

자습서
정답친해

／
고등
수학
／



I 다항식

Plus 연습

1 다항식

01 다항식의 연산 9~22쪽

- 01 (1) x 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$x^2 + (4y+3)x - 2y^2 - 5y + 4$$

 x 에 대하여 오름차순으로 정리하면

$$-2y^2 - 5y + 4 + (4y+3)x + x^2$$
- (2) y 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(x-2)y^2 + 3xy + 2x^3 - 1$$

 y 에 대하여 오름차순으로 정리하면

$$2x^3 - 1 + 3xy + (x-2)y^2$$
- 02 (1) $(3x^3 - x^2 + x - 1) + (x^3 + x^2 - 5x - 2)$

$$= (3+1)x^3 + (-1+1)x^2 + (1-5)x + (-1-2)$$

$$= 4x^3 - 4x - 3$$
- (2) $(2x^3 + x^2 - 7x + 6) - (-x^3 + x^2 + 3)$

$$= (2x^3 + x^2 - 7x + 6) + (x^3 - x^2 - 3)$$

$$= (2+1)x^3 + (1-1)x^2 - 7x + (6-3)$$

$$= 3x^3 - 7x + 3$$
- 03 (1) $3A - (2A - B)$

$$= 3A - 2A + B$$

$$= A + B$$

$$= (x^2 + 4xy - y^2) + (2xy - 3y^2 + x^2)$$

$$= (1+1)x^2 + (4+2)xy + (-1-3)y^2$$

$$= 2x^2 + 6xy - 4y^2$$
- (2) $(A+B) - (2A+C)$

$$= A+B-2A-C$$

$$= -A+B-C$$

$$= -(x^2 + 4xy - y^2) + (2xy - 3y^2 + x^2)$$

$$= -x^2 - 4xy + y^2 + 2xy - 3y^2 + x^2$$

$$= -x^2 - 4xy + y^2 + 2xy - 3y^2 + x^2$$

$$= (-1+1-2)x^2 + (-4+2+5)xy$$

$$= -2x^2 + 3xy - y^2$$

- 04 (1) $(x+1)(x^2+x-2)$

$$= x^3 + x^2 - 2x + x^2 + x - 2$$

$$= x^3 + (1+1)x^2 + (-2+1)x - 2$$

$$= x^3 + 2x^2 - x - 2$$
- (2) $(x-y-1)(2x+3y-1)$

$$= 2x^2 + 3xy - x - 2xy - 3y^2 + y - 2x - 3y + 1$$

$$= 2x^2 + (3-2)xy + (-1-2)x - 3y^2$$

$$= 2x^2 + xy - 3x - 3y^2 - 2y + 1$$
- 05 (1) $BC + CB$

$$= 2BC$$

$$= 2(3x^2 + xy - 6y^2)(2x^2 - 5xy)$$

$$= 2(6x^4 - 15x^3y + 2x^2y^2 - 12x^2y^2 + 30xy^3)$$

$$= 2\{6x^4 + (-15+2)x^3y + (-5-12)x^2y^2$$

$$+ 30xy^3\}$$

$$= 2(6x^4 - 13x^3y - 17x^2y^2 + 30xy^3)$$

$$= 12x^4 - 26x^3y - 34x^2y^2 + 60xy^3$$
- (2) $AB + AC$

$$= A(B+C)$$

$$= (4x^2 - 2xy + y^2)$$

$$\times \{(3x^2 + xy - 6y^2) + (2x^2 - 5xy)\}$$

$$= (4x^2 - 2xy + y^2)\{(3+2)x^2 + (1-5)xy - 6y^2\}$$

$$= (4x^2 - 2xy + y^2)(5x^2 - 4xy - 6y^2)$$

$$= 20x^4 - 16x^3y - 24x^2y^2 - 10x^3y + 8x^2y^2$$

$$+ 12xy^3 + 5x^2y^2 - 4xy^3 - 6y^4$$

$$= 20x^4 + (-16-10)x^3y + (-24+8+5)x^2y^2$$

$$+ (12-4)xy^3 - 6y^4$$

$$= 20x^4 - 26x^3y - 11x^2y^2 + 8xy^3 - 6y^4$$
- 06 (1) $(a+b-c)^2$

$$= a^2 + b^2 + (-c)^2 + 2 \times a \times b + 2 \times b \times (-c)$$

$$+ 2 \times (-c) \times a$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2bc - 2ca$$
- (2) $(4x-y)^3$

$$= (4x)^3 - 3 \times (4x)^2 \times y + 3 \times 4x \times y^2 - y^3$$

$$= 64x^3 - 48x^2y + 12xy^2 - y^3$$
- (3) $(x+2y)(x^2-2xy+4y^2)$

$$= (x+2y)\{x^2 - x \times 2y + (2y)^2\}$$

$$= x^3 + (2y)^3 = x^3 + 8y^3$$
- (4) $(3a-b)(9a^2+3ab+b^2)$

$$= (3a-b)\{(3a)^2 + 3a \times b + b^2\}$$

$$= (3a)^3 - b^3 = 27a^3 - b^3$$
- 07 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{y-x}{xy} = \frac{y-x}{4}$ 이므로 $\frac{y-x}{4} = -\frac{1}{4}$

$$\text{즉, } y-x = -1 \text{이므로 } x-y=1$$

$$(x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 \text{에서}$$

$$x^3 - y^3 = (x-y)^3 + 3x^2y - 3xy^2$$

$$= (x-y)^3 + 3xy(x-y)$$

$$= 1^3 + 3 \times 4 \times 1 = 13$$

$$\begin{array}{r} 08 \quad (1) \quad \begin{array}{r} x^2 + x - 3 \\ 2x-1 \overline{) 2x^3 + x^2 - 7x + 7} \\ \underline{2x^3 - x^2} \\ 2x^2 - 7x \\ \underline{2x^2 - x} \\ -6x + 7 \\ \underline{-6x + 3} \\ 4 \end{array} \end{array}$$

따라서 $Q = x^2 + x - 3$, $R = 4$ 이므로
 $2x^3 + x^2 - 7x + 7 = (2x-1)(x^2 + x - 3) + 4$

$$(2) \quad \begin{array}{r} 4x + 7 \\ x^2 - 2x + 3 \overline{) 4x^3 - x^2 - 3x} \\ \underline{4x^3 - 8x^2 + 12x} \\ 7x^2 - 15x \\ \underline{7x^2 - 14x + 21} \\ -x - 21 \end{array}$$

따라서 $Q = 4x + 7$, $R = -x - 21$ 이므로
 $4x^3 - x^2 - 3x = (x^2 - 2x + 3)(4x + 7) - x - 21$

$$\begin{aligned} 09 \quad A &= (x^2 - 3x + 2)(x - 1) + x + 3 \\ &= x^3 - x^2 - 3x^2 + 3x + 2x - 2 + x + 3 \\ &= x^3 + (-1 - 3)x^2 + (3 + 2 + 1)x - 2 + 3 \\ &= x^3 - 4x^2 + 6x + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 10 \quad (x^3 - 1) \div (x - 1) &= x^2 + x + 1 \\ (x^5 - 1) \div (x - 1) &= x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 \\ (x^7 - 1) \div (x - 1) &= x^6 + x^5 + \cdots + x + 1 \end{aligned}$$

이므로 몫의 차수는 나누어지는 식의 차수보다 1만큼 작고, 몫의 모든 항의 계수는 1, 나머지는 0이다.
 따라서
 $(x^{11} - 1) \div (x - 1) = x^{10} + x^9 + \cdots + x + 1$
 이므로 몫은 $x^{10} + x^9 + \cdots + x + 1$ 이고, 나머지는 0이다.

11 (1) 다음과 같이 조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & 0 & -3 & -1 \\ & & -1 & 1 & 2 \\ \hline & 1 & -1 & -2 & 1 \end{array}$$

따라서 $x^3 - 3x - 1$ 을 $x + 1$ 로 나누었을 때, 몫은 $x^2 - x - 2$ 이고, 나머지는 1이다.

(2) 다음과 같이 조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} 2 & 2 & -1 & -6 & -2 & 5 \\ & & 4 & 6 & 0 & -4 \\ \hline & 2 & 3 & 0 & -2 & 1 \end{array}$$

따라서 $2x^4 - x^3 - 6x^2 - 2x + 5$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때, 몫은 $2x^3 + 3x^2 - 2$ 이고, 나머지는 1이다.

12 $2x + 1 = 2\left(x + \frac{1}{2}\right)$ 이므로 다음과 같이 조립제법을 이용하면 $2x^3 + 3x^2 + 3x + 4$ 를 $x + \frac{1}{2}$ 로 나누었을 때, 몫은 $2x^2 + 2x + 2$ 이고, 나머지는 3이다.

$$-\frac{1}{2} \begin{array}{r|rrrr} & 2 & 3 & 3 & 4 \\ & & -1 & -1 & -1 \\ \hline & 2 & 2 & 2 & 3 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{즉, } 2x^3 + 3x^2 + 3x + 4 &= \left(x + \frac{1}{2}\right)(2x^2 + 2x + 2) + 3 \\ &= (2x + 1)(x^2 + x + 1) + 3 \end{aligned}$$

따라서 구하는 몫은 $x^2 + x + 1$, 나머지는 3이다.

2 나머지정리와 인수분해

01 나머지정리 30~39쪽

01 (1) 등식의 좌변을 정리하면

$$\begin{aligned} x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1 \\ = x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1 \end{aligned}$$

이므로 x 에 어떤 값을 대입하여도 항상 성립한다.
 따라서 x 에 대한 항등식이다.

(2) 등식의 우변을 정리하면

$$2x^3 + 4x^2 + 6x + 2 = 2x^3 + 6x^2 + 4x + 2$$

이므로 특정한 x 의 값에 대해서만 성립한다.
 따라서 x 에 대한 항등식이 아니다.

02 (1) 등식의 우변을 정리하면

$$ax^2 + bx - 5 = 3x^2 + (c - 3)x - c$$

항등식의 성질을 이용하여 양변의 동류항을 비교하면 $a = 3$, $b = c - 3$, $-5 = -c$
 이 식을 풀면 $a = 3$, $b = 2$, $c = 5$

(2) 등식의 양변에 $x = -2$, $x = -1$, $x = 0$ 을 각각 대입하면

$$a - b + c = 17, c = 10, a + b + c = 5$$

이 식을 풀면 $a = 1$, $b = -6$, $c = 10$

다른 풀이 (2) 등식의 좌변을 정리하면

$$ax^2 + (2a + b)x + a + b + c = x^2 - 4x + 5$$

항등식의 성질을 이용하여 양변의 동류항을 비교하면
 $a = 1$, $2a + b = -4$, $a + b + c = 5$

이 식을 풀면 $a = 1$, $b = -6$, $c = 10$

03 (1) 다항식 $P(x)$ 를 $x + 1$ 로 나누었을 때, 나머지는

$P(-1)$ 과 같으므로

$$\begin{aligned} P(-1) &= (-1)^3 - 2 \times (-1)^2 + 3 \times (-1) - 4 \\ &= -1 - 2 - 3 - 4 = -10 \end{aligned}$$

따라서 구하는 나머지는 -10 이다.

(2) 다항식 $P(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때, 나머지는 $P(2)$ 와 같으므로

$$P(2)=2^3-2\times 2^2+3\times 2-4=8-8+6-4=2$$

따라서 구하는 나머지는 2이다.

04 다항식 $P(x)$ 를 $3x+1$ 로 나누었을 때, 나머지는

$P\left(-\frac{1}{3}\right)$ 과 같으므로

$$\begin{aligned} P\left(-\frac{1}{3}\right) &= 2\times\left(-\frac{1}{3}\right)^3+4\times\left(-\frac{1}{3}\right)^2+3\times\left(-\frac{1}{3}\right)-1 \\ &= -\frac{2}{27}+\frac{4}{9}-1-1=-\frac{44}{27} \end{aligned}$$

05 다항식 $P(x)$ 를 $3x-1$ 로 나누었을 때, 나머지는

$P\left(\frac{1}{3}\right)$ 과 같으므로

$$P\left(\frac{1}{3}\right)=-3\times\left(\frac{1}{3}\right)^3+\left(\frac{1}{3}\right)^2+a\times\frac{1}{3}+4=1$$

즉, $-\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{a}{3}+4=1$ 이므로 $a=-9$

06 다항식 $P(x)$ 를 $(x-1)(x+2)$ 로 나누었을 때 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b(a, b$ 는 상수)라고 하면

$$P(x)=(x-1)(x+2)Q(x)+ax+b$$

나머지정리에 따라 $P(1)=2, P(-2)=-7$ 이므로

$$a+b=2, -2a+b=-7$$

이 식을 풀면 $a=3, b=-1$

따라서 구하는 나머지는 $3x-1$

07 다항식 $P(x)$ 를 $x^2-7x+12$ 로 나누었을 때 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b(a, b$ 는 상수)라고 하면

$$P(x)=(x^2-7x+12)Q(x)+ax+b$$

즉, $P(x)=(x-3)(x-4)Q(x)+ax+b$

이때 $x^2-9=(x+3)(x-3),$

$x^2-3x-4=(x+1)(x-4)$ 이고, 나머지정리에 따라

$$P(3)=3+2=5, P(4)=4-1=3$$

즉, $3a+b=5, 4a+b=3$

이 식을 풀면 $a=-2, b=11$

따라서 구하는 나머지는 $-2x+11$

08 (1) $P(-1)=(-1)^3-2\times(-1)^2-(-1)+2=0$

즉, $x+1$ 은 $P(x)$ 의 인수이다.

(2) $P(1)=1^3-2\times 1^2-1+2=0$

즉, $x-1$ 은 $P(x)$ 의 인수이다.

(3) $P(-2)=(-2)^3-2\times(-2)^2-(-2)+2=-12$

즉, $x+2$ 는 $P(x)$ 의 인수가 아니다.

(4) $P(2)=2^3-2\times 2^2-2+2=0$

즉, $x-2$ 는 $P(x)$ 의 인수이다.

따라서 다항식 $P(x)$ 의 인수는 (1), (2), (4)이다.

09 인수정리에 따라 $P\left(\frac{1}{2}\right)=0$ 이므로

$$P\left(\frac{1}{2}\right)=2\times\left(\frac{1}{2}\right)^3+\left(\frac{1}{2}\right)^2+k\times\frac{1}{2}+3=0$$

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{k}{2}+3=0$$

따라서 $k=-7$

10 $x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$ 이므로 다항식 $P(x)$ 는 $x-1, x-2$ 로 각각 나누어떨어진다.

인수정리에 따라 $P(1)=0, P(2)=0$ 이므로

$$P(1)=a\times 1^3+1^2+2\times 1-b=0$$

$$a-b+3=0 \quad \dots\dots ①$$

$$P(2)=a\times 2^3+2^2+2\times 2-b=0$$

$$8a-b+8=0 \quad \dots\dots ②$$

①, ②를 연립하여 풀면

$$a=-\frac{5}{7}, b=\frac{16}{7}$$

02 인수분해 40~44쪽

01 (1) $9a^2+b^2+4c^2-6ab-4bc+12ca$

$$=(3a)^2+(-b)^2+(2c)^2+2\times 3a\times(-b)$$

$$+2\times(-b)\times 2c+2\times 2c\times 3a$$

$$=(3a-b+2c)^2$$

(2) $64x^3-48x^2y+12xy^2-y^3$

$$=(4x)^3-3\times(4x)^2\times y+3\times 4x\times y^2-y^3$$

$$=(4x-y)^3$$

(3) $8x^3+125y^3$

$$=(2x)^3+(5y)^3$$

$$=(2x+5y)\{(2x)^2-2x\times 5y+(5y)^2\}$$

$$=(2x+5y)(4x^2-10xy+25y^2)$$

(4) $x^3-64y^3=x^3-(4y)^3$

$$=(x-4y)\{x^2+x\times 4y+(4y)^2\}$$

$$=(x-4y)(x^2+4xy+16y^2)$$

02 (1) $x^2=X$ 로 놓으면

$$x^4-7x^2-18=X^2-7X-18$$

$$=(X+2)(X-9)$$

$$=(x^2+2)(x^2-9)$$

$$=(x+3)(x-3)(x^2+2)$$

(2) $3x-y=X$ 로 놓으면

$$(3x-y-2)(3x-y-4)-15$$

$$=(X-2)(X-4)-15$$

$$=(X^2-6X+8)-15$$

$$=X^2-6X-7$$

$$=(X+1)(X-7)$$

$$=(3x-y+1)(3x-y-7)$$

- 03 (1) $P(x)=x^3-3x^2+4x-2$ 라고 하면 $P(x)$ 의 상수항이 -2 이므로 $P(x)=0$ 이 되는 x 는 $\pm 1, \pm 2$ 중 하나이다.

여기서 $x=1$ 을 $P(x)$ 에 대입하면 $P(1)=0$ 이므로 $x-1$ 은 $P(x)$ 의 인수이다.

다음과 같이 조립제법을 이용하면 $P(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때, 몫은 x^2-2x+2 이다.

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -3 & 4 & -2 \\ & & 1 & -2 & 2 \\ \hline & 1 & -2 & 2 & 0 \end{array}$$

따라서 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$P(x)=(x-1)(x^2-2x+2)$$

즉, $x^3-3x^2+4x-2=(x-1)(x^2-2x+2)$

- (2) $P(x)=x^3+x^2-10x+8$ 이라고 하면 $P(x)$ 의 상수항이 8 이므로 $P(x)=0$ 이 되는 x 는 $\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8$ 중 하나이다.

여기서 $x=1$ 을 $P(x)$ 에 대입하면 $P(1)=0$ 이므로 $x-1$ 은 $P(x)$ 의 인수이다.

다음과 같이 조립제법을 이용하면 $P(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때, 몫은 x^2+2x-8 이다.

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 1 & -10 & 8 \\ & & 1 & 2 & -8 \\ \hline & 1 & 2 & -8 & 0 \end{array}$$

따라서 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{aligned} P(x) &= (x-1)(x^2+2x-8) \\ &= (x-1)(x-2)(x+4) \end{aligned}$$

즉, $x^3+x^2-10x+8=(x-1)(x-2)(x+4)$

- 04 $P(x)=x^4-4x^3+x^2+4x-2$ 라고 하면 $P(x)$ 의 상수항이 -2 이므로 $P(x)=0$ 이 되는 x 는 $\pm 1, \pm 2$ 중 하나이다.

여기서 $x=1$ 을 $P(x)$ 에 대입하면 $P(1)=0$ 이므로 $x-1$ 은 $P(x)$ 의 인수이다.

다음과 같이 조립제법을 이용하면 $P(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때, 몫은 x^3-3x^2-2x+2 이다.

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & -4 & 1 & 4 & -2 \\ & & 1 & -3 & -2 & 2 \\ \hline & 1 & -3 & -2 & 2 & 0 \end{array}$$

따라서 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$P(x)=(x-1)(x^3-3x^2-2x+2)$$

이때 $Q(x)=x^3-3x^2-2x+2$ 라고 하면 $Q(x)$ 의 상수항이 2 이므로 $Q(x)=0$ 이 되는 x 는 $\pm 1, \pm 2$ 중 하나이다.

여기서 $x=-1$ 을 $Q(x)$ 에 대입하면 $Q(-1)=0$ 이므로 $x+1$ 은 $Q(x)$ 의 인수이다.

다음과 같이 조립제법을 이용하면 $Q(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때, 몫은 x^2-4x+2 이다.

