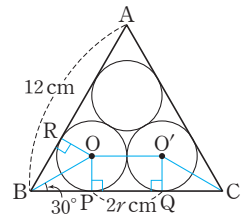
같은 방법으로 $\triangle O'Q$ 에서 $\overline{CQ}=\sqrt{3}r$ cm

이때 $\overline{BC}=\overline{BP}+\overline{PQ}+\overline{CQ}$ 이므로

$$12=\sqrt{3}r+2r+\sqrt{3}r, 2(\sqrt{3}+1)r=12$$

$$\therefore r = \frac{6}{\sqrt{3}+1} = 3(\sqrt{3}-1)$$

따라서 원의 반지름의 길이는 $3(\sqrt{3}-1)$ cm이다.



31 **길잡이** 두 원의 반지름의 길이를 r 라 하고, 현의 수직이등분선의 성질을 이용하여 $\overline{OO'}$ 과 $\overline{AB}$ 의 길이를 각각 r 를 사용하여 나타내어 본다.

오른쪽 그림과 같이 두 원 O, O' 에 공통

인 현 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선을 그으면 그

수직이등분선 $\overline{OO'}$ 은 두 원의 중심을 지

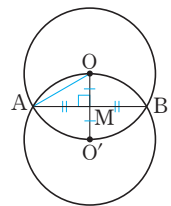
나므로

$$\overline{AB} \perp \overline{OO'}, \overline{AM}=\overline{BM}$$

원 O 의 반지름의 길이를 r 라 하고 $\overline{OA}$

를 그으면

$$\overline{OA}=\overline{OO'}=r, \overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OO'}=\frac{1}{2}r$$



△OAM에서

$$\overline{AM} = \sqrt{r^2 - \left(\frac{1}{2}r\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4}r^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}r \quad (\because r > 0)$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AM} = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}r = \sqrt{3}r$$

$$\overline{OO'} : \overline{AB} = r : \sqrt{3}r = 1 : \sqrt{3}$$

$$\therefore \square = \sqrt{3}$$

참고 반지름의 길이가 같은 두 원에서 길이가 같은 현은 각 원의 중심으로부터 같은 거리에 있다.

- 32 [길잡이]** 끈으로 감은 필통의 단면을 나타낸 후, 구하는 끈의 길이를 부채꼴의 호의 길이와 두 접선의 길이로 나누어 생각한다.

오른쪽 그림과 같이 끈으로 감은 필통의 단면인 원의 중심을 O, 두 접점을 A, B 라 하면

$$\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ,$$

$$\overline{OA} = \overline{OB} = 5 \text{ cm},$$

$$\overline{OP} = 5 + 5 = 10 \text{ (cm)} \text{ 이므로}$$

$$\triangle PAO \text{에서 } \overline{PA} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

또 △PAO에서 $0^\circ < \angle POA < 90^\circ$ 이고

$$\cos(\angle POA) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \text{ 이므로 } \angle POA = 60^\circ$$

같은 방법으로 $\angle POB = 60^\circ$ 에서

$$\angle AOB = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ \text{ 이므로}$$

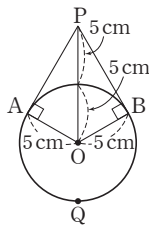
$$(\widehat{AQB} \text{에 대한 중심각}) = 360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$$

$\therefore$ (구하는 끈의 길이)

$$= \widehat{AQB} + \overline{PA} + \overline{PB}$$

$$= 2\pi \times 5 \times \frac{240}{360} + 5\sqrt{3} + 5\sqrt{3}$$

$$= \frac{20}{3}\pi + 10\sqrt{3} \text{ (cm)}$$



- 33 [길잡이]** 건규가 움직인 속력이 일정하므로 거리는 시간에 정비례함을 이용하여 원에 외접하는 사각형의 성질을 이용한다.

($\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 를 지나는 데 걸린 시간)

$$= (\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD} \text{를 지나는 데 걸린 시간})$$

$$- (\overline{BC} \text{를 지나는 데 걸린 시간})$$

$$= 60 - 15 = 45 \text{ (분)}$$

건규가 $\overline{AD}$ 를 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 와 같은 일정한 속력으로 움직인다고 하면

$$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC} \text{ 이므로}$$

($\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 를 지나는 데 걸리는 시간)

$$= (\overline{AB}, \overline{CD} \text{를 지나는 데 걸린 시간}) = 45 \text{ (분)}$$

$\therefore$ ($\overline{AD}$ 를 지나는 데 걸리는 시간)

$$= (\overline{AD}, \overline{BC} \text{를 지나는 데 걸리는 시간})$$

$$- (\overline{BC} \text{를 지나는 데 걸린 시간})$$

$$= 45 - 15 = 30 \text{ (분)}$$

따라서 도로의 둘레를 모두 도는 데 걸리는 시간은

$45 \times 2 = 90$ (분)이고, 도로의 둘레의 길이는 6 km 이므로

$$90 : 30 = 6 : \overline{AD} \quad \therefore \overline{AD} = 2 \text{ (km)}$$

P. 42~43 **내신 1%** 뛰어넘기

01 12개

02 $\frac{\sqrt{14}}{4}$

03 $20\sqrt{65}\pi$ m

04 2π

05 24 cm^2

06 $8\sqrt{6} - 8$

07 $12\sqrt{2}$

- 01 [길잡이]** 점 P를 지나는 현이 가장 짧을 때와 가장 길 때의 길이를 각각 구해 본다.

점 P를 지나는 현은 오른쪽 그림과 같이 무수히 많다.

이 중에서 길이가 가장 짧은 현은 지름과 수직인 현이고, 길이가 가장 긴 현은 지름이 되는 현이다.

오른쪽 그림과 같이 점 P를 지나면서 지름과 수직인 현 $\overline{AB}$ 와 $\overline{OA}$ 를 그으면

△AOP에서

$$\overline{AP} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AP} = 2 \times 12 = 24 \text{ (cm)}$$

또 점 P를 지나는 지름 $\overline{A'B'}$ 을 그으면

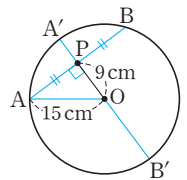
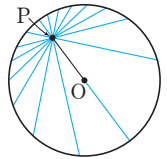
$$\overline{A'B'} = 2 \times 15 = 30 \text{ (cm)}$$

즉, $24 \text{ cm} \leq (\text{점 P를 지나는 현의 길이}) \leq 30 \text{ cm}$ 이므로

이 중에서 현의 길이가 정수인 경우는 24 cm, 25 cm, ..., 30 cm의 7가지이다.

그런데 점 P를 지나면서 길이가 24 cm, 30 cm인 현은 $\overline{AB}$, $\overline{A'B'}$ 으로 각각 하나뿐이지만 나머지 5가지의 경우는 길이가 같은 현이 각각 2개씩 있으므로

$$(\text{구하는 현의 개수}) = 2 + 5 \times 2 = 12 \text{ (개)}$$



- 02 [길잡이]** 두 현의 수직이등분선의 교점 P가 주어진 원의 중심임을 알아낸 후, $\overline{DN} = a$ 로 놓고 △PDN의 나머지 변의 길이를 a를 사용하여 나타내어 본다.

원에서 현의 수직이등분선은 그 원의 중심을 지나므로 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 의 수직이등분선의 교점 P는 주어진 원의 중심이다.

$$\overline{DN} = a \quad (a > 0) \text{ 라 하면 } \overline{CD} = 2\overline{DN} = 2a$$

$$\overline{AB} : \overline{CD} = 2 : 1 \text{ 이므로}$$

$$\overline{AB} = 2\overline{CD} = 2 \times 2a = 4a$$

$$\therefore \overline{AM} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 4a = 2a$$

△PAB에서

$$\angle PAB = \angle PBA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ$$

△PAM에서

$$\overline{PA} = \frac{\overline{AM}}{\cos(\angle PAM)} = \frac{2a}{\cos 45^\circ}$$

$$= 2a \times \frac{2}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}a$$

따라서 $\overline{PD} = \overline{PA} = 2\sqrt{2}a$ 이므로

$$\triangle PDN \text{에서 } \overline{PN} = \sqrt{(2\sqrt{2}a)^2 - a^2} = \sqrt{7}a$$

$$\therefore \sin x = \frac{\sqrt{7}a}{2\sqrt{2}a} = \frac{\sqrt{14}}{4}$$

03 길잡이 원의 중심 O에서 두 현 AB, CD에 수선을 각각 긋고, 길이가 같은 선분을 이용하여 $\overline{OA}$ 의 길이를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하고, 점 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하면

$$\overline{AM} = \overline{BM}, \overline{CN} = \overline{DN} \text{ 이므로}$$

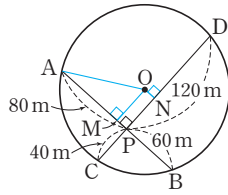
$$\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times (80 + 60) = 70(\text{m})$$

$$\overline{DN} = \frac{1}{2} \overline{CD} = \frac{1}{2} \times (40 + 120) = 80(\text{m})$$

$$\therefore \overline{MO} = \overline{PN} = \overline{DP} - \overline{DN} = 120 - 80 = 40(\text{m})$$

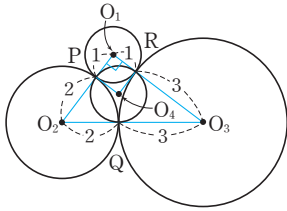
$$\triangle AMO \text{에서 } \overline{OA} = \sqrt{70^2 + 40^2} = 10\sqrt{65}(\text{m})$$

$$\therefore (\text{호수 } \widehat{AC} \text{의 둘레의 길이}) = 2\pi \times 10\sqrt{65} = 20\sqrt{65}\pi(\text{m})$$



04 길잡이 주어진 세 원의 중심을 이은 삼각형이 어떤 삼각형인지 생각해 본다.

세 원 O_1, O_2, O_3 의 둘레의 길이가 각각 $2\pi, 4\pi, 6\pi$ 이므로 반지름의 길이는 각각 1, 2, 3이다.



위의 그림과 같이 세 원 O_1, O_2, O_3 의 접점을 각각 P, Q, R라 하고, 세 원의 중심을 꼭짓점으로 하는 삼각형 $O_1O_2O_3$ 을 그리면 세 변의 길이는 3, 5, 4이다.

이때 $3^2 + 4^2 = 5^2$ 이므로 $\triangle O_1O_2O_3$ 은 $\angle O_1 = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

또 세 점 P, Q, R를 지나는 원, 즉 $\triangle O_1O_2O_3$ 의 내접원을 O_4 라 하면 $\square O_1PO_4R$ 는 정사각형이므로

$$\overline{O_4P} = \overline{O_4R} = 1$$

따라서 원 O_4 의 반지름의 길이가 1이므로

$$(\text{원 } O_4 \text{의 둘레의 길이}) = 2\pi \times 1 = 2\pi$$

05 길잡이 접선의 길이를 문자를 사용하여 나타낸 후, 움직인 거리는 속력에 정비례함을 이용하여 접선의 길이 사이의 관계를 알아본다.

오른쪽 그림에서 $\square OE CF$ 는 정사각형이므로

$$\overline{CE} = \overline{CF} = \overline{OE} = 2 \text{ cm}$$

$$\overline{BD} = \overline{BE} = a \text{ cm},$$

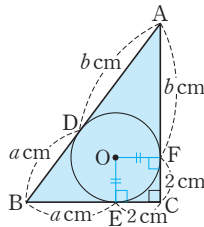
$$\overline{AD} = \overline{AF} = b \text{ cm} \text{라 하면}$$

$$(\text{점 P가 움직인 거리}) = (2a + b) \text{ cm}$$

$$(\text{점 Q가 움직인 거리}) = b \text{ cm}$$

점 P의 속력이 점 Q의 속력의 $\frac{7}{3}$ 배이고 움직인 시간이 같으

므로 점 P가 움직인 거리는 점 Q가 움직인 거리의 $\frac{7}{3}$ 배이다.



$$\text{즉, } 2a + b = \frac{7}{3}b \text{에서 } b = \frac{3}{2}a \text{ 이므로}$$

$$\overline{AB} = a + b = a + \frac{3}{2}a = \frac{5}{2}a(\text{cm})$$

$$\overline{AC} = b + 2 = \frac{3}{2}a + 2(\text{cm})$$

$$\triangle ABC \text{에서 } (a + 2)^2 + \left(\frac{3}{2}a + 2\right)^2 = \left(\frac{5}{2}a\right)^2$$

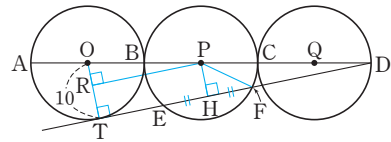
$$3a^2 - 10a - 8 = 0, (3a + 2)(a - 4) = 0$$

$$\therefore a = -\frac{2}{3} \text{ 또는 } a = 4$$

이때 $a > 0$ 이므로 $a = 4$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle ABC &= \frac{1}{2} \times (a + 2) \times \left(\frac{3}{2}a + 2\right) \\ &= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

06 길잡이 두 원 O, P의 중심에서 $\overline{DT}$ 에 각각 수선을 그은 후, 서로 닮은 두 삼각형을 찾아 $\overline{PH}$ 의 길이를 먼저 구한다.



위의 그림과 같이 원 P의 중심에서 $\overline{DT}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle DPH$ 와 $\triangle DOT$ 에서

$$\angle DHP = \angle DTO = 90^\circ, \angle D \text{는 공통이므로}$$

$\triangle DPH \sim \triangle DOT$ (AA 닮음)

세 원 O, P, Q의 반지름의 길이가 모두 10이므로

$$\overline{OT} = 10, \overline{DP} = 30, \overline{DO} = 50$$

$$\text{즉, } \overline{DP} : \overline{DO} = \overline{PH} : \overline{OT} \text{에서}$$

$$30 : 50 = \overline{PH} : 10 \quad \therefore \overline{PH} = 6$$

$\overline{PF}$ 를 그으면 $\overline{PF} = 10$ 이므로

$$\triangle PHF \text{에서 } \overline{HF} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

$$\therefore \overline{EH} = \overline{HF} = 8$$

또 원 P의 중심에서 $\overline{OT}$ 에 내린 수선의 발을 R라 하면

$$\overline{RT} = \overline{PH} = 6 \quad \therefore \overline{OR} = \overline{OT} - \overline{RT} = 10 - 6 = 4$$

이때 $\overline{OP} = 20$ 이므로

$$\triangle ORP \text{에서 } \overline{RP} = \sqrt{20^2 - 4^2} = 8\sqrt{6}$$

$$\therefore \overline{TH} = \overline{RP} = 8\sqrt{6}$$

$$\therefore \overline{TE} = \overline{TH} - \overline{EH} = 8\sqrt{6} - 8$$

07 길잡이 6개의 원의 각 중심을 꼭짓점으로 하는 육각형을 직사각형과 두 삼각형으로 나누어 생각한다.

6개의 원 중에서 큰 원의 반지름의 길이는

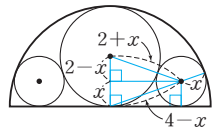
$$4 \times \frac{1}{2} = 2$$

작은 원의 반지름의 길이를 x 라 하

면 오른쪽 그림에서

$$(2 + x)^2 - (2 - x)^2 = (4 - x)^2 - x^2$$

$$16x = 16 \quad \therefore x = 1$$

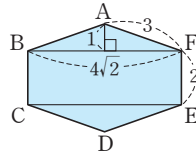


따라서 육각형의 각 변의 길이는
오른쪽 그림과 같으므로
(육각형의 넓이)

$$= 2\triangle ABF + \square BCEF$$

$$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 1 \right) + 4\sqrt{2} \times 2$$

$$= 12\sqrt{2}$$



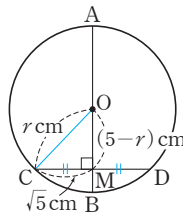
P. 44~45

3 서술형 완성하기

[과정은 풀이 참조]

- 1 6cm 2 $18\sqrt{3}$ 3 $18\sqrt{3}$ cm 4 26cm
 5 12cm 6 $(52\sqrt{10} - 40\pi)$ cm² 7 $13\pi - 12\sqrt{3}$
 8 16

- 1 오른쪽 그림에서 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하고 $\overline{OC}$ 를 그으면
 $\overline{OA} = \overline{OC} = r$ cm이므로
 $\overline{OM} = \overline{AM} - \overline{OA} = 5 - r$ (cm) ... (i)



$\overline{CD} \perp \overline{OM}$ 이므로

$$\overline{CM} = \frac{1}{2}\overline{CD} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} = \sqrt{5}(\text{cm})$$

$$\triangle OCM \text{에서 } (5-r)^2 + (\sqrt{5})^2 = r^2$$

$$10r = 30 \quad \therefore r = 3 \quad \dots (ii)$$

$$\therefore \overline{AB} = 2r = 2 \times 3 = 6(\text{cm}) \quad \dots (iii)$$

채점 기준	비율
(i) 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하고, $\overline{OM}$ 의 길이를 r 를 사용하여 나타내기	30 %
(ii) r 의 값 구하기	50 %
(iii) $\overline{AB}$ 의 길이 구하기	20 %

- 2 부채꼴 AOB의 중심각의 크기를 x° 라 하면

$$2\pi \times 18 \times \frac{x}{360} = 2\pi \times 6 \quad \therefore x = 120 \quad \dots (i)$$

즉, $\triangle OAB$ 에서

$$\angle OAB = \angle OBA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 120^\circ) = 30^\circ$$

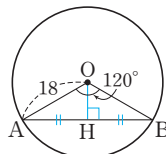
오른쪽 그림과 같이 점 O에서 $\overline{AB}$ 에 그은 수선의 발을 H라 하면

