



알찬 기출문제집

정답과 해설

우학 중 3



II. 식의 계산

2 인수분해

핵심 잡기 개념 Check

4~5쪽

- 1-1 (1) $2x(1-3x)$ (2) $ab(1+c)$ (3) $3xy(x+1-2y)$
 2-1 (1) $(x+3)^2$ (2) $(2x-y)^2$
 2-2 (1) 25 (2) ± 8
 2-3 (1) $(x+7)(x-7)$ (2) $(5x+2)(5x-2)$
 (3) $(x+2)(x+3)$ (4) $(x-2)(x+5)$
 2-4 (1) $(x-3)(3x+2)$ (2) $(2x-1)(3x+4)$
 2-5 (1) 60 (2) 900 (3) 9600
 3-1 (1) $(x+y+3)(x-y+3)$ (2) $(x-y-1)(x-y+2)$
 3-2 (1) $(a+1)(a+b)$ (2) $(a-b+1)(a-b-1)$
 3-3 (1) $(x+1)(x+y-2)$ (2) $(a-2)(a-b-2)$
 4-1 2500

1-1 (3) $3x^2y+3xy-6xy^2$
 $=3xy \times x + 3xy \times 1 + 3xy \times (-2y)$
 $=3xy(x+1-2y)$

2-1 (2) $4x^2-4xy+y^2=(2x)^2-2 \times 2x \times y+y^2$
 $= (2x-y)^2$

2-2 (1) $x^2+10x+\square=x^2+2 \times x \times 5+\square$ 이므로
 $\square=5^2=25$ [제공]
 (2) $x^2+\square xy+16y^2=x^2+\square xy+(\pm 4y)^2$ 이므로
 $\square=2 \times (\pm 4)=\pm 8$

2-3 (2) $25x^2-4=(5x)^2-2^2$
 $= (5x+2)(5x-2)$

2-4 (1) $3x^2-7x-6=(x-3)(3x+2)$

 (2) $6x^2+5x-4=(2x-1)(3x+4)$

2-5 (1) $15 \times 92 - 15 \times 88 = 15 \times (92 - 88)$
 $= 15 \times 4 = 60$
 (2) $27^2 + 2 \times 27 \times 3 + 3^2 = (27 + 3)^2$
 $= 30^2 = 900$
 (3) $98^2 - 2^2 = (98 + 2)(98 - 2)$
 $= 100 \times 96 = 9600$

3-1 (1) $x+3=A$ 로 놓으면
 $(x+3)^2-y^2=A^2-y^2$
 $= (A+y)(A-y)$
 $= (x+y+3)(x-y+3)$
 (2) $x-y=A$ 로 놓으면
 $(x-y)^2+(x-y)-2=A^2+A-2$
 $= (A-1)(A+2)$
 $= (x-y-1)(x-y+2)$

3-2 (1) $a^2+ab+a+b=a(a+b)+(a+b)$
 $= (a+1)(a+b)$
 (2) $a^2-2ab+b^2-1=(a^2-2ab+b^2)-1$
 $= (a-b)^2-1$
 $= (a-b+1)(a-b-1)$

3-3 (1) x, y 중 차수가 낮은 y 에 대하여 내림차순으로 정리하면
 $x^2+xy-x+y-2=(x+1)y+(x^2-x-2)$
 $= (x+1)y+(x+1)(x-2)$
 $= (x+1)(x+y-2)$
 (2) a, b 중 차수가 낮은 b 에 대하여 내림차순으로 정리하면
 $a^2-ab-4a+2b+4=(-a+2)b+a^2-4a+4$
 $= -(a-2)b+(a-2)^2$
 $= (a-2)(a-b-2)$

4-1 $x^2+4x+4=(x+2)^2=(48+2)^2=50^2=2500$

나오고 또 나오는 문제

6~16쪽

1 ②	2 ②	3 ⑤	4 ③	5 ④	6 ②
7 ③	8 ⑤	9 ③	10 ⑤	11 ②	12 ④
13 25	14 ⑤	15 ③	16 $x+7$	17 ④	18 ③
19 ⑤	20 ④	21 ④	22 -12	23 ⑤	24 ④
25 ⑤	26 ④	27 $4x-4$	28 ①	29 ⑤	
30 ②	31 ②, ④	32 ④	33 ⑤	34 ②	
35 ⑤	36 -4	37 ③	38 ②	39 $(x+1)(x-6)$	
40 $(x-4)(2x+3)$	41 ③	42 ④	43 ④		
44 ④	45 $2x+3$	46 8cm	47 ①, ③	48 ③	
49 1	50 -55	51 ②	52 $2ab(a-b)^2$		
53 ⑤	54 ③	55 ④	56 ①	57 ⑤	58 ⑤
59 ④	60 ⑤	61 $5\sqrt{2}+2$	62 ⑤	63 $8\sqrt{5}$	
64 ③	65 $5+3\sqrt{2}$	66 ④	67 ②	68 ⑤	
69 ④	70 $2700\pi \text{ cm}^3$	71 ③	72 1		

1 $(x-4)(3x+2)=3x^2-10x-8$

3 ⑤ $a-4$ 는 $2ab^2$ 과 $-8b^2$ 의 공통인 인수가 아니다.

4 $3x^2y+12xy^2=3xy \times x+3xy \times 4y=3xy(x+4y)$



- 5 $2a^3x - 6a^2y = 2a^2(ax - 3y)$
따라서 주어진 식의 인수가 아닌 것은 ④이다.
- 6 $x(x-2y) - y(x-2y) = (x-2y)(x-y)$
 $\therefore (x-2y) + (x-y) = 2x - 3y$
- 7 $x(3a-b) - 2y(b-3a)$
 $= x(3a-b) + 2y(-b+3a)$
 $= (3a-b)(x+2y)$
- 8 ① $x^2 + 10x + 25 = (x+5)^2$
② $4a^2 + 4a + 1 = (2a+1)^2$
③ $3x^2 - 12x + 12 = 3(x^2 - 4x + 4) = 3(x-2)^2$
④ $\frac{1}{9}x^2 + \frac{2}{3}xy + y^2 = \left(\frac{1}{3}x + y\right)^2$
따라서 완전제곱식으로 인수분해할 수 없는 것은 ⑤이다.
- 9 $16x^2 - 24x + 9 = (4x-3)^2$
따라서 주어진 식의 인수인 것은 ③이다.
- 10 $x^2 - 12x + a = (x+b)^2 = x^2 + 2bx + b^2$ 이므로
 $-12 = 2b, a = b^2$
따라서 $a = 36, b = -6$ 이므로
 $a+b = 36 + (-6) = 30$
- 11 $4x^2 - 12x + a = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + a = (2x-3)^2$
 $\therefore a = 3^2 = 9$
또 $x^2 + bx + 25 = x^2 + bx + (\pm 5)^2 = (x \pm 5)^2$
즉, $b = 2 \times 1 \times (\pm 5) = \pm 10$
이때 $b > 0$ 이므로 $b = 10$
 $\therefore a+b = 9+10 = 19$
- 12 $9x^2 + (5k+2)x + 49 = (3x)^2 + (5k+2)x + (\pm 7)^2$
 $= (3x \pm 7)^2$
즉, $5k+2 = 2 \times 3 \times (\pm 7) = \pm 42$
이때 $k > 0$ 이므로 $5k+2 = 42 \quad \therefore k = 8$
- 13 $(x+4)(x-6) + k = x^2 - 2x - 24 + k$
 $= x^2 - 2 \times x \times 1 - 24 + k$
 $= (x-1)^2$
이므로 $-24 + k = 1$ 이어야 하므로 $k = 25$
다른 풀이
 $(x+4)(x-6) + k = x^2 - 2x - 24 + k$
 $-24 + k = \left(\frac{-2}{2}\right)^2 = 1 \quad \therefore k = 25$
- 14 $(x^2 - 5ax + b) + (ax + b) = x^2 - 4ax + 2b$
 $= x^2 - 2 \times x \times 2a + 2b$
 $= (x-2a)^2$
이므로 $2b = (2a)^2$, 즉 $b = 2a^2$
이를 만족시키는 50 이하인 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 는
 $(1, 2), (2, 8), (3, 18), (4, 32), (5, 50)$ 의 5개이다.

- 15 $x-2 < 0, x+2 > 0$ 이므로
 $\sqrt{x^2 - 4x + 4} - \sqrt{x^2 + 4x + 4}$
 $= \sqrt{(x-2)^2} - \sqrt{(x+2)^2}$
 $= -(x-2) - (x+2)$
 $= -x+2-x-2 = -2x$
- 16 $x-5 < 0, x+1 > 0$ 이므로
 $\sqrt{x^2 - 10x + 25} + \sqrt{4x^2 + 8x + 4}$
 $= \sqrt{(x-5)^2} + 2\sqrt{(x+1)^2}$
 $= -(x-5) + 2(x+1)$
 $= -x+5+2x+2$
 $= x+7$
- 17 $x+y < 0, x-y < 0$
 $\sqrt{x^2 + 2xy + y^2} - \sqrt{x^2 - 2xy + y^2}$
 $= \sqrt{(x+y)^2} - \sqrt{(x-y)^2}$
 $= -(x+y) - \{-(x-y)\}$
 $= -x-y+x-y = -2y$
- 18 $0 < x < 1$ 에서 $\frac{1}{x} > 1$ 이므로 $x - \frac{1}{x} < 0, x + \frac{1}{x} > 0$
 $\therefore \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2} - 4 - \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2} + 4$
 $= \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2} - \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2}$
 $= -\left(x - \frac{1}{x}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right)$
 $= -x + \frac{1}{x} - x - \frac{1}{x} = -2x$
- 19 $9x^2 - 16y^2 = (3x+4y)(3x-4y)$
- 20 $a^3 - a = a(a^2 - 1) = a(a+1)(a-1)$
따라서 주어진 식의 인수가 아닌 것은 ④이다.
- 21 $x^2 - 7x + 12 = (x-3)(x-4)$
- 22 $x^2 - 3x + a = (x+3)(x+b) = x^2 + (3+b)x + 3b$ 이므로
 $-3 = 3+b, a = 3b$
따라서 $a = -18, b = -6$ 이므로
 $a-b = -18 - (-6) = -12$
- 23 $(x-1)(x+3) - 12 = x^2 + 2x - 3 - 12$
 $= x^2 + 2x - 15$
 $= (x-3)(x+5)$
- 24 $x^2 + Ax - 24 = (x+a)(x+b)$ 에서 $ab = -24$ 를 만족시키는 정수 $a, b(a > b)$ 는 다음과 같다.
- | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|----|
| a | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 8 | 12 | 24 |
| b | -24 | -12 | -8 | -6 | -4 | -3 | -2 | -1 |
- 이때 $A = a+b$ 이므로 A 의 값이 될 수 있는 수는
 $-23, -10, -5, -2, 2, 5, 10, 23$ 이다.
따라서 A 의 값이 될 수 없는 수는 ④이다.

- 25 $2x^2+x-6=(x+2)(2x-3)$ 이므로
 $a=2, b=-3$
 $\therefore a-b=2-(-3)=5$
- 26 $18x^2-15xy+2y^2=(3x-2y)(6x-y)$
 따라서 주어진 식의 인수인 것은 ④이다.
- 27 $4x^2-8x-45=(2x+5)(2x-9)$
 따라서 두 일차식의 합은
 $(2x+5)+(2x-9)=4x-4$
- 28 $6x^2+ax-12=(2x+3)(3x+b)$
 $=6x^2+(2b+9)x+3b$
 이므로 $a=2b+9, -12=3b$
 따라서 $a=1, b=-4$ 이므로
 $a+b=1+(-4)=-3$
- 29 $3x^2+(3a-1)x+15=(x-b)(3x+5)$
 $=3x^2+(5-3b)x-5b$
 이므로 $3a-1=5-3b, 15=-5b$
 따라서 $b=-3, 3a-1=14, 3a=15$ 이므로 $a=5$
- 30 $3=1 \times 3=(-1) \times (-3), 2=1 \times 2=(-1) \times (-2)$ 이
 므로 정수 k 의 값을 모두 구하면 $-7, -5, 5, 7$ 이다.
 따라서 정수 k 의 값 중 가장 큰 수는 7이다.
- 31 ① $ab^2-a^3b=ab(b-a^2)$
 ③ $x^2-16xy+64y^2=(x-8y)^2$
 ⑤ $2x^2-3x+1=(x-1)(2x-1)$
 따라서 옳은 것은 ②, ④이다.
- 32 ①, ②, ③, ⑤ 3 ④ -3
 따라서 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.
- 33 ① $x^2-4x+4=(x-2)^2$
 ② $x^2+4x-12=(x-2)(x+6)$
 ③ $2x^2-8=2(x^2-4)=2(x+2)(x-2)$
 ④ $x^2y+xy-6y=y(x^2+x-6)=y(x-2)(x+3)$
 ⑤ $6x^2-2x-4=2(3x^2-x-2)=2(x-1)(3x+2)$
 따라서 $x-2$ 를 인수로 갖지 않는 것은 ⑤이다.
- 34 $x^2-6x+5=(x-1)(x-5)$
 $5x^2-3x-2=(x-1)(5x+2)$
 따라서 두 다항식의 공통인 인수는 ② $x-1$ 이다.
- 35 ① $2x^2+6x=2x(x+3)$
 ② $x^2-9=(x+3)(x-3)$
 ③ $x^2-x-12=(x+3)(x-4)$
 ④ $2x^2+7x+3=(x+3)(2x+1)$
 ⑤ $5x^2-13x-6=(x-3)(5x+2)$
 따라서 나머지 넷과 일차 이상의 공통인 인수를 갖지 않는
 것은 ⑤이다.

- 36 $3x^2-4x+a$ 의 다른 한 인수를 $3x+m$ (m 은 상수)으로 놓
 으면
 $3x^2-4x+a=(x-2)(3x+m)=3x^2+(m-6)x-2m$
 즉, $-4=m-6, a=-2m$ 이므로
 $m=2, a=-4$
- 37 x^2-4x+a 의 다른 한 인수를 $x+m$ (m 은 상수)으로 놓으
 면
 $x^2-4x+a=(x-3)(x+m)$
 $=x^2+(-3+m)x-3m$
 즉, $-4=-3+m, a=-3m$ 이므로
 $m=-1, a=3$
 또 $2x^2+bx-9$ 의 다른 한 인수를 $2x+n$ (n 은 상수)으로
 놓으면
 $2x^2+bx-9=(x-3)(2x+n)$
 $=2x^2+(n-6)x-3n$
 즉, $b=n-6, -9=-3n$ 이므로
 $n=3, b=-3$
 $\therefore a+b=3+(-3)=0$
- 38 $3x^2-11x+10=(x-2)(3x-5),$
 $x^2-4=(x+2)(x-2)$
 이므로 $2x^2-x+a$ 도 $x-2$ 를 인수로 가진다.
 $2x^2-x+a=(x-2)(2x+m)$ (m 은 상수)으로 놓으면
 $2x^2-x+a=2x^2+(m-4)x-2m$
 즉, $-1=m-4, a=-2m$ 이므로
 $m=3, a=-6$
- 39 다솔이는 상수항을 제대로 보았으므로
 $(x-1)(x+6)=x^2+5x-6$ 에서
 처음 이차식의 상수항은 -6 이다.
 상현이는 x 의 계수를 제대로 보았으므로
 $(x-2)(x-3)=x^2-5x+6$ 에서
 처음 이차식의 x 의 계수는 -5 이다.
 따라서 처음 이차식은 x^2-5x-6 이므로 바르게 인수분해
 하면
 $x^2-5x-6=(x+1)(x-6)$
- 40 승민이는 x^2 의 계수와 상수항을 제대로 보았으므로
 $(x-12)(2x+1)=2x^2-23x-12$ 에서
 처음 이차식의 x^2 의 계수는 2, 상수항은 -12 이다.
 현주는 x^2 의 계수와 x 의 계수를 제대로 보았으므로
 $(x+2)(2x-9)=2x^2-5x-18$ 에서
 처음 이차식의 x^2 의 계수는 2, x 의 계수는 -5 이다.
 따라서 처음 이차식은 $2x^2-5x-12$ 이므로 바르게 인수분해
 하면
 $2x^2-5x-12=(x-4)(2x+3)$

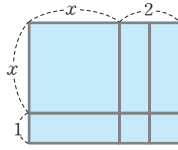


- 41 주어진 직사각형을 사용하여 오른쪽 그림과 같은 큰 직사각형을 만들 수 있다. 새로 만든 직사각형의 넓이를 식으로 나타내면

$$x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2)$$

따라서 새로 만든 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이의 합은

$$(x+1) + (x+2) = 2x+3$$

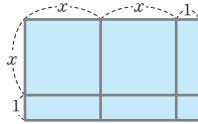


- 42 새로 만든 직사각형의 넓이를 식으로 나타내면

$$2x^2 + 3x + 1 = (x+1)(2x+1)$$

따라서 새로 만든 직사각형의 둘레의 길이는

$$2 \times \{(x+1) + (2x+1)\} = 6x+4$$



- 43 $6a^2 + 19ab + 10b^2 = (2a+5b)(3a+2b)$

따라서 직사각형의 가로의 길이가 $2a+5b$ 이므로 세로의 길이는 $3a+2b$ 이다.

- 44 주어진 사다리꼴의 높이를 h 라 하면

$$\frac{1}{2} \times \{(x+3) + (x+7)\} \times h = 10x^2 + 48x - 10$$

$$(x+5)h = (x+5)(10x-2)$$

따라서 사다리꼴의 높이는 $10x-2$ 이다.

- 45 도형 A의 넓이는

$$(2x+5)^2 - 2^2 = 4x^2 + 20x + 25 - 4 = 4x^2 + 20x + 21 \\ = (2x+3)(2x+7)$$

이때 두 도형 A, B의 넓이가 같고, 도형 B의 가로의 길이가 $2x+7$ 이므로 도형 B의 세로의 길이는 $2x+3$ 이다.

- 46 두 정사각형의 둘레의 길이의 합이 64cm이므로

$$4x + 4y = 64, 4(x+y) = 64 \quad \therefore x+y=16$$

두 정사각형의 넓이의 차이가 128cm^2 이고 $x > y$ 이므로

$$x^2 - y^2 = 128, (x+y)(x-y) = 128$$

$$16 \times (x-y) = 128 \quad \therefore x-y=8$$

따라서 두 정사각형의 한 변의 길이의 차는 8cm이다.

- 47 $2.3 \times 5.5^2 - 2.3 \times 4.5^2$

$$= 2.3 \times (5.5^2 - 4.5^2) \quad \leftarrow ma+mb=m(a+b)$$

$$= 2.3 \times (5.5+4.5)(5.5-4.5) \quad \leftarrow a^2-b^2=(a+b)(a-b)$$

$$= 2.3 \times 10 \times 1 = 23$$

이므로 가장 알맞은 인수분해 공식은 ①, ③이다.

- 48 ① $34^2 - 32^2 = (34+32)(34-32) = 66 \times 2 = 132$

$$\textcircled{2} 17 \times 56 - 17 \times 46 = 17 \times (56-46) = 17 \times 10 = 170$$

$$\textcircled{3} 18^2 + 4 \times 18 + 4 = 18^2 + 2 \times 18 \times 2 + 2^2 \\ = (18+2)^2 = 20^2 = 400$$

$$\textcircled{4} 70 \times 2.5^2 - 70 \times 1.5^2 = 70 \times (2.5^2 - 1.5^2) \\ = 70 \times (2.5+1.5)(2.5-1.5) \\ = 70 \times 4 \times 1 = 280$$

$$\textcircled{5} \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{(17+8)(17-8)} \\ = \sqrt{25 \times 9} = \sqrt{5^2 \times 3^2} = 15$$

따라서 계산 결과가 가장 큰 것은 ③이다.

$$49 \frac{2020 \times 2021 + 2020}{2021^2 - 1} = \frac{2020 \times (2021+1)}{(2021+1)(2021-1)} \\ = \frac{2020 \times 2022}{2022 \times 2020} = 1$$

$$50 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - 6^2 + 7^2 - 8^2 + 9^2 - 10^2 \\ = (1^2 - 2^2) + (3^2 - 4^2) + (5^2 - 6^2) + (7^2 - 8^2) + (9^2 - 10^2) \\ = (1+2)(1-2) + (3+4)(3-4) + (5+6)(5-6) \\ \quad + (7+8)(7-8) + (9+10)(9-10) \\ = -(1+2) - (3+4) - (5+6) - (7+8) - (9+10) \\ = -(1+2+3+4+5+6+7+8+9+10) \\ = -55$$

$$51 x^2(y-2) - 9(y-2) = (y-2)(x^2-9) \\ = (y-2)(x+3)(x-3)$$

이때 $a > 0$ 이므로 $a=3, b=-3, c=-2$

$$\therefore a+b+c = 3+(-3)+(-2) = -2$$

$$52 2a^3b - 4a^2b^2 + 2ab^3 = 2ab(a^2 - 2ab + b^2) \\ = 2ab(a-b)^2$$

$$53 x+2y=A \text{로 놓으면} \\ (x+2y)^2 - 2(x+2y) - 8 = A^2 - 2A - 8 \\ = (A+2)(A-4) \\ = (x+2y+2)(x+2y-4)$$

$$54 3x-y=A \text{로 놓으면} \\ (3x-y)(3x-y-1) - 2 = A(A-1) - 2 \\ = A^2 - A - 2 \\ = (A+1)(A-2) \\ = (3x-y+1)(3x-y-2)$$

$$55 2x+1=A, x+4=B \text{로 놓으면} \\ (2x+1)^2 - (x+4)^2 \\ = A^2 - B^2 \\ = (A+B)(A-B) \\ = \{(2x+1) + (x+4)\} \{(2x+1) - (x+4)\} \\ = (3x+5)(x-3)$$

$$56 x+2=A, x-3=B \text{로 놓으면} \\ (x+2)^2 - 3(x+2)(x-3) + 2(x-3)^2 \\ = A^2 - 3AB + 2B^2 \\ = (A-B)(A-2B) \\ = \{(x+2) - (x-3)\} \{(x+2) - 2(x-3)\} \\ = 5(-x+8) = -5(x-8) \\ \text{따라서 } a=-5, b=-8 \text{이므로} \\ a+b = -5+(-8) = -13$$

$$\begin{aligned} 57 \quad x^2y^2 - x^2 - y^2 + 1 &= x^2(y^2 - 1) - (y^2 - 1) \\ &= (x^2 - 1)(y^2 - 1) \\ &= (x+1)(x-1)(y+1)(y-1) \end{aligned}$$

따라서 주어진 식의 인수가 아닌 것은 ⑤이다.

$$\begin{aligned} 58 \quad x^2 - y^2 + 8y - 16 &= x^2 - (y^2 - 8y + 16) \\ &= x^2 - (y-4)^2 \\ &= \{x + (y-4)\} \{x - (y-4)\} \\ &= (x+y-4)(x-y+4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 59 \quad x^2 - 4xy + 4y^2 - 9 &= (x^2 - 4xy + 4y^2) - 9 \\ &= (x-2y)^2 - 3^2 \\ &= (x-2y+3)(x-2y-3) \end{aligned}$$

따라서 $a = -2$, $b = 3$ 이므로
 $a+b = -2+3=1$

$$\begin{aligned} 60 \quad x, y \text{ 중 차수가 낮은 } y \text{에 대하여 내림차순으로 정리하면} \\ 2x^2 + 2xy - x + y - 1 &= (2x+1)y + (2x^2 - x - 1) \\ &= (2x+1)y + (2x+1)(x-1) \\ &= (2x+1)(x+y-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 61 \quad x &= \frac{1}{1-\sqrt{2}} = \frac{1+\sqrt{2}}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})} = -1-\sqrt{2} \text{이므로} \\ x^2 - 3x - 4 &= (x+1)(x-4) \\ &= (-1-\sqrt{2}+1)(-1-\sqrt{2}-4) \\ &= -\sqrt{2} \times (-5-\sqrt{2}) \\ &= 5\sqrt{2}+2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 62 \quad x+2 &= A \text{로 놓으면} \\ (x+2)^2 - 2(x+2) + 1 &= A^2 - 2A + 1 = (A-1)^2 \\ &= (x+2-1)^2 = (x+1)^2 \\ &= (\sqrt{3}-1+1)^2 = (\sqrt{3})^2 = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 63 \quad x+y &= (\sqrt{5}+2) + (\sqrt{5}-2) = 2\sqrt{5}, \\ x-y &= (\sqrt{5}+2) - (\sqrt{5}-2) = 4 \text{이므로} \\ x^2 - y^2 &= (x+y)(x-y) = 2\sqrt{5} \times 4 = 8\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 64 \quad x &= \frac{10}{4-\sqrt{6}} = \frac{10(4+\sqrt{6})}{(4-\sqrt{6})(4+\sqrt{6})} = 4+\sqrt{6}, \\ y &= \frac{10}{4+\sqrt{6}} = \frac{10(4-\sqrt{6})}{(4+\sqrt{6})(4-\sqrt{6})} = 4-\sqrt{6} \\ \text{이므로 } x-y &= (4+\sqrt{6}) - (4-\sqrt{6}) = 2\sqrt{6} \\ \therefore x^2 - 2xy + y^2 - 4 &= (x-y)^2 - 4 \\ &= (2\sqrt{6})^2 - 4 = 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 65 \quad \frac{x^2 - 3xy + 2y^2}{x-2y} &= \frac{(x-y)(x-2y)}{x-2y} = x-y \\ &= (2+6\sqrt{2}) - (-3+3\sqrt{2}) \\ &= 2+6\sqrt{2}+3-3\sqrt{2} \\ &= 5+3\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 66 \quad 2\sqrt{3} &= \sqrt{12} \text{이므로 } 3 < 2\sqrt{3} < 4 \\ \therefore a &= 3, b = 2\sqrt{3}-3 \\ \therefore a^2 - 4ab - 5b^2 &= (a+b)(a-5b) \\ &= 2\sqrt{3} \times \{3-5(2\sqrt{3}-3)\} \\ &= 2\sqrt{3} \times (18-10\sqrt{3}) \\ &= 36\sqrt{3}-60 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 67 \quad x^2 - y^2 - 3x - 3y &= (x^2 - y^2) - 3(x+y) \\ &= (x+y)(x-y) - 3(x+y) \\ &= (x+y)(x-y-3) \\ &= \sqrt{5} \times (\sqrt{6}-3) \\ &= \sqrt{30}-3\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 68 \quad (a-b)^2 &= (a+b)^2 - 4ab = 4^2 - 4 \times 2 = 8 \text{에서} \\ a-b &= \pm\sqrt{8} = \pm 2\sqrt{2} \text{이므로} \\ a^2 - b^2 + 2a - 2b &= (a^2 - b^2) + 2(a-b) \\ &= (a+b)(a-b) + 2(a-b) \\ &= (a-b)(a+b+2) \\ &= \pm 2\sqrt{2} \times (4+2) = \pm 12\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 69 \quad x^2 - y^2 - 2x + 1 &= (x^2 - 2x + 1) - y^2 \\ &= (x-1)^2 - y^2 \\ &= (x+y-1)(x-y-1) \\ &= (-3-1)(x-y-1) \\ &= -4(x-y-1) = -12 \end{aligned}$$

에서 $x-y-1=3 \quad \therefore x-y=4$

$$\begin{aligned} 70 \quad &(\text{입체도형의 부피}) \\ &= (\text{큰 원기둥의 부피}) - (\text{작은 원기둥의 부피}) \\ &= \pi \times 14.5^2 \times 15 - \pi \times 5.5^2 \times 15 \\ &= 15\pi(14.5^2 - 5.5^2) \\ &= 15\pi(14.5+5.5)(14.5-5.5) \\ &= 15\pi \times 20 \times 9 = 2700\pi(\text{cm}^3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 71 \quad \pi \times 16.5^2 - \pi \times 3.5^2 &= \pi(16.5+3.5)(16.5-3.5) \\ &= \pi \times 20 \times 13 = 260\pi(\text{m}^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 72 \quad &\text{길의 한가운데를 지나는 원의 반지름의 길이를 } r \text{ m라 하면} \\ 2\pi r &= 32\pi \text{에서 } r = 16 \\ &(\text{길의 넓이}) \\ &= (\text{길을 포함한 원의 넓이}) - (\text{원 모양의 호수의 넓이}) \\ &= \pi(16+a)^2 - \pi(16-a)^2 \\ &= \pi\{(16+a)^2 - (16-a)^2\} \\ &= \pi(16+a+16-a)(16+a-16+a) = 64a\pi(\text{m}^2) \\ &\text{따라서 } 64a\pi = 64\pi \text{이므로 } a = 1 \end{aligned}$$

100점 따라잡기

17쪽

- 1 가장 큰 수: 19, 가장 작은 수: -19 2 ①
 3 ② 4 ④ 5 ③ 6 5



- 1 $x^2+mx+18=(x+a)(x+b)$ 에서 $ab=18$ 을 만족시키는 정수 a, b 는 다음과 같다.

a	-18	-9	-6	-3	-2	-1	1	2	3	6	9	18
b	-1	-2	-3	-6	-9	-18	18	9	6	3	2	1

이때 $m=a+b$ 이므로 m 의 값이 될 수 있는 수는
 $-19, -11, -9, 9, 11, 19$
 따라서 m 의 값 중 가장 큰 수는 19, 가장 작은 수는 -19이다.

- 2 $x^2-8x-9=(x+1)(x-9)$ 이고, 자연수 x 에 대하여 이 식의 값이 소수가 되려면 $x+1, x-9$ 의 값 중 하나는 1이어야 한다.

그런데 $x-9 < x+1$ 이므로 $x-9=1 \quad \therefore x=10$
 따라서 구하는 소수는
 $x^2-8x-9=(x+1)(x-9)=(10+1)(10-9)=11$

- 3 $\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\times\cdots\times\left(1-\frac{1}{8^2}\right)\left(1-\frac{1}{9^2}\right)$
 $=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)$
 $\times\cdots\times\left(1-\frac{1}{8}\right)\left(1+\frac{1}{8}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1+\frac{1}{9}\right)$
 $=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{4}\times\cdots\times\frac{7}{8}\times\frac{9}{8}\times\frac{8}{9}\times\frac{10}{9}$
 $=\frac{1}{2}\times\frac{10}{9}=\frac{5}{9}$

- 4 $2^{16}-1=(2^8+1)(2^8-1)=(2^8+1)(2^4+1)(2^4-1)$
 $=257\times 17\times 15$
 따라서 $2^{16}-1$ 은 10과 20 사이의 자연수인 15, 17로 나누어 떨어지므로 구하는 두 자연수의 합은
 $15+17=32$

- 5 $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+1$
 $=\{(x+1)(x+4)\}\{(x+2)(x+3)\}+1$
 $=(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)+1$
 이때 $x^2+5x=A$ 로 놓으면
 $(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)+1=(A+4)(A+6)+1$
 $=A^2+10A+25$
 $=(A+5)^2$
 $=(x^2+5x+5)^2$
 따라서 $a=5, b=5$ 이므로 $a-b=5-5=0$

- 6 $\sqrt{x}=a-1$ 에서 $x=(a-1)^2$
 $\therefore \sqrt{x+6a+3}+\sqrt{x-4a+8}$
 $=\sqrt{(a-1)^2+6a+3}+\sqrt{(a-1)^2-4a+8}$
 $=\sqrt{a^2-2a+1+6a+3}+\sqrt{a^2-2a+1-4a+8}$
 $=\sqrt{a^2+4a+4}+\sqrt{a^2-6a+9}$
 $=\sqrt{(a+2)^2}+\sqrt{(a-3)^2}$
 이때 $a+2>0, a-3<0$ 이므로
 $\sqrt{(a+2)^2}+\sqrt{(a-3)^2}=a+2+\{-(a-3)\}$
 $=a+2-a+3=5$

비율형 문제

18~19쪽

- 1 (1) -3 (2) -40 (3) $(x+5)(x-8)$
 2 (1) $b=3a^2$ (2) 5개 3 5 4 $3a-2$ 5 350
 6 $27-36\sqrt{2}$ 7 14 8 $70\pi\text{cm}^2$
 9 기본 $x-3$ 발전 $(x+3)(11x-12)$ 심화 7개

- 1 (1) 미수는 x 의 계수를 제대로 보았으므로
 $(x+2)(x-5)=x^2-3x-10$ 에서
 처음 이차식의 x 의 계수는 -3이다.
 $\therefore a=-3$
 (2) 현지는 상수항을 제대로 보았으므로
 $(x+4)(x-10)=x^2-6x-40$ 에서
 처음 이차식의 상수항은 -40이다.
 $\therefore b=-40$
 (3) 처음 이차식은 $x^2-3x-40$ 이므로 바르게 인수분해하면
 $x^2-3x-40=(x+5)(x-8)$
- 2 (1) $(x^2-4ax+2b)-(2ax-b)=x^2-6ax+3b$
 $=x^2-2\times x\times 3a+3b$
 $=(x-3a)^2$
 이므로 $3b=(3a)^2$, 즉 $b=3a^2$
 (2) $b=3a^2$ 을 만족시키는 100 이하인 자연수 a, b 의 순서쌍
 (a, b) 는
 $(1, 3), (2, 12), (3, 27), (4, 48), (5, 75)$ 의 5개이다.
- 3 $9x^2+mx+1=(3x+n)^2=9x^2+6nx+n^2$ 에서
 $n^2=1$ 이므로 $n=\pm 1$,
 $m=6n$ 이므로 $m=\pm 6$
 이때 $m>0$ 이므로 $m=6, n=1$ ①
 $\therefore m-n=6-1=5$ ②

단계	채점 기준	배점
①	m, n 의 값 구하기	6점
②	$m-n$ 의 값 구하기	2점

- 4 주어진 사다리꼴의 높이를 h 라 하면
 $\frac{1}{2}\times\{(a+2)+(a+4)\}\times h=3a^2+7a-6$ ①
 $\frac{1}{2}(2a+6)h=(a+3)(3a-2)$
 $(a+3)h=(a+3)(3a-2) \quad \therefore h=3a-2$
 따라서 사다리꼴의 높이는 $3a-2$ 이다. ②

단계	채점 기준	배점
①	사다리꼴의 넓이를 h 를 사용하여 나타내기	4점
②	사다리꼴의 높이를 a 에 대한 식으로 나타내기	4점

- 5 $7\times 7.5^2-7\times 2.5^2=7\times(7.5^2-2.5^2)$ ①
 $=7\times(7.5+2.5)(7.5-2.5)$ ②
 $=7\times 10\times 5=350$ ③

단계	채점 기준	배점
①	공통인 수로 묶기	2점
②	인수분해 공식을 이용하여 변형하기	3점
③	답 구하기	3점

6 $x = \frac{1}{3+2\sqrt{2}} = \frac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})} = 3-2\sqrt{2}$
 $y = \frac{1}{3-2\sqrt{2}} = \frac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} = 3+2\sqrt{2}$ ①
 이므로 $x+y = (3-2\sqrt{2}) + (3+2\sqrt{2}) = 6$
 $x-y = (3-2\sqrt{2}) - (3+2\sqrt{2}) = -4\sqrt{2}$
 $\therefore x^2 - y^2 + 6x + 9$
 $= (x^2 + 6x + 9) - y^2$
 $= (x+3)^2 - y^2$
 $= (x+y+3)(x-y+3)$ ②
 $= (6+3)(-4\sqrt{2}+3)$
 $= 27 - 36\sqrt{2}$ ③

단계	채점 기준	배점
①	x, y 의 분모를 유리화하기	3점
②	주어진 식을 인수분해하기	3점
③	주어진 식의 값 구하기	2점

7 $a^2b - ab^2 - a + b = ab(a-b) - (a-b)$
 $= (a-b)(ab-1)$ ①
 $= 2 \times (ab-1) = 8$
 에서 $ab-1=4 \quad \therefore ab=5$ ②
 $\therefore a^2+b^2 = (a-b)^2 + 2ab = 2^2 + 2 \times 5 = 14$ ③

단계	채점 기준	배점
①	주어진 식을 인수분해하기	3점
②	ab 의 값 구하기	2점
③	a^2+b^2 의 값 구하기	3점

8 $\overline{AC} = x$ cm라 하면
 (색칠한 부분의 둘레의 길이)
 $= (\text{작은 원의 둘레의 길이}) + (\text{큰 원의 둘레의 길이})$
 $= x\pi + (x+10)\pi = 28\pi$
 에서 $2x+10=28$
 $\therefore x=9$ ①
 $\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)
 $= (\text{큰 원의 넓이}) - (\text{작은 원의 넓이})$
 $= \pi \left(\frac{19}{2}\right)^2 - \pi \left(\frac{9}{2}\right)^2$
 $= \pi \left(\frac{19}{2} + \frac{9}{2}\right) \left(\frac{19}{2} - \frac{9}{2}\right)$
 $= \pi \times 14 \times 5 = 70\pi (\text{cm}^2)$ ②

단계	채점 기준	배점
①	$\overline{AC}$ 의 길이 구하기	4점
②	색칠한 부분의 넓이 구하기	4점

9 **기본** $x^2 - 13x + 30 = (x-3)(x-10)$ ①
 $4x^2 - 11x - 3 = (x-3)(4x+1)$ ②
 따라서 두 다항식의 일차 이상의 공통인 인수는 $x-3$ 이다.
 ③

단계	채점 기준	배점
①	$x^2 - 13x + 30$ 을 인수분해하기	2점
②	$4x^2 - 11x - 3$ 을 인수분해하기	2점
③	두 다항식의 일차 이상의 공통인 인수 구하기	2점

발전 $2x+1=A, x-2=B$ 로 놓으면 ①
 $2(2x+1)^2 + 5(2x+1)(x-2) - 7(x-2)^2$
 $= 2A^2 + 5AB - 7B^2$
 $= (A-B)(2A+7B)$ ②
 $= \{(2x+1) - (x-2)\} \{2(2x+1) + 7(x-2)\}$
 $= (x+3)(11x-12)$ ③

단계	채점 기준	배점
①	$2x+1=A, x-2=B$ 로 놓기	2점
②	A, B 에 대한 식을 인수분해하기	3점
③	인수분해한 결과를 x 에 대한 식으로 나타내기	3점

심화 두 정수 $a, b(a>b)$ 에 대하여
 $x^2 - x - n = (x+a)(x+b)$ 라 하면
 $x^2 - x - n = x^2 + (a+b)x + ab$ 이므로
 $a+b = -1, ab = -n$
 이때 $10 \leq n \leq 99$ 이므로 $-99 \leq -n \leq -10$
 $\therefore -99 \leq ab \leq -10$
 즉, a 와 b 는 서로 다른 부호이고, $a>b$ 이므로
 $a>0, b<0$ ①
 따라서 합이 -1 이고 $-99 \leq ab \leq -10$ 을 만족시키는
 $a>0, b<0$ 인 두 정수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 를 구하면
 $(3, -4), (4, -5), (5, -6), (6, -7), (7, -8),$
 $(8, -9), (9, -10)$ ②
 따라서 두 자리의 자연수 n 은 12, 20, 30, 42, 56, 72, 90의
 7개이다. ③

단계	채점 기준	배점
①	a, b 의 조건 구하기	4점
②	순서쌍 (a, b) 구하기	3점
③	n 의 개수 구하기	3점

중단원 마무리 문제 1회

20~22쪽

1 ③	2 ③	3 ②	4 ③	5 ⑤	6 ①
7 ④	8 7	9 ②	10 ③	11 $(x+5)m$	
12 ②	13 ③	14 5600 cm^2	15 ②, ③		
16 ③	17 ①	18 ①	19 ⑤		
20 (1) $(a+b-2)(a-b+2)$	(2) 4	21 ⑤			

1 $2a^2b - 10ab^2 = 2ab(a-5b)$
 따라서 주어진 식의 인수가 아닌 것은 ③이다.
 2 $y(x-1) - z(1-x) = y(x-1) + z(x-1)$
 $= (x-1)(y+z)$
 3 ② $4x^2 - 20xy + 25y^2 = (2x-5y)^2$
 4 $x^2 - 10x + \square = x^2 - 2 \times x \times 5 + \square = (x-5)^2$
 $\therefore \square = 5^2 = 25$



$9x^2 + \square x + 16 = (3x)^2 + \square x + (\pm 4)^2 = (3x \pm 4)^2$
 $\therefore \square = 2 \times 3 \times (\pm 4) = \pm 24$
 따라서 $\square$ 안에 알맞은 수를 차례로 구하면 25, ± 24 이다.

5 $x-3 > 0, x-4 < 0$ 이므로
 $\sqrt{x^2-6x+9} - \sqrt{x^2-8x+16} = \sqrt{(x-3)^2} - \sqrt{(x-4)^2}$
 $= x-3 - \{-(x-4)\}$
 $= x-3+x-4$
 $= 2x-7$

6 $25x^2 - 36y^2 = (5x+6y)(5x-6y)$
 따라서 $a=5, b=6$ 이므로
 $a+b=5+6=11$

7 $x^2+2x-63 = (x-7)(x+9)$
 따라서 두 일차식의 합은
 $(x-7)+(x+9)=2x+2$

8 $12x^2+ax-20 = (3x+b)(cx-4)$
 $= 3cx^2 + (-12+bc)x - 4b$
 즉, $12=3c, a=-12+bc, -20=-4b$ 이므로
 $a=8, b=5, c=4$
 $\therefore a-b+c=8-5+4=7$

9 $\neg, -2xy+4y=-2y(x-2)$
 $\sqcup, 36x^2-4=4(9x^2-1)=4(3x+1)(3x-1)$
 $\rceil, x^2-2x-15=(x+3)(x-5)$
 따라서 인수분해가 바르게 된 것은 $\sqcup, \rceil$ 이다.