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -3 & -2 & 2 \\ & & -1 & 4 & -2 \\ \hline & 1 & -4 & 2 & 0 \end{array}$$

따라서 $Q(x)$ 를 인수분해하면

$$Q(x)=(x+1)(x^2-4x+2)$$

그러므로 $x^4-4x^3+x^2+4x-2$

$$=(x-1)(x^3-3x^2-2x+2)$$

$$=(x-1)(x+1)(x^2-4x+2)$$

시험 대비 대단원 TEST

58~60쪽

1 $5x^2+17xy-7y^2$ 2 ④ 3 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ 4 52

5 $32+12\sqrt{6}$ 6 몫: $x-1$, 나머지: 1

7 $a=-3, b=3$ 8 $a=0, b=-11, c=-3$

9 $-x-1$ 10 -6 11 2017

12 $(x^2-7x+2)(x^2-7x+20)$ 13 ④

14 빗변의 길이가 y 인 직각삼각형 15 -1

16 (1) 12 (2) $2x^2-7x-4$ 17 900000

18 (1) $a=0, b=-1$ (2) x^4+x^2+1

1 $X=2A-B$
 $=2(2x^2+5xy-y^2)-(-x^2-7xy+5y^2)$
 $=4x^2+10xy-2y^2+x^2+7xy-5y^2$
 $=5x^2+17xy-7y^2$

2 ④ $(x-2)^3=x^3-3 \times x^2 \times 2+3 \times x \times 2^2-2^3$
 $=x^3-6x^2+12x-8$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

3 $\frac{1}{x^3}+\frac{1}{y^3}=\frac{x^3+y^3}{x^3y^3}$
 $=\frac{(x+y)^3-3xy(x+y)}{(xy)^3}$
 $=\frac{(2\sqrt{3})^3-3 \times 2 \times 2\sqrt{3}}{2^3}$
 $=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

4 직육면체의 밑면의 가로, 세로의 길이, 높이를 각각 a, b, c 라고 하면 모든 모서리의 길이의 합이 36이므로 $4(a+b+c)=36$

즉, $a+b+c=9$

대각선의 길이가 $\sqrt{29}$ 이므로 $\sqrt{a^2+b^2+c^2}=\sqrt{29}$

즉, $a^2+b^2+c^2=29$

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$ 이므로

구하는 직육면체의 겉넓이는

$$\begin{aligned} 2ab+2bc+2ca &= (a+b+c)^2 - (a^2+b^2+c^2) \\ &= 81-29=52 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
5 \quad & (x+1)^3 - (x-1)^3 \\
&= (x^3 + 3x^2 + 3x + 1) - (x^3 - 3x^2 + 3x - 1) \\
&= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - x^3 + 3x^2 - 3x + 1 \\
&= 6x^2 + 2 \\
&= 6 \times (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 + 2 \\
&= 6 \times (5 + 2\sqrt{6}) + 2 \\
&= 32 + 12\sqrt{6}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
6 \quad & 3x^3 + 2x^2 - 3x - 1 = A(3x-1) + x - 2 \text{이므로} \\
& A(3x-1) = (3x^3 + 2x^2 - 3x - 1) - (x - 2) \\
&= 3x^3 + 2x^2 - 4x + 1
\end{aligned}$$

$$\text{즉, } A = (3x^3 + 2x^2 - 4x + 1) \div (3x-1) \text{이므로}$$

$$\begin{array}{r}
x^2 + x - 1 \\
3x-1 \overline{) 3x^3 + 2x^2 - 4x + 1} \\
\underline{3x^3 - x^2} \\
3x^2 - 4x \\
\underline{3x^2 - x} \\
-3x + 1 \\
\underline{-3x + 1} \\
0
\end{array}$$

$$\text{따라서 } A = x^2 + x - 1$$

$$(x^2 + x - 1) \div (x+2) \text{를 계산하면}$$

$$\begin{array}{r}
x - 1 \\
x+2 \overline{) x^2 + x - 1} \\
\underline{x^2 + 2x} \\
-x - 1 \\
\underline{-x - 2} \\
1
\end{array}$$

그러므로 구하는 몫은 $x-1$, 나머지는 1이다.

$$\begin{aligned}
7 \quad & 2x^3 + ax^2 + bx - 1 \text{을 } x^2 - x + 1 \text{로 나누었을 때, 몫을} \\
& cx + d(c, d \text{는 상수}) \text{라고 하면}
\end{aligned}$$

$$2x^3 + ax^2 + bx - 1 = (x^2 - x + 1)(cx + d)$$

등식의 우변을 정리하면

$$\begin{aligned}
& 2x^3 + ax^2 + bx - 1 \\
&= cx^3 + (d-c)x^2 + (c-d)x + d
\end{aligned}$$

양변의 동류항을 비교하면

$$2=c, a=d-c, b=c-d, -1=d$$

$$\text{이 식을 풀면 } a=-3, b=3, c=2, d=-1$$

$$\begin{aligned}
8 \quad & \text{등식의 양변에 } x=1, x=2, x=0 \text{을 각각 대입하면} \\
& -6+a-b=5, -6+4a-b=5, \\
& -b=-2c+5
\end{aligned}$$

$$\text{이 식을 풀면 } a=0, b=-11, c=-3$$

$$\begin{aligned}
9 \quad & \text{다항식 } P(x) \text{를 } x^2-4 \text{로 나누었을 때 몫을 } Q(x), \text{나} \\
& \text{머지를 } ax+b(a, b \text{는 상수}) \text{라고 하면}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P(x) &= (x^2-4)Q(x) + ax+b \\
&= (x+2)(x-2)Q(x) + ax+b
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \text{나머지정리에 따라 } P(-2)=1, P(2)=-3 \text{이므로} \\
& -2a+b=1, 2a+b=-3
\end{aligned}$$

$$\text{이 식을 풀면 } a=-1, b=-1$$

$$\text{따라서 구하는 나머지는 } -x-1$$

$$10 \quad \text{인수정리에 따라 } P(1)=0, P(-2)=0 \text{이므로}$$

$$a+b-3=0, -8a-2b+30=0$$

$$\text{이 식을 풀면 } a=4, b=-1$$

$$\text{따라서 } P(x)=x^4+4x^3+6x^2-x-10 \text{이므로 } P(x) \text{를 } x+1 \text{로 나누었을 때, 나머지는}$$

$$P(-1)=1-4+6+1-10=-6$$

$$11 \quad 2018=x \text{라고 하면}$$

$$\begin{aligned}
\frac{2018^3-1}{2018 \times 2019+1} &= \frac{x^3-1}{x(x+1)+1} \\
&= \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^2+x+1} \\
&= x-1
\end{aligned}$$

$$\text{따라서 구하는 식의 값은 } 2018-1=2017$$

$$\begin{aligned}
12 \quad & (x-2)(x-3)(x-4)(x-5)-80 \\
&= (x-2)(x-5)(x-3)(x-4)-80 \\
&= (x^2-7x+10)(x^2-7x+12)-80
\end{aligned}$$

$$x^2-7x=X \text{로 놓으면}$$

$$\begin{aligned}
& (x-2)(x-3)(x-4)(x-5)-80 \\
&= (X+10)(X+12)-80 \\
&= X^2+22X+40 \\
&= (X+2)(X+20) \\
&= (x^2-7x+2)(x^2-7x+20)
\end{aligned}$$

$$13 \quad P(x)=x^4-x^3-7x^2+x+6 \text{이라고 하면}$$

$$\textcircled{1} P(-1)=0$$

$$\textcircled{2} P(1)=0$$

$$\textcircled{3} P(-2)=0$$

$$\textcircled{4} P(-3)=48$$

$$\textcircled{5} P(3)=0$$

따라서 인수가 아닌 것은 $\textcircled{4}$ 이다.

$$14 \quad \text{주어진 식을 간단히 하면}$$

$$\begin{aligned}
& \{y+(x-z)\}\{y-(x-z)\} \\
& \quad - \{(x+z)+y\}\{(x+z)-y\}=0 \\
& \{y^2-(x-z)^2\}-\{(x+z)^2-y^2\}=0 \\
& y^2-(x^2-2xz+z^2)-(x^2+2xz+z^2)+y^2=0 \\
& 2y^2-2x^2-2z^2=0
\end{aligned}$$

$$\text{즉, } y^2=x^2+z^2$$

▶ 70%

따라서 구하는 삼각형은 빗변의 길이가 y 인 직각삼각형이다.

▶ 30%

$$15 \quad P(x) \text{를 } x^2-x-6 \text{으로 나누었을 때, 몫을 } Q(x) \text{라고 하면}$$

$$\begin{aligned}
P(x) &= (x^2-x-6)Q(x) + 2x+3 \\
&= (x+2)(x-3)Q(x) + 2x+3
\end{aligned}$$

▶ 20%

$$\text{나머지정리에 따라 } P(-2)=-1$$

▶ 20%

$P(3x-5)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때, 나머지는
 $P(3 \times 1 - 5) = P(-2)$ 와 같으므로
 $P(-2) = -1$

따라서 구하는 나머지는 -1 이다. ▶ 60%

- 16 (1) 인수정리에 따라 $P(3)=0$ 이므로
 $2 \times 3^3 - 13 \times 3^2 + 17 \times 3 + a = 0$
 즉, $-12 + a = 0$ 이므로 $a = 12$ ▶ 50%

(2) $P(x) = 2x^3 - 13x^2 + 17x + 12$ 이고 $x-3$ 을 인수로 가지므로 다음과 같이 조립제법을 이용하여 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & 2 & -13 & 17 & 12 \\ & & 6 & -21 & -12 \\ \hline & 2 & -7 & -4 & 0 \end{array}$$

즉, $P(x) = (x-3)(2x^2 - 7x - 4)$ ▶ 40%
 따라서 구하는 몫은 $2x^2 - 7x - 4$ ▶ 10%

- 17 $P(x) = x^3 - 4x^2 - 28x - 32$ 에서 $P(-2) = 0$ 이므로 $x+2$ 는 $P(x)$ 의 인수이다. ▶ 20%
 다음과 같이 조립제법을 이용하여 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & -4 & -28 & -32 \\ & & -2 & 12 & 32 \\ \hline & 1 & -6 & -16 & 0 \end{array}$$

$P(x) = (x+2)(x^2 - 6x - 16)$
 $= (x+2)(x+2)(x-8)$
 $= (x+2)^2(x-8)$ ▶ 40%

위의 식에 $x=98$ 을 대입하면
 $P(98) = (98+2)^2 \times (98-8)$
 $= 100^2 \times 90 = 900000$ ▶ 40%

- 18 (1) $x+1$, $x-1$ 이 $P(x)$ 의 인수이고, 인수정리에 따라 $P(-1)=0$, $P(1)=0$ 이므로
 $1-a+b=0$, $1+a+b=0$
 이 식을 풀면 $a=0$, $b=-1$ ▶ 50%

(2) $P(x) = x^6 - 1$ 이고,
 $P(x) = (x+1)(x-1)Q(x) = (x^2-1)Q(x)$ 이므로
 $x^6 - 1 = (x^2-1)Q(x)$
 즉, $Q(x) = (x^6-1) \div (x^2-1)$
 나눗셈을 계산하면

$$\begin{array}{r} x^4 + x^2 + 1 \\ x^2 - 1 \overline{) x^6} \\ \underline{x^6 - x^4} \\ x^4 \\ \underline{x^4 - x^2} \\ x^2 - 1 \\ \underline{x^2 - 1} \\ 0 \end{array}$$

따라서 $Q(x) = x^4 + x^2 + 1$ ▶ 50%

II 방정식과 부등식

Plus 연습

1 복소수와 이차방정식

01 복소수의 뜻과 사칙연산 63~70쪽

- 01 (1), (4)
 02 등식이 성립하려면 양변의 두 복소수의 실수부분과 허수부분이 각각 같아야 하므로
 (1) $5 = x - y$, $-1 = y + 3$
 따라서 $x = 1$, $y = -4$
 (2) $2x - 6 = 0$, $x + y = 0$
 따라서 $x = 3$, $y = -3$

- 03 (1) $\overline{i-8} = -i-8$ (2) $\overline{-\sqrt{3}} = -\sqrt{3}$
 (3) $\overline{-i} = i$ (4) $\overline{3+2i} = 3-2i$

- 04 (1) $(1-2i) + (3+4i) = (1+3) + (-2+4)i$
 $= 4 + 2i$
 (2) $-2i + (-3+5i) = -3 + (-2+5)i$
 $= -3 + 3i$
 (3) $(5-i) - (-1+2i) = (5+1) + (-1-2)i$
 $= 6 - 3i$
 (4) $-(i-2) - (3-2i) = (2-3) + (-1+2)i$
 $= -1 + i$

- 05 (1) $(1-3i)(5+2i)$
 $= 1 \times 5 + 1 \times 2i + (-3i) \times 5 + (-3i) \times 2i$
 $= 5 + 2i - 15i + 6 = 11 - 13i$
 (2) $(i-1)^2 = i^2 - 2 \times i \times 1 + 1^2$
 $= -1 - 2i + 1 = -2i$
 (3) $(\sqrt{2} + \sqrt{3}i)(\sqrt{2} - \sqrt{3}i) = (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3}i)^2$
 $= 2 - (-3) = 5$

- 06 (1) $\frac{-i}{\sqrt{5}+i} = \frac{-i(\sqrt{5}-i)}{(\sqrt{5}+i)(\sqrt{5}-i)}$
 $= \frac{-1-\sqrt{5}i}{5+1}$
 $= -\frac{1}{6} - \frac{\sqrt{5}}{6}i$
 (2) $\frac{1+i}{1-2i} = \frac{(1+i)(1+2i)}{(1-2i)(1+2i)}$
 $= \frac{-1+3i}{1+4}$
 $= -\frac{1}{5} + \frac{3}{5}i$

$$(3) \frac{\sqrt{3}-2i}{\sqrt{3}+2i} = \frac{(\sqrt{3}-2i)^2}{(\sqrt{3}+2i)(\sqrt{3}-2i)} = \frac{-1-4\sqrt{3}i}{3+4}$$

$$= -\frac{1}{7} - \frac{4\sqrt{3}}{7}i$$

07 (1) $\sqrt{-7} = \sqrt{7}i$

(2) $-\sqrt{-9} = -\sqrt{9}i = -3i$

08 (1) -12 의 제곱근은

$$\pm\sqrt{-12} = \pm\sqrt{12}i = \pm 2\sqrt{3}i$$

(2) $-\frac{81}{121}$ 의 제곱근은

$$\pm\sqrt{-\frac{81}{121}} = \pm\sqrt{\frac{81}{121}}i = \pm\frac{9}{11}i$$

02 이차방정식의 판별식 71~75쪽

01 (1) 근의 공식을 이용하면

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-3)}}{2 \times 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

따라서 이 이차방정식의 근은 실근이다.

(2) 근의 공식을 이용하면

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 2 \times 3}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{23}i}{4}$$

따라서 이 이차방정식의 근은 허근이다.

02 (1) 이차방정식 $3x^2 - x - 1 = 0$ 에서 판별식 D 는

$$D = (-1)^2 - 4 \times 3 \times (-1) = 13$$

따라서 $D > 0$ 이므로 이 이차방정식은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

(2) 이차방정식 $49x^2 - 14x + 1 = 0$ 에서 판별식 D 는

$$\frac{D}{4} = (-7)^2 - 49 \times 1 = 0$$

따라서 $D = 0$ 이므로 이 이차방정식은 중근을 갖는다.

(3) 이차방정식 $x^2 - 2x + 7 = 0$ 에서 판별식 D 는

$$\frac{D}{4} = (-1)^2 - 1 \times 7 = -6$$

따라서 $D < 0$ 이므로 이 이차방정식은 서로 다른 두 허근을 갖는다.

03 문제의 이차방정식의 판별식 D 는

$$\frac{D}{4} = (a+1)^2 - 1 \times (a^2 - 6a + 17)$$

$$= 8a - 16$$

(1) 서로 다른 두 실근을 가지려면 $D > 0$ 이어야 하므로

$$8a - 16 > 0, 8a > 16$$

따라서 $a > 2$

(2) 중근을 가지려면 $D = 0$ 이어야 하므로

$$8a - 16 = 0, 8a = 16$$

따라서 $a = 2$

(3) 서로 다른 두 허근을 가지려면 $D < 0$ 이어야 하므로

$$8a - 16 < 0, 8a < 16$$

따라서 $a < 2$

04 문제의 이차방정식의 판별식 D 에서

$$\frac{D}{4} = (k+2a)^2 - 1 \times (k^2 + 4a^2 + bk + b - 4)$$

$$= (4a-b)k + (4-b) = 0$$

이 식이 k 의 값에 관계없이 성립하므로

$$4a - b = 0, 4 - b = 0$$

따라서 $a = 1, b = 4$

03 이차방정식의 근과 계수의 관계 76~79쪽

01 (1) 두 근의 합은 $-\frac{2}{1} = -2$

두 근의 곱은 $\frac{-1}{1} = -1$

(2) 두 근의 합은 $-\frac{-5}{4} = \frac{5}{4}$

두 근의 곱은 $\frac{1}{4}$

02 이차방정식의 근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = 4, \alpha\beta = -2$$

(1) $(\alpha-2)(\beta-2) = \alpha\beta - 2(\alpha+\beta) + 4$

$$= -2 - 8 + 4 = -6$$

(2) $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta$

$$= 16 + 4 = 20$$

(3) $\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha+\beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha+\beta)$

$$= 64 + 24 = 88$$

03 (1) 두 근의 합: $-3+5=2$

두 근의 곱: $(-3) \times 5 = -15$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 - 2x - 15 = 0$

(2) 두 근의 합: $(1+2\sqrt{6}i) + (1-2\sqrt{6}i) = 2$

두 근의 곱: $(1+2\sqrt{6}i)(1-2\sqrt{6}i) = 1 + 24 = 25$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 - 2x + 25 = 0$

04 (1) 이차방정식 $x^2 + 2x + 5 = 0$ 의 근은 $x = -1 \pm 2i$ 이므로

$$x^2 + 2x + 5$$

$$= \{x - (-1+2i)\} \{x - (-1-2i)\}$$

$$= (x+1-2i)(x+1+2i)$$

(2) 이차방정식 $2x^2 - 3x + 3 = 0$ 의 근은 $x = \frac{3 \pm \sqrt{15}i}{4}$

이므로

$$2x^2 - 3x + 3$$

$$= 2 \left(x - \frac{3+\sqrt{15}i}{4} \right) \left(x - \frac{3-\sqrt{15}i}{4} \right)$$

2 이차방정식과 이차함수

01 이차방정식과 이차함수의 관계 85~91쪽

01 이차방정식 $-x^2+2x-2=0$ 의 판별식 D 에서

$$\frac{D}{4}=1^2-(-1)\times(-2)=-1<0$$

즉, 만나지 않는다.

이차방정식 $x^2-16x+64=0$ 의 판별식 D 에서

$$\frac{D}{4}=(-8)^2-1\times 64=0$$

즉, 한 점에서 만난다.

이차방정식 $2x^2-3x-5=0$ 의 판별식 D 에서

$$D=(-3)^2-4\times 2\times(-5)=49>0$$

즉, 서로 다른 두 점에서 만난다.

따라서 ①-㉔-㉔, ②-㉔-㉔, ③-㉔-㉔

02 이차방정식 $2x^2-x+k=0$ 의 판별식 D 는

$$D=(-1)^2-4\times 2\times k=1-8k$$

(1) 서로 다른 두 점에서 만나려면 $D>0$ 이어야 하므로

$$1-8k>0, k<\frac{1}{8}$$

(2) 한 점에서 만나려면 $D=0$ 이어야 하므로

$$1-8k=0, k=\frac{1}{8}$$

(3) 만나지 않으려면 $D<0$ 이어야 하므로

$$1-8k<0, k>\frac{1}{8}$$

03 이차방정식 $x^2+2(a-k)x+k^2+2k-b=0$ 의 판별식 D 에서

$$\frac{D}{4}=(a-k)^2-1\times(k^2+2k-b)=0$$

즉, $(-2a-2)k+a^2+b=0$

이 식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립하므로

$$-2a-2=0, a^2+b=0$$

따라서 $a=-1, b=-1$

04 (1) 이차방정식 $2x^2+x-1=-x+2$, 즉

$$2x^2+2x-3=0$$
의 판별식 D 에서

$$\frac{D}{4}=1^2-2\times(-3)=7>0$$

따라서 서로 다른 두 점에서 만난다.

(2) 이차방정식 $2x^2+x-1=3x-2$, 즉

$$2x^2-2x+1=0$$
의 판별식 D 에서

$$\frac{D}{4}=(-1)^2-2\times 1=-1<0$$

따라서 만나지 않는다.

(3) 이차방정식 $2x^2+x-1=-3x-3$, 즉

$$2x^2+4x+2=0$$
의 판별식 D 에서

$$\frac{D}{4}=2^2-2\times 2=0$$

따라서 한 점에서 만난다.

05 이차방정식 $x^2-x-2=x-k$, 즉

$$x^2-2x+k-2=0$$
의 판별식 D 에서

$$\frac{D}{4}=(-1)^2-1\times(k-2)=3-k$$

(1) 서로 다른 두 점에서 만나려면 $D>0$ 이어야 하므로

$$3-k>0, k<3$$

(2) 한 점에서 만나려면 $D=0$ 이어야 하므로

$$3-k=0, k=3$$

(3) 만나지 않으려면 $D<0$ 이어야 하므로

$$3-k<0, k>3$$

06 이차함수와 직선이 만나는 두 점의 x 좌표는 이차방정식

$$x^2+ax-1=2x-b$$
, 즉 $x^2+(a-2)x+b-1=0$ 의

두 근이므로 근과 계수의 관계에서

$$1+3=-(a-2), 1\times 3=b-1$$

따라서 $a=-2, b=4$

07 구하는 직선의 방정식을 $y=mx+n$ (m, n 은 실수)

이라고 하면 직선이 점 $(0, -9)$ 를 지나므로

$$-9=0+n, n=-9$$

즉, $y=mx-9$

이차방정식 $x^2-4x=mx-9$, 즉

$$x^2-(m+4)x+9=0$$
의 판별식 D 에서

$$D=\{-(m+4)\}^2-4\times 1\times 9=0$$

$$m^2+8m-20=0, (m-2)(m+10)=0$$

$$m=2 \text{ 또는 } m=-10$$

그런데 $m>0$ 이므로 $m=2$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y=2x-9$

02 이차함수의 최대, 최소 92~96쪽

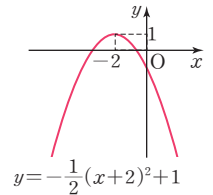
01 (1) 이차함수

$$y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+1$$
의 그

래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 최댓값은 $x=-2$ 일

때 1이고, 최솟값은 없다.