$\triangle OAH$ 에서

$$\overline{AH} = 18 \cos 30^\circ = 18 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$$

... (ii)

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AH} = 2 \times 9\sqrt{3} = 18\sqrt{3} \quad \dots (iii)$$



채점 기준	비율
(i) 부채꼴 AOB의 중심각의 크기 구하기	30 %
(ii) $\overline{AH}$ 의 길이 구하기	40 %
(iii) $\overline{AB}$ 의 길이 구하기	30 %

- 3 $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ 에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$ 이므로
 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. ... (i)

$$\therefore \angle BAC = 60^\circ$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$ 를 그으면

$$\triangle ADO \equiv \triangle AFO \text{ (RHS 합동)}$$

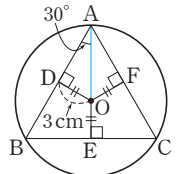
이므로

$$\angle DAO = \angle FAO = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$$

$$\overline{AD} = \frac{3}{\tan 30^\circ} = 3 \times \frac{3}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}(\text{cm}) \quad \dots (ii)$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AD} = 2 \times 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\therefore (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이}) = 3 \times 6\sqrt{3} = 18\sqrt{3}(\text{cm}) \quad \dots (iii)$$



채점 기준	비율
(i) $\triangle ABC$ 가 정삼각형임을 설명하기	30 %
(ii) $\overline{AD}$ 의 길이 구하기	40 %
(iii) $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이 구하기	30 %

- 4 $\overline{QR} = \overline{QE}$, $\overline{PR} = \overline{PF}$ 이므로
 $(\triangle PQC \text{의 둘레의 길이})$

$$= \overline{CE} + \overline{CF}$$

$$= 2\overline{CE} = 2\overline{CF} = 8(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{CE} = \overline{CF} = 4(\text{cm}) \quad \dots (i)$$

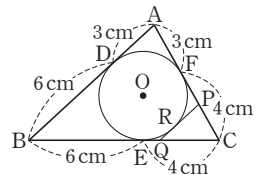
$$\overline{AD} = \overline{AF} = \overline{AC} - \overline{CF} = 7 - 4 = 3(\text{cm})$$

$$\overline{BD} = \overline{BE} = \overline{BC} - \overline{CE} = 10 - 4 = 6(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BD} = 3 + 6 = 9(\text{cm}) \quad \dots (ii)$$

$$\therefore (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이}) = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}$$

$$= 9 + 10 + 7 = 26(\text{cm}) \quad \dots (iii)$$



채점 기준	비율
(i) $\overline{CE}$, $\overline{CF}$ 의 길이 구하기	40 %
(ii) $\overline{AB}$ 의 길이 구하기	40 %
(iii) $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이 구하기	20 %

- 5 오른쪽 그림과 같이 육각형 ABCDEF의 각 변과 원의 접점을 각각 G, H, I, J, K, L이라 하자.

$$\overline{BG} = x \text{ cm라 하면} \quad \dots (i)$$

$$\overline{BH} = \overline{BG} = x \text{ cm}$$

$$\overline{CI} = \overline{CH} = (8-x) \text{ cm}$$

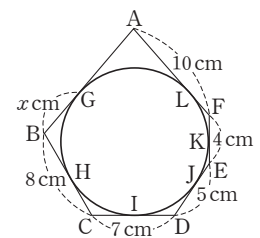
$$\overline{DJ} = \overline{DI} = 7 - (8-x) = x - 1(\text{cm})$$

$$\overline{EK} = \overline{EJ} = 5 - (x - 1) = 6 - x(\text{cm})$$

$$\overline{FL} = \overline{FK} = 4 - (6 - x) = x - 2(\text{cm})$$

$$\overline{AG} = \overline{AL} = 10 - (x - 2) = 12 - x(\text{cm}) \quad \dots (ii)$$

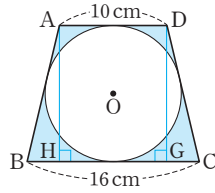
$$\therefore \overline{AB} = \overline{AG} + \overline{BG} = (12 - x) + x = 12(\text{cm}) \quad \dots (iii)$$



채점 기준	비율
(i) $\overline{BG} = x$ cm로 놓기	20 %
(ii) $\overline{AG}$ 의 길이를 x 를 사용하여 나타내기	60 %
(iii) $\overline{AB}$ 의 길이 구하기	20 %

6 $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{AB} + \overline{CD} = 10 + 16 = 26(\text{cm})$
 $\square ABCD$ 가 등변사다리꼴이므로
 $\overline{AB} = \overline{CD} = \frac{1}{2} \times 26 = 13(\text{cm})$

... (i)



두 점 A, D에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 H, G라 하면
 $\overline{HG} = \overline{AD} = 10 \text{ cm}$ 이므로

$$\overline{BH} = \overline{CG} = \frac{1}{2} \times (16 - 10) = 3(\text{cm})$$

$\triangle ABH$ 에서

$$\overline{AH} = \sqrt{13^2 - 3^2} = 4\sqrt{10}(\text{cm}) \quad \dots (ii)$$

따라서 원 O의 반지름의 길이는

$$\frac{1}{2} \overline{AH} = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{10} = 2\sqrt{10}(\text{cm}) \text{이므로} \quad \dots (iii)$$

(색칠한 부분의 넓이)

$$= \square ABCD - (\text{원 O의 넓이})$$

$$= \frac{1}{2} \times (10 + 16) \times 4\sqrt{10} - \pi \times (2\sqrt{10})^2$$

$$= 52\sqrt{10} - 40\pi(\text{cm}^2) \quad \dots (iv)$$

채점 기준	비율
(i) $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 의 길이 구하기	30 %
(ii) $\square ABCD$ 의 높이 구하기	30 %
(iii) 원 O의 반지름의 길이 구하기	10 %
(iv) 색칠한 부분의 넓이 구하기	30 %

7 오른쪽 그림과 같이 원 O의 지름 $\overline{CM}$ 을 그으면

$$\overline{AB} \perp \overline{CM}$$

이때 $\overline{AB}$ 를 일부분으로 하는 원

을 O' 이라 하면 현의 수직이등분

선은 그 원의 중심을 지나므로 $\overline{CM}$ 의 연장선은 원 O' 의 중심을 지난다.

$$\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$$

$\triangle AOM$ 에서

$$\overline{OM} = 6 \tan x = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{6} = \sqrt{3} \quad \dots (i)$$

원 O' 의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$\overline{O'A} = \overline{O'C} = r, \quad \overline{O'M} = r - 2\sqrt{3}$$

$\triangle AMO'$ 에서

$$6^2 + (r - 2\sqrt{3})^2 = r^2$$

$$4\sqrt{3}r = 48 \quad \therefore r = 4\sqrt{3} \quad \dots (ii)$$

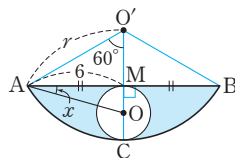
이때 $0^\circ < \angle AO'M < 90^\circ$ 이고

$$\sin(\angle AO'M) = \frac{\overline{AM}}{\overline{O'A}} = \frac{6}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{이므로}$$

$$\angle AO'M = 60^\circ$$

같은 방법으로 $\angle BO'M = 60^\circ$ 이므로

$$\angle AO'B = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ \quad \dots (iii)$$



$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$$= (\text{부채꼴 } AO'B \text{의 넓이}) - \triangle ABO' - (\text{원 O의 넓이})$$

$$= \pi \times (4\sqrt{3})^2 \times \frac{120}{360}$$

$$- \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 4\sqrt{3} \times \sin(180^\circ - 120^\circ) - \pi \times (\sqrt{3})^2$$

$$= 16\pi - 12\sqrt{3} - 3\pi = 13\pi - 12\sqrt{3} \quad \dots (iv)$$

채점 기준	비율
(i) 원 O의 반지름의 길이 구하기	30 %
(ii) $\overline{AB}$ 를 일부분으로 하는 원의 반지름의 길이 구하기	20 %
(iii) $\overline{AB}$ 에 대한 중심각의 크기 구하기	20 %
(iv) 색칠한 부분의 넓이 구하기	30 %

8 $\overline{AB} = x$ 라 하면 $\square ABCD$ 의 둘레의 길이가 56이므로

$$\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 56 - x = 28 - x$$

오른쪽 그림과 같이 두 원 O, O'

과 $\square ABCD$ 의 점접을 각각 G,

H, I, J라 하자.

$\square GBHO$ 는 정사각형이므로

$$\overline{BG} = \overline{BH} = \overline{OH} = 4$$

$$\overline{AE} = \overline{AG} = x - 4,$$

$$\overline{CE} = \overline{CH} = (28 - x) - 4 = 24 - x \text{이므로}$$

$$\overline{AC} = \overline{AE} + \overline{CE}$$

$$= (x - 4) + (24 - x) = 20 \quad \dots (i)$$

$$\triangle ABC \text{에서 } x^2 + (28 - x)^2 = 20^2, \quad x^2 - 28x + 192 = 0$$

$$(x - 12)(x - 16) = 0 \quad \therefore x = 12 \text{ 또는 } x = 16$$

이때 $\overline{AB} < \overline{BC}$ 이므로 $x = 12$

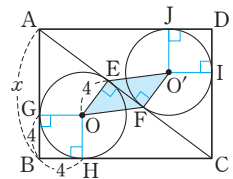
$$\therefore \overline{AE} = x - 4 = 12 - 4 = 8$$

$$\text{같은 방법으로 } \overline{CF} = 8 \quad \dots (ii)$$

$$\therefore \overline{EF} = \overline{AC} - \overline{AE} - \overline{CF} = 20 - 8 - 8 = 4$$

$$\therefore \square EOFO' = \triangle EOF + \triangle FO'E$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 + \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 16 \quad \dots (iii)$$



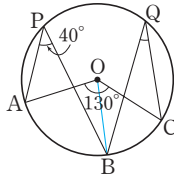
채점 기준	비율
(i) $\overline{AC}$ 의 길이 구하기	40 %
(ii) $\overline{AE}$, $\overline{CF}$ 의 길이 구하기	40 %
(iii) $\square EOFO'$ 의 넓이 구하기	20 %

4. 원주각

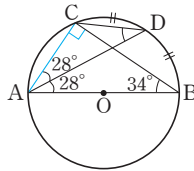
P. 48~50 개념+문제 확인하기

- | | | | | |
|--------|--------|----------------------------|--------|--------|
| 1 25° | 2 34° | 3 4cm | 4 96° | 5 114° |
| 6 89° | 7 88° | 8 ㄱ, ㄴ, ㄷ | 9 31° | |
| 10 45° | 11 44° | 12 $18\sqrt{3}\text{cm}^2$ | 13 61° | |
| 14 60° | | | | |

- 1 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$ 를 그으면
 $\angle AOB = 2\angle APB = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$
 이므로
 $\angle BOC = 130^\circ - 80^\circ = 50^\circ$
 $\therefore \angle BQC = \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{2} \times 50^\circ = 25^\circ$

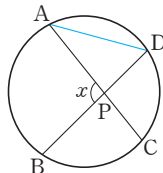


- 2 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 그으면
 $\widehat{CD} = \widehat{BD}$ 이므로
 $\angle CAD = \angle BAD = 28^\circ$
 $\overline{AB}$ 가 원 O의 지름이므로
 $\angle ACB = 90^\circ$
 따라서 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle ABC = 180^\circ - (90^\circ + 28^\circ + 28^\circ) = 34^\circ$ 이므로
 $\angle ADC = \angle ABC = 34^\circ$



- 3 $\triangle PCD$ 에서 $\angle PDC + 20^\circ = 80^\circ \therefore \angle PDC = 60^\circ$
 $\angle ACD : \angle BDC = \widehat{AD} : \widehat{BC}$ 이므로
 $20^\circ : 60^\circ = \widehat{AD} : 12 \therefore \widehat{AD} = 4(\text{cm})$

- 4 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$ 를 그으면 $\widehat{AB}$ 의 길이는 원의 둘레의 길이의 $\frac{1}{3}$ 이므로
 $\angle ADB = \frac{1}{3} \times 180^\circ = 60^\circ$
 $\angle ADB : \angle CAD = \widehat{AB} : \widehat{CD}$ 이므로
 $60^\circ : \angle CAD = 5 : 3 \therefore \angle CAD = 36^\circ$
 따라서 $\overline{AC}, \overline{BD}$ 의 교점을 P라 하면 $\triangle APD$ 에서
 $\angle x = 60^\circ + 36^\circ = 96^\circ$

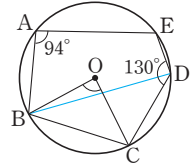


- 5 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로
 $\angle ADB = \angle ACB = 34^\circ$
 $\triangle APC$ 에서
 $\angle DAC = 46^\circ + 34^\circ = 80^\circ$
 따라서 $\triangle AQD$ 에서
 $\angle x = 34^\circ + 80^\circ = 114^\circ$

- 6 $\square ABCD$ 가 원에 내접하므로
 $\angle ADC = \angle ABE = 65^\circ$
 $\therefore \angle x = 65^\circ - 32^\circ = 33^\circ$
 $\overline{AD}$ 가 원 O의 지름이므로 $\angle ABD = 90^\circ$

$\triangle ABD$ 에서
 $\angle BAD = 180^\circ - (90^\circ + 32^\circ) = 58^\circ$
 $\square ABCD$ 에서
 $\angle y = 180^\circ - \angle BAD = 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$
 $\therefore \angle y - \angle x = 122^\circ - 33^\circ = 89^\circ$

- 7 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$ 를 그으면
 $\square ABDE$ 가 원에 내접하므로
 $\angle BDE = 180^\circ - 94^\circ = 86^\circ$
 $\angle BDC = 130^\circ - 86^\circ = 44^\circ$
 $\therefore \angle BOC = 2\angle BDC = 2 \times 44^\circ = 88^\circ$



- 8 ㄱ. $\square ABCD$ 는 등변사다리꼴이므로
 $\angle A = \angle D = \frac{1}{2} \times (360^\circ - 70^\circ - 70^\circ) = 110^\circ$
 즉, $\angle A + \angle C = 110^\circ + 70^\circ = 180^\circ$ 이므로
 $\square ABCD$ 는 원에 내접한다.
 ㄴ. $\square ABCD$ 는 평행사변형이므로 $\angle A = \angle C = 104^\circ$
 $\angle A + \angle C = 104^\circ + 104^\circ = 208^\circ \neq 180^\circ$
 즉, $\square ABCD$ 는 원에 내접하지 않는다.
 ㄷ. $\angle BDC = 110^\circ - 80^\circ = 30^\circ$ 이므로
 $\angle BAC \neq \angle BDC$
 즉, $\square ABCD$ 는 원에 내접하지 않는다.
 ㄹ. $\angle BAD = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$ 이므로
 $\angle BAD = \angle DCE = 100^\circ$
 즉, $\square ABCD$ 는 원에 내접한다.
 ㅁ. $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 180^\circ - (60^\circ + 60^\circ) = 60^\circ$ 이므로
 $\angle B + \angle D = 60^\circ + 100^\circ = 160^\circ \neq 180^\circ$
 즉, $\square ABCD$ 는 원에 내접하지 않는다.
 ㅂ. $\triangle FAB$ 에서 $\angle ABF = 180^\circ - (56^\circ + 28^\circ) = 96^\circ$
 $\triangle DAE$ 에서 $\angle ADE = 180^\circ - (56^\circ + 40^\circ) = 84^\circ$
 즉, $\angle ABC + \angle ADC = 96^\circ + 84^\circ = 180^\circ$ 이므로
 $\square ABCD$ 는 원에 내접한다.
 따라서 $\square ABCD$ 가 원에 내접하는 것은 ㄱ, ㄹ, ㅂ이다.