10 $2x^2+ax-1$ 의 다른 한 인수를 $2x+m$ (m 은 상수)으로 놓으면
 $2x^2+ax-1 = (x+1)(2x+m) = 2x^2 + (m+2)x + m$
 즉, $a=m+2, -1=m$ 이므로 $a=1$
 또 $3x^2+5x+b$ 의 다른 한 인수를 $3x+n$ (n 은 상수)으로 놓으면
 $3x^2+5x+b = (x+1)(3x+n)$
 $= 3x^2 + (n+3)x + n$
 즉, $5=n+3, b=n$ 이므로 $n=2, b=2$
 $\therefore a+b=1+2=3$

11 확장된 거실의 넓이는
 $(2x^2+13x+15) + (x^2+x-20)$
 $= 3x^2+14x-5$
 $= (x+5)(3x-1)(\text{m}^2)$
 이때 확장된 거실의 세로의 길이가 $(3x-1)\text{m}$ 이므로
 확장된 거실의 가로의 길이는 $(x+5)\text{m}$ 이다.
다른 풀이
 확장된 거실의 가로의 길이는 $2x^2+13x+15, x^2+x-20$
 의 공통인 인수와 같다.
 즉, $2x^2+13x+15 = (x+5)(2x+3)$
 $x^2+x-20 = (x-4)(x+5)$ 이므로 확장된 거실의 가로의
 길이는 $(x+5)\text{m}$ 이다.

12 $103^2 - 6 \times 103 + 9 = 103^2 - 2 \times 103 \times 3 + 3^2$
 $= (103-3)^2$
 $= 100^2 = 10000$
 이므로 가장 알맞은 인수분해 공식은 ②이다.

13 $7^2-3^2+12^2-8^2+52^2-48^2$
 $= (7^2-3^2) + (12^2-8^2) + (52^2-48^2)$
 $= (7+3)(7-3) + (12+8)(12-8)$
 $+ (52+48)(52-48)$
 $= 10 \times 4 + 20 \times 4 + 100 \times 4 = 520$

14 (색칠한 부분의 넓이) $= 114^2 - 86^2$
 $= (114+86)(114-86)$
 $= 200 \times 28 = 5600(\text{cm}^2)$

15 $10ax^2-4ax-6a = 2a(5x^2-2x-3)$
 $= 2a(x-1)(5x+3)$
 따라서 주어진 식의 인수가 아닌 것은 ②, ③이다.

16 $x-1=A$ 로 놓으면
 $6(x-1)^2+7(x-1)-20$
 $= 6A^2+7A-20$
 $= (2A+5)(3A-4)$
 $= \{2(x-1)+5\} \{3(x-1)-4\}$
 $= (2x+3)(3x-7)$

17 $ab+a-b-1 = a(b+1)-(b+1)$
 $= (a-1)(b+1)$
 $a^2-a+ab-b = a(a-1)+b(a-1)$
 $= (a-1)(a+b)$
 따라서 두 다항식의 공통인 인수는 $a-1$ 이다.

18 $x^2-2xy+y^2+2x-2y-3$
 $= (x^2-2xy+y^2) + 2(x-y) - 3$
 $= (x-y)^2 + 2(x-y) - 3$
 $x-y=A$ 로 놓으면
 $(x-y)^2 + 2(x-y) - 3$
 $= A^2 + 2A - 3$
 $= (A-1)(A+3)$
 $= (x-y-1)(x-y+3)$

다른 풀이

x 에 대하여 내림차순으로 정리하면
 $x^2-2xy+y^2+2x-2y-3$
 $= x^2 + (-2y+2)x + (y^2-2y-3)$
 $= x^2 + (-2y+2)x + (y+1)(y-3)$

$= (x-y-1)(x-y+3)$

$$\begin{aligned}
 19 \quad x^2 - y^2 + 5x - 5y &= (x^2 - y^2) + 5(x - y) \\
 &= (x + y)(x - y) + 5(x - y) \\
 &= (x - y)(x + y + 5) \\
 &= \sqrt{2} \times (\sqrt{3} + 5) \\
 &= \sqrt{6} + 5\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 20 \quad (1) \quad a^2 - b^2 + 4b - 4 &= a^2 - (b^2 - 4b + 4) \\
 &= a^2 - (b - 2)^2 \\
 &= (a + b - 2)(a - b + 2) \\
 (2) \quad (a + b - 2)(a - b + 2) &= 12 \text{이므로} \\
 (4 - 2)(a - b + 2) &= 12, \quad a - b + 2 = 6 \\
 \therefore a - b &= 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 21 \quad 2x + 3 &= A, \quad x + 1 = B \text{로 놓으면} \\
 (\text{주어진 도형의 넓이}) \\
 &= (2x + 3)^2 - (x + 1)^2 \\
 &= A^2 - B^2 = (A + B)(A - B) \\
 &= \{(2x + 3) + (x + 1)\} \{(2x + 3) - (x + 1)\} \\
 &= (3x + 4)(x + 2) \\
 \text{이때 직사각형의 세로의 길이가 } x + 2 \text{이므로 직사각형의 가} \\
 \text{로의 길이는 } 3x + 4 \text{이다.}
 \end{aligned}$$

중단원 마무리 문제 2회

23~25쪽

- 1 ④ 2 $a - 5, a + 3$ 3 ① 4 ③ 5 ③
 6 ② 7 ④ 8 (1) $(x + 3)(x - 6)$ (2) $2x - 3$
 9 ⑤ 10 ⑤ 11 ③ 12 $(x + 6)(x - 4)$ 13 ②
 14 ⑤ 15 2020 16 ④ 17 ⑤ 18 ② 19 ④
 20 $-2\sqrt{15}$ 21 ⑤

$$\begin{aligned}
 2 \quad (a - 1)(a - 5) + 4(a - 5) &= (a - 5)(a - 1 + 4) \\
 &= (a - 5)(a + 3) \\
 \text{따라서 구하는 두 일차식은 } a - 5, a + 3 \text{이다.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3 \quad ① 4 \quad ② 1 \quad ③ 1 \quad ④ 1 \quad ⑤ \frac{2}{3} \\
 \text{따라서 절댓값이 가장 큰 것은 ①이다.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4 \quad 4x^2 + (k - 2)x + 9 &= (2x)^2 + (k - 2)x + (\pm 3)^2 \\
 &= (2x \pm 3)^2 \\
 \text{즉, } k - 2 &= 2 \times 2 \times (\pm 3) = \pm 12 \\
 \therefore k &= -10 \text{ 또는 } k = 14
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5 \quad a + 2 > 0, \quad a - 1 < 0 \text{이므로} \\
 \sqrt{a^2 + 4a + 4} + \sqrt{a^2 - 2a + 1} &= \sqrt{(a + 2)^2} + \sqrt{(a - 1)^2} \\
 &= a + 2 - (a - 1) \\
 &= a + 2 - a + 1 \\
 &= 3
 \end{aligned}$$

$$6 \quad x^2 + 5x - 6 = (x - 1)(x + 6)$$

10 수학 3-1_기말

$$7 \quad x^2 + Ax - 8 = (x + a)(x + b) \text{에서 } ab = -8 \text{을 만족시키는} \\
 \text{정수 } a, b \text{는 다음과 같다.}$$

a	-8	-4	-2	-1	1	2	4	8
b	1	2	4	8	-8	-4	-2	-1

이때 $A = a + b$ 이므로 A 의 값이 될 수 있는 수는
 $-7, -2, 2, 7$ 이다.

$$\begin{aligned}
 8 \quad (1) \quad (x - 5)(x + 2) - 8 &= x^2 - 3x - 10 - 8 \\
 &= x^2 - 3x - 18 \\
 &= (x + 3)(x - 6)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad \text{두 일차식은 } x + 3, x - 6 \text{이므로 두 일차식의 합은} \\
 (x + 3) + (x - 6) = 2x - 3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 9 \quad 18x^2 - ax + 2 &= (3x - 2)(6x + m) \quad (m \text{은 상수}) \text{으로 놓으면} \\
 18x^2 - ax + 2 &= 18x^2 + (3m - 12)x - 2m \\
 \text{따라서 } -a &= 3m - 12, \quad 2 = -2m \text{이므로 } m = -1 \\
 -a &= -15 \quad \therefore a = 15
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 10 \quad ① \quad 3ax + 6ay &= 3a(x + 2y) \\
 ② \quad x^2 - 9 &= (x + 3)(x - 3) \\
 ③ \quad 25x^2 - 10x + 1 &= (5x - 1)^2 \\
 ④ \quad x^2 + x - 6 &= (x - 2)(x + 3) \\
 \text{따라서 옳은 것은 ⑤이다.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 11 \quad x^2 - x - 2 &= (x + 1)(x - 2) \\
 2x^2 + 5x + 3 &= (x + 1)(2x + 3) \\
 \text{따라서 두 다항식의 공통인 인수는 } x + 1 \text{이다.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 12 \quad \text{철수는 상수항을 제대로 보았으므로} \\
 (x - 3)(x + 8) &= x^2 + 5x - 24 \text{에서} \\
 \text{처음 이차식의 상수항은 } -24 \text{이다.} \\
 \therefore B &= -24 \\
 \text{영희는 } x \text{의 계수를 제대로 보았으므로} \\
 (x + 4)(x - 2) &= x^2 + 2x - 8 \text{에서} \\
 \text{처음 이차식의 } x \text{의 계수는 } 2 \text{이다.} \\
 \therefore A &= 2 \\
 \text{따라서 처음 이차식은 } x^2 + 2x - 24 \text{이므로 바르게 인수분해} \\
 \text{하면} \\
 x^2 + 2x - 24 &= (x + 6)(x - 4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 13 \quad \text{새로 만든 직사각형의 넓이를 식으로 나타내면} \\
 2x^2 + 5x + 2 &= (x + 2)(2x + 1) \\
 \text{따라서 새로 만든 직사각형의 이웃하는 두 변의 길이는} \\
 x + 2, 2x + 1 \text{이므로 둘레의 길이는} \\
 2\{(x + 2) + (2x + 1)\} &= 6x + 6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 14 \quad ① \quad 103^2 - 97^2 &= (103 + 97)(103 - 97) = 200 \times 6 = 1200 \\
 ② \quad 5 \times 46 + 5 \times 54 &= 5 \times (46 + 54) = 5 \times 100 = 500 \\
 ③ \quad 29^2 + 58 + 1 &= 29^2 + 2 \times 29 \times 1 + 1^2 \\
 &= (29 + 1)^2 = 30^2 = 900
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad 2.5 \times 55^2 - 2.5 \times 45^2 &= 2.5 \times (55^2 - 45^2) \\ &= 2.5 \times (55 + 45)(55 - 45) \\ &= 2.5 \times 100 \times 10 = 2500 \end{aligned}$$

$$\textcircled{5} \quad \sqrt{101^2 - 2 \times 101 + 1} = \sqrt{(101 - 1)^2} = \sqrt{100^2} = 100$$

따라서 계산 결과가 가장 작은 것은 ⑤이다.

$$\begin{aligned} 15 \quad 2015 \times (2015 + 10) + 25 &= 2015^2 + 10 \times 2015 + 25 \\ &= 2015^2 + 2 \times 2015 \times 5 + 5^2 \\ &= (2015 + 5)^2 = 2020^2 = a^2 \end{aligned}$$

이때 a 는 자연수이므로 $a = 2020$

$$\begin{aligned} 16 \quad a(a-b) - a + b - b(b-a) \\ &= a(a-b) - (a-b) + b(a-b) \\ &= (a-b)(a+b-1) \end{aligned}$$

따라서 주어진 식의 인수인 것은 ④이다.

$$\begin{aligned} 17 \quad x+2=A \text{로 놓으면} \\ (x+2)^2 + 7(x+2) + 12 &= A^2 + 7A + 12 \\ &= (A+3)(A+4) \\ &= (x+2+3)(x+2+4) \\ &= (x+5)(x+6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 18 \quad 3x-1=A, x+2=B \text{로 놓으면} \\ (3x-1)^2 - (x+2)^2 \\ &= A^2 - B^2 = (A+B)(A-B) \\ &= \{(3x-1) + (x+2)\} \{(3x-1) - (x+2)\} \\ &= (4x+1)(2x-3) \end{aligned}$$

따라서 두 일차식의 합은 $(4x+1) + (2x-3) = 6x-2$

$$\begin{aligned} 19 \quad 3 < \sqrt{15} < 4 \text{이므로 } 6 < \sqrt{15} + 3 < 7 \\ \therefore a=6, b=(\sqrt{15}+3)-6=\sqrt{15}-3 \\ \therefore ab+a+b^2+b &= a(b+1)+b(b+1) \\ &= (a+b)(b+1) \\ &= (\sqrt{15}+3)(\sqrt{15}-3+1) \\ &= (\sqrt{15}+3)(\sqrt{15}-2) \\ &= 15 + \sqrt{15} - 6 = 9 + \sqrt{15} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 20 \quad x &= \frac{1}{4+\sqrt{15}} = \frac{4-\sqrt{15}}{(4+\sqrt{15})(4-\sqrt{15})} = 4-\sqrt{15} \\ y &= \frac{1}{4-\sqrt{15}} = \frac{4+\sqrt{15}}{(4-\sqrt{15})(4+\sqrt{15})} = 4+\sqrt{15} \\ \text{이므로 } xy &= (4-\sqrt{15})(4+\sqrt{15}) = 1 \\ x-y &= (4-\sqrt{15}) - (4+\sqrt{15}) = -2\sqrt{15} \\ \therefore x^2y - xy^2 &= xy(x-y) = 1 \times (-2\sqrt{15}) = -2\sqrt{15} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 21 \quad x^2 - y^2 + 8y - 16 &= x^2 - (y^2 - 8y + 16) \\ &= x^2 - (y-4)^2 \\ &= (x+y-4)(x-y+4) \\ &= (8+\sqrt{3}-4)(\sqrt{3}+4) \\ &= (4+\sqrt{3})^2 = 16 + 8\sqrt{3} + 3 \\ &= 19 + 8\sqrt{3} \end{aligned}$$

3 이차방정식

핵심 잡기 개념 Check

26~28쪽

$$1-1 \quad (1) \bigcirc \quad (2) \times \quad 1-2 \quad (1) \text{ 해이다. } (2) \text{ 해가 아니다.}$$

$$\begin{aligned} 2-1 \quad (1) x=-2 \text{ 또는 } x=1 \quad (2) x=-\frac{3}{2} \text{ 또는 } x=-\frac{2}{3} \\ (3) x=-4 \text{ 또는 } x=1 \quad (4) x=\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=2 \end{aligned}$$

$$3-1 \quad (1) 9 \quad (2) \pm 1$$

$$4-1 \quad (1) x=\pm 3 \quad (2) x=\pm \frac{\sqrt{5}}{2} \quad (3) x=-3 \pm \sqrt{2} \quad (4) x=4 \pm \sqrt{3}$$

$$4-2 \quad (1) x=-3 \pm \sqrt{11} \quad (2) x=\frac{3 \pm \sqrt{6}}{3}$$

$$\begin{aligned} 5-1 \quad (1) x=\frac{7 \pm \sqrt{37}}{2} \quad (2) x=\frac{-5 \pm \sqrt{57}}{4} \quad (3) x=-1 \pm \sqrt{2} \\ (4) x=\frac{4 \pm \sqrt{10}}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6-1 \quad (1) x=1 \text{ 또는 } x=2 \quad (2) x=\frac{3 \pm \sqrt{3}}{3} \quad (3) x=\frac{1 \pm \sqrt{33}}{4} \\ (4) x=-6 \text{ 또는 } x=-1 \end{aligned}$$

$$7-1 \quad (1) 2개 \quad (2) 1개 \quad (3) 0개$$

$$8-1 \quad (1) 3x^2+5x-2=0 \quad (2) x^2-6x+9=0$$

$$9-1 \quad (1) x+1 \quad (2) 5, 6$$

$$1-1 \quad (2) x^2-4x=x^2 \text{에서 } -4x=0 \text{ (일차방정식)}$$

$$\begin{aligned} 1-2 \quad (1) x^2-3x=0 \text{에 } x=3 \text{을 대입하면 } 3^2-3 \times 3=0 \\ \text{따라서 } x=3 \text{은 이차방정식 } x^2-3x=0 \text{의 해이다.} \\ (2) x^2+x-2=0 \text{에 } x=2 \text{를 대입하면 } 2^2+2-2=4 \neq 0 \\ \text{따라서 } x=2 \text{는 이차방정식 } x^2+x-2=0 \text{의 해가 아니다.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2-1 \quad (1) x+2=0 \text{ 또는 } x-1=0 \\ \therefore x=-2 \text{ 또는 } x=1 \\ (2) 2x+3=0 \text{ 또는 } 3x+2=0 \\ \therefore x=-\frac{3}{2} \text{ 또는 } x=-\frac{2}{3} \\ (3) x^2+3x-4=0 \text{에서 } (x+4)(x-1)=0 \\ \therefore x=-4 \text{ 또는 } x=1 \\ (4) 2x^2-5x+2=0 \text{에서 } (2x-1)(x-2)=0 \\ \therefore x=\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3-1 \quad (1) k=\left(\frac{-6}{2}\right)^2=9 \\ (2) \frac{1}{4}=\left(\frac{k}{2}\right)^2, k^2=1 \quad \therefore k=\pm 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4-1 \quad (2) 4x^2=5 \text{에서 } x^2=\frac{5}{4} \text{이므로 } x=\pm \frac{\sqrt{5}}{2} \\ (3) (x+3)^2=2 \text{에서 } x+3=\pm \sqrt{2} \text{이므로} \\ x=-3 \pm \sqrt{2} \\ (4) 2(x-4)^2=6 \text{에서 } (x-4)^2=3 \\ \text{즉, } x-4=\pm \sqrt{3} \text{이므로 } x=4 \pm \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4-2 \quad (1) x^2+6x-2=0 \text{에서 } x^2+6x=2 \\ x^2+6x+9=2+9, (x+3)^2=11 \\ x+3=\pm \sqrt{11} \quad \therefore x=-3 \pm \sqrt{11} \end{aligned}$$

(2) $3x^2 - 6x + 1 = 0$ 에서

$$x^2 - 2x + \frac{1}{3} = 0, x^2 - 2x = -\frac{1}{3}$$

$$x^2 - 2x + 1 = -\frac{1}{3} + 1, (x-1)^2 = \frac{2}{3}$$

$$x-1 = \pm\sqrt{\frac{2}{3}}, x-1 = \pm\frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{6}}{3}$$

5-1 (1) $x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 1 \times 3}}{2}$
 $= \frac{7 \pm \sqrt{37}}{2}$

(2) $x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 2 \times (-4)}}{2 \times 2}$
 $= \frac{-5 \pm \sqrt{57}}{4}$

(3) 일차항의 계수가 짝수이므로

$$x = -1 \pm \sqrt{1^2 - 1 \times (-1)}$$

$$= -1 \pm \sqrt{2}$$

(4) 일차항의 계수가 짝수이므로

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 3 \times 2}}{3}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{10}}{3}$$

6-1 (1) 주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면

$$x^2 - 3x + 2 = 0, (x-1)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 2$$

(2) 주어진 이차방정식의 양변에 6을 곱하면

$$3x^2 - 6x + 2 = 0$$

일차항의 계수가 짝수이므로

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 3 \times 2}}{3} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$$

(3) $2x^2 - x - 1 = 3, 2x^2 - x - 4 = 0$

$$\therefore x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 2 \times (-4)}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{33}}{4}$$

(4) $x+2=A$ 로 놓으면 $A^2 + 3A - 4 = 0$

$$(A+4)(A-1) = 0 \quad \therefore A = -4 \text{ 또는 } A = 1$$

즉, $x+2 = -4$ 또는 $x+2 = 1$ 이므로

$$x = -6 \text{ 또는 } x = -1$$

7-1 (1) $1^2 - 4 \times 5 \times (-2) = 41 > 0$

따라서 근의 개수는 2개이다.

(2) $4^2 - 4 \times 1 \times 4 = 0$

따라서 근의 개수는 1개이다.

(3) $(-2)^2 - 4 \times 3 \times 1 = -8 < 0$

따라서 근의 개수는 0개이다.

8-1 (1) $3(x+2)\left(x-\frac{1}{3}\right) = 0$ 에서

$$(x+2)(3x-1) = 0 \quad \therefore 3x^2 + 5x - 2 = 0$$

(2) $(x-3)^2 = 0 \quad \therefore x^2 - 6x + 9 = 0$

9-1 (2) $x(x+1) = 30$ 에서 $x^2 + x - 30 = 0$

$$(x+6)(x-5) = 0$$

$$\therefore x = -6 \text{ 또는 } x = 5$$

이때 x 는 자연수이므로 $x = 5$

따라서 연속하는 두 자연수는 5, 6이다.

나오고 또 나오는 문제

29~40쪽

1 □, ▢	2 ②	3 ③	4 ②	5 ⑤	6 $x=2$
7 ①	8 ④	9 ④	10 ④	11 -6	12 ①
13 ①	14 ④	15 ②	16 ②	17 ⑤	18 ④
19 ③	20 ③	21 ②	22 ①	23 ③	24 ④
25 $\frac{1}{2}$	26 ②	27 $x = -\frac{4}{3}$	28 ②		
29 $a=7, b=-4$	30 2	31 ④	32 ④	33 ④	
34 ③	35 ⑤	36 $4\sqrt{5}$	37 ③	38 ②	39 22
40 $\frac{2}{3}$	41 ③	42 ②	43 ③	44 ⑤	45 5개
46 ②	47 ④	48 $x = \frac{4}{3}$ 또는 $x=2$	49 ③		
50 ⑤	51 0	52 ①	53 ①	54 ①	55 ④
56 ④	57 6	58 ①	59 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$		
60 ③	61 -1	62 ②	63 6	64 ④	
65 $x = -6$ 또는 $x=1$	66 ③	67 10번째			
68 ①	69 ①	70 76	71 ③	72 ③	73 ⑤
74 15명	75 ④	76 ①	77 ④	78 2초 후	
79 ②	80 ②	81 7cm	82 10초 후	83 7cm	
84 ③	85 4초 후	86 ②	87 3cm	88 ④	
89 2m	90 14cm				

1 □. 이차방정식

ㄴ. $x^2 - 4x + 4 = 3$ 에서 $x^2 - 4x + 1 = 0$ (이차방정식)

ㄷ. $\frac{1}{4}x^2 - 1 = 0$ (이차방정식)

ㄹ. $4x^2 - 3x + 2 = 0$ (이차방정식)

ㅁ. $x^2 = x^2 + 2x - 3$ 에서 $2x - 3 = 0$ (일차방정식)

ㅂ. 분모에 미지수가 있으므로 이차방정식이 아니다.

따라서 이차방정식이 아닌 것은 ㅁ, ㅂ이다.

2 $4x(x-2) = 3(x+3)$ 에서

$$4x^2 - 8x = 3x + 9, 4x^2 - 11x - 9 = 0$$

따라서 $a=4, b=-11$ 이므로

$$a+b = 4 + (-11) = -7$$

3 $3(x^2 - 2x) + 7 = ax^2 + 6$ 에서

$(3-a)x^2 - 6x + 1 = 0$ 이 x 에 대한 이차방정식이 되려면

일차항의 계수가 0이 아니어야 하므로 $a \neq 3$



- 4 $a^2x^2+7=-(a-2)x^2-4x+3a$ 에서
 $(a^2+a-2)x^2+4x+7-3a=0$
 $(a+2)(a-1)x^2+4x+7-3a=0$ 이 x 에 대한 이차방정식이 되려면 이차항의 계수가 0이 아니어야 하므로
 $a \neq -2$ 그리고 $a \neq 1$
- 5 ① $2^2+2 \times 2=8 \neq 0$
 ② $4^2-4=12 \neq 0$
 ③ $(-1)^2-4 \times (-1)+3=8 \neq 0$
 ④ $1^2+5 \times 1-2=4 \neq 0$
 ⑤ $2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2-3 \times \frac{1}{2}+1=0$
 따라서 [] 안의 수가 주어진 이차방정식의 해인 것은 ⑤이다.
- 6 $x=-2$ 일 때, $(-2)^2+(-2)-6=-4 \neq 0$
 $x=-1$ 일 때, $(-1)^2+(-1)-6=-6 \neq 0$
 $x=0$ 일 때, $0^2+0-6=-6 \neq 0$
 $x=1$ 일 때, $1^2+1-6=-4 \neq 0$
 $x=2$ 일 때, $2^2+2-6=0$
 따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=2$ 이다.
- 7 $5x-7 \leq x+9$ 에서 $4x \leq 16 \quad \therefore x \leq 4$
 이때 x 는 자연수이므로 $x=1, 2, 3, 4$
 $x=1$ 일 때, $1^2+4 \times 1-5=0$
 $x=2$ 일 때, $2^2+4 \times 2-5=7 \neq 0$
 $x=3$ 일 때, $3^2+4 \times 3-5=16 \neq 0$
 $x=4$ 일 때, $4^2+4 \times 4-5=27 \neq 0$
 따라서 해는 $x=1$ 이다.
- 8 $ax^2+x-15=0$ 에 $x=-3$ 을 대입하면
 $a \times (-3)^2-3-15=0$
 $9a-18=0 \quad \therefore a=2$
- 9 $ax^2+4bx+a=6$ 에 $x=1$ 을 대입하면
 $a \times 1^2+4b \times 1+a=6$
 $2a+4b=6 \quad \therefore a+2b=3$
- 10 $2x^2-3x-a=0$ 에 $x=2$ 를 대입하면
 $2 \times 2^2-3 \times 2-a=0, 2-a=0 \quad \therefore a=2$
 $5x^2+2x-b=0$ 에 $x=-1$ 을 대입하면
 $5 \times (-1)^2+2 \times (-1)-b=0$
 $5-2-b=0 \quad \therefore b=3$
 $\therefore a+b=2+3=5$
- 11 $x^2-6x+2=0$ 에 $x=a$ 를 대입하면
 $a^2-6a+2=0, a^2-6a=-2 \quad \therefore 3a^2-18a=-6$
- 12 $x^2-3x-8=0$ 에 $x=m$ 을 대입하면
 $m^2-3m-8=0 \quad \therefore m^2-3m=8$
 $x^2-6x-5=0$ 에 $x=n$ 을 대입하면
 $n^2-6n-5=0 \quad \therefore n^2-6n=5$
 $\therefore m^2-3m+2n^2-12n=m^2-3m+2(n^2-6n)$
 $=8+2 \times 5=18$

- 13 $x^2+5x+1=0$ 에 $x=a$ 를 대입하면
 $a^2+5a+1=0 \quad \cdots \textcircled{1}$
 이때 $a=0$ 이면 등식이 성립하지 않으므로 $a \neq 0$
 즉, ①의 양변을 a 로 나누면
 $a+5+\frac{1}{a}=0 \quad \therefore a+\frac{1}{a}=-5$
- 14 $x^2-x-3=0$ 에 $x=a$ 를 대입하면
 $a^2-a-3=0 \quad \cdots \textcircled{1}$
 이때 $a=0$ 이면 등식이 성립하지 않으므로 $a \neq 0$
 즉, ①의 양변을 a 로 나누면
 $a-1-\frac{3}{a}=0 \quad \therefore a-\frac{3}{a}=1$
 $\therefore a^2+\frac{9}{a^2}=\left(a-\frac{3}{a}\right)^2+2 \times a \times \frac{3}{a}=1^2+6=7$
- 15 $x^2+3x-1=0$ 에 $x=a$ 를 대입하면
 $a^2+3a-1=0 \quad \cdots \textcircled{1}$
 이때 $a=0$ 이면 등식이 성립하지 않으므로 $a \neq 0$
 즉, ①의 양변을 a 로 나누면
 $a+3-\frac{1}{a}=0 \quad \therefore a-\frac{1}{a}=-3$
 $a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+2=(-3)^2+2=11$ 이므로
 $a^2+a-\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}=a^2+\frac{1}{a^2}+a-\frac{1}{a}=11-3=8$
- 16 $(x-2)(3x+5)=0$ 에서 $x-2=0$ 또는 $3x+5=0$
 $\therefore x=2$ 또는 $x=-\frac{5}{3}$
- 17 ① $-\frac{1}{2}x(x+3)=0$ 에서 $x=0$ 또는 $x+3=0$
 $\therefore x=0$ 또는 $x=-3$
 ② $\left(\frac{1}{2}x-1\right)(x+3)=0$ 에서 $\frac{1}{2}x-1=0$ 또는 $x+3=0$
 $\therefore x=2$ 또는 $x=-3$
 ③ $\left(\frac{1}{2}x+1\right)(x-3)=0$ 에서 $\frac{1}{2}x+1=0$ 또는 $x-3=0$
 $\therefore x=-2$ 또는 $x=3$
 ④ $(2x+1)(x-3)=0$ 에서 $2x+1=0$ 또는 $x-3=0$
 $\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$
 ⑤ $(2x-1)(x+3)=0$ 에서 $2x-1=0$ 또는 $x+3=0$
 $\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=-3$
 따라서 이차방정식의 해가 $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=-3$ 인 것은 ⑤이다.
- 18 $3x^2+2x-1=0$ 에서 $(x+1)(3x-1)=0$
 $\therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{1}{3}$
- 19 $x^2-x-2=4$ 에서 $x^2-x-6=0$
 $(x+2)(x-3)=0 \quad \therefore x=-2$ 또는 $x=3$
 이때 $a < b$ 이므로 $a=-2, b=3$
 $\therefore b-a=3-(-2)=5$

20 $4x^2+16x=9$ 에서 $4x^2+16x-9=0$
 $(2x+9)(2x-1)=0 \quad \therefore x=-\frac{9}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$
 따라서 두 근 사이에 있는 정수는 $-4, -3, -2, -1, 0$ 의 5개이다.

21 $x(x-1)=12$ 에서 $x^2-x=12, x^2-x-12=0$
 $(x+3)(x-4)=0 \quad \therefore x=-3$ 또는 $x=4$
 이때 $a < b$ 이므로 $a=-3, b=4$
 즉, $ax^2+bx-1=0$ 은 $3x^2-4x+1=0$ 이므로
 $(3x-1)(x-1)=0 \quad \therefore x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=1$

22 $y=ax+b$ 에서 $a=\frac{2-0}{0-(-4)}=\frac{1}{2}, b=2$
 즉, $ax^2+3ax-b=0$ 은 $\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x-2=0$ 이므로
 $x^2+3x-4=0, (x+4)(x-1)=0$
 $\therefore x=-4$ 또는 $x=1$

23 $y=ax+1$ 의 그래프가 점 $(a-2, -a^2+5a+5)$ 를 지나므로
 $-a^2+5a+5=a(a-2)+1$
 $-a^2+5a+5=a^2-2a+1, 2a^2-7a-4=0$
 $(2a+1)(a-4)=0 \quad \therefore a=-\frac{1}{2}$ 또는 $a=4$
 이때 $y=ax+1$ 의 그래프가 제3사분면을 지나지 않으려면
 $a < 0$ 이어야 하므로 $a=-\frac{1}{2}$

24 $x^2-ax-4a=0$ 에 $x=4$ 를 대입하면
 $4^2-a \times 4-4a=0$
 $16-8a=0 \quad \therefore a=2$
 즉, $x^2-ax-4a=0$ 은 $x^2-2x-8=0$ 이므로
 $(x+2)(x-4)=0 \quad \therefore x=-2$ 또는 $x=4$
 따라서 다른 한 근은 $x=-2$ 이다.

25 $2x^2+ax-3=0$ 에 $x=-1$ 을 대입하면
 $2 \times (-1)^2+a \times (-1)-3=0$
 $-1-a=0 \quad \therefore a=-1$
 즉, $2x^2+ax-3=0$ 은 $2x^2-x-3=0$ 이므로
 $(x+1)(2x-3)=0 \quad \therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{3}{2}$
 따라서 $b=\frac{3}{2}$ 이므로
 $a+b=-1+\frac{3}{2}=\frac{1}{2}$

26 $x^2+3x-2a=0$ 에 $x=-5$ 를 대입하면
 $(-5)^2+3 \times (-5)-2a=0$
 $10-2a=0 \quad \therefore a=5$
 즉, $x^2+3x-2a=0$ 은 $x^2+3x-10=0$ 이므로
 $(x+5)(x-2)=0 \quad \therefore x=-5$ 또는 $x=2$
 따라서 다른 한 근은 $x=2$ 이므로
 $3x^2-2x+b=0$ 에 대입하면
 $3 \times 2^2-2 \times 2+b=0 \quad \therefore b=-8$

27 $(k+1)x^2-(k^2-2)x-2k-4=0$ 에 $x=2$ 를 대입하면
 $(k+1) \times 2^2-(k^2-2) \times 2-2k-4=0$
 $4k+4-2k^2+4-2k-4=0$
 $-2k^2+2k+4=0, k^2-k-2=0$
 $(k+1)(k-2)=0 \quad \therefore k=-1$ 또는 $k=2$
 이때 $k=-1$ 이면 주어진 방정식이 x 에 대한 이차방정식이 아니므로 $k=2$
 즉, 주어진 이차방정식이 $3x^2-2x-8=0$ 이므로
 $(3x+4)(x-2)=0 \quad \therefore x=-\frac{4}{3}$ 또는 $x=2$
 따라서 다른 한 근은 $x=-\frac{4}{3}$ 이다.

28 ① $x=-\frac{9}{2}$
 ② $7+x^2=4x+12$ 에서 $x^2-4x-5=0$
 $(x+1)(x-5)=0 \quad \therefore x=-1$ 또는 $x=5$
 ③ $x^2-12x+36=0$ 에서 $(x-6)^2=0 \quad \therefore x=6$
 ④ $(2x-1)^2=0$ 에서 $x=\frac{1}{2}$
 ⑤ $(x+1)^2=0$ 에서 $x=-1$
 따라서 중근을 갖지 않는 것은 ②이다.

29 $x=-5$ 를 중근으로 갖고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은
 $(x+5)^2=0$, 즉 $x^2+10x+25=0$
 이때 $(x+3)(x+a)=b$ 에서 $x^2+(a+3)x+3a-b=0$
 이므로 $a+3=10, 3a-b=25$
 $\therefore a=7, b=-4$

30 주어진 이차방정식의 양변을 3으로 나누면
 $x^2-2x+\frac{2m-1}{3}=0$
 이 이차방정식이 중근을 가지므로
 $\frac{2m-1}{3}=\left(\frac{-2}{2}\right)^2, 2m-1=3 \quad \therefore m=2$

31 $x^2+2(a+1)x+5a+1=0$ 이 중근을 가지므로
 $5a+1=(a+1)^2, 5a+1=a^2+2a+1$
 $a^2-3a=0, a(a-3)=0 \quad \therefore a=0$ 또는 $a=3$
 따라서 모든 a 의 값의 합은 3이다.

32 $x^2-8x+a=0$ 이 중근을 가지므로
 $a=\left(\frac{-8}{2}\right)^2=16$
 즉, $x^2+(a-10)x+b=0$ 에서 $x^2+6x+b=0$ 이고
 이 이차방정식이 중근을 가지므로
 $b=\left(\frac{6}{2}\right)^2=9$
 $\therefore a+b=16+9=25$

33 $x^2+2x-15=0$ 에서 $(x+5)(x-3)=0$
 $\therefore x=-5$ 또는 $x=3$
 $2x^2-5x-3=0$ 에서 $(2x+1)(x-3)=0$
 $\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$
 따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=3$ 이다.



34 $x^2+5x+4=0$ 에서 $(x+4)(x+1)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=-1$

$3x^2+24x+48=0$ 에서 $3(x+4)^2=0$

$\therefore x=-4$

두 이차방정식의 공통인 근은 $x=-4$ 이므로

$\frac{1}{2}x^2+3mx-2=0$ 에 대입하면

$\frac{1}{2} \times (-4)^2 + 3m \times (-4) - 2 = 0$

$6-12m=0 \quad \therefore m=\frac{1}{2}$

35 $2x^2+ax-3=0$ 에 $x=-1$ 을 대입하면

$2 \times (-1)^2 + a \times (-1) - 3 = 0$

$-1-a=0 \quad \therefore a=-1$

즉, $ax^2-x-3b=0$ 은 $-x^2-x-3b=0$ 이므로

$x=-1$ 을 대입하면

$-(-1)^2 - (-1) - 3b = 0 \quad \therefore b=0$

36 $(x+3)^2=20$ 에서 $x+3=\pm 2\sqrt{5}$

$\therefore x=-3\pm 2\sqrt{5}$

이때 $a>b$ 이므로 $a=-3+2\sqrt{5}$, $b=-3-2\sqrt{5}$

$\therefore a-b=(-3+2\sqrt{5})-(-3-2\sqrt{5})=4\sqrt{5}$

37 $(x-m)^2=n$ 에서 $x-m=\pm\sqrt{n}$

$\therefore x=m\pm\sqrt{n}$

따라서 $m=-3$, $n=10$ 이므로

$m+n=-3+10=7$

38 $(x+5)^2=2k+1$ 에서 $x+5=\pm\sqrt{2k+1}$

$\therefore x=-5\pm\sqrt{2k+1}$

이때 해가 모두 정수가 되려면 $\sqrt{2k+1}$ 이 정수이어야 한다.

즉, $2k+1$ 이 0 또는 (자연수)² 꼴이어야 하므로

$2k+1=0, 1, 4, 9, 16, \dots$

$\therefore k=-\frac{1}{2}, 0, \frac{3}{2}, 4, \frac{15}{2}, \dots$

따라서 가장 작은 자연수 k 의 값은 4이다.

39 $x^2+6x-1=0$ 에서 $x^2+6x=1$ 이므로

이 식의 양변에 $\left(\frac{6}{2}\right)^2=9$ 를 더하면

$x^2+6x+9=1+9$

$(x+3)^2=10$, $x+3=\pm\sqrt{10} \quad \therefore x=-3\pm\sqrt{10}$

따라서 $a=9$, $b=3$, $c=10$ 이므로

$a+b+c=9+3+10=22$

40 $3x^2-12x+4=0$ 의 양변을 3으로 나누면

$x^2-4x+\frac{4}{3}=0$, $x^2-4x=-\frac{4}{3}$

$x^2-4x+4=-\frac{4}{3}+4$, $(x-2)^2=\frac{8}{3}$

따라서 $p=-2$, $q=\frac{8}{3}$ 이므로

$p+q=-2+\frac{8}{3}=\frac{2}{3}$

41 $ax^2+bx+c=0$

$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{\textcircled{1}c}{a}=0$

$x^2+\frac{b}{a}x=\frac{\textcircled{2}-c}{a}$

$x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{\textcircled{2}-c}{a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2$

$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{\textcircled{4}b^2-4ac}{4a^2}$

$x+\frac{b}{2a}=\pm\frac{\textcircled{5}\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$\therefore x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

따라서 $\square$ 안에 들어갈 식으로 옳은 것은 ③이다.

42 $2x^2+6x+1=0$ 에서 일차항의 계수가 짝수이므로

$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-2\times 1}}{2}=\frac{-3\pm\sqrt{7}}{2}$

43 $ax^2-4x-2=0$ 에서 일차항의 계수가 짝수이므로

$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-a\times(-2)}}{a}$
 $=\frac{2\pm\sqrt{4+2a}}{a}$

따라서 $a=3$, $b=4+2a=4+2\times 3=10$ 이므로

$a+b=3+10=13$

44 $x^2-7x+12=0$ 에서 $(x-3)(x-4)=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=4$

이때 $a>b$ 이므로 $a=4$, $b=3$

즉, $3x^2-2ax+b=0$ 에서 $3x^2-8x+3=0$ 이고 일차항의 계수가 짝수이므로

$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-3\times 3}}{3}=\frac{4\pm\sqrt{7}}{3}$

따라서 두 근의 차는

$\frac{4+\sqrt{7}}{3}-\frac{4-\sqrt{7}}{3}=\frac{2\sqrt{7}}{3}$

45 $x^2-4x-2=0$ 에서 일차항의 계수가 짝수이므로

$x=-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\times(-2)}=2\pm\sqrt{6}$

이때 $a<b$ 이므로 $a=2-\sqrt{6}$, $b=2+\sqrt{6}$

주어진 부등식은 $-\sqrt{6}<n<\sqrt{6} \quad \dots \textcircled{7}$

$2<\sqrt{6}<3$, $-3<-\sqrt{6}<-2$ 이므로 $\textcircled{7}$ 을 만족시키는 정수 n 은 $-2, -1, 0, 1, 2$ 의 5개이다.

46 $2x^2+x+a-3=0$ 에서

$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times 2\times(a-3)}}{2\times 2}=\frac{-1\pm\sqrt{25-8a}}{4}$

이므로 $25-8a$ 가 0 또는 (자연수)² 꼴이어야 한다.