(2) 이차함수

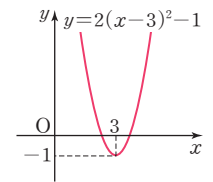
$$y=2(x-3)^2-1$$
의 그래

프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 최댓값은 없고,

최솟값은 $x=3$ 일 때 -1

이다.



02 (1) $y=-2x^2-4x+3$

$$=-2(x^2+2x)+3$$

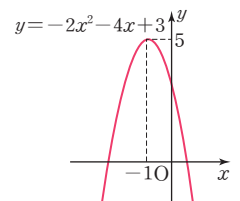
$$=-2(x+1)^2+5$$

이 이차함수의 그래프는

오른쪽 그림과 같다.

따라서 최댓값은

$x=-1$ 일 때 5이고, 최솟값은 없다.



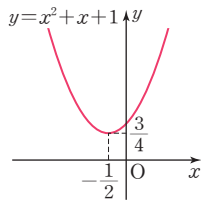
$$(2) y = x^2 + x + 1$$

$$= \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$$

이 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 최댓값은 없고,

최솟값은 $x = -\frac{1}{2}$ 일 때 $\frac{3}{4}$ 이다.



- 03** 직사각형의 가로 길이를 x cm라고 하면 세로 길이는 $(6-x)$ cm

직사각형의 넓이를 y cm²라고 하면

$$y = x(6-x) = -x^2 + 6x = -(x-3)^2 + 9$$

이때 $0 < x < 6$ 이므로 직사각형의 최대 넓이는 $x = 3$ 일 때 9 cm²이다.

3 여러 가지 방정식과 부등식

01 삼차방정식과 사차방정식 102-107쪽

- 01** (1) 좌변을 인수분해하면

$$x(x^2 - 3x + 2) = 0, x(x-1)(x-2) = 0$$

따라서 $x = 0$ 또는 $x = 1$ 또는 $x = 2$

- (2) 좌변을 인수분해하면

$$x^2(x^2 - 25) = 0, x^2(x+5)(x-5) = 0$$

따라서 $x = 0$ (중근) 또는 $x = -5$ 또는 $x = 5$

- 02** (1) 좌변을 인수분해하면

$$(x+4)(x^2 - 4x + 16) = 0$$

즉, $x+4=0$ 또는 $x^2 - 4x + 16=0$

따라서 방정식의 해는

$$x = -4 \text{ 또는 } x = 2 \pm 2\sqrt{3}i$$

- (2) 좌변을 인수분해하면 $(x-1)^3 = 0$

따라서 방정식의 해는 $x = 1$

- (3) $x^2 = X$ 로 놓으면 $X^2 = 81$

$$X^2 - 81 = 0, (X+9)(X-9) = 0$$

$$X = -9 \text{ 또는 } X = 9$$

즉, $x^2 = -9$ 또는 $x^2 = 9$

따라서 방정식의 해는 $x = \pm 3i$ 또는 $x = \pm 3$

- (4) $x^2 + 3x = X$ 로 놓으면

$$X^2 + X - 20 = 0, (X-4)(X+5) = 0$$

$$X = 4 \text{ 또는 } X = -5$$

즉, $x^2 + 3x - 4 = 0$ 또는 $x^2 + 3x + 5 = 0$

따라서 방정식의 해는

$$x = 1 \text{ 또는 } x = -4 \text{ 또는 } x = \frac{-3 \pm \sqrt{11}i}{2}$$

- 03** (1) $P(x) = x^3 - x^2 - 3x - 1$ 이라고 하면 $P(-1) = 0$

이므로 $x+1$ 은 $P(x)$ 의 인수이다.

조립제법을 이용하여 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -1 & -3 & -1 \\ & & -1 & 2 & 1 \\ \hline & 1 & -2 & -1 & 0 \end{array}$$

$$P(x) = (x+1)(x^2 - 2x - 1)$$

따라서 방정식은 $(x+1)(x^2 - 2x - 1) = 0$

즉, $x+1=0$ 또는 $x^2 - 2x - 1=0$

그러므로 구하는 해는

$$x = -1 \text{ 또는 } x = 1 \pm \sqrt{2}$$

- (2) $P(x) = x^4 - 2x^3 - x^2 + 8x - 12$ 라고 하면

$P(-2) = 0, P(2) = 0$ 이므로 $x+2, x-2$ 는

$P(x)$ 의 인수이다.

조립제법을 이용하여 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrrr} -2 & 1 & -2 & -1 & 8 & -12 \\ & & -2 & 8 & -14 & 12 \\ \hline 2 & 1 & -4 & 7 & -6 & 0 \\ & & 2 & -4 & 6 & \\ \hline & 1 & -2 & 3 & 0 & \end{array}$$

$$P(x) = (x+2)(x-2)(x^2 - 2x + 3)$$

따라서 방정식은

$$(x+2)(x-2)(x^2 - 2x + 3) = 0$$

즉, $x+2=0$ 또는 $x-2=0$ 또는

$$x^2 - 2x + 3 = 0$$

그러므로 구하는 해는

$$x = \pm 2 \text{ 또는 } x = 1 \pm \sqrt{2}i$$

- 04** 한 근이 $1 + \sqrt{3}i$ 이므로

$$(1 + \sqrt{3}i)^3 + a(1 + \sqrt{3}i)^2 + b(1 + \sqrt{3}i) - 8 = 0$$

이 식을 정리하면

$$-2a + b - 16 + (2a + b)\sqrt{3}i = 0$$

$$-2a + b - 16 = 0, 2a + b = 0 \text{ 이므로}$$

$$a = -4, b = 8$$

다른 풀이 한 근이 $1 + \sqrt{3}i$ 이므로 다른 한 근은 $1 - \sqrt{3}i$ 이다.

나머지 한 근을 a 라고 하면 주어진 삼차방정식은

$$(x-a)(x-1-\sqrt{3}i)(x-1+\sqrt{3}i) = 0$$

이 식을 정리하면

$$x^3 - (a+2)x^2 + (2a+4)x - 4a = 0$$

$$-4a = -8 \text{ 이므로 } a = 2$$

따라서 삼차방정식은 $x^3 - 4x^2 + 8x - 8 = 0$ 이므로

$$a = -4, b = 8$$

- 05** 상자의 높이를 x cm라고 하면 밑면의 가로, 세로의 길이는 각각

$$(x-10) \text{ cm}, (x-5) \text{ cm}$$

상자의 부피는 3000 cm³이므로

$$(x-10)(x-5)x = 3000$$

이 식을 정리하면 $x^3 - 15x^2 + 50x - 3000 = 0$

$P(x) = x^3 - 15x^2 + 50x - 3000$ 이라고 하면

$P(20) = 0$ 이므로 $x-20$ 은 $P(x)$ 의 인수이다.

조립제법을 이용하여 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 20 & 1 & -15 & 50 & -3000 \\ & & 20 & 100 & 3000 \\ \hline & 1 & 5 & 150 & 0 \end{array}$$

$$P(x) = (x-20)(x^2+5x+150)$$

따라서 방정식은 $(x-20)(x^2+5x+150)=0$

즉, $x-20=0$ 또는 $x^2+5x+150=0$ 이므로

$$x=20 \text{ 또는 } x=\frac{-5 \pm 5\sqrt{23}i}{2}$$

그런데 x 는 실수이므로 $x=20$

따라서 상자의 높이는 20 cm이다.

02 연립이차방정식 108~111쪽

- 01 (1) $\begin{cases} x-y=2 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ x^2+xy+y^2=4 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$
 ①에서 $y=x-2$ ③
 ③을 ②에 대입하면
 $x^2+x(x-2)+(x-2)^2=4$
 $x^2-2x=0, x(x-2)=0$
 즉, $x=0$ 또는 $x=2$
 이것을 각각 ③에 대입하면
 $x=0$ 일 때 $y=-2$, $x=2$ 일 때 $y=0$
 따라서 연립방정식의 해는
 $\begin{cases} x=0 \\ y=-2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$
- (2) $\begin{cases} 2x+y=3 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 2x^2-y^2=1 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$
 ①에서 $y=3-2x$ ③
 ③을 ②에 대입하면
 $2x^2-(3-2x)^2=1$
 $x^2-6x+5=0, (x-1)(x-5)=0$
 즉, $x=1$ 또는 $x=5$
 이것을 각각 ③에 대입하면
 $x=1$ 일 때 $y=1$, $x=5$ 일 때 $y=-7$
 따라서 연립방정식의 해는
 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=5 \\ y=-7 \end{cases}$

- 02 (1) $\begin{cases} x^2-y^2=0 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ x^2-2xy+5y^2=8 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$
 ①의 좌변을 인수분해하면 $(x+y)(x-y)=0$
 즉, $x+y=0$ 또는 $x-y=0$ 이므로
 $x=-y$ 또는 $x=y$
 (i) $x=-y$ 를 ②에 대입하면
 $(-y)^2-2 \times (-y) \times y+5y^2=8, y^2=1$
 이 방정식을 풀면 $y=\pm 1$
 따라서 $y=1$ 일 때 $x=-1$, $y=-1$ 일 때 $x=1$

(ii) $x=y$ 를 ②에 대입하면

$$y^2-2y \times y+5y^2=8, y^2=2$$

이 방정식을 풀면 $y=\pm \sqrt{2}$

따라서 $y=\sqrt{2}$ 일 때 $x=\sqrt{2}$, $y=-\sqrt{2}$ 일 때 $x=-\sqrt{2}$

(i), (ii)에서 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=\sqrt{2} \\ y=\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{또는 } \begin{cases} x=-\sqrt{2} \\ y=-\sqrt{2} \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x^2-3xy+2y^2=0 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ x^2-xy+2y^2=8 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①의 좌변을 인수분해하면 $(x-y)(x-2y)=0$

즉, $x-y=0$ 또는 $x-2y=0$ 이므로

$$x=y \text{ 또는 } x=2y$$

(i) $x=y$ 를 ②에 대입하면

$$y^2-y \times y+2y^2=8, y^2=4$$

이 방정식을 풀면 $y=\pm 2$

따라서 $y=2$ 일 때 $x=2$, $y=-2$ 일 때 $x=-2$

(ii) $x=2y$ 를 ②에 대입하면

$$(2y)^2-2y \times y+2y^2=8, y^2=2$$

이 방정식을 풀면 $y=\pm \sqrt{2}$

따라서 $y=\sqrt{2}$ 일 때 $x=2\sqrt{2}$, $y=-\sqrt{2}$ 일 때 $x=-2\sqrt{2}$

(i), (ii)에서 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=-2 \\ y=-2 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=2\sqrt{2} \\ y=\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{또는 } \begin{cases} x=-2\sqrt{2} \\ y=-\sqrt{2} \end{cases}$$

$$03 \begin{cases} x^2-6y^2=3xy+2xy \\ x^2+2xy=-6y^2+10 \end{cases}$$

$$\text{즉, } \begin{cases} x^2-5xy-6y^2=0 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ x^2+2xy+6y^2=10 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①의 좌변을 인수분해하면 $(x+y)(x-6y)=0$

즉, $x+y=0$ 또는 $x-6y=0$ 이므로

$$x=-y \text{ 또는 } x=6y$$

그런데 $xy < 0$ 이므로 $x=-y$

$x=-y$ 를 ②에 대입하면

$$(-y)^2+2 \times (-y) \times y+6y^2=10, y^2=2$$

이 방정식을 풀면 $y=\pm \sqrt{2}$

따라서 $y=\sqrt{2}$ 일 때 $x=-\sqrt{2}$, $y=-\sqrt{2}$ 일 때

$x=\sqrt{2}$ 이므로 $x^2+y^2=2+2=4$

03 연립일차부등식 112~119쪽

$$01 (1) \begin{cases} 2x-3>5 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ x+1<8 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

부등식 ①을 풀면 $2x > 8$ 에서 $x > 4$

부등식 ②를 풀면 $x < 7$

①, ②의 해를 수직선

위에 나타내면 오른쪽

그림과 같다.

따라서 연립부등식의 해는 $4 < x < 7$

$$(2) \begin{cases} 5-3(x+1) > 2 & \cdots \cdots ① \\ 2x-2 < 4 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

부등식 ①을 풀면 $2-3x > 2$ 에서 $-3x > 0, x < 0$

부등식 ②를 풀면 $2x < 6$ 에서 $x < 3$

①, ②의 해를 수직선

위에 나타내면 오른쪽

그림과 같다.

따라서 연립부등식의 해는 $x < 0$

02 백합의 수를 x 라고 하면 장미의 수는 $20-x$

장미를 백합보다 더 많이 사야 하므로 $20-x > x$

전체 금액이 34000원을 넘지 않아야 하므로

$$1800(20-x) + 1400x \leq 34000$$

따라서 연립부등식으로 나타내면

$$\begin{cases} 20-x > x & \cdots \cdots ① \\ 1800(20-x) + 1400x \leq 34000 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

부등식 ①을 풀면 $-2x > -20$ 에서 $x < 10$

부등식 ②를 풀면 $36000-400x \leq 34000$ 에서

$$-400x \leq -2000, x \geq 5$$

①, ②의 해를 수직선 위

에 나타내면 오른쪽 그림

과 같으므로 연립부등식

의 해는 $5 \leq x < 10$

따라서 백합을 최소 5송이 살 수 있다.

03 시속 50 km로 이동한 거리를 x km라고 하면 시속

40 km로 이동한 거리는 $(130-x)$ km

$$3\text{시간 이내로 도착해야 하므로 } \frac{130-x}{40} + \frac{x}{50} \leq 3$$

시속 50 km로 이동한 거리가 시속 40 km로 이동한

거리보다 짧아야 하므로 $x < 130-x$

따라서 연립부등식으로 나타내면

$$\begin{cases} \frac{130-x}{40} + \frac{x}{50} \leq 3 & \cdots \cdots ① \\ x < 130-x & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

부등식 ①을 풀면 $650-x \leq 600$ 에서

$$-x \leq -50, x \geq 50$$

부등식 ②를 풀면 $2x < 130$ 에서 $x < 65$

①, ②의 해를 수직선 위

에 나타내면 오른쪽 그림

과 같으므로 연립부등식

의 해는 $50 \leq x < 65$

따라서 시속 50 km로 이동한 거리의 범위는 50 km

이상 65 km 미만이다.

$$\text{04 (1)} \begin{cases} 4-2x < -x+1 & \cdots \cdots ① \\ 3x+1 \leq -2 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

부등식 ①을 풀면 $-x < -3$ 에서 $x > 3$

부등식 ②를 풀면 $3x \leq -3$ 에서 $x \leq -1$

①, ②의 해를 수직선

위에 나타내면 오른쪽

그림과 같다.

따라서 연립부등식의 해는 없다.

$$(2) \begin{cases} \frac{1}{3}(x+5) \leq x-1 & \cdots \cdots ① \\ -1 \geq \frac{1}{2}x-3 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

부등식 ①을 풀면 $x+5 \leq 3x-3$ 에서

$$-2x \leq -8, x \geq 4$$

부등식 ②를 풀면 $-2 \geq x-6$ 에서

$$-x \geq -4, x \leq 4$$

①, ②의 해를 수직선

위에 나타내면 오른쪽

그림과 같다.

따라서 연립부등식의 해는 $x=4$

05 어떤 자연수를 x 라고 하면

$$\text{조건 (가)에서 } 4x+1 \leq 9$$

$$\text{조건 (나)에서 } 2x-7 \geq 5$$

따라서 연립부등식으로 나타내면

$$\begin{cases} 4x+1 \leq 9 & \cdots \cdots ① \\ 2x-7 \geq 5 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

부등식 ①을 풀면 $4x \leq 8$ 에서 $x \leq 2$

부등식 ②를 풀면 $2x \geq 12$ 에서 $x \geq 6$

①, ②의 해를 수직선 위

에 나타내면 오른쪽 그림

과 같다.

따라서 연립부등식의 해는 없다.

$$\text{06 (1) 문제의 연립부등식은 } \begin{cases} x+1 < 6 & \cdots \cdots ① \\ 6 \leq 3x-6 & \cdots \cdots ② \end{cases} \text{의 풀}$$

로 나타낼 수 있다.

부등식 ①을 풀면 $x < 5$

부등식 ②를 풀면 $-3x \leq -12$ 에서 $x \geq 4$

①, ②의 해를 수직선

위에 나타내면 오른쪽

그림과 같다.

따라서 연립부등식의 해는 $4 \leq x < 5$

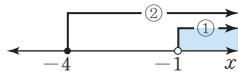
$$(2) \text{ 문제의 연립부등식은 } \begin{cases} 2x-7 < 4x-5 & \cdots \cdots ① \\ 4x-5 \leq 5x-1 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

의 풀로 나타낼 수 있다.

부등식 ①을 풀면 $-2x < 2$ 에서 $x > -1$

부등식 ②를 풀면 $-x \leq 4$ 에서 $x \geq -4$

①, ②의 해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 연립부등식의 해는 $x > -1$

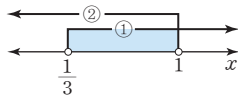
04 절댓값을 포함한 일차부등식 120~123쪽

- 01 (1) $|3x-2| < 1$ 에서 $-1 < 3x-2 < 1$
 $-1 < 3x-2$ 에서

$$-3x < -1, x > \frac{1}{3} \quad \dots\dots ①$$

$$3x-2 < 1 \text{에서 } 3x < 3, x < 1 \quad \dots\dots ②$$

부등식의 해는 ①, ②
 의 공통부분이므로



$$\frac{1}{3} < x < 1$$

- (2) $|2x-5| \geq 3$ 에서

$$2x-5 \leq -3 \text{ 또는 } 2x-5 \geq 3$$

$$2x-5 \leq -3 \text{에서 } 2x \leq 2, x \leq 1 \quad \dots\dots ①$$

$$2x-5 \geq 3 \text{에서 } 2x \geq 8, x \geq 4 \quad \dots\dots ②$$

①, ②에서 부등식의 해
 는 $x \leq 1$ 또는 $x \geq 4$



다른 풀이 (1) $|3x-2| < 1$ 에서 $-1 < 3x-2 < 1$

각 변에 2를 더하면 $1 < 3x < 3$

각 변을 3으로 나누면 $\frac{1}{3} < x < 1$

- 02 (1) 문제의 부등식에서

$$|x+1| = \begin{cases} x+1 & (x \geq -1) \\ -x-1 & (x < -1) \end{cases}$$

$$|x-2| = \begin{cases} x-2 & (x \geq 2) \\ -x+2 & (x < 2) \end{cases}$$

이므로 x 의 값의 범위를 $x < -1$, $-1 \leq x < 2$,
 $x \geq 2$ 의 세 경우로 나누어 푼다.

- (i) $x < -1$ 일 때,

$$|x+1| + |x-2| = (-x-1) + (-x+2) \\ = -2x+1$$

$$\text{이므로 } -2x+1 \leq 5, -2x \leq 4, x \geq -2$$

그런데 $x < -1$ 이므로

$$-2 \leq x < -1 \quad \dots\dots ①$$

- (ii) $-1 \leq x < 2$ 일 때,

$$|x+1| + |x-2| = (x+1) + (-x+2) \\ = 3$$

$$\text{이므로 } 3 \leq 5$$

이 식은 항상 성립하므로

$$-1 \leq x < 2 \quad \dots\dots ②$$

- (iii) $x \geq 2$ 일 때,

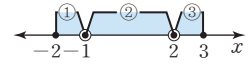
$$|x+1| + |x-2| = (x+1) + (x-2) \\ = 2x-1$$

$$\text{이므로 } 2x-1 \leq 5, 2x \leq 6, x \leq 3$$

$$\text{그런데 } x \geq 2 \text{이므로 } 2 \leq x \leq 3 \quad \dots\dots ③$$

- ①, ②, ③에서 부등식

의 해는 $-2 \leq x \leq 3$



- (2) 문제의 부등식에서

$$|x-2| = \begin{cases} x-2 & (x \geq 2) \\ -x+2 & (x < 2) \end{cases}$$

$$|2x+3| = \begin{cases} 2x+3 & (x \geq -\frac{3}{2}) \\ -2x-3 & (x < -\frac{3}{2}) \end{cases}$$

이므로 x 의 값의 범위를 $x < -\frac{3}{2}$, $-\frac{3}{2} \leq x < 2$,
 $x \geq 2$ 의 세 경우로 나누어 푼다.

- (i) $x < -\frac{3}{2}$ 일 때,

$$|x-2| + |2x+3| = (-x+2) + (-2x-3) \\ = -3x-1$$

$$\text{이므로 } -3x-1 > 8, -3x > 9, x < -3$$

$$\text{그런데 } x < -\frac{3}{2} \text{이므로 } x < -3 \quad \dots\dots ①$$

- (ii) $-\frac{3}{2} \leq x < 2$ 일 때,

$$|x-2| + |2x+3| = (-x+2) + (2x+3) \\ = x+5$$

$$\text{이므로 } x+5 > 8, x > 3$$

그런데 $-\frac{3}{2} \leq x < 2$ 이므로 이를 만족시키는 x
 의 값은 없다. $\dots\dots ②$

- (iii) $x \geq 2$ 일 때,

$$|x-2| + |2x+3| = (x-2) + (2x+3) \\ = 3x+1$$

$$\text{이므로 } 3x+1 > 8, 3x > 7, x > \frac{7}{3}$$

$$\text{그런데 } x \geq 2 \text{이므로 } x > \frac{7}{3} \quad \dots\dots ③$$

- ①, ②, ③에서 부등식

의 해는

$$x < -3 \text{ 또는 } x > \frac{7}{3}$$



05 이차부등식과 연립이차부등식 124~132쪽

- 01 (1) 이차함수 $y = x^2 - 3x - 4$ 에서

$$y = x^2 - 3x - 4 \\ = (x+1)(x-4)$$

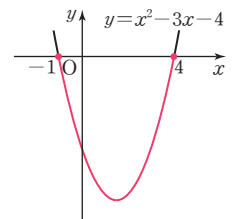
이므로 이 이차함수의 그
 래프는 오른쪽 그림과 같
 다.