- 9 $\angle BTP = \angle BAT = 42^\circ$ 이고
 $\square ABTC$ 가 원에 내접하므로
 $\angle ABT = 180^\circ - 107^\circ = 73^\circ$
 따라서 $\triangle BPT$ 에서
 $\angle x + 42^\circ = 73^\circ \therefore \angle x = 31^\circ$
다른 풀이
 $\angle ATP = \angle ACT = 107^\circ$ 이므로
 $\triangle APT$ 에서
 $\angle x = 180^\circ - (42^\circ + 107^\circ) = 31^\circ$

- 10 $\angle ACB : \angle BAC : \angle ABC = 5 : 4 : 3$ 이므로
 $\angle ABC = \frac{3}{5+4+3} \times 180^\circ = 45^\circ$
 $\therefore \angle ACT = \angle ABC = 45^\circ$

11 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$ 를 그으면

$\overline{AC}$ 가 원 O의 지름이므로

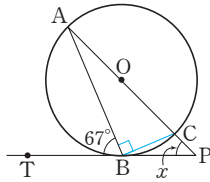
$$\angle ABC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle CBP = 180^\circ - (67^\circ + 90^\circ) = 23^\circ$$

$$\angle ACB = \angle ABT = 67^\circ \text{이므로}$$

$\triangle CBP$ 에서

$$23^\circ + \angle x = 67^\circ \quad \therefore \angle x = 44^\circ$$



12 $\overline{AC}$ 가 원 O의 지름이므로

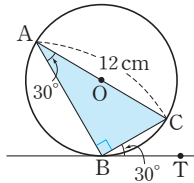
$$\angle ABC = 90^\circ \text{이고}$$

$$\angle CAB = \angle CBT = 30^\circ \text{이므로}$$

$\triangle ABC$ 에서

$$\overline{AB} = 12 \cos 30^\circ = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 12 \times \sin 30^\circ = 18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$



13 $\triangle FEC$ 는 $\overline{CE} = \overline{CF}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle FEC = \angle EFC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 48^\circ) = 66^\circ$$

$$\therefore \angle FDE = \angle FEC = 66^\circ$$

따라서 $\triangle DEF$ 에서

$$\angle x = 180^\circ - (66^\circ + 53^\circ) = 61^\circ$$

14 $\angle BPT = \angle BAP = 62^\circ$, $\angle CPT = \angle CDP = 58^\circ$

$$\therefore \angle CPD = 180^\circ - (62^\circ + 58^\circ) = 60^\circ$$

2 $\triangle ABC$ 에서

$$\angle ABC = 180^\circ - (45^\circ + 75^\circ) = 60^\circ$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OC}$ 를 그으면

$$\angle AOB = 2\angle ACB = 2 \times 75^\circ = 150^\circ,$$

$$\angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 45^\circ = 90^\circ,$$

$$\angle AOC = 2\angle ABC = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$$

이므로

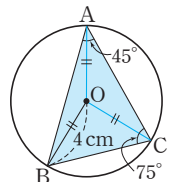
$$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin(180^\circ - 150^\circ) = 4(\text{cm}^2)$$

$$\triangle OBC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8(\text{cm}^2)$$

$$\triangle OCA = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin(180^\circ - 120^\circ) = 4\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

$$\therefore \triangle ABC = \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCA$$

$$= 4 + 8 + 4\sqrt{3} = 12 + 4\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$



3 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 를

그으면

$$\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ \text{이므로}$$

$\square APBO$ 에서

$$\angle AOB = 360^\circ - (90^\circ + 54^\circ + 90^\circ) = 126^\circ$$

$$\text{이때 } \angle AQB = \frac{1}{2} \times (360^\circ - 126^\circ) = 117^\circ \text{이므로}$$

$\square AQBO$ 에서

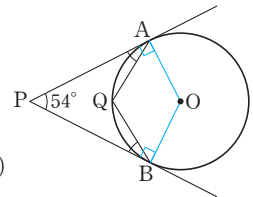
$$\angle OAQ + \angle OBQ = 360^\circ - (126^\circ + 117^\circ) = 117^\circ$$

$$\therefore \angle PAQ + \angle PBQ$$

$$= (90^\circ - \angle OAQ) + (90^\circ - \angle OBQ)$$

$$= 180^\circ - (\angle OAQ + \angle OBQ)$$

$$= 180^\circ - 117^\circ = 63^\circ$$



4 원의 중심으로부터 같은 거리에 있는 현의 길이는 같으므로

$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$$

즉, $\triangle ABC$ 는 정삼각형이므로

$$\angle BA'C = \angle BAC = 60^\circ$$

이때 $\angle BCA' = 80^\circ$ 이므로

$\triangle A'BC$ 에서

$$\angle A'BC = 180^\circ - (60^\circ + 80^\circ) = 40^\circ$$

5 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle ABC = \angle ACB$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$ 를 그으면

$$\angle ADB = \angle ACB \text{이므로}$$

$$\angle ABC = \angle ADB$$

$\triangle ABE$ 와 $\triangle ADB$ 에서

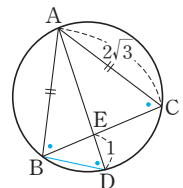
$$\angle ABE = \angle ADB,$$

$$\angle BAE \text{는 공통이므로}$$

$$\triangle ABE \sim \triangle ADB (\text{AA 닮음})$$

즉, $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AE} : \overline{AB}$ 이므로

$$\overline{AE} = x \text{라 하면 } 2\sqrt{3} : (x+1) = x : 2\sqrt{3}$$



P. 51~55

내신 5% 따라잡기

1 23° 2 $(12 + 4\sqrt{3})\text{cm}^2$ 3 63° 4 40°

5 3 6 58° 7 $3\sqrt{5}\pi\text{cm}$ 8 75°

9 10 10 ④ 11 8 12 50° 13 108°

14 ⑤ 15 56° 16 $4\pi\text{cm}$ 17 16° 18 117°

19 $\square ABDE$, $\square AFDC$, $\square BCEF$, $\square AFHE$, $\square BDHF$, $\square DCEH$

20 75° 21 84° 22 69° 23 109°

24 $12\pi\text{cm}^2$ 25 $2\sqrt{3}$ 26 35° 27 82.5°

28 $(150\pi + 100)\text{m}^2$ 29 15cm

1 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$ 를 그으면

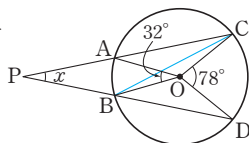
$$\angle CBD = \frac{1}{2} \angle COD$$

$$= \frac{1}{2} \times 78^\circ = 39^\circ$$

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 32^\circ = 16^\circ$$

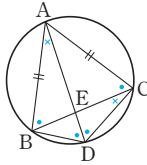
따라서 $\triangle PBC$ 에서

$$\angle x + 16^\circ = 39^\circ \quad \therefore \angle x = 23^\circ$$

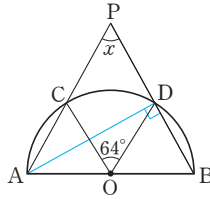


$x(x+1)=12, x^2+x-12=0$
 $(x+4)(x-3)=0 \quad \therefore x=-4 \text{ 또는 } x=3$
 이때 $x>0$ 이므로 $x=3$
 따라서 $\overline{AE}$ 의 길이는 3이다.

참고 오른쪽 그림의 원에서
 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 일 때
 $\triangle ABE \sim \triangle ADB \sim \triangle CDE$ (AA 닮음)

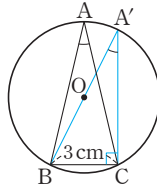


- 6** 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$ 를 그으면
 $\overline{AB}$ 가 반원 O의 지름이므로
 $\angle ADB=90^\circ$
 $\angle CAD=\frac{1}{2}\angle COD$
 $=\frac{1}{2}\times 64^\circ=32^\circ$



따라서 $\triangle ADP$ 에서
 $\angle x+32^\circ=90^\circ \quad \therefore \angle x=58^\circ$

- 7** 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$ 의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A' 이라 하면 $\overline{A'B}$ 가 원 O의 지름이므로 $\angle A'CB=90^\circ$
 이때 $\angle BAC=\angle BA'C$ 이므로
 $\tan A=\tan A'=\frac{3}{A'C}=\frac{1}{2}$



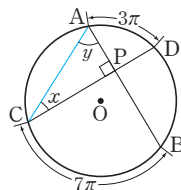
$\therefore \overline{A'C}=6(\text{cm})$
 $\triangle A'BC$ 에서 $\overline{A'B}=\sqrt{3^2+6^2}=3\sqrt{5}(\text{cm})$
 따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\frac{3\sqrt{5}}{2}\text{cm}$ 이므로
 (원 O의 둘레의 길이) $=2\pi\times\frac{3\sqrt{5}}{2}=3\sqrt{5}\pi(\text{cm})$

- 8** $\angle ACB=\angle ADB=60^\circ$ 이므로
 $\triangle PBC$ 에서 $\angle PBC=180^\circ-(45^\circ+60^\circ)=75^\circ$
 이때 $\widehat{BD}=\widehat{CE}$ 이므로 $\angle BAD=\angle CBE=75^\circ$

다른 풀이

$\widehat{BC}=\widehat{CD}=\widehat{DE}$ 이므로
 $\angle BAC=\angle CAD=\angle DBE=\angle a$ 라 하면
 $\triangle PBQ$ 에서 $\angle PQD=45^\circ+\angle a$
 따라서 $\triangle AQD$ 에서
 $\angle a+(45^\circ+\angle a)+\angle 60^\circ=180^\circ, 2\angle a=75^\circ$
 $\therefore \angle BAD=2\angle a=75^\circ$

- 9** 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 긋고
 $\angle ACD=\angle x, \angle BAC=\angle y$ 라 하자.
 $\triangle ACP$ 에서 $\angle x+\angle y=90^\circ$ 이고
 $\angle x, \angle y$ 는 각각 $\widehat{AD}, \widehat{BC}$ 에 대한 원
 주각이므로 길이가 $3\pi+7\pi=10\pi$ 인
 호에 대한 원주각의 크기는 90° 이다.



이때 모든 호에 대한 원주각의 크기의 합은 180° 이므로
 $90^\circ:180^\circ=10\pi:(\text{원 O의 둘레의 길이})$
 $\therefore (\text{원 O의 둘레의 길이})=20\pi$
 원 O의 반지름의 길이를 r 라 하면

$2\pi r=20\pi \quad \therefore r=10$
 따라서 원 O의 반지름의 길이는 10이다.

다른 풀이 중심각의 크기를 이용하여 반지름의 길이 구하기
 $\widehat{AD}+\widehat{BC}$, 즉 길이가 10π 인 호에 대한 원주각의 크기가 90°
 이므로 중심각의 크기는 180° 이다.
 이때 원 O의 반지름의 길이를 r 라 하면

$2\pi r\times\frac{180}{360}=10\pi \quad \therefore r=10$

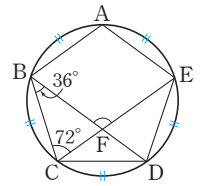
- 10** 오른쪽 그림과 같이 $\widehat{CD}$ 의 길이가 원
 의 둘레의 길이의 $\frac{1}{5}$ 이므로

$\angle CBD=\frac{1}{5}\times 180^\circ=36^\circ$

$\widehat{BE}$ 의 길이가 원의 둘레의 길이의 $\frac{2}{5}$
 이므로

$\angle BCE=\frac{2}{5}\times 180^\circ=72^\circ$

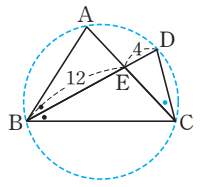
따라서 $\triangle BCF$ 에서
 $\angle BFE=36^\circ+72^\circ=108^\circ$



- 11** 오른쪽 그림에서 네 점 A, B, C, D
 가 한 원 위에 있으므로

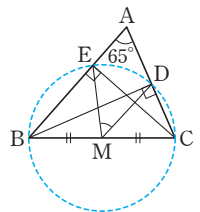
$\angle DCA=\angle DBA$

즉, $\triangle BCD \sim \triangle CED$ (AA 닮음)이
 므로 $\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{CD}:\overline{ED}$ 에서
 $(12+4):\overline{CD}=\overline{CD}:4, \overline{CD}^2=64$
 이때 $\overline{CD}>0$ 이므로 $\overline{CD}=8$



- 12** 오른쪽 그림에서
 $\angle BEC=\angle BDC=90^\circ$ 이므로
 네 점 B, C, D, E는 한 원 위에 있다.
 이때 $\overline{BC}$ 가 이 원의 지름이고
 $\overline{BM}=\overline{CM}$ 이므로 점 M은 이 원의 중
 심이다.

$\triangle ABD$ 에서
 $65^\circ+\angle ABD=90^\circ \quad \therefore \angle ABD=25^\circ$
 $\therefore \angle EMD=2\angle EBD=2\times 25^\circ=50^\circ$



- 13** $\overline{AC}$ 가 원 O의 지름이므로 $\angle ABC=90^\circ$
 $\therefore \angle DBC=90^\circ-60^\circ=30^\circ$
 $\triangle PBC$ 에서
 $30^\circ+\angle PCB=102^\circ \quad \therefore \angle PCB=72^\circ$
 따라서 $\square ABCE$ 가 원에 내접하므로
 $\angle BAE=180^\circ-72^\circ=108^\circ$

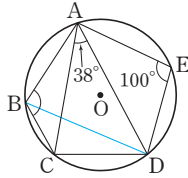
- 14 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$ 를 그으면

$$\angle CBD = \angle CAD = 38^\circ$$

$\square ABDE$ 가 원에 내접하므로

$$\angle ABD = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ABD + \angle CBD = 80^\circ + 38^\circ = 118^\circ$$



- 15 $\square ABCD$ 가 원에 내접하므로

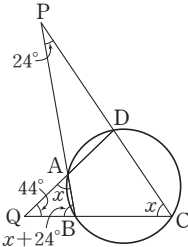
$$\angle BAQ = \angle BCD = \angle x$$

$\triangle PBC$ 에서 $\angle PBQ = \angle x + 24^\circ$

$\triangle AQB$ 에서

$$44^\circ + (\angle x + 24^\circ) + \angle x = 180^\circ$$

$$2\angle x = 112^\circ \quad \therefore \angle x = 56^\circ$$



- 16 $\widehat{QRB}$ 에 대한 원주각은 $\angle QAB$ 이고 $\widehat{QRC}$ 에 대한 원주각은 $\angle QDC$ 이다.

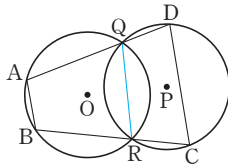
오른쪽 그림과 같이 $\overline{QR}$ 를 그으면

$\square ABRQ$ 가 원에 내접하므로

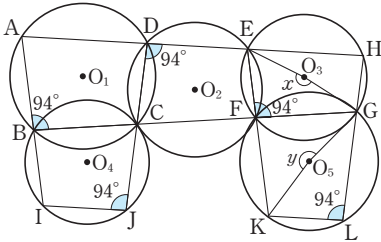
$$\angle QRC = \angle QAB$$

따라서 $\widehat{QDC} = \widehat{QRB}$ 이므로

$$\begin{aligned} \widehat{QRB} + \widehat{QRC} &= \widehat{QDC} + \widehat{QRC} \\ &= (\text{원 P의 둘레의 길이}) \\ &= 2\pi \times 2 = 4\pi (\text{cm}) \end{aligned}$$



- 17



위의 그림에서 $\square BIJC$ 가 원에 내접하므로

$$\angle ABC = \angle CJI = 94^\circ$$

마찬가지로 $\square ABCD$, $\square DCFE$, $\square EFGH$, $\square FKLK$ 가 각각 원에 내접하므로

$$\angle CDE = \angle EFG = \angle GLK = 94^\circ$$

$$\text{원 } O_5 \text{에서 } \angle y = 2\angle GLK = 2 \times 94^\circ = 188^\circ$$

$$\text{원 } O_3 \text{에서 } \angle EHG = 180^\circ - 94^\circ = 86^\circ \text{이므로}$$

$$\angle x = 2\angle EHG = 2 \times 86^\circ = 172^\circ$$

$$\therefore \angle y - \angle x = 188^\circ - 172^\circ = 16^\circ$$

- 18 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AD}$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$ 를 그으면

$\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로

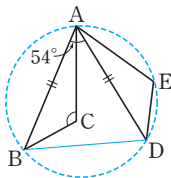
$$\angle ABD = \angle ADB$$

$$= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 54^\circ) = 63^\circ$$

이때 $\square ABDE$ 가 원에 내접하므로

$$\angle AED = 180^\circ - \angle ABD = 180^\circ - 63^\circ = 117^\circ$$

$$\therefore \angle ACB = \angle AED = 117^\circ$$



- 19 (i) 한 선분에 대하여 같은 쪽에 있는 두 각의 크기가 같은 경우,

$\angle AEB = \angle ADB = 90^\circ$ 이므로 $\square ABDE$ 는 원에 내접한다.

$\angle AFC = \angle ADC = 90^\circ$ 이므로 $\square AFDC$ 는 원에 내접한다.

$\angle BFC = \angle BEC = 90^\circ$ 이므로 $\square BCEF$ 는 원에 내접한다.

- (ii) 마주 보는 두 각의 크기의 합이 180° 인 경우,

$\angle AFH + \angle AEH = 180^\circ$ 이므로 $\square AFHE$ 는 원에 내접한다.

$\angle BFH + \angle BDH = 180^\circ$ 이므로 $\square BDHF$ 는 원에 내접한다.

$\angle CDH + \angle CEH = 180^\circ$ 이므로 $\square DCEH$ 는 원에 내접한다.

따라서 (i), (ii)에 의해 원에 내접하는 사각형은

$\square ABDE$, $\square AFDC$, $\square BCEF$, $\square AFHE$, $\square BDHF$, $\square DCEH$ 이다.