즉, $25-8a=0, 1, 4, 9, 16, 25, \dots$

$\therefore a=\frac{25}{8}, 3, \frac{21}{8}, 2, \frac{9}{8}, 0, \dots$

따라서 이차방정식의 해가 모두 유리수가 되도록 하는 모든 자연수 a 의 값의 합은 $3+2=5$

- 47 주어진 이차방정식의 양변에 8을 곱하면

$$3x^2 + 4x - 2 = 0$$

일차항의 계수가 짝수이므로

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 3 \times (-2)}}{3} = \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{3}$$

따라서 $a = -2$, $b = 10$ 이므로

$$a + b = -2 + 10 = 8$$

- 48 주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면

$$3x^2 - 10x + 8 = 0, (3x - 4)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = \frac{4}{3} \text{ 또는 } x = 2$$

- 49 주어진 이차방정식의 양변에 12를 곱하면

$$4x(x - 7) - 3(2x + 1)(x - 3) = 24$$

$$4x^2 - 28x - 6x^2 + 15x + 9 = 24$$

$$2x^2 + 13x + 15 = 0, (x + 5)(2x + 3) = 0$$

$$\therefore x = -5 \text{ 또는 } x = -\frac{3}{2}$$

이때 $a > b$ 이므로 $a = -\frac{3}{2}$, $b = -5$

$$\therefore a - b = -\frac{3}{2} - (-5) = \frac{7}{2}$$

- 50 $\frac{(x-2)^2}{6} = -0.5x + a$ 에 $x = -1$ 을 대입하면

$$\frac{(-1-2)^2}{6} = -0.5 \times (-1) + a$$

$$\frac{3}{2} = 0.5 + a \quad \therefore a = 1$$

$$\frac{(x-2)^2}{6} = -0.5x + 1 \text{의 양변에 6을 곱하면}$$

$$(x-2)^2 = -3x + 6$$

$$x^2 - 4x + 4 = -3x + 6$$

$$x^2 - x - 2 = 0, (x+1)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 2$$

따라서 다른 한 근은 $x = 2$ 이다.

- 51 $2x + 1 = A$ 로 놓으면

$$A^2 - 2A - 35 = 0, (A+5)(A-7) = 0$$

$$\therefore A = -5 \text{ 또는 } A = 7$$

즉, $2x + 1 = -5$ 또는 $2x + 1 = 7$ 이므로

$$x = -3 \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 두 근의 합은

$$-3 + 3 = 0$$

- 52 $x - y = A$ 로 놓으면

$$A(A - 5) - 2 = 0, A^2 - 5A - 2 = 0$$

$$\therefore A = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 1 \times (-2)}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{33}}{2}$$

이때 $x > y$ 에서 $x - y > 0$ 이므로

$$x - y = \frac{5 + \sqrt{33}}{2}$$

- 53 $y \neq 0$ 이므로 양변을 y^2 으로 나누면

$$\left(\frac{x}{y}\right)^2 - 5\frac{x}{y} - 4 = 0$$

$$\frac{x}{y} = A \text{로 놓으면 } A^2 - 5A - 4 = 0$$

$$\therefore A = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 1 \times (-4)}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{2}$$

이때 $xy < 0$ 에서 $\frac{x}{y} < 0$ 이므로

$$\frac{x}{y} = \frac{5 - \sqrt{41}}{2}$$

- 54 ㄱ. $0^2 - 4 \times 1 \times (-4) = 16 > 0 \Rightarrow$ 서로 다른 두 근

ㄴ. $4^2 - 4 \times 3 \times (-1) = 28 > 0 \Rightarrow$ 서로 다른 두 근

ㄷ. $(-4)^2 - 4 \times 2 \times 2 = 0 \Rightarrow$ 중근

ㄹ. $3^2 - 4 \times 1 \times (-5) = 29 > 0 \Rightarrow$ 서로 다른 두 근

ㅁ. $(-10)^2 - 4 \times 1 \times 25 = 0 \Rightarrow$ 중근

ㅂ. $2^2 - 4 \times 1 \times 7 = -24 < 0 \Rightarrow$ 근이 없다.

따라서 서로 다른 두 근을 갖는 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.

- 55 ① $(-5)^2 - 4 \times 1 \times (-2) = 33 > 0 \Rightarrow$ 서로 다른 두 근

② $(-4)^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 20 > 0 \Rightarrow$ 서로 다른 두 근

③ $x(x-6) = 9$ 에서 $x^2 - 6x - 9 = 0$

$\therefore (-6)^2 - 4 \times 1 \times (-9) = 72 > 0 \Rightarrow$ 서로 다른 두 근

④ $3x^2 + 1 = -2(3x + 1)$ 에서 $3x^2 + 6x + 3 = 0$

$\therefore 6^2 - 4 \times 3 \times 3 = 0 \Rightarrow$ 중근

⑤ $x(x-1) = 3x^2 + 5x - 5$ 에서 $2x^2 + 6x - 5 = 0$

$\therefore 6^2 - 4 \times 2 \times (-5) = 76 > 0 \Rightarrow$ 서로 다른 두 근

따라서 근의 개수가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

- 56 $x^2 - 4x + m - 2 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가지므로

$$(-4)^2 - 4 \times 1 \times (m - 2) > 0, 24 - 4m > 0 \quad \therefore m < 6$$

- 57 $2x^2 - 5x + a - 3 = 0$ 이 해를 가지려면

$$(-5)^2 - 4 \times 2 \times (a - 3) \geq 0, 49 - 8a \geq 0 \quad \therefore a \leq \frac{49}{8}$$

따라서 가장 큰 정수 a 의 값은 6이다.

- 58 $x^2 + 2ax + 9 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$(2a)^2 - 4 \times 1 \times 9 = 0, 4a^2 = 36, a^2 = 9 \quad \therefore a = \pm 3$$

따라서 모든 a 의 값의 곱은 $-3 \times 3 = -9$

- 59 $x^2 + 2kx - 2k - 1 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$(2k)^2 - 4(-2k - 1) = 0, 4k^2 + 8k + 4 = 0$$

$$k^2 + 2k + 1 = 0, (k + 1)^2 = 0 \quad \therefore k = -1$$

즉, $x^2 + 3x + k = 0$ 은 $x^2 + 3x - 1 = 0$ 이므로

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

- 60 두 개의 주사위 A, B를 동시에 던질 때 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$

$x^2 + ax + b = 0$ 이 중근을 가지려면

$$a^2 - 4b = 0 \quad \therefore a^2 = 4b$$

$a^2 = 4b$ 를 만족시키는 a, b 를 순서쌍 (a, b) 로 나타내면

$(2, 1), (4, 4)$ 의 2가지이므로 구하는 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$



61 x^2 의 계수가 3이고 두 근이 $-\frac{2}{3}$, 3인 이차방정식은
 $3\left(x+\frac{2}{3}\right)(x-3)=0, 3x^2-7x-6=0$
 따라서 $a=-7, b=-6$ 이므로
 $a-b=-7-(-6)=-1$

62 x^2 의 계수가 1이고 두 근이 $-1, 3$ 인 이차방정식은
 $(x+1)(x-3)=0, x^2-2x-3=0$
 따라서 $a=-2, b=-3$ 이므로
 $bx^2+ax+1=0$ 에서 $-3x^2-2x+1=0$
 $3x^2+2x-1=0, (x+1)(3x-1)=0$
 $\therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{1}{3}$
 따라서 두 근의 합은 $-1+\frac{1}{3}=-\frac{2}{3}$

63 두 근을 $a, 3a$ 라 하면 x^2 의 계수가 2이므로
 $2(x-a)(x-3a)=0, 2x^2-8ax+6a^2=0$
 이때 $-8a=-8$ 이므로 $a=1$
 $\therefore k=6a^2=6 \times 1^2=6$

64 주어진 이차방정식의 x 의 계수와 상수항을 서로 바꾸면
 $x^2+(2m+1)x-3m=0$
 이 이차방정식에 $x=-6$ 을 대입하면
 $(-6)^2+(2m+1)(-6)-3m=0$
 $30-15m=0 \quad \therefore m=2$
 즉, $x^2-3mx+2m+1=0$ 에서 $x^2-6x+5=0$ 이므로
 $(x-1)(x-5)=0 \quad \therefore x=1$ 또는 $x=5$

65 지혜는 $-2, 3$ 을 해로 얻었으므로 지혜가 푼 이차방정식은
 $(x+2)(x-3)=0 \quad \therefore x^2-x-6=0$
 이때 지혜는 상수항을 바르게 보았으므로 처음 이차방정식의 상수항은 -6 이다.
 또 하은이는 $-1, -4$ 를 해로 얻었으므로 하은이가 푼 이차방정식은
 $(x+1)(x+4)=0 \quad \therefore x^2+5x+4=0$
 이때 하은이는 x 의 계수를 바르게 보았으므로 처음 이차방정식의 x 의 계수는 5 이다.
 따라서 처음 이차방정식은 $x^2+5x-6=0$ 이므로
 $(x+6)(x-1)=0 \quad \therefore x=-6$ 또는 $x=1$

66 $\frac{n(n-3)}{2}=35, n^2-3n-70=0$
 $(n+7)(n-10)=0 \quad \therefore n=-7$ 또는 $n=10$
 이때 $n>3$ 이므로 $n=10$
 따라서 구하는 다각형은 십각형이다.

67 $\frac{n(n+1)}{2}=55, n^2+n-110=0$
 $(n+11)(n-10)=0 \quad \therefore n=-11$ 또는 $n=10$
 이때 n 은 자연수이므로 $n=10$
 따라서 구슬의 개수가 55개가 되는 것은 10번째이다.

68 $(x+3)^2=2(x+3), x^2+6x+9=2x+6$
 $x^2+4x+3=0, (x+3)(x+1)=0$
 $\therefore x=-3$ 또는 $x=-1$

69 연속하는 세 자연수를 $x-1, x, x+1$ ($x \geq 2$)이라 하면
 $(x-1)^2+x^2+(x+1)^2=302$
 $3x^2+2=302, 3x^2=300$
 $x^2=100 \quad \therefore x=\pm 10$
 이때 $x \geq 2$ 이므로 $x=10$
 따라서 연속하는 세 자연수는 9, 10, 11이므로 그 합은
 $9+10+11=30$

70 연속하는 두 짝수를 $x, x+2$ ($x \geq 2$)라 하면
 $x(x+2)=360, x^2+2x-360=0$
 $(x+20)(x-18)=0$
 $\therefore x=-20$ 또는 $x=18$
 이때 $x \geq 2$ 이므로 $x=18$
 따라서 연속하는 두 짝수는 18, 20이므로 그 제곱의 차는
 $20^2-18^2=(20+18)(20-18)$
 $=38 \times 2=76$

71 연속하는 세 홀수를 $x-2, x, x+2$ ($x \geq 3$)라 하면
 $(x+2)(x-2)=7x-4$
 $x^2-7x=0, x(x-7)=0$
 $\therefore x=0$ 또는 $x=7$
 이때 $x>3$ 이므로 $x=7$
 따라서 연속하는 세 홀수는 5, 7, 9이므로 세 홀수의 합은
 $5+7+9=21$

72 가로, 세로, 대각선에 있는 세 수의 합이 같으므로
 $(x-2)+5+x^2=4+5+2x$
 $x^2-x-6=0, (x+2)(x-3)=0$
 $\therefore x=-2$ 또는 $x=3$
 이때 x 는 자연수이므로 $x=3$
 주어진 표에 $x=3$ 을 대입하면 다음과 같다.

	1	6
	5	A
4	9	㉠

$4+9+㉠=4+5+6$
 $13+㉠=15 \quad \therefore ㉠=2$
 $6+A+2=15 \quad \therefore A=7$
 따라서 구하는 값은 $3+7=10$

73 딸의 나이를 x 살이라 하면 어머니의 나이는 $(x+20)$ 살이므로
 $x^2=4(x+20)+16, x^2-4x-96=0$
 $(x+8)(x-12)=0$
 $\therefore x=-8$ 또는 $x=12$
 이때 x 는 자연수이므로 $x=12$
 따라서 딸의 나이는 12살이다.

- 74 학생 수를 x 명이라 하면 한 학생이 받는 사탕 수는 $(x-7)$ 개이고, 전체 사탕 수가 120개이므로
 $x(x-7)=120$
 $x^2-7x-120=0, (x+8)(x-15)=0$
 $\therefore x=-8$ 또는 $x=15$
 이때 $x>7$ 이므로 $x=15$
 따라서 학생 수는 15명이다.
- 75 n 개의 팀이 리그전을 치를 때, 총 경기 수는 $\frac{n(n-1)}{2}$ 경기이다.
 $\frac{n(n-1)}{2}=15$
 $n^2-n-30=0, (n+5)(n-6)=0$
 $\therefore n=-5$ 또는 $n=6$
 이때 n 은 자연수이므로 $n=6$
 따라서 참가한 팀의 수는 6팀이다.
- 76 올린 금액을 x 원이라 하면
 $1000 \times 600 = (1000+x)\left(600-\frac{x}{2}\right)$
 $x^2-200x=0, x(x-200)=0$
 $\therefore x=0$ 또는 $x=200$
 이때 $x>0$ 이므로 $x=200$
 따라서 올린 금액은 200원이다.
- 77 원숭이의 수를 x 마리라 하면
 $x-\left(\frac{1}{8}x\right)^2=12, x-\frac{1}{64}x^2=12$
 $x^2-64x+768=0, (x-16)(x-48)=0$
 $\therefore x=16$ 또는 $x=48$
 이때 $x>20$ 이므로 $x=48$
 따라서 숲에 있는 원숭이는 48마리이다.
- 78 물 로켓을 발사한 지 t 초 후의 높이가 60m라 하면
 $40t-5t^2=60$ 에서 $t^2-8t+12=0$
 $(t-2)(t-6)=0 \quad \therefore t=2$ 또는 $t=6$
 따라서 물 로켓이 지면으로부터의 높이가 처음으로 60m인 지점을 지나는 것은 발사한 지 2초 후이다.
- 79 던져 올린 공이 땅에 떨어질 때까지 걸리는 시간을 x 초라 하면 땅에 떨어질 때의 높이는 0m이므로
 $-5x^2+30x+80=0$ 에서 $x^2-6x-16=0$
 $(x+2)(x-8)=0$
 $\therefore x=-2$ 또는 $x=8$
 이때 $x>0$ 이므로 $x=8$
 따라서 공이 땅에 떨어질 때까지 걸리는 시간은 8초이다.
- 80 삼각형의 밑변의 길이를 x cm라 하면
 $\frac{1}{2}x(x+3)=9, x^2+3x-18=0$
 $(x+6)(x-3)=0 \quad \therefore x=-6$ 또는 $x=3$
 이때 $x>0$ 이므로 $x=3$
 따라서 삼각형의 밑변의 길이는 3cm이다.

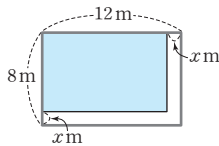
- 81 처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면
 $(x+3)(x-2)=50, x^2+x-56=0$
 $(x+8)(x-7)=0 \quad \therefore x=-8$ 또는 $x=7$
 이때 $x>2$ 이므로 $x=7$
 따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는 7cm이다.
- 82 처음 직사각형과 넓이가 같아지는 데 걸리는 시간을 x 초라 하면 x 초 후에 직사각형의 가로 길이는 $(15-x)$ cm, 세로의 길이는 $(10+2x)$ cm이므로
 $(15-x)(10+2x)=15 \times 10, x^2-10x=0$
 $x(x-10)=0 \quad \therefore x=0$ 또는 $x=10$
 이때 $0<x<15$ 이므로 $x=10$
 따라서 10초 후에 처음 직사각형과 넓이가 같아진다.
- 83 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $(12-x)$ cm이므로
 $x^2+(12-x)^2=74, 2x^2-24x+70=0$
 $x^2-12x+35=0, (x-5)(x-7)=0$
 $\therefore x=5$ 또는 $x=7$
 이때 $6<x<12$ 이므로 $x=7$
 따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 7cm이다.
- 84 $\square ABCD \sim \square FCDE$ 이므로
 $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{FC} : \overline{CD}$
 $\overline{BC}=x$ 라 하면 $\overline{FC} = \overline{BC} - \overline{BF} = x-2$ 이므로
 $2 : x = (x-2) : 2, x(x-2)=4$
 $x^2-2x-4=0 \quad \therefore x=1 \pm \sqrt{5}$
 이때 $x>2$ 이므로 $x=1+\sqrt{5}$
 따라서 $\overline{BC}$ 의 길이는 $1+\sqrt{5}$ 이다.
- 85 x 초 후에 $\triangle PBQ$ 의 넓이가 66cm^2 가 된다고 하면
 $\overline{PB}=(15-x)\text{cm}, \overline{BQ}=3x\text{cm}$ 이므로
 $\frac{1}{2} \times (15-x) \times 3x=66$
 $-3x^2+45x=132, x^2-15x+44=0$
 $(x-4)(x-11)=0 \quad \therefore x=4$ 또는 $x=11$
 이때 $0<x \leq \frac{20}{3}$ 이므로 $x=4$
 따라서 4초 후에 $\triangle PBQ$ 의 넓이가 66cm^2 가 된다.
- 86 작은 직사각형의 짧은 변의 길이의 4배와 긴 변의 길이의 3배가 같으므로 짧은 변의 길이를 x cm라 하면 긴 변의 길이는 $\frac{4}{3}x$ cm이다.
 $\therefore \overline{AD}=4x\text{cm}, \overline{AB}=\frac{4}{3}x+x=\frac{7}{3}x(\text{cm}) \quad \cdots \textcircled{7}$
 $\square ABCD$ 의 넓이가 84cm^2 이므로
 $4x \times \frac{7}{3}x=84, x^2=9 \quad \therefore x=\pm 3$
 이때 $x>0$ 이므로 $x=3$
 $\textcircled{7}$ 에서 $\overline{AD}=4 \times 3=12(\text{cm}), \overline{AB}=\frac{7}{3} \times 3=7(\text{cm})$
 이므로
 $(\square ABCD \text{의 둘레의 길이})=2(12+7)=38(\text{cm})$



- 87 처음 원의 반지름의 길이를 x cm라 하면 늘어난 원의 반지름의 길이는 $(x+3)$ cm이므로
 $\pi(x+3)^2 = 4 \times \pi x^2$
 $3x^2 - 6x - 9 = 0$
 $x^2 - 2x - 3 = 0$
 $(x+1)(x-3) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = 3$
 이때 $x > 0$ 이므로 $x = 3$
 따라서 처음 원의 반지름의 길이는 3 cm이다.

- 88 $\overline{BC} = x$ cm라 하면 $\overline{AC} = (20-x)$ cm이므로 (색칠한 부분의 넓이)
 $= (\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)
 $- (\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)
 $- (\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)
 에서
 $\frac{1}{2}\pi \times \left(\frac{20}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}\pi \times \left(\frac{20-x}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}\pi \times \left(\frac{x}{2}\right)^2 = 24\pi$
 $100 - \frac{(20-x)^2}{4} - \frac{x^2}{4} = 48$
 $400 - (400 - 40x + x^2) - x^2 = 192$
 $-2x^2 + 40x = 192$
 $2x^2 - 40x + 192 = 0$
 $x^2 - 20x + 96 = 0$
 $(x-8)(x-12) = 0$
 $\therefore x = 8$ 또는 $x = 12$
 이때 $\overline{AC} > \overline{BC}$ 에서 $20-x > x$ 이므로 $x < 10$
 $\therefore x = 8$
 따라서 $\overline{BC}$ 의 길이는 8 cm이다.

- 89 길의 폭을 x m라 하면 길을 제외한 꽃밭의 넓이는 오른쪽 그림의 색칠한 부분의 넓이와 같으므로
 $(12-x)(8-x) = 60$
 $x^2 - 20x + 36 = 0$
 $(x-2)(x-18) = 0$
 $\therefore x = 2$ 또는 $x = 18$
 이때 $0 < x < 8$ 이므로 $x = 2$
 따라서 길의 폭은 2 m이다.



- 90 처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이를 x cm라 하면 네 귀퉁이를 잘라 만든 직육면체의 밑면은 한 변의 길이가 $(x-4)$ cm인 정사각형이고, 높이는 2 cm이다.
 직육면체의 부피가 200 cm^3 이므로
 $(x-4)^2 \times 2 = 200$
 $(x-4)^2 = 100$
 $x-4 = \pm 10$
 $\therefore x = -6$ 또는 $x = 14$
 이때 $x > 4$ 이므로 $x = 14$
 따라서 처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이는 14 cm이다.

100점 따라잡기

41쪽

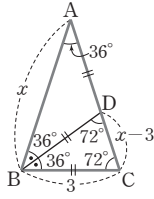
- | | | |
|-----------|---------------------------|--------------------------|
| 1 12 m | 2 $(4-2\sqrt{2})$ m | 3 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ |
| 4 P(2, 4) | 5 $\frac{3+3\sqrt{5}}{2}$ | 6 ② |

- 1 작은 정사각형의 한 변의 길이를 x m라 하면 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(x+6)$ m이므로
 $x^2 + (x+6)^2 = 468$, $2x^2 + 12x - 432 = 0$
 $x^2 + 6x - 216 = 0$, $(x+18)(x-12) = 0$
 $\therefore x = -18$ 또는 $x = 12$
 이때 $x > 0$ 이므로 $x = 12$
 따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 12 m이다.
- 2 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x m라 하면 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $\frac{8-4x}{4} = 2-x$ (m)
 두 정사각형의 넓이의 비가 1 : 2이므로
 $(2-x)^2 : x^2 = 1 : 2$
 $2(2-x)^2 = x^2$, $x^2 - 8x + 8 = 0$
 $\therefore x = 4 \pm 2\sqrt{2}$
 이때 $0 < x < 2$ 이므로 $x = 4 - 2\sqrt{2}$
 따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(4-2\sqrt{2})$ m이다.

다른 풀이

- 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x m라 하면 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $\frac{8-4x}{4} = 2-x$ (m)
 두 정사각형의 넓이의 비가 1 : 2이므로 두 정사각형의 한 변의 길이의 비는 $1 : \sqrt{2}$ 이다.
 $(2-x) : x = 1 : \sqrt{2}$ 이므로
 $x = \sqrt{2}(2-x)$, $(\sqrt{2}+1)x = 2\sqrt{2}$
 $\therefore x = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} = \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{2-1} = 4-2\sqrt{2}$
 따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(4-2\sqrt{2})$ m이다.
- 3 $\overline{BC} = x$ 라 하면 $\overline{AC} = 1+x$ 이고, $\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{BC} : \overline{AB}$ 가 성립하므로
 $(1+x) : x = x : 1$
 $1+x = x^2$, $x^2 - x - 1 = 0$
 $\therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$
 이때 $x > 0$ 이므로 $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$
 따라서 $\overline{BC}$ 의 길이는 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ 이다.
- 4 점 P(a, b)가 일차함수 $y = -x+6$ 의 그래프 위에 있으므로
 $b = -a+6$
 $\square OQPR = a(-a+6) = 8$ 에서
 $a^2 - 6a + 8 = 0$, $(a-2)(a-4) = 0$
 $\therefore a = 2$ 또는 $a = 4$
 이때 $a < b$ 이므로 $a = 2$, $b = -2+6 = 4$
 따라서 점 P의 좌표는 P(2, 4)이다.

- 5 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 36^\circ) = 72^\circ$
 $\overline{BD}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이므로
 $\angle ABD = \angle CBD$
 $= \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ$
 $\therefore \overline{AD} = \overline{BD} \quad \dots \textcircled{7}$
또 $\angle BDC = \angle A + \angle ABD$
 $= 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ$
 $\therefore \overline{BC} = \overline{BD} \quad \dots \textcircled{8}$
 $\textcircled{7}, \textcircled{8}$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{BC} = 3$
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle BCD$ 에서 $\angle A = \angle CBD = 36^\circ$ 이고
 $\angle ABC = \angle BCD$ 이므로 $\triangle ABC \sim \triangle BCD$ (AA 닮음)
 $\therefore \overline{AB} : \overline{BC} = \overline{BC} : \overline{CD}$
이때 $\overline{AB} = \overline{AC} = x$ 라 하면 $\overline{CD} = x - 3$ 이므로
 $x : 3 = 3 : (x - 3)$
 $x(x - 3) = 9, x^2 - 3x - 9 = 0$
 $\therefore x = \frac{3 \pm 3\sqrt{5}}{2}$
이때 $x > 3$ 이므로 $x = \frac{3 + 3\sqrt{5}}{2}$
따라서 $\overline{AB}$ 의 길이는 $\frac{3 + 3\sqrt{5}}{2}$ 이다.



- 6 n 각형의 변의 개수는 n 개, n 각형의 대각선의 개수는
 $\frac{n(n-3)}{2}$ 개이므로 n 각형의 변의 개수와 대각선의 개수의
합은 $n + \frac{n(n-3)}{2} = \frac{n^2}{2} - \frac{n}{2}$
 $\frac{n^2}{2} - \frac{n}{2} = 91, n^2 - n - 182 = 0$
 $(n + 13)(n - 14) = 0 \quad \therefore n = -13 \text{ 또는 } n = 14$
이때 $n > 3$ 이므로 $n = 14$
따라서 구하는 단계는 $14 - 3 = 11$ (단계)이다.

- 1 (1) $x^2 + 3ax - (4a - 1) = 0$ 에 $x = 1$ 을 대입하면
 $1^2 + 3a \times 1 - (4a - 1) = 0$
 $1 + 3a - 4a + 1 = 0$
 $2 - a = 0 \quad \therefore a = 2$
(2) 주어진 이차방정식이 $x^2 + 6x - 7 = 0$ 이므로
 $(x + 7)(x - 1) = 0$
 $\therefore x = -7 \text{ 또는 } x = 1$
따라서 다른 한 근은 $x = -7$ 이다.
- 2 (1) 주회는 $-3, 5$ 를 해로 얻었으므로
주회가 푼 이차방정식은
 $(x + 3)(x - 5) = 0 \quad \therefore x^2 - 2x - 15 = 0$
이때 주회는 x 의 계수를 바르게 보았으므로 $a = -2$
영선이는 $-1, 8$ 을 해로 얻었으므로
영선이가 푼 이차방정식은
 $(x + 1)(x - 8) = 0 \quad \therefore x^2 - 7x - 8 = 0$
이때 영선이는 상수항을 바르게 보았으므로 $b = -8$
(2) 처음 이차방정식은 $x^2 - 2x - 8 = 0$ 이므로
 $(x + 2)(x - 4) = 0 \quad \therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 4$

- 3 $2x^2 - 2x = (x - 1)(x + 2)$ 에서
 $2x^2 - 2x = x^2 + x - 2, x^2 - 3x + 2 = 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$
 $(x - 1)(x - 2) = 0 \quad \dots\dots \textcircled{2}$
 $\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 2 \quad \dots\dots \textcircled{3}$

단계	채점 기준	배점
①	$ax^2 + bx + c = 0$ 꼴로 나타내기	3점
②	인수분해하기	3점
③	이차방정식의 해 구하기	2점

- 4 $3x^2 - 15x + 6 = 0$ 의 양변을 3으로 나누면
 $x^2 - 5x + 2 = 0, x^2 - 5x = -2$
 $x^2 - 5x + \frac{25}{4} = -2 + \frac{25}{4}, \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{17}{4} \quad \dots\dots \textcircled{1}$
 $x - \frac{5}{2} = \pm \sqrt{\frac{17}{4}} = \pm \frac{\sqrt{17}}{2}$
 $\therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2} \quad \dots\dots \textcircled{2}$

단계	채점 기준	배점
①	$(x + a)^2 = b$ 꼴로 나타내기	5점
②	이차방정식의 해 구하기	3점

- 5 $4x^2 - 12x + a = 0$ 이 중근을 가지므로
 $(-12)^2 - 4 \times 4 \times a = 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$
 $144 - 16a = 0 \quad \therefore a = 9 \quad \dots\dots \textcircled{2}$
즉, $ax^2 - 3x - 1 = 0$ 에서 $9x^2 - 3x - 1 = 0$
 $\therefore x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 9 \times (-1)}}{2 \times 9}$
 $= \frac{3 \pm \sqrt{45}}{18} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{6} \quad \dots\dots \textcircled{3}$

단계	채점 기준	배점
①	이차방정식의 중근일 때의 조건 알기	3점
②	a 의 값 구하기	2점
③	이차방정식의 해 구하기	3점

미술형 문제

42~43쪽

- 1 (1) 2 (2) $x = -7$
2 (1) $a = -2, b = -8$ (2) $x = -2$ 또는 $x = 4$
3 $x = 1$ 또는 $x = 2$ 4 $x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$
5 $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{6}$ 6 18 7 13 cm
8 $(2 + \sqrt{2})$ cm
9 기본 $x = \frac{7 \pm \sqrt{13}}{6}$ 발전 $x = -\frac{3}{2}$ 또는 $x = 5$
심화 3개



- 6 연속하는 세 자연수를 $x-1, x, x+1$ ($x \geq 2$)이라 하면
 $(x+1)^2 = (x-1)^2 + x^2 - 12$ ①
 $x^2 + 2x + 1 = 2x^2 - 2x - 11$
 $x^2 - 4x - 12 = 0, (x+2)(x-6) = 0$
 $\therefore x = -2$ 또는 $x = 6$ ②
 이때 $x \geq 2$ 이므로 $x = 6$
 따라서 세 자연수는 5, 6, 7이므로 그 합은
 $5 + 6 + 7 = 18$ ③

단계	채점 기준	배점
①	이차방정식 세우기	3점
②	이차방정식 풀기	3점
③	연속하는 세 자연수의 합 구하기	2점

- 7 처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이를 x cm라 하면
 네 귀퉁이를 잘라 만든 직육면체의 밑면은 한 변의 길이가
 $(x-6)$ cm인 정사각형이고, 높이는 3cm이다.
 직육면체의 부피가 147 cm^3 이므로
 $(x-6)^2 \times 3 = 147$ ①
 $(x-6)^2 = 49, x-6 = \pm 7$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = 13$ ②
 이때 $x > 6$ 이므로 $x = 13$
 따라서 처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이는 13cm
 이다. ③

단계	채점 기준	배점
①	이차방정식 세우기	3점
②	이차방정식 풀기	3점
③	처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이 구하기	2점

- 8 처음 원의 반지름의 길이를 x cm라 하면
 $\frac{1}{2}\pi x^2 = \pi(x-1)^2$
 $\frac{1}{2}x^2 = x^2 - 2x + 1$
 $x^2 = 2x^2 - 4x + 2, x^2 - 4x + 2 = 0$ ①
 $\therefore x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 1 \times 2}}{2}$
 $= 2 \pm \sqrt{2}$ ②
 이때 $x > 1$ 이므로 $x = 2 + \sqrt{2}$
 따라서 처음 원의 반지름의 길이는 $(2 + \sqrt{2})$ cm이다.
 ③

단계	채점 기준	배점
①	이차방정식 세우기	3점
②	이차방정식 풀기	3점
③	처음 원의 반지름의 길이 구하기	2점

- 9 기본 $x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 3 \times 3}}{2 \times 3}$ ①
 $= \frac{7 \pm \sqrt{13}}{6}$ ②

단계	채점 기준	배점
①	근의 공식에 적용하기	3점
②	답 구하기	3점

- 발전 주어진 이차방정식의 양변에 15를 곱하면
 $3x(x-1) = 5(x+1)(x-3)$ ①
 $3x^2 - 3x = 5x^2 - 10x - 15$
 $2x^2 - 7x - 15 = 0$ ②
 $(2x+3)(x-5) = 0 \therefore x = -\frac{3}{2}$ 또는 $x = 5$ ③

단계	채점 기준	배점
①	주어진 이차방정식의 양변에 15를 곱하기	2점
②	$ax^2 + bx + c = 0$ 꼴로 나타내기	3점
③	이차방정식의 해 구하기	3점

- 심화 $2(2x+y)^2 - 15(2x+y) + 7 = 0$ 에서
 $2x+y = A$ 로 놓으면
 $2A^2 - 15A + 7 = 0$ ①
 $(2A-1)(A-7) = 0$
 $\therefore A = \frac{1}{2}$ 또는 $A = 7$
 이때 x, y 는 자연수이므로 $2x+y=7$ ②
 따라서 주어진 방정식을 만족시키는 두 자연수 x, y 의 순서
 쌍 (x, y) 는 (1, 5), (2, 3), (3, 1)의 3개이다. ③

단계	채점 기준	배점
①	공통부분을 A로 놓기	3점
②	$2x+y$ 의 값 구하기	4점
③	순서쌍 (x, y) 의 개수 구하기	3점

중단원 마무리 문제 1회

44~46쪽

1 ①	2 ②	3 ④	4 ③	5 8	6 ⑤
7 ④	8 ①	9 -3	10 ⑤	11 4	12 ②
13 ②	14 ④	15 ④	16 $x=4 \pm 3\sqrt{2}$	17 24	
18 48	19 7월 13일	20 ③	21 ④	22 ③	
23 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	24 4cm				

- 1 ㄱ. 이차식
 ㄴ. $x^2 - x + 2 = 0$ (이차방정식)
 ㄷ. $x^2 - 3x = x^2$ 에서 $3x = 0$ (일차방정식)
 ㄹ. $x^2 + 1 = 2x^2 - 2x + 1$ 에서 $x^2 - 2x = 0$ (이차방정식)
 ㅁ. $x^2 + x^3 = 4 + x^2$ 에서 $x^3 - 4 = 0$
 x 의 차수가 3이므로 이차방정식이 아니다.
 ㅂ. $4x^2 = 1 + 4x + 4x^2$ 에서 $4x + 1 = 0$ (일차방정식)
 따라서 이차방정식은 ㄴ, ㄹ의 2개이다.
- 2 $-3ax^2 - 6x = 3x^2 - 1$ 에서 $(3a+3)x^2 + 6x - 1 = 0$ 이 x 에
 대한 이차방정식이 되려면 이차항의 계수가 0이 아니어야
 하므로 $3a+3 \neq 0 \therefore a \neq -1$

- 3 ① $(-2)^2 + (-2) - 6 = -4 \neq 0$
 ② $(-1)^2 - 4 \times (-1) + 4 = 9 \neq 0$
 ③ $(-1)^2 - 6 \times (-1) + 5 = 12 \neq 0$
 ④ $1 \times (1+4) = 5 = 1+4$
 ⑤ $(5-1)(5-5) = 0 \neq -3$
 따라서 [] 안의 수가 주어진 이차방정식의 해인 것은 ④이다.
- 4 $x^2 - 5x - 2 = 0$ 에 $x=a$ 를 대입하면
 $a^2 - 5a - 2 = 0 \quad \therefore a^2 - 5a = 2$
 ② $2a^2 - 10a = 2(a^2 - 5a) = 2 \times 2 = 4$
 ③ $3a^2 - 15a + 5 = 3(a^2 - 5a) + 5 = 3 \times 2 + 5 = 11$
 ④ $a^2 - 5a - 2 = 0$ 에서 $a \neq 0$ 이므로 양변을 a 로 나누면
 $a - 5 - \frac{2}{a} = 0 \quad \therefore a - \frac{2}{a} = 5$
 ⑤ $a^2 + \frac{4}{a^2} = \left(a - \frac{2}{a}\right)^2 + 4 = 5^2 + 4 = 29$
 따라서 옳지 않은 것은 ③이다.
- 5 $x^2 - ax + a + 1 = 0$ 에 $x=2$ 를 대입하면
 $2^2 - a \times 2 + a + 1 = 0, -a + 5 = 0 \quad \therefore a = 5$
 즉, $x^2 - ax + a + 1 = 0$ 은 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 이므로
 $(x-2)(x-3) = 0 \quad \therefore x=2$ 또는 $x=3$
 따라서 다른 한 근은 $x=3$ 이므로 a 의 값과 다른 한 근의 합은
 $5+3=8$
- 6 $x^2 + x - 6 = 0$ 에서 $(x+3)(x-2) = 0$
 $\therefore x = -3$ 또는 $x = 2$
 $3x^2 - 5x - 2 = 0$ 에서 $(3x+1)(x-2) = 0$
 $\therefore x = -\frac{1}{3}$ 또는 $x = 2$
 따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=2$ 이다.
- 7 $2(x+2)^2 = a$ 에서 $(x+2)^2 = \frac{a}{2}$
 $x+2 = \pm \sqrt{\frac{a}{2}} \quad \therefore x = -2 \pm \sqrt{\frac{a}{2}}$
 즉, $-2 \pm \sqrt{\frac{a}{2}} = b \pm \sqrt{7}$ 에서 $-2 = b, \frac{a}{2} = 7$ 이므로
 $a = 14, b = -2$
 $\therefore a - b = 14 - (-2) = 16$
- 8 $2x^2 + 4x - 4 = 0$ 의 양변을 2로 나누면
 $x^2 + 2x - 2 = 0 \quad \therefore x^2 + 2x = 2$
 이 식의 양변에 $\left(\frac{2}{2}\right)^2 = 1$ 을 더하면
 $x^2 + 2x + \boxed{1} = 2 + \boxed{1}$
 $(x + \boxed{1})^2 = \boxed{3}$
 따라서 $x+1 = \pm \sqrt{3}$ 이므로 $x = \boxed{-1 \pm \sqrt{3}}$
- 9 $2x^2 - 3x + a = 0$ 에서
 $x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 2 \times a}}{2 \times 2} = \frac{3 \pm \sqrt{9-8a}}{4}$
 따라서 $9-8a=33$ 이므로 $a=-3$

- 10 주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면
 $4x^2 + 5x - 5 = 0$
 $\therefore x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 4 \times (-5)}}{2 \times 4}$
 $= \frac{-5 \pm \sqrt{105}}{8}$
- 11 $3x^2 = 2x^2 + 5x - 3$ 이므로 $x^2 - 5x + 3 = 0$
 $\therefore x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 1 \times 3}}{2 \times 1}$
 $= \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$
 $a = \frac{5 + \sqrt{13}}{2}$ 이고, $3 < \sqrt{13} < 4$ 이므로 $4 < a < 4.5$
 따라서 $n < a < n+1$ 을 만족시키는 n 은 4이다.
- 12 $x-y=A$ 로 놓으면
 $A^2 - 3A - 18 = 0, (A+3)(A-6) = 0$
 $\therefore A = -3$ 또는 $A = 6$
 즉, $x-y = -3$ 또는 $x-y = 6$
 이때 $x < y$ 이므로 $x-y < 0 \quad \therefore x-y = -3$
 $\therefore x^2 + y^2 = (x-y)^2 + 2xy$
 $= (-3)^2 + 2 \times 10 = 29$
- 13 $3x^2 - 6x + 2k - 1 = 0$ 이 중근을 가지므로
 $(-6)^2 - 4 \times 3 \times (2k-1) = 0$
 $48 - 24k = 0 \quad \therefore k = 2$
 즉, $5x^2 + kx - 1 = 0$ 은 $5x^2 + 2x - 1 = 0$ 이므로
 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 5 \times (-1)}}{5} = \frac{-1 \pm \sqrt{6}}{5}$
 따라서 두 근의 합은
 $\frac{-1 + \sqrt{6}}{5} + \frac{-1 - \sqrt{6}}{5} = -\frac{2}{5}$
- 14 $2x^2 + 5x - a = 0$ 이 근을 갖지 않으므로
 $5^2 - 4 \times 2 \times (-a) < 0$
 $25 + 8a < 0 \quad \therefore a < -\frac{25}{8}$
- 15 두 근이 $-\frac{3}{2}, \frac{1}{3}$ 이고, x^2 의 계수가 6이므로
 $6\left(x + \frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = 0, 6\left(x^2 + \frac{7}{6}x - \frac{1}{2}\right) = 0$
 $\therefore 6x^2 + 7x - 3 = 0$
- 16 주어진 이차방정식의 x 의 계수와 상수항을 서로 바꾸면
 $x^2 + ax + 4a = 0$
 이 이차방정식에 $x=4$ 를 대입하면
 $4^2 + a \times 4 + 4a = 0$
 $16 + 8a = 0 \quad \therefore a = -2$
 즉, $x^2 + 4ax + a = 0$ 은 $x^2 - 8x - 2 = 0$ 이고
 일차항의 계수가 짝수이므로
 $x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 1 \times (-2)}}{2}$
 $= 4 \pm 3\sqrt{2}$



- 17 연속하는 세 짝수를 $x-2$, x , $x+2$ ($x \geq 4$)라 하면

$$(x+2)^2 = (x-2)^2 + x^2$$

$$x^2 + 4x + 4 = x^2 - 4x + 4 + x^2$$

$$x^2 - 8x = 0, x(x-8) = 0$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=8$$

이때 $x \geq 4$ 이므로 $x=8$

따라서 연속하는 세 짝수는 6, 8, 10이므로 그 합은

$$6+8+10=24$$

- 18 (가)에서 이 자연수의 일의 자리의 숫자를 x 라 하면 십의 자리의 숫자는 $12-x$ 이므로 처음 자연수는

$$10(12-x) + x = 120 - 9x \text{이다.}$$

$$(나)에서 x(12-x) = (120-9x) - 16$$

$$12x - x^2 = 104 - 9x, x^2 - 21x + 104 = 0$$

$$(x-8)(x-13) = 0 \quad \therefore x=8 \text{ 또는 } x=13$$

이때 $x < 10$ 이므로 $x=8$

따라서 십의 자리의 숫자는 $12-8=4$ 이므로 처음 자연수는 48이다.

- 19 영희의 생일을 7월 x 일이라 하면 영희가 철수보다 생일이 일주일 빠르므로 철수의 생일은 7월 $(x+7)$ 일이다.

두 사람이 태어난 날짜의 곱이 260이므로

$$x(x+7) = 260, x^2 + 7x - 260 = 0$$

$$(x+20)(x-13) = 0$$

$$\therefore x = -20 \text{ 또는 } x = 13$$

이때 x 는 자연수이므로 $x=13$

따라서 영희의 생일은 7월 13일이다.

- 20 폭죽을 쏘아 올린 지 t 초 후의 높이가 125m라 하면

$$50t - 5t^2 = 125 \text{에서 } t^2 - 10t + 25 = 0$$

$$(t-5)^2 = 0 \quad \therefore t=5$$

따라서 폭죽이 지면으로부터의 높이가 125m인 지점을 지나는 것은 쏘아 올린 지 5초 후이다.