따라서 이 그래프에서

$y \leq 0$ 인 x 의 값의 범위는

$-1 \leq x \leq 4$ 이므로 이차부등식의 해는

$$-1 \leq x \leq 4$$



(2) 부등식을 정리하면 $2x^2+3x+1>0$

이차함수

$y=2x^2+3x+1$ 에서

$$y=2x^2+3x+1$$

$$=(x+1)(2x+1)$$

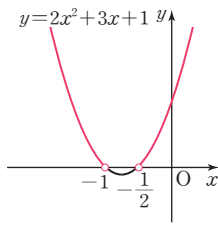
이므로 이 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 이 그래프에서

$y>0$ 인 x 의 값의 범위는 $x<-1$ 또는 $x>-\frac{1}{2}$ 이

므로 이차부등식의 해는

$$x<-1 \text{ 또는 } x>-\frac{1}{2}$$



02 (1) 이차함수 $y=x^2-x+\frac{1}{4}$

에서

$$y=x^2-x+\frac{1}{4}$$

$$=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$$

이므로 이 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 이 그래프에서 $y<0$ 인 x 의 값의 범위는 없으므로 이차부등식의 해는 없다.

(2) 부등식의 양변에 -1 을 곱하면

$$x^2-10x+25\geq 0$$

이차함수

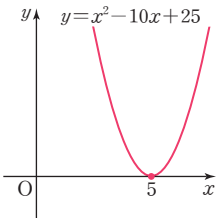
$y=x^2-10x+25$ 에서

$$y=x^2-10x+25$$

$$=(x-5)^2$$

이므로 이 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 이 그래프에서 $y\geq 0$ 인 x 의 값의 범위는 모든 실수이므로 이차부등식의 해는 모든 실수이다.



03 (1) 이차방정식 $2x^2-x+1=0$

의 판별식 D 는

$$D=(-1)^2-4\times 2\times 1$$

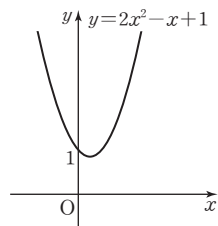
$$=-7<0$$

이므로 이차함수

$y=2x^2-x+1$ 의 그래프는

오른쪽 그림과 같이 x 축과 만나지 않는다.

따라서 이 그래프에서 $y\leq 0$ 인 x 의 값의 범위는 없으므로 이차부등식의 해는 없다.



(2) 이차부등식을 정리하면 $x^2-2x+5>0$

이차방정식 $x^2-2x+5=0$

의 판별식 D 는

$$\frac{D}{4}=(-1)^2-1\times 5$$

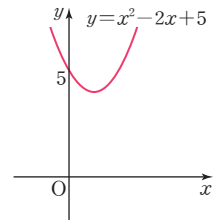
$$=-4<0$$

이므로 이차함수

$y=x^2-2x+5$ 의 그래프는

오른쪽 그림과 같이 x 축과 만나지 않는다.

따라서 이 그래프에서 $y>0$ 인 x 의 값의 범위는 모든 실수이므로 이차부등식의 해는 모든 실수이다.



04 이차함수

$y=x^2-4kx+3k+1$ 의 그

래프는 아래로 볼록한 모양

이다.

이때 모든 실수 x 에 대하여

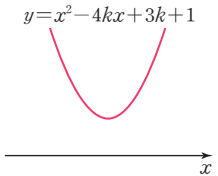
$x^2-4kx+3k+1\geq 0$ 이 성립하려면 이차방정식

$x^2-4kx+3k+1=0$ 의 판별식 D 는 $D\leq 0$ 이어야 하

므로 $\frac{D}{4}=(-2k)^2-1\times (3k+1)\leq 0$

$$4k^2-3k-1\leq 0, (k-1)(4k+1)\leq 0$$

따라서 구하는 실수 k 의 값의 범위는 $-\frac{1}{4}\leq k\leq 1$



05 축구공의 높이가 4 m 이상이 되어야 하므로

$$-5t^2+12t\geq 4$$

부등식의 양변에 -1 을 곱하여 정리하면

$$5t^2-12t+4\leq 0$$

이차함수 $y=5t^2-12t+4$

에서

$$y=5t^2-12t+4$$

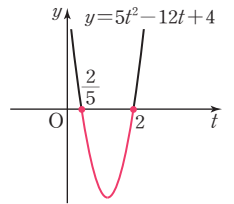
$$=(t-2)(5t-2)$$

이므로 이 이차함수의 그래

프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 이 그래프에서 $y\leq 0$ 인 t 의 값의 범위는

$$\frac{2}{5}\leq t\leq 2$$



06 (1) $\begin{cases} -x+1<2 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 2x^2-5x+2\leq 0 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$

부등식 ①을 풀면 $-x<1$ 에서 $x>-1$

부등식 ②를 풀면 $(x-2)(2x-1)\leq 0$ 에서

$$\frac{1}{2}\leq x\leq 2$$

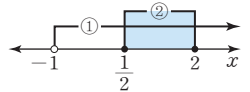
①, ②의 해를 수직선

위에 나타내면 오른쪽

그림과 같다.

따라서 연립부등식의 해는 $\frac{1}{2}\leq x\leq 2$

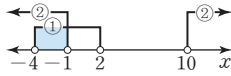
(2) $\begin{cases} |x+1|<3 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ x^2-9x-10>0 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$



부등식 ①을 풀면 $-3 < x+1 < 3$ 에서 $-4 < x < 2$
부등식 ②를 풀면 $(x+1)(x-10) > 0$ 에서

$x < -1$ 또는 $x > 10$

①, ②의 해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 연립부등식의 해는 $-4 < x < -1$

$$(3) \begin{cases} 3x^2 - 3x \geq x - 1 & \dots\dots ① \\ -3x^2 < 4x - 4 & \dots\dots ② \end{cases}$$

부등식 ①을 정리하면 $3x^2 - 4x + 1 \geq 0$

이 부등식을 풀면 $(x-1)(3x-1) \geq 0$ 에서

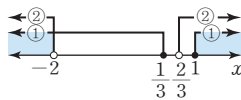
$x \leq \frac{1}{3}$ 또는 $x \geq 1$

부등식 ②를 정리하면 $3x^2 + 4x - 4 > 0$

이 부등식을 풀면 $(x+2)(3x-2) > 0$ 에서

$x < -2$ 또는 $x > \frac{2}{3}$

①, ②의 해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 연립부등식의 해는 $x < -2$ 또는 $x \geq 1$

07 화단의 세로의 길이는 $(12-2x)$ m

화단의 가로 길이가 세로의 길이보다 길어야 하므로

$x > 12-2x$

화단의 넓이가 10 m^2 이상이어야 하므로

$x(12-2x) \geq 10$

따라서 연립부등식으로 나타내면

$$\begin{cases} x > 12-2x & \dots\dots ① \\ x(12-2x) \geq 10 & \dots\dots ② \end{cases}$$

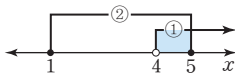
부등식 ①을 풀면 $3x > 12$ 에서 $x > 4$

부등식 ②를 정리하면 $x^2 - 6x + 5 \leq 0$

이 부등식을 풀면 $(x-1)(x-5) \leq 0$ 에서

$1 \leq x \leq 5$

①, ②의 해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 연립부등식의 해는 $4 < x \leq 5$



시험 대비 대단원 TEST

..... 146~148쪽

- | | | |
|--|---------------|-------------------------|
| 1 $a = \frac{1}{10}, b = \frac{3}{10}$ | 2 $2+11i$ | 3 ④ |
| 4 (1) 22 (2) 2 | 5 ① | 6 ② |
| 8 $a=2, x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$ | 9 ③ | |
| 10 $a < -2$ | 11 ⑤ | 12 $a=8, b=-2$ |
| 13 $\frac{1-i}{\sqrt{2}}$ | 14 3 | 15 $k \geq \frac{1}{4}$ |
| 17 풀이 참고 | 18 $x \geq 1$ | 16 $\frac{3}{2}$ |

$$1 \frac{1}{1+3i} = \frac{1-3i}{(1+3i)(1-3i)} = \frac{1}{10} - \frac{3}{10}i$$

$$\overline{a+bi} = a-bi$$

$$\text{따라서 } a = \frac{1}{10}, b = \frac{3}{10}$$

2 $\overline{z_1} = 1-2i$ 이므로

$$\begin{aligned} \overline{z_1} + z_2 z_3 &= 1-2i + (3-i)(-1+4i) \\ &= 1-2i + 1+13i \\ &= 2+11i \end{aligned}$$

3 이차방정식의 판별식 D 에서

$$\begin{aligned} D &= (m+2)^2 - 4 \times 3 \times (m+2) = 0 \\ m^2 - 8m - 20 &= 0, (m+2)(m-10) = 0 \\ m &= -2 \text{ 또는 } m = 10 \end{aligned}$$

그런데 m 은 양수이므로 $m = 10$

따라서 ④이다.

4 근과 계수의 관계에서 $\alpha + \beta = 5, \alpha\beta = 1$

$$\begin{aligned} (1) \alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 3\alpha\beta \\ &= 25 - 3 = 22 \end{aligned}$$

(2) $x^2 - 5x + 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로

$$\alpha^2 - 5\alpha + 1 = 0, \beta^2 - 5\beta + 1 = 0$$

$$\text{즉, } \alpha^2 + 1 = 5\alpha, \beta^2 + 1 = 5\beta$$

따라서

$$\begin{aligned} \frac{2}{\alpha^2 + 1} + \frac{2}{\beta^2 + 1} &= \frac{2}{5\alpha} + \frac{2}{5\beta} \\ &= \frac{2(\alpha + \beta)}{5\alpha\beta} \\ &= \frac{10}{5} = 2 \end{aligned}$$

5 이차방정식 $x^2 + 4x + k + 1 = 2x - 2$, 즉

$x^2 + 2x + k + 3 = 0$ 의 판별식 D 에서

$$\frac{D}{4} = 1^2 - 1 \times (k+3) = 0, -k-2=0$$

따라서 $k = -2$ 이므로 ①이다.

6 이차함수 $y = 3(x-5)^2$ 의 최솟값은 $x=5$ 일 때 0이므로 $a=0$

$$y = -x^2 + 4x + 1 = -(x-2)^2 + 5$$

이 이차함수의 최댓값은 $x=2$ 일 때 5이므로 $b=5$

따라서 $a+b=5$ 이므로 ②이다.

7 삼차방정식을 정리하면 $x^3 - 2x^2 - 6x + 7 = 0$

$$(x-1)(x^2 - x - 7) = 0$$

즉, $x-1=0$ 또는 $x^2 - x - 7 = 0$ 이므로

$$x=1 \text{ 또는 } x = \frac{1 \pm \sqrt{29}}{2}$$

따라서 $1^2 + \left(\frac{1+\sqrt{29}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1-\sqrt{29}}{2}\right)^2 = 16$ 이므로

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 16$$

- 8 사차방정식에 $x=1$ 을 대입하면
 $2-3+a-1=0, a=2$
 사차방정식은 $2x^4-3x^3+2x^2-1=0$ 이고, 좌변을 인수분해하면 $(x-1)(2x+1)(x^2-x+1)=0$
 따라서 나머지 세 근은 $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1\pm\sqrt{3}i}{2}$
- 9 부등식 $x-1<2x+3$ 을 풀면 $x>-4$ ①
 부등식 $2x+3<-3x+8$ 을 풀면 $x<1$ ②
 ①, ②에서 $-4<x<1$
 따라서 정수 x 가 될 수 있는 모든 값의 합은
 $-3-2-1+0=-6$
 그러므로 ③이다.
- 10 이차부등식의 해가 없으므로 $a<0$
 이차방정식 $ax^2-2\sqrt{2}x+(a+1)=0$ 의 판별식 D 에서
 $\frac{D}{4}=(-\sqrt{2})^2-a\times(a+1)<0$
 $a^2+a-2>0, (a-1)(a+2)>0$
 즉, $a<-2$ 또는 $a>1$
 그런데 $a<0$ 이므로 $a<-2$
- 11 부등식 $|x+3|<4$ 를 풀면 $-4<x+3<4$ 에서
 $-7<x<1$ ①
 부등식 $x^2-4x-12<0$ 을 풀면 $(x+2)(x-6)<0$
 에서 $-2<x<6$ ②
 ①, ②에서 $-2<x<1$
 따라서 $\alpha=-2, \beta=1$ 이므로 $\alpha+\beta=-1$
 그러므로 ⑤이다.
- 12 이차방정식 $x^2-6x+a=0$ 이 한 근이 4이므로
 $16-24+a=0, a=8$
 이차방정식 $x^2-x+b=0$ 의 한 근이 -1이므로
 $1+1+b=0, b=-2$
- 13 $z^2=-i, z^4=-1, z^6=i, z^8=1$ 이고,
 $z^3=-zi, z^5=-z, z^7=zi$ 이므로
 $z+z^2+z^3+z^4+z^5+z^6+z^7+z^8$
 $=z-i-zi-1-z+i+zi+1$
 $=0$ 50%
 따라서
 $z+z^2+z^3+z^4+\cdots+z^{2016}+z^{2017}$
 $=(z+z^2+\cdots+z^8)+z^8(z+z^2+\cdots+z^8)$
 $+\cdots+(z^8)^{251}\times(z+z^2+\cdots+z^8)+z^{2017}$
 $=z^{2017}=(z^8)^{252}\times z=z$
 $=\frac{1-i}{\sqrt{2}}$ 50%
- 14 $x^2-ax+a-2=0$ 의 두 근이 α, β 이므로 근과 계수의 관계에서
 $\alpha+\beta=a, \alpha\beta=a-2$ 40%

$x^2-ax+b-1=0$ 의 두 근이 $\alpha+\beta, \alpha\beta$ 이므로 근과 계수의 관계에서

$$a+(a-2)=a, a(a-2)=b-1 \quad \text{▶ 40\%}$$

따라서 $a=2, b=1$ 이므로 $a+b=3$ 20%

- 15 이차방정식 $-3x^2+3x+k-1=0$ 의 판별식 D 에서
 $D=3^2-4\times(-3)\times(k-1)\geq 0$ 50%

$$12k-3\geq 0, k\geq \frac{1}{4} \quad \text{▶ 50\%}$$

- 16 $\overline{BF}=x, \overline{EB}=y$ 라고 하면 $\triangle ABC\sim\triangle DFC$ 이므로

$$4:3=y:(3-x), \text{ 즉 } y=4-\frac{4}{3}x \quad \text{▶ 40\%}$$

따라서 $\square DEBF=xy$

$$=x\left(4-\frac{4}{3}x\right)$$

$$=-\frac{4}{3}\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+3 \quad \text{▶ 40\%}$$

이때 $0<x<3$ 이므로 사각형 DEBF의 넓이는 $x=\frac{3}{2}$ 일 때 최대이다. 10%

따라서 $\overline{BF}=\frac{3}{2}$ 10%

- 17 $\begin{cases} x^2+xy-2y^2=0 & \text{..... ①} \\ x^2+y^2=10 & \text{..... ②} \end{cases}$

①의 좌변을 인수분해하면 $(x-y)(x+2y)=0$

즉, $x-y=0$ 또는 $x+2y=0$ 이므로

$$x=y \text{ 또는 } x=-2y \quad \text{▶ 30\%}$$

(i) $x=y$ 를 ②에 대입하면 $2y^2=10$

$$y^2=5, y=\pm\sqrt{5}$$

따라서 $y=\sqrt{5}$ 일 때 $x=\sqrt{5}, y=-\sqrt{5}$ 일 때

$$x=-\sqrt{5} \quad \text{▶ 30\%}$$

(ii) $x=-2y$ 를 ②에 대입하면 $5y^2=10$

$$y^2=2, y=\pm\sqrt{2}$$

따라서 $y=\sqrt{2}$ 일 때 $x=-2\sqrt{2}, y=-\sqrt{2}$ 일 때

$$x=2\sqrt{2} \quad \text{▶ 30\%}$$

(i), (ii)에서 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x=\sqrt{5} \\ y=\sqrt{5} \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=-\sqrt{5} \\ y=-\sqrt{5} \end{cases} \text{ 또는}$$

$$\begin{cases} x=2\sqrt{2} \\ y=-\sqrt{2} \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=-2\sqrt{2} \\ y=\sqrt{2} \end{cases} \quad \text{▶ 10\%}$$

- 18 가로, 세로의 길이를 x m만큼 늘인 게시판의 넓이는

$$(5+x)(3+x) \text{ m}^2 \quad \text{▶ 20\%}$$

현재 게시판의 넓이의 $\frac{8}{5}$ 배는

$$5\times 3\times \frac{8}{5}=24, \text{ 즉 } 24 \text{ m}^2 \quad \text{▶ 20\%}$$

$(5+x)(3+x)\geq 24$ 이므로

$$x^2+8x-9\geq 0, (x-1)(x+9)\geq 0$$

즉, $x\leq -9$ 또는 $x\geq 1$ 40%

그런데 $x>0$ 이므로 $x\geq 1$ 20%

III 도형의 방정식

Plus 연습

1 평면좌표

01 두 점 사이의 거리 151~155쪽

- 01 (1) $\overline{AB} = |13 - 4| = 9$
 (2) $\overline{AB} = |-8 - (-2)| = |-6| = 6$
- 02 (1) $\overline{AB} = \sqrt{\{5 - (-1)\}^2 + \{-1 - (-5)\}^2}$
 $= \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$
 (2) $\overline{OA} = \sqrt{7^2 + (-1)^2} = \sqrt{49 + 1} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$
- 03 삼각형 ABC의 세 변의 길이는
 $\overline{AB} = \sqrt{(0-3)^2 + \{2 - (-1)\}^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$
 $\overline{BC} = \sqrt{(2-0)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$
 $\overline{AC} = \sqrt{(2-3)^2 + \{4 - (-1)\}^2} = \sqrt{1+25} = \sqrt{26}$
 따라서 $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$ 이므로 삼각형 ABC는
 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.
- 04 점 P의 좌표를 $(0, a)$ 라고 하면
 $\overline{AP} = \sqrt{(0+6)^2 + (a-2)^2}$
 $\overline{BP} = \sqrt{(0-3)^2 + (a-6)^2}$
 이때 $\overline{AP} = \overline{BP}$, 즉 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로
 $(0+6)^2 + (a-2)^2 = (0-3)^2 + (a-6)^2$
 $36 + a^2 - 4a + 4 = 9 + a^2 - 12a + 36$
 $8a = 5, a = \frac{5}{8}$
 따라서 점 P의 좌표는 $(0, \frac{5}{8})$
- 05 (가) $\overline{BC} = \overline{CE}$ 이고 점 E의 x 좌표는 점 B의 x 좌표와 부
 호가 반대이므로 c
 (나) $\overline{BC} = \overline{CE}$ 이고 점 E의 y 좌표는 점 B의 y 좌표와 같
 으므로 0
 (다) $(a-c)^2 + b^2$
 (라) $2(a^2 + b^2 + c^2)$
 (마) $2(a^2 + b^2 + c^2)$

02 선분의 내분점과 외분점 156~162쪽

- 01 (1) 점 P의 좌표를 x 라고 하면
 $x = \frac{1 \times (-7) + 2 \times 2}{1+2} = \frac{-3}{3} = -1$
 따라서 점 P의 좌표는 -1

- (2) 점 M의 좌표를 x 라고 하면

$$x = \frac{2-7}{2} = -\frac{5}{2}$$

따라서 점 M의 좌표는 $-\frac{5}{2}$

- 02 점 Q의 좌표를 x 라고 하면

$$x = \frac{1 \times (-4) - 3 \times 2}{1-3} = \frac{-10}{-2} = 5$$

따라서 점 Q의 좌표는 5

- 03 (1) 점 P의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$x = \frac{1 \times 3 + 2 \times (-1)}{1+2} = \frac{1}{3}$$

$$y = \frac{1 \times 5 + 2 \times 0}{1+2} = \frac{5}{3}$$

따라서 점 P의 좌표는 $(\frac{1}{3}, \frac{5}{3})$

- (2) 점 M의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$x = \frac{-1+3}{2} = \frac{2}{2} = 1, y = \frac{0+5}{2} = \frac{5}{2}$$

따라서 점 M의 좌표는 $(1, \frac{5}{2})$

- (3) 점 Q의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$x = \frac{3 \times 3 - 2 \times (-1)}{3-2} = 11$$

$$y = \frac{3 \times 5 - 2 \times 0}{3-2} = 15$$

따라서 점 Q의 좌표는 $(11, 15)$

- 04 점 P의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$x = \frac{k \times 4 + 1 \times (-2)}{k+1} = \frac{4k-2}{k+1}$$

$$y = \frac{k \times (-3) + 1 \times 3}{k+1} = \frac{-3k+3}{k+1}$$

점 P가 직선 $y = x - 5$ 위에 있으므로

$$\frac{-3k+3}{k+1} = \frac{4k-2}{k+1} - 5$$

이 식을 정리하면 $-2k = -10$

따라서 $k = 5$

- 05 무게중심 G의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$x = \frac{2+6+1}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

$$y = \frac{-1+0+4}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

따라서 무게중심 G의 좌표는 $(3, 1)$

- 06 $\frac{-2+3+a}{3} = 1, \frac{3-1+b}{3} = -1$ 이므로

$$a+1=3, b+2=-3$$

따라서 $a=2, b=-5$

- 07 점 G는 $\overline{AM}$ 을 $2:1$ 로 내분하는 점이므로 점 A의 좌
 표를 (x, y) 라고 하면

$$\frac{2 \times 1 + 1 \times x}{2+1} = 0, \frac{2 \times 3 + 1 \times y}{2+1} = 1$$

즉, $x+2=0$, $y+6=3$ 이므로
 $x=-2$, $y=-3$
 따라서 점 A의 좌표는 $(-2, -3)$

2 직선의 방정식

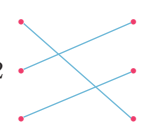
01 직선의 방정식 169~172쪽

- 01 (1) $y - (-4) = 3(x - 1)$
 즉, $y = 3x - 7$
 (2) $y = 3$

- 02 (1) $y - 0 = \frac{-4-0}{4-2}(x-2)$
 즉, $y - 0 = -2(x-2)$
 따라서 $y = -2x + 4$
 (2) $y - (-4) = \frac{5-(-4)}{-2-1}(x-1)$
 즉, $y + 4 = -3(x-1)$
 따라서 $y = -3x - 1$

- 03 (1) $y = \frac{3}{x-3}$
 따라서 직선을 나타내는 방정식은 (2), (3), (4)이다.