- 20 $\angle PCB = 125^\circ$ 이므로 $\angle PCA = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$

$$\therefore \angle APQ = \angle PCA = 55^\circ$$

$\overline{AC}$ 가 작은 반원의 지름이므로 $\angle APC = 90^\circ$

$$\therefore \angle CPB = 180^\circ - (55^\circ + 90^\circ) = 35^\circ$$

$\triangle PCB$ 에서

$$\angle CBP = 180^\circ - (35^\circ + 125^\circ) = 20^\circ$$

$$\therefore \angle APQ + \angle CBP = 55^\circ + 20^\circ = 75^\circ$$

- 21 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$ 를 그으면

$$\angle BAD = \angle BDT' = 28^\circ \text{이고}$$

$$\angle ADB = 90^\circ$$

$\triangle ADB$ 에서

$$\angle ABD = 180^\circ - (28^\circ + 90^\circ) = 62^\circ$$

$$\angle ACD = \angle ABD = 62^\circ \text{이고}$$

$\overline{AC} \parallel \overline{TT'}$ 이므로

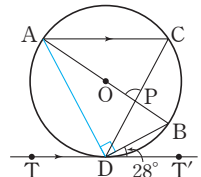
$$\angle CDT' = \angle ACD = 62^\circ (\text{엇각})$$

$$\therefore \angle PDB = 62^\circ - 28^\circ = 34^\circ$$

$\triangle PDB$ 에서

$$\angle BPD = 180^\circ - (34^\circ + 62^\circ) = 84^\circ$$

$$\therefore \angle APC = \angle BPD = 84^\circ (\text{맞꼭지각})$$



- 22 오른쪽 그림과 같이

$$\angle CAD = \angle CBA = \angle a,$$

$$\angle ADE = \angle EDB = \angle b$$

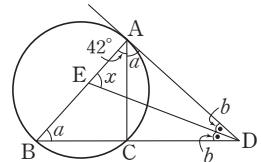
라 하면

$\triangle ABD$ 에서

$$(42^\circ + \angle a) + \angle a + 2\angle b = 180^\circ$$

$$2(\angle a + \angle b) = 138^\circ \quad \therefore \angle a + \angle b = 69^\circ$$

따라서 $\triangle EBD$ 에서 $\angle x = \angle a + \angle b = 69^\circ$



23 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AT}$ 를 긋고

$\angle ATP = \angle ABT = \angle a$ 라 하면

$\triangle APT$ 에서

$\angle BAT = 33^\circ + \angle a$

$\overline{AB} = \overline{BT}$ 이므로

$\angle BTA = \angle BAT = 33^\circ + \angle a$

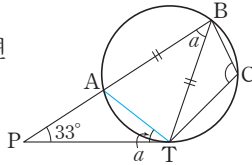
$\triangle ATB$ 에서 $(33^\circ + \angle a) + (33^\circ + \angle a) + \angle a = 180^\circ$

$3\angle a = 114^\circ \quad \therefore \angle a = 38^\circ$

따라서 $\angle BAT = 33^\circ + 38^\circ = 71^\circ$ 이고

$\square ATCB$ 가 원에 내접하므로

$\angle BCT = 180^\circ - 71^\circ = 109^\circ$



24 오른쪽 그림에서

$\angle BAC = \angle BCQ = 60^\circ$ 이므로

$\overline{OB}, \overline{OC}$ 를 그으면

$\angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$

$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

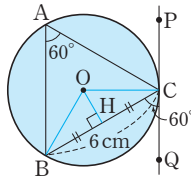
$\angle OBC = \angle OCB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 120^\circ) = 30^\circ$

원 O의 중심에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{BH} = \overline{CH} = \frac{1}{2} \times 6 = 3(\text{cm})$

이때 $\triangle OBH$ 에서 $\overline{OB} = \frac{\overline{BH}}{\cos 30^\circ} = 3 \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore (\text{원 O의 넓이}) = \pi \times (2\sqrt{3})^2 = 12\pi(\text{cm}^2)$



25 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 그으면

$\overline{AC}$ 가 원 O의 지름이므로

$\angle ABC = 90^\circ$

$\triangle AHB$ 와 $\triangle ABC$ 에서

$\angle AHB = \angle ABC = 90^\circ$,

$\angle ABH = \angle ACB$ 이므로

$\triangle AHB \sim \triangle ABC$ (AA 닮음)

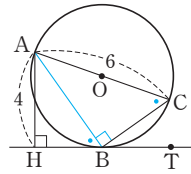
즉, $\overline{AH} : \overline{AB} = \overline{AB} : \overline{AC}$ 이므로

$4 : \overline{AB} = \overline{AB} : 6, \overline{AB}^2 = 24$

이때 $\overline{AB} > 0$ 이므로 $\overline{AB} = 2\sqrt{6}$

따라서 $\triangle ABC$ 에서

$\overline{BC} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{6})^2} = 2\sqrt{3}$



26 오른쪽 그림에서

$\angle PTA = \angle TBA = 65^\circ$

$\overline{TA}$ 와 작은 원의 교점을 D라 하고

$\overline{CD}$ 를 그으면

$\angle TCD = \angle PTD = 65^\circ$

$\angle ATC = \angle x$ 라 하면

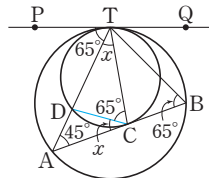
현 AB가 작은 원의 접선이므로

$\angle DCA = \angle DTC = \angle x$

따라서 $\triangle TAC$ 에서

$\angle x + 45^\circ + (\angle x + 65^\circ) = 180^\circ$

$2\angle x = 70^\circ \quad \therefore \angle x = 35^\circ$



27 **길잡이** 먼저 11시 30분에 시침과 분침이 이루는 각의 크기를 구한 후 $\angle APB$ 는 $\widehat{AB}$ 에 대한 원주각임을 이용한다.

시침은 1분에 0.5° 씩 움직이므로 30분 동안 시침이 움직인 각의 크기는 $0.5^\circ \times 30 = 15^\circ$

즉, 11시 30분에 시침과 분침이 이루는 각의 크기는

$30^\circ \times 5 + 15^\circ = 165^\circ$

따라서 $\angle APB$ 는 $\widehat{AB}$ 에 대한 원주각이고, $\widehat{AB}$ 에 대한 중심 각의 크기가 165° 이므로

$\angle APB = \frac{1}{2} \times 165^\circ = 82.5^\circ$

참고 시침과 분침이 움직인 각도

① 시침은 1시간, 즉 60분 동안 $\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$ 만큼 움직인다.

$\Rightarrow$ 시침은 1분에 $\frac{30^\circ}{60} = 0.5^\circ$ 만큼 움직인다.

② 분침은 1시간, 즉 60분 동안 360° 만큼 움직인다.

$\Rightarrow$ 분침은 1분에 $\frac{360^\circ}{60} = 6^\circ$ 만큼 움직인다.

28 **길잡이** $\angle APB = 45^\circ$ 인 세 점 A, B, P를 지나는 원을 그린 후 스탠딩 구역으로 정할 수 있는 영역을 생각한다.

오른쪽 그림과 같이 세

점 A, B, P를 지나는 원

을 O라 하면

$\angle APB \geq 45^\circ$ 이므로

$\angle AOB \geq 90^\circ$ 이다.

$\triangle ABO$ 에서 $\angle AOB = 90^\circ$ 일 때 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이고

$\angle OAB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ$ 이므로

$\overline{OA} = \overline{AB} \cos 45^\circ = 20 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2}(\text{m})$

따라서 스탠딩 구역의 넓이는 원 O의 넓이에서 $\widehat{AB}$ 와 $\widehat{AB}$ 로 이루어진 활꼴의 넓이를 빼면 된다.

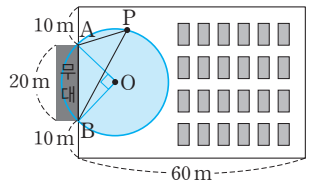
(원 O의 넓이) $= \pi \times (10\sqrt{2})^2 = 200\pi(\text{m}^2)$

(활꼴의 넓이) $= \pi \times (10\sqrt{2})^2 \times \frac{90}{360} - \frac{1}{2} \times 10\sqrt{2} \times 10\sqrt{2}$

$= 50\pi - 100(\text{m}^2)$

$\therefore (\text{스탠딩 구역의 넓이}) = 200\pi - (50\pi - 100)$

$= 150\pi + 100(\text{m}^2)$



29 **길잡이** 원래 접시의 지름과 보조선을 그려 서로 닮은 두 삼각형을 찾아 본다.

오른쪽 그림과 같이 세 점 A, B,

C를 지나는 원 O를 그리고, $\overline{CO}$ 의

연장선과 원 O가 만나는 점을 D라

하자. $\overline{AD}$ 를 그으면 $\overline{CD}$ 가 원 O의

지름이므로 $\angle CAD = 90^\circ$

$\triangle CAD$ 와 $\triangle CHB$ 에서

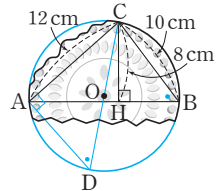
$\angle CAD = \angle CHB = 90^\circ, \angle ADC = \angle HBC$ 이므로

$\triangle CAD \sim \triangle CHB$ (AA 닮음)

즉, $\overline{CA} : \overline{CH} = \overline{CD} : \overline{CB}$ 이므로

$12 : 8 = \overline{CD} : 10 \quad \therefore \overline{CD} = 15(\text{cm})$

따라서 원래 이 접시의 지름의 길이는 15 cm이다.



- 01 50° 02 $7\sqrt{2}\text{cm}$ 03 $50\pi - 96$
 04 $6\pi\text{cm}$ 05 150° 06 65° 07 $\frac{9\sqrt{3}}{2}\text{cm}^2$

- 01 **길잡이** 한 호에 대한 원주각의 크기는 그 호에 대한 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$ 임을 이용하여 $\angle BAD$, $\angle BCD$ 의 크기를 구한다.

$$\angle BAD = \angle BCD$$

$$= \frac{1}{2} \angle BOD$$

$$= \frac{1}{2} \times 130^\circ = 65^\circ$$

$\triangle BPC$ 에서

$$50^\circ + \angle PBC = 65^\circ$$

$$\therefore \angle PBC = 15^\circ$$

$\overline{BD}$ 를 그으면 $\triangle ODB$ 에서

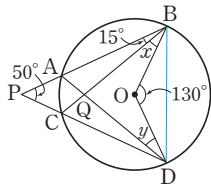
$$\angle OBD + \angle ODB = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

따라서 $\triangle ADB$ 에서

$$\angle BAD + (\angle y + \angle ODB) + (15^\circ + \angle x + \angle OBD) = 180^\circ$$

$$65^\circ + \angle x + \angle y + 15^\circ + 50^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 50^\circ$$



- 02 **길잡이** 반원에 대한 원주각을 이용하여 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하고, $\square ABCD$ 의 넓이를 이용하여 $\overline{AC}$ 의 길이를 구한다.

$\overline{BD}$ 가 원 O의 지름이므로

$$\angle BAD = \angle BCD = 90^\circ$$

$\triangle ABD$ 에서

$$\overline{BD} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10(\text{cm})$$

$\overline{BC} = a\text{cm}$ 라 하면

$\triangle BCD$ 에서

$$a^2 + a^2 = 10^2, a^2 = 50$$

이때 $a > 0$ 이므로 $a = 5\sqrt{2}$

$$\square ABCD = \triangle ABD + \triangle BCD$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 8 \right) + \left(\frac{1}{2} \times 5\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} \right)$$

$$= 24 + 25$$

$$= 49(\text{cm}^2) \quad \dots \text{㉑}$$

이고 $\overline{BC} = \overline{CD}$ 이므로

$$\angle BAC = \angle CAD = \frac{1}{2} \angle BAD = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$$

$\overline{AC} = x\text{cm}$ 라 하면

$$\square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 6 \times x \times \sin 45^\circ \right) + \left(\frac{1}{2} \times x \times 8 \times \sin 45^\circ \right)$$

$$= \frac{3\sqrt{2}}{2}x + 2\sqrt{2}x$$

$$= \frac{7\sqrt{2}}{2}x(\text{cm}^2) \quad \dots \text{㉒}$$

$$\text{㉑}, \text{㉒에서 } 49 = \frac{7\sqrt{2}}{2}x \quad \therefore x = 7\sqrt{2}$$

따라서 $\overline{AC}$ 의 길이는 $7\sqrt{2}\text{cm}$ 이다.

- 03 **길잡이** $\widehat{AB} + \widehat{CD} = \widehat{BC} + \widehat{AD}$ 이므로 $\widehat{AB} + \widehat{CD}$ 의 길이는 원 O의 둘레의 길이의 $\frac{1}{2}$ 임을 이용한다.

$\widehat{AB} + \widehat{CD} = \widehat{BC} + \widehat{AD}$ 이므로 $\widehat{AB} + \widehat{CD}$ 의 길이는 원 O의 둘레의 길이의 $\frac{1}{2}$ 이다.

오른쪽 그림과 같이 현 CD 와 길이가 같은 현 BE 를 그으면

$\widehat{BE} = \widehat{CD}$ 이므로 $\widehat{AE}$ 의 길이는 원 O의 둘레의 길이의 $\frac{1}{2}$ 이다.

즉, $\overline{AE}$ 는 원 O의 지름이므로

$$\angle ABE = 90^\circ$$

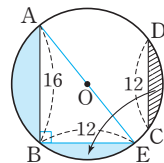
$$\triangle ABE \text{에서 } \overline{AE} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20$$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\frac{1}{2} \times 20 = 10$ 이므로

(색칠한 부분의 넓이) = (반원 O의 넓이) - $\triangle ABE$

$$= \frac{1}{2} \times \pi \times 10^2 - \frac{1}{2} \times 12 \times 16$$

$$= 50\pi - 96$$



- 04 **길잡이** 한 원에서 호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례하고, 모든 호에 대한 원주각의 크기의 합은 180° 임을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 를 그으면

(원의 둘레의 길이)

$$= 2\pi \times 9 = 18\pi(\text{cm}) \text{이므로}$$

$\angle ACB = (\widehat{AB} \text{에 대한 원주각의 크기})$

$$= \frac{4\pi}{18\pi} \times 180^\circ = 40^\circ$$

$\angle CAD = (\widehat{CD} \text{에 대한 원주각의 크기})$

$$= \frac{6\pi}{18\pi} \times 180^\circ = 60^\circ$$

$\angle ABC = \angle x$ 라 하면

$$\triangle BCP \text{에서 } \angle BCP = \angle x - 40^\circ$$

$$\angle ADC = \angle ABC = \angle x \text{이므로}$$

$\triangle ACD$ 에서

$$60^\circ + (40^\circ + \angle x - 40^\circ) + \angle x = 180^\circ$$

$$2\angle x = 120^\circ \quad \therefore \angle x = 60^\circ$$

따라서 $\angle ABC = \angle CAD = 60^\circ$ 이므로

$$\widehat{AC} = \widehat{CD} = 6\pi\text{cm}$$

다른 풀이

($\widehat{AB}$ 에 대한 원주각의 크기) = $\angle ACB = 40^\circ$

($\widehat{CD}$ 에 대한 원주각의 크기) = $\angle CAD = 60^\circ$

($\widehat{AC}$ 에 대한 원주각의 크기) = $\angle ABC = \angle x$

($\widehat{BD}$ 에 대한 원주각의 크기) = $\angle BCD = \angle x - 40^\circ$

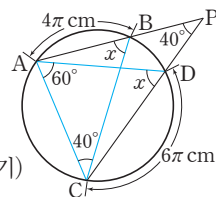
이때 모든 호에 대한 원주각의 크기의 합은 180° 이므로

$$40^\circ + 60^\circ + \angle x + (\angle x - 40^\circ) = 180^\circ, 2\angle x = 120^\circ$$

$$\therefore \angle x = 60^\circ$$

따라서 $\angle ABC = \angle CAD = 60^\circ$ 이므로

$$\widehat{AC} = \widehat{CD} = 6\pi\text{cm}$$



- 05** **질문** $\triangle AOC \cong \triangle BOD$ 임을 이용하여 $\square AOPB$, $\square PODC$ 가 원에 내접하는 사각형임을 알아낸다.

오른쪽 그림의

$\triangle AOC$ 와 $\triangle BOD$ 에서

$$\overline{OA} = \overline{OB}, \overline{OC} = \overline{OD},$$

$$\angle AOC = \angle BOD = 80^\circ$$

이므로

$$\triangle AOC \cong \triangle BOD$$

(SAS 합동)

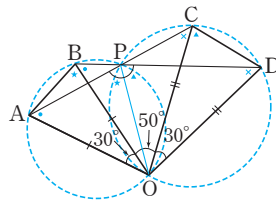
즉, $\angle OAC = \angle OBD$ 이므로 $\square AOPB$ 는 원에 내접한다.

$$\therefore \angle APO = \angle ABO = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$$

또 $\angle OCA = \angle ODB$ 이므로 $\square PODC$ 도 원에 내접한다.

$$\therefore \angle OPD = \angle OCD = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$$

$$\therefore \angle APD = \angle APO + \angle OPD = 75^\circ + 75^\circ = 150^\circ$$



- 06** **질문** $\triangle OBP$ 가 이등변삼각형이고, 반원 O' 에 대한 원주각의 크기가 90° 임을 이용한다.

오른쪽 그림에서 $\overline{OP} = \overline{OB}$ 이므로

$\triangle OBP$ 에서

$$\angle OPB = \angle OBP = 20^\circ$$

$$\therefore \angle AOP = 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ$$

$\overline{OP}$ 와 원 O' 의 교점을 R 라 하고

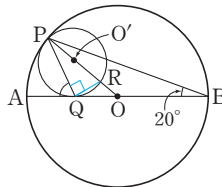
$\overline{QR}$ 를 그으면 $\angle PQR = 90^\circ$

$\angle RQO = \angle a$ 라 하면 $\angle RPQ = \angle RQO = \angle a$ 이므로

$$\triangle PQO \text{에서 } \angle a + (90^\circ + \angle a) + 40^\circ = 180^\circ$$

$$2\angle a = 50^\circ \quad \therefore \angle a = 25^\circ$$

$$\therefore \angle AQP = 180^\circ - (90^\circ + 25^\circ) = 65^\circ$$



- 07** **질문** $\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로 삼각비를 이용하여 다른 변의 길이를 구한다.