- 21 처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$$(x+4)(x-3) = 60$$

$$x^2 + x - 72 = 0, (x+9)(x-8) = 0$$

$$\therefore x = -9 \text{ 또는 } x = 8$$

이때 $x > 3$ 이므로 $x=8$

따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는 8cm이다.

- 22 길의 폭을 x m라 하면 길을 제외한 땅의 넓이는 오른쪽 그림의 색칠한 부분의 넓이와 같으므로

$$(42-2x)(30-x) = 440$$

$$2x^2 - 102x + 820 = 0$$

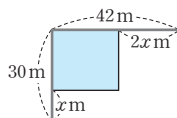
$$x^2 - 51x + 410 = 0$$

$$(x-10)(x-41) = 0$$

$$\therefore x = 10 \text{ 또는 } x = 41$$

이때 $0 < x < 21$ 이므로 $x=10$

따라서 길의 폭은 10m이다.



- 23 $\square ABCD \sim \square FCDE$ 이므로

$$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{FC} : \overline{CD}$$

$$\overline{AB} = x \text{라 하면 } \overline{BC} = \overline{BF} + \overline{FC} = x+1 \text{이므로}$$

$$x : (x+1) = 1 : x, x^2 = x+1$$

$$x^2 - x - 1 = 0 \quad \therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\text{이때 } x > 0 \text{이므로 } x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

따라서 $\overline{AB}$ 의 길이는 $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ 이다.

- 24 $\triangle ABC \sim \triangle AQP$ (AA 답음)이므로

$$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AQ} : \overline{QP} = 8 : 12 = 2 : 3$$

이때 $\overline{AQ} = 2x$ cm라 하면 $\overline{QP} = 3x$ cm이고

$\overline{PR} = \overline{QB} = \overline{AB} - \overline{AQ} = 8 - 2x$ (cm)이므로 $\triangle PQR$ 의 넓이에서

$$\frac{1}{2} \times 3x \times (8 - 2x) = 12$$

$$6x^2 - 24x + 24 = 0, x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x-2)^2 = 0 \quad \therefore x = 2$$

$$\therefore \overline{PR} = 8 - 2x = 8 - 2 \times 2 = 4 \text{(cm)}$$

중단원 마무리 문제 2회

47~49쪽

1 ③, ④	2 ①	3 ③	4 ①	5 $x=1$ 또는 $x=\frac{2}{3}$	
6 ⑤	7 $\frac{15}{2}$	8 ④	9 ②	10 14	11 ⑤
12 8	13 ④	14 ③	15 ①	16 ②	17 10살
18 8명	19 4초	20 $\frac{5}{3}$ cm	21 12초 후		
22 3	23 8cm 또는 10cm	24 P(3, 4)			

- 1 ① $2x-2=0$ (일차방정식)
 ② $2x-1=0$ (일차방정식)
 ③ $3x^2-3x=x^2-3$ 에서 $2x^2-3x+3=0$ (이차방정식)
 ④ $2x^2-4x-2=0$ (이차방정식)
 ⑤ $2x^2-3x+1+4x=2x^2$ 에서 $x+1=0$ (일차방정식)
 따라서 이차방정식은 ③, ④이다.

- 2 ① $2^2-2-2=0$
 ② $(2-1)^2-8=-7 \neq 0$
 ③ $2^2+2-3=3 \neq 0$
 ④ $3 \times 2^2-5 \times 2+4=6 \neq 0$
 ⑤ $2 \times 2^2-8 \times 2-7=-15 \neq 0$
 따라서 $x=2$ 를 해로 갖는 것은 ①이다.

- 3 $x^2-7x+1=0$ 에 $x=p$ 를 대입하면
 $p^2-7p+1=0 \quad \cdots \textcircled{1}$
 이때 $p=0$ 이면 등식이 성립하지 않으므로 $p \neq 0$
 즉, $\textcircled{1}$ 의 양변을 p 로 나누면
 $p-7+\frac{1}{p}=0 \quad \therefore p+\frac{1}{p}=7$
 $x^2-7x+1=0$ 에 $x=q$ 를 대입하면
 $q^2-7q+1=0 \quad \therefore q^2-7q=-1$
 $\therefore p+\frac{1}{p}-2q^2+14q=p+\frac{1}{p}-2(q^2-7q)$
 $=7-2 \times (-1)=9$
- 4 $x^2+ax-2a+1=0$ 에 $x=-3$ 을 대입하면
 $(-3)^2+a \times (-3)-2a+1=0, 10-5a=0$
 $\therefore a=2$
 즉, $x^2+ax-2a+1=0$ 은 $x^2+2x-3=0$ 이므로
 $(x+3)(x-1)=0 \quad \therefore x=-3$ 또는 $x=1$
 따라서 다른 한 근은 $x=1$ 이다.
- 5 $x^2+ax-a+1=0$ 에 $x=3$ 을 대입하면
 $3^2+3a-a+1=0, 10+2a=0 \quad \therefore a=-5$
 즉, $x^2+ax-a+1=0$ 은 $x^2-5x+6=0$ 이므로
 $(x-2)(x-3)=0 \quad \therefore x=2$ 또는 $x=3$
 $\therefore b=2$
 $3x^2+ax+b=0$ 에 $a=-5, b=2$ 를 대입하면
 $3x^2-5x+2=0, (x-1)(3x-2)=0$
 $\therefore x=1$ 또는 $x=\frac{2}{3}$
- 6 $\neg, x^2-9=0$ 에서 $(x+3)(x-3)=0$
 $\therefore x=-3$ 또는 $x=3$
 $\sqcup, x^2+x+\frac{1}{4}=0$ 에서 $(x+\frac{1}{2})^2=0 \quad \therefore x=-\frac{1}{2}$
 $\sqsubset, (x-1)(x-2)=1-x$ 에서 $x^2-3x+2=1-x$
 $x^2-2x+1=0, (x-1)^2=0 \quad \therefore x=1$
 $\sqsupset, 4x^2+4x-1=-2$ 에서 $4x^2+4x+1=0$
 $(2x+1)^2=0 \quad \therefore x=-\frac{1}{2}$
 따라서 증근을 갖는 것은 $\sqcup, \sqsubset, \sqsupset$ 이다.
- 7 $x^2-8x+12=0$ 에서 $(x-2)(x-6)=0$
 $\therefore x=2$ 또는 $x=6$
 $x^2+3x-10=0$ 에서 $(x+5)(x-2)=0$
 $\therefore x=-5$ 또는 $x=2$
 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=2$ 이므로
 $3x^2-ax+3=0$ 에 대입하면
 $3 \times 2^2-a \times 2+3=0$
 $15-2a=0 \quad \therefore a=\frac{15}{2}$
- 8 $2x^2+4x=(x-1)^2+1$ 에서
 $2x^2+4x=x^2-2x+1+1, x^2+6x=2$
 $x^2+6x+9=2+9, (x+3)^2=11$
 따라서 $p=3, q=11$ 이므로
 $p+q=3+11=14$

- 9 $x^2-5x+1=0$ 에서
 $x=\frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2-4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1}=\frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$
- 10 $2x^2+3x-1=0$ 에서
 $x=\frac{-3 \pm \sqrt{3^2-4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2}=\frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$
 따라서 $a=-3, b=17$ 이므로
 $a+b=-3+17=14$
- 11 $x^2-8x-k=0$ 에서 일차항의 계수가 짝수이므로
 $x=-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2-1 \times (-k)}=4 \pm \sqrt{16+k}$
 이므로 $16+k$ 가 0 또는 (자연수)²이어야 한다.
 즉, $16+k=0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, \dots$
 $\therefore k=-16, -15, -12, -7, 0, 9, 20, 33, \dots$
 따라서 이차방정식의 해가 모두 정수가 되도록 하는 가장 작은 두 자리의 자연수 k 의 값은 20이다.
- 12 주어진 이차방정식의 양변에 12를 곱하면
 $3x^2-4x-2=0$
 일차항의 계수가 짝수이므로
 $x=\frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2-3 \times (-2)}}{3}=\frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$
 따라서 $a=2, b=10$ 이므로
 $b-a=10-2=8$
- 13 $x-1=A$ 로 놓으면 $A^2-4A=12$
 $A^2-4A-12=0, (A+2)(A-6)=0$
 $\therefore A=-2$ 또는 $A=6$
 즉, $x-1=-2$ 또는 $x-1=6$ 이므로
 $x=-1$ 또는 $x=7$
 $x^2-3x-4(a-2)=0$ 에 $x=-1$ 을 대입하면
 $(-1)^2-3 \times (-1)-4(a-2)=0$
 $12-4a=0 \quad \therefore a=3$
- 14 ① $a=4$ 이면 $(-6)^2-4 \times 1 \times 4=20>0$ 이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.
 ② $a=9$ 이면 $(-6)^2-4 \times 1 \times 9=0$ 이므로 증근을 갖는다.
 ③ $a=-7$ 이면 $x^2-6x-7=0$ 에서
 $(x+1)(x-7)=0 \quad \therefore x=-1$ 또는 $x=7$
 따라서 한 근은 음수, 다른 한 근은 양수인 두 근을 갖는다.
 ④ $a=5$ 이면 $x^2-6x+5=0$ 에서
 $(x-1)(x-5)=0 \quad \therefore x=1$ 또는 $x=5$
 따라서 서로 다른 양의 정수인 두 근을 갖는다.
 ⑤ $a=-40$ 이면 $x^2-6x-40=0$ 에서
 $(x+4)(x-10)=0 \quad \therefore x=-4$ 또는 $x=10$
 따라서 서로 다른 정수인 두 근을 갖는다.
 따라서 옳지 않은 것은 ③이다.
- 15 두 근을 $a, a+3$ 이라 하면
 $(x-a)\{x-(a+3)\}=0, x^2-(2a+3)x+a^2+3a=0$
 이때 $2a+3=5$ 이므로 $a=1$
 $\therefore k=a^2+3a=1^2+3 \times 1=4$



- 16 승열이는 $-5, -1$ 을 해로 얻었으므로 승열이가 푼 이차방정식은

$$(x+5)(x+1)=0 \quad \therefore x^2+6x+5=0$$

이때 승열이는 상수항을 바르게 보았으므로 처음 이차방정식의 상수항은 5이다.

혁이는 2, 4를 해로 얻었으므로 혁이가 푼 이차방정식은

$$(x-2)(x-4)=0 \quad \therefore x^2-6x+8=0$$

이때 혁이는 x 의 계수를 바르게 보았으므로 처음 이차방정식의 x 의 계수는 -6 이다.

따라서 처음 이차방정식은 $x^2-6x+5=0$ 이므로

$$(x-1)(x-5)=0 \quad \therefore x=1 \text{ 또는 } x=5$$

따라서 두 근의 합은 $1+5=6$

- 17 동생의 나이를 x 살이라 하면 형의 나이는 $(x+4)$ 살이므로

$$(x+4)^2=2x^2-4$$

$$x^2-8x-20=0, (x+2)(x-10)=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=10$$

이때 x 는 자연수이므로 $x=10$

따라서 동생의 나이는 10살이다.

- 18 학생 수를 x 명이라 하면 한 학생이 받는 연필 수는

$(x+2)$ 자루이고, 전체 연필 수가 80자루이므로

$$x(x+2)=80$$

$$x^2+2x-80=0, (x+10)(x-8)=0$$

$$\therefore x=-10 \text{ 또는 } x=8$$

이때 x 는 자연수이므로 $x=8$

따라서 학생 수는 8명이다.

- 19 $40t-5t^2=60$ 에서 $t^2-8t+12=0$

$$(t-2)(t-6)=0 \quad \therefore t=2 \text{ 또는 } t=6$$

따라서 높이가 60m 이상인 지점을 지나는 시간은 2초부터 6초까지이므로 4초 동안이다.

- 20 $\overline{AP}=x$ cm라 하면 $\overline{BP}=(10-x)$ cm이므로

$$x^2+\frac{1}{2}(10-x)^2=\frac{75}{2}$$

$$3x^2-20x+25=0, (3x-5)(x-5)=0$$

$$\therefore x=\frac{5}{3} \text{ 또는 } x=5$$

$$\text{이때 } \overline{AP}<\overline{BP} \text{이므로 } x=\frac{5}{3}$$

따라서 $\overline{AP}$ 의 길이는 $\frac{5}{3}$ cm이다.

- 21 처음 직사각형과 넓이가 같아지는 데 걸리는 시간을 x 초라 하면 x 초 후에 직사각형의 가로의 길이는 $(9+3x)$ cm, 세로의 길이는 $(15-x)$ cm이므로

$$(9+3x)(15-x)=9 \times 15$$

$$x^2-12x=0, x(x-12)=0$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=12$$

이때 $0 < x < 15$ 이므로 $x=12$

따라서 12초 후에 처음 직사각형과 넓이가 같아진다.

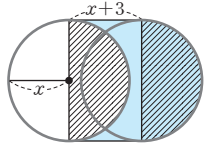
- 22 오른쪽 그림과 같이 빗금 친 부분의 넓이가 같으므로 색칠한 부분의 넓이는 직사각형의 넓이와 같다.

$$2x(x+3)=36$$

$$x^2+3x-18=0, (x+6)(x-3)=0$$

$$\therefore x=-6 \text{ 또는 } x=3$$

이때 $x>0$ 이므로 $x=3$



- 23 물받이의 높이를 x cm라 하면

$$x(36-2x)=160$$

$$2x^2-36x+160=0, x^2-18x+80=0$$

$$(x-8)(x-10)=0 \quad \therefore x=8 \text{ 또는 } x=10$$

따라서 물받이의 높이는 8cm 또는 10cm이다.

- 24 점 $P(a, b)$ 가 $y=-2x+10$ 의 그래프 위의 점이므로

$$b=-2a+10$$

$$\overline{AO}=10, \overline{PQ}=b=-2a+10, \overline{OQ}=a \text{이므로}$$

$$\square AOQP = \frac{1}{2} \times (\overline{PQ} + \overline{AO}) \times \overline{OQ}$$

$$= \frac{1}{2}a(-2a+20)$$

$$= -a^2+10a=21$$

$$a^2-10a+21=0, (a-3)(a-7)=0$$

$$\therefore a=3 \text{ 또는 } a=7$$

이때 $b>0$ 이므로 $a=3$

따라서 점 P의 좌표는 $P(3, 4)$ 이다.



Ⅲ. 이차함수

1 이차함수와 그 그래프

핵심 잡기 개념 Check

50~51쪽

- 1-1 (1), (3), (4)
 1-2 (1) 0 (2) 9 (3) 12
 2-1 (1) 0, 위 (2) y (3) 증가 (4) $y=x^2$
 2-2 (1) $\neg$, $\square$ (2) $\supset$ (3) $\neg$ 과 $\sqcup$
 3-1 (1) $y=3x^2-2$, $(0, -2)$, $x=0$
 (2) $y=-\frac{1}{2}x^2+1$, $(0, 1)$, $x=0$
 4-1 (1) $y=\frac{1}{3}(x-3)^2$, $(3, 0)$, $x=3$
 (2) $y=-4(x+2)^2$, $(-2, 0)$, $x=-2$
 5-1 (1) $y=\frac{3}{2}(x-1)^2-2$, $(1, -2)$, $x=1$
 (2) $y=-2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+1$, $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$, $x=-\frac{1}{2}$

- 1-1 (2) $y=x^3+2x-2$ 에서 x^3+2x-2 는 x 에 대한 이차식이 아니므로 이차함수가 아니다.
 (3) $y=(x+1)^2=x^2+2x+1$ (이차함수)
 (4) $y=-x(x-3)=-x^2+3x$ (이차함수)
 따라서 y 가 x 에 대한 이차함수인 것은 (1), (3), (4)이다.

- 1-2 (1) $f(-1)=2 \times (-1)^2 + (-1) - 1 = 0$
 (2) $f(2)=2 \times 2^2 + 2 - 1 = 9$
 (3) $f(-3)=2 \times (-3)^2 + (-3) - 1 = 14$
 $f(1)=2 \times 1^2 + 1 - 1 = 2$
 $\therefore f(-3) - f(1) = 14 - 2 = 12$

- 2-2 (1) 아래로 볼록한 그래프는 이차항의 계수가 양수인 $\neg$, $\sqcup$ 이다.
 (2) 그래프의 폭이 가장 넓은 것은 이차항의 계수의 절댓값이 가장 작은 $\sqcup$ 이다.
 (3) x 축에 서로 대칭인 그래프는 이차항의 계수의 절댓값이 같고 부호가 반대인 $\neg$ 과 $\sqcup$ 이다.

나오고 또 나오는 문제

52~58쪽

- 1 ④ 2 ③, ④ 3 ① 4 ③ 5 ④ 6 ①
 7 175 m 8 ②, ④ 9 ⑤ 10 ④ 11 $\neg$, $\square$, $\supset$, $\neg$
 12 ① 13 $\square$ 14 ④ 15 ③ 16 -12 17 ②
 18 ④ 19 ④ 20 ② 21 $-\frac{3}{2}$ 22 ⑤ 23 $\frac{1}{4}$

- 24 4 25 ① 26 ③ 27 -6 28 $\neg$, $\square$
 29 $-\frac{10}{3}$ 30 ⑤ 31 ② 32 5 33 ③, ④
 34 ① 35 3 36 5 37 ② 38 ① 39 ④
 40 -13 41 ②, ③ 42 $\frac{3}{2}$ 43 3
 44 $a < 0$, $p < 0$, $q > 0$ 45 ③ 46 ③
 47 $(1, -5)$ 48 ④ 49 1 50 -1

- 1 ① 일차함수
 ② $y=2x^3-4x^2+1$ 에서 $2x^3-4x^2+1$ 은 x 에 대한 이차식이 아니므로 이차함수가 아니다.
 ③ $y=x^2-(x-2)^2=x^2-(x^2-4x+4)=4x-4$ (일차함수)
 ④ $y=x(3-x)=3x-x^2$ (이차함수)
 ⑤ 분모에 이차항이 있으므로 이차함수가 아니다.
 따라서 y 가 x 에 대한 이차함수인 것은 ④이다.
- 2 ① $y=x \times 2x=2x^2$ (이차함수)
 ② $y=\pi \times (4x)^2=16\pi x^2$ (이차함수)
 ③ (거리)=(속력)×(시간)이므로 $y=5x$ (일차함수)
 ④ $y=3x \times 3x \times 3x=27x^3$
 ⑤ $y=x \times 7x=7x^2$ (이차함수)
 따라서 y 가 x 에 대한 이차함수가 아닌 것은 ③, ④이다.
- 3 $y=4x^2-5-ax(2-x)=4x^2-5-2ax+ax^2$
 $= (4+a)x^2-2ax-5$
 x 에 대한 이차함수가 되려면 이차항의 계수가 0이 아니어야 하므로
 $4+a \neq 0 \quad \therefore a \neq -4$
- 4 $f(-2)=(-2)^2+3 \times (-2)-1=4-6-1=-3$
 $f(1)=1^2+3 \times 1-1=1+3-1=3$
 $\therefore f(-2)+f(1)=-3+3=0$
- 5 $f(2)=7$ 이므로 $-2^2+4 \times 2+k=7 \quad \therefore k=3$
 따라서 $f(x)=-x^2+4x+3$ 이므로
 $f(-3)=-(-3)^2+4 \times (-3)+3$
 $=-9-12+3=-18$
- 6 $f(a)=2$ 이므로 $2a^2+5a-1=2$
 $2a^2+5a-3=0$, $(a+3)(2a-1)=0$
 $\therefore a=-3$ 또는 $a=\frac{1}{2}$
 이때 a 는 정수이므로 $a=-3$
- 7 $y=-5t^2+30t+150$ 에 $t=5$ 를 대입하면
 $y=-5 \times 5^2+30 \times 5+150=175$
 따라서 물체를 쏘아 올린 지 5초 후의 높이는 175 m이다.
- 8 ② 축의 방정식은 $x=0$ 이다.
 ④ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소하고,
 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.



9 ⑤ $a < 0$ 이고 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

10 ④ $\neg$, $\supset$ 이 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

11 이차항의 계수의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓다. 따라서 보기의 이차함수에서 이차항의 계수의 절댓값이 작은 것부터 차례로 나열하면 $\supset$, $\supset$, $\supset$, $\neg$ 이다.

12 주어진 이차함수의 그래프 중에서 위로 볼록한 것은 이차항의 계수가 음수인 $y = -2x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$, $y = -\frac{1}{3}x^2$ 이다. 이 중 이차항의 계수의 절댓값이 가장 큰 것은 $y = -2x^2$ 이므로 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은 $y = -2x^2$ 의 그래프이다.

13 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프는 위로 볼록하고 $y = -x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓은 포물선이므로 ㉔이다.

14 $y = ax^2$ 의 그래프의 폭이 $y = 3x^2$ 의 그래프보다 넓고 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프보다 좁으므로

$$\frac{1}{2} < |a| < 3$$

$$\text{이때 } a > 0 \text{이므로 } \frac{1}{2} < a < 3$$

따라서 상수 a 의 값이 될 수 있는 것은 ④ $\frac{2}{3}$ 이다.

15 ① $\frac{1}{2} \neq \frac{1}{2} \times 0^2$ ② $-\frac{1}{2} \neq \frac{1}{2} \times (-1)^2$

③ $2 = \frac{1}{2} \times 2^2$ ④ $9 \neq \frac{1}{2} \times 3^2$

⑤ $4 \neq \frac{1}{2} \times (-4)^2$

따라서 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위의 점은 ③이다.

16 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(3, -3)$ 을 지나므로 $-3 = a \times 3^2 \quad \therefore a = -\frac{1}{3}$

$y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프가 점 $(6, k)$ 를 지나므로

$$k = -\frac{1}{3} \times 6^2 = -12$$

17 $y = -2x^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭인 그래프의 식은 $y = 2x^2$

이 그래프가 점 $(-a, 4a)$ 를 지나므로

$$4a = 2 \times (-a)^2, 2a^2 - 4a = 0, a(a-2) = 0$$

$$\therefore a = 2 (\because a \neq 0)$$

18 $y = 3x^2$ 의 그래프가 점 $(-2, a)$ 를 지나므로

$$a = 3 \times (-2)^2 = 12$$

$y = 3x^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭인 그래프의 식은

$$y = -3x^2 \text{이므로 } b = -3$$

$$\therefore a + b = 12 + (-3) = 9$$

19 그래프의 꼭짓점이 원점이므로 구하는 이차함수의 식을 $y = ax^2$ 으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(-2, 5)$ 를 지나므로

$$5 = a \times (-2)^2, 5 = 4a \quad \therefore a = \frac{5}{4}$$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y = \frac{5}{4}x^2$ 이다.

20 그래프의 꼭짓점이 원점이므로 이차함수의 식을 $f(x) = ax^2$ 으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(2, -4)$ 를 지나므로

$$-4 = a \times 2^2, -4 = 4a \quad \therefore a = -1$$

$$\text{즉, } f(x) = -x^2 \text{이므로 } f(4) = -4^2 = -16$$

21 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(4, -6)$ 을 지나므로

$$-6 = a \times 4^2, -6 = 16a \quad \therefore a = -\frac{3}{8}$$

$y = -\frac{3}{8}x^2$ 의 그래프가 점 $(-2, k)$ 를 지나므로

$$k = -\frac{3}{8} \times (-2)^2 = -\frac{3}{8} \times 4 = -\frac{3}{2}$$

22 그래프의 꼭짓점이 원점이므로 이차함수의 식을 $y = ax^2$ 으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(-4, -5)$ 를 지나므로

$$-5 = a \times (-4)^2, -5 = 16a \quad \therefore a = -\frac{5}{16}$$

$y = -\frac{5}{16}x^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭인 그래프의 식은

$$y = \frac{5}{16}x^2$$

$$\text{① } 6 \neq \frac{5}{16} \times 3^2$$

$$\text{② } -\frac{1}{3} \neq \frac{5}{16} \times (-2)^2$$

$$\text{③ } \frac{1}{4} \neq \frac{5}{16} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\text{④ } \frac{5}{3} \neq \frac{5}{16} \times 4^2$$

$$\text{⑤ } 20 = \frac{5}{16} \times (-8)^2$$

따라서 이 그래프가 지나는 점은 ⑤이다.

23 점 D의 y 좌표가 4이므로 $y = x^2$ 에 $y = 4$ 를 대입하면

$$4 = x^2 \quad \therefore x = 2 (\because x > 0)$$

$$\therefore D(2, 4)$$

$$\overline{CD} = \overline{DE} = 2 \text{이므로}$$

$$\overline{CE} = 4 \quad \therefore E(4, 4)$$

점 E(4, 4)는 $y = ax^2$ 의 그래프 위에 있으므로

$$4 = a \times 4^2, 4 = 16a \quad \therefore a = \frac{1}{4}$$

24 점 B의 좌표를 $B\left(a, \frac{1}{3}a^2\right)$ ($a > 0$)이라 하면

점 D의 x 좌표는 점 B의 x 좌표의 2배이므로 $D\left(2a, \frac{4}{3}a^2\right)$

$\square ABCD$ 의 한 변의 길이는 a 이므로

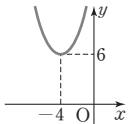
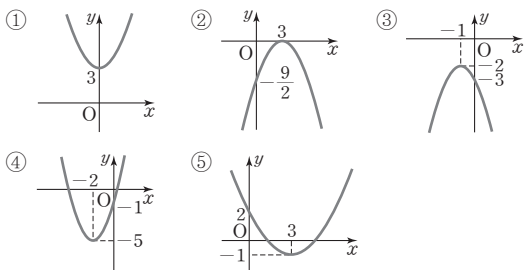
$$\frac{4}{3}a^2 - \frac{1}{3}a^2 = a, a^2 - a = 0, a(a-1) = 0$$

$$\therefore a = 1 (\because a > 0)$$

따라서 $\square ABCD$ 의 둘레의 길이는

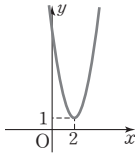
$$4 \times 1 = 4$$

- 25 점 B의 x 좌표가 1이고 $y = -4x^2$ 의 그래프는 y 축에 대칭이므로 A(-1, -4)
 $y = ax^2$ 의 그래프는 y 축에 대칭이고, $\overline{CD} = 2\overline{AB} = 4$ 이므로 두 점 C, D의 x 좌표는 각각 2, -2이다.
 $\therefore C(2, 4a), D(-2, 4a)$
 이때 $\square ABCD$ 는 사다리꼴이고, 그 넓이가 30이므로
 $\frac{1}{2} \times (4+2) \times \{4a - (-4)\} = 30$
 $3(4a+4) = 30, 12a+12=30, 12a=18$
 $\therefore a = \frac{3}{2}$
- 26 $y = -\frac{1}{5}x^2 + 2$ 의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 (0, 2)이고, 위로 볼록한 포물선이므로 그래프로 적당한 것은 ③이다.
- 27 $y = -\frac{3}{2}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = -\frac{3}{2}x^2 + q$
 이 그래프가 점 (-4, -30)을 지나므로
 $-30 = -\frac{3}{2} \times (-4)^2 + q$
 $-30 = -24 + q \quad \therefore q = -6$
- 28 ㄱ. 꼭짓점의 좌표는 $(0, -\frac{1}{4})$ 이다.
 ㄴ. $y = x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 $-\frac{1}{4}$ 만큼 평행이동한 것이다.
 따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.
- 29 꼭짓점의 좌표가 (0, -6)이므로 $q = -6$
 $y = ax^2 - 6$ 의 그래프가 점 (3, 0)을 지나므로
 $0 = a \times 3^2 - 6, 0 = 9a - 6 \quad \therefore a = \frac{2}{3}$
 $y = \frac{2}{3}x^2 - 6$ 의 그래프가 점 (-2, k)를 지나므로
 $k = \frac{2}{3} \times (-2)^2 - 6 = -\frac{10}{3}$
- 30 $y = -7x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포개어지려면 이차항의 계수가 -7이어야 한다.
- 31 $y = -2(x-1)^2$ 의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 (1, 0)이고 $x=0$ 을 대입하면 $y = -2$ 이므로 점 (0, -2)를 지나는 위로 볼록한 포물선이다.
 따라서 주어진 이차함수의 그래프는 ②와 같다.
- 32 $y = \frac{1}{5}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = \frac{1}{5}(x-3)^2$
 이 그래프가 점 (8, k)를 지나므로
 $k = \frac{1}{5} \times (8-3)^2 = 5$

- 33 ① 점 (4, -3)을 지난다.
 ② 축의 방정식은 $x=2$ 이다.
 ⑤ $y = -\frac{3}{4}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.
 따라서 옳은 것은 ③, ④이다.
- 34 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프이므로 이차함수의 식을 $y = a(x+3)^2$ 으로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 점 (0, 4)를 지나므로
 $4 = a(0+3)^2, 4 = 9a \quad \therefore a = \frac{4}{9}$
 $y = \frac{4}{9}(x+3)^2$ 의 그래프가 점 (3, k)를 지나므로
 $k = \frac{4}{9} \times (3+3)^2 = \frac{4}{9} \times 36 = 16$
- 35 $y = a(x-p)^2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 ($p, 0$)
 $y = -x^2 + 4$ 의 그래프가 점 ($p, 0$)을 지나므로
 $0 = -p^2 + 4, p^2 = 4 \quad \therefore p = 2 (\because p > 0)$
 $y = -x^2 + 4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 (0, 4)
 이때 $y = a(x-2)^2$ 의 그래프가 점 (0, 4)를 지나므로
 $4 = a(0-2)^2, 4 = 4a \quad \therefore a = 1$
 $\therefore a+p = 1+2 = 3$
- 36 $y = \frac{1}{2}(x-4)^2 - 3$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x=4$, 꼭짓점의 좌표는 (4, -3)이므로
 $m=4, a=4, b=-3$
 $\therefore m+a+b = 4+4+(-3) = 5$
- 38 $y = 3(x+4)^2 + 6$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같으므로 $x < -4$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
- 
- 39 그래프를 각각 그려 보면 다음과 같으므로 모든 사분면을 지나는 것은 ④이다.
- 
- 40 $y = -\frac{5}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y = -\frac{5}{2}(x-1)^2 - 3$
 이 그래프가 점 (3, m)을 지나므로
 $m = -\frac{5}{2} \times (3-1)^2 - 3 = -10 - 3 = -13$



- 41 ② 꼭짓점의 좌표는 (2, 1)이다.
 ③ $x > 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
 ④ $y = 6(x-2)^2 + 1$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같으므로 제1, 2사분면을 지난다.
 따라서 옳지 않은 것은 ②, ③이다.



- 42 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 4)$ 이므로 $p = -2, q = 4$
 $y = a(x+2)^2 + 4$ 의 그래프가 점 $(0, 2)$ 를 지나므로
 $2 = a(0+2)^2 + 4, 4a = -2 \quad \therefore a = -\frac{1}{2}$
 $\therefore a + p + q = -\frac{1}{2} + (-2) + 4 = \frac{3}{2}$

- 43 $y = -3(x-p)^2 + 2p^2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(p, 2p^2)$
 이 점이 직선 $y = 5x + 3$ 위에 있으므로
 $2p^2 = 5p + 3, 2p^2 - 5p - 3 = 0$
 $(2p+1)(p-3) = 0 \quad \therefore p = 3 (\because p > 0)$

- 44 그래프의 모양이 위로 볼록하므로 $a < 0$
 꼭짓점 (p, q) 가 제2사분면 위에 있으므로 $p < 0, q > 0$

- 45 그래프의 모양이 아래로 볼록하므로 ① $a > 0$
 꼭짓점 $(-p, q)$ 가 제4사분면 위에 있으므로 $p < 0, q < 0$
 ② $ap < 0$ ④ $aq < 0$ ⑤ $pq > 0$

- 46 주어진 일차함수의 그래프가 오른쪽 아래로 향하므로
 (기울기) $< 0 \quad \therefore a < 0$
 또 x 축보다 위쪽에서 y 축과 만나므로
 (y 절편) $> 0 \quad \therefore b > 0$
 즉, $y = ax^2 + b$ 의 그래프는 $a < 0$ 이므로 위로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표 $(0, b)$ 에서 $b > 0$ 이므로 꼭짓점은 y 축 위의 점이며 x 축보다 위쪽에 있다.
 따라서 $y = ax^2 + b$ 의 그래프로 적당한 것은 ③이다.

- 47 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y = \frac{1}{2}(x-3+2)^2 - 3 - 2 = \frac{1}{2}(x-1)^2 - 5$
 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, -5)$ 이다.

- 48 $y = \frac{2}{5}(x-m)^2 + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -5 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y = \frac{2}{5}(x+5-m)^2 + 3 + n$
 이 그래프가 $y = \frac{2}{5}(x+3)^2$ 의 그래프와 일치하므로
 $5-m=3, 3+n=0 \quad \therefore m=2, n=-3$
 $\therefore m-n=2-(-3)=5$

- 49 $y = 4(x-1)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y = 4(x+1-1)^2 + 2 + 2 = 4x^2 + 4$
 이 그래프가 점 $(a, 8)$ 을 지나므로
 $8 = 4a^2 + 4, 4a^2 = 4, a^2 = 1$
 $\therefore a = 1 (\because a > 0)$

- 50 $y = (x-1)^2 + 4$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 $2a$ 만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y = (x-a-1)^2 + 4 + 2a$
 이 그래프가 점 $(1, 3)$ 을 지나므로
 $3 = (1-a-1)^2 + 4 + 2a$
 $a^2 + 2a + 1 = 0, (a+1)^2 = 0$
 $\therefore a = -1$

100점 따라잡기

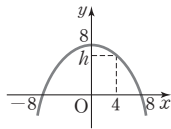
59쪽

- 1 81 2 $B\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{9}\right)$ 3 $A(-1, 1)$
 4 ② 5 ③ 6 12

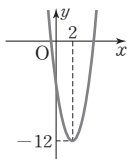
- 1 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $D(3, -3)$ 을 지나므로
 $-3 = a \times 3^2 \quad \therefore a = -\frac{1}{3}$
 $\overline{BC} = 12$ 이고 두 점 B, C 는 y 축에 서로 대칭이므로
 점 C 의 x 좌표는 $12 \times \frac{1}{2} = 6$
 점 C 의 y 좌표는 $y = -\frac{1}{3} \times 6^2 = -12$
 $\therefore C(6, -12)$
 따라서 $\square ABCD$ 의 높이는 $-3 - (-12) = 9$ 이므로
 $\square ABCD = \frac{1}{2} \times (6+12) \times 9 = 81$
- 2 점 A 의 좌표를 $A(k, k^2)$ ($k > 0$)이라 하면
 $D(k, 4k^2)$
 점 C 의 y 좌표가 $4k^2$ 이고, 점 C 는 $y = x^2$ 의 그래프 위의 점
 이므로
 $4k^2 = x^2 \quad \therefore x = 2k (\because x > 0)$
 $\therefore C(2k, 4k^2)$
 $\overline{AD} = 4k^2 - k^2 = 3k^2, \overline{CD} = 2k - k = k$ 이고
 $\square ABCD$ 가 정사각형이므로
 $3k^2 = k, 3k^2 - k = 0, k(3k-1) = 0$
 $\therefore k = \frac{1}{3} (\because k > 0)$
 이때 점 B 의 x 좌표는 점 C 의 x 좌표와 같고, 점 B 의 y 좌표는 점 A 의 y 좌표와 같다.
 즉, $B(2k, k^2)$ 이므로 점 B 의 좌표는 $B\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{9}\right)$ 이다.

- 3 두 점 B, C의 x 좌표를 k ($k > 0$)라 하면
 점 B는 $y = x^2$ 의 그래프 위의 점이므로
 $B(k, k^2)$
 두 점 A, B는 y 축에 서로 대칭이므로
 $A(-k, k^2)$
 $\therefore \overline{AB} = k - (-k) = 2k$
 또 점 C는 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프 위의 점이므로
 $C(k, -\frac{1}{3}k^2)$
 $\therefore \overline{BC} = k^2 - (-\frac{1}{3}k^2) = \frac{4}{3}k^2$
 이때 $\overline{AB} : \overline{BC} = 3 : 2$ 이므로
 $2k : \frac{4}{3}k^2 = 3 : 2$
 $4k^2 = 4k, k^2 - k = 0$
 $k(k-1) = 0$
 $\therefore k = 1$ ($\because k > 0$)
 따라서 점 A의 좌표는 $A(-1, 1)$ 이다.