02 두 직선의 평행과 수직 173~178쪽

- 01 ㉠, ㉡, ㉢의 식을 각각 변형하면
 ㉠ $y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$ ㉡ $y = -2x + \frac{3}{2}$ ㉢ $y = 3x + \frac{7}{3}$
 따라서 서로 평행한 직선끼리 선으로 연결하면 다음과 같다.
- 
- ① $y = 3x + 1$ ㉠ $2x + 3y - 1 = 0$
 ② $y = -\frac{2}{3}x + 2$ ㉡ $4x + 2y - 3 = 0$
 ③ $y = -2x + 5$ ㉢ $9x - 3y + 7 = 0$

- 02 (1) 구하는 직선은 기울기가 -2 이고 점 $(-3, 5)$ 를 지나므로 이 직선의 방정식은
 $y - 5 = -2(x + 3)$, 즉 $y = -2x - 1$
 (2) 직선의 방정식 $2x - 3y + 6 = 0$ 을 변형하면
 $y = \frac{2}{3}x + 2$ 이므로 직선의 기울기는 $\frac{2}{3}$ 이다.
 따라서 구하는 직선은 기울기가 $\frac{2}{3}$ 이고 점 $(-3, 5)$ 를 지나므로 이 직선의 방정식은
 $y - 5 = \frac{2}{3}(x + 3)$, 즉 $y = \frac{2}{3}x + 7$

- 03 (3), (4)의 식을 각각 변형하면

$$(3) y = -\frac{4}{3}x - \frac{1}{3} \quad (4) y = -\frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$$

두 직선의 기울기의 곱이 -1 이면 두 직선은 서로 수직이다.

따라서 서로 수직인 직선은 (1)과 (4), (2)와 (3)이다.

- 04 (1) 구하는 직선의 기울기를 m 이라고 하면

$$\frac{2}{3} \times m = -1, m = -\frac{3}{2}$$

따라서 구하는 직선은 기울기가 $-\frac{3}{2}$ 이고

점 $(-6, 1)$ 을 지나므로 이 직선의 방정식은

$$y - 1 = -\frac{3}{2}(x + 6)$$

$$\text{즉, } y = -\frac{3}{2}x - 8$$

- (2) 직선의 방정식 $3x + 5y - 1 = 0$ 을 변형하면

$$y = -\frac{3}{5}x + \frac{1}{5} \text{이므로 직선의 기울기는 } -\frac{3}{5} \text{이다.}$$

구하는 직선의 기울기를 m 이라고 하면

$$-\frac{3}{5} \times m = -1, m = \frac{5}{3}$$

따라서 구하는 직선은 기울기가 $\frac{5}{3}$ 이고

점 $(-6, 1)$ 을 지나므로 이 직선의 방정식은

$$y - 1 = \frac{5}{3}(x + 6)$$

$$\text{즉, } y = \frac{5}{3}x + 11$$

- 05 $1 \times 4 + (-a) \times (a - 3) = 0$ 이므로

$$-a^2 + 3a + 4 = 0, \text{ 즉 } a^2 - 3a - 4 = 0$$

따라서 $a = -1$ 또는 $a = 4$

03 점과 직선 사이의 거리 179~181쪽

01 (1) $\frac{|1 \times 1 - 2 \times 8 - 5|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{20}{\sqrt{5}} = 4\sqrt{5}$

(2) $\frac{|-9|}{\sqrt{(\sqrt{5})^2 + 2^2}} = \frac{9}{3} = 3$

- 02 직선 $3x - 9y + 2 = 0$ 의 기울기가 $\frac{1}{3}$ 이므로 이 직선에 평행한 직선의 방정식은

$$y = \frac{1}{3}x + a$$

$$\text{즉, } x - 3y + 3a = 0 \left(a \neq \frac{2}{9} \right)$$

점 $(0, 2)$ 에서 이 직선까지 거리가 $\sqrt{10}$ 이므로

$$\frac{|-3 \times 2 + 3a|}{\sqrt{1^2 + (-3)^2}} = \sqrt{10}, |3a - 6| = 10$$

즉, $3a-6=10$ 또는 $3a-6=-10$ 이므로

$$a=\frac{16}{3} \text{ 또는 } a=-\frac{4}{3}$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$x-3y+16=0 \text{ 또는 } x-3y-4=0$$

3 원의 방정식

01 원의 방정식 188~193쪽

01 (1) 중심이 $(3, 1)$ 이고 반지름의 길이가 3이므로

$$(x-3)^2+(y-1)^2=9$$

(2) 반지름의 길이를 r 라고 하면

$$r^2=(-2)^2+(-3)^2=13$$

중심이 원점이므로 구하는 원의 방정식은

$$x^2+y^2=13$$

02 (1) 구하는 원의 중심을 $C(a, b)$ 라고 하면 점 C 는 주어진 두 점을 이은 선분의 중점이므로

$$a=\frac{-4+2}{2}=-1, b=\frac{1+1}{2}=1$$

따라서 원의 중심은 $C(-1, 1)$

또 원의 반지름의 길이는

$$\sqrt{(-1+4)^2+(1-1)^2}=3$$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x+1)^2+(y-1)^2=9$$

(2) 구하는 원의 중심을 $C(a, b)$ 라고 하면 점 C 는 주어진 두 점을 이은 선분의 중점이므로

$$a=\frac{5-1}{2}=2, b=\frac{2-2}{2}=0$$

따라서 원의 중심은 $C(2, 0)$

또 원의 반지름의 길이는

$$\sqrt{(2-5)^2+(0-2)^2}=\sqrt{13}$$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x-2)^2+y^2=13$$

03 두 점을 $A(-1, 3)$, $B(1, 1)$ 이라 하고, 중심이 x 축 위에 있으므로 원의 중심을 $C(a, 0)$ 이라고 하면

$$\overline{AC}=\overline{BC} \text{이므로 } \overline{AC}^2=\overline{BC}^2$$

$$(a+1)^2+(0-3)^2=(a-1)^2+(0-1)^2$$

$$a^2+2a+10=a^2-2a+2$$

$$4a=-8, a=-2$$

따라서 원의 중심은 $C(-2, 0)$

또 원의 반지름의 길이는

$$\overline{AC}=\sqrt{(-2+1)^2+(0-3)^2}=\sqrt{10}$$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x+2)^2+y^2=10$$

04 (1) 방정식을 변형하면

$$(x^2+2x+1)+\left(y^2+y+\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{4}$$

$$(x+1)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2$$

따라서 방정식이 나타내는 도형은 중심이

$\left(-1, -\frac{1}{2}\right)$ 이고 반지름의 길이가 $\frac{1}{2}$ 인 원이다.

(2) 방정식을 변형하면

$$x^2+y^2-2x+\frac{4}{3}y-\frac{1}{3}=0$$

$$(x^2-2x+1)+\left(y^2+\frac{4}{3}y+\frac{4}{9}\right)=\frac{16}{9}$$

$$(x-1)^2+\left(y+\frac{2}{3}\right)^2=\left(\frac{4}{3}\right)^2$$

따라서 방정식이 나타내는 도형은 중심이

$\left(1, -\frac{2}{3}\right)$ 이고 반지름의 길이가 $\frac{4}{3}$ 인 원이다.

05 방정식을 변형하면

$$(x^2+6x+9)+\left(y^2-5y+\frac{25}{4}\right)=k+\frac{61}{4}$$

$$(x+3)^2+\left(y-\frac{5}{2}\right)^2=k+\frac{61}{4}$$

방정식이 나타내는 도형이 원이 되려면 $k+\frac{61}{4}>0$

따라서 $k>-\frac{61}{4}$

06 방정식을 변형하면

$$(x^2-8x+16)+(y^2+4ky+4k^2)=3k+2$$

$$(x-4)^2+(y+2k)^2=3k+2$$

방정식이 나타내는 도형이 원이므로

$$3k+2>0, k>-\frac{2}{3} \quad \dots\dots ①$$

원의 중심 $(4, -2k)$ 가 제1사분면 위에 있으므로

$$-2k>0, k<0 \quad \dots\dots ②$$

①, ②에서 $-\frac{2}{3}<k<0$

07 구하는 원의 방정식을 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$ 이라고 하면 원점 $(0, 0)$ 을 지나므로 $C=0$

따라서 원의 방정식은 $x^2+y^2+Ax+By=0$

또 두 점 $(-2, -5)$, $(0, 1)$ 을 지나므로

$$\begin{cases} 29-2A-5B=0 \\ 1+B=0 \end{cases}$$

위의 연립방정식을 풀면 $A=17, B=-1$

따라서 구하는 원의 방정식은 $x^2+y^2+17x-y=0$

02 원과 직선의 위치 관계 194~202쪽

01 (1) $y=2x+3$ 을 $x^2+y^2-2x-4=0$ 에 대입하면

$$x^2+(2x+3)^2-2x-4=0$$

이 식을 정리하면 $5x^2+10x+5=0$

이 이차방정식의 판별식 D 에서

$$\frac{D}{4} = 5^2 - 5 \times 5 = 0$$

따라서 원과 직선은 한 점에서 만난다(접한다).

- (2) $y = -x + 2$ 를 $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 6 = 0$ 에 대입하면 $x^2 + (-x + 2)^2 + 2x - 4(-x + 2) - 6 = 0$

이 식을 정리하면 $2x^2 + 2x - 10 = 0$

이 이차방정식의 판별식 D 에서

$$\frac{D}{4} = 1^2 - 2 \times (-10) = 21 > 0$$

따라서 원과 직선은 서로 다른 두 점에서 만난다.

- 02** 원 $x^2 + y^2 = 9$ 의 중심 $(0, 0)$ 과 직선 $4x - 3y + 3k = 0$ 사이의 거리 d 는

$$d = \frac{|3k|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{|3k|}{5}$$

원의 반지름의 길이 r 는 $r = 3$

- (1) 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면 $d < r$ 이어야 하므로

$$\frac{|3k|}{5} < 3, |3k| < 15, -15 < 3k < 15$$

따라서 구하는 k 의 값의 범위는 $-5 < k < 5$

- (2) 원과 직선이 한 점에서 만나려면 $d = r$ 이어야 하므로

$$\frac{|3k|}{5} = 3, |3k| = 15$$

$$3k = 15 \text{ 또는 } 3k = -15$$

따라서 구하는 k 의 값은 $k = 5$ 또는 $k = -5$

- (3) 원과 직선이 만나지 않으려면 $d > r$ 이어야 하므로

$$\frac{|3k|}{5} > 3, |3k| > 15$$

$$3k < -15 \text{ 또는 } 3k > 15$$

따라서 구하는 k 의 값의 범위는

$$k < -5 \text{ 또는 } k > 5$$

다른 풀이 $y = \frac{4}{3}x + k$ 를 $x^2 + y^2 = 9$ 에 대입하면

$$x^2 + \left(\frac{4}{3}x + k\right)^2 = 9$$

이 식을 정리하면 $25x^2 + 24kx + 9k^2 - 81 = 0$

이 이차방정식의 판별식 D 에서

$$\frac{D}{4} = (12k)^2 - 25(9k^2 - 81) = -81k^2 + 2025$$

- (1) 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면 $D > 0$ 이어야 하므로 $-81k^2 + 2025 > 0, k^2 < 25$

따라서 구하는 k 의 값의 범위는 $-5 < k < 5$

- (2) 원과 직선이 한 점에서 만나려면 $D = 0$ 이어야 하므로

$$-81k^2 + 2025 = 0, k^2 = 25$$

따라서 구하는 k 의 값은 $k = 5$ 또는 $k = -5$

- (3) 원과 직선이 만나지 않으려면 $D < 0$ 이어야 하므로

$$-81k^2 + 2025 < 0, k^2 > 25$$

따라서 구하는 k 의 값의 범위는 $k < -5$ 또는 $k > 5$

- 03** (1) $y = \sqrt{3}x \pm 5\sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1}$

$$\text{즉, } y = \sqrt{3}x \pm 10$$

- (2) 직선 $x + 2y - 3 = 0$ 의 기울기는 $-\frac{1}{2}$ 이므로 구하는

직선의 기울기는 2이다.

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$y = 2x \pm 2\sqrt{5\sqrt{2^2 + 1}}, \text{ 즉 } y = 2x \pm 10$$

- 04** (1) $-5 \times x + 4 \times y = 41$, 즉 $-5x + 4y = 41$

$$(2) 0 \times x + 7 \times y = 49, \text{ 즉 } y = 7$$

- 05** 접점을 $P(x_1, y_1)$ 이라고 하면 점 P 에서 그은 접선의 방정식은 $x_1x + y_1y = 2$ ①

이 접선이 점 $(-3, -1)$ 을 지나므로

$$-3x_1 - y_1 = 2, \text{ 즉 } y_1 = -3x_1 - 2 \text{ ②}$$

한편 접점 $P(x_1, y_1)$ 은 원 $x^2 + y^2 = 2$ 위의 점이므로

$$x_1^2 + y_1^2 = 2 \text{ ③}$$

②를 ③에 대입하면 $x_1^2 + (-3x_1 - 2)^2 = 2$

이 식을 정리하면

$$5x_1^2 + 6x_1 + 1 = 0, (x_1 + 1)(5x_1 + 1) = 0$$

$$\text{즉, } x_1 = -1 \text{ 또는 } x_1 = -\frac{1}{5}$$

$$\text{따라서 } x_1 = -1, y_1 = 1 \text{ 또는 } x_1 = -\frac{1}{5}, y_1 = -\frac{7}{5}$$

이것을 ①에 대입하면

$$-1 \times x + 1 \times y = 2 \text{ 또는 } -\frac{1}{5} \times x + \left(-\frac{7}{5}\right) \times y = 2$$

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$-x + y = 2 \text{ 또는 } -x - 7y = 10$$

다른 풀이 접선의 기울기를 m 이라고 하면 접선의 방정식은

$$y + 1 = m(x + 3)$$

$$\text{즉, } y = mx + 3m - 1 \text{ ①}$$

①을 $x^2 + y^2 = 2$ 에 대입하면

$$x^2 + (mx + 3m - 1)^2 = 2$$

이 식을 정리하면

$$(m^2 + 1)x^2 + 2(3m^2 - m)x + 9m^2 - 6m - 1 = 0$$

이 이차방정식의 판별식 D 에서

$$\frac{D}{4} = (3m^2 - m)^2 - (m^2 + 1)(9m^2 - 6m - 1) = 0$$

$$7m^2 - 6m - 1 = 0, (7m + 1)(m - 1) = 0$$

$$\text{즉, } m = -\frac{1}{7} \text{ 또는 } m = 1$$

이것을 ①에 대입하여 정리하면

$$-x + y = 2 \text{ 또는 } -x - 7y = 10$$

- 06** 오른쪽 그림과 같이 점 P 에서 원에 그은 두 접선의 접점을 각각 A, B 라고 하면 사각형 $PAOB$ 는 정사각형이다.

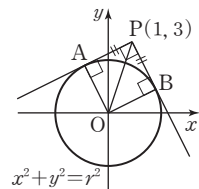
삼각형 PAO 에서

$$\overline{AP} = \overline{AO} = r$$

$$\overline{OP} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$$

이므로 $r^2 + r^2 = 10, r^2 = 5, r = \pm\sqrt{5}$

그런데 $r > 0$ 이므로 $r = \sqrt{5}$



4 도형의 이동

01 평행이동 209~212쪽

- 01 (1) $(-5+6, 2-2)$, 즉 $(1, 0)$
 (2) $(-3+6, -3-2)$, 즉 $(3, -5)$

- 02 도형의 방정식에 x 대신 $x-4$, y 대신 $y+5$ 를 대입하면

$$(1) 4(x-4)-2(y+5)+3=0$$

$$\text{즉, } 4x-2y-23=0$$

$$(2) (x-4+3)^2+(y+5)^2=7$$

$$\text{즉, } (x-1)^2+(y+5)^2=7$$

다른 풀이 (2) 원의 중심 $(-3, 0)$ 을 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동하면

$$(-3+4, 0-5), \text{ 즉 } (1, -5)$$

따라서 원의 중심은 $(1, -5)$ 이고, 원의 반지름의 길이는 변함없으므로 구하는 원의 방정식은

$$(x-1)^2+(y+5)^2=7$$

- 03 원의 방정식 $x^2+y^2-6x-2y+8=0$ 을 변형하면

$$(x-3)^2+(y-1)^2=2$$

이 식에 x 대신 $x-a$, y 대신 $y-b$ 를 대입하면

$$(x-a-3)^2+(y-b-1)^2=2$$

이 방정식이 $(x+2)^2+(y-5)^2=2$ 와 같으므로

$$-a-3=2, -b-1=-5$$

따라서 $a=-5, b=4$

- 04 원의 방정식 $x^2+y^2-10x+4y+25=0$ 을 변형하면

$$(x-5)^2+(y+2)^2=4$$

이 식에 x 대신 $x-a$, y 대신 $y+3$ 을 대입하면

$$(x-a-5)^2+(y+3+2)^2=4$$

$$\text{즉, } (x-a-5)^2+(y+5)^2=4$$

점 $(a+5, -5)$ 가 직선 $y=-2x+3$ 위의 점이므로

$$-5=-2(a+5)+3, 2a=-2$$

따라서 $a=-1$

02 대칭이동 213~218쪽

- 01 (1) x 축, y 축, 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 각각 $(5, 4), (-5, -4), (-5, 4)$

(2) x 축, y 축, 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 각각 $(-7, -2), (7, 2), (7, -2)$