$\overline{BC}$ 가 반원의 지름이므로 $\angle BAC = 90^\circ$

$\overline{AD} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle ADC = \angle ACD = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ$$

이때 $\angle BDE = 180^\circ - (120^\circ + 45^\circ) = 15^\circ$ 이고

$\angle DCE = \angle BDE = 15^\circ$ 이므로

$$\angle ACB = 45^\circ + 15^\circ = 60^\circ$$

$$\triangle ABC \text{에서 } \overline{AC} = 6 \cos 60^\circ = 3(\text{cm})$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 \times \sin 60^\circ = \frac{9\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^2)$$

- 1** $\triangle APC$ 에서 $\angle PAC + 50^\circ = 80^\circ$
 $\therefore \angle PAC = 30^\circ \quad \dots (i)$

$\overline{OB}$ 를 그으면

$$\angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$$

$\dots (ii)$

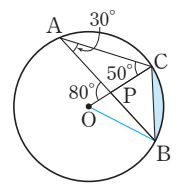
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$$= (\text{부채꼴 } BOC \text{의 넓이}) - \triangle OBC$$

$$= \pi \times 12^2 \times \frac{60}{360} - \frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \sin 60^\circ$$

$$= 24\pi - 36\sqrt{3}$$

$\dots (iii)$



채점 기준	비율
(i) $\angle PAC$ 의 크기 구하기	30 %
(ii) $\angle BOC$ 의 크기 구하기	30 %
(iii) 색칠한 부분의 넓이 구하기	40 %

- 2** 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$, $\overline{CE}$ 를 그으면 $\dots (i)$

$\widehat{AD} = \widehat{CD}$ 이므로

$\angle AED = \angle CED = \angle x$ 라 하고,

$\widehat{BE} = \widehat{CE}$ 이므로

$\angle BCE = \angle CAE = \angle y$ 라 하자.

$$\triangle AEC \text{에서 } \angle y + 2\angle x + (\angle y + 40^\circ) = 180^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 70^\circ$$

$\dots (ii)$

따라서 $\triangle CNE$ 에서

$$\angle CNM = \angle x + \angle y = 70^\circ$$

$\dots (iii)$

채점 기준	비율
(i) $\overline{AE}$, $\overline{CE}$ 긋기	40 %
(ii) $\angle CED + \angle BCE$ 의 크기 구하기	40 %
(iii) $\angle CNM$ 의 크기 구하기	20 %

다른 풀이

$\widehat{AB}$ 에 대한 원주각의 크기는 40° 이고 모든 호에 대한 원주각의 크기의 합은 180° 이므로 $\widehat{AC}$, $\widehat{BC}$ 에 대한 원주각의 크기의 합은

$$180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

$\dots (i)$

이때 $\widehat{AD} = \widehat{CD}$, $\widehat{BE} = \widehat{CE}$ 이므로

$\widehat{BE}$, $\widehat{CD}$ 에 대한 원주각의 크기의 합은

$$\frac{1}{2} \times 140^\circ = 70^\circ$$

$\dots (ii)$

따라서 $\overline{CE}$ 를 그으면 $\triangle CNE$ 에서

$$\angle CNM = \angle BCE + \angle CED$$

$$= (\widehat{BE}, \widehat{CD} \text{에 대한 원주각의 크기의 합})$$

$$= 70^\circ$$

$\dots (iii)$

채점 기준	비율
(i) $\widehat{AC}$, $\widehat{BC}$ 에 대한 원주각의 크기의 합 구하기	30 %
(ii) $\widehat{BE}$, $\widehat{CD}$ 에 대한 원주각의 크기의 합 구하기	40 %
(iii) $\angle CNM$ 의 크기 구하기	30 %

P. 58~59

4 서술형 완성하기

[과정은 풀이 참조]

- 1 $24\pi - 36\sqrt{3}$ 2 70° 3 98° 4 207°
 5 85° 6 44° 7 (1) 평행사변형 (2) 4cm
 8 73°

- 3 $\widehat{AE} = \widehat{DE}$ 이므로
 $\angle ABE = \angle DCE = \angle a$ 라 하면 ... (i)
 $\square ABCD$ 가 원에 내접하므로
 $\angle ADC = 180^\circ - \angle ABC$
 $= 180^\circ - (\angle a + 82^\circ)$
 $= 98^\circ - \angle a$... (ii)

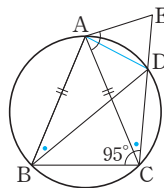
따라서 $\triangle CDF$ 에서
 $\angle EFD = \angle FDC + \angle DCF$
 $= \angle ADC + \angle DCE$
 $= (98^\circ - \angle a) + \angle a = 98^\circ$... (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle ABE = \angle DCE$ 임을 설명하기	30 %
(ii) $\angle ABE = \angle a$ 라 할 때, $\angle ADC$ 를 $\angle a$ 를 사용하여 나타내기	40 %
(iii) $\angle EFD$ 의 크기 구하기	30 %

- 4 $\widehat{ABC}$ 의 길이는 원의 둘레의 길이의 $\frac{1}{4}$ 이므로
 $\angle ADC = \frac{1}{4} \times 180^\circ = 45^\circ$... (i)
 $\square ABCD$ 가 원에 내접하므로
 $\angle ABC = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$... (ii)
 $\widehat{BCD}$ 의 길이는 원의 둘레의 길이의 $\frac{2}{5}$ 이므로
 $\angle BAD = \frac{2}{5} \times 180^\circ = 72^\circ$... (iii)
 $\therefore \angle DCE = \angle BAD = 72^\circ$... (iv)
 $\therefore \angle ABC + \angle DCE = 135^\circ + 72^\circ = 207^\circ$... (v)

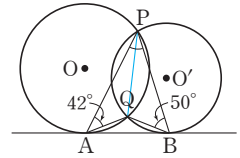
채점 기준	비율
(i) $\angle ADC$ 의 크기 구하기	20 %
(ii) $\angle ABC$ 의 크기 구하기	20 %
(iii) $\angle BAD$ 의 크기 구하기	20 %
(iv) $\angle DCE$ 의 크기 구하기	20 %
(v) $\angle ABC + \angle DCE$ 의 크기 구하기	20 %

- 5 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$ 를 그으면
 $\square ABCD$ 가 원에 내접하므로
 $\angle BAD = 180^\circ - \angle BCD$
 $= 180^\circ - 95^\circ = 85^\circ$... (i)
 $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACE$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BD} = \overline{CE}$,
 $\angle ABD = \angle ACE$ ($\widehat{AD}$ 에 대한 원주각)이므로
 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ (SAS 합동) ... (ii)
 $\therefore \angle CAE = \angle BAD = 85^\circ$... (iii)



채점 기준	비율
(i) $\overline{AD}$ 를 그어 $\angle BAD$ 의 크기 구하기	40 %
(ii) $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ 임을 설명하기	40 %
(iii) $\angle CAE$ 의 크기 구하기	20 %

- 6 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PQ}$ 를 그으면
 $\angle APQ = \angle QAB$,
 $\angle BPQ = \angle QBA$... (i)
 $\triangle ABP$ 에서
 $\angle APB + (42^\circ + \angle QAB)$
 $+ (50^\circ + \angle QBA) = 180^\circ$
 $\angle APB + (42^\circ + \angle APQ) + (50^\circ + \angle BPQ) = 180^\circ$
 $2\angle APB + 92^\circ = 180^\circ \therefore \angle APB = 44^\circ$... (ii)

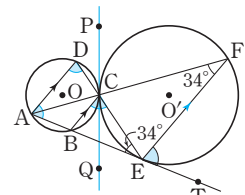


채점 기준	비율
(i) $\overline{PQ}$ 를 그어 $\angle APQ = \angle QAB$, $\angle BPQ = \angle QBA$ 임을 설명하기	40 %
(ii) $\angle APB$ 의 크기 구하기	60 %

- 7 (1) $\overline{BG}$ 가 원 O의 지름이므로 $\angle BAG = \angle BCG = 90^\circ$
 이때 $\angle BAG = \angle BEC = 90^\circ$ 이므로 $\overline{AG} \parallel \overline{EC}$
 또 $\angle BDA = \angle BCG = 90^\circ$ 이므로 $\overline{AD} \parallel \overline{GC}$
 따라서 $\square AFCG$ 는 평행사변형이다. ... (i)
 (2) $\square AFCG$ 는 평행사변형이므로
 $\overline{GC} = \overline{AF} = 8 \text{ cm}$... (ii)
 $\triangle BCG$ 에서 $\overline{BO} = \overline{GO}$, $\overline{BH} = \overline{CH}$ 이므로 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해
 $\overline{OH} = \frac{1}{2} \overline{GC} = \frac{1}{2} \times 8 = 4 (\text{cm})$... (iii)

채점 기준	비율
(i) $\square AFCG$ 가 평행사변형임을 설명하기	40 %
(ii) $\overline{GC}$ 의 길이 구하기	20 %
(iii) $\overline{OH}$ 의 길이 구하기	40 %

- 8 오른쪽 그림과 같이 두 원의 공통인 접선 $\overline{PQ}$ 를 그으면
 $\angle DAC = \angle DCP$
 $= \angle ECQ$
 $= \angle EFC = 34^\circ$ (엇각)
 이므로 $\overline{AD} \parallel \overline{EF}$... (i)
 $\angle FET = \angle x$ 라 하면
 $\angle DAB = \angle FET = \angle x$ (동위각)
 $\square ABCD$ 가 원에 내접하므로
 $\angle BCE = \angle DAB = \angle x$
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle ADC = \angle BCE = \angle x$ (동위각) ... (ii)
 이때 $\angle CEB = \angle CFE = 34^\circ$ 이므로
 $\triangle AED$ 에서 $\angle x + 34^\circ + \angle x = 180^\circ$
 $2\angle x = 146^\circ \therefore \angle x = 73^\circ$
 따라서 $\angle FET$ 의 크기는 73° 이다. ... (iii)



채점 기준	비율
(i) $\overline{AD} \parallel \overline{EF}$ 임을 설명하기	40 %
(ii) $\angle DAB = \angle BCE = \angle ADC$ 임을 설명하기	40 %
(iii) $\angle FET$ 의 크기 구하기	20 %

5. 대푯값과 산포도

P. 62~63 개념+문제 확인하기

- 1 11 2 평균: 21회, 중앙값: 23.5회, 최빈값: 3회
 3 1.2mm 4 7 5 ③ 6 ㄱ, ㄴ, ㄹ
 7 166cm 8 5 9 $\sqrt{9.4}$ 시간 10 ②

- 1 a, b, c, d 의 평균이 12이므로

$$\frac{a+b+c+d}{4}=12 \quad \therefore a+b+c+d=48$$

 따라서 7, $a, b, c, d, 11$ 의 평균은

$$\frac{7+a+b+c+d+11}{6}=\frac{7+48+11}{6}=\frac{66}{6}=11$$
- 2 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 다음과 같다.
 (단위: 회)
 3, 3, 11, 12, 19, 23, 24, 27, 30, 31, 33, 36
 (평균)

$$=\frac{3+3+11+12+19+23+24+27+30+31+33+36}{12}$$

$$=\frac{252}{12}=21(\text{회})$$

 중앙값은 6번째와 7번째 변량의 평균이므로

$$(\text{중앙값})=\frac{23+24}{2}=23.5(\text{회})$$

 윗몸 일으키기 횟수가 3회인 학생이 2명으로 가장 많으므로
 (최빈값)=3회
- 3 (평균)
$$=\frac{1.4+1.8+0.6+1.5+x+0.5+0.8+2}{8}$$

$$=\frac{8.6+x}{8}=1.2$$

 이므로 $8.6+x=9.6 \quad \therefore x=1$
 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
 0.5, 0.6, 0.8, 1, 1.4, 1.5, 1.8, 2
 중앙값은 4번째와 5번째 변량의 평균이므로

$$(\text{중앙값})=\frac{1+1.4}{2}=1.2(\text{mm})$$
- 4 x 를 제외한 6개의 변량 중에서 8점은 3개이고, 다른 변량은 각각 1개이므로 최빈값은 x 의 값에 관계없이 8점이다.
 이때 평균과 최빈값이 같으므로

$$(\text{평균})=\frac{8+6+10+x+8+9+8}{7}=8$$
에서
 $49+x=56 \quad \therefore x=7$
- 5 ③ 800과 같이 다른 변량에 비해 매우 큰 값, 즉 극단적인 값이 있으므로 이 자료는 평균을 대푯값으로 사용하기에 적절하지 않다.

- 6 ㄴ. (편차)=(변량)-(평균)에서 편차가 0이면 (변량)=(평균)이다.
 ㄷ. 편차의 절댓값이 클수록 그 변량은 평균에서 멀리 떨어져 있다.
 ㄹ. 표준편차는 분산의 음이 아닌 제곱근이다.
 따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.
- 7 편차의 총합은 0이므로

$$(-5)+6+x+9+(-8)=0$$

 $x+2=0 \quad \therefore x=-2$
 이때 (편차)=(변량)-(평균)에서
 (변량)=(평균)+(편차)이므로
 (민재의 키)= $168+(-2)=166(\text{cm})$
- 8 평균이 9권이므로

$$\frac{5+12+x+8+9+11}{6}=9$$

 $45+x=54 \quad \therefore x=9$
 각 변량의 편차를 차례로 구하면
 -4권, 3권, 0권, -1권, 0권, 2권이므로
 (분산)
$$=\frac{(-4)^2+3^2+0^2+(-1)^2+0^2+2^2}{6}=\frac{30}{6}=5$$
- 9 남학생 90명의 표준편차가 4시간이므로
 남학생: {(편차)²의 총합}= $90 \times 4^2=1440$
 여학생 110명의 표준편차가 2시간이므로
 여학생: {(편차)²의 총합}= $110 \times 2^2=440$
 3학년 전체 학생의 수면 시간의 분산은

$$\frac{1440+440}{90+110}=\frac{1880}{200}=9.4$$

 $\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{9.4}(\text{시간})$
- 참고 (분산)
$$=\frac{\{(\text{편차})^2\text{의 총합}\}}{(\text{변량의 개수})}$$
이므로
 $\{(\text{편차})^2\text{의 총합}\}=(\text{변량의 개수}) \times (\text{분산})$ 이다.
 이때 (편차)²={(각 변량)-(평균)}²이고, 두 집단의 평균이 서로 같으므로 두 집단 전체의 (편차)²의 총합은 각 집단에서의 (편차)²의 총합을 더한 것과 같다.
- 10 ①, ⑤ 각 반의 학생 수를 알 수 없으므로 (편차)²의 총합도 비교할 수 없다.
 ② 2반의 한문 성적의 표준편차가 가장 작으므로 한문 성적이 가장 고른 반은 2반이다.
 ③ 4반은 6반보다 한문 성적의 표준편차가 더 작으므로 산포도가 더 작다.
 ④ 5반의 한문 성적의 평균이 가장 크므로 한문 성적이 가장 우수한 반은 5반이다.
 따라서 옳은 것은 ②이다.

- 1 3 : 2 2 96 3 69 kg, 73 kg 4 20개
 5 ② 6 $\perp$, $\sqsubset$ 7 ④ 8 8 9 22
 10 (17, 20), (19, 17) 11 30 12 ②, ⑤
 13 56, 66 14 $2\sqrt{2}$ 분 15 $\sqrt{3.5}$ 16 ⑤ 17 58
 18 ② 19 -8 20 63 21 $\sqrt{10}$ 회 22 $\sqrt{2}$
 23 ③ 24 $2m, 4s^2$ 25 $\neg$, $\supset$ 26 6, 6
 27 성실 회원 28 핫도그, 호떡

- 1 남자와 여자의 인구수를 각각 x 명, y 명이라 하면

$$\frac{40x+35y}{x+y}=38, 40x+35y=38x+38y$$

$$2x=3y \quad \therefore x=\frac{3}{2}y$$

$$\therefore x:y=\frac{3}{2}y:y=3:2$$
- 2 끈 4개의 길이의 평균이 12 cm이므로

$$\frac{a+12+16+b}{4}=12 \quad \therefore a+b=20$$
 또 4개의 정사각형의 넓이의 평균이 9.5 cm^2 이므로

$$\left(\frac{a}{4}\right)^2 + \left(\frac{12}{4}\right)^2 + \left(\frac{16}{4}\right)^2 + \left(\frac{b}{4}\right)^2 = 4 \times 9.5$$

$$\frac{a^2}{16} + \frac{b^2}{16} + 25 = 38 \quad \therefore a^2 + b^2 = 208$$
 이때 $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ 이므로

$$20^2 = 208 + 2ab, 2ab = 192 \quad \therefore ab = 96$$
- 3 전학을 간 두 학생의 몸무게를 각각 x kg, $(x+4)$ kg이라 하면 학생 40명의 몸무게의 총합은 $40 \times 52 = 2080$ (kg)이므로

$$\frac{2080 - (x+x+4)}{38} = 51$$

$$2x = 138 \quad \therefore x = 69$$
 따라서 전학을 간 두 학생의 몸무게는 각각 69 kg, 73 kg이다.
- 4 14개를 기록한 학생을 제외한 나머지 학생 7명의 턱걸이 개수의 총합을 A 개라 하고, 14개를 x 개로 잘못 보았다고 하면 (잘못 구한 평균) = (실제 평균) + 0.75이므로

$$\frac{A+x}{8} = \frac{A+14}{8} + 0.75$$

$$A+x = A+14+6 \quad \therefore x=20$$
 따라서 턱걸이 개수를 20개로 잘못 보았다.
- 5 남학생의 봉사 활동 시간의 평균, 중앙값, 최빈값을 각각 구하면

$$(\text{평균}) = \frac{2 \times 1 + 3 \times 1 + 4 \times 3 + 5 \times 4 + 6 \times 4 + 7 \times 2}{1+1+3+4+4+2}$$

$$= \frac{75}{15} = 5(\text{시간})$$

남학생의 봉사 활동 시간의 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 8번째 변량이므로

(중앙값) = 5시간

남학생은 봉사 활동 시간이 5시간, 6시간인 학생 수가 4명으로 가장 많으므로

(최빈값) = 5시간, 6시간

여학생의 봉사 활동 시간의 평균, 중앙값, 최빈값을 각각 구하면

$$(\text{평균}) = \frac{2 \times 2 + 3 \times 3 + 4 \times 5 + 5 \times 3 + 6 \times 2}{2+3+5+3+2}$$

$$= \frac{60}{15} = 4(\text{시간})$$

여학생의 봉사 활동 시간의 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 8번째 변량이므로

(중앙값) = 4시간

여학생은 봉사 활동 시간이 4시간인 학생 수가 5명으로 가장 많으므로

(최빈값) = 4시간

ㄱ. 봉사 활동 시간의 평균은 남학생이 5시간, 여학생이 4시간으로 서로 다르다.

ㄴ. 봉사 활동 시간의 중앙값은 남학생이 5시간, 여학생이 4시간으로 남학생이 여학생보다 크다.

ㄷ. 봉사 활동 시간의 최빈값은 남학생이 5시간, 6시간으로 2개이고, 여학생이 4시간으로 1개이다.