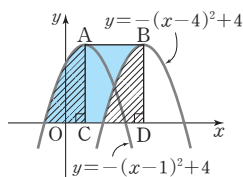
- 4 터널의 바닥을 x 축, 터널의 바닥의 중앙을 원점으로 하는 좌표평면을 생각하면 오른쪽 그림과 같이 터널의 모양을 나타내는 포물선은 이차함수 $y = ax^2 + 8$ 의 그래프의 일부이다. 이 그래프가 점 $(8, 0)$ 을 지나므로
 $0 = a \times 8^2 + 8$
 $\therefore a = -\frac{1}{8}$
 따라서 $y = -\frac{1}{8}x^2 + 8$ 이므로
 $h = -\frac{1}{8} \times 4^2 + 8$
 $= -2 + 8$
 $= 6$



- 5 $y = a(x-2)^2 - 12$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(2, -12)$ 이므로 이 그래프가 모든 사분면을 지나려면 오른쪽 그림과 같이 아래로 볼록해야 한다.
 $\therefore a > 0$
 또 y 축과 만나는 점은 x 축보다 아래쪽에 있어야 하므로
 $a(0-2)^2 - 12 < 0$
 $4a < 12 \quad \therefore a < 3$



- 6 오른쪽 그림에서 빗금 친 두 부분의 넓이는 서로 같으므로 구하는 부분의 넓이는 직사각형 ACDB의 넓이와 같다.
 이때 $A(1, 4), B(4, 4)$ 이므로
 $\square ACDB = \overline{AB} \times \overline{AC}$
 $= (4-1) \times 4$
 $= 12$



서술형 문제

60~61쪽

- 1 (1) ㄴ, ㄹ, ㄷ (2) ㄹ (3) ㄴ과 ㄹ
 2 (1) $y = -5(x+5)^2 + 1$ (2) $k = -6$ 또는 $k = -4$
 3 $-\frac{11}{2}$ 4 -9 5 -1 6 -4
 7 (2, 1), (0, 5), 그래프는 풀이 참조 8 3
 9 기본 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 발전 $\frac{47}{2}$ 심화 -8

- 1 (1) 위로 볼록한 그래프는 이차항의 계수가 음수인 ㄴ, ㄹ, ㄷ이다.
 (2) 그래프의 폭이 가장 넓은 것은 이차항의 계수의 절댓값이 가장 작은 ㄹ이다.
 (3) x 축에 서로 대칭인 그래프는 이차항의 계수의 절댓값이 같고 부호가 반대인 ㄴ과 ㄷ이다.
- 2 (1) $y = -5(x+3)^2 - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y = -5(x+2+3)^2 - 2+3$
 $= -5(x+5)^2 + 1$
 (2) $y = -5(x+5)^2 + 1$ 의 그래프가 점 $(k, -4)$ 를 지나므로
 $-4 = -5(k+5)^2 + 1$
 $5(k+5)^2 = 5, (k+5)^2 = 1$
 $k+5 = \pm 1 \quad \therefore k = -6$ 또는 $k = -4$
- 3 $f(2) = -4$ 이므로 $4a+2b+2 = -4$
 $\therefore 2a+b = -3 \quad \cdots \textcircled{1}$
 $f(-2) = 12$ 이므로 $4a-2b+2 = 12$
 $\therefore 2a-b = 5 \quad \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면
 $a = \frac{1}{2}, b = -4 \quad \cdots \textcircled{1}$
 따라서 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 2$ 이므로
 $f(3) = \frac{1}{2} \times 3^2 - 4 \times 3 + 2$
 $= -\frac{11}{2} \quad \cdots \textcircled{2}$

단계	채점 기준	배점
①	a, b 의 값 각각 구하기	5점
②	$f(3)$ 의 값 구하기	3점

- 4 $y = ax^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = ax^2 + q$
 $\cdots \textcircled{1}$
 이 그래프가 점 $(0, 6)$ 을 지나므로 $q = 6$
 $y = ax^2 + 6$ 의 그래프가 점 $(1, 3)$ 을 지나므로
 $3 = a \times 1^2 + 6 \quad \therefore a = -3 \quad \cdots \textcircled{2}$
 $\therefore a - q = -3 - 6 = -9 \quad \cdots \textcircled{3}$

단계	채점 기준	배점
①	평행이동한 그래프의 식 구하기	3점
②	a, q 의 값 각각 구하기	3점
③	$a - q$ 의 값 구하기	2점



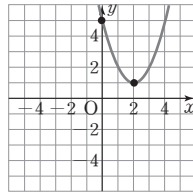
- 5 꼭짓점의 좌표는 $(0, 4)$ 이므로 $A(0, 4)$ ①
 $B(-k, 0), C(k, 0) (k > 0)$ 이라 하면
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2k \times 4 = 8 \quad \therefore k = 2$ ②
즉, $y = ax^2 + 4$ 의 그래프가 점 $C(2, 0)$ 을 지나므로
 $0 = 4a + 4 \quad \therefore a = -1$ ③

단계	채점 기준	배점
①	꼭짓점 A의 좌표 구하기	2점
②	점 C의 x 좌표 구하기	3점
③	a 의 값 구하기	3점

- 6 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + 1$ ①
이 그래프가 점 $(k, 9)$ 를 지나므로
 $9 = \frac{1}{2}(k+2)^2 + 1, k^2 + 4k - 12 = 0$
 $(k+6)(k-2) = 0 \quad \therefore k = -6$ 또는 $k = 2$ ②
따라서 모든 k 의 값의 합은
 $-6 + 2 = -4$ ③

단계	채점 기준	배점
①	평행이동한 그래프의 식 구하기	3점
②	k 의 값 모두 구하기	3점
③	k 의 값의 합 구하기	2점

- 7 $y = (x-2)^2 + 1$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2, 1)$ 이다. ①
 $y = (x-2)^2 + 1$ 에 $x=0$ 을 대입하면
 $y = (0-2)^2 + 1 = 4 + 1 = 5$
즉, y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 5)$ 이다. ②
따라서 그래프를 그려 보면 오른쪽 그림과 같다. ③



단계	채점 기준	배점
①	꼭짓점의 좌표 구하기	2점
②	y 축과 만나는 점의 좌표 구하기	3점
③	그래프 그리기	3점

- 8 $y = 9(x-1)^2 - 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-a$ 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y = 9(x+a-1)^2 - 3 + b$ ①
이 그래프가 $y = 9(x-7)^2 + 6$ 의 그래프와 일치하므로
 $a-1 = -7, -3+b = 6$
 $\therefore a = -6, b = 9$ ②
 $\therefore a+b = -6+9 = 3$ ③

단계	채점 기준	배점
①	평행이동한 그래프의 식 구하기	3점
②	a, b 의 값 각각 구하기	3점
③	$a+b$ 의 값 구하기	2점

- 9 **기본** 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이므로 구하는 이차함수의 식을 $y = ax^2$ 으로 놓을 수 있다. ①
이 그래프가 점 $(6, -12)$ 를 지나므로
 $-12 = a \times 6^2 \quad \therefore a = -\frac{1}{3}$
따라서 구하는 이차함수의 식은 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 이다. ②

단계	채점 기준	배점
①	이차함수의 식을 $y = ax^2$ 으로 놓기	2점
②	이차함수의 식 구하기	4점

- 발전** 꼭짓점의 좌표가 $(-2, -1)$ 이고 $y = ax^2$ 의 그래프를 평행이동한 그래프이므로 주어진 그래프의 식을 $y = a(x+2)^2 - 1$ 로 놓을 수 있다. ①
이 그래프가 점 $(0, 1)$ 을 지나므로
 $1 = a(0+2)^2 - 1, 4a = 2 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$
 $\therefore y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 1$ ②
이 그래프가 점 $(5, k)$ 를 지나므로
 $k = \frac{1}{2} \times (5+2)^2 - 1 = \frac{49}{2} - 1 = \frac{47}{2}$ ③

단계	채점 기준	배점
①	꼭짓점의 좌표를 이용하여 이차함수의 식 세우기	3점
②	이차함수의 식 구하기	3점
③	k 의 값 구하기	2점

- 심화** $\overline{OA} = \overline{OD}$ 이므로 $D(3, 0)$
 $\therefore \overline{AD} = 6$ ①
이때 직사각형 $ABCD$ 의 넓이가 12 이므로
 $6 \times \overline{CD} = 12 \quad \therefore \overline{CD} = 2$
 $\therefore C(3, -2)$ ②
 $y = \frac{2}{3}x^2 + q$ 의 그래프가 점 $C(3, -2)$ 를 지나므로
 $-2 = \frac{2}{3} \times 3^2 + q, -2 = 6 + q$
 $\therefore q = -8$ ③

단계	채점 기준	배점
①	$\overline{AD}$ 의 길이 구하기	3점
②	점 C의 좌표 구하기	4점
③	q 의 값 구하기	3점

중단원 마무리 문제 1회

62~64쪽

- 1 $\square, \triangle$ 2 ④ 3 ③, ④ 4 3 5 ⑤ 6 ③
7 ③ 8 24 9 3 10 ① 11 ④ 12 4
13 6 14 ③ 15 ② 16 $y = -4\left(x - \frac{3}{2}\right)^2$
17 ① 18 ② 19 13 20 ③ 21 ②
22 $a > 0, b < 0, q < 0$ 23 ④

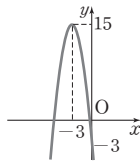
- 1 ㄱ. 이차방정식
 ㄴ. $y = (x+3)^2 - x^2 = 6x + 9$ (일차함수)
 ㄷ. $y = (x-1)(x+2) = x^2 + x - 2$ (이차함수)
 ㄹ. $y = 2x(x-1) - x^2 = x^2 - 2x$ (이차함수)
 ㅁ. 일차함수
 ㅂ. 분모에 이차항이 있으므로 이차함수가 아니다.
 따라서 y 가 x 에 대한 이차함수인 것은 ㄷ, ㄹ이다.
- 2 ① y 는 x 에 대한 함수이지만 관계식으로 나타낼 수 없다.
 ② $y = \frac{4}{3}\pi x^3$ 이므로 이차함수가 아니다.
 ③ $y = 3 \times 3x = 9x$ (일차함수)
 ④ $y = 6x^2$ (이차함수)
 ⑤ $y = 5000 - 4x$ (일차함수)
 따라서 y 가 x 에 대한 이차함수인 것은 ④이다.
- 3 $y = a^2x^2 - 2x(ax-3) + 4$
 $= (a^2 - 2a)x^2 + 6x + 4$
 x 에 대한 이차함수가 되려면 이차항의 계수가 0이 아니어야 하므로
 $a^2 - 2a \neq 0, a(a-2) \neq 0$
 $\therefore a \neq 0$ 그리고 $a \neq 2$
- 4 $f(0) = -2 \times 0^2 + 5 \times 0 + 3 = 3$
 $f\left(-\frac{1}{2}\right) = -2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 5 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 3$
 $= -\frac{1}{2} - \frac{5}{2} + 3 = 0$
 $\therefore f(0) + f\left(-\frac{1}{2}\right) = 3 + 0 = 3$
- 5 $f(x) = ax^2 - x - 4$ 에서 $f(2) = 10$ 이므로
 $4a - 2 - 4 = 10, 4a = 16 \quad \therefore a = 4$
- 6 주어진 이차함수의 그래프 중에서 아래로 볼록한 것은 이차항의 계수가 양수인 $y = \frac{1}{5}x^2, y = \frac{1}{3}x^2, y = 4x^2$ 이다.
 이 중 이차항의 계수의 절댓값이 가장 작은 것은 $y = \frac{1}{5}x^2$ 이므로 아래로 볼록하면서 폭이 가장 넓은 것은 $y = \frac{1}{5}x^2$ 의 그래프이다.
- 7 ㉠의 그래프는 위로 볼록하고 $y = -x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓으므로 ㉠의 그래프의 식을 $y = ax^2$ 이라 하면 $-1 < a < 0$ 따라서 ㉠의 그래프를 나타내는 이차함수의 식이 될 수 있는 것은 ③ $y = -\frac{1}{3}x^2$ 이다.
- 8 그래프의 꼭짓점이 원점이므로 이차함수의 식을 $y = ax^2$ 으로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 점 $(-3, 6)$ 을 지나므로
 $6 = a \times (-3)^2 \quad \therefore a = \frac{2}{3}$
 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프가 점 $(6, k)$ 를 지나므로
 $k = \frac{2}{3} \times 6^2 = 24$

- 9 $y = -\frac{3}{4}x^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭인 그래프의 식은
 $y = \frac{3}{4}x^2$
 이 그래프가 점 $(-2, k)$ 를 지나므로
 $k = \frac{3}{4} \times (-2)^2 = 3$
- 10 $\overline{PQ}$ 와 y 축이 만나는 점을 R라 하면 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프는 y 축에 대칭이므로
 $\overline{PR} = \overline{QR} = \frac{1}{2} \overline{PQ} = \frac{1}{2} \times 6 = 3$
 따라서 점 Q의 x 좌표는 3이므로 점 Q의 y 좌표는
 $y = \frac{1}{2} \times 3^2 = \frac{9}{2}$
- 12 $y = -x^2 + 8$ 의 그래프가 점 $(a, -2a)$ 를 지나므로
 $-2a = -a^2 + 8, a^2 - 2a - 8 = 0$
 $(a+2)(a-4) = 0$
 $\therefore a = -2$ 또는 $a = 4$
 이때 점 $(a, -2a)$ 가 제4사분면 위의 점이므로 $a > 0$
 $\therefore a = 4$
- 13 $y = \frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -12만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y = \frac{1}{3}x^2 - 12$
 이 그래프가 점 $(a, -9)$ 를 지나므로
 $-9 = \frac{1}{3}a^2 - 12$
 $a^2 = 9 \quad \therefore a = 3 (\because a > 0)$
 $y = \frac{1}{3}x^2 - 12$ 의 그래프가 점 $(-6, b)$ 를 지나므로
 $b = \frac{1}{3} \times (-6)^2 - 12 = 0$
 $\therefore 2a - b = 2 \times 3 + 0 = 6$
- 14 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y = -(x+2)^2$
 이 그래프가 점 $(1, m)$ 을 지나므로
 $m = -(1+2)^2 = -9$
- 15 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프이므로 이차함수의 식을 $y = a(x+2)^2$ 으로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 점 $(0, -4)$ 를 지나므로
 $-4 = a(0+2)^2$
 $-4 = 4a \quad \therefore a = -1$
 $y = -(x+2)^2$ 의 그래프가 점 $(k, -16)$ 을 지나므로
 $-16 = -(k+2)^2$
 $(k+2)^2 = 16, k+2 = \pm 4$
 $\therefore k = 2 (\because k > 0)$



- 16 (가)에서 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = a(x-p)^2$
 (나)에서 이 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(p, 0)$ 이므로
 $0 = 2p - 3 \quad \therefore p = \frac{3}{2}$
 (다)에서 $y = a\left(x - \frac{3}{2}\right)^2$ 의 그래프가 점 $(2, -1)$ 을 지나므로
 $-1 = a\left(2 - \frac{3}{2}\right)^2, -1 = \frac{1}{4}a \quad \therefore a = -4$
 따라서 구하는 이차함수의 식은
 $y = -4\left(x - \frac{3}{2}\right)^2$

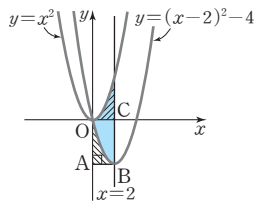
- 17 $y = -2(x+3)^2 + 15$ 의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 15)$ 이고 위로 볼록한 포물선이다.
 또 $x=0$ 을 $y = -2(x+3)^2 + 15$ 에 대입하면
 $y = -2 \times (0+3)^2 + 15 = -18 + 15 = -3$
 이므로 점 $(0, -3)$ 을 지난다.
 따라서 주어진 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제1사분면을 지나지 않는다.



- 18 $y = 4(x-1)^2 - 2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포개어지려면 이차항의 계수가 4이어야 한다.
- 19 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -4 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y = 3(x+4)^2 + 1$
 이 그래프가 점 $(-2, m)$ 을 지나므로
 $m = 3 \times (-2+4)^2 + 1 = 12 + 1 = 13$

- 20 ③ $y = -\frac{2}{5}(x-5)^2 + 7$ 에 $x=0$ 을 대입하면
 $y = -\frac{2}{5} \times (0-5)^2 + 7 = -10 + 7 = -3$
 따라서 y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, -3)$ 이다.

- 21 두 이차함수 $y = x^2$,
 $y = (x-2)^2 - 4$ 의 이차항의 계수가 같으므로 두 이차함수의 그래프의 폭이 같다. 즉, 오른쪽 그림의 빗금 친 두 부분의 넓이는 서로 같으므로 구하는 넓이는 직사각형 OABC의 넓이와 같다.
 이때 $A(0, -4)$, $B(2, -4)$ 이므로
 $\square OABC = \overline{OA} \times \overline{AB} = 4 \times 2 = 8$



- 22 그래프의 모양이 위로 볼록하므로 $-a < 0 \quad \therefore a > 0$
 꼭짓점 $(-p, -q)$ 가 제1사분면 위에 있으므로
 $-p > 0, -q > 0 \quad \therefore p < 0, q < 0$

- 23 $y = \frac{1}{3}(x+2)^2 - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y = \frac{1}{3}(x-m+2)^2 - 1 + n$
 이 그래프가 $y = \frac{1}{3}(x-3)^2 - 4$ 의 그래프와 일치하므로
 $-m+2 = -3, -1+n = -4 \quad \therefore m=5, n=-3$
 $\therefore m+n = 5 + (-3) = 2$

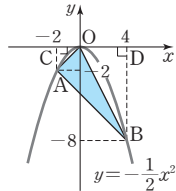
중단원 마무리 문제 2회

65~67쪽

1 ③	2 ②	3 36	4 ②	
5 ⑤	6 (1) ㄹ, ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㄷ (2) ㄱ	7 ⑤		
8 $-\frac{2}{3}$	9 ④	10 12	11 ①	12 -4
13 4	14 4	15 ③	16 ㄷ, ㄷ	17 6
18 ③	19 ①	20 ④	21 ①	22 15

- 1 ② $y = \frac{x(1-x)}{2} = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x$ (이차함수)
 ③ 분모에 이차항이 있으므로 이차함수가 아니다.
 ④ $y = (x+2)^2 - 2x = x^2 + 2x + 4$ (이차함수)
 ⑤ $y = x(x^2+1) - x^2(x+1) = -x^2 + x$ (이차함수)
 따라서 y 가 x 에 대한 이차함수가 아닌 것은 ③이다.
- 2 ㄱ. $y = 500x$ (일차함수)
 ㄴ. $y = (2x-1)(2x+1) = 4x^2 - 1$ (이차함수)
 ㄷ. $y = 24 - x$ (일차함수)
 ㄹ. $y = 200 \times \frac{x}{100} = 2x$ (일차함수)
 ㄴ. $y = \pi x^2 \times 5 = 5\pi x^2$ (이차함수)
 따라서 y 가 x 에 대한 이차함수인 것은 ㄴ, ㄴ이다.
- 3 $f(x) = -x^2 + ax + 3$ 에서 $f(-1) = 6$ 이므로
 $-1 - a + 3 = 6 \quad \therefore a = -4$
 즉, $f(x) = -x^2 - 4x + 3$ 에서 $f(2) = b$ 이므로
 $-4 - 8 + 3 = b \quad \therefore b = -9$
 $\therefore ab = -4 \times (-9) = 36$
- 4 $f(a) = 1$ 이므로 $3a^2 - 5a - 1 = 1$
 $3a^2 - 5a - 2 = 0$
 $(3a+1)(a-2) = 0 \quad \therefore a = -\frac{1}{3}$ 또는 $a = 2$
 이때 a 가 정수이므로 $a = 2$

- 5 ⑤ $y=3x^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭이다.
- 6 (1) 이차항의 계수의 절댓값이 클수록 이차함수의 그래프의 폭이 좁아지므로 폭이 좁은 것부터 차례로 나열하면
ㄷ, ㄴ, ㄹ, ㄴ, ㄱ, ㄷ
- (2) 이차항의 계수가 음수이면 그래프가 위로 볼록하므로 이차함수의 그래프 중 위로 볼록한 것은
ㄱ, ㄹ, ㄴ
- 이차항의 계수의 절댓값이 작을수록 이차함수의 그래프의 폭이 넓어지므로 위로 볼록하면서 폭이 가장 넓은 것은 ㄱ이다.
- 7 $y=ax^2$ 의 그래프가 색칠한 부분을 지나려면
 $-\frac{1}{2} < a < 0$ 또는 $0 < a < 5$
따라서 그래프가 색칠한 부분을 지나지 않는 것은 ⑤이다.
- 8 $y=ax^2$ 의 그래프가 점 $(3, -3)$ 을 지나므로
 $-3=a \times 3^2, -3=9a \quad \therefore a=-\frac{1}{3}$
 $y=-\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭인 그래프의 식은
 $y=\frac{1}{3}x^2$ 이므로 $b=\frac{1}{3}$
 $\therefore a-b=-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}=-\frac{2}{3}$
- 9 그래프의 꼭짓점이 원점이므로 이차함수의 식을 $f(x)=ax^2$ 으로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(-1, 3)$ 을 지나므로
 $3=a \times (-1)^2 \quad \therefore a=3$
즉, $f(x)=3x^2$ 이므로
 $f(2)=3 \times 2^2=12, f(1)=3 \times 1^2=3$
 $\therefore f(2)-f(1)=12-3=9$
- 10 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프가 점 $A(-2, a)$ 를 지나므로
 $a=-\frac{1}{2} \times (-2)^2=-2$
 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프가 점 $B(b, -8)$ 을 지나므로
 $-8=-\frac{1}{2} \times b^2, b^2=16 \quad \therefore b=4 (\because b>0)$
두 점 A, B에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하면
 $\triangle ABO$
 $=\square ABDC - \triangle OCA - \triangle OBD$
 $=\frac{1}{2} \times (2+8) \times 6 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2$
 $\quad - \frac{1}{2} \times 4 \times 8$
 $=30-2-16=12$
- 11 $y=2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=2x^2+q$
이 그래프가 점 $(-1, -3)$ 을 지나므로
 $-3=2 \times (-1)^2+q \quad \therefore q=-5$



- 12 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(0, 6)$ 이고, $y=-ax^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 평행이동한 것이므로 그래프의 식은
 $y=-ax^2+6$
이 그래프가 점 $(-2, \frac{22}{5})$ 를 지나므로
 $\frac{22}{5}=-a \times (-2)^2+6$
 $\therefore a=\frac{2}{5}$
 $y=-\frac{2}{5}x^2+6$ 의 그래프가 점 $(5, k)$ 를 지나므로
 $k=-\frac{2}{5} \times 5^2+6=-4$
- 13 $y=-2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y=-2(x-m)^2$
이 그래프가 점 $(1, -18)$ 을 지나므로
 $-18=-2(1-m)^2$
 $(1-m)^2=9, 1-m=\pm 3$
 $\therefore m=4 (\because m>0)$
- 14 $y=-\frac{1}{2}(x-p)^2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(p, 0)$ 이므로 $A(p, 0)$
 $y=-\frac{1}{2}(x-p)^2$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y=-\frac{1}{2}p^2$
 $\therefore B(0, -\frac{1}{2}p^2)$
 $\overline{OA}:\overline{OB}=1:2$ 이므로 $p:\frac{1}{2}p^2=1:2$ 에서
 $\frac{1}{2}p^2=2p, p^2-4p=0, p(p-4)=0$
 $\therefore p=4 (\because p>0)$
- 15 ① $y=4x^2-3$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x=0$,
 $y=-4(x-3)^2$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x=3$
② $y=4x^2-3$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, -3)$,
 $y=-4(x-3)^2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3, 0)$
③ 이차항의 계수의 절댓값이 같으므로 그래프의 폭이 같다.
④ $y=-4(x-3)^2$ 의 그래프는 위로 볼록한 포물선이다.
⑤ $y=-4(x-3)^2$ 의 그래프는 $y=-4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.
따라서 옳은 것은 ③이다.
- 16 $y=-\frac{3}{4}x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포개어지려면 이차항의 계수가 $-\frac{3}{4}$ 이어야 하므로 ㄷ, ㄴ이다.
- 17 $y=a(x-7)^2-3$ 의 그래프는 $y=2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 7만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 것이므로 $a=2, b=7, c=-3$
 $\therefore a+b+c=2+7+(-3)=6$

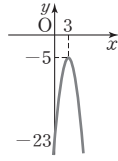


18 ① 위로 볼록한 포물선이다.

② 꼭짓점의 좌표는 (3, -5)이다.

④ $y = -2(x-3)^2 - 5$ 에 $x=0$ 을 대입하면
 $y = -23$ 이므로 그래프가 오른쪽 그림과
같다. 따라서 제3, 4사분면을 지난다.

⑤ $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방
향으로 -5만큼 평행이동한 것이다.
따라서 옳은 것은 ③이다.



19 $y = \frac{1}{4}(x-k)^2 - 2k^2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는
(k, -2k^2)

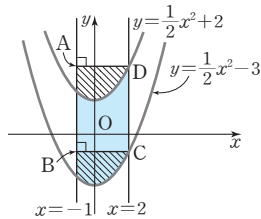
이 점이 $y = -2x^2 - 5x - 10$ 의 그래프 위에 있으므로
 $-2k^2 = -2k^2 - 5k - 10$
 $5k = -10 \quad \therefore k = -2$

20 주어진 이차함수의 그래프의 모양이 아래로 볼록하므로
 $a > 0$

꼭짓점 (p, q)가 제4사분면 위에 있으므로 $p > 0, q < 0$
즉, $y = -p(x+a)^2 + q$ 의 그래프는 $-p < 0$ 이므로 위로 볼
록한 포물선이고, $-a < 0, q < 0$ 이므로 꼭짓점 $(-a, q)$ 는
제3사분면 위에 있다.
따라서 $y = -p(x+a)^2 + q$ 의 그래프로 적당한 것은 ④이
다.

21 $y = a(x+2)^2 + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축
의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y = a(x-3+2)^2 + 3-5 = a(x-1)^2 - 2$
이 그래프가 $y = -4(x+b)^2 + c$ 의 그래프와 일치하므로
 $a = -4, b = -1, c = -2$
 $\therefore abc = (-4) \times (-1) \times (-2) = -8$

22 오른쪽 그림에서 빗금 친 두
부분의 넓이는 서로 같으므로
구하는 부분의 넓이는 직사각
형 ABCD의 넓이와 같다.
이때 D(2, 4), C(2, -1)이
므로



$$\begin{aligned} \square ABCD &= \overline{AD} \times \overline{CD} \\ &= \{2 - (-1)\} \times \{4 - (-1)\} \\ &= 3 \times 5 = 15 \end{aligned}$$

2 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프

핵심 잡기 개념 Check

68~69쪽

1-1 (1) $y = 2(x+2)^2 - 5, (-2, -5), x = -2$

(2) $y = -(x-5)^2 + 34, (5, 34), x = 5$

1-2 그래프는 풀이 참조

1-3 (1) x 축: $(-1, 0), (3, 0), y$ 축: $(0, -3)$

(2) x 축: $(-3, 0), (2, 0), y$ 축: $(0, 6)$

(3) x 축: $(-1, 0), y$ 축: $(0, 3)$

2-1 (1) > (2) < (3) <

3-1 (1) $y = -x^2 + 4x - 8$ (2) $y = 2x^2 - 4x + 5$

(3) $y = 3x^2 - 4x + 1$ (4) $y = -x^2 - 2x + 3$

1-1 (1) $y = 2x^2 + 8x + 3 = 2(x^2 + 4x) + 3$

$$= 2(x^2 + 4x + 4 - 4) + 3 = 2(x+2)^2 - 5$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-2, -5)$, 축의 방정식은
 $x = -2$ 이다.

(2) $y = -x^2 + 10x + 9 = -(x^2 - 10x) + 9$

$$= -(x^2 - 10x + 25 - 25) + 9 = -(x-5)^2 + 34$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(5, 34)$, 축의 방정식은 $x = 5$
이다.

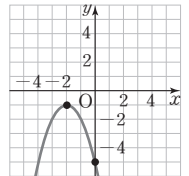
1-2 $y = -x^2 - 4x - 5$

$$= -(x^2 + 4x + 4 - 4) - 5$$

$$= -(x+2)^2 - 1$$

이므로 꼭짓점의 좌표가 $(-2, -1)$,
 y 축과 만나는 점의 좌표가 $(0, -5)$

이고 위로 볼록한 포물선이므로 그래
프를 그리면 오른쪽 그림과 같다.



1-3 (1) $y = x^2 - 2x - 3$ 에 $y=0$ 을 대입하면

$$x^2 - 2x - 3 = 0, (x+1)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 x 축과 만나는 점의 좌표는 $(-1, 0), (3, 0)$ 이다.

또 $y = x^2 - 2x - 3$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y = -3$

따라서 y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, -3)$ 이다.

(2) $y = -x^2 - x + 6$ 에 $y=0$ 을 대입하면

$$-x^2 - x + 6 = 0, x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x+3)(x-2) = 0 \quad \therefore x = -3 \text{ 또는 } x = 2$$

따라서 x 축과 만나는 점의 좌표는 $(-3, 0), (2, 0)$ 이다.

또 $y = -x^2 - x + 6$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y = 6$

따라서 y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 6)$ 이다.

(3) $y = 3x^2 + 6x + 3$ 에 $y=0$ 을 대입하면

$$3x^2 + 6x + 3 = 0, x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$(x+1)^2 = 0 \quad \therefore x = -1$$

따라서 x 축과 만나는 점의 좌표는 $(-1, 0)$ 이다.

또 $y = 3x^2 + 6x + 3$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y = 3$

따라서 y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 3)$ 이다.

- 3-1 (1) 꼭짓점의 좌표가 $(2, -4)$ 이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2-4$ 로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(3, -5)$ 를 지나므로
 $-5=a-4 \quad \therefore a=-1$
따라서 구하는 이차함수의 식은
 $y=-(x-2)^2-4=-x^2+4x-8$
- (2) 축의 방정식이 $x=1$ 이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2+q$ 로 놓을 수 있다.
이 그래프가 두 점 $(-1, 11), (0, 5)$ 를 지나므로
 $11=4a+q, 5=a+q$
위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=2, q=3$
따라서 구하는 이차함수의 식은
 $y=2(x-1)^2+3=2x^2-4x+5$
- (3) 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$ 로 놓자.
점 $(0, 1)$ 을 지나므로 $c=1$
 $y=ax^2+bx+1$ 이 두 점 $(-1, 8), (2, 5)$ 를 지나므로
 $8=a-b+1, 5=4a+2b+1$
위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=3, b=-4$
따라서 구하는 이차함수의 식은
 $y=3x^2-4x+1$
- (4) x 축과 두 점 $(-3, 0), (1, 0)$ 에서 만나므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+3)(x-1)$ 로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(2, -5)$ 를 지나므로
 $-5=a(2+3)(2-1), 5a=-5 \quad \therefore a=-1$
따라서 구하는 이차함수의 식은
 $y=-(x+3)(x-1)=-x^2-2x+3$

- 2 $y=\frac{1}{3}x^2+4x+11$
 $=\frac{1}{3}(x^2+12x+36-36)+11$
 $=\frac{1}{3}(x+6)^2-1$
따라서 $a=\frac{1}{3}, p=-6, q=-1$ 이므로
 $3a+p+q=3 \times \frac{1}{3}+(-6)+(-1)=-6$
- 3 $y=2x^2-8x+k$
 $=2(x^2-4x+4-4)+k$
 $=2(x-2)^2-8+k$
이 그래프가 $y=a(x+b)^2-7$ 의 그래프와 일치하므로
 $a=2, b=-2, k=1$
 $\therefore a-b+k=2-(-2)+1=5$
- 4 $y=-7x^2-14x+3$
 $=-7(x^2+2x+1-1)+3$
 $=-7(x+1)^2+10$
이므로 축의 방정식은 $x=-1$, 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 10)$

- 5 이차함수의 그래프의 축의 방정식을 각각 구하면
① $x=1$ ② $x=0$ ③ $x=\frac{1}{2}$
④ $y=\frac{1}{2}x^2+x+4$
 $=\frac{1}{2}(x^2+2x+1-1)+4$
 $=\frac{1}{2}(x+1)^2+\frac{7}{2}$
이므로 축의 방정식은 $x=-1$
⑤ $y=-x^2+5x+1$
 $=-\left(x^2-5x+\frac{25}{4}-\frac{25}{4}\right)+1$
 $=-\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{29}{4}$
이므로 축의 방정식은 $x=\frac{5}{2}$
따라서 이차함수의 그래프의 축이 가장 오른쪽에 있는 것은 ⑤이다.

- 6 ㉠. $y=-x^2-x$
 $=-\left(x^2+x+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\right)$
 $=-\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$
㉡. $y=-3(x-5)^2$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(5, 0)$
㉢. $y=2x^2+4x-5$
 $=2(x^2+2x+1-1)-5$
 $=2(x+1)^2-7$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -7)$
㉣. $y=4(x+3)^2+5$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-3, 5)$
따라서 꼭짓점이 제2사분면 위에 있는 것은 ㉠, ㉣이다.

나오고 또 나오는 문제

70~78쪽

1 ④	2 ①	3 ⑤	4 ③	5 ⑤	6 ②
7 ③	8 ⑤	9 14	10 (2, 4)	11 ②	
12 ①	13 ②	14 ③	15 ③	16 ③	17 ①
18 2	19 2	20 5	21 ⑤	22 -8	23 ⑤
24 3	25 -2, 12		26 ②	27 ②	28 ④
29 ②, ⑤		30 ③	31 ②		
32 $a<0, b>0, c=0$			33 ④	34 ③	35 ②
36 ②	37 ③	38 ③	39 64	40 ②	41 3
42 54	43 ④	44 ①	45 $y=3x^2-6x+1$		
46 ②	47 9m	48 ①	49 $-\frac{5}{4}$	50 ①	51 ③
52 ③	53 $\left(\frac{5}{2}, -\frac{9}{4}\right)$		54 ②	55 2	56 ⑤
57 2					



- 7 $y=x^2+ax+8$ 의 그래프가 점 $(1, 5)$ 를 지나므로

$$5=1+a+8 \quad \therefore a=-4$$

$$\therefore y=x^2-4x+8$$

$$=(x^2-4x+4-4)+8$$

$$=(x-2)^2+4$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, 4)$ 이다.

- 8 $y=4x^2+ax+11$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(3, b)$ 이므로

$$y=4(x-3)^2+b=4x^2-24x+b+36$$

따라서 $-24=a$, $b+36=11$ 이므로

$$a=-24, b=-25$$

$$\therefore a-b=-24-(-25)=1$$

- 9 $y=x^2+6x+a$

$$=(x^2+6x+9-9)+a$$

$$=(x+3)^2+a-9$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-3, a-9)$ 이다.

즉, $y=\frac{1}{2}x^2+bx+4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가

$$(-3, a-9)$$
이므로

$$y=\frac{1}{2}(x+3)^2+a-9$$

$$=\frac{1}{2}x^2+3x+a-\frac{9}{2}$$

따라서 $b=3$, $4=a-\frac{9}{2}$ 이므로 $a=\frac{17}{2}$, $b=3$

$$\therefore 2a-b=2 \times \frac{17}{2}-3=14$$

- 10 $y=ax+b$ 의 그래프가 두 점 $(6, 0)$, $(0, 8)$ 을 지나므로

$$a=(기울기)=\frac{0-8}{6-0}=-\frac{8}{6}=-\frac{4}{3}$$

$$b=(y절편)=8$$

$$\therefore y=x^2+3ax+b$$

$$=x^2-4x+8$$

$$=(x^2-4x+4-4)+8$$

$$=(x-2)^2+4$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, 4)$ 이다.

- 11 $y=-3x^2+12x+k$

$$=-3(x^2-4x+4-4)+k$$

$$=-3(x-2)^2+k+12$$

에서 꼭짓점의 좌표는 $(2, k+12)$ 이고, 꼭짓점이 x 축 위에 있으므로

$$k+12=0 \quad \therefore k=-12$$

- 12 $y=x^2+10x+5m+5$

$$=(x^2+10x+25-25)+5m+5$$

$$=(x+5)^2+5m-20$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-5, 5m-20)$ 이고, 꼭짓점이 직선 $2x+y=-5$ 위에 있으므로

$$2 \times (-5) + 5m - 20 = -5, 5m - 30 = -5$$

$$5m=25 \quad \therefore m=5$$

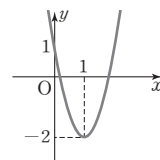
- 13 $y=-x^2+4x-5=-(x-2)^2-1$

이므로 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(2, -1)$, y 축과 만나는 점의 좌표가 $(0, -5)$ 인 위로 볼록한 포물선이다.

따라서 주어진 이차함수의 그래프는 ②와 같다.

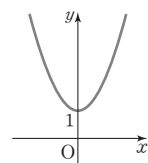
- 14 $y=3x^2-6x+1=3(x-1)^2-2$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(1, -2)$, y 축과 만나는 점의 좌표가 $(0, 1)$ 인 아래로 볼록한 포물선이다. 따라서 그래프가 지나지 않는 사분면은 제3사분면이다.

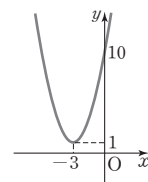


- 15 ① $y=2x^2+1$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(0, 1)$, y 축과 만나는 점의 좌표가 $(0, 1)$ 인 아래로 볼록한 포물선이다.

따라서 그래프는 제3사분면과 제4사분면을 지나지 않는다.

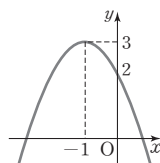


- ② $y=(x+3)^2+1$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 1)$, y 축과 만나는 점의 좌표가 $(0, 10)$ 인 아래로 볼록한 포물선이다. 따라서 그래프는 제3사분면과 제4사분면을 지나지 않는다.



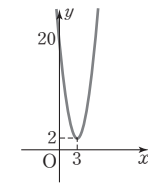
- ③ $y=-x^2-2x+2=-(x+1)^2+3$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 3)$, y 축과 만나는 점의 좌표가 $(0, 2)$ 인 위로 볼록한 포물선이다.

따라서 그래프는 모든 사분면을 지난다.



- ④ $y=2x^2-12x+20=2(x-3)^2+2$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(3, 2)$, y 축과 만나는 점의 좌표가 $(0, 20)$ 인 아래로 볼록한 포물선이다.

따라서 그래프는 제3사분면과 제4사분면을 지나지 않는다.

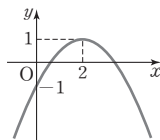


- ⑤ $y=-\frac{1}{2}x^2+2x-1$

$$=-\frac{1}{2}(x-2)^2+1$$

의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(2, 1)$, y 축과 만나는 점의 좌표가 $(0, -1)$ 인 위로 볼록한 포물선이다.

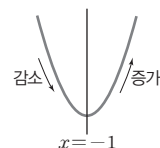
따라서 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다.



- 16 $y=5x^2+10x-3=5(x+1)^2-8$

이므로 그래프는 아래로 볼록한 포물선이고 축의 방정식은 $x=-1$ 이다.

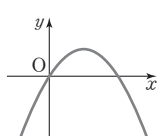
따라서 $x > -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 증가한다.



- 17 $y = -2x^2 + kx + 5$ 의 그래프가 점 $(-3, 2)$ 를 지나므로
 $2 = -2 \times (-3)^2 - 3k + 5$
 $3k = -15 \quad \therefore k = -5$
 $\therefore y = -2x^2 - 5x + 5 = -2\left(x + \frac{5}{4}\right)^2 + \frac{65}{8}$
 이 그래프는 위로 볼록한 포물선이고 축의 방정식이
 $x = -\frac{5}{4}$ 이다.
 따라서 $x > -\frac{5}{4}$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
- 18 $y = x^2 + ax + b = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + b$
 $-\frac{a}{2} = 2$ 이므로 $a = -4$
 $y = x^2 - 4x + b$ 의 그래프가 점 $(3, 3)$ 을 지나므로
 $3 = 3^2 - 4 \times 3 + b \quad \therefore b = 6$
 $\therefore a + b = -4 + 6 = 2$
- 19 $y = 2x^2 + 3x - 2$ 에 $y = 0$ 을 대입하면
 $2x^2 + 3x - 2 = 0, (x+2)(2x-1) = 0$
 $\therefore x = -2$ 또는 $x = \frac{1}{2}$
 $\therefore a = -2, b = \frac{1}{2}$ 또는 $a = \frac{1}{2}, b = -2$
 $y = 2x^2 + 3x - 2$ 에 $x = 0$ 을 대입하면
 $y = -2 \quad \therefore c = -2$
 $\therefore abc = -2 \times \frac{1}{2} \times (-2) = 2$
- 20 $y = x^2 - x - 6$ 에 $y = 0$ 을 대입하면
 $x^2 - x - 6 = 0, (x+2)(x-3) = 0$
 $\therefore x = -2$ 또는 $x = 3$
 즉, x 축과 만나는 두 점이 $(-2, 0), (3, 0)$ 이므로
 두 점 사이의 거리는 $3 - (-2) = 5$
- 21 $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4$ 에 $y = 0$ 을 대입하면
 $-\frac{1}{2}x^2 + x + 4 = 0, x^2 - 2x - 8 = 0$
 $(x+2)(x-4) = 0 \quad \therefore x = -2$ 또는 $x = 4$
 $\therefore A(-2, 0), E(4, 0)$
 $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4 = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{9}{2}$ 이므로
 $C\left(1, \frac{9}{2}\right)$
 $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4$ 에 $x = 0$ 을 대입하면
 $y = 4 \quad \therefore B(0, 4)$
 $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4$ 에 $y = 4$ 를 대입하면
 $-\frac{1}{2}x^2 + x + 4 = 4, -\frac{1}{2}x^2 + x = 0$
 $x(x-2) = 0 \quad \therefore x = 0$ 또는 $x = 2$
 $\therefore D(2, 4)$
 따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

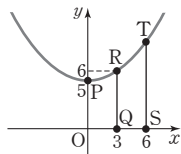
- 22 $y = x^2 - 2x + k = (x-1)^2 + k - 1$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.
 $\overline{AB} = 6$ 이므로 그래프의 축에서 두 점 A, B까지의 거리는 각각 3이다.
 $\therefore A(-2, 0), B(4, 0)$
 따라서 $y = x^2 - 2x + k$ 에 $x = -2, y = 0$ 을 대입하면
 $0 = (-2)^2 - 2 \times (-2) + k \quad \therefore k = -8$
- 23 $y = \frac{3}{4}x^2 - 6x + 1 = \frac{3}{4}(x-4)^2 - 11$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y = \frac{3}{4}(x-2-4)^2 - 11 + 3$
 $= \frac{3}{4}(x-6)^2 - 8 = \frac{3}{4}x^2 - 9x + 19$
 따라서 $a = \frac{3}{4}, b = -9, c = 19$ 이므로
 $4a + b + c = 4 \times \frac{3}{4} + (-9) + 19 = 13$
- 24 $y = x^2 - 2x - 2 = (x-1)^2 - 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y = (x-p-1)^2 - 3 + q$
 이때 $y = x^2 - 6x + 5 = (x-3)^2 - 4$
 즉, $-p-1 = -3, -3+q = -4$ 이므로
 $p = 2, q = -1$
 $\therefore p - q = 2 - (-1) = 3$
- 25 $y = \frac{1}{7}x^2 - 2x + 5 = \frac{1}{7}(x-7)^2 - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y = \frac{1}{7}(x+2-7)^2 - 2 + 2 = \frac{1}{7}(x-5)^2$
 이 그래프가 점 $(a, 7)$ 을 지나므로
 $7 = \frac{1}{7}(a-5)^2, (a-5)^2 = 49$
 $a-5 = \pm 7 \quad \therefore a = -2$ 또는 $a = 12$
- 26 그래프의 모양이 위로 볼록한 것은 이차항의 계수가 음수인 ②, ④, ⑤이다.
 이 중에서 그래프의 폭이 가장 넓은 것은 이차항의 계수의 절댓값이 가장 작은 ②이다.
- 27 $y = -\frac{7}{4}x^2 + 4x + 2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포개어지려면 이차항의 계수가 $-\frac{7}{4}$ 이어야 한다.
- 28 $y = 5x^2 + 8x + a$ 의 그래프가 점 $(-2, -9)$ 를 지나므로
 $-9 = 5 \times (-2)^2 + 8 \times (-2) + a$
 $-9 = 20 - 16 + a \quad \therefore a = -13$
 즉, $y = 5x^2 + 8x - 13$ 의 그래프가 점 $(2, b)$ 를 지나므로
 $b = 5 \times 2^2 + 8 \times 2 - 13 = 23$
 $\therefore a + b = -13 + 23 = 10$



- 29 $y=4x^2-8x+3=4(x-1)^2-1$
 ② 이차항의 계수의 절댓값이 같으므로 폭이 같다.
 ⑤ $y=4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다.
- 30 $y=\frac{2}{3}x^2-\frac{8}{3}x+\frac{5}{3}=\frac{2}{3}(x-2)^2-1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{2}{3}(x+1-2)^2-1+3=\frac{2}{3}(x-1)^2+2$
 ㄱ. 꼭짓점의 좌표는 (1, 2)이다.
 ㄴ. 제1, 2사분면을 지난다.
 따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.
- 31 ② $y=ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$
 이므로 축의 방정식은 $x=-\frac{b}{2a}$ 이다.
- 32 그래프의 모양이 위로 볼록하므로 $a<0$
 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0 \quad \therefore b>0$
 y 축과 만나는 점이 원점이므로 $c=0$
- 33 그래프의 모양이 아래로 볼록하므로 $a>0$
 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0 \quad \therefore b<0$
 y 축과 만나는 점이 x 축보다 아래쪽에 있으므로 $c<0$
 ① $ab<0$ ② $ac<0$ ③ $\frac{b}{c}>0$
 ④ $x=-1$ 일 때, $y>0$ 이므로 $a-b+c>0$
 ⑤ $x=2$ 일 때, $y<0$ 이므로 $4a+2b+c<0$
 따라서 옳지 않은 것은 ④이다.
- 34 $a>0$ 이므로 그래프의 모양이 아래로 볼록하고 a, b 의 부호가 같으므로 축이 y 축의 왼쪽에 있다. 또 $c<0$ 이므로 y 축과 만나는 점이 x 축보다 아래쪽에 있다.
 따라서 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프로 적당한 것은 ③이다.
- 35 그래프의 모양이 위로 볼록하므로 $a<0$
 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0 \quad \therefore b<0$
 y 축과 만나는 점이 x 축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$
 $y=bx^2-acx$ 의 그래프는 $b<0$ 이므로 그래프의 모양이 위로 볼록하고, $-ac>0$ 이므로 축이 y 축의 오른쪽에 있다.
 또 y 축과 만나는 점의 좌표가 (0, 0)이다.
 따라서 $y=bx^2-acx$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제2사분면을 지나지 않는다.
- 
- 36 $y=ax+b$ 의 그래프에서 (기울기) <0 , (y 절편) >0 이므로 $a<0, b>0$
 $y=bx^2+ax+b-a$ 의 그래프는 $b>0$ 이므로 그래프의 모양이 아래로 볼록하다.
 a, b 의 부호가 다르므로 축이 y 축의 오른쪽에 있다.
 $b-a>0$ 이므로 y 축과 만나는 점은 x 축보다 위쪽에 있다.
 따라서 $y=bx^2+ax+b-a$ 의 그래프로 적당한 것은 ②이다.