- 02 (1) x 축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은

$$3x-8 \times (-y)=1, \text{ 즉 } 3x+8y=1$$

y 축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은

$$3 \times (-x)-8y=1, \text{ 즉 } 3x+8y=-1$$

원점에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은

$$3 \times (-x)-8 \times (-y)=1$$

$$\text{즉, } 3x-8y=-1$$

- (2) x 축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은

$$(x+1)^2+(-y-5)^2=8$$

$$\text{즉, } (x+1)^2+(y+5)^2=8$$

y 축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은

$$(-x+1)^2+(y-5)^2=8$$

$$\text{즉, } (x-1)^2+(y-5)^2=8$$

원점에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은

$$(-x+1)^2+(-y-5)^2=8$$

$$\text{즉, } (x-1)^2+(y+5)^2=8$$

다른 풀이 (2) 원의 중심 $(-1, 5)$ 를 x 축, y 축, 원점에 대하여 대칭이동하면 각각

$$(-1, -5), (1, 5), (1, -5)$$

원의 반지름의 길이는 $2\sqrt{2}$ 로 변함이 없으므로 구하는 원의 방정식은 각각

$$(x+1)^2+(y+5)^2=8, (x-1)^2+(y-5)^2=8,$$

$$(x-1)^2+(y+5)^2=8$$

- 03 $x^2+y^2+ax+by+c=0$ 에 x 대신 $-x$, y 대신 $-y$ 를 대입하면

$$(-x)^2+(-y)^2+a(-x)+b(-y)+c=0$$

$$\text{즉, } x^2+y^2-ax-by+c=0$$

$$(x-4)^2+(y+2)^2=3 \text{을 정리하면}$$

$$x^2+y^2-8x+4y+17=0$$

따라서 $-a=-8, -b=4, c=17$ 이므로

$$a=8, b=-4, c=17$$

- 04 (1) $(-8, 4)$ (2) $(-5, -6)$

- 05 (1) $7x+2y-4=0$ 에 x 대신 y 를, y 대신 x 를 대입하면

$$7y+2x-4=0$$

따라서 구하는 도형의 방정식은

$$2x+7y-4=0$$

- (2) $(x+2)^2+(y-6)^2=5$ 에 x 대신 y 를, y 대신 x 를 대입하면

$$(y+2)^2+(x-6)^2=5$$

따라서 구하는 도형의 방정식은

$$(x-6)^2+(y+2)^2=5$$

- 06 원의 방정식 $x^2+y^2+10x-4y+5=0$ 을 변형하면

$$(x+5)^2+(y-2)^2=24$$

이 원을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동하면

$$(y+5)^2+(x-2)^2=24$$

$$\text{즉, } (x-2)^2+(y+5)^2=24$$

이 원을 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 -6 만큼 평행이동하면

$$(x-4-2)^2+(y+6+5)^2=24$$

따라서 구하는 도형의 방정식은

$$(x-6)^2+(y+11)^2=24$$

- 1 ① 2 11 3 $3\sqrt{13}$ 4 $y=x-1$
 5 ④ 6 $y=\frac{1}{3}x+\frac{10}{3}$ 7 $14x+8y-15=0$
 8 ③ 9 $-1 < k < 19$
 10 $x+2y=5$ 또는 $2x-y=5$ 11 ②
 12 중심: $(-5, 2)$, 반지름의 길이: $\sqrt{5}$
 13 $k=-16$ 또는 $k=4$ 14 $(4, 13)$
 15 $\sqrt{2}$ 16 $x+y+5=0$ 또는 $x-y-1=0$
 17 (1) $y=\sqrt{3}x+4\sqrt{2}$ (2) $a=-4$ 또는 $a=4$
 18 $\sqrt{5}-2$ 19 $(0, \frac{3}{7})$

- 1 $\overline{AB}=\sqrt{(-8)^2+(-6)^2}=\sqrt{100}$
 $\overline{BC}=\sqrt{11^2+2^2}=\sqrt{125}$
 $\overline{AC}=\sqrt{3^2+(-4)^2}=\sqrt{25}$
 즉, $\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=\overline{BC}^2$ 이므로 삼각형 ABC는
 $\angle A=90^\circ$ 인 직각삼각형이다.
 따라서 ①이다.
- 2 $m:n$ 으로 내분하는 점을 P라고 하면 점 P의 좌표는
 $(\frac{4m-n}{m+n}, \frac{6m}{m+n})$
 점 P는 직선 $x+y=3$ 위의 점이므로
 $\frac{4m-n}{m+n}+\frac{6m}{m+n}=3, \frac{10m-n}{m+n}=3$
 즉, $7m=4n$ 이므로 $m:n=4:7$
 따라서 $m+n=11$
- 3 점 M은 $\overline{BC}$ 의 중점이므로 $M(a, b)$ 라고 하면 원점 O
 는 선분 AM을 2:1로 내분하는 점이다.
 즉, $\frac{2a+6}{2+1}=0, \frac{2b+4}{2+1}=0$ 이므로
 $a=-3, b=-2$
 따라서 $\overline{AM}=\sqrt{(-9)^2+(-6)^2}=3\sqrt{13}$
- 4 $C(x, y)$ 라고 하면
 $x=\frac{-5+2}{1-2}=3, y=\frac{6-4}{1-2}=-2$
 이므로 $C(3, -2)$
 직선 AC의 기울기는 $\frac{-2-2}{3+1}=-1$ 이므로 선분 AC
 의 수직이등분선의 기울기는 1이고, 이 직선은 선분
 AC의 중점 $(1, 0)$ 을 지난다.
 따라서 구하는 직선의 방정식은 $y=x-1$
- 5 직선의 방정식 $(2a+1)x-(a+2)y+5a+4=0$ 을
 정리하면
 $(2x-y+5)a+(x-2y+4)=0$
 즉, $2x-y+5=0, x-2y+4=0$ 이므로
 $x=-2, y=1$

직선 $(2a+1)x-(a+2)y+5a+4=0$ 은 실수 a 의
 값에 관계없이 항상 점 $P(-2, 1)$ 을 지난다.

따라서 점 $P(-2, 1)$ 과 직선 $3x+2y-9=0$ 사이의
 거리는 $\frac{|-6+2-9|}{\sqrt{3^2+2^2}}=\frac{13}{\sqrt{13}}=\sqrt{13}$

그러므로 ④이다.

- 6 두 직선 $x+y-2=0, x-y+4=0$ 의 교점을 P라고
 하면 점 P를 지나는 직선 중 원점에서 거리가 가장 먼
 직선은 원점과 점 P를 지나는 직선에 수직인 직선이다.
 두 직선 $x+y-2=0, x-y+4=0$ 의 교점은

$$(-1, 3)$$

원점과 점 $(-1, 3)$ 을 지나는 직선의 기울기는 -3
 따라서 구하는 직선은

$$y-3=\frac{1}{3}(x+1), \text{ 즉 } y=\frac{1}{3}x+\frac{10}{3}$$

- 7 $P(x, y)$ 라고 하면

$$\begin{aligned} & \{(x+1)^2+(y+2)^2\}+(x^2+y^2) \\ & =2\{(x-3)^2+(y-1)^2\} \end{aligned}$$

이 식을 정리하면 $14x+8y-15=0$

따라서 점 P가 나타내는 도형의 방정식은

$$14x+8y-15=0$$

- 8 중심을 $C(a, 3a-2)$ 라고 하면 $\overline{AC}=\overline{BC}$, 즉
 $\overline{AC}^2=\overline{BC}^2$ 이므로

$$(a-2)^2+(3a-4)^2=(a-6)^2+(3a)^2$$

이 식을 정리하면 $-16a=16, a=-1$

따라서 중심이 $C(-1, -5)$ 이므로 반지름의 길이는

$$\sqrt{(-1-2)^2+(-5-2)^2}=\sqrt{58}$$

그러므로 ③이다.

- 9 원의 방정식 $x^2+y^2-2x-6y+6=0$ 을 변형하면

$$(x-1)^2+(y-3)^2=4$$

원의 중심 $(1, 3)$ 에서 직선 $3x-4y+k=0$ 까지의 거

리는 $\frac{|3-12+k|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\frac{|k-9|}{5}$

원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나야 하므로

$$\frac{|k-9|}{5}<2, \text{ 즉 } |k-9|<10$$

따라서 k 의 값의 범위는 $-1 < k < 19$

- 10 접점을 (x_1, y_1) 이라고 하면 접선의 방정식은

$$x_1x+y_1y=5$$

이 직선이 점 $(3, 1)$ 을 지나므로

$$3x_1+y_1=5 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

점 (x_1, y_1) 은 원 $x^2+y^2=5$ 위의 점이므로

$$x_1^2+y_1^2=5 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ②에서 $x_1=1, y_1=2$ 또는 $x_1=2, y_1=-1$

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$x+2y=5 \text{ 또는 } 2x-y=5$$

- 11 점 $(x-a, y+2a)$ 는 점 (x, y) 를 x 축의 방향으로 $-a$ 만큼, y 축의 방향으로 $2a$ 만큼 평행이동한 것이다.
 $y = -x + 3$ 에 x 대신 $x+a$, y 대신 $y-2a$ 를 대입하면
 $y-2a = -(x+a) + 3$, 즉 $y = -x + a + 3$
이 직선이 $y = -x + 1$ 이므로
 $a + 3 = 1$, $a = -2$
따라서 ②이다.

- 12 원의 방정식 $x^2 + y^2 - 4x - 10y + 24 = 0$ 을 변형하면
 $(x-2)^2 + (y-5)^2 = 5$
이 원을 x 축에 대하여 대칭이동하면
 $(x-2)^2 + (y+5)^2 = 5$
다시 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하면
 $(x+5)^2 + (y-2)^2 = 5$
따라서 구하는 원의 중심은 $(-5, 2)$, 반지름의 길이는 $\sqrt{5}$ 이다.

- 13 $x^2 + y^2 = 4$ 에 x 대신 $x-2$, y 대신 $y-3$ 을 대입하면
 $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$
이 원과 직선 $3x - 4y = k$ 가 접하므로 원의 중심 $(2, 3)$ 과 직선 $3x - 4y - k = 0$ 사이의 거리는 반지름의 길이 2와 같다.
 $\frac{|6 - 12 - k|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 2$, 즉 $|-k - 6| = 10$
따라서 $k = -16$ 또는 $k = 4$

- 14 $\overline{BC} = \frac{2}{3}\overline{AB}$ 이므로 $\overline{AB} : \overline{BC} = 3 : 2$
즉, 점 C는 선분 AB를 5 : 2로 외분하는 점이다. ▶ 50%

점 C의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$x = \frac{5 \times 2 - 2 \times (-1)}{5 - 2} = 4$$

$$y = \frac{5 \times 9 - 2 \times 3}{5 - 2} = 13$$

따라서 점 C의 좌표는 $(4, 13)$ ▶ 50%

- 15 $f(k) = \frac{|(k+1) \times 0 + (k-3) \times 0 + 4|}{\sqrt{(k+1)^2 + (k-3)^2}}$
 $= \frac{4}{\sqrt{2k^2 - 4k + 10}}$
 $g(k) = 2k^2 - 4k + 10$ 이라고 하면 $g(k)$ 가 최솟값을 가질 때 $f(k)$ 는 최댓값을 가진다. ▶ 40%
 $g(k) = 2k^2 - 4k + 10 = 2(k-1)^2 + 8$ 이므로 $g(k)$ 의 최솟값은 $k=1$ 일 때 8이다. ▶ 30%
따라서 $f(k)$ 의 최댓값은 $\frac{4}{\sqrt{8}} = \sqrt{2}$ ▶ 30%

- 16 구하는 직선 위의 한 점을 $P(x_1, y_1)$ 이라고 하면 점 P에서 두 직선 $2x - y + 1 = 0$, $x - 2y - 4 = 0$ 까지의 거리가 같으므로
 $\frac{|2x_1 - y_1 + 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{|x_1 - 2y_1 - 4|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}}$ ▶ 40%

즉, $|2x_1 - y_1 + 1| = |x_1 - 2y_1 - 4|$ 에서
 $2x_1 - y_1 + 1 = x_1 - 2y_1 - 4$ 또는
 $2x_1 - y_1 + 1 = -(x_1 - 2y_1 - 4)$ ▶ 30%
따라서 $x_1 + y_1 + 5 = 0$ 또는 $x_1 - y_1 - 1 = 0$ 이므로 구하는 직선의 방정식은
 $x + y + 5 = 0$ 또는 $x - y - 1 = 0$ ▶ 30%

- 17 (1) 직선 l 의 기울기가 $\sqrt{3}$ 이므로
 $y = \sqrt{3}x \pm 2\sqrt{2}\sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1}$
즉, $y = \sqrt{3}x \pm 4\sqrt{2}$ ▶ 20%
이때 직선 l 의 y 절편이 양수이므로 구하는 직선은
 $y = \sqrt{3}x + 4\sqrt{2}$ ▶ 20%
(2) 접선의 기울기를 m 이라고 하면 접선은
 $y = mx \pm 2\sqrt{2}\sqrt{m^2 + 1}$
이 직선이 점 $(0, a)$ 를 지나므로 $x = 0$, $y = a$ 를 대입하면 $a = \pm 2\sqrt{2}\sqrt{m^2 + 1}$
 $8(m^2 + 1) = a^2$ 에서 $m^2 + 1 = \frac{a^2}{8}$
즉, $m = \pm \sqrt{\frac{a^2 - 8}{8}}$
두 접선이 서로 수직이므로
 $\sqrt{\frac{a^2 - 8}{8}} \times \left(-\sqrt{\frac{a^2 - 8}{8}}\right) = -1$ ▶ 40%
즉, $\frac{a^2 - 8}{8} = 1$ 이므로 $a^2 = 16$
따라서 $a = -4$ 또는 $a = 4$ ▶ 20%

- 18 $x^2 + y^2 = 1$ 에 x 대신 $x-1$, y 대신 $y+2$ 를 대입하면 평행이동한 방정식은
 $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 1$
이 원을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하면
 $(y-1)^2 + (x+2)^2 = 1$
즉, $C_2: (x+2)^2 + (y-1)^2 = 1$ ▶ 50%
 $\overline{PQ}$ 의 최솟값은 두 원 C_1 , C_2 의 중심 사이의 거리에서 두 반지름의 길이를 뺀 값과 같다. ▶ 20%
따라서 두 원 C_1 , C_2 의 중심 사이의 거리는 $\sqrt{5}$, 반지름의 길이는 모두 1이므로 $\overline{PQ}$ 의 최솟값은
 $\sqrt{5} - 2$ ▶ 30%

- 19 점 A(2, 1)을 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 A'이라고 하면 A'(-2, 1) ▶ 30%
이때 $\overline{AP} + \overline{BP} \geq \overline{A'B}$ 이므로 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 가 최소가 되는 점 P는 직선 A'B가 y 축과 만나는 점이다. ▶ 20%
직선 A'B의 방정식은 $y - 1 = \frac{-1 - 1}{5 + 2}(x + 2)$
즉, $y = -\frac{2}{7}x + \frac{3}{7}$ ▶ 30%
따라서 구하는 점 P의 좌표는 $\left(0, \frac{3}{7}\right)$ ▶ 20%

IV 집합과 명제

Plus 연습

1 집합

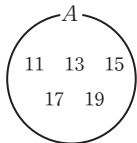
01 집합의 뜻과 표현 237~242쪽

- 01 (1) 집합이다.
원소는 광주, 대구, 대전, 부산, 울산, 인천이다.
(2) 수학을 잘하는 사람의 모임은 기준이 명확하지 않으므로 그 대상을 분명하게 정할 수 없다.
따라서 집합이 아니다.
(3) 집합이다.
 $50 = 2 \times 5^2$ 이므로 원소는 2, 5이다.
(4) 100에 가까운 수의 모임은 기준이 명확하지 않으므로 그 대상을 분명하게 정할 수 없다.
따라서 집합이 아니다.

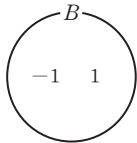
02 $A = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48\}$ 이므로

- (1) $3 \notin A$ (2) $24 \in A$
(3) $38 \notin A$ (4) $48 \in A$

03 (1) ㉠ $A = \{x | x \text{는 } 10 < x < 20 \text{인 홀수}\}$



- (2) $x^2 - 1 = 0$ 에서 $x^2 = 1$, $x = \pm 1$
따라서 $B = \{-1, 1\}$



04 $a \in A$, $b \in B$ 에 대하여 $x = a + b$ 의 값을 구하면 다음과 같다.

$a \backslash b$	4	5	6	7
1	5	6	7	8
2	6	7	8	9
3	7	8	9	10

따라서 $C = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

05 (1) 0보다 큰 음수는 없으므로 $A = \emptyset$
따라서 $n(A) = 0$

- (2) 집합 B 는 100보다 작은 홀수의 모임으로 원소의 개수가 50이다.
따라서 $n(B) = 50$
(3) $n(C) = 5$
(4) $D = \{-10, -9, -8, \dots, 8, 9, 10\}$ 이므로 원소의 개수가 21이다.
따라서 $n(D) = 21$

02 집합 사이의 포함 관계 243~247쪽

01 (1) $B = \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$ 이므로 $A \subseteq B$

- (2) $x^2 = 4$ 에서 $x = \pm 2$
즉, $A = \{-2, 2\}$
 $B = \{-1, 0, 1\}$ 이므로 $A \not\subseteq B$

02 (1) 원소가 0개인 부분집합: $\emptyset$

원소가 1개인 부분집합: $\{1\}, \{2\}$

원소가 2개인 부분집합: $\{1, 2\}$

따라서 구하는 부분집합은 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$

(2) $B = \{1, 3, 9\}$ 이므로

원소가 0개인 부분집합: $\emptyset$

원소가 1개인 부분집합: $\{1\}, \{3\}, \{9\}$

원소가 2개인 부분집합: $\{1, 3\}, \{1, 9\}, \{3, 9\}$

원소가 3개인 부분집합: $\{1, 3, 9\}$

따라서 구하는 부분집합은

$\emptyset, \{1\}, \{3\}, \{9\}, \{1, 3\}, \{1, 9\}, \{3, 9\}, \{1, 3, 9\}$

03 (1) $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로 $A = \{2, 3, 5, 7\}$

즉, $A \not\subseteq B$ 이고 $B \subset A$ 이므로 $A \neq B$

- (2) $x^2 + x - 12 > 0$ 에서 $(x-3)(x+4) > 0$
 $x < -4$ 또는 $x > 3$

따라서 $A = \{x | x < -4 \text{ 또는 } x > 3\}$

즉, $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이므로 $A = B$

(3) 8과 12의 양의 공약수는 4의 양의 약수와 같다.

즉, $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이므로 $A = B$

따라서 두 집합이 서로 같은 것은 (2), (3)이다.

04 문제의 집합은 $\{0, 1, 2, 3\}$ 이므로 진부분집합은

$\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{0, 3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{0, 1, 2\}, \{0, 1, 3\}, \{0, 2, 3\}, \{1, 2, 3\}$

03 집합의 연산 248~259쪽

01 (1) $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이므로

$A \cup B = \{1, 3, 4, 5, 7, 9\}$, $A \cap B = \{7, 9\}$

(2) $A = \{-1, 0, 1, 2\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$ 이므로
 $A \cup B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $A \cap B = \{2\}$

02 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{1, 11\}$, $C = \{2, 4, 8\}$,
 $D = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로
 $A \cap B = \{1\}$, $A \cap C = \emptyset$, $A \cap D = \emptyset$
 따라서 집합 A 와 서로소인 집합은 C, D 이다.

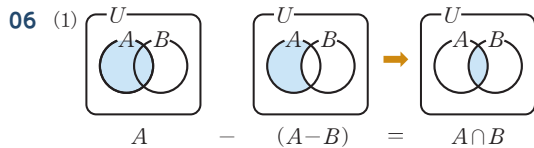
03 바이올린을 연주할 수 있는 회원의 집합을 A , 피아노를 연주할 수 있는 회원의 집합을 B 라고 하면
 $n(A) = 16$, $n(B) = 25$, $n(A \cap B) = 6$
 이므로

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ = 16 + 25 - 6 = 35$$

따라서 바이올린 또는 피아노를 연주할 수 있는 회원 수는 35이다.

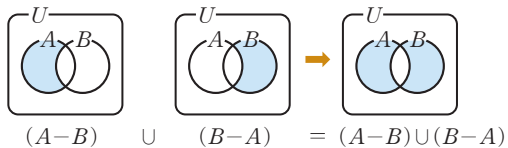
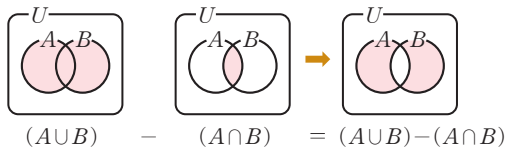
04 $A^c = \{1, 2, 8, 32\}$
 $A \cup B = \{2, 4, 8, 16, 32\}$ 이므로
 $(A \cup B)^c = \{1\}$

05 (1) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{3, 5, 7, 9\}$ 이므로
 $A - B = \{1, 2, 4\}$, $B - A = \{7, 9\}$
 (2) $A \cap B = \emptyset$ 이므로
 $A - B = \{\text{도, 개, 절}\}$, $B - A = \{\text{웃, 모}\}$



따라서 $A - (A - B) = A \cap B$ 가 성립한다.

(2) $(A \cup B) - (A \cap B)$ 와 $(A - B) \cup (B - A)$ 를 각각 벤다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서

$$(A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$$

가 성립한다.

07 (1) $A \cup B = \{a, c, d, e\}$ 이므로
 $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{b\}$
 (2) $A \cap B = \{a\}$ 이므로
 $A^c \cup B^c = (A \cap B)^c = \{b, c, d, e\}$

08 학생 전체의 집합을 U , A 과자를 좋아하는 학생의 집합을 A , B 과자를 좋아하는 학생의 집합을 B 라고 하면

$$n(U) = 50, n(A) = 25, n(B) = 33$$

A 과자도 좋아하지 않고 B 과자도 좋아하지 않는 학생의 집합은 $A^c \cap B^c$, 즉 $(A \cup B)^c$ 이므로

$$n((A \cup B)^c) = 9$$

$$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 50 - 9 = 41$$

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ = 25 + 33 - 41 = 17$$

따라서 A, B 두 과자를 모두 좋아하는 학생 수는 17이다.

2 명제

01 명제와 조건 265~272쪽

01 (3)은 참인지 거짓인지를 판별할 수 없으므로 명제가 아니다.

따라서 명제인 것은 (1), (2), (4)이다.

(1) $6 - x = 3 - x$ 에서 $6 = 3$ 이므로 거짓이다.

(2) 맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로 참이다.

(4) -3 은 복소수이므로 참이다.