따라서 옳은 것은 ㄴ이다.

6 $\neg$. (기존 평균) = $\frac{(10\text{개의 변량의 총합})}{10}$

이때 변량 a 를 추가하면

$$(\text{평균}) = \frac{(10\text{개의 변량의 총합}) + a}{11}$$

즉, 평균은 추가한 변량 a 의 값에 따라 변할 수도 있다.

ㄴ. 기존 자료의 중앙값은 5번째와 6번째 변량의 평균인 $\frac{13+13}{2} = 13$ 이다.

한 개의 변량을 추가하여 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 6번째 변량은 항상 13이므로 중앙값은 13으로 변하지 않는다.

ㄷ. 13은 4개이고, 다른 변량은 각각 1개이므로 한 개의 변량을 추가하더라도 최빈값은 13으로 변하지 않는다.

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

7 기존 회원 8명의 키를 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 5번째 변량을 x cm라 하면 중앙값이 163 cm이므로

$$\frac{160+x}{2} = 163 \quad \therefore x = 166$$

따라서 키가 168 cm인 신입 회원을 포함하여 회원 9명의 키를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 5번째 변량은 166 cm이므로 중앙값은 166 cm이다.

- 8 주어진 자료에서 전체 회원 수는 15명이므로 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 8번째 변량이다.

$$\therefore (\text{중앙값}) = (20+a)\text{세}$$

$(20+a)$ 세, $(20+b)$ 세를 제외한 변량 중에서 25세와 36세는 2개이고, 다른 변량은 각각 1개이다.

이때 $2 \leq a \leq b \leq 5$ 이고 최빈값은 한 개이므로 최빈값은 22세 또는 25세이다.

(i) 최빈값이 22세, 즉 $a=b=2$ 인 경우

$$(\text{중앙값}) = 20+a = 20+2 = 22(\text{세})$$

그런데 중앙값과 최빈값이 같으므로 주어진 조건을 만족시키지 않는다.

(ii) 최빈값이 25세, 즉 $b=5$ 인 경우

중앙값이 최빈값보다 2세만큼 작으므로

$$(\text{중앙값}) = 25-2 = 23(\text{세})$$

$$\text{즉, } 20+a=23 \text{에서 } a=3$$

따라서 (i), (ii)에 의해 $a=3$, $b=5$ 이므로

$$a+b=3+5=8$$

- 9 5가 2개이고 8이 1개이므로 최빈값이 8이 되려면 a, b, c 중 적어도 두 수는 8이어야 한다.

a, b, c 중 8이 아닌 수를 x 라 하고, x 를 제외한 7개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$$4, 5, 5, 8, 8, 8, 10$$

이때 중앙값이 7이므로 x 는 5와 8 사이에 있어야 한다.

$$\text{즉, } (\text{중앙값}) = \frac{x+8}{2} = 7 \text{에서 } x+8=14 \quad \therefore x=6$$

$$\therefore a+b+c=8+8+6=22$$

- 10 자료 A의 중앙값이 17이므로 $a=17$ 또는 $b=17$ 이다.

(i) $a=17$, $b=17$ 일 때, 두 자료 A, B를 섞은 전체 자료의 중앙값은 $\frac{17+17}{2}=17$ 이므로 주어진 조건을 만족시키지 않는다.

(ii) $a=17$, $b \neq 17$ 일 때, 두 자료 A, B를 섞은 전체 자료의 중앙값이 18이 되려면 $b-1$ 은 17과 21 사이에 있어야 하므로

$$\frac{17+(b-1)}{2}=18 \quad \therefore b=20$$

(iii) $a \neq 17$, $b=17$ 일 때, 두 자료 A, B를 섞은 전체 자료의 중앙값이 18이 되려면 a 는 17과 21 사이에 있어야 하므로

$$\frac{17+a}{2}=18 \quad \therefore a=19$$

따라서 (i)~(iii)에 의해 순서쌍 (a, b) 는 $(17, 20)$, $(19, 17)$ 이다.

- 11 7개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때

(나)에서 중앙값이 40이므로 4번째 변량이 40이고,

(다)에서 최빈값이 35이므로 변량 중 35는 적어도 2개이다.

즉, 2번째와 3번째 변량이 각각 35이다.

(라)에서 가장 큰 수가 50이므로 7번째 변량이 50이다.

5번째와 6번째 변량을 각각 a, b 라 하고, 7개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$$x, 35, 35, 40, a, b, 50$$

(가)에서 평균이 41이므로 x 의 값이 최소가 되려면 a, b 의 값이 최대가 되어야 한다.

이때 최빈값이 35이므로 $x \neq 35$ 이면 35를 제외한 다른 변량들은 서로 다른 수이어야 한다.

즉, $a=48$, $b=49$ 일 때 x 의 값이 최소가 되므로

$$(\text{평균}) = \frac{x+35+35+40+48+49+50}{7} = 41 \text{에서}$$

$$x+257=287 \quad \therefore x=30$$

따라서 x 의 최솟값은 30이다.

- 12 ② 선거에서 가장 많이 득표한 학생을 학급 회장으로 뽑으므로 최빈값을 이용하여 뽑는다.

⑤ 자료에 극단적인 값이 있으므로 평균보다 중앙값이 자료의 중심 경향을 더 잘 나타내어 준다.

따라서 대푯값의 이용이 적절하지 않은 것은 ②, ⑤이다.

- 13 편차의 총합은 0이므로

$$(2x^2-2)+(2x+3)+(-2)+(-x^2-7)+(-x+2)=0$$

$$x^2+x-6=0, (x+3)(x-2)=0$$

$$\therefore x=-3 \text{ 또는 } x=2$$

(변량)=(평균)+(편차)이고 평균이 50이므로

$$(i) x=-3 \text{ 일 때, } A=50+\{2 \times (-3)^2-2\}=66$$

$$(ii) x=2 \text{ 일 때, } A=50+(2 \times 2^2-2)=56$$

따라서 (i), (ii)에 의해 변량 A 의 값은 56 또는 66이다.

- 14 편차의 총합은 0이므로

$$2+(x-2)+(-x)+(-1)+(2x+7)=0$$

$$2x+6=0 \quad \therefore x=-3$$

즉, B, C, E의 편차는 각각 -5분, 3분, 1분이므로

$$(\text{분산}) = \frac{2^2+(-5)^2+3^2+(-1)^2+1^2}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}(\text{분})$$

- 15 평균이 7이므로

$$\frac{a+4+7+10+b+8+5+6}{8} = 7$$

$$a+b+40=56 \quad \therefore a+b=16$$

또 중앙값이 7이므로 a, b 중 적어도 하나는 7이어야 한다.

$$(i) a=7 \text{ 이면 } b=9 \quad (ii) b=7 \text{ 이면 } a=9$$

이때 $a > b$ 이므로 $a=9$, $b=7$

각 변량의 편차를 차례로 구하면

$$2, -3, 0, 3, 0, 1, -2, -1 \text{ 이므로}$$

$$(\text{분산}) = \frac{2^2+(-3)^2+0^2+3^2+0^2+1^2+(-2)^2+(-1)^2}{8}$$

$$= \frac{28}{8} = 3.5$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{3.5}$$

16 연속하는 5개의 홀수를

$a-4, a-2, a, a+2, a+4$ ($a \geq 5$ 인 홀수)라 하면

$$(\text{평균}) = \frac{(a-4) + (a-2) + a + (a+2) + (a+4)}{5}$$

$$= \frac{5a}{5} = a$$

각 변량의 편차를 차례로 구하면

$-4, -2, 0, 2, 4$ 이므로

$$(\text{분산}) = \frac{(-4)^2 + (-2)^2 + 0^2 + 2^2 + 4^2}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

17 달걀 D의 무게를 x g이라 하면 달걀 5개의 무게는 차례로 $(x+13)$ g, $(x-6)$ g, $(x-3)$ g, x g, $(x-9)$ g이다.

$$\therefore (\text{평균}) = \frac{(x+13) + (x-6) + (x-3) + x + (x-9)}{5}$$

$$= \frac{5x-5}{5} = x-1(\text{g})$$

각 변량의 편차를 차례로 구하면

$14\text{g}, -5\text{g}, -2\text{g}, 1\text{g}, -8\text{g}$ 이므로

$$(\text{분산}) = \frac{14^2 + (-5)^2 + (-2)^2 + 1^2 + (-8)^2}{5} = \frac{290}{5} = 58$$

18 첫째 날의 팔 굽혀 펴기 횟수를 x 회라 하면 5일 동안의 팔 굽혀 펴기 횟수는 차례로

x 회, $(x+a)$ 회, $(x+2a)$ 회, $(x+3a)$ 회, $(x+4a)$ 회이다.

최고 기록과 최저 기록의 차가 12회이므로

$$(x+4a) - x = 12, 4a = 12 \quad \therefore a = 3$$

즉, 5일 동안의 팔 굽혀 펴기 횟수는 차례로

x 회, $(x+3)$ 회, $(x+6)$ 회, $(x+9)$ 회, $(x+12)$ 회이므로

$$(\text{평균}) = \frac{x + (x+3) + (x+6) + (x+9) + (x+12)}{5}$$

$$= \frac{5x+30}{5} = x+6(\text{회})$$

각 변량의 편차를 차례로 구하면

-6 회, -3 회, 0 회, 3 회, 6 회이므로

$$(\text{분산}) = \frac{(-6)^2 + (-3)^2 + 0^2 + 3^2 + 6^2}{5} = \frac{90}{5} = 18$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}(\text{회})$$

19 편차의 총합은 0이므로

$$(-3) + x + y + 0 + 1 = 0 \text{에서}$$

$$x + y = 2$$

표준편차가 $\sqrt{6}$ 회, 즉 분산이 6이므로

$$\frac{(-3)^2 + x^2 + y^2 + 0^2 + 1^2}{5} = 6 \text{에서}$$

$$x^2 + y^2 = 20$$

$$\text{이때 } (x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy \text{이므로}$$

$$2^2 = 20 + 2xy, 2xy = -16 \quad \therefore xy = -8$$

20 12개의 모서리의 길이의 평균이 4이므로

$$\frac{4a+4b+4c}{12} = 4 \text{에서 } 4a+4b+4c=48$$

$$\therefore a+b+c=12 \quad \cdots \textcircled{1}$$

표준편차가 $\sqrt{5}$, 즉 분산이 5이므로

$$\frac{4\{(a-4)^2 + (b-4)^2 + (c-4)^2\}}{12} = 5 \text{에서}$$

$$(a-4)^2 + (b-4)^2 + (c-4)^2 = 15$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 8(a+b+c) + 48 = 15$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 8 \times 12 + 48 = 15 \quad (\because \textcircled{1})$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 63$$

21 두 변량을 -5 회, $+5$ 회로 잘못 기록했으므로 전체 변량의 총합에는 변화가 없다.

즉, 학생 10명의 실제 줄넘기 횟수의 평균은 75회이다.

잘못 기록한 두 변량을 제외한 나머지 8개의 변량의 (편차)²의 총합을 A 라 하면 분산이 12이므로

$$\frac{(-5)^2 + 2^2 + A}{10} = 12 \quad \therefore A = 91$$

따라서 나머지 8개의 변량의 (편차)²의 총합이 91이므로

$$(\text{실제 줄넘기 횟수의 분산}) = \frac{0^2 + (-3)^2 + 91}{10} = \frac{100}{10} = 10$$

$$\therefore (\text{실제 줄넘기 횟수의 표준편차}) = \sqrt{10}(\text{회})$$

22 $x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_{2020} = 4040$ 이고

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \cdots + x_{2020}^2 = 12120 \text{이므로}$$

$$(\text{평균}) = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_{2020}}{2020} = \frac{4040}{2020} = 2$$

(분산)

$$= \frac{(x_1-2)^2 + (x_2-2)^2 + (x_3-2)^2 + \cdots + (x_{2020}-2)^2}{2020}$$

$$= \frac{(x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_{2020}^2) - 4(x_1 + x_2 + \cdots + x_{2020}) + 4 \times 2020}{2020}$$

$$= \frac{12120 - 4 \times 4040 + 8080}{2020} = \frac{4040}{2020} = 2$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{2}$$

23 소정이의 5개 과목의 시험 성적을 각각 a 점, b 점, c 점, d 점, e 점이라 하면

$$(\text{소정이의 성적의 평균}) = \frac{a+b+c+d+e}{5} = 70(\text{점})$$

(소정이의 성적의 분산)

$$= \frac{(a-70)^2 + (b-70)^2 + (c-70)^2 + (d-70)^2 + (e-70)^2}{5}$$

$$= 4^2 = 16$$

희영이의 5개 과목의 시험 성적은 각각 $(a+10)$ 점,

$(b+10)$ 점, $(c+10)$ 점, $(d+10)$ 점, $(e+10)$ 점이므로

(희영이의 성적의 평균)

$$= \frac{(a+10) + (b+10) + (c+10) + (d+10) + (e+10)}{5}$$

$$= \frac{(a+b+c+d+e) + 50}{5} = \frac{a+b+c+d+e}{5} + 10$$

$$= 70 + 10 = 80(\text{점})$$

(희영이의 성적의 분산)

$$= \frac{(a+10-80)^2 + (b+10-80)^2 + (c+10-80)^2 + (d+10-80)^2 + (e+10-80)^2}{5}$$

$$= \frac{(a-70)^2 + (b-70)^2 + (c-70)^2 + (d-70)^2 + (e-70)^2}{5}$$

$$= 16$$

∴ (희영이의 성적의 표준편차) = $\sqrt{16} = 4$ (점)

따라서 희영이의 시험 성적의 평균과 표준편차의 합은
80 + 4 = 84(점)

다른 풀이

(희영이의 각 과목 성적) = (소정이의 각 과목 성적) + 10(점)
이므로

(희영이의 성적의 평균) = (소정이의 성적의 평균) + 10
= 70 + 10 = 80(점)

(희영이의 성적의 표준편차) = (소정이의 성적의 표준편차)
= 4점

따라서 희영이의 시험 성적의 평균과 표준편차의 합은
80 + 4 = 84(점)

참고 변화된 변량의 평균과 분산, 표준편차 구하기

n 개의 변량 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 의 평균이 m 이고 표준편차가 s 일 때,
 n 개의 변량 $ax_1+b, ax_2+b, \dots, ax_n+b$ (a, b 는 상수)에 대하여

(1) (평균) = $am+b$

(2) (분산) = a^2s^2

(3) (표준편차) = $|a|s$ → 각 변량에 일정한 수를 더하거나 빼는 것은 분산과 표준편차에 영향을 주지 않는다.

24 자료 A는 1, 2, 3, ..., 50이므로

$$(\text{평균}) = \frac{1+2+3+\dots+50}{50} = m \quad \dots \textcircled{A}$$

$$(\text{분산}) = \frac{(1-m)^2 + (2-m)^2 + \dots + (50-m)^2}{50} = s^2 \quad \dots \textcircled{B}$$

자료 B는 2, 4, 6, ..., 100이고 자료 A의 각 변량에 2를 곱한 것과 같으므로

$$(\text{평균}) = \frac{(2 \times 1) + (2 \times 2) + (2 \times 3) + \dots + (2 \times 50)}{50}$$

$$= \frac{2 \times (1+2+3+\dots+50)}{50} = 2m \quad (\because \textcircled{A})$$

$$(\text{분산}) = \frac{(2-2m)^2 + (4-2m)^2 + \dots + (100-2m)^2}{50}$$

$$= \frac{4\{(1-m)^2 + (2-m)^2 + \dots + (50-m)^2\}}{50}$$

$$= 4s^2 \quad (\because \textcircled{B})$$

다른 풀이

(자료 B의 각 변량) = $2 \times$ (자료 A의 각 변량)이므로

(자료 B의 평균) = $2 \times$ (자료 A의 평균) = $2m$

(자료 B의 분산) = $2^2 \times$ (자료 A의 분산) = $4s^2$

25 (재석이의 춤 연습 시간의 평균)

$$= \frac{2 \times 3 + 3 \times 8 + 4 \times 10 + 5 \times 6 + 6 \times 4}{31} = \frac{124}{31} = 4(\text{시간})$$

(효리의 춤 연습 시간의 평균)

$$= \frac{2 \times 10 + 3 \times 4 + 4 \times 2 + 5 \times 6 + 6 \times 9}{31} = \frac{124}{31} = 4(\text{시간})$$

(지훈이의 춤 연습 시간의 평균)

$$= \frac{2 \times 6 + 3 \times 6 + 4 \times 7 + 5 \times 6 + 6 \times 6}{31} = \frac{124}{31} = 4(\text{시간})$$

즉, 세 사람의 춤 연습 시간의 평균은 4시간으로 모두 같다.

ㄱ. 세 사람의 춤 연습 시간의 최빈값을 각각 구하면

재석: 4시간, 효리: 2시간, 지훈: 4시간

이므로 최빈값이 가장 작은 사람은 효리이다.

ㄴ. 세 사람의 한 달 동안의 춤 연습 시간은 124시간으로 모두 같다.

ㄷ. 평균 4시간 가까이 있는 변량이 많을수록 춤 연습 시간이 고르므로 춤 연습 시간이 가장 고른 사람은 재석이다.

ㄹ, ㄴ. 평균 4시간을 중심으로 멀리 있는 변량이 많을수록 춤 연습 시간의 기복이 심하고 표준편차도 크므로 춤 연습 시간의 기복이 가장 심하고 표준편차도 가장 큰 사람은 효리이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

26 **길잡이** 두 조각의 넓이를 각각 $x, 12-x$ 로 놓고, 다섯 장의 종이의 넓이의 평균을 구한 후 표준편차의 의미를 생각해 본다.