- 37 그래프의 모양이 아래로 볼록하므로 $a>0$
 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0 \quad \therefore b<0$
 y 축과 만나는 점이 x 축보다 아래쪽에 있으므로 $c<0$
 $y=acx^2+abx+bc$ 의 그래프는 $ac<0$ 이므로 그래프의 모양이 위로 볼록하다.
 $ac \times ab>0$ 이므로 축이 y 축의 왼쪽에 있다.
 $bc>0$ 이므로 y 축과 만나는 점은 x 축보다 위쪽에 있다.
 따라서 $y=acx^2+abx+bc$ 의 그래프로 적당한 것은 ③이다.
- 38 $y=x^2+4x-12$ 에 $y=0$ 을 대입하면
 $x^2+4x-12=0, (x+6)(x-2)=0$
 $\therefore x=-6$ 또는 $x=2$
 $A(-6, 0), B(2, 0)$ 이므로
 $\overline{AB}=2-(-6)=8$
 $y=x^2+4x-12$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y=-12$
 $C(0, -12)$ 이므로 $\overline{OC}=12$
 $\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{OC}=\frac{1}{2} \times 8 \times 12=48$
- 39 $y=-x^2+6x+7$ 에 $y=0$ 을 대입하면
 $-x^2+6x+7=0, x^2-6x-7=0$
 $(x+1)(x-7)=0 \quad \therefore x=-1$ 또는 $x=7$
 $A(-1, 0), B(7, 0)$ 이므로
 $\overline{AB}=7-(-1)=8$
 $y=-x^2+6x+7=-(x-3)^2+16$
 이므로 $C(3, 16)$
 $\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times 16$
 $=\frac{1}{2} \times 8 \times 16=64$
- 40 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+k=-\frac{1}{2}(x-2)^2+k+2$
 이므로 $A(2, k+2)$
 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+k$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y=k$ 이므로
 $B(0, k)$
 $\triangle ABO=\frac{1}{2} \times k \times 2=4 \quad \therefore k=4$
- 41 $y=x^2-2x-3$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y=-3$
 $A(0, -3)$ 이므로 $\overline{OA}=3$
 $y=x^2-2x-3$ 에 $y=0$ 을 대입하면
 $x^2-2x-3=0, (x+1)(x-3)=0$
 $\therefore x=-1$ 또는 $x=3 \quad \therefore B(-1, 0), C(3, 0)$
 $y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$ 이므로 직선 l 의 방정식은 $x=1$
 따라서 직선 l 이 x 축과 만나는 점 P 의 좌표는 $P(1, 0)$
 즉, $\overline{PC}=3-1=2$
 $\therefore \triangle ACP=\frac{1}{2} \times \overline{PC} \times \overline{OA}$
 $=\frac{1}{2} \times 2 \times 3=3$

- 42 $y = -\frac{1}{3}x^2 - 4x + 3 = -\frac{1}{3}(x+6)^2 + 15$
 에서 $A(-6, 15)$, $B(-6, 0)$ 이므로 $\overline{AB}=15$, $\overline{BO}=6$
 $y = -\frac{1}{3}x^2 - 4x + 3$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y=3$
 $C(0, 3)$ 이므로 $\overline{CO}=3$
 $\therefore \square ABOC = \frac{1}{2} \times (\overline{AB} + \overline{CO}) \times \overline{BO}$
 $= \frac{1}{2} \times (15+3) \times 6 = 54$
- 43 $y = -\frac{1}{8}x^2 + x + 5$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y=5 \therefore C(0, 5)$
 $y = -\frac{1}{8}x^2 + x + 5 = -\frac{1}{8}(x-4)^2 + 7$ 에서 $P(4, 7)$
 이때 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ABP$ 의 밑변을 모두 $\overline{AB}$ 로 정하면 두 삼각형의 밑변의 길이가 같으므로 두 삼각형의 높이의 비는 높이의 비와 같다.
 따라서 두 삼각형의 높이의 비가 $5:7$ 이므로
 $\triangle ABC : \triangle ABP = 5:7$
- 44 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 2)$ 이므로 이차함수의 식을
 $y = a(x+3)^2 + 2$ 로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 점 $(-2, 4)$ 를 지나므로
 $4 = a(-2+3)^2 + 2 \therefore a=2$
 $\therefore y = 2(x+3)^2 + 2 = 2x^2 + 12x + 20$
 따라서 $a=2$, $b=12$, $c=20$ 이므로
 $4a-b-c = 4 \times 2 - 12 - 20 = -24$
- 45 꼭짓점의 좌표가 $(1, -2)$ 이므로 구하는 이차함수의 식을
 $y = a(x-1)^2 - 2$ 로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 점 $(0, 1)$ 을 지나므로
 $1 = a(0-1)^2 - 2 \therefore a=3$
 $\therefore y = 3(x-1)^2 - 2 = 3x^2 - 6x + 1$
- 46 꼭짓점의 좌표가 $(0, -5)$ 이므로 이차함수의 식을
 $y = ax^2 - 5$ 로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 점 $(3, 4)$ 를 지나므로
 $4 = a \times 3^2 - 5 \therefore a=1$
 $\therefore y = x^2 - 5$
 이 그래프가 점 $(m, 11)$ 을 지나므로
 $11 = m^2 - 5$, $m^2 = 16 \therefore m = \pm 4$
 이때 m 은 자연수이므로 $m=4$ 이다.
- 47 오른쪽 그림과 같이 지점 O가 원점, 지면이 x 축, 선분 OP가 y 축 위에 있도록 좌표평면 위에 나타내면
 $P(0, 5)$, $Q(3, 0)$, $R(3, 6)$, $S(6, 0)$ 이다. 꼭짓점의 좌표가 $P(0, 5)$ 이므로 이차함수의 식을 $y = ax^2 + 5$ 와 같이 나타낼 수 있다.
 이 그래프가 점 $R(3, 6)$ 을 지나므로
 $6 = a \times 3^2 + 5$, $9a = 1 \therefore a = \frac{1}{9}$
 $\therefore y = \frac{1}{9}x^2 + 5$



이때 점 T의 x 좌표는 6이므로 $y = \frac{1}{9} \times 6^2 + 5 = 9$
 따라서 지점 S에서 지점 T까지의 높이는 9m이다.

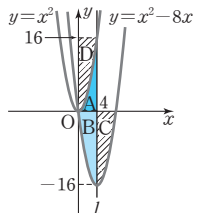
- 48 축의 방정식이 $x=-2$ 이므로 구하는 이차함수의 식을
 $y = a(x+2)^2 + q$ 로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 두 점 $(0, -1)$, $(2, -7)$ 을 지나므로
 $-1 = 4a + q$, $-7 = 16a + q$
 위의 두 식을 연립하여 풀면 $a = -\frac{1}{2}$, $q = 1$
 $\therefore y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 1 = -\frac{1}{2}x^2 - 2x - 1$
- 49 축의 방정식이 $x=-3$ 이므로 이차함수의 식을
 $y = a(x+3)^2 + q$ 로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 두 점 $(0, 0)$, $(-2, -2)$ 를 지나므로
 $0 = 9a + q$, $-2 = a + q$
 위의 두 식을 연립하여 풀면 $a = \frac{1}{4}$, $q = -\frac{9}{4}$
 $\therefore y = \frac{1}{4}(x+3)^2 - \frac{9}{4}$
 이 그래프가 점 $(-1, k)$ 를 지나므로
 $k = \frac{1}{4} \times (-1+3)^2 - \frac{9}{4} = -\frac{5}{4}$
- 50 (가)에서 직선 $x=-1$ 을 축으로 하므로 꼭짓점의 x 좌표는 -1 이다.
 (나)에서 꼭짓점은 직선 $y=3x+5$ 위에 있으므로 꼭짓점의 y 좌표는 $y = 3 \times (-1) + 5 = 2$
 따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 2)$ 이고, (다)에서 이차함수의 계수는 -2 이므로 이차함수의 식은
 $y = -2(x+1)^2 + 2 = -2x^2 - 4x$
 따라서 $a=-2$, $b=-4$, $c=0$ 이므로
 $a+b+c = -2 + (-4) + 0 = -6$
- 51 구하는 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 로 놓자.
 이 그래프가 점 $(0, 3)$ 을 지나므로 $c=3$
 $y = ax^2 + bx + 3$ 의 그래프가 두 점 $(-1, 11)$, $(2, -1)$ 을 지나므로
 $11 = a - b + 3$, $-1 = 4a + 2b + 3$
 위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=-6$
 따라서 구하는 이차함수의 식은 $y = 2x^2 - 6x + 3$
- 52 주어진 세 점을 지나는 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 로 놓자.
 이 그래프가 점 $(0, 2)$ 를 지나므로 $c=2$
 $y = ax^2 + bx + 2$ 의 그래프가 두 점 $(-2, 14)$, $(2, 6)$ 을 지나므로
 $14 = 4a - 2b + 2$, $6 = 4a + 2b + 2$
 위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=-2$
 따라서 $y = 2x^2 - 2x + 2 = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{2}$ 이므로 축의 방정식은 $x = \frac{1}{2}$ 이다.



- 53 주어진 그래프의 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$ 로 놓자.
이 그래프가 점 $(0, 4)$ 를 지나므로 $c=4$
 $y=ax^2+bx+4$ 의 그래프가 두 점 $(2, -2), (5, 4)$ 를 지나므로
 $-2=4a+2b+4, 4=25a+5b+4$
위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=1, b=-5$
따라서 $y=x^2-5x+4=\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{5}{2}, -\frac{9}{4}\right)$ 이다.
- 54 그래프가 x 축과 두 점 $(-2, 0), (3, 0)$ 에서 만나므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+2)(x-3)$ 으로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(0, 6)$ 을 지나므로
 $6=a(0+2)(0-3), 6=-6a \quad \therefore a=-1$
따라서 구하는 이차함수의 식은
 $y=-(x+2)(x-3)=-x^2+x+6$
- 55 그래프가 x 축과 두 점 $(-3, 0), (1, 0)$ 에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x+3)(x-1)$ 로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(0, -1)$ 을 지나므로
 $-1=a(0+3)(0-1), -1=-3a \quad \therefore a=\frac{1}{3}$
 $\therefore y=\frac{1}{3}(x+3)(x-1)=\frac{1}{3}x^2+\frac{2}{3}x-1$
따라서 $a=\frac{1}{3}, b=\frac{2}{3}, c=-1$ 이므로
 $a+b-c=\frac{1}{3}+\frac{2}{3}-(-1)=2$
- 56 그래프가 x 축과 두 점 $(-2, 0), (4, 0)$ 에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)(x-4)$ 로 놓을 수 있다.
이때 $y=-3x^2+4x-2$ 의 그래프를 평행이동하면 완전히 포갤 수 있으므로 $a=-3$
 $\therefore y=-3(x+2)(x-4)=-3x^2+6x+24$
따라서 $a=-3, b=6, c=24$ 이므로
 $3a-b+c=3\times(-3)-6+24=9$
- 57 그래프가 x 축과 두 점 $(3, 0), (5, 0)$ 에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x-3)(x-5)$ 로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(2, -3)$ 을 지나므로
 $-3=a(2-3)(2-5), -3=3a \quad \therefore a=-1$
 $\therefore y=-(x-3)(x-5)=-x^2+8x-15$
이 그래프가 점 $(k, -k^2+1)$ 을 지나므로
 $-k^2+1=-k^2+8k-15 \quad \therefore k=2$

- 1 $y=-ax^2+2ax+b$ 의 그래프가 점 $(-2, 16)$ 을 지나므로
 $16=-a\times(-2)^2+2a\times(-2)+b$
 $16=-8a+b \quad \therefore b=8a+16$
 $\therefore y=-ax^2+2ax+8a+16$
 $=-a(x-1)^2+9a+16$
꼭짓점의 좌표는 $(1, 9a+16)$ 이고, 꼭짓점이 직선 $y=3x-5$ 위에 있으므로
 $9a+16=3\times 1-5, 9a=-18 \quad \therefore a=-2$
 $\therefore b=8\times(-2)+16=0$
- 2 $f\left(\frac{1}{2}\right)=f\left(\frac{7}{2}\right)$ 이므로 $\frac{1}{4}a+\frac{1}{2}b+4=\frac{49}{4}a+\frac{7}{2}b+4$
 $\therefore b=-4a$
 $\therefore f(x)=ax^2-4ax+4 \quad \dots \textcircled{1}$
두 점 $(-m, 0), (3m, 0)$ 을 지나는 이차함수의 식은
 $f(x)=a(x+m)(x-3m)$
 $=a(x^2-2mx-3m^2)$
 $=ax^2-2amx-3am^2 \quad \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $-4a=-2am, 4=-3am^2$ 이므로
 $m=2, a=-\frac{1}{3}$
 $\therefore b=-4a=-4\times\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{4}{3}$
 $\therefore a+b=-\frac{1}{3}+\frac{4}{3}=1$
- 3 $y=x^2-8x+12$ 에 $y=0$ 을 대입하면
 $x^2-8x+12=0, (x-2)(x-6)=0$
 $\therefore x=2$ 또는 $x=6$
이때 x 축과 만나는 두 점 $(2, 0), (6, 0)$ 사이의 거리는 4
이므로 $y=x^2-8x+12=(x-4)^2-4$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 $y=(x-4)^2-4+q$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리는 2이다.
두 그래프의 축의 방정식은 $x=4$ 이고,
 $y=(x-4)^2-4+q$ 의 그래프의 축에서 이 그래프가 x 축과 만나는 두 점까지의 거리는 1이므로 x 축과 만나는 두 점의 좌표는 각각 $(3, 0), (5, 0)$ 이다.
따라서 $y=(x-4)^2-4+q$ 에 $x=3, y=0$ 을 대입하면
 $0=(3-4)^2-4+q \quad \therefore q=3$

- 4 $y=x^2-8x=(x-4)^2-16$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x=4$ 이고 꼭짓점의 좌표는 $(4, -16)$ 이다.
즉, $y=x^2-8x$ 의 그래프는 직선 $x=4$ 에 대칭이므로 오른쪽 그림에서 두 부분 B, C의 넓이는 서로 같다.
또 $y=x^2-8x$ 의 그래프를 평행이동하면 $y=x^2$ 의 그래프와 완전히 포개어지므로 두 부분 C, D의 넓이는 서로 같다.
 $\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)=(두 부분 A, B의 넓이의 합)
 $=$ (두 부분 A, C의 넓이의 합)
 $=$ (두 부분 A, D의 넓이의 합)
 $=4\times 16=64$



100점 따라잡기

79쪽

- 1 $a=-2, b=0$ 2 ④ 3 ④ 4 64 5 81
6 ①

5 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 2x + 9 = -\frac{1}{3}(x-3)^2 + 12$ 이므로
 $A(3, 12)$
 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 2x + 9$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y=9$
 $\therefore B(0, 9)$
 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 2x + 9$ 에 $y=0$ 을 대입하면
 $-\frac{1}{3}x^2 + 2x + 9 = 0, x^2 - 6x - 27 = 0$
 $(x+3)(x-9) = 0 \quad \therefore x = -3$ 또는 $x = 9$
 $\therefore C(-3, 0), D(9, 0)$
 $\therefore \square ABCD = \triangle BCO + \triangle ABO + \triangle AOD$
 $= \frac{1}{2} \times 3 \times 9 + \frac{1}{2} \times 9 \times 3 + \frac{1}{2} \times 9 \times 12$
 $= \frac{27}{2} + \frac{27}{2} + 54 = 81$

6 $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{15}{2} = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + 8$ 이므로
 $A(-1, 8)$
 $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{15}{2}$ 에 $y=0$ 을 대입하면
 $-\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{15}{2} = 0, x^2 + 2x - 15 = 0$
 $(x+5)(x-3) = 0 \quad \therefore x = -5$ 또는 $x = 3$
 $\therefore B(-5, 0), C(3, 0)$
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32$

점 B를 지나고 $\triangle ABC$ 의 넓이를
 이등분하는 직선이 $\overline{AC}$ 와 만나는
 점을 D, 점 D에서 x 축에 내린 수
 선의 발을 H라 하면

$$\triangle DBC = \frac{1}{2} \triangle ABC = 16$$

$$\text{이므로 } \frac{1}{2} \times 8 \times \overline{DH} = 16 \quad \therefore \overline{DH} = 4$$

즉, 점 D의 y 좌표는 4이다.

두 점 $A(-1, 8), C(3, 0)$ 을 지나는 직선을 그래프로 하
 는 일차함수의 식을 $y = ax + b$ 로 놓으면

$$a = (\text{기울기}) = \frac{0-8}{3-(-1)} = -2$$

$$y = -2x + b \text{에 } x=3, y=0 \text{을 대입하면}$$

$$0 = -2 \times 3 + b \quad \therefore b = 6$$

$$y = -2x + 6 \text{에 } y=4 \text{를 대입하면 } 4 = -2x + 6 \quad \therefore x = 1$$

$$\therefore D(1, 4)$$

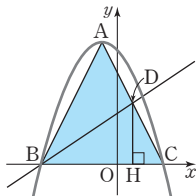
두 점 $B(-5, 0), D(1, 4)$ 를 지나는 직선을 그래프로 하
 는 일차함수의 식을 $y = mx + n$ 으로 놓으면

$$m = (\text{기울기}) = \frac{4-0}{1-(-5)} = \frac{2}{3}$$

$$y = \frac{2}{3}x + n \text{에 } x=1, y=4 \text{를 대입하면}$$

$$4 = \frac{2}{3} + n \quad \therefore n = \frac{10}{3}$$

$$\text{즉, } y = \frac{2}{3}x + \frac{10}{3} \text{이므로 } 2x - 3y + 10 = 0$$



서술형 문제

80~81쪽

1 (1) $y = 5(x+1)^2 + 2$ (2) $(-1, 2)$ (3) $x = -1$

2 (1) $A(2, 4), B(0, 3), C(6, 0)$

(2) $\triangle ABO = 3, \triangle AOC = 12, \triangle BOC = 9$

(3) 6

3 -20 4 -18 5 그래프는 풀이 참조 6 15

7 12 8 $y = -2x^2 - 4x - 5$

9 기본 $y = 3x^2 - 18x + 10$ 발전 -2 심화 8

1 (1) $y = 5x^2 + 10x + 7$
 $= 5(x^2 + 2x + 1 - 1) + 7$
 $= 5(x+1)^2 + 2$

(2) 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 2)$ 이다.

(3) 축의 방정식은 $x = -1$ 이다.

2 (1) $y = -\frac{1}{4}x^2 + x + 3$
 $= -\frac{1}{4}(x^2 - 4x + 4 - 4) + 3$
 $= -\frac{1}{4}(x-2)^2 + 4$
 이므로 $A(2, 4)$

$$y = -\frac{1}{4}x^2 + x + 3 \text{에 } x=0 \text{을 대입하면 } y=3$$

$$\therefore B(0, 3)$$

$$y = -\frac{1}{4}x^2 + x + 3 \text{에 } y=0 \text{을 대입하면}$$

$$-\frac{1}{4}x^2 + x + 3 = 0, x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x+2)(x-6) = 0 \quad \therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 6$$

$$\therefore C(6, 0)$$

$$(2) \triangle ABO = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 3$$

$$\triangle AOC = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$$

$$\triangle BOC = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9$$

$$(3) \triangle ABC = \triangle ABO + \triangle AOC - \triangle BOC$$

$$= 3 + 12 - 9 = 6$$

3 $y = -x^2 + 6x + m$
 $= -(x^2 - 6x + 9 - 9) + m$
 $= -(x-3)^2 + m + 9$
 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(3, m+9)$ ①

$$y = 2x^2 + nx + 19$$

$$= 2\left(x^2 + \frac{n}{2}x + \frac{n^2}{16} - \frac{n^2}{16}\right) + 19$$

$$= 2\left(x + \frac{1}{4}n\right)^2 - \frac{1}{8}n^2 + 19$$

$$\text{이므로 꼭짓점의 좌표는 } \left(-\frac{1}{4}n, -\frac{1}{8}n^2 + 19\right) \text{ ②}$$

두 그래프의 꼭짓점이 일치하므로

$$3 = -\frac{1}{4}n, m+9 = -\frac{1}{8}n^2 + 19$$

$$\therefore m = -8, n = -12$$

$$\therefore m+n = -8 + (-12) = -20 \text{ ③}$$

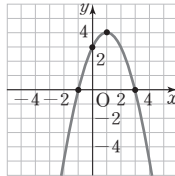


단계	채점 기준	배점
①	$y = -x^2 + 6x + m$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표 구하기	3점
②	$y = 2x^2 + nx + 19$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표 구하기	3점
③	$m+n$ 의 값 구하기	2점

- 4 $y = 3x^2 - 18x + 10$
 $= 3(x^2 - 6x + 9 - 9) + 10$
 $= 3(x - 3)^2 - 17$
 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(3, -17)$ ①
 이 그래프의 꼭짓점이 $y = \frac{1}{9}x^2 + k$ 의 그래프 위에 있으므로
 $-17 = \frac{1}{9} \times 3^2 + k$
 $-17 = 1 + k \quad \therefore k = -18$ ②

단계	채점 기준	배점
①	꼭짓점의 좌표 구하기	4점
②	k 의 값 구하기	4점

- 5 $y = -x^2 + 2x + 3$
 $= -(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3$
 $= -(x - 1)^2 + 4$
 이므로 꼭짓점의 좌표가 $(1, 4)$ ①
 $y = -x^2 + 2x + 3$ 에 $y = 0$ 을 대입하면 $-x^2 + 2x + 3 = 0$
 $x^2 - 2x - 3 = 0, (x + 1)(x - 3) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = 3$
 즉, x 축과 만나는 점의 좌표가 $(-1, 0), (3, 0)$ 이다.
 $y = -x^2 + 2x + 3$ 에 $x = 0$ 을 대입하면
 $y = 3$
 즉, y 축과 만나는 점의 좌표가 $(0, 3)$ 이다. ②
 따라서 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같다. ③



단계	채점 기준	배점
①	꼭짓점의 좌표 구하기	2점
②	x 축, y 축과 만나는 점의 좌표 구하기	4점
③	그래프 그리기	2점

- 6 $y = x^2 + 4x - 5$ 에 $y = 0$ 을 대입하면 $x^2 + 4x - 5 = 0$
 $(x + 5)(x - 1) = 0 \quad \therefore x = -5$ 또는 $x = 1$
 $A(-5, 0), B(1, 0)$ 이므로
 $\overline{AB} = 1 - (-5) = 6$ ①
 $y = x^2 + 4x - 5$ 에 $x = 0$ 을 대입하면 $y = -5$
 $C(0, -5)$ 이므로 $\overline{OC} = 5$ ②
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{OC}$
 $= \frac{1}{2} \times 6 \times 5$
 $= 15$ ③

단계	채점 기준	배점
①	$\overline{AB}$ 의 길이 구하기	4점
②	$\overline{OC}$ 의 길이 구하기	2점
③	$\triangle ABC$ 의 넓이 구하기	2점

- 7 꼭짓점의 좌표가 $(-2, -3)$ 이므로 이차함수의 식을
 $y = a(x + 2)^2 - 3$ 으로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 점 $(0, 3)$ 을 지나므로
 $3 = a(0 + 2)^2 - 3, 4a = 6 \quad \therefore a = \frac{3}{2}$ ①
 $y = \frac{3}{2}(x + 2)^2 - 3 = \frac{3}{2}x^2 + 6x + 3$
 이므로 $a = \frac{3}{2}, b = 6, c = 3$ ②
 $\therefore 2a + b + c = 2 \times \frac{3}{2} + 6 + 3 = 12$ ③

단계	채점 기준	배점
①	a 의 값 구하기	3점
②	b, c 의 값 각각 구하기	3점
③	$2a + b + c$ 의 값 구하기	2점

- 8 (가)에서 $y = -2x^2 - 4x + 1$ 의 그래프와 모양과 폭이 같으므로 $a = -2$ ①
 (나)에서 축의 방정식이 $x = -1$ 이므로 $y = -2(x + 1)^2 + q$ 로 놓을 수 있다.
 (다)에서 $y = 3x^2 - 5$ 의 그래프의 꼭짓점 $(0, -5)$ 를 지나므로
 $-5 = -2 \times (0 + 1)^2 + q \quad \therefore q = -3$ ②
 따라서 구하는 이차함수의 식은
 $y = -2(x + 1)^2 - 3 = -2x^2 - 4x - 5$ ③

단계	채점 기준	배점
①	a 의 값 구하기	3점
②	q 의 값 구하기	3점
③	이차함수의 식 구하기	2점

- 9 기본 $y = 3x^2 - 12x - 2$
 $= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) - 2$
 $= 3(x - 2)^2 - 14$ ①
 이 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y = 3(x - 1 - 2)^2 - 14 - 3$
 $= 3(x - 3)^2 - 17$
 $= 3x^2 - 18x + 10$ ②

단계	채점 기준	배점
①	이차함수의 식을 $y = a(x - p)^2 + q$ 꼴로 나타내기	3점
②	평행이동한 그래프의 식 구하기	3점

- 발전 $y = 2x^2 - 4x + 5$
 $= 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 5$
 $= 2(x - 1)^2 + 3$
 이 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y = 2(x - p - 1)^2 + 3 + q$ ①
 이때 $y = 2x^2 + 12x + 23$
 $= 2(x^2 + 6x + 9 - 9) + 23$
 $= 2(x + 3)^2 + 5$
 즉, $-p - 1 = 3, 3 + q = 5$ 이므로
 $p = -4, q = 2$ ②
 $\therefore p + q = -4 + 2 = -2$ ③

단계	채점 기준	배점
①	평행이동한 그래프의 식 구하기	3점
②	p, q 의 값 각각 구하기	3점
③	$p+q$ 의 값 구하기	2점

심화 $y = -x^2 + 2x + 3$
 $= -(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3$
 $= -(x-1)^2 + 4$

의 꼭짓점 A의 좌표는 A(1, 4)

$y = -x^2 + 6x - 5$
 $= -(x^2 - 6x + 9 - 9) - 5$
 $= -(x-3)^2 + 4$

의 꼭짓점 B의 좌표는 B(3, 4) ①

즉, $y = -x^2 + 6x - 5$ 의 그래프는 $y = -x^2 + 2x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이므로

□ACDB는 평행사변형이다. ②

∴ □ACDB = $2 \times 4 = 8$ ③

단계	채점 기준	배점
①	두 점 A, B의 좌표를 각각 구하기	4점
②	□ACDB가 평행사변형임을 알기	4점
③	□ACDB의 넓이 구하기	2점

중단원 마무리 문제 1회

82~84쪽

- 1 ② 2 ② 3 (2, 0) 4 ① 5 ⑤ 6 ⑤
 7 ③ 8 $k < -1$ 9 8 10 D(5, 15)
 11 ③ 12 ② 13 ② 14 ④ 15 ⑤
 16 ⑤ 17 10 18 ④ 19 ③ 20 ③

1 $y = -\frac{3}{4}x^2 + 6x + 1$
 $= -\frac{3}{4}(x^2 - 8x + 16 - 16) + 1$
 $= -\frac{3}{4}(x-4)^2 + 13$
 따라서 $p=4, q=13$ 이므로
 $q-p=13-4=9$

2 $y = 8x^2 + 16x + 6$
 $= 8(x^2 + 2x + 1 - 1) + 6$
 $= 8(x+1)^2 - 2$

이므로 축의 방정식은 $x = -1$, 꼭짓점의 좌표는 (-1, -2)이다.

3 $y = x^2 + ax + 4$ 의 그래프가 점 (3, 1)을 지나므로
 $1 = 3^2 + 3 \times a + 4$ ∴ $a = -4$
 ∴ $y = x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$
 따라서 꼭짓점의 좌표는 (2, 0)이다.

4 $y = 2x^2 - 8x + 11$
 $= 2(x^2 - 4x + 4 - 4) + 11$
 $= 2(x-2)^2 + 3$

이므로 꼭짓점의 좌표는 (2, 3)이다.

이때 $y = -3x^2 + ax + b$ 의 그래프의 꼭짓점이 (2, 3)이므로
 $y = -3(x-2)^2 + 3 = -3x^2 + 12x - 9$

따라서 $a=12, b=-9$ 이므로

$a+b=12+(-9)=3$

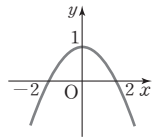
5 $y = ax + b$ 의 그래프가 두 점 (-2, 0), (0, 4)를 지나므로
 $a = (\text{기울기}) = \frac{4-0}{0-(-2)} = \frac{4}{2} = 2$

$b = (y\text{절편}) = 4$

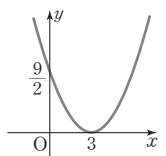
∴ $y = x^2 - ax + b = x^2 - 2x + 4$
 $= (x^2 - 2x + 1 - 1) + 4 = (x-1)^2 + 3$

따라서 꼭짓점의 좌표는 (1, 3)이다.

6 ① $y = -\frac{1}{4}x^2 + 1$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 (0, 1)이고 x 축과 만나는 점의 좌표는 (-2, 0), (2, 0)이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



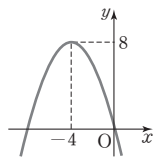
② $y = \frac{1}{2}(x-3)^2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 (3, 0)이고 y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, \frac{9}{2})$ 이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



③ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 4x$
 $= -\frac{1}{2}(x+4)^2 + 8$

의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

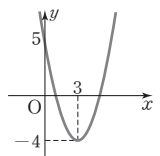
(-4, 8)이고 y 축과 만나는 점의 좌표는 (0, 0)이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



④ $y = x^2 - 6x + 5$
 $= (x-3)^2 - 4$

의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

(3, -4)이고 y 축과 만나는 점의 좌표는 (0, 5)이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



⑤ $y = -2x^2 - 8x + 7 = -2(x+2)^2 + 15$

의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 (-2, 15)이고 y 축과 만나는 점의 좌표는 (0, 7)이므로 그래프는 주어진 그림과 같다.

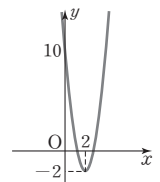
따라서 이차함수와 그 그래프가 바르게 짝지어진 것은 ⑤이다.

7 $y = 3x^2 - 12x + 10 = 3(x-2)^2 - 2$

이므로 그래프의 꼭짓점의 좌표는

(2, -2)이고 y 축과 만나는 점의 좌표는 (0, 10)이다.

따라서 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제3사분면을 지나지 않는다.





- 8 $y = x^2 + 8x + 15 - k = (x+4)^2 - 1 - k$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-4, -1-k)$ 이다.
이때 이 그래프는 아래로 볼록하므로 x 축과 만나지 않으려면 꼭짓점이 x 축보다 위쪽에 있어야 한다.
따라서 $-1-k > 0$ 이어야 하므로 $k < -1$

- 9 $y = x^2 + 2x - 15$ 에 $y=0$ 을 대입하면
 $x^2 + 2x - 15 = 0, (x+5)(x-3) = 0$
 $\therefore x = -5$ 또는 $x = 3$
따라서 그래프가 x 축과 만나는 두 점의 좌표가 $A(-5, 0), B(3, 0)$ 이므로 $\overline{AB} = 3 - (-5) = 8$

- 10 점 D는 $y = -x^2 + 8x$ 의 그래프 위의 점이므로
 $D(a, -a^2 + 8a)$ 라 하면 $C(a, 0)$ 이다.
 $\therefore \overline{CD} = -a^2 + 8a$

한편

$$y = -x^2 + 8x = -(x-4)^2 + 16$$

이므로 축의 방정식은 $x=4$ 이고,

점 A와 점 D는 축에 대하여 대칭

이므로

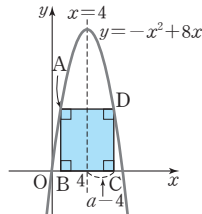
$$\overline{AD} = 2(a-4) = 2a-8$$

이때 직사각형 ABCD의 둘레의 길이가 34이므로

$$2(\overline{AD} + \overline{CD}) = 2\{(2a-8) + (-a^2 + 8a)\} = 34$$

$$a^2 - 10a + 25 = 0, (a-5)^2 = 0 \quad \therefore a = 5$$

따라서 점 D의 좌표는 $D(5, 15)$ 이다.



- 11 $y = 2x^2 - 12x + 10$
 $= 2(x-3)^2 - 8$
이므로 이 그래프는 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -8만큼 평행이동한 것이다.
즉, $m=3, n=-8$ 이므로
 $m+n=3+(-8)=-5$

- 12 $y = x^2 - 6x + 2 = (x-3)^2 - 7$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y = (x+3-3)^2 - 7 = x^2 - 7$
이 그래프가 점 $(3, k)$ 를 지나므로
 $k = 3^2 - 7 = 2$

- 13 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 5 = -\frac{1}{2}(x-2)^2 - 3$
① 축의 방정식은 $x=2$ 이다.
② $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 5$ 에 $x=2$ 를 대입하면
 $y = -\frac{1}{2} \times 2^2 + 2 \times 2 - 5 = -3$
③ $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다.
④ $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포갤 수 있다.
⑤ $x > 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
따라서 옳은 것은 ②이다.

- 14 그래프의 모양이 아래로 볼록하므로 $a > 0$
축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $a \times (-b) > 0 \quad \therefore b < 0$
 y 축과 만나는 점이 x 축보다 아래쪽에 있으므로 $c < 0$

$$\textcircled{1} a > 0$$

$$\textcircled{2} ac < 0$$

$$\textcircled{3} abc > 0$$

$$\textcircled{4} x = -1 \text{ 일 때, } y < 0 \text{ 이므로 } a + b + c < 0$$

$$\textcircled{5} x = -2 \text{ 일 때, } y = 0 \text{ 이므로 } 4a + 2b + c = 0$$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

- 15 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로

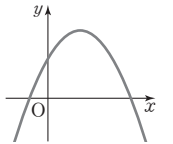
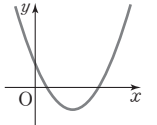
$$a > 0, b < 0, c > 0$$

$$y = bx^2 + cx + a \text{의 그래프는 } b < 0 \text{ 이므로}$$

그래프의 모양이 위로 볼록하고, b, c 의 부호가 다르므로 축은 y 축의 오른쪽에 있다.

또 $a > 0$ 이므로 y 축과 만나는 점이 x 축보다 위쪽에 있다.

따라서 $y = bx^2 + cx + a$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 모든 사분면을 지난다.



- 16 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 5)$ 이므로 주어진 그래프의 이차함수의 식을 $y = a(x+1)^2 + 5$ 로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(0, 2)$ 를 지나므로

$$2 = a(0+1)^2 + 5 \quad \therefore a = -3$$

$$\therefore y = -3(x+1)^2 + 5 = -3x^2 - 6x + 2$$

$$\text{즉, } a = -3, b = -6, c = 2 \text{ 이므로}$$

$$y = bx^2 + cx + a = -6x^2 + 2x - 3$$

$$\textcircled{1} -7 = -6 \times 1^2 + 2 \times 1 - 3$$

$$\textcircled{2} -23 = -6 \times 2^2 + 2 \times 2 - 3$$

$$\textcircled{3} -3 = -6 \times 0^2 + 2 \times 0 - 3$$

$$\textcircled{4} -11 = -6 \times (-1)^2 + 2 \times (-1) - 3$$

$$\textcircled{5} 1 \neq -6 \times 5^2 + 2 \times 5 - 3 = -143$$

따라서 이 그래프가 지나지 않는 점은 ⑤이다.

- 17 꼭짓점의 좌표가 $(-\frac{3}{2}, \frac{25}{4})$ 이므로 주어진 그래프의 이차함수의 식을 $y = a(x + \frac{3}{2})^2 + \frac{25}{4}$ 로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(-4, 0)$ 을 지나므로

$$0 = a(-4 + \frac{3}{2})^2 + \frac{25}{4} \quad \therefore a = -1$$

$$\therefore y = -(x + \frac{3}{2})^2 + \frac{25}{4} = -x^2 - 3x + 4$$

$$y = -x^2 - 3x + 4 \text{에 } y=0 \text{을 대입하면}$$

$$-x^2 - 3x + 4 = 0, x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$(x+4)(x-1) = 0 \quad \therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 1$$

$$B(-4, 0), C(1, 0) \text{이므로 } \overline{BC} = 1 - (-4) = 5$$

$$y = -x^2 - 3x + 4 \text{에 } x=0 \text{을 대입하면 } y=4$$

$$D(0, 4) \text{이므로 } \overline{OD} = 4$$

$$\therefore \triangle DBC = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{OD} = \frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10$$

- 18 $y=3x^2$ 의 그래프와 x 축에 대칭인 그래프의 식은 $y=-3x^2$
이 그래프를 평행이동하였더니 $x < -5$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하고, $x > -5$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값이 감소하므로 축의 방정식은 $x=-5$ 이다.
이때 $y=-3(x+5)^2+q$ 의 그래프가 점 $(-3, -1)$ 을 지나므로
 $-1=-3 \times (-3+5)^2+q$
 $\therefore q=11$
 $\therefore y=-3(x+5)^2+11$
이 그래프가 점 $(-4, k)$ 를 지나므로
 $k=-3 \times (-4+5)^2+11=8$
- 19 $y=ax^2+x+b$ 의 그래프가 두 점 $(-1, 0), (0, 2)$ 를 지나므로
 $0=a \times (-1)^2-1+b, 2=b$
따라서 $a=-1, b=2$ 이므로
 $a+b=-1+2=1$
- 20 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 두 점 $(-1, 0), (7, 0)$ 을 지나므로 $y=a(x+1)(x-7)$ 로 놓을 수 있다.
 $y=a(x+1)(x-7)$
 $=a(x^2-6x-7)$
 $=a(x^2-6x+9-9-7)$
 $=a(x-3)^2-16a$
이므로 축의 방정식은 $x=3$ 이다.

- 1 ① $y=2x^2-8x$
 $=2(x^2-4x+4-4)$
 $=2(x-2)^2-8$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2, -8)$
② $y=-3x^2-6x+4$
 $=-3(x^2+2x+1-1)+4$
 $=-3(x+1)^2+7$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 7)$
③ $y=x^2+4x-5$
 $=(x^2+4x+4-4)-5$
 $=(x+2)^2-9$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2, -9)$
④ $y=-2x^2+4x+1$
 $=-2(x^2-2x+1-1)+1$
 $=-2(x-1)^2+3$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, 3)$
⑤ $y=-(x+1)(x-2)$
 $=-x^2+x+2$
 $=-\left(x^2-x+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\right)+2$
 $=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{9}{4}$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{1}{2}, \frac{9}{4}\right)$
따라서 꼭짓점이 제2사분면 위에 있는 것은 ②이다.

- 2 $y=\frac{1}{3}x^2+ax+1$
 $=\frac{1}{3}\left(x+\frac{3}{2}a\right)^2-\frac{3}{4}a^2+1$
따라서 축의 방정식은 $x=-\frac{3}{2}a$ 이므로
 $-\frac{3}{2}a=6 \quad \therefore a=-4$

- 3 $y=2x^2+ax+b$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 3)$ 이므로
 $y=2(x+1)^2+3=2x^2+4x+5$
따라서 $a=4, b=5$ 이므로
 $a+b=4+5=9$
- 4 $y=x^2-2kx+10=(x-k)^2-k^2+10$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(k, -k^2+10)$ 이고, 꼭짓점이 직선 $2x+y=7$ 위에 있으므로
 $2k-k^2+10=7, k^2-2k-3=0$
 $(k+1)(k-3)=0 \quad \therefore k=-1$ 또는 $k=3$
이때 k 는 양수이므로 $k=3$

- 5 $y=\frac{1}{3}x^2+2x+4=\frac{1}{3}(x+3)^2+1$
이므로 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 1)$, y 축과 만나는 점의 좌표가 $(0, 4)$ 인 아래로 볼록한 포물선이다.
따라서 주어진 이차함수의 그래프는 ①과 같다.

중단원 마무리 문제 2회

85~87쪽

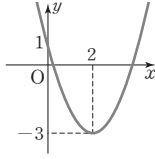
- | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|
| 1 ② | 2 ③ | 3 9 | 4 3 | 5 ① | 6 ⑤ |
| 7 ④ | 8 ⑤ | 9 12 | 10 ⑤ | 11 ③ | 12 ⑤ |
| 13 ③ | 14 ③ | 15 ④ | 16 ④ | 17 ④ | 18 ⑤ |
| 19 ④ | 20 ③ | | | | |



6 ① $y = x^2 - 4x + 1$

$$= (x-2)^2 - 3$$

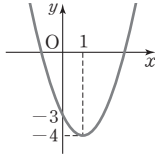
이므로 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 (2, -3), y 축과 만나는 점의 좌표가 (0, 1)인 아래로 볼록한 포물선이다.