02 (1) $x^2 = 25$ 에서 $x = \pm 5$ 이고, x 는 자연수이므로 $\{5\}$
 (2) $\{1, 2, 5\}$

03 (1) 2는 4의 배수가 아니다. (참)
 (2) $3i$ 는 실수이다. (거짓)

04 (1) $\sim p: 2 < x \leq 5$
 $\sim p$ 의 진리집합은 $\{3, 4, 5\}$
 (2) $\sim q: (x - 1)(x - 3) \neq 0$
 $\sim q$ 의 진리집합은 $\{2, 4, 5, 6, 7\}$

05 (1) 가정: 두 수 a, b 가 짝수이다.
 결론: $a + b$ 는 짝수이다.
 (2) 가정: $x = 2$
 결론: $3x - 1 = 5$

06 (1) 두 조건 ' $p: x - 2 = 0$ ', ' $q: x^2 + x - 6 = 0$ '의 진리 집합을 각각 P, Q 라고 하면
 $P = \{2\}$, $Q = \{-3, 2\}$

이때 $P \subset Q$ 이므로 이 명제는 참이다.

(2) [반례] $x = \sqrt{2} + 1$ 이면 x 는 무리수이지만
 $x^2 = 3 + 2\sqrt{2}$ 는 유리수가 아니므로 이 명제는 거짓이다.

- 07 (1) 명제 '모든 x 에 대하여 $x^2+x+1>0$ 이다.'에서

$$x^2+x+1=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$$
 즉, 조건 ' $p: x^2+x+1>0$ '의 진리집합은 $P=U$ 이므로 이 명제는 참이다.
- (2) 명제 '어떤 x 에 대하여 $x^2+|x|<0$ 이다.'에서
 $x\geq 0$ 이면 $x^2+|x|=x^2+x\geq 0$
 $x<0$ 이면 $x^2+|x|=x^2-x>0$
 즉, 조건 ' $p: x^2+|x|<0$ '의 진리집합은 $P=\emptyset$ 이므로 이 명제는 거짓이다.

- 08 (1) 부정: 모든 자연수는 정수이다.
 모든 자연수는 정수이므로 주어진 명제의 부정은 참이다.
- (2) 부정: 어떤 실수 x 에 대하여 $x^2-x+4\leq 0$ 이다.

$$x^2-x+4=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{15}{4}>0$$
 이므로 조건 ' $p: x^2-x+4\leq 0$ '의 진리집합은 $P=\emptyset$ 이므로 주어진 명제의 부정은 거짓이다.

02 명제의 역과 대우 273~278쪽

- 01 역: $x^2=0$ 이면 $x=0$ 이다.
 대우: $x^2\neq 0$ 이면 $x\neq 0$ 이다.
- 02 주어진 명제의 역은 ' $x^2\geq 9$ 이면 $x\geq 3$ 이다.'이다.
 이때 $x=-4$ 이면 $x^2\geq 9$ 이지만 $x<3$ 이므로 역은 거짓이다.
 주어진 명제의 대우는 ' $x^2<9$ 이면 $x<3$ 이다.'이다.
 이때 $x^2<9$ 에서 $-3<x<3$ 이므로 대우는 참이다.
- 03 명제 $\sim p \rightarrow q$ 가 참이므로 그 대우 $\sim q \rightarrow p$ 도 참이다.
 따라서 항상 참인 것은 (4)이다.
- 04 주어진 명제가 참이므로 그 대우
 ' $x+1=0$ 이면 $x^2-(a+1)x-6=0$ 이다.'도 참이다.
 $x=-1$ 을 $x^2-(a+1)x-6=0$ 에 대입하면
 $1+(a+1)-6=0$
 따라서 $a=4$
- 05 (1) $q \Rightarrow p$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요조건이다.
 (2) $p \Leftrightarrow q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.
- 06 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라고 하자.
 (1) $P=\{-3, 3\}, Q=\{-3, 0, 3\}$ 에서 $P\subset Q$,
 $Q\not\subset P$ 이므로 $p \Rightarrow q$ 이지만 $q \rightarrow p$ 는 참이 아니다.
 따라서 p 는 q 이기 위한 충분조건이다.

- (2) $P=\{-2, 2\}, Q=\{-2, 2\}$ 에서 $P=Q$ 이므로
 $p \Leftrightarrow q$
 따라서 p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.
- (3) $P=\{1, 2, 4, 8\}, Q=\{1, 2, 4\}$ 에서 $Q\subset P$,
 $P\not\subset Q$ 이므로 $q \Rightarrow p$ 이지만 $p \rightarrow q$ 는 참이 아니다.
 따라서 p 는 q 이기 위한 필요조건이다.

03 명제의 증명 279~286쪽

- 01 두 짝수 a, b 를 $a=2m, b=2n$ (m, n 은 정수)으로 나타내면

$$a+b=2m+2n=2(m+n)$$
 이때 $m+n$ 은 정수이므로 $a+b$ 는 짝수이다.
- 02 주어진 명제의 대우 ' $x<1$ 이고 $y<1$ 이면 $x+y<2$ 이다.'가 참임을 보이면 된다.
 $x<1$ 에서 $x-1<0$, $y<1$ 에서 $y-1<0$ 이므로

$$(x-1)+(y-1)<0$$
 즉, $x+y<2$
 따라서 주어진 명제의 대우가 참이므로 주어진 명제도 참이다.
- 03 결론을 부정하여 $\sqrt{2}+1$ 이 유리수라고 가정하면

$$\sqrt{2}+1=a \quad (a \text{는 유리수})$$
 즉, $\sqrt{2}=a-1$
 그런데 $\sqrt{2}$ 는 유리수가 아니고, $a-1$ 은 유리수이므로 모순이다.
 따라서 $\sqrt{2}+1$ 은 유리수가 아니다.
- 04 (1) $x^2+5>4x$ 에서 $x^2-4x+5>0$
 즉, $(x-2)^2+1>0$ 이므로 부등식 $x^2+5>4x$ 는 모든 실수 x 에 대하여 성립한다.
- (2) 부등식 $x+5>0$ 은 $x>-5$ 일 때만 성립한다.
- (3) $x^2-6x+9\geq 0$ 에서 $(x-3)^2\geq 0$
 즉, 부등식 $x^2-6x+9\geq 0$ 은 모든 실수 x 에 대하여 성립한다.
- (4) $x^2<x+12$ 에서 $(x+3)(x-4)<0, -3<x<4$
 즉, 부등식 $x^2<x+12$ 는 $-3<x<4$ 일 때만 성립한다.
 따라서 절대부등식인 것은 (1), (3)이다.
- 05 $2(a^2+b^2)-(a+b)^2\geq 0$ 임을 보이면 된다.

$$\begin{aligned} &2(a^2+b^2)-(a+b)^2 \\ &= (2a^2+2b^2)-(a^2+2ab+b^2) \\ &= a^2-2ab+b^2 \\ &= (a-b)^2\geq 0 \end{aligned}$$
 따라서 $2(a^2+b^2)\geq(a+b)^2$
 이때 등호가 성립하는 경우는 $(a-b)^2=0$, 즉 $a=b$ 일 때이다.

06 $\sqrt{ab} - \frac{2ab}{a+b} \geq 0$ 임을 보이면 된다.

$$\begin{aligned}\sqrt{ab} - \frac{2ab}{a+b} &= \frac{\sqrt{ab}(a+b) - 2ab}{a+b} \\ &= \frac{\sqrt{ab}(a+b-2\sqrt{ab})}{a+b} \\ &= \frac{\sqrt{ab}(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{a+b}\end{aligned}$$

이때 $\sqrt{ab} > 0$, $a+b > 0$, $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$ 이므로

$$\sqrt{ab} - \frac{2ab}{a+b} \geq 0$$

따라서 $\sqrt{ab} \geq \frac{2ab}{a+b}$

이때 등호가 성립하는 경우는 $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 = 0$, 즉 $a=b$ 일 때이다.

07 $\sqrt{a}+\sqrt{b} \geq 0$, $\sqrt{a+b} \geq 0$ 이므로 $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2 \geq (\sqrt{a+b})^2$ 임을 보이면 된다.

$$\begin{aligned}(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2 - (\sqrt{a+b})^2 &= (a+2\sqrt{ab}+b) - (a+b) \\ &= 2\sqrt{ab}\end{aligned}$$

이때 $\sqrt{ab} \geq 0$ 이므로 $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2 - (\sqrt{a+b})^2 \geq 0$

따라서 $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2 \geq (\sqrt{a+b})^2$ 이므로

$$\sqrt{a}+\sqrt{b} \geq \sqrt{a+b}$$

이때 등호가 성립하는 경우는 $\sqrt{ab} = 0$, 즉 $a=0$ 또는 $b=0$ 일 때이다.

시험 대비 대단원 TEST

..... 300~302쪽

- 1 ②, ④ 2 ③ 3 8 4 ① 5 ②
6 {1, 2, 3, 4, 5} 7 34 8 ④ 9 ③
10 ① 11 $\neg$ 12 (가) $\frac{1}{2}$ (나) $b-c$ (다) $a=b=c$
13 $a=11, b=3, c=4$ 14 8 15 2
16 9 17 -6 18 풀이 참고
19 풀이 참고

1 ①, ③, ⑤는 그 대상을 분명하게 정할 수 없으므로 집합이 아니다.

따라서 집합인 것은 ②, ④이다.

2 $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ 이므로

① $\{3\} \subset A$ ② $\emptyset \subset A$

③ $13 \notin A$ ④ $9 \in A$

⑤ $\{3, 18\} \subset A$

따라서 옳은 것은 ③이다.

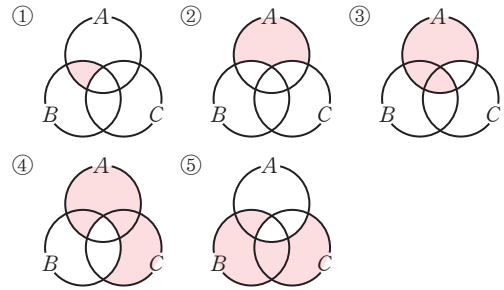
3 $2^{6-2-1} = 2^3 = 8$

4 A, B 가 서로소이면 $A \cap B = \emptyset$ 이므로

$$A \subset B^c$$

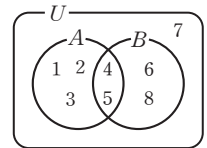
따라서 항상 옳은 것은 ①이다.

5 각 집합을 벤다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 ②이다.

6 문제의 조건을 벤다이어그램으로 나타내면 오른쪽과 같으므로



$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

7 $n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = 6$ 이므로

$$\begin{aligned}n(A \cup B) &= n(U) - n((A \cup B)^c) \\ &= 30 - 6 = 24\end{aligned}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \text{에서}$$

$$24 = n(A) + n(B) - 10$$

따라서 $n(A) + n(B) = 34$

8 $\neg$. 역: $x = -4$ 이면 $x^2 = 16$ 이다. (참)

대우: $x \neq -4$ 이면 $x^2 \neq 16$ 이다. (거짓)

$\neg$. 역: $ab \neq 0$ 이면 $a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$ 이다. (참)

대우: $ab = 0$ 이면 $a = 0$ 이고 $b = 0$ 이다. (거짓)

$\supset$. 역: $x > 2$ 이고 $y > 2$ 이면 $x+y > 4$ 이다. (참)

대우: $x \leq 2$ 또는 $y \leq 2$ 이면 $x+y \leq 4$ 이다. (거짓)

르. 역: 자연수 x, y 에 대하여 xy 가 짝수이면 $x^2 + y^2$ 은 홀수이다. (거짓)

대우: 자연수 x, y 에 대하여 xy 가 홀수이면

$$x^2 + y^2 \text{은 짝수이다. (참)}$$

따라서 $\neg$, $\neg$, $\supset$ 이므로 ④이다.

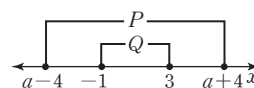
9 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라고 하면

$$P = \{x | a-4 \leq x \leq a+4\}$$

$$Q = \{x | -1 \leq x \leq 3\}$$

명제 $q \rightarrow p$ 가 참이므로 $Q \subset P$

다음 그림에서



$$a-4 \leq -1, \text{ 즉 } a \leq 3 \quad \cdots \cdots ①$$

$$a+4 \geq 3, \text{ 즉 } a \geq -1 \quad \cdots \cdots ②$$

①, ②에서 $-1 \leq a \leq 3$

그러므로 ③이다.

- 10 p 는 $\sim q$ 이기 위한 충분조건이므로 $P \subset Q^c$
따라서 $P \cap Q = \emptyset$ 이므로 항상 옳은 것은 ①이다.
- 11 $\neg$. $a=b$ 이면 $ac=bc$ 이므로 명제 $q \rightarrow p$ 는 참이다.
그런데 $a=2, b=1, c=0$ 이면 $ac=bc$ 이지만
 $a \neq b$ 이므로 명제 $p \rightarrow q$ 는 거짓이다.
따라서 $q \Rightarrow p$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요조건이
지만 충분조건은 아니다.
12. $|x| < 3$ 에서 $-3 < x < 3$
 $|x-2| < 5$ 에서 $-3 < x < 7$
따라서 $p \Rightarrow q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 충분조건이
지만 필요조건은 아니다.
13. $A^c \cap B = B$ 에서 $B - A = B$
즉, A 와 B 는 서로소이므로 $A \cap B = \emptyset$
따라서 $p \Leftrightarrow q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요충분조
건이다.
따라서 $\neg$ 이다.
- 12 (가) $\frac{1}{2}$ (나) $b-c$ (다) $a=b=c$
- 13 $A \subset B, B \subset A$ 이므로 $A=B$ ▶ 40 %
(i) $c=4$ 일 때
 $B=\{4, 6, 11\}$ 이므로
 $a=6, 2b=11$ 또는 $a=11, 2b=6$
그런데 a, b 는 자연수이므로
 $a=11, b=3$
(ii) $2c+3=4$ 일 때
 c 는 자연수이므로 이를 만족시키는 c 의 값은 없다.
따라서 $a=11, b=3, c=4$ ▶ 60 %
- 14 $A \cap B^c = A - B = A$ 이므로
 $A \cap B = \emptyset$ ▶ 40 %
따라서 집합 B 는 전체집합 $U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에
서 집합 A 의 원소 2, 3, 4를 제외한 집합 $\{1, 5, 6\}$ 의
부분집합이다. ▶ 40 %
그러므로 구하는 집합 B 의 개수는 $2^3=8$ ▶ 20 %
- 15 $(A \cup B) \cap (A^c \cup B^c) = (A \cup B) \cap (A \cap B)^c$
 $= (A \cup B) - (A \cap B)$
 $= \{2, 4\}$ ▶ 20 %
(i) $2a+2=2$, 즉 $a=0$ 일 때
 $A=\{-3, 1, 4\}, B=\{-3, 2, 3\}$
이므로 $(A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 2, 3, 4\}$ ▶ 30 %
(ii) $2a+2=4$, 즉 $a=1$ 일 때
 $A=\{-3, 2, 3\}, B=\{-3, 3, 4\}$
이므로 $(A \cup B) - (A \cap B) = \{2, 4\}$ ▶ 30 %

(i), (ii)에서 $a=1, A=\{-3, 2, 3\}$

따라서 집합 A 의 모든 원소의 합은

$$-3+2+3=2$$

▶ 20 %

- 16 조사한 학생 전체의 집합을 U , 캠핑 동아리에 가입한
학생의 집합을 A , 자전거 동아리에 가입한 학생의 집
합을 B 라고 하면

$$n(U)=35, n(A \cap B)=19$$

$$n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = 7$$

▶ 30 %

$$\text{즉, } n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c)$$

$$= 35 - 7 = 28$$

▶ 30 %

이때 한 동아리만 가입한 학생의 집합은

$$(A \cup B) - (A \cap B)$$

이므로

$$n(A \cup B) - n(A \cap B) = 28 - 19$$

$$= 9$$

▶ 30 %

따라서 한 동아리만 가입한 학생 수는 9이다. ▶ 10 %

- 17 p 는 q 이기 위한 충분조건이므로 $p \Rightarrow q$

그 대우도 참이므로 $\sim q \Rightarrow \sim p$

즉, $3x+a=0$ 이면 $x^2-2x-3=0$ 이다. ▶ 40 %

$x = -\frac{a}{3}$ 를 $x^2-2x-3=0$ 에 대입하여 정리하면

$$a^2+6a-27=0, (a-3)(a+9)=0$$

즉, $a=3$ 또는 $a=-9$

▶ 40 %

따라서 상수 a 가 될 수 있는 모든 값의 합은

$$3-9=-6$$

▶ 20 %

- 18 결론을 부정하여 2π 가 유리수라고 가정하면

$$2\pi=a \text{ (} a \text{는 유리수)}$$

▶ 30 %

$$\text{즉, } \pi = \frac{a}{2}$$

그런데 π 는 무리수, $\frac{a}{2}$ 는 유리수이므로 모순이다.

따라서 2π 는 무리수이다. ▶ 70 %

- 19 $\frac{b^2}{a} + \frac{a^2}{b} - (a+b) \geq 0$ 임을 보이면 된다.

$$\frac{b^2}{a} + \frac{a^2}{b} - (a+b) = \frac{b^3+a^3-a^2b-ab^2}{ab}$$

$$= \frac{a^2(a-b)+b^2(b-a)}{ab}$$

$$= \frac{(a-b)(a^2-b^2)}{ab}$$

$$= \frac{(a-b)^2(a+b)}{ab}$$

▶ 50 %

이때 $a>0, b>0$ 이므로 $a+b>0, ab>0$ 이고,

$$(a-b)^2 \geq 0 \text{이므로 } \frac{b^2}{a} + \frac{a^2}{b} - (a+b) \geq 0$$

$$\text{따라서 } \frac{b^2}{a} + \frac{a^2}{b} \geq a+b$$

▶ 30 %

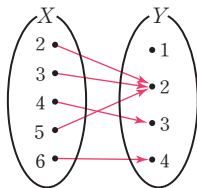
이때 등호가 성립하는 경우는 $(a-b)^2=0$, 즉 $a=b$
일 때이다. ▶ 20 %

Plus 연습

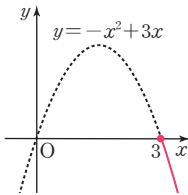
1 함수

01 함수의 뜻과 그래프 305~314쪽

- 01 2의 양의 약수의 개수는 1, 2로 2
 3의 양의 약수의 개수는 1, 3으로 2
 4의 양의 약수의 개수는 1, 2, 4로 3
 5의 양의 약수의 개수는 1, 5로 2
 6의 양의 약수의 개수는 1, 2, 3, 6으로 4
 따라서 이 대응을 그림으로 나타내면 오른쪽과 같다.



- 02 (1) 집합 X 의 원소 3에 대응하는 집합 Y 의 원소가 2개이므로 함수가 아니다.
 (2) 집합 X 의 각 원소에 집합 Y 의 원소가 오직 하나씩 대응하므로 함수이다.
 이때 정의역은 $\{2, 3, 5, 7\}$, 공역은 $\{0, 2, 4, 6\}$, 치역은 $\{2, 6\}$ 이다.
 (3) 집합 X 의 원소 3에 대응하는 집합 Y 의 원소가 없으므로 함수가 아니다.
- 03 (1) $f(-2) = -10$, $f(0) = 0$, $f(2) = 2$ 이므로 치역은 $\{-10, 0, 2\}$ 이다.
 (2) 정의역이 $\{x | x \geq 3\}$ 일 때, 함수 $y = -x^2 + 3x$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 치역은 $\{y | y \leq 0\}$ 이다.



- 04 $x = -1$ 일 때, $f(-1) = 0$, $g(-1) = 0$ 이므로 $f(-1) = g(-1)$
 $x = 1$ 일 때, $f(1) = 2$, $g(1) = 2$ 이므로 $f(1) = g(1)$
 따라서 $f = g$
- 05 $f = g$ 이므로 $x^2 + 2x = 2x^2 - 3$ 에서 $x^2 - 2x - 3 = 0$, $(x+1)(x-3) = 0$
 따라서 $x = -1$ 또는 $x = 3$
 즉, 집합 $\{-1, 3\}$ 의 부분집합 중에서 $\emptyset$ 을 제외한 부분집합을 구하면 되므로 구하는 집합 X 는 $\{-1\}$, $\{3\}$, $\{-1, 3\}$

- 06 정의역의 각 원소에 공역의 원소가 오직 하나씩 대응하지 않으므로 (3)은 함수의 그래프가 아니다.
 따라서 함수의 그래프인 것은 (1), (2)이다.

- 07 (1) 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 이면 $-x_1 + 2 \neq -x_2 + 2$ 이므로 일대일함수이고, 치역과 공역이 모두 실수 전체의 집합으로 같으므로 일대일대응이다.
- (2) 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 이지만 $-x_1^2 + x_1 = -x_2^2 + x_2$ 인 경우가 있으므로 일대일함수가 아니고, 일대일대응이 아니다.
- (3) 두 실수 $-1, 1$ 에 대하여 $-1 \neq 1$ 이면 $-3 \neq 1$ 이므로 일대일함수이고, 치역과 공역이 모두 실수 전체의 집합으로 같으므로 일대일대응이다.