종이 D를 넓이가 각각 $x, 12-x$ 인 두 조각으로 자르면 다섯 장의 종이의 넓이는 5, 6, 7, $x, 12-x$ 이므로

$$(\text{평균}) = \frac{5+6+7+x+(12-x)}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

이때 $x, 12-x$ 와 평균 6의 차가 작을수록 표준편차는 작아지므로 $x=6, 12-x=6$ 일 때 다섯 장의 종이의 넓이의 표준편차가 최소가 된다.

따라서 잘라서 만든 두 조각의 넓이는 각각 6, 6이다.

27 **길잡이** 두 동호회 A, B의 회원들이 남긴 댓글 수의 평균이 서로 같음을 이용하여 통합 동호회에서 댓글 수의 평균과 표준편차를 구한다.

두 동호회 A, B의 회원들이 남긴 댓글 수의 평균은 67개로 같으므로 통합 동호회에서 댓글 수의 평균은 67개이다.

$$\therefore a=67$$

두 동호회 A, B의 회원들이 남긴 댓글 수의 표준편차는 각각 $3\sqrt{2}$ 개, $\sqrt{13}$ 개이므로

(통합 동호회에서 댓글 수의 분산)

$$= \frac{180 \times (3\sqrt{2})^2 + 120 \times (\sqrt{13})^2}{180+120} = \frac{4800}{300} = 16$$

$$\therefore (\text{통합 동호회에서 댓글 수의 표준편차}) = \sqrt{16} = 4(\text{개})$$

$$\therefore b=4$$

따라서 통합 동호회의 회원 등급은 오른쪽 표와 같으므로 이전 동호회에서 남긴 댓글 수가 69개인 회원은 통합 동호회에서 성실 회원이다.

등급	댓글 수(개)
최우수 회원	75 ^{이상}
우수 회원	71 ^{이상} ~ 75 ^{미만}
성실 회원	63 ^{이상} ~ 71 ^{미만}
일반 회원	59 ^{이상} ~ 63 ^{미만}
신입 회원	59 ^{미만}

28 [길잡이] 청소년 1일 권장 열량을 이용하여 오전, 오후 간식으로 섭취할 열량의 합을 구해 본다.

오전, 오후 간식으로 섭취할 열량을 각각 a kcal, b kcal 라 하면 청소년 1일 권장 열량이 2700 kcal 이므로 지후가 내일 하루 동안 먹을 음식의 열량의 합은

$$660 + a + 650 + b + 790 = 2700$$

$$\therefore a + b = 600$$

주어진 그래프에서 열량의 합이 600 kcal 가 되는 두 간식은 도넛과 봉어빵, 핫도그와 호떡이고, 두 간식의 열량은 각각 350 kcal 와 250 kcal, 270 kcal 와 330 kcal 이다.

이때 지후가 하루 동안 한 번의 식사나 간식으로 섭취하는 열량의 평균은

$$\frac{2700}{5} = 540 (\text{kcal})$$

이므로 두 간식을 선택했을 때 열량의 편차와 (편차)²의 총합을 구하면 다음 표와 같다.

간식	편차(kcal)	(편차) ² 의 총합
도넛, 봉어빵	-190, -290	120200
핫도그, 호떡	-270, -210	117000

열량을 최대한 고르게 하려면 열량의 분산이 작아야 하므로 (편차)²의 총합이 작아야 한다.

따라서 지후가 선택해야 하는 간식은 핫도그와 호떡이다.

P. 69

내신 1% 뛰어넘기

01 32

02 309

03 40

04 440개

01 [길잡이] 가장 큰 변량과 가장 작은 변량을 각각 a , b 로 놓고, 서로 다른 10개의 변량의 총합에 대한 식을 세운다.

가장 큰 변량을 a , 가장 작은 변량을 b 라 하고, a , b 를 포함한 서로 다른 10개의 변량의 총합을 S 라 하면

$$(a + 9 \times 30) + (b + 9 \times 35) = 2S \text{에서}$$

$$a + b + 585 = 2S$$

$$\text{이때 } a + b = 55 \text{이므로}$$

$$2S = 55 + 585 = 640 \quad \therefore S = 320$$

$$\therefore (\text{서로 다른 10개의 변량의 평균}) = \frac{S}{10} = \frac{320}{10} = 32$$

다른 풀이

$$a + 9 \times 30 = b + 9 \times 35$$

$$\therefore a - b = 45 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\text{이때 } a + b = 55 \text{이므로} \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{을 연립하여 풀면 } a = 50, b = 5$$

$$\therefore (\text{서로 다른 10개의 변량의 평균}) = \frac{50 + 9 \times 30}{10} = \frac{320}{10} = 32$$

02 [길잡이] x 를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열한 후 x 의 범위를 적절히 나누어 $f(x)$ 의 값을 구해 본다.

x 를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$$2, 4, 5, 6, 12, 13, 18, 24$$

x 의 범위를 나누어 생각하면

(i) $x \leq 6$ 일 때, 주어진 자료의 중앙값은 6이므로

$$f(x) = 6$$

(ii) $6 < x < 12$ 일 때, 주어진 자료의 중앙값은 x 이므로

$$f(x) = x$$

(iii) $x \geq 12$ 일 때, 주어진 자료의 중앙값은 12이므로

$$f(x) = 12$$

$$\therefore f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(30)$$

$$= 6 \times 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 \times 19$$

$$= 309$$

03 [길잡이] 주어진 평균과 표준편차를 이용하여 $x_1 + x_2 + \dots + x_{10}$ 의 값과 $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2$ 의 값을 구한 후, 큰 정사각형의 넓이는 10개의 정사각형의 넓이의 합과 같음을 이용한다.

$x_1, x_2, \dots, x_{10}$ 의 평균이 11이므로

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{10}}{10} = 11$$

$$\therefore x_1 + x_2 + \dots + x_{10} = 110 \quad \dots \textcircled{1}$$

표준편차가 $\sqrt{39}$, 즉 분산이 39이므로

$$\frac{(x_1 - 11)^2 + (x_2 - 11)^2 + \dots + (x_{10} - 11)^2}{10} = 39$$

$$(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2) - 22(x_1 + x_2 + \dots + x_{10}) + 10 \times 121 = 390$$

$$(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2) - 22 \times 110 + 1210 = 390 \quad (\because \textcircled{1})$$

$$\therefore x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2 = 1600$$

큰 정사각형의 넓이는 10개의 정사각형의 넓이의 합과 같으므로 큰 정사각형의 한 변의 길이를 a 라 하면

$$a^2 = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2 = 1600$$

$$\text{이때 } a > 0 \text{이므로 } a = \sqrt{1600} = 40$$

따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 40이다.

04 [길잡이] 생산 라인의 수를 n 개, 각 생산 라인에서 평소에 하루 동안 제조하는 제품의 수를 각각 a_1 개, a_2 개, $\dots$, a_n 개라 하고, 주문량이 많아지기 전과 후의 평균과 분산에 대한 식을 각각 세운다.

생산 라인의 수를 n 개, 각 생산 라인에서 평소에 하루 동안 제조하는 제품의 수를 각각 a_1 개, a_2 개, $\dots$, a_n 개라 하면

평균이 180개이므로

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} = 180$$

표준편차가 3개, 즉 분산이 9이므로

$$\frac{(a_1 - 180)^2 + (a_2 - 180)^2 + \dots + (a_n - 180)^2}{n} = 9$$

주문량이 많아진 후 각 생산 라인에서 하루 동안 제조하는 제품의 수는 각각 $(xa_1 + y)$ 개, $(xa_2 + y)$ 개, $\dots$, $(xa_n + y)$ 개이고 평균이 400개이므로

$$(\text{평균}) = \frac{(xa_1+y) + (xa_2+y) + \cdots + (xa_n+y)}{n}$$

$$= \frac{x(a_1+a_2+\cdots+a_n) + ny}{n}$$

$$= x \times \frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n} + y$$

$$= 180x + y = 400 \quad \cdots \text{㉠}$$

주문량이 많아진 후의 표준편차가 6개, 즉 분산이 36이므로

$$(\text{분산}) = \frac{1}{n} \times \{ (xa_1+y-180x-y)^2 + (xa_2+y-180x-y)^2 + \cdots + (xa_n+y-180x-y)^2 \}$$

$$= \frac{x^2(a_1-180)^2 + x^2(a_2-180)^2 + \cdots + x^2(a_n-180)^2}{n}$$

$$= x^2 \times \frac{(a_1-180)^2 + (a_2-180)^2 + \cdots + (a_n-180)^2}{n}$$

$$= 9x^2 = 36 \quad \cdots \text{㉡}$$

$$\text{㉡에서 } x^2 = 4$$

$$\text{이때 } x > 0 \text{ 이므로 } x = 2$$

$$\text{㉠에서 } 180 \times 2 + y = 400 \quad \therefore y = 40$$

따라서 평소에 하루 동안 200개를 제조하던 생산 라인에서

주문량이 많아진 후 제조하는 제품의 수는

$$2 \times 200 + 40 = 440(\text{개})$$

다른 풀이 x, y 의 값 구하기

(주문량이 많아진 후의 각 변량) $= x \times (\text{각 변량}) + y(\text{개})$ 이므로

$$(\text{주문량이 많아진 후의 평균}) = x \times (\text{평균}) + y \\ = 180x + y(\text{개})$$

$$\text{즉, } 180x + y = 400 \quad \cdots \text{㉠}$$

(주문량이 많아진 후의 표준편차) $= x \times (\text{표준편차}) = 3x$

$$\text{즉, } 3x = 6 \text{에서 } x = 2$$

$$x = 2 \text{를 } \text{㉠에 대입하면 } 180 \times 2 + y = 400 \quad \therefore y = 40$$

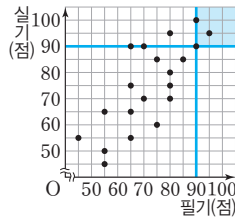


6. 상관관계

P. 72~73 개념+ 문제 확인하기

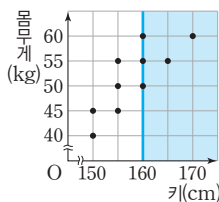
- 1 ④ 2 56 kg 3 45 % 4 5곳 5 ③, ⑤
6 ②, ⑤ 7 ③

- 1 ④ 필기 점수와 실기 점수가 모두 90점 이상인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 3명이다.



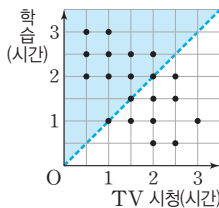
- 2 키가 160 cm 이상인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다.

$$\begin{aligned} \therefore (\text{몸무게의 평균}) \\ &= \frac{50 + 55 + 55 + 60 + 60}{5} \\ &= 56(\text{kg}) \end{aligned}$$

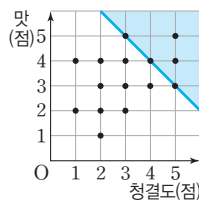


- 3 TV 시청 시간이 학습 시간보다 적은 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 9명이다.

$$\therefore \frac{9}{20} \times 100 = 45(\%)$$



- 4 두 평점의 합이 8점 이상인 음식점은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 5곳이다.



- 5 ③ 상관관계가 없는 산점도는 ㄷ, ㄴ이다.
⑤ ㄷ은 상관관계가 없고, 겨울철 기온과 난방비 사이에는 음의 상관관계가 있다.

- 6 ①, ④ 양의 상관관계
②, ⑤ 음의 상관관계
③ 상관관계가 없다.
이때 주어진 산점도는 음의 상관관계를 나타내므로 주어진 그림과 같은 모양이 되는 것은 ②, ⑤이다.

- 7 ③ B는 D보다 키도 크고 발의 크기도 크다.

P. 74~76 내신 5% 따라잡기

- 1 ㄴ, ㄷ 2 7 : 9 3 5명 4 ④ 5 ②
6 35 % 7 70 8 175점 9 ⑤ 10 ③
11 ② 12 ㄴ, ㄷ 13 108분, 40분 14 b
15 D, A, C, B

- 1 ㄱ. 작년에 관람한 영화 편수의 최빈값은 10편, 올해 관람한 영화 편수의 최빈값은 8편으로 서로 다르다.

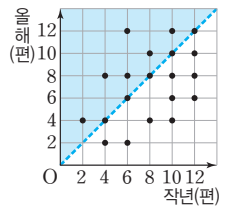
$$\text{ㄴ. 작년에 관람한 영화 편수의 중앙값은 } \frac{8+8}{2}=8(\text{편}),$$

$$\text{올해 관람한 영화 편수의 중앙값은 } \frac{8+8}{2}=8(\text{편}) \text{으로 서로 같다.}$$

- ㄷ. 작년보다 올해 더 많은 영화를 관람한 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 이들의 올해 관람한 영화 편수의 평균은

$$\frac{4+8+8+10+12+12}{6}=9(\text{편})$$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.



- 2 작년 기록이 올해 기록보다 좋은 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하므로 7명이다.

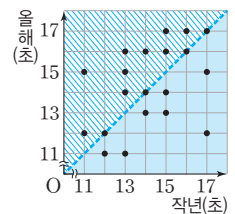
$$\therefore a=7$$

올해 기록이 작년 기록보다 좋은

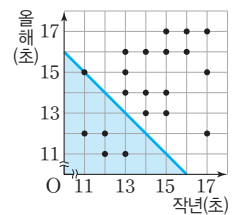
학생은 오른쪽 그림에서 빗금 친 부분(경계선 제외)에 속하므로 9명이다.

$$\therefore b=9$$

$$\therefore a : b = 7 : 9$$



- 3 작년 기록과 올해 기록의 평균이 13초 이하, 즉 작년 기록과 올해 기록의 합이 $13 \times 2 = 26(\text{초})$ 이하인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 5명이다.



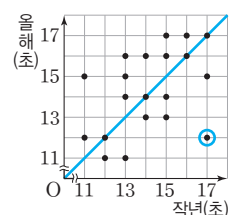
- 4 오른쪽 그림과 같이 오른쪽 위로 향하는 대각선을 그었을 때, 대각선에서 멀리 떨어져 있을수록 $|x-y|$ 의 값이 크다.

↳ 두 변량의 차

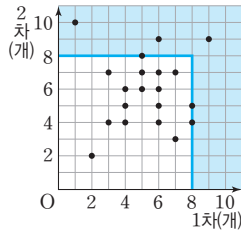
따라서 $x=17, y=12$ 일 때

$|x-y|$ 의 값이 최대이므로

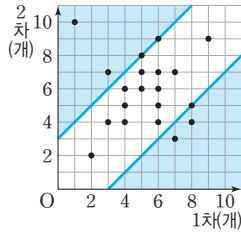
$|x-y|$ 의 최댓값은 $|17-12|=5$ 이다.



- 5 1차와 2차 중 적어도 한 번은 성공한 자유투 개수가 8개 이상인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 6명이다.

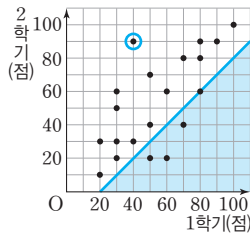


- 6 1차와 2차에 성공한 자유투 개수의 차가 3개 이상인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 7명이다.



$$\therefore \frac{7}{20} \times 100 = 35(\%)$$

- 7 과학 성적이 가장 많이 향상된 학생의 1학기 성적은 40점, 2학기 성적은 90점이므로 $90 - 40 = 50(\text{점})$ 이 향상되었다. $\therefore a = 50$



과학 성적이 20점 이상 떨어진 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 4명이다.

즉, 전체의 $\frac{4}{20} \times 100 = 20(\%)$ 이므로 $b = 20$

$$\therefore a + b = 50 + 20 = 70$$

- 8 상위 20% 이내에 드는 학생 수는

$$30 \times \frac{20}{100} = 6(\text{명})$$

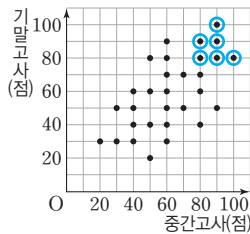
이때 상위 6명의 학생을 나타내는 점은

$(90, 100), (100, 80),$

$(90, 90), (90, 80), (80, 90), (80, 80)$

따라서 수학 경시대회에 출전하는 학생들의 중간고사와 기말고사 수학 성적의 합의 평균은

$$\frac{190 + 180 + 180 + 170 + 170 + 160}{6} = 175(\text{점})$$



- 9 ①, ②, ④ 두 가게 모두 여름철 평균 기온이 높아질수록 휴대용 선풍기 판매량도 대체로 늘어나므로 두 변량 사이에는 양의 상관관계가 있다.
③ 어느 가게가 휴대용 선풍기 판매량이 더 많은지는 알 수 없다.
⑤ 가게 A보다 가게 B의 산점도의 점들이 한 직선에서 더 멀리 흩어져 있으므로 가게 B가 가게 A보다 더 약한 상관관계를 보인다.
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

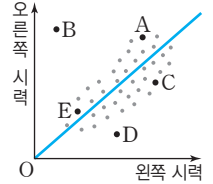
- 10 ①, ②, ④, ⑤ 음의 상관관계

③ 양의 상관관계

따라서 가뭄 일수와 양의 상관관계가 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.

- 11 오른쪽 그림과 같이 오른쪽 위로 향하는 대각선을 그었을 때, 대각선에서 멀리 떨어져 있을수록 좌우 시력의 차이가 크다.

따라서 A, B, C, D, E 중에서 좌우 시력의 차이가 가장 큰 학생은 B이다.



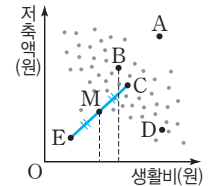
- 12 ㄱ. 생활비와 저축액 사이에는 음의 상관관계가 있다.

ㄴ. A는 B보다 생활비와 저축액이 모두 많으므로 A는 B보다 생활비와 저축액의 평균이 크다.