② $y = x^2 - 2x - 3$

$$= (x-1)^2 - 4$$

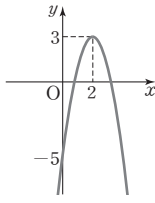
이므로 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 (1, -4), y 축과 만나는 점의 좌표가 (0, -3)인 아래로 볼록한 포물선이다.



③ $y = -2x^2 + 8x - 5$

$$= -2(x-2)^2 + 3$$

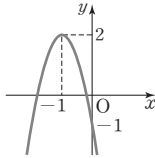
이므로 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 (2, 3), y 축과 만나는 점의 좌표가 (0, -5)인 위로 볼록한 포물선이다.



④ $y = -3x^2 - 6x - 1$

$$= -3(x+1)^2 + 2$$

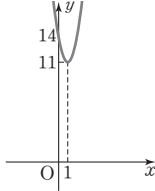
이므로 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 (-1, 2), y 축과 만나는 점의 좌표가 (0, -1)인 위로 볼록한 포물선이다.



⑤ $y = 3x^2 - 6x + 14$

$$= 3(x-1)^2 + 11$$

이므로 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 (1, 11), y 축과 만나는 점의 좌표가 (0, 14)인 아래로 볼록한 포물선이다.



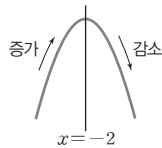
따라서 그래프가 x 축과 만나지 않는 것은 ⑤이다.

7 $y = -5x^2 - 20x - 7$

$$= -5(x+2)^2 + 13$$

이므로 그래프는 위로 볼록한 포물선이고 축의 방정식은 $x = -2$ 이다.

따라서 $x > -2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.



8 $y = x^2 - 4x + k = (x-2)^2 + k - 4$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.

$\overline{AB} = 8$ 이므로 그래프의 축에서 두 점 A, B까지의 거리는 각각 4이다.

$$\therefore A(-2, 0), B(6, 0)$$

따라서 $y = x^2 - 4x + k$ 에 $x = -2, y = 0$ 을 대입하면

$$0 = (-2)^2 - 4 \times (-2) + k \quad \therefore k = -12$$

9 $y = -2x^2 + 12x - 9 = -2(x-3)^2 + 9$ 의 그래프는

$y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 9만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $m = 3, n = 9$ 이므로

$$m + n = 3 + 9 = 12$$

10 $y = -x^2 + 3x$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포개어지려면 이차항의 계수가 -1 이어야 한다.

② $y = -(x-4)^2 + 2$

$$= -x^2 + 8x - 14$$

④ $y = -(x+1)(x-2)$

$$= -x^2 + x + 2$$

⑤ $y = 2x^2 - x(x+2)$

$$= x^2 - 2x$$

11 $y = ax^2 + 2x - 5$ 의 그래프가 점 (3, -8)을 지나므로

$$-8 = a \times 3^2 + 2 \times 3 - 5$$

$$-8 = 9a + 1 \quad \therefore a = -1$$

$y = -x^2 + 2x - 5$ 의 그래프가 점 (-2, b)를 지나므로

$$b = -(-2)^2 + 2 \times (-2) - 5 = -13$$

$$\therefore a - b = -1 - (-13) = 12$$

12 $y = 6x^2 - 12x + 11$

$$= 6(x-1)^2 + 5$$

① 아래로 볼록한 포물선이다.

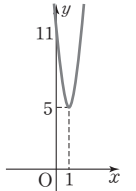
② 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

③ 그래프가 오른쪽 그림과 같으므로

제1, 2사분면을 지난다.

④ 꼭짓점의 좌표는 (1, 5)이다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.



13 그래프의 모양이 아래로 볼록하므로 $a > 0$

축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0 \quad \therefore b < 0$

y 축과 만나는 점이 x 축보다 위쪽에 있으므로 $c > 0$

14 그래프의 모양이 위로 볼록하므로 $a < 0$

축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0 \quad \therefore b > 0$

y 축과 만나는 점이 x 축보다 위쪽에 있으므로 $c > 0$

$y = bx + ac$ 의 그래프는 $b > 0$ 이므로 그래프가 오른쪽 위로 향하고, $ac < 0$ 이므로 y 절편이 0보다 작다.

따라서 $y = bx + ac$ 의 그래프로 적당한 것은 ③이다.

15 $y = -x^2 + 4x + 21$ 에 $y = 0$ 을 대입하면

$$-x^2 + 4x + 21 = 0, x^2 - 4x - 21 = 0$$

$$(x+3)(x-7) = 0$$

$$\therefore x = -3 \text{ 또는 } x = 7$$

$$A(-3, 0), B(7, 0) \text{이므로}$$

$$\overline{AB} = 7 - (-3) = 10$$

$$y = -x^2 + 4x + 21 = -(x-2)^2 + 25$$

$$\text{이므로 } C(2, 25)$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times 25$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 25$$

$$= 125$$

- 16 $y = x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 (3, 0)
 $y = x^2 - 6x + 4 = (x-3)^2 - 5$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 (3, -5)
 즉, $y = x^2 - 6x + 9$ 의 그래프는 $y = x^2 - 6x + 4$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 5만큼 평행이동한 것이므로 색칠한 부분의 사각형은 평행사변형이다.
 $\therefore$ (색칠한 부분의 넓이) $= 3 \times 5$
 $= 15$

- 17 $y = (x-4)^2$ 의 그래프의 꼭짓점은 (4, 0)이므로 이차함수의 식을 $y = a(x-4)^2$ 으로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 점 (2, -5)를 지나므로
 $-5 = a(2-4)^2$
 $-5 = 4a \quad \therefore a = -\frac{5}{4}$
 $\therefore y = -\frac{5}{4}(x-4)^2$
 $= -\frac{5}{4}x^2 + 10x - 20$
 이 그래프에 $x=0$ 을 대입하면
 $y = -20$
 따라서 y 축과 만나는 점의 좌표는 (0, -20)이다.

- 18 축의 방정식이 $x=4$ 이므로 이차함수의 식을 $y = a(x-4)^2 + q$ 로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 두 점 (0, -3), (6, 3)을 지나므로
 $-3 = 16a + q, 3 = 4a + q$
 위의 두 식을 연립하여 풀면
 $a = -\frac{1}{2}, q = 5$
 $\therefore y = -\frac{1}{2}(x-4)^2 + 5$
 $= -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 3$
 이 그래프가 점 (2, k)를 지나므로
 $k = -\frac{1}{2} \times 2^2 + 4 \times 2 - 3$
 $= 3$

- 19 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 점 (0, 8)을 지나므로 $c=8$
 $y = ax^2 + bx + 8$ 의 그래프가 두 점 (-3, 5), (4, -16)을 지나므로
 $5 = 9a - 3b + 8, -16 = 16a + 4b + 8$
 위의 두 식을 연립하여 풀면
 $a = -1, b = -2$
 $\therefore y = bx^2 + cx + a$
 $= -2x^2 + 8x - 1$
 $= -2(x-2)^2 + 7$
 ㄱ. y 축과 만나는 점의 y 좌표는 -1이다.
 ㄴ. 그래프의 모양이 위로 볼록하다.
 따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.

- 20 그래프가 x 축과 두 점 (-3, 0), (1, 0)에서 만나므로 이차함수의 식을 $y = a(x+3)(x-1)$ 로 놓을 수 있다.
 이때 $y = 2x^2 - 3x + 4$ 의 그래프를 평행이동하면 완전히 포갤 수 있으므로 $a=2$
 $\therefore y = 2(x+3)(x-1) = 2x^2 + 4x - 6$
 따라서 $a=2, b=4, c=-6$ 이므로
 $2a + b + c = 2 \times 2 + 4 + (-6) = 2$





유형 보충 문제

II. 식의 계산

2 인수분해

90~93쪽

- 1 ③ 2 ⑤ 3 ③ 4 ④
 5 $(6x+7y)(6x-7y)$ 6 ④ 7 ③ 8 ④
 9 ④ 10 ③ 11 ② 12 ③, ④
 13 $(x+y+4)(x-y-4)$ 14 ⑤ 15 1 또는 9
 16 ④ 17 ③ 18 ① 19 $x+5$ 20 1
 21 ③ 22 ① 23 $(x+4)(4x+9)$ 24 -9
 25 $(x-2)(x+3)(x^2+x-8)$ 26 ② 27 ③

- 3 ③ $7y^2-2xy=y(7y-2x)$
- 4 ① $a^2+8a+16=(a+4)^2$
 ② $\frac{1}{4}x^2+x+1=\left(\frac{1}{2}x+1\right)^2$
 ③ $1+2y+y^2=(1+y)^2$
 ⑤ $3x^2-12xy+12y^2=3(x-2y)^2$
 따라서 완전제곱식으로 인수분해할 수 없는 것은 ④이다.
- 5 $36x^2-49y^2=(6x)^2-(7y)^2=(6x+7y)(6x-7y)$
- 6 ① $x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$
 ② $-x^2+49y^2=-(x^2-49y^2)=-(x+7y)(x-7y)$
 ③ $x^2+3x-18=(x-3)(x+6)$
 ⑤ $4x^2-8x+4=4(x^2-2x+1)=4(x-1)^2$
 따라서 인수분해를 바르게 한 것은 ④이다.
- 7 $x^2-x-6=(x+2)(x-3)$
 $3x^2+5x-2=(x+2)(3x-1)$
 따라서 두 다항식의 공통인 인수는 $x+2$ 이다.
- 8 새로 만든 직사각형의 넓이를 식으로 나타내면
 $x^2+4x+3=(x+1)(x+3)$
 따라서 새로 만든 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이의
 합은
 $(x+1)+(x+3)=2x+4$
- 9 $\sqrt{52^2-48^2}=\sqrt{(52+48)(52-48)}=\sqrt{100 \times 4}$
 $=\sqrt{400}=20$
- 10 $\frac{1}{2} \times 84^2 + 6 \times 84 + \frac{1}{2} \times 6^2$
 $=\frac{1}{2} \times (84^2 + 2 \times 6 \times 84 + 6^2)$
 $=\frac{1}{2} \times (84+6)^2$
 $=\frac{1}{2} \times 90^2=4050$

- 11 $x+1=A$ 로 놓으면
 $2(x+1)^2-7(x+1)-30$
 $=2A^2-7A-30=(A-6)(2A+5)$
 $=(x+1-6)\{2(x+1)+5\}$
 $=(x-5)(2x+7)$
- 12 $ab-a+b-1=a(b-1)+(b-1)=(a+1)(b-1)$
 따라서 주어진 식의 인수는 ③, ④이다.
- 13 $x^2-y^2-8y-16=x^2-(y^2+8y+16)$
 $=x^2-(y+4)^2$
 $=(x+y+4)(x-y-4)$
- 14 $x+y=(3+\sqrt{2})+(3-\sqrt{2})=6$
 $x-y=(3+\sqrt{2})-(3-\sqrt{2})=2\sqrt{2}$ 이므로
 $x^2-y^2+6x+9=(x^2+6x+9)-y^2$
 $=(x+3)^2-y^2$
 $=(x+y+3)(x-y+3)$
 $=(6+3)(2\sqrt{2}+3)$
 $=9 \times (2\sqrt{2}+3)$
 $=27+18\sqrt{2}$
- 15 $4x^2+(k-5)x+1=(2x)^2+(k-5)x+(\pm 1)^2$
 $=(2x \pm 1)^2$
 따라서 $k-5=2 \times 2 \times (\pm 1)=\pm 4$
 이므로 $k=1$ 또는 $k=9$
- 16 $x+1>0, 2x-1<0$ 이므로
 $\sqrt{(x+3)(x-1)+4}-\sqrt{4x^2-4x+1}$
 $=\sqrt{x^2+2x+1}-\sqrt{(2x-1)^2}$
 $=\sqrt{(x+1)^2}-\sqrt{(2x-1)^2}$
 $=(x+1)-\{-(2x-1)\}=3x$
- 17 $x^2-9x+k=(x-a)(x-b)$ 에서 $-(a+b)=-9$
 즉, $a+b=9$ 이고, a, b 는 자연수이므로 이를 만족시키는
 순서쌍 (a, b) 는 $(1, 8), (2, 7), (3, 6), (4, 5),$
 $(5, 4), (6, 3), (7, 2), (8, 1)$ 이다.
 이때 $ab=k$ 이므로 k 의 값이 될 수 있는 수는 8, 14, 18, 20
 따라서 가장 큰 수는 20, 가장 작은 수는 8이므로 구하는 합
 은 $20+8=28$
- 18 $x^2+ax+8=(x-4)(x+m)$ (m 은 상수)으로 놓으면
 $x^2+ax+8=x^2+(-4+m)x-4m$
 $a=-4+m, 8=-4m$ 이므로 $m=-2$
 $\therefore a=-4+m=-4-2=-6$
- 19 (직사각형의 넓이)=(가로의 길이) $\times$ (세로의 길이)이고,
 ㉠의 가로 길이가 $x+6$ 이므로 $x^2+10x+a$ 는 $x+6$ 을 인
 수로 가진다.
 $x^2+10x+a=(x+6)(x+m)$ (m 은 상수)으로 놓으면
 $x^2+10x+a=x^2+(6+m)x+6m$

$$10=6+m, a=6m \text{이므로 } m=4, a=24$$

즉, $x^2+10x+24=(x+6)(x+4)$ 이므로 (가)의 둘레의 길이는

$$2 \times \{(x+6)+(x+4)\}=4x+20 \\ =4(x+5)$$

따라서 (나)는 정사각형이므로 (나)의 한 변의 길이는 $x+5$ 이다.

$$20 \quad \frac{996 \times 985 + 996 \times 15}{998^2 - 2^2} = \frac{996 \times (985 + 15)}{(998+2)(998-2)} \\ = \frac{996 \times 1000}{1000 \times 996} = 1$$

$$21 \quad 1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2 + 13^2 - 15^2 \\ = (1^2 - 3^2) + (5^2 - 7^2) + (9^2 - 11^2) + (13^2 - 15^2) \\ = (1+3)(1-3) + (5+7)(5-7) + (9+11)(9-11) \\ + (13+15)(13-15) \\ = (-2) \times (1+3+5+7+9+11+13+15) \\ = (-2) \times 64 = -128$$

$$22 \quad y - x^2y = y(1 - x^2) = y(1+x)(1-x) \\ - xy^2 + 4xy - 5y = -y(xy - 4x + 5) \\ \text{따라서 공통인 인수인 것은 ①이다.}$$

$$23 \quad x+3=A, x+2=B \text{로 놓으면} \\ 2(x+3)^2 + 5(x+3)(x+2) - 3(x+2)^2 \\ = 2A^2 + 5AB - 3B^2 \\ = (2A-B)(A+3B) \\ = \{2(x+3) - (x+2)\} \{x+3+3(x+2)\} \\ = (x+4)(4x+9)$$

$$24 \quad x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = x^2(x-3) - 4(x-3) \\ = (x-3)(x^2-4) \\ = (x-3)(x+2)(x-2) \\ (2x-3)(x+1) - 12 = 2x^2 - x - 15 \\ = (x-3)(2x+5)$$

따라서 두 다항식 $x^3-3x^2-4x+12, (2x-3)(x+1)-12$ 의 공통인 인수가 $x-3$ 이므로 다항식 $4x^2+ax-9$ 도 $x-3$ 을 인수로 가진다.

$$4x^2+ax-9=(x-3)(4x+m) \quad (m \text{은 상수}) \text{으로 놓으면} \\ a=m-12, -9=-3m \text{이므로 } m=3 \\ \therefore a=3-12=-9$$

$$25 \quad (x-1)(x-3)(x+2)(x+4)+24 \\ = (x-1)(x+2)(x-3)(x+4)+24 \\ = (x^2+x-2)(x^2+x-12)+24 \\ x^2+x=A \text{로 놓으면} \\ (x^2+x-2)(x^2+x-12)+24 \\ = (A-2)(A-12)+24 \\ = A^2-14A+48 \\ = (A-6)(A-8) \\ = (x^2+x-6)(x^2+x-8) \\ = (x-2)(x+3)(x^2+x-8)$$

$$26 \quad 2x^2+3xy+y^2-3x-y-2 \\ = 2x^2+(3y-3)x+(y^2-y-2) \\ = 2x^2+(3y-3)x+(y+1)(y-2) \\ = \{2x+(y+1)\} \{x+(y-2)\} \\ = (2x+y+1)(x+y-2) \\ \text{따라서 } a=1, b=-1, c=-1, d=-2 \text{이므로} \\ a+b+c+d=1+(-1)+(-1)+(-2)=-3$$

$$27 \quad 2 < \sqrt{6} < 3 \text{에서 } 4 < \sqrt{6}+2 < 5 \text{이므로} \\ x=(\sqrt{6}+2)-4=\sqrt{6}-2 \\ \therefore \frac{x^3+2x^2-x-2}{x^2+x-2} = \frac{x^2(x+2)-(x+2)}{(x-1)(x+2)} \\ = \frac{(x+2)(x^2-1)}{(x-1)(x+2)} \\ = \frac{(x+2)(x+1)(x-1)}{(x-1)(x+2)} \\ = x+1 \\ = (\sqrt{6}-2)+1=\sqrt{6}-1$$

3 이차방정식

94~97쪽

1 ③, ④	2 ①	3 $x=-1$		
4 $x=-3$ 또는 $x=9$	5 2	6 14	7 -5	
8 -10	9 ②	10 $x=-1$ 또는 $x=6$	11 ④	
12 ③	13 ②	14 ②	15 ③	16 6
17 $x=2$ 또는 $x=4$	18 ④	19 ②	20 ②	
21 ①	22 ①	23 ③	24 44	25 $\frac{3+3\sqrt{5}}{2}$

- 1 ① 이차식
② $-12x=0$ (일차방정식)
⑤ $13x-7=0$ (일차방정식)
따라서 이차방정식인 것은 ③, ④이다.

- 2 ① $8^2-16=48 \neq 0$
② $3^2-5 \times 3+6=0$
③ $3 \times 1^2-1-2=0$
④ $2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2-5 \times \frac{1}{2}+2=0$
⑤ $-(-1)^2+5 \times (-1)+6=0$
따라서 이차방정식의 해가 아닌 것은 ①이다.

- 3 $x=-1$ 일 때, $(-1)^2-4 \times (-1)-5=0$
 $x=0$ 일 때, $0^2-4 \times 0-5=-5 \neq 0$
 $x=1$ 일 때, $1^2-4 \times 1-5=-8 \neq 0$
따라서 이차방정식의 해는 $x=-1$ 이다.



4 $x^2-6x-27=0$ 에서 $(x+3)(x-9)=0$
 $\therefore x=-3$ 또는 $x=9$

5 $k+2=\left(\frac{2k}{2}\right)^2$ 이므로 $k^2-k-2=0$
 $(k+1)(k-2)=0 \quad \therefore k=-1$ 또는 $k=2$
 이때 $k>0$ 이므로 $k=2$

6 $(x-p)^2=\frac{q}{2}, x-p=\pm\sqrt{\frac{q}{2}} \quad \therefore x=p\pm\sqrt{\frac{q}{2}}$
 따라서 $p=4, \frac{q}{2}=5$ 에서 $p=4, q=10$
 $\therefore p+q=4+10=14$

7 $3x^2-6x-9=0$ 의 양변을 3으로 나누면
 $x^2-2x-3=0, x^2-2x=3, x^2-2x+1=3+1$
 $(x-1)^2=4 \quad \therefore a=-1, b=4$
 $\therefore a-b=-1-4=-5$

8 일차항의 계수가 짝수이므로
 $x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times(-1)}}{4}=\frac{3\pm\sqrt{13}}{4}$ 에서
 $a=3, b=13 \quad \therefore a-b=3-13=-10$

9 주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면
 $2x^2+5x+1=0$
 $\therefore x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times2\times1}}{2\times2}=\frac{-5\pm\sqrt{17}}{4}$

10 $x-2=A$ 로 놓으면 $A^2-A-12=0$
 $(A+3)(A-4)=0 \quad \therefore A=-3$ 또는 $A=4$
 $x-2=-3$ 또는 $x-2=4 \quad \therefore x=-1$ 또는 $x=6$

11 두 근이 $-2, 1$ 이고 x^2 의 계수가 3인 이차방정식은
 $3(x+2)(x-1)=0, 3(x^2+x-2)=0$
 $\therefore 3x^2+3x-6=0$

12 연속하는 세 자연수를 $x-1, x, x+1 (x\geq2)$ 이라 하면
 $(x-1)x=(x-1)+x+(x+1), x^2-x=3x$
 $x^2-4x=0, x(x-4)=0 \quad \therefore x=4 (\because x\geq2)$
 따라서 연속하는 세 자연수는 3, 4, 5이므로 가장 큰 수는 5이다.

13 $(12+2x)(8+2x)-12\times8=156$
 $x^2+10x-39=0, (x+13)(x-3)=0$
 $\therefore x=-13$ 또는 $x=3$
 이때 $x>0$ 이므로 $x=3$
 따라서 길의 폭은 3m로 해야 한다.

14 $9x^2-12x+4=(2n+1)^2x^2-3$ 이 x 에 대한 이차방정식이 되려면 이차항의 계수가 0이 아니어야 하므로 $(2n+1)^2\neq9$
 $2n+1\neq\pm3 \quad \therefore n\neq-2$ 그리고 $n\neq1$

15 $(a-2)x^2-(a^2+a)x-5a+4=0$ 에 $x=-1$ 을 대입하면
 $(a-2)+(a^2+a)-5a+4=0, a^2-3a+2=0$
 $(a-1)(a-2)=0 \quad \therefore a=1$ 또는 $a=2$
 이때 $a=2$ 이면 이차방정식이 되지 않으므로 $a=1$

16 $x^2-2x-1=0$ 에 $x=a$ 를 대입하면
 $a^2-2a-1=0 \quad \dots \textcircled{1}$
 이때 $a=0$ 이면 등식이 성립하지 않으므로 $a\neq0$
 즉, $\textcircled{1}$ 의 양변을 a 로 나누면
 $a-2-\frac{1}{a}=0 \quad \therefore a-\frac{1}{a}=2$
 $\therefore a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+2\times a\times\frac{1}{a}=2^2+2=6$

17 $(x-1)(x+3)=6x+9$ 에서
 $x^2-4x-12=0, (x+2)(x-6)=0$
 $\therefore x=-2$ 또는 $x=6$
 이때 $a>b$ 이므로 $a=6, b=-2$
 즉, $x^2-ax-4b=0$ 은 $x^2-6x+8=0$ 이므로
 $(x-2)(x-4)=0 \quad \therefore x=2$ 또는 $x=4$

18 $(x+3)^2=k$ 에서 $x+3=\pm\sqrt{k}$
 $\therefore x=-3\pm\sqrt{k}$
 두 근의 차가 8이므로
 $-3+\sqrt{k}-(-3-\sqrt{k})=8$
 $2\sqrt{k}=8, \sqrt{k}=4 \quad \therefore k=16$

19 $x^2-2x-a=0$ 에서 $x^2-2x=a, x^2-2x+1=a+1$
 $(x-1)^2=a+1, x-1=\pm\sqrt{a+1}$
 $\therefore x=1\pm\sqrt{a+1}$
 따라서 $a+1=11$ 이므로 $a=10$

20 $2x^2+3x+k-1=0$ 에서
 $x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times2\times(k-1)}}{2\times2}=\frac{-3\pm\sqrt{17-8k}}{4}$
 이 이차방정식의 해가 무리수이려면 $17-8k>0$ 이고
 $17-8k$ 가 (유리수)² 꼴이 아니어야 한다.
 따라서 보기 중 조건을 만족시키는 것은 ②이다.

21 $x^2+2x+m+4=0$ 이 서로 다른 두 근을 가지므로
 $2^2-4(m+4)>0, 4m+12<0$
 $\therefore m<-3 \quad \dots \textcircled{1}$
 $(m^2+2)x^2+2(m-4)x+3=0$ 이 중근을 가지므로
 $\{2(m-4)\}^2-4\times(m^2+2)\times3=0, m^2+4m-5=0$
 $(m+5)(m-1)=0 \quad \therefore m=-5$ 또는 $m=1$
 이때 $\textcircled{1}$ 에서 $m<-3$ 이므로 $m=-5$

22 $x^2-2x+\frac{m}{3}=0$ 이 중근을 가지므로
 $\frac{m}{3}=\left(-\frac{2}{2}\right)^2 \quad \therefore m=3$
 3, 5를 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 -2 인 이차방정식은
 $-2(x-3)(x-5)=0 \quad \therefore -2x^2+16x-30=0$
 따라서 구하는 상수항은 -30 이다.

- 23 출발한 지 x 초 후라 하면 $\overline{AP}=x\text{cm}$ 이므로

$$\overline{PB}=(15-x)\text{cm}, \overline{BQ}=2x\text{cm}$$

$$\triangle PBQ=\frac{1}{2}\times\overline{PB}\times\overline{BQ}$$

$$=\frac{1}{2}\times(15-x)\times 2x=44$$

$$x^2-15x+44=0, (x-4)(x-11)=0$$

$$\therefore x=4 \text{ 또는 } x=11$$

이때 $0 < x \leq 10$ 이므로 $x=4$

따라서 출발한 지 4초 후이다.

- 24 카드 1장의 긴 변의 길이를 x 라 하면 $\overline{AD}=3x$ 이고

카드 1장의 짧은 변의 길이는 $\frac{\overline{AD}}{4}=\frac{3}{4}x$ 이므로

$$\overline{AB}=x+2\times\frac{3}{4}x=\frac{5}{2}x$$

$$3x\times\frac{5}{2}x=120 \text{에서 } 15x^2=240, x^2=16$$

$$\therefore x=-4 \text{ 또는 } x=4$$

이때 $x>0$ 이므로 $x=4$

$$\begin{aligned} \therefore (\square ABCD \text{의 둘레의 길이}) &= 2\left(3x+\frac{5}{2}x\right) \\ &= 11x \\ &= 11\times 4=44 \end{aligned}$$

- 25 $3 : x = x : (3+x)$ 에서 $x^2=3(3+x)$

$$x^2-3x-9=0$$

$$\therefore x=\frac{3\pm 3\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{이때 } x>0 \text{이므로 } x=\frac{3+3\sqrt{5}}{2}$$



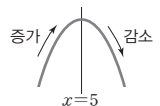
III. 이차함수

1 이차함수와 그 그래프

98~101쪽

1 ③	2 ①, ⑤	3 ②	4 ③	5 ⑤	6 ①
7 ③	8 21	9 ③	10 ④	11 ①	12 -3
13 $x<3$	14 $a\neq 0$ 그리고 $a\neq 3$	15 ③	16 ②		
17 ③	18 8	19 $-\frac{5}{3}$	20 $\frac{2}{5}$	21 ②	22 ②
23 2	24 $-\frac{5}{2}$	25 $\frac{4}{3}$	26 ⑤		

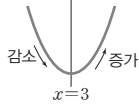
- ① $y=2x$ (일차함수)
② 이차방정식
③ $y=3x^2+15x$ (이차함수)
④, ⑤ 분모에 미지수가 포함되어 있으므로 이차함수가 아니다.
따라서 이차함수인 것은 ③이다.
- ① $y=4\pi x^2$ ② $y=500x$ ③ $y=x^3$
④ $y=80x$ ⑤ $y=x(x-20)=x^2-20x$
따라서 y 가 x 에 대한 이차함수인 것은 ①, ⑤이다.
- $f(1)=2\times(1-1)^2+3=3$
 $f(2)=2\times(2-1)^2+3=5$
 $\therefore 3f(1)-f(2)=3\times 3-5=4$
- 이차항의 계수가 양수이면 아래로 볼록하므로 이차함수의 그래프 중 아래로 볼록한 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.
- 이차항의 계수의 절댓값이 작을수록 이차함수의 그래프의 폭이 넓어진다.
- $y=ax^2$ 의 그래프가 점 $(2, -12)$ 를 지나므로
 $-12=a\times 2^2 \quad \therefore a=-3$
 $y=-3x^2$ 의 그래프가 점 $(-1, b)$ 를 지나므로
 $b=-3\times(-1)^2=-3$
 $\therefore a+b=-3+(-3)=-6$
- $y=2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=2x^2+k$
즉, $y=2x^2+k$ 의 그래프와 $y=ax^2-2$ 의 그래프가 일치하므로 $a=2, k=-2$
 $\therefore a+k=2+(-2)=0$
- $y=\frac{3}{2}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{3}{2}x^2-3$
이 그래프가 점 $(4, k)$ 를 지나므로
 $k=\frac{3}{2}\times 4^2-3=21$
- $y=-6(x-5)^2$ 의 그래프는 $x<5$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.





- 12 $y = -4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y = -4(x+2)^2 + 1$
 이 그래프가 점 $(-3, k)$ 를 지나므로
 $k = -4 \times (-3+2)^2 + 1 = -4 + 1 = -3$

- 13 $y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y = \frac{4}{3}(x-3)^2 + 2$
 이 그래프는 $x < 3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.



- 14 $y = a^2x^2 - 3a(x-1)^2 + 4$
 $= a^2x^2 - 3a(x^2 - 2x + 1) + 4$
 $= (a^2 - 3a)x^2 + 6ax - 3a + 4$
 x 에 대한 이차함수가 되려면 이차항의 계수가 0 이 아니어야 하므로 $a^2 - 3a \neq 0$, $a(a-3) \neq 0$
 $\therefore a \neq 0$ 그리고 $a \neq 3$

- 15 $f(-1) - f(0) + f(1) = 9$ 이므로
 $3 \times (-1)^2 + k - (3 \times 0^2 + k) + 3 \times 1^2 + k = 9$
 $k + 6 = 9 \quad \therefore k = 3$

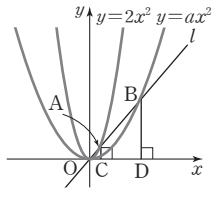
- 16 (가)에서 구하는 이차함수의 식을 $y = ax^2$ 으로 놓을 수 있다.
 (나)에서 그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$,
 (다)에서 $|a| < \frac{1}{2}$ 이어야 한다.
 따라서 조건을 모두 만족시키는 이차함수의 식은 ②이다.

- 17 ① 그래프의 폭이 가장 넓은 것은 바이다.
 ② 위로 볼록한 포물선은 나, 다, 라, 바의 4개이다.
 ④ 라, 바보다 그래프의 폭이 좁다.
 ⑤ 나과 다의 이차항의 계수가 다르므로 다는 바의 그래프를 평행이동한 그래프가 아니다.
 따라서 옳은 것은 ③이다.

- 18 포물선 ㉠은 아래로 볼록한 두 개의 포물선 중 폭이 더 좁으므로 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프이다.
 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프가 점 $(4, a)$ 를 지나므로
 $a = \frac{1}{2} \times 4^2 = 8$

- 19 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = \frac{3}{2}x^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭
 이므로 $a = -\frac{3}{2}$
 $y = -\frac{3}{2}x^2$ 의 그래프가 점 $(-\frac{1}{3}, b)$ 를 지나므로
 $b = -\frac{3}{2} \times (-\frac{1}{3})^2 = -\frac{3}{2} \times \frac{1}{9} = -\frac{1}{6}$
 $\therefore a + b = -\frac{3}{2} + (-\frac{1}{6}) = -\frac{5}{3}$

- 20 오른쪽 그림과 같이 두 점 A, B에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자.
 $A(p, 2p^2)$ 이라 하면 $C(p, 0)$
 $\triangle OCA \sim \triangle ODB$ (AA 답음)이고 답음비가 $1 : 5$ 이므로
 $\overline{OC} : \overline{OD} = \overline{AC} : \overline{BD} = 1 : 5$
 즉, $D(5p, 0)$, $B(5p, 10p^2)$ 이고, 점 B는 $y = ax^2$ 의 그래프 위의 점이므로
 $10p^2 = a \times (5p)^2 \quad \therefore a = \frac{2}{5}$



- 21 $y = -7x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = -7x^2 - 3$
 ② 직선 $x=0$ 을 축으로 한다.

- 22 $y = -x^2 + 3$ 의 그래프는 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이므로 $\overline{CD} = 3$
 $\overline{CD}$ 가 점 $(1, 0)$ 을 지나므로 점 C의 x 좌표는 1 이고,
 $y = -x^2$ 의 그래프는 y 축에 대칭이므로 점 B의 x 좌표는 -1 이다. 즉, $\overline{BC} = 2$
 $\therefore \square ABCD = \overline{BC} \times \overline{CD} = 2 \times 3 = 6$

- 23 $y = -\frac{3}{4}x^2 + q$ 의 그래프와 $y = -\frac{3}{4}x^2 + 5$ 의 그래프가 일치하므로 $q = 5$
 $y = \frac{1}{5}(x-p)^2$ 의 그래프와 $y = \frac{1}{5}(x+3)^2$ 의 그래프가 일치하므로 $-p = 3 \quad \therefore p = -3$
 $\therefore p + q = -3 + 5 = 2$

- 24 $y = ax^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭인 그래프를 나타내는 이차함수의 식은 $y = -ax^2$
 이 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = -a(x+2)^2$
 이 그래프가 점 $(0, 10)$ 을 지나므로
 $10 = -4a \quad \therefore a = -\frac{5}{2}$

- 25 $y = 2x^2$ 의 그래프를 평행이동하면 완전히 포개어지므로 $a = 2$
 $y = 2x^2 - 4mx + 5(m^2 - 1)$
 $= 2(x^2 - 2mx + m^2 - m^2) + 5(m^2 - 1)$
 $= 2(x - m)^2 + 3m^2 - 5$
 에서 꼭짓점의 좌표는 $(m, 3m^2 - 5)$
 이 꼭짓점이 직선 $y = -2x + 3$ 위에 있으므로
 $3m^2 - 5 = -2m + 3, 3m^2 + 2m - 8 = 0$
 $(m+2)(3m-4) = 0 \quad \therefore m = \frac{4}{3} (\because m > 0)$

- 26 꼭짓점의 좌표가 $(-1, -4)$ 이므로 제3사분면 위의 점이다. 이때 그래프가 제4사분면을 지나지 않으려면 아래로 볼록하고 y 축과 만나는 점이 원점에 위치하거나 x 축보다 위쪽에 있어야 하므로 $a \times 1^2 - 4 \geq 0 \quad \therefore a \geq 4$
 따라서 상수 a 의 값이 될 수 있는 것은 ⑤이다.

2 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프

102~105쪽

1 ①	2 ②	3 1	4 ④	5 ③	6 ③
7 ①	8 ③	9 $a < 0, b < 0, c > 0$	10 ④		
11 ②	12 ⑤	13 ③	14 ④	15 64	16 ②
17 2	18 ③	19 4	20 ②	21 -13	
22 $(\frac{5}{2}, -\frac{9}{2})$	23 ①				

- 1 $y=x^2+8x-3$
 $= (x^2+8x+16-16)-3$
 $= (x+4)^2-19$
 따라서 $a=1, p=-4, q=-19$ 이므로
 $a+p+q=1+(-4)+(-19)=-22$
- 2 $y=x^2+6x+5$
 $= (x^2+6x+9-9)+5$
 $= (x+3)^2-4$
 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -4)$,
 축의 방정식은 $x=-3$ 이다.
- 3 $y=x^2-x+a$
 $= (x^2-x+\frac{1}{4}-\frac{1}{4})+a$
 $= (x-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}+a$
 에서 꼭짓점의 좌표는 $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}+a)$
 이 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(b, \frac{1}{4})$ 이므로
 $\frac{1}{2}=b, -\frac{1}{4}+a=\frac{1}{4}$
 $\therefore a=\frac{1}{2}, b=\frac{1}{2}$
 $\therefore a+b=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$
- 4 $y=-\frac{1}{2}x^2+4x+1=-\frac{1}{2}(x-4)^2+9$
 이므로 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(4, 9)$, y 축과 만나는 점
 의 좌표가 $(0, 1)$ 인 위로 볼록한 포물선이다.
 따라서 주어진 이차함수의 그래프는 ④와 같다.
- 5 ① $y=-x^2+3$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, 3)$ 이고
 위로 볼록하므로 x 축과 두 점에서 만난다.
 ② $y=x^2-4x-8=(x-2)^2-12$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌
 표는 $(2, -12)$ 이고, 아래로 볼록하므로 x 축과 두 점에
 서 만난다.
 ③ $y=-4x^2+2x-1=-4(x-\frac{1}{4})^2-\frac{3}{4}$ 의 그래프의 꼭
 짓점의 좌표는 $(\frac{1}{4}, -\frac{3}{4})$ 이고, 위로 볼록하므로 x 축과
 만나지 않는다.

- ④ $y=\frac{1}{6}x^2-\frac{1}{3}x-2=\frac{1}{6}(x-1)^2-\frac{13}{6}$ 의 그래프의 꼭짓
 점의 좌표는 $(1, -\frac{13}{6})$ 이고, 아래로 볼록하므로 x 축과
 두 점에서 만난다.
 ⑤ $y=-x^2-6x-8=-(x+3)^2+1$ 의 그래프의 꼭짓점
 의 좌표는 $(-3, 1)$ 이고, 위로 볼록하므로 x 축과 두 점
 에서 만난다.
 따라서 그래프가 x 축과 만나지 않는 것은 ③이다.

- 6 $y=-9x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포개어지려면
 이차항의 계수가 -9 이어야 한다.
- 7 $y=-\frac{1}{5}x^2-2x-3=-\frac{1}{5}(x+5)^2+2$ 의 그래프는
 $y=-\frac{1}{5}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -5 만큼, y 축의 방
 향으로 2 만큼 평행이동한 것이므로
 $m=-5, n=2$
 $\therefore m+n=-5+2=-3$
- 8 $y=-x^2-4x+3=-(x+2)^2+7$ 의 그래프를 x 축의 방
 향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 그래프의 식
 은 $y=-(x-p+2)^2+7+q$
 이때 $y=-x^2-8x+2=-(x+4)^2+18$
 즉, $-p+2=4, 7+q=18$ 이므로 $p=-2, q=11$
 $\therefore p+q=-2+11=9$
- 9 그래프의 모양이 위로 볼록하므로 $a < 0$
 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0 \therefore b < 0$
 y 축과 만나는 점이 x 축보다 위쪽에 있으므로 $c > 0$
- 10 그래프의 모양이 아래로 볼록하므로 $a > 0$
 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0 \therefore b < 0$
 y 축과 만나는 점이 x 축보다 아래쪽에 있으므로 $c < 0$
 ① $a-b > 0$ ② $ab < 0$ ③ $abc > 0$
 ④ $x=1$ 일 때, $y < 0$ 이므로 $a+b+c < 0$
 ⑤ $x=-1$ 일 때, $y=0$ 이므로 $a-b+c=0$
 따라서 옳지 않은 것은 ④이다.
- 11 $y=ax+b$ 의 그래프에서 (기울기) $>0, (y절편)<0$ 이므로
 $a > 0, b < 0$
 $y=abx^2-ax+b$ 의 그래프는 $ab < 0$ 이므로 그래프의 모양
 이 위로 볼록하고, $-a < 0$ 이므로 축이 y 축의 왼쪽에 있다.
 또 y 축과 만나는 점의 좌표가 $(0, b)$ 이므로 x 축보다 아래
 쪽에 있다.
 따라서 $y=abx^2-ax+b$ 의 그래프로 적당한 것은 ②이다.
- 12 $y=3x^2-6x+2=3(x-1)^2-1$
 ⑤ $x < 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.



13 $y = x^2 - 2ax + b$ 의 그래프가 점 $(2, 7)$ 을 지나므로
 $7 = 4 - 4a + b \quad \therefore b = 4a + 3$
 $y = x^2 - 2ax + 4a + 3 = (x - a)^2 - a^2 + 4a + 3$
 이 그래프의 꼭짓점 $(a, -a^2 + 4a + 3)$ 이 직선 $y = -x - 3$
 위의 점이므로
 $-a^2 + 4a + 3 = -a - 3, a^2 - 5a - 6 = 0$
 $(a + 1)(a - 6) = 0 \quad \therefore a = -1$ 또는 $a = 6$
 이때 $a > 0$ 이므로 $a = 6$

14 $y = x^2 + 4x - 5 = (x + 2)^2 - 9$ 의 그래프를 x 축의 방향으로
 3만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y = (x - 3 + 2)^2 - 9 - 2 = (x - 1)^2 - 11$
 이 그래프가 점 $(-3, a)$ 를 지나므로
 $a = (-3 - 1)^2 - 11 = 16 - 11 = 5$

15 $y = -x^2 + 4x + 12$ 에 $y = 0$ 을 대입하면
 $-x^2 + 4x + 12 = 0, x^2 - 4x - 12 = 0$
 $(x + 2)(x - 6) = 0 \quad \therefore x = -2$ 또는 $x = 6$
 $A(-2, 0), B(6, 0)$ 이므로 $\overline{AB} = 6 - (-2) = 8$
 $y = -x^2 + 4x + 12 = -(x - 2)^2 + 16$ 이므로 $C(2, 16)$
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times 16 = \frac{1}{2} \times 8 \times 16 = 64$

16 $y = x^2 - x - 6$ 에 $y = 0$ 을 대입하면
 $x^2 - x - 6 = 0, (x + 2)(x - 3) = 0$
 $\therefore x = -2$ 또는 $x = 3$
 $A(-2, 0), B(3, 0)$ 이므로 $\overline{AB} = 3 - (-2) = 5$
 $y = x^2 - x - 6$ 에 $x = 0$ 을 대입하면 $y = -6$
 $C(0, -6)$ 이므로 $\overline{OC} = 6$
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{OC} = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15$

17 $y = \frac{2}{5}x^2 + \frac{8}{5}x - 2 = \frac{2}{5}(x + 2)^2 - \frac{18}{5}$
 이므로 $A(-2, -\frac{18}{5})$
 $y = \frac{2}{5}x^2 + \frac{8}{5}x - 2$ 에 $x = 0$ 을 대입하면 $y = -2$
 $B(0, -2)$ 이므로 $\overline{OB} = 2$
 $\therefore \triangle ABO = \frac{1}{2} \times \overline{OB} \times 2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$

18 꼭짓점의 좌표가 $(-1, -2)$ 이므로 이차함수의 식을
 $y = a(x + 1)^2 - 2$ 로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 점 $(5, -14)$ 를 지나므로
 $-14 = a(5 + 1)^2 - 2 \quad \therefore a = -\frac{1}{3}$
 $\therefore y = -\frac{1}{3}(x + 1)^2 - 2$
 이 그래프가 점 $(2, k)$ 를 지나므로
 $k = -\frac{1}{3} \times (2 + 1)^2 - 2 = -5$

19 꼭짓점의 좌표가 $(-3, -2)$ 이므로 이차함수의 식을
 $y = a(x + 3)^2 - 2$ 로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 점 $(0, -11)$ 을 지나므로
 $-11 = a(0 + 3)^2 - 2 \quad \therefore a = -1$
 $\therefore y = -(x + 3)^2 - 2 = -x^2 - 6x - 11$
 따라서 $a = -1, b = -6, c = -11$ 이므로
 $a + b - c = -1 + (-6) - (-11) = 4$

20 축의 방정식이 $x = -2$ 이므로 이차함수의 식을
 $y = a(x + 2)^2 + q$ 로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 두 점 $(1, -5), (-3, 3)$ 을 지나므로
 $-5 = 9a + q, 3 = a + q$
 위의 두 식을 연립하여 풀면 $a = -1, q = 4$
 $\therefore y = -(x + 2)^2 + 4 = -x^2 - 4x$
 따라서 $a = -1, b = -4, c = 0$ 이므로
 $a + b + c = -1 + (-4) + 0 = -5$

21 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 점 $(0, 1)$ 을 지나므로 $c = 1$
 $y = ax^2 + bx + 1$ 의 그래프가 두 점 $(1, 4), (4, 1)$ 을 지나
 므로
 $4 = a + b + 1, 1 = 16a + 4b + 1$
 위의 두 식을 연립하여 풀면 $a = -1, b = 4$
 $\therefore 4a - 2b - c = 4 \times (-1) - 2 \times 4 - 1 = -13$

22 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 점 $(0, 8)$ 을 지나므로 $c = 8$
 $y = ax^2 + bx + 8$ 의 그래프가 두 점 $(2, -4), (4, 0)$ 을 지
 나므로
 $-4 = 4a + 2b + 8, 0 = 16a + 4b + 8$
 위의 두 식을 연립하여 풀면 $a = 2, b = -10$
 $\therefore y = 2x^2 - 10x + 8 = 2\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{9}{2}$
 따라서 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{5}{2}, -\frac{9}{2}\right)$ 이다.

23 그래프가 x 축과 두 점 $(-1, 0), (3, 0)$ 에서 만나므로 이차
 함수의 식을 $y = a(x + 1)(x - 3)$ 으로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 점 $(0, -3)$ 을 지나므로
 $-3 = -3a \quad \therefore a = 1$
 $y = (x + 1)(x - 3) = x^2 - 2x - 3$ 이므로 $b = -2, c = -3$
 $\therefore a + b + c = 1 + (-2) + (-3) = -4$



대단원 모의고사

II. 식의 계산

106~108쪽

1 ③	2 ④	3 ③	4 ③	5 ②	6 ④
7 ①	8 ④	9 ④	10 ④	11 ②	12 ⑤
13 ②	14 ⑤	15 ②	16 ④	17 ①	18 ①
19 ③	20 ⑤	21 $x+4$	22 $x=\frac{-2\pm\sqrt{10}}{2}$		
23 $12x+20$	24 6초 후				

1 $x^2y-2x^3=x^2(y-2x)$

2 $x^2-10x+A=x^2+2\times x\times\left(\frac{-10}{2}\right)+A$ 이므로

$$A=\left(\frac{-10}{2}\right)^2=(-5)^2=25$$

$9x^2+Bxy+4y^2=(3x)^2+Bxy+(\pm 2y)^2$ 이므로

$$B=2\times 3\times(\pm 2)=\pm 12$$

이때 $B>0$ 이므로 $B=12$

$$\therefore A+B=25+12=37$$

3 $0<x<2$ 일 때, $x>0$ 이고, $x<2$ 에서 $x-2<0$ 이므로
 $\sqrt{x^2}-\sqrt{x^2-4x+4}=\sqrt{x^2}-\sqrt{(x-2)^2}=x-\{-(x-2)\}$
 $=x+x-2=2x-2$

4 ① $-6x^2y-9y^2=-3y(2x^2+3y)$

② $x^2-4=(x+2)(x-2)$

③ $x^2-x+\frac{1}{4}=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$

④ $x^2+6x+5=(x+1)(x+5)$

⑤ $2x^2-7xy+6y^2=(x-2y)(2x-3y)$

따라서 인수분해한 것이 옳은 것은 ③이다.

5 $(x-5)(x+7)=x^2+2x-35$ 에서 은경이는 x 의 계수를
 바르게 보았으므로 처음 이차식의 x 의 계수는 2이다.
 $(x+3)(x-8)=x^2-5x-24$ 에서 희웅이는 상수항을 바
 르게 보았으므로 처음 이차식의 상수항은 -24 이다.
 따라서 처음 이차식은 $x^2+2x-24$ 이므로 바르게 인수분해
 하면 $x^2+2x-24=(x-4)(x+6)$

6 주어진 직사각형들의 넓이의 합은 $2x^2+5x+3$ 이므로
 $2x^2+5x+3=(x+1)(2x+3)$
 따라서 새로 만든 직사각형의 둘레의 길이는
 $2\{(x+1)+(2x+3)\}=2(3x+4)=6x+8$

7 $a+2b=A$ 로 놓으면
 $2(a+2b)^2-5(a+2b)-3=2A^2-5A-3$
 $= (A-3)(2A+1)$
 $= (a+2b-3)(2a+4b+1)$

8 $a^2-b^2-ac+bc=(a^2-b^2)-(ac-bc)$
 $= (a+b)(a-b)-c(a-b)$
 $= (a-b)(a+b-c)$

9 $6^2-4^2+21^2-19^2+51^2-49^2$
 $= (6^2-4^2)+(21^2-19^2)+(51^2-49^2)$
 $= (6+4)(6-4)+(21+19)(21-19)$
 $\quad\quad\quad + (51+49)(51-49)$

$$= 2\times(10+40+100)$$

$$= 2\times 150=300$$

10 $x^2-y^2+4x-4y=(x^2-y^2)+4(x-y)$
 $= (x+y)(x-y)+4(x-y)$
 $= (x-y)(x+y+4)$
 $= 2\times(3+4)=14$

11 ① $x^2+x-4=0$ (이차방정식)

② $x-4=0$ (일차방정식)

③ $2x^2-2x=x^2-8x+16$, $x^2+6x-16=0$ (이차방정식)

④ $-2x^2-5x=0$ (이차방정식)

⑤ $3x^2+x=2x^2+5x-3$, $x^2-4x+3=0$ (이차방정식)

따라서 x 에 대한 이차방정식이 아닌 것은 ②이다.

12 ① $(-2-2)^2-9=7\neq 0$

② $(-1+2)(-1-1)=-2\neq 0$

③ $2\times(-1)^2+(-1)-3=-2\neq 0$

④ $3\times(-2)\times(-2-2)-4=20\neq 0$

⑤ $4\times\left(\frac{1}{2}\right)^2-4\times\frac{1}{2}+1=0$

따라서 [] 안의 수가 주어진 이차방정식의 해인 것은 ⑤
 이다.

13 $x^2-2x-15=0$ 에서 $(x+3)(x-5)=0$
 $\therefore x=-3$ 또는 $x=5$
 이때 $a>b$ 이므로 $a=5$, $b=-3$
 즉, $ax^2+bx-2=0$ 은 $5x^2-3x-2=0$ 이므로
 $(5x+2)(x-1)=0 \quad \therefore x=-\frac{2}{5}$ 또는 $x=1$

14 $ax^2+(2a-1)x+3=0$ 에 $x=1$ 을 대입하면
 $a+2a-1+3=0$, $3a=-2 \quad \therefore a=-\frac{2}{3}$
 즉, 주어진 이차방정식이 $-\frac{2}{3}x^2-\frac{7}{3}x+3=0$ 이므로
 $2x^2+7x-9=0$, $(2x+9)(x-1)=0$
 $\therefore x=-\frac{9}{2}$ 또는 $x=1$

따라서 $b=-\frac{9}{2}$ 이므로 $ab=-\frac{2}{3}\times\left(-\frac{9}{2}\right)=3$

15 $x^2+10x-1=0$ 에서 $x^2+10x=1$
 $x^2+10x+25=1+25 \quad \therefore (x+5)^2=26$
 따라서 $p=5$, $q=26$ 이므로 $q-p=26-5=21$

16 일차항의 계수가 짝수이므로
 $x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-3\times(-4)}}{3}=\frac{1\pm\sqrt{13}}{3}$
 따라서 $A=1$, $B=13$ 이므로 $A+B=1+13=14$



- 17 $3x^2 - 6x + k = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가지므로
 $(-6)^2 - 4 \times 3 \times k > 0$
 $36 - 12k > 0 \quad \therefore k < 3$
따라서 k 의 값이 될 수 있는 것은 ①이다.

- 18 두 근이 $-1, 4$ 이고 x^2 의 계수가 2인 이차방정식은
 $2(x+1)(x-4) = 0, 2(x^2 - 3x - 4) = 0$
 $\therefore 2x^2 - 6x - 8 = 0$
따라서 $a = -6, b = -8$ 이므로
 $a + b = -6 + (-8) = -14$

- 19 한 모듬의 학생 수를 x 명이라 하면 한 학생이 받는 사과의 개수는 $(x-2)$ 개이고, 전체 사과의 개수는 80개이므로
 $x(x-2) = 80, x^2 - 2x - 80 = 0$
 $(x+8)(x-10) = 0 \quad \therefore x = -8$ 또는 $x = 10$
이때 $x > 2$ 이므로 $x = 10$
따라서 학생 수는 10명이다.

- 20 처음 직사각형과 넓이가 같아지는 데 걸리는 시간을 x 초라 하면
 $(8+2x)(12-x) = 8 \times 12$
 $x^2 - 8x = 0, x(x-8) = 0 \quad \therefore x = 0$ 또는 $x = 8$
이때 $0 < x < 12$ 이므로 $x = 8$
따라서 8초 후에 처음 직사각형과 넓이가 같아진다.

- 21 $x^2y - 16y = y(x^2 - 16) = y(x+4)(x-4)$
 $2x^2 + 7x - 4 = (x+4)(2x-1)$
따라서 두 다항식의 일차 이상의 공통인 인수인 $x+4$ 이다.

- 22 주어진 이차방정식의 양변에 12를 곱하면
 $2x^2 + 4x - 3 = 0$
일차항의 계수가 짝수이므로
 $\therefore x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 2 \times (-3)}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{2}$

- 23 (도형 A의 넓이) $= (3x+5)^2 - 4^2$
에서 $3x+5 = X$ 로 놓으면
 $(3x+5)^2 - 4^2 = X^2 - 4^2$
 $= (X+4)(X-4)$
 $= (3x+5+4)(3x+5-4)$
 $= (3x+9)(3x+1) \quad \dots\dots ①$
두 도형 A, B의 넓이가 같으므로
(도형 B의 넓이) $= (3x+9)(3x+1)$
즉, 도형 B의 가로 길이가 $3x+1$ 이므로
세로 길이는 $3x+9$ 이다. $\dots\dots ②$
따라서 도형 B의 둘레의 길이는
 $2\{(3x+1) + (3x+9)\} = 2(6x+10)$
 $= 12x+20 \quad \dots\dots ③$

단계	채점 기준	배점
①	도형 A의 넓이의 식을 인수분해하기	2점
②	도형 B의 세로 길이 구하기	2점
③	도형 B의 둘레 길이 구하기	2점

- 24 물체를 쏘아 올린 지 t 초 후의 높이가 180m라 하면
 $60t - 5t^2 = 180 \quad \dots\dots ①$
 $t^2 - 12t + 36 = 0, (t-6)^2 = 0 \quad \therefore t = 6 \quad \dots\dots ②$
따라서 지면으로부터의 높이가 180m인 지점을 지나는 것은 물체를 쏘아 올린 지 6초 후이다. $\dots\dots ③$

단계	채점 기준	배점
①	이차방정식 세우기	2점
②	이차방정식 풀기	3점
③	답 구하기	1점

III. 이차함수

109~111쪽

1 ②	2 ①	3 ④	4 ③, ⑤	5 ③	6 ③
7 ③	8 ①	9 ④	10 ③	11 ⑤	12 ⑤
13 ④	14 ⑤	15 ②	16 ④	17 ②	18 ②
19 ⑤	20 ②	21 6	22 (2, -9)	23 $\frac{9}{4}$	
24 -6					

- 1 ㄱ. $y = 3x^2 - 15x$ (이차함수)
ㄴ. 이차방정식
ㄷ. $y = 2x^2 - 2x - 2x^2 = -2x$ (일차함수)
ㄹ. 분모에 이차항이 있으므로 이차함수가 아니다.
따라서 y 가 x 에 대한 이차함수인 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.
- 2 $y = 16x^2 - 1 - (ax+1)^2$
 $= 16x^2 - 1 - (a^2x^2 + 2ax + 1)$
 $= (16 - a^2)x^2 - 2ax - 2$
 x 에 대한 이차함수가 되려면 이차항의 계수가 0이 아니어야 하므로
 $16 - a^2 \neq 0, a^2 \neq 16$
 $\therefore a \neq -4$ 그리고 $a \neq 4$
- 3 $f(2) = -\frac{1}{2} \times 2^2 + 2 = 0$
 $f(4) = -\frac{1}{2} \times 4^2 + 4 = -4$
 $\therefore 3f(2) - \frac{1}{2}f(4) = 3 \times 0 - \frac{1}{2} \times (-4) = 2$
- 4 ③ 축의 방정식은 $x=0$ 이다.
⑤ $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
- 5 $y = ax^2$ 의 그래프의 폭이 $y = -2x^2$ 의 그래프보다 넓고
 $y = -\frac{4}{5}x^2$ 의 그래프보다 좁으므로 $\frac{4}{5} < |a| < 2$
이때 $a < 0$ 이므로 $-2 < a < -\frac{4}{5}$
따라서 상수 a 의 값이 될 수 있는 것은 ③이다.

- 6 $y = -\frac{3}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = -\frac{3}{4}x^2 + 2$$

이 그래프가 점 $(-2, k)$ 를 지나므로

$$k = -\frac{3}{4} \times (-2)^2 + 2 = -1$$

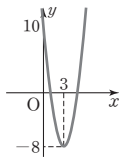
- 7 꼭짓점의 좌표가 $(3, 0)$ 이므로 $p=3$
 $y=a(x-3)^2$ 의 그래프가 점 $(0, -3)$ 을 지나므로

$$-3=9a \quad \therefore a=-\frac{1}{3}$$

$$\therefore ap = -\frac{1}{3} \times 3 = -1$$

- 8 $y=4(x-1)^2-5$ 의 그래프는 $y=4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동한 것이다.
 따라서 $a=1, b=-5$ 이므로
 $a+b=1+(-5)=-4$

- 9 ④ 꼭짓점의 좌표는 $(3, -8)$ 이고 y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 10)$ 이므로 그래프가 오른쪽 그림과 같다.
 따라서 제1, 2, 4사분면을 지난다.



- 10 그래프의 모양이 아래로 볼록하므로 $a > 0$
 꼭짓점 (p, q) 가 제3사분면 위에 있으므로 $p < 0, q < 0$

- 11 $y = -x^2 + 6x - 7 = -(x-3)^2 + 2$
 이므로 축의 방정식은 $x=3$, 꼭짓점의 좌표는 $(3, 2)$ 이다.

- 12 $y = x^2 - 2x + m$
 $= (x^2 - 2x + 1 - 1) + m$
 $= (x-1)^2 + m - 1$
 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, m-1)$

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + nx + \frac{5}{2}$$

$$= -\frac{1}{2}(x^2 - 2nx + n^2 - n^2) + \frac{5}{2}$$

$$= -\frac{1}{2}(x-n)^2 + \frac{1}{2}n^2 + \frac{5}{2}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(n, \frac{1}{2}n^2 + \frac{5}{2})$

두 그래프의 꼭짓점이 일치하므로

$$n=1, m-1=\frac{1}{2}n^2 + \frac{5}{2} \text{에서 } m=4$$

$$\therefore m+n=4+1=5$$

- 13 $y = \frac{1}{4}x^2 + x + 4 = \frac{1}{4}(x+2)^2 + 3$

이므로 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 3)$, y 축과 만나는 점의 좌표가 $(0, 4)$ 인 아래로 볼록한 포물선이다.

- 14 $y = x^2 + 6x + 8 = (x+3)^2 - 1$ 이므로 $B(-3, -1)$

$y = x^2 + 6x + 8$ 에 $y=0$ 을 대입하면

$$x^2 + 6x + 8 = 0, (x+4)(x+2) = 0$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = -2$$

$$\therefore A(-4, 0), C(-2, 0)$$

$y = x^2 + 6x + 8$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y=8$

$$\therefore D(0, 8)$$

$y = x^2 + 6x + 8$ 에 $y=8$ 을 대입하면

$$8 = x^2 + 6x + 8, x^2 + 6x = 0, x(x+6) = 0$$

$$\therefore x = -6 \text{ 또는 } x = 0$$

$$\therefore E(-6, 8)$$

- 15 $y = 2x^2 - 3x + 2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포개어 지려면 이차항의 계수가 2이어야 한다.

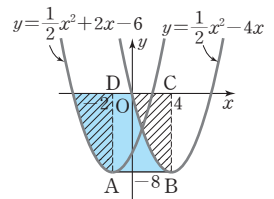
$$\textcircled{2} y = 2x^2 - 3x$$

$$\textcircled{3} y = -2x^2 + 8x - 5$$

- 16 $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 6 = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 8$ 이므로 $A(-2, -8)$

$$y = \frac{1}{2}x^2 - 4x = \frac{1}{2}(x-4)^2 - 8 \text{이므로 } B(4, -8)$$

두 이차함수의 그래프는 평행 이동하면 완전히 포개어지므로 오른쪽 그림에서 빗금 친 부분의 넓이는 서로 같다. 즉, 색칠한 부분의 넓이는 직사각형 ABCD의 넓이와 같다.



$$\therefore (\text{색칠한 부분의 넓이}) = \overline{AB} \times \overline{BC}$$

$$= \{4 - (-2)\} \times 8 = 48$$

- 17 그래프의 모양이 위로 볼록하므로 $a < 0$

축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0 \quad \therefore b > 0$

y 축과 만나는 점이 x 축보다 위쪽에 있으므로 $c > 0$

$$\textcircled{1} abc < 0$$

$$\textcircled{2} x = -1 \text{일 때, } y > 0 \text{이므로 } a - b + c > 0$$

$$\textcircled{3} b - a > 0$$

$$\textcircled{4} x = 1 \text{일 때, } y > 0 \text{이므로 } a + b + c > 0$$

$$\textcircled{5} x = -2 \text{일 때, } y < 0 \text{이므로 } 4a - 2b + c < 0$$

따라서 옳은 것은 ②이다.

- 18 $y = -2x^2 - 4x + 6$ 에 $y=0$ 을 대입하면

$$-2x^2 - 4x + 6 = 0, x^2 + 2x - 3 = 0, (x+3)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = -3 \text{ 또는 } x = 1$$

$$A(-3, 0), B(1, 0) \text{이므로 } \overline{AB} = 1 - (-3) = 4$$

$$y = -2x^2 - 4x + 6 = -2(x+1)^2 + 8 \text{이므로 } C(-1, 8)$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times 8 = \frac{1}{2} \times 4 \times 8 = 16$$

- 19 꼭짓점의 좌표가 $(4, -3)$ 이므로 구하는 이차함수의 식을 $y = a(x-4)^2 - 3$ 으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(0, 1)$ 을 지나므로

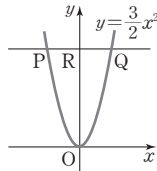
$$1 = 16a - 3 \quad \therefore a = \frac{1}{4}$$

$$\therefore y = \frac{1}{4}(x-4)^2 - 3 = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 1$$



- 20 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 점 $(0, 3)$ 을 지나므로 $c=3$
 $y=ax^2+bx+3$ 의 그래프가 두 점 $(2, 3), (4, -5)$ 를 지나므로
 $3=4a+2b+3, -5=16a+4b+3$
 위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=-1, b=2$
 $\therefore abc=(-1) \times 2 \times 3=-6$

- 21 $\overline{PQ}$ 와 y 축이 만나는 점을 R라 하면
 $y=\frac{3}{2}x^2$ 의 그래프는 y 축에 대칭이므로



$$\overline{PR}=\overline{QR}=\frac{1}{2}\overline{PQ}=\frac{1}{2} \times 4=2$$

따라서 점 P의 x 좌표는 -2 이므로

$$\text{점 P의 } y\text{좌표는 } \frac{3}{2} \times (-2)^2=6$$

- 22 그래프가 x 축과 두 점 $(-1, 0), (5, 0)$ 에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x+1)(x-5)$ 로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 점 $(0, -5)$ 를 지나므로
 $-5=a(0+1)(0-5), -5=-5a \quad \therefore a=1$
 $\therefore y=(x+1)(x-5)$
 $=x^2-4x-5$
 $=(x-2)^2-9$
 따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, -9)$ 이다.

- 23 $2\overline{PA}=3\overline{PD}$ 이고 $\overline{PB}=\overline{PA}$ 이므로
 점 D의 x 좌표를 $2k (k>0)$ 라 하면 ①
 점 B의 x 좌표는 $3k$
 이때 점 D의 y 좌표는 점 B의 y 좌표와 같고,
 점 D는 $y=ax^2$ 의 그래프 위의 점이므로
 $a \times (2k)^2=(3k)^2 \quad \therefore a=\frac{9}{4}$ ②

단계	채점 기준	배점
①	두 점 D, B의 x 좌표를 각각 미지수 k 에 대한 식으로 나타내기	3점
②	a 의 값 구하기	3점

- 24 $y=-3x^2+6x+1$
 $=-3(x^2-2x+1-1)+1$
 $=-3(x-1)^2+4$
 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y=-3(x-p-1)^2+4+q$ ①
 이때 $y=-3x^2-12x-11$
 $=-3(x^2+4x+4-4)-11$
 $=-3(x+2)^2-1$ ②
 즉, $-p-1=2, 4+q=-1$ 이므로 $p=-3, q=-3$
 $\therefore p+q=-3+(-3)=-6$ ③

단계	채점 기준	배점
①	평행이동한 그래프의 식 구하기	2점
②	$y=-3x^2-12x-11$ 을 $y=a(x-m)^2+n$ 꼴로 나타내기	2점
③	$p+q$ 의 값 구하기	2점

일전 모의고사

1회

112~115쪽

1 ③	2 ③	3 ②	4 ②	5 ⑤	6 ①
7 ②	8 ①	9 ④	10 ⑤	11 ①	12 ②, ③
13 ③	14 ③	15 ③	16 ⑤	17 ⑤	18 ①, ⑤
19 ②	20 ⑤	21 10000	22 $x=7$		
23 (1, 5)					
24 (1) -24 (2) 2 (3) $x=-6$ 또는 $x=4$					25 2

- 1 $2x(y-z)-3(z-y)=2x(y-z)+3(y-z)$
 $=(2x+3)(y-z)$
- 2 ① $a^2+10a+25=a^2+2 \times a \times 5+5^2$
 $=(a+5)^2$
 ② $x^2-8x+16=x^2-2 \times x \times 4+4^2$
 $=(x-4)^2$
 ④ $9y^2+6y+1=(3y)^2+2 \times 3y \times 1+1^2$
 $=(3y+1)^2$
 ⑤ $49m^2-28mn+4n^2=(7m)^2-2 \times 7m \times 2n+(2n)^2$
 $=(7m-2n)^2$
 따라서 완전제곱식으로 인수분해되지 않는 것은 ③이다.
- 3 $6x^2+kx-15=(2x-3)(3x+a)$
 $=6x^2+(2a-9)x-3a$
 $-15=-3a \quad \therefore a=5$
 $k=2a-9=2 \times 5-9=1$
- 4 $x-2y=A, x+2y=B$ 로 놓으면
 $(x-2y)^2-(x+2y)^2$
 $=A^2-B^2=(A+B)(A-B)$
 $=(x-2y+x+2y)\{x-2y-(x+2y)\}$
 $=2x \times (-4y)=-8xy$
- 5 ㄱ. 일차방정식
 ㄴ. 이차식
 ㄷ. $x^2+2x-3=x^2, 2x-3=0$ (일차방정식)
 ㄹ. 분모에 미지수가 있으므로 이차방정식이 아니다.
 ㄴ. $3x^2-x+2=2x^2+4x+2, x^2-5x=0$ (이차방정식)
 따라서 x 에 대한 이차방정식인 것은 ㄴ이다.
- 6 $2x^2+5x+2=5, 2x^2+5x-3=0$
 $(x+3)(2x-1)=0 \quad \therefore x=-3$ 또는 $x=\frac{1}{2}$
- 7 $x^2+2kx+2k-1=0$ 이 중근을 가지므로
 $2k-1=\left(\frac{2k}{2}\right)^2$
 $k^2-2k+1=0, (k-1)^2=0 \quad \therefore k=1$
 즉, $x^2+3x+2k=0$ 은 $x^2+3x+2=0$ 이므로
 $(x+2)(x+1)=0 \quad \therefore x=-2$ 또는 $x=-1$

- 8 주어진 이차방정식의 양변에 6을 곱하면 $3x^2 - 6x + 2 = 0$ 일차항의 계수가 짝수이므로

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 3 \times 2}}{3} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$$

- 9 연속하는 세 짝수를 $x-2$, x , $x+2$ ($x \geq 4$)라 하면
 $(x+2)^2 = (x-2)^2 + x^2 - 20$
 $x^2 - 8x - 20 = 0$, $(x+2)(x-10) = 0$
 $\therefore x = -2$ 또는 $x = 10$
 이때 $x \geq 4$ 이므로 $x = 10$
 따라서 연속하는 세 짝수는 8, 10, 12이므로 그 합은 $8 + 10 + 12 = 30$

- 10 ① $y = 36\pi x^3$ 이므로 이차함수가 아니다.
 ② $y = \frac{10}{x}$ 에서 분모에 미지수가 있으므로 이차함수가 아니다.
 ③ $y = 5000 - 3x$ (일차함수)
 ④ $y = 25 - x$ (일차함수)
 ⑤ $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x$ (이차함수)
 따라서 y 가 x 에 대한 이차함수인 것은 ⑤이다.

- 11 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(2, -3)$ 을 지나므로
 $-3 = 4a \quad \therefore a = -\frac{3}{4}$
 $y = -\frac{3}{4}x^2$ 의 그래프가 점 $(-4, k)$ 를 지나므로
 $k = -\frac{3}{4} \times (-4)^2 = -12$

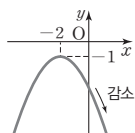
- 12 ② 위로 볼록한 그래프는 이차항의 계수가 음수인 ㄴ, ㄹ이다.
 ③ 그래프의 폭이 가장 넓은 것은 이차항의 계수의 절댓값이 가장 작은 ㄷ이다.

- 13 $\square ABCO$ 는 정사각형이므로 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BO}$ 는 서로 다른 것을 수직이등분한다.
 이때 점 A의 좌표를 $A(k, k)$ ($k > 0$)라 하면
 점 A는 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위의 점이므로 $k = \frac{1}{2}k^2$
 $k^2 - 2k = 0$, $k(k-2) = 0 \quad \therefore k = 2$ ($\because k > 0$)
 따라서 $\overline{AC} = \overline{BO} = 4$ 이므로
 $\square ABCO = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$

- 14 $y = -2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = -2x^2 + a$
 이 그래프가 점 $(2, -10)$ 을 지나므로
 $-10 = -2 \times 2^2 + a \quad \therefore a = -2$

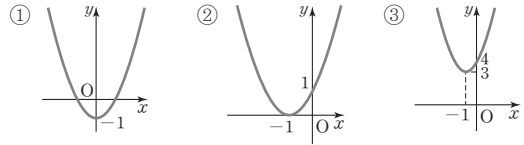
- 15 ③ 점 $(2, 27)$ 을 지난다.

- 16 $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2 - 1$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 $x > -2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.



- 17 그래프의 모양이 위로 볼록한 것은 이차항의 계수가 음수인 ③, ④, ⑤이고, 이 중에서 그래프의 폭이 가장 넓은 것은 이차항의 계수의 절댓값이 가장 작은 ⑤이다.

- 18 이차함수의 그래프를 각각 그리면 다음 그림과 같다.



$$\begin{aligned} \text{④ } y &= \frac{1}{3}x^2 - 2x + 4 = \frac{1}{3}(x-3)^2 + 1 \\ \text{⑤ } y &= -x^2 - 2x + 4 = -(x+1)^2 + 5 \end{aligned}$$



따라서 모든 사분면을 지나는 것은 ①, ⑤이다.

- 19 $y = 2x^2 - 4x + 3 = 2(x-1)^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = 2(x-p-1)^2 + 1 + q$
 이때 $y = 2x^2 - 12x + 14 = 2(x-3)^2 - 4$
 즉, $-p-1 = -3$, $1+q = -4$ 이므로
 $p = 2$, $q = -5$
 $\therefore p+q = 2 + (-5) = -3$

- 20 $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x - 1$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y = -1$
 $\therefore C(0, -1)$
 $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x - 1$
 $= \frac{1}{2}(x-3)^2 - \frac{11}{2}$
 이므로 $D(3, -\frac{11}{2})$

이때 $\triangle ADB$ 와 $\triangle ACB$ 의 밑변을 모두 $\overline{AB}$ 로 정하면 두 삼각형의 밑변의 길이가 같으므로 두 삼각형의 높이의 비는 높이의 비와 같다.

따라서 두 삼각형의 높이의 비가 $\frac{11}{2} : 1$ 이므로

$$\triangle ADB : \triangle ACB = \frac{11}{2} : 1 = 11 : 2$$

- 21 $93^2 + 14 \times 93 + 49 = 93^2 + 2 \times 7 \times 93 + 7^2$
 $= (93+7)^2$
 $= 100^2$
 $= 10000$

- 22 $x^2 + 2ax - (4a-1) = 0$ 에 $x=3$ 을 대입하면
 $9 + 6a - (4a-1) = 0$
 $2a = -10 \quad \therefore a = -5$
 즉, $x^2 + 2ax - (4a-1) = 0$ 에서 $x^2 - 10x + 21 = 0$ 이므로
 $(x-3)(x-7) = 0 \quad \therefore x = 3$ 또는 $x = 7$
 따라서 다른 한 근은 $x=7$ 이다.



23 $y = -4x^2 + ax + 1$ 의 그래프가 점 $(2, 1)$ 을 지나므로
 $1 = -4 \times 2^2 + a \times 2 + 1 \quad \therefore a = 8$
 $\therefore y = -4x^2 + 8x + 1 = -4(x-1)^2 + 5$
 따라서 꼭짓점의 좌표는 $(1, 5)$ 이다.

24 (1) 소연이는 -3 과 8 을 해로 얻었으므로 소연이가 푼 이차방정식은 $(x+3)(x-8)=0 \quad \therefore x^2-5x-24=0$
 이때 소연이는 상수항을 바르게 보았으므로 처음 이차방정식의 상수항은 -24 이다.
 (2) 민호는 -5 와 3 을 해로 얻었으므로 민호가 푼 이차방정식은 $(x+5)(x-3)=0 \quad \therefore x^2+2x-15=0$
 이때 민호는 x 의 계수를 바르게 보았으므로 처음 이차방정식의 x 의 계수는 2 이다.
 (3) 처음 이차방정식은 $x^2+2x-24=0$ 이므로
 $(x+6)(x-4)=0 \quad \therefore x = -6$ 또는 $x = 4$

25 꼭짓점의 좌표가 $(-2, -1)$ 이므로 이차함수의 식을 $y = a(x+2)^2 - 1$ 로 놓을 수 있다. ①
 이 그래프가 점 $(0, 0)$ 을 지나므로
 $0 = a(0+2)^2 - 1 \quad \therefore a = \frac{1}{4}$
 $\therefore y = \frac{1}{4}(x+2)^2 - 1 = \frac{1}{4}x^2 + x$ ②
 따라서 $a = \frac{1}{4}, b = 1, c = 0$ 이므로
 $4a + b + c = 4 \times \frac{1}{4} + 1 + 0 = 2$ ③

단계	채점 기준	배점
①	이차함수의 식 세우기	1점
②	이차함수 구하기	2점
③	$4a+b+c$ 의 값 구하기	1점

2회

116~119쪽

1 ②	2 ④	3 ③	4 ①	5 ②	6 ④
7 ⑤	8 ④	9 ⑤	10 ④	11 ②	12 ⑤
13 ④	14 ⑤	15 ③	16 ①	17 ④	18 ④
19 ③	20 ③	21 8	22 5	23 -1	
24 (1) 850	(2) 10	25 3			

2 $(3x+5)(3x-7)+k=9x^2-6x+k-35$
 $= (3x)^2 - 2 \times 3x \times 1 + k - 35$
 즉, $(3x+5)(3x-7)+k$ 가 완전제곱식이 되려면
 $k-35=1^2 \quad \therefore k=36$

3 $x^2+x-6=(x-2)(x+3)$
 $2x^2+x-15=(x+3)(2x-5)$
 따라서 공통인 인수는 ③ $x+3$ 이다.

4 사다리꼴의 높이를 h 라 하면
 $\frac{1}{2} \times \{(2x-1)+(4x-3)\} \times h = 3x^2+7x-6$
 $\frac{1}{2} \times (6x-4) \times h = (x+3)(3x-2)$
 $(3x-2)h = (x+3)(3x-2)$
 $\therefore h = x+3$

5 $x^2-4xy+4y^2-1=(x^2-4xy+4y^2)-1$
 $= (x-2y)^2-1^2$
 $= (x-2y+1)(x-2y-1)$

6 $2(x-3)^2=kx(x-2)+5$ 에서
 $2x^2-12x+18=kx^2-2kx+5$
 $(2-k)x^2+(2k-12)x+13=0$ 이 x 에 대한 이차방정식
 이 되려면 이차항의 계수가 0이 아니어야 하므로
 $2-k \neq 0 \quad \therefore k \neq 2$

7 $x^2-4x+7=6$ 에서 $x^2-4x+1=0$
 $x^2-4x+1=0$ 에 $x=a$ 를 대입하면
 $a^2-4a+1=0 \quad \dots \textcircled{1}$
 이때 $a=0$ 이면 등식이 성립하지 않으므로 $a \neq 0$
 즉, ①의 양변을 a 로 나누면
 $a-4+\frac{1}{a}=0 \quad \therefore a+\frac{1}{a}=4$
 $\therefore a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2 \times a \times \frac{1}{a}=4^2-2=14$

8 $x^2-4=4(x+2)$ 에서 $x^2-4=4x+8$
 $x^2-4x-12=0, (x+2)(x-6)=0$
 $\therefore x = -2$ 또는 $x = 6$

9 $3x^2+4x-3=0$ 의 양변을 3으로 나누면
 $x^2+\frac{4}{3}x-\textcircled{1}=0$

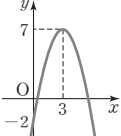
$x^2+\frac{4}{3}x=\textcircled{1}$ 의 양변에 $\textcircled{\frac{4}{9}}$ 를 더하면

$x^2+\frac{4}{3}x+\textcircled{\frac{4}{9}}=\textcircled{1}+\textcircled{\frac{4}{9}}$

$\left(x+\frac{2}{3}\right)^2=\textcircled{\frac{13}{9}}$

$x+\frac{2}{3}=\textcircled{\pm \frac{\sqrt{13}}{3}} \quad \therefore x=\textcircled{\frac{-2 \pm \sqrt{13}}{3}}$

10 ① $0^2-4 \times 3 \times (-5)=60 > 0 \Rightarrow$ 서로 다른 두 근
 ② $5x^2-1=2x$ 에서 $5x^2-2x-1=0$
 $(-2)^2-4 \times 5 \times (-1)=24 > 0 \Rightarrow$ 서로 다른 두 근
 ③ $(x-1)^2=3x+5$ 에서 $x^2-5x-4=0$
 $(-5)^2-4 \times 1 \times (-4)=41 > 0 \Rightarrow$ 서로 다른 두 근
 ④ $(-6)^2-4 \times 9 \times 1=0 \Rightarrow$ 중근
 ⑤ $5^2-4 \times 2 \times (-3)=49 > 0 \Rightarrow$ 서로 다른 두 근
 따라서 근의 개수가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

- 11 $f(2)=3$ 이므로 $-2^2+2a+3=3 \quad \therefore a=2$
 즉, $f(x)=-x^2+2x+3$ 에서 $f(-1)=b$ 이므로
 $-(-1)^2+2 \times (-1)+3=b \quad \therefore b=0$
 $\therefore a+b=2+0=2$
- 12 이차항의 계수의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아지므로 폭이 가장 좁은 것은 ⑤ $y=3x^2$ 이다.
- 13 ④ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
- 14 $y=\frac{3}{4}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{3}{4}(x+1)^2$
 이 그래프가 점 $(1, k)$ 를 지나므로 $k=\frac{3}{4} \times (1+1)^2=3$
- 15 $y=-(x+2)^2+3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y=-(x-p+2)^2+3+4$
 $=-(x-p+2)^2+7$
 이 그래프가 $y=a(x-1)^2+q$ 의 그래프와 일치하므로
 $a=-1, -p+2=-1, q=7$
 따라서 $a=-1, p=3, q=7$ 이므로
 $a+p+q=-1+3+7=9$
- 16 $y=-2x^2+8x-1=-2(x-2)^2+7$
 이므로 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(2, 7)$, y 축과 만나는 점의 좌표가 $(0, -1)$ 인 위로 볼록한 포물선이다.
- 17 $y=-x^2+6x-2=-(x-3)^2+7$
 ④ 그래프가 오른쪽 그림과 같으므로
 제1, 3, 4사분면을 지난다.
- 
- 18 그래프의 모양이 아래로 볼록하므로 $a > 0$
 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0 \quad \therefore b < 0$
 y 축과 만나는 점이 x 축보다 위쪽에 있으므로 $c > 0$
 ② $\frac{c}{a} > 0$
 ③ $bc < 0$
 ④ $x=1$ 일 때, $y < 0$ 이므로 $a+b+c < 0$
 ⑤ $x=2$ 일 때, $y > 0$ 이므로 $4a+2b+c > 0$
 따라서 옳은 것은 ④이다.
- 19 축의 방정식이 $x=-1$ 이므로 이차함수의 식을
 $y=a(x+1)^2+q$ 로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 두 점 $(2, -8), (-2, 8)$ 을 지나므로
 $-8=9a+q, 8=a+q$
 위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=-2, q=10$
 $\therefore y=-2(x+1)^2+10$
 따라서 $a=-2, b=-1, c=10$ 이므로
 $a+b+c=-2+(-1)+10=7$

- 20 그래프가 x 축과 두 점 $(-6, 0), (-1, 0)$ 에서 만나므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+6)(x+1)$ 로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 점 $(0, 4)$ 를 지나므로
 $4=a(0+6)(0+1)$
 $4=6a \quad \therefore a=\frac{2}{3}$
 $\therefore y=\frac{2}{3}(x+6)(x+1)=\frac{2}{3}x^2+\frac{14}{3}x+4$
- 21 $x^2y+xy^2+2(x+y)=xy(x+y)+2(x+y)$
 $= (x+y)(xy+2)$
 $= 6(x+y)=24$
 $\therefore x+y=4$
 $\therefore x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=4^2-2 \times 4=8$
- 22 $x^2+8x+2k+3=0$ 에서 일차항의 계수가 짝수이므로
 $x=-4 \pm \sqrt{4^2-1 \times (2k+3)}=-4 \pm \sqrt{13-2k}$
 따라서 $13-2k=3$ 이므로 $k=5$
- 23 $y=\frac{1}{2}x^2+ax+b$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(2, -3)$ 이므로
 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2-3=\frac{1}{2}x^2-2x-1$
 따라서 $a=-2, b=-1$ 이므로
 $a-b=-2-(-1)=-1$
- 24 (1) $8.5 \times 34+8.5 \times 66=8.5(34+66)$
 $=8.5 \times 100$
 $=850$
 (2) $\sqrt{14.5^2-10.5^2}=\sqrt{(14.5+10.5)(14.5-10.5)}$
 $=\sqrt{25 \times 4}$
 $=\sqrt{100}$
 $=10$
- 25 늘어난 원의 반지름의 길이는 $(6+x)$ cm이므로
 $\pi(6+x)^2-\pi \times 6^2=45\pi$
 $x^2+12x-45=0$ ①
 $(x+15)(x-3)=0$
 $\therefore x=-15$ 또는 $x=3$ ②
 이때 $x > 0$ 이므로 $x=3$ ③

단계	채점 기준	배점
①	이차방정식 세우기	1점
②	이차방정식 풀기	2점
③	답 구하기	1점



[illegible]