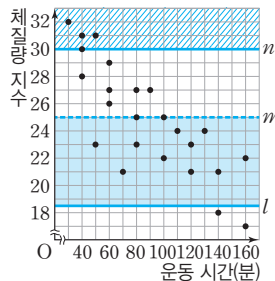
ㄷ. D는 생활비의 지출이 크고 저축을 적게 하는 편이다.

ㄹ. 오른쪽 그림과 같이 CE의 중점을 M이라 하면 C와 E의 생활비의 평균은 점 M의 x좌표와 같다. 이때 점 M보다 점 B가 더 오른쪽에 있으므로 C와 E의 생활비의 평균은 B의 생활비보다 작다.

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다.



- 13 **길잡이** 체질량 지수가 18.5 이상 25 미만이면 '정상 체중'이고, 체질량 지수가 30 이상이면 '비만'이므로 조건에 맞게 보조선을 긋는다.



'정상 체중'에 해당하는 학생은 위의 그림에서 색칠한 부분(직선 l 포함, 직선 m 제외)에 속하므로 10명이다.

이들의 운동 시간은 50분, 70분, 80분, 100분, 110분, 120분, 120분, 130분, 140분, 160분이므로

(운동 시간의 평균)

$$= \frac{50 + 70 + 80 + 100 + 110 + 120 + 120 + 130 + 140 + 160}{10}$$

$$= 108(\text{분})$$

'비만'에 해당하는 학생은 위의 그림에서 빗금 친 부분(직선 n 포함)에 속하므로 4명이다.

이들의 운동 시간은 30분, 40분, 40분, 50분이므로

$$(\text{운동 시간의 평균}) = \frac{30 + 40 + 40 + 50}{4} = 40(\text{분})$$

- 14 [질답이]** 먼저 두 번의 실기 평가 점수의 평균이 5점을 초과하는 학생들 중 점 A에 해당하는 학생을 제외한 나머지 학생들의 2차 점수의 평균을 구해 본다.

두 번의 실기 평가 점수의 평균이 5점을 초과하는 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하고, 이 중에서 점 A에 해당하는 학생을 제외한 9명의 2차 점수의 평균은

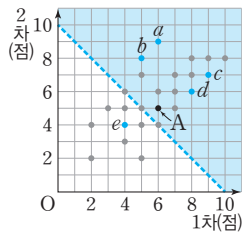
$$\frac{5+6+6+7+7+7+8+8+8}{9}$$

$$= \frac{62}{9} \text{ (점)}$$

이때 2차 점수의 평균이 7점이 되기 위해 추가되어야 할 점수를 x 점이라 하면

$$\frac{62+x}{10} = 7 \quad \therefore x = 8$$

따라서 점 A의 2차 점수가 8점이어야 하므로 점 A는 b 로 이동해야 한다.



- 15 [질답이]** 4개의 도시 A, B, C, D의 인구 밀도는 네 점 A, B, C, D와 원점 O를 각각 연결한 직선의 기울기를 의미함을 이용한다.

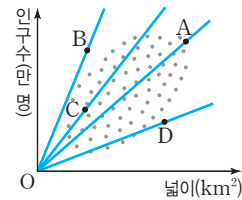
$$(\text{인구 밀도}) = \frac{(\text{도시의 인구수})}{(\text{도시의 넓이})}$$

므로 4개의 도시 A, B, C, D의 인구 밀도는 네 점 A, B, C, D와 원점 O를 각각 연결한 직선의 기울기를 의미한다. 각 직선을 주어진 산점도 위에 그려 보면

오른쪽 그림과 같으므로 기울기가 작은 직선부터 차례로 나열하면

점 D를 지나는 직선, 점 A를 지나는 직선, 점 C를 지나는 직선, 점 B를 지나는 직선이다.

따라서 인구 밀도가 작은 것부터 차례로 나열하면 D, A, C, B이다.

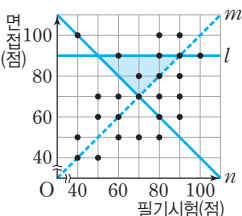


P. 77 내신 1% 뛰어넘기

- 01** $\frac{200}{3}$ **02** B 그룹 **03** 6가지

- 01 [질답이]** 주어진 산점도에 세 조건 (가), (나), (다)에 해당하는 영역을 각각 표시한 후, 공통인 부분에 속하는 점을 찾는다.

주어진 조건을 모두 만족시키는 지원자는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(직선 l , n 포함, 직선 m 제외)에 속하므로 3명이다. 이들의 필기시험 점수는 60점, 70점, 80점이므로



$$(\text{필기시험 점수의 평균}) = \frac{60+70+80}{3} = 70 \text{ (점)}$$

$$\therefore (\text{필기시험 점수의 분산}) = \frac{(-10)^2 + 0^2 + 10^2}{3} = \frac{200}{3}$$

- 02 [질답이]** 분산이 작을수록 자료의 분포 상태가 고르므로 각 그룹에 속하는 학생들의 두 학기 국어 성적의 총점의 분산을 구해 본다.

A, B 두 그룹에 속하는 학생 수는 각각

$$25 \times \frac{24}{100} = 6 \text{ (명)}$$

이때 A 그룹에 속하는 학생을 나타내는 점은

$$(100, 100), (90, 90), (80, 100), (80, 80), (80, 70), (70, 80)$$

이므로 이들의 두 학기 국어 성적의 총점의 평균은

$$\frac{200+180+180+160+150+150}{6} = 170 \text{ (점)}$$

$$\therefore (\text{분산}) = \frac{30^2 + 10^2 + 10^2 + (-10)^2 + (-20)^2 + (-20)^2}{6} = \frac{2000}{6} = \frac{1000}{3}$$

B 그룹에 속하는 학생을 나타내는 점은

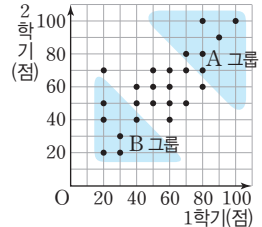
$$(20, 20), (30, 20), (20, 40), (30, 30), (20, 50), (40, 40)$$

이므로 이들의 두 학기 국어 성적의 총점의 평균은

$$\frac{40+50+60+60+70+80}{6} = 60 \text{ (점)}$$

$$\therefore (\text{분산}) = \frac{(-20)^2 + (-10)^2 + 0^2 + 0^2 + 10^2 + 20^2}{6} = \frac{1000}{6} = \frac{500}{3}$$

따라서 B 그룹의 분산이 A 그룹의 분산보다 작으므로 두 학기 국어 성적의 총점의 분포 상태가 더 고른 그룹은 B 그룹이다.



- 03 [질답이]** 찢어진 부분에 있는 점의 개수를 파악한 후 읽기 점수와 듣기 점수를 각각 미지수로 놓고 주어진 조건에 알맞은 경우를 생각해 본다.

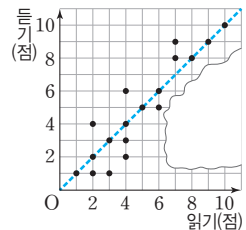
산점도에서 보이는 점의 개수가 18개이므로 찢어진 부분에 2개의 점이 있다.

이때 읽기 점수가 듣기 점수보다 높은 학생은 오른쪽 그림과 같이 오른쪽 위로 향하는 대각선을 그었을 때, 대각선보다 아래쪽에 있다.

(i) 두 명의 읽기 점수를 각각 x 점, y 점($x \leq y$)이라 하면

읽기 점수가 듣기 점수보다 높은 학생들의 읽기 점수의 평균이 5점이므로

$$\frac{2+3+4+4+6+x+y}{7} = 5 \quad \therefore x+y = 16$$



그런데 찢어진 부분의 읽기 점수가 7점 이상 10점 이하
이므로 $x=7, y=9$ 또는 $x=8, y=8$

- (ii) 두 명의 듣기 점수를 각각 a 점, b 점($a \leq b$)이라 하면
읽기 점수가 듣기 점수보다 높은 학생들의 듣기 점수의
평균이 3점이므로

$$\frac{1+1+2+3+5+a+b}{7}=3 \quad \therefore a+b=9$$

그런데 찢어진 부분의 듣기 점수가 2점 이상 7점 이하이
므로 $a=2, b=7$ 또는 $a=3, b=6$ 또는 $a=4, b=5$

따라서 (i), (ii)에 의해 찢어진 부분의 자료로 가능한 2개의
점은

- ① (7, 2), (9, 7) ② (7, 7), (9, 2) $\Rightarrow$ 부적합
③ (7, 3), (9, 6) ④ (7, 6), (9, 3) $\Rightarrow$ 부적합
⑤ (7, 4), (9, 5) ⑥ (7, 5), (9, 4)
⑦ (8, 2), (8, 7) $\Rightarrow$ 부적합 ⑧ (8, 3), (8, 6)
⑨ (8, 4), (8, 5)

이때 ②, ④, ⑦은 찢어진 부분에 속하지 않으므로 구하는
자료로 가능한 것은 모두 6가지이다.

P. 78~79

5~6 서술형 완성하기

[과정은 풀이 참조]

- 1 중앙값: 7, 최빈값: 8 2 13 3 $\sqrt{6}$ 개
4 $\sqrt{3}$ 5 (1) 40 % (2) 양의 상관관계 6 44 %
7 12점, 6점 8 72.5점

- 1 평균이 5.3이므로
 $\frac{8+a+1+0+(-6)+b+8+(-3)+6+11}{10}=5.3$

$$a+b+25=53 \quad \therefore a+b=28 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$3a=4b \text{에서 } a=\frac{4}{3}b \text{를 } \textcircled{1} \text{에 대입하면}$$

$$\frac{4}{3}b+b=28, 7b=84 \quad \therefore b=12, a=16 \quad \dots \textcircled{i}$$

따라서 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
-6, -3, 0, 1, 6, 8, 8, 11, 12, 16

이므로 중앙값은 5번째와 6번째 변량의 평균인 $\frac{6+8}{2}=7$ 이
다. $\dots \textcircled{ii}$

또 8이 두 번으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 8이다.
 $\dots \textcircled{iii}$

채점 기준	비율
(i) a, b 의 값 구하기	40 %
(ii) 중앙값 구하기	30 %
(iii) 최빈값 구하기	30 %

- 2 자료 A의 중앙값이 11이므로 변량을 작은 값부터 크기순으
로 나열할 때, $a+4$ 는 10과 15 사이에 있어야 하므로

$$\frac{10+(a+4)}{2}=11 \quad \therefore a=8 \quad \dots \textcircled{i}$$

따라서 두 자료 A, B를 섞은 전체 자료에서 변량을 작은 값
부터 크기순으로 나열하면

6, 8, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 15, 16, 17, 19

이때 중앙값은 6번째와 7번째 변량의 평균이므로

$$(\text{전체 자료의 중앙값})=\frac{12+14}{2}=13 \quad \dots \textcircled{ii}$$

채점 기준	비율
(i) a 의 값 구하기	50 %
(ii) 전체 자료의 중앙값 구하기	50 %

- 3 첫날 7명이 안타를 친 개수를 각각 $a_1, a_2, \dots, a_7$ 이라 하면
이들의 평균이 5개이므로

$$\frac{a_1+a_2+\dots+a_7}{7}=5 \text{에서}$$

$$a_1+a_2+\dots+a_7=35$$

즉, 10명이 안타를 친 개수의 평균은

$$\frac{(a_1+a_2+\dots+a_7)+2+8+5}{10}=\frac{35+2+8+5}{10}=5(\text{개}) \quad \dots \textcircled{i}$$

첫날 7명이 안타를 친 개수의 분산이 6이므로

$$\frac{(a_1-5)^2+(a_2-5)^2+\dots+(a_7-5)^2}{7}=6 \text{에서}$$

$$(a_1-5)^2+(a_2-5)^2+\dots+(a_7-5)^2=42$$

따라서 10명이 안타를 친 개수의 분산은

$$\frac{\{(a_1-5)^2+(a_2-5)^2+\dots+(a_7-5)^2\}+(2-5)^2+(8-5)^2+(5-5)^2}{10}=\frac{42+(-3)^2+3^2+0^2}{10}=6 \quad \dots \textcircled{ii}$$

$$\text{이므로 (표준편차)}=\sqrt{6}(\text{개}) \quad \dots \textcircled{iii}$$

채점 기준	비율
(i) 10명이 안타를 친 개수의 평균 구하기	40 %
(ii) 10명이 안타를 친 개수의 분산 구하기	40 %
(iii) 10명이 안타를 친 개수의 표준편차 구하기	20 %

- 4 한 모서리의 길이가 각각 a, b, c 인 정육면체 모양의 세 주
사위의 모든 모서리의 길이의 총합은 72이므로

$$12(a+b+c)=72 \quad \therefore a+b+c=6 \quad \dots \textcircled{i}$$

겉넓이의 총합은 126이므로

$$6(a^2+b^2+c^2)=126 \quad \therefore a^2+b^2+c^2=21 \quad \dots \textcircled{ii}$$

이때 모서리의 길이 a, b, c 의 평균과 분산을 각각 구하면

$$(\text{평균})=\frac{a+b+c}{3}=\frac{6}{3}=2 \quad \dots \textcircled{iii}$$

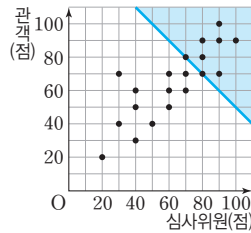
$$\begin{aligned}
 (\text{분산}) &= \frac{(a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2}{3} \\
 &= \frac{a^2 + b^2 + c^2 - 4(a+b+c) + 4 \times 3}{3} \\
 &= \frac{21 - 4 \times 6 + 12}{3} = \frac{9}{3} = 3 \quad \dots (iv)
 \end{aligned}$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{3} \quad \dots (v)$$

채점 기준	비율
(i) $a+b+c$ 의 값 구하기	10 %
(ii) $a^2+b^2+c^2$ 의 값 구하기	10 %
(iii) a, b, c 의 평균 구하기	20 %
(iv) a, b, c 의 분산 구하기	40 %
(v) a, b, c 의 표준편차 구하기	20 %

- 5 (1) 심사위원 점수와 관객 점수의 합이 150점 이상인 참가자는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 8명이다.

... (i)



따라서 합격률은

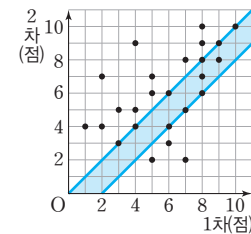
$$\frac{8}{20} \times 100 = 40(\%) \quad \dots (ii)$$

- (2) 심사위원 점수가 높을수록 관객 점수도 대체로 높은 경향이 있으므로 심사위원 점수와 관객 점수 사이에는 양의 상관관계가 있다. ... (iii)

채점 기준	비율
(i) 심사위원 점수와 관객 점수의 합이 150점 이상인 참가자의 수 구하기	50 %
(ii) 합격률 구하기	30 %
(iii) 심사위원 점수와 관객 점수 사이의 상관관계 말하기	20 %

- 6 $0 \leq a - b \leq 2$ 를 만족시키는 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 11명이다. ... (i)

$$\therefore \frac{11}{25} \times 100 = 44(\%) \quad \dots (ii)$$



채점 기준	비율
(i) 조건을 만족시키는 학생 수 구하기	60 %
(ii) 조건을 만족시키는 학생은 전체의 몇 %인지 구하기	40 %

- 7 3회, 4회의 점수를 각각 a 점, b 점 ($a > b$)이라 하면

$$(\text{평균}) = \frac{7+10+a+b+9+10}{6} = 9(\text{점}) \text{이므로}$$

$$a+b=18 \text{에서 } b=18-a \quad \dots \text{㉠} \quad \dots (i)$$

각 변량의 편차를 차례로 구하면

-2점, 1점, $(a-9)$ 점, $(9-a)$ 점, 0점, 1점

표준편차가 2점, 즉 분산이 4이므로

$$\begin{aligned}
 (\text{분산}) &= \frac{(-2)^2 + 1^2 + (a-9)^2 + (9-a)^2 + 0^2 + 1^2}{6} \\
 &= \frac{2(a-9)^2 + 6}{6} = 4 \quad \dots (ii)
 \end{aligned}$$

$$2(a-9)^2 + 6 = 24, \quad 2(a^2 - 18a + 81) - 18 = 0$$

$$a^2 - 18a - 72 = 0, \quad (a-6)(a-12) = 0$$

$$\therefore a=6 \text{ 또는 } a=12$$

$$\text{㉠에서 } b=12 \text{ 또는 } b=6$$

이때 $a > b$ 이므로 $a=12, b=6$

따라서 3회, 4회의 점수는 차례로 12점, 6점이다. ... (iii)

채점 기준	비율
(i) 3회, 4회의 점수 사이의 관계식 구하기	20 %
(ii) 분산을 이용하여 방정식 세우기	40 %
(iii) 3회, 4회의 점수 구하기	40 %

- 8 두 과목의 총점이 상위 5등인 학생은 수학 성적이 80점, 영어 성적이 80점인 학생이다. ... (i)

이 학생보다 영어 성적이 높은

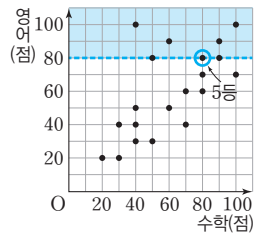
학생을 나타내는 점은

$(40, 100), (60, 90),$

$(90, 90), (100, 100)$

이므로 이들의 수학 성적의 평균은

$$\frac{40+60+90+100}{4} = \frac{290}{4} = 72.5(\text{점}) \quad \dots (iii)$$



채점 기준	비율
(i) 상위 5등인 학생의 성적 구하기	40 %
(ii) 상위 5등인 학생보다 영어 성적이 높은 학생을 나타내는 점 찾기	30 %
(iii) 수학 성적의 평균 구하기	30 %