따라서 일대일대응인 것은 (1), (3)이다.

- 08 (1) 함수 $y = f(x)$ 에서 정의역의 임의의 원소 x 에 대하여 $f(x) = x$ 이므로 항등함수이다.
 (3) 함수 $y = f(x)$ 에서 정의역의 모든 원소 x 에 대하여 $f(x) = -2$ 이므로 상수함수이다.
 따라서 항등함수의 그래프인 것은 (1), 상수함수의 그래프인 것은 (3)이다.

- 09 함수 g 는 항등함수이므로 $g(-1) = -1$, $g(0) = 0$, $g(1) = 1$
 $f(-1) = g(1) = h(0)$ 에서 $f(-1) = h(0) = 1$
 $f(-1) + f(1) = f(0)$ 에서 $1 + f(1) = f(0)$
 이때 함수 f 는 일대일대응이므로 $f(0) = 0$, $f(1) = -1$
 또 함수 h 는 상수함수이므로 $h(-1) = h(0) = h(1) = 1$
 따라서 $f(1)g(-1)h(-1) = (-1) \times (-1) \times 1 = 1$

02 합성함수 315~318쪽

- 01 (1) $(g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(3) = -1$
 (2) $(f \circ g)(-3) = f(g(-3)) = f(-3) = 19$
 (3) $(f \circ f)(-1) = f(f(-1)) = f(3) = 19$
 (4) $(g \circ g)(3) = g(g(3)) = g(-1) = -\frac{7}{3}$

02 $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x+3)$
 $= 2(x+3)^2 + (x+3)$
 $= 2x^2 + 13x + 21$
 $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(2x^2 + x)$
 $= 2x^2 + x + 3$
 따라서 $g \circ f \neq f \circ g$

03 $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g\left(-\frac{1}{2}x + 3\right)$
 $= -\left(-\frac{1}{2}x + 3\right) + a$
 $= \frac{1}{2}x - 3 + a$
 $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(-x + a)$
 $= -\frac{1}{2}(-x + a) + 3$
 $= \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}a + 3$
 $g \circ f = f \circ g$ 이므로 $\frac{1}{2}x - 3 + a = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}a + 3$
 따라서 $a = 4$

04 (i) $(g \circ h)(x) = g(h(x)) = g(x-1)$
 $= -(x-1)^2 + 2(x-1)$
 $= -x^2 + 4x - 3$
 이므로
 $(f \circ (g \circ h))(x) = f((g \circ h)(x))$
 $= f(-x^2 + 4x - 3)$
 $= 3(-x^2 + 4x - 3)$
 $= -3x^2 + 12x - 9$
 (ii) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(-x^2 + 2x)$
 $= 3(-x^2 + 2x)$
 $= -3x^2 + 6x$

이므로

$$\begin{aligned} ((f \circ g) \circ h)(x) &= (f \circ g)(h(x)) \\ &= (f \circ g)(x-1) \\ &= -3(x-1)^2 + 6(x-1) \\ &= -3x^2 + 12x - 9 \end{aligned}$$

따라서 (i), (ii)에서 $f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$ 이다.

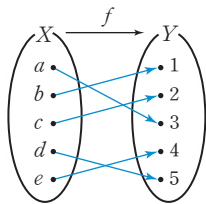
03 역함수 319~325쪽

01 함수 $f: X \rightarrow Y$ 의 역함수가 존재하도록 그림을 완성하면 오른쪽과 같다.

(1) $f(d) = 5$ 이므로
 $f^{-1}(5) = d$

(2) $f(b) = 1$ 이므로
 $f^{-1}(1) = b$

따라서 $k = 1$



02 (1) 함수 $y = \frac{1}{2}x + 2$ 는 일대일대응이므로 역함수가 존재한다.

$$y = \frac{1}{2}x + 2 \text{를 } x \text{에 대하여 풀면}$$

$$x = 2y - 4$$

x 와 y 를 서로 바꾸면 구하는 역함수는

$$y = 2x - 4$$

(2) 함수 $y = -3x - 1$ 은 일대일대응이므로 역함수가 존재한다.

$$y = -3x - 1 \text{을 } x \text{에 대하여 풀면}$$

$$x = -\frac{1}{3}y - \frac{1}{3}$$

x 와 y 를 서로 바꾸면 구하는 역함수는

$$y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$$

03 (i) $(g \circ f)(x) = g\left(\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}\right)$
 $= 4\left(\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}\right) - 2$
 $= 2x + 4$

이므로 $y = (g \circ f)(x)$ 라 하고 $y = 2x + 4$ 를 x 에

대하여 풀면 $x = \frac{1}{2}y - 2$

x 와 y 를 서로 바꾸면 $y = \frac{1}{2}x - 2$

즉, $(g \circ f)^{-1}(x) = \frac{1}{2}x - 2$

(ii) $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ 에서 $y = f(x)$ 라 하고

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \text{을 } x \text{에 대하여 풀면 } x = 2y - 3$$

x 와 y 를 서로 바꾸면 $y = 2x - 3$

즉, $f^{-1}(x) = 2x - 3$

$g(x) = 4x - 2$ 에서 $y = g(x)$ 라 하고 $y = 4x - 2$

를 x 에 대하여 풀면 $x = \frac{1}{4}y + \frac{1}{2}$

x 와 y 를 서로 바꾸면 $y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$

즉, $g^{-1}(x) = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} (f^{-1} \circ g^{-1})(x) &= f^{-1}(g^{-1}(x)) \\ &= f^{-1}\left(\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}\right) \\ &= 2\left(\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}\right) - 3 \\ &= \frac{1}{2}x - 2 \end{aligned}$$

따라서 (i), (ii)에서 $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$ 이다.

04 $y = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$ 을 x 에 대하여 풀면

$$x = -4y + 6$$

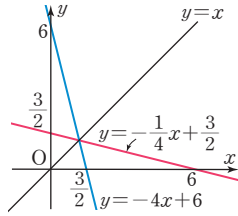
x 와 y 를 서로 바꾸면 구하는 역함수는

$$y = -4x + 6$$

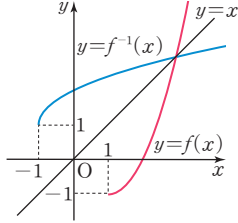
따라서 함수

$$y = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2} \text{의 그래프}$$

와 그 역함수 $y = -4x + 6$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



- 05 오른쪽 그림과 같이 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 그 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점은 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 의 교점과 같다.



$$x^2 - 2x = x \text{에서}$$

$$x^2 - 3x = 0, x(x-3) = 0$$

$$\text{그런데 } x \geq 1 \text{이므로 } x = 3$$

따라서 교점의 좌표는 (3, 3)이므로 $a=3, b=3$

2 유리함수와 무리함수

01 유리함수의 그래프 332-339쪽

$$\begin{aligned} 01 \quad (1) \quad \frac{1}{x} + \frac{x+3}{x+2} &= \frac{x+2}{x(x+2)} + \frac{x(x+3)}{x(x+2)} \\ &= \frac{x+2+x^2+3x}{x(x+2)} \\ &= \frac{x^2+4x+2}{x(x+2)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad \frac{2}{x^2+x} - \frac{3}{x^2-2x-3} &= \frac{2}{x(x+1)} - \frac{3}{(x+1)(x-3)} \\ &= \frac{2(x-3)}{x(x+1)(x-3)} - \frac{3x}{x(x+1)(x-3)} \\ &= \frac{2x-6-3x}{x(x+1)(x-3)} \\ &= \frac{-x-6}{x(x+1)(x-3)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad \frac{x^2-9}{x^2+x-2} \times \frac{x+2}{x-3} &= \frac{(x+3)(x-3)}{(x-1)(x+2)} \times \frac{x+2}{x-3} \\ &= \frac{x+3}{x-1} \end{aligned}$$

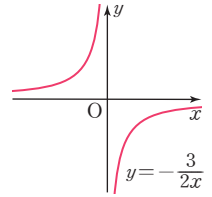
$$\begin{aligned} (4) \quad \frac{x^2-6x+8}{x^2+2x-3} \div \frac{x^2-4x}{x^2+5x+6} &= \frac{x^2-6x+8}{x^2+2x-3} \times \frac{x^2+5x+6}{x^2-4x} \\ &= \frac{(x-2)(x-4)}{(x-1)(x+3)} \times \frac{(x+2)(x+3)}{x(x-4)} \\ &= \frac{(x-2)(x+2)}{x(x-1)} \end{aligned}$$

- 02 (1) 정의역은 $x+1 \neq 0$ 인 실수 전체의 집합이므로 $\{x | x \neq -1 \text{인 실수}\}$

- (2) 정의역은 $5x-2 \neq 0$ 인 실수 전체의 집합이므로 $\{x | x \neq \frac{2}{5} \text{인 실수}\}$

- 03 유리함수 $y = -\frac{3}{2x}$ 에서 $-\frac{3}{2} < 0$ 이므로 그래프는 제 2사분면, 제4사분면에 있고 원점에 대하여 대칭이다.

따라서 유리함수 $y = -\frac{3}{2x}$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, 점근선은 x 축, y 축이다.



- 04 유리함수 $y = \frac{5}{3x-1} + \frac{1}{2}$ 을 변형하면

$$y = \frac{5}{3x-1} + \frac{1}{2} = \frac{5}{3(x-\frac{1}{3})} + \frac{1}{2}$$

따라서 유리함수

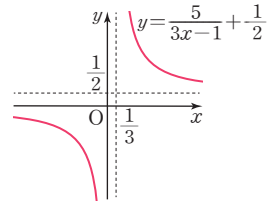
$y = \frac{5}{3x-1} + \frac{1}{2}$ 의 그래프는 유리함수

$y = \frac{5}{3x}$ 의 그래프를 x

축의 방향으로 $\frac{1}{3}$ 만큼,

y 축의 방향으로 $\frac{1}{2}$ 만큼 평행이동한 것이므로 위의 그림과 같다.

또 점근선은 두 직선 $x = \frac{1}{3}, y = \frac{1}{2}$ 이다.



- 05 유리함수 $y = \frac{k}{x+a} + b$ 의 그래프의 점근선은 두 직선 $x = -a, y = b$ 이므로 $a = -1, b = -1$

유리함수 $y = \frac{k}{x-1} - 1$ 의 그래프가 점 $(\frac{3}{2}, 0)$ 을 지나

$$\text{므로 } 0 = \frac{k}{\frac{3}{2}-1} - 1, k = \frac{1}{2}$$

- 06 (1) 유리함수 $y = \frac{2-2x}{x-2}$ 를 변형하면

$$y = \frac{2-2x}{x-2} = \frac{-2(x-2)-2}{x-2} = -\frac{2}{x-2} - 2$$

따라서 유리함수

$y = \frac{2-2x}{x-2}$ 의 그래프는

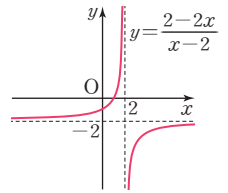
유리함수 $y = -\frac{2}{x}$ 의 그

래프를 x 축의 방향으로 2

만큼, y 축의 방향으로

-2만큼 평행이동한 것이므로 위의 그림과 같다.

또 점근선은 두 직선 $x = 2, y = -2$ 이다.



(2) 유리함수 $y = \frac{3x+2}{2x+1}$ 를 변형하면

$$y = \frac{3x+2}{2x+1} = \frac{\frac{3}{2}(2x+1) + \frac{1}{2}}{2x+1} \\ = \frac{1}{4x+2} + \frac{3}{2} = \frac{1}{4(x+\frac{1}{2})} + \frac{3}{2}$$

따라서 유리함수

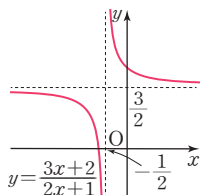
$y = \frac{3x+2}{2x+1}$ 의 그래프는

유리함수 $y = \frac{1}{4x}$ 의 그래프

를 x 축의 방향으로 $-\frac{1}{2}$

만큼, y 축의 방향으로 $\frac{3}{2}$ 만큼 평행이동한 것이므로 위의 그림과 같다.

또 점근선은 두 직선 $x = -\frac{1}{2}$, $y = \frac{3}{2}$ 이다.



02 무리함수의 그래프 340~349쪽

01 (1) 무리식 $\sqrt{5x-1} - \sqrt{4-2x}$ 의 값이 실수하려면 $\sqrt{5x-1}$, $\sqrt{4-2x}$ 의 값이 모두 실수이어야 한다.

$$\sqrt{5x-1} \text{에서 } 5x-1 \geq 0, x \geq \frac{1}{5} \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\sqrt{4-2x} \text{에서 } 4-2x \geq 0, x \leq 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } \frac{1}{5} \leq x \leq 2$$

(2) 무리식 $\frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{1-2x}}$ 의 값이 실수하려면 $\sqrt{x+3}$, $\sqrt{1-2x}$ 의 값이 모두 실수이어야 한다.

$$\sqrt{x+3} \text{에서 } x+3 \geq 0, x \geq -3 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\sqrt{1-2x} \text{에서 } 1-2x > 0, x < \frac{1}{2} \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } -3 \leq x < \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} 02 (1) & (\sqrt{x+2} + \sqrt{x-4})(\sqrt{x+2} - \sqrt{x-4}) \\ &= (\sqrt{x+2})^2 - (\sqrt{x-4})^2 \\ &= (x+2) - (x-4) \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & \frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{x+3}} + \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x-3}} \\ &= \frac{(\sqrt{x-3})^2 + (\sqrt{x+3})^2}{(\sqrt{x+3})(\sqrt{x-3})} \\ &= \frac{x-6\sqrt{x}+9+x+6\sqrt{x}+9}{(\sqrt{x})^2-3^2} \\ &= \frac{2x+18}{x-9} \end{aligned}$$

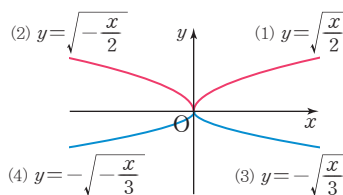
03 (1) 정의역은 $3x+2 \geq 0$ 인 실수 전체의 집합이므로

$$\{x \mid x \geq -\frac{2}{3}\}$$

(2) 정의역은 $-x+2 \geq 0$ 인 실수 전체의 집합이므로

$$\{x \mid x \leq 2\}$$

04



(1) 정의역: $\{x \mid x \geq 0\}$, 치역: $\{y \mid y \geq 0\}$

(2) 정의역: $\{x \mid x \leq 0\}$, 치역: $\{y \mid y \geq 0\}$

(3) 정의역: $\{x \mid x \geq 0\}$, 치역: $\{y \mid y \leq 0\}$

(4) 정의역: $\{x \mid x \leq 0\}$, 치역: $\{y \mid y \leq 0\}$

05 (1) $a > 0$ 일 때, 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$ 이고, 치역은 $\{y \mid y \leq 0\}$ 이다.

(3) 무리함수 $y = -\sqrt{-ax}$ ($a \neq 0$)의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.

따라서 옳은 것은 (2)이다.

06 (1) 무리함수 $y = \sqrt{-x+2} - 1$ 을 변형하면

$$y = \sqrt{-x+2} - 1 = \sqrt{-(x-2)} - 1$$

무리함수 $y = \sqrt{-x+2} - 1$ 의 그래프는 무리함수

$y = \sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.

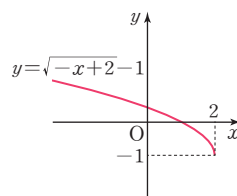
따라서 그 그래프는 오

른쪽 그림과 같다.

또 정의역은

$$\{x \mid x \leq 2\}, \text{ 치역은}$$

$$\{y \mid y \geq -1\} \text{이다.}$$



(2) 무리함수 $y = -\sqrt{x+3} + 2$ 의 그래프는 무리함수

$y = -\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

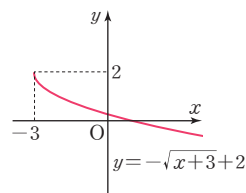
따라서 그 그래프는 오

른쪽 그림과 같다.

또 정의역은

$$\{x \mid x \geq -3\}, \text{ 치역은}$$

$$\{y \mid y \leq 2\} \text{이다.}$$



07 유리함수 $y = \frac{4x+13}{x+3}$ 을 변형하면

$$y = \frac{4x+13}{x+3} = \frac{4(x+3)+1}{x+3} = \frac{1}{x+3} + 4$$

두 점근선의 교점의 좌표가 (a, b) 이므로

$$a = -3, b = 4$$

$$\text{즉, } f(x) = \sqrt{-3x+4} + c$$

$f(0)=2$ 이므로 $2=\sqrt{4}+c$, $c=0$
 따라서 $f(x)=\sqrt{-3x+4}$ 이므로 정의역은
 $\{x \mid x \leq \frac{4}{3}\}$, 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$ 이다.

08 (1) 무리함수 $y=-\sqrt{5x-20}+3$ 을 변형하면

$$y=-\sqrt{5x-20}+3=-\sqrt{5(x-4)}+3$$

따라서 무리함수

$$y=-\sqrt{5x-20}+3 \text{의 그}$$

래프는 무리함수

$$y=-\sqrt{5x} \text{의 그래프를 } x$$

축의 방향으로 4만큼, y 축

의 방향으로 3만큼 평행이

동한 것이므로 위의 그림과 같다.

또 정의역은 $\{x \mid x \geq 4\}$, 치역은 $\{y \mid y \leq 3\}$ 이다.

(2) 무리함수 $y=-\sqrt{-5x+8}+5$ 를 변형하면

$$y=-\sqrt{-5x+8}+5 \\ =-\sqrt{-5\left(x-\frac{8}{5}\right)}+5$$

따라서 무리함수

$$y=-\sqrt{-5x+8}+5$$

의 그래프는 무리함

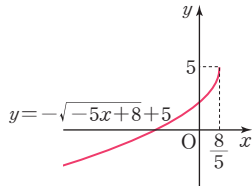
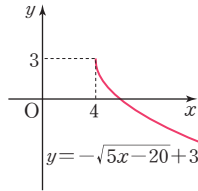
수 $y=-\sqrt{-5x}$ 의 그

래프를 x 축의 방향으

로 $\frac{8}{5}$ 만큼, y 축의 방향으로 5만큼 평행이동한 것이

므로 위의 그림과 같다.

또 정의역은 $\{x \mid x \leq \frac{8}{5}\}$, 치역은 $\{y \mid y \leq 5\}$ 이다.



09 무리함수 $y=-\sqrt{ax}+3$ 의 그래프를 평행이동하면

$$y-2=-\sqrt{a(x+2)}+3$$

$$\text{즉, } y=-\sqrt{a(x+2)}+5$$

이 그래프가 점 $(4, -1)$ 을 지나므로

$$-1=-\sqrt{6a}+5, \sqrt{6a}=6$$

따라서 $a=6$

시험 대비 대단원 TEST

..... 364~366쪽

1 ㄱ, ㄴ 2 {8, 11, 14, 23} 3 ④ 4 ①

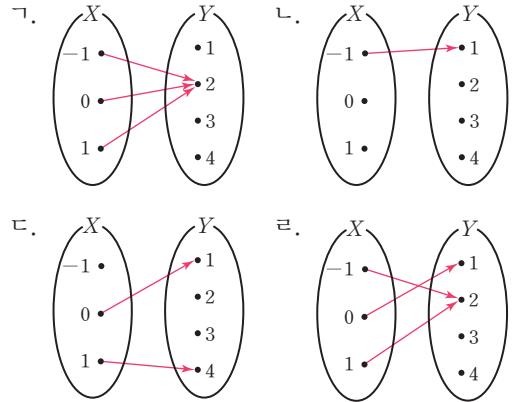
5 4 6 ① 7 $f(x)=8x+3$ 8 ⑤

9 -9 10 ④ 11 ③ 12 -5 13 7

14 (1) $h(x)=-2x+3$ (2) $h(x)=-\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$

15 5 16 1 17 $\frac{14}{3}$ 18 6

1 각 대응을 그림으로 나타내면 다음과 같다.



ㄴ. 집합 X 의 원소 0, 1에 대응하는 집합 Y 의 원소가 없으므로 X 에서 Y 로의 함수가 아니다.

ㄷ. 집합 X 의 원소 -1에 대응하는 집합 Y 의 원소가 없으므로 X 에서 Y 로의 함수가 아니다.

따라서 X 에서 Y 로의 함수인 것은 ㄱ, ㄹ이다.

2 $X=\{1, 2, 3, 6\}$ 이므로

$$f(1)=8, f(2)=11, f(3)=14, f(6)=23$$

따라서 구하는 치역은 $\{8, 11, 14, 23\}$

3 $a < 0$ 이므로 함수 f 가 일대일대응이 되려면

$$f(-1)=3, f(3)=-5 \text{이어야 한다.}$$

즉, $-a+b=3, 3a+b=-5$ 이므로

$$a=-2, b=1$$

따라서 $ab=-2$ 이므로 ④이다.

4 $(f \circ g)(1)=f(g(1))$

$$=f(3+a)$$

$$=2(3+a)+1$$

$$=2a+7$$

$$\text{즉, } 2a+7=-1 \text{이므로 } a=-4$$

따라서 ①이다.

5 $(f \circ f)(1)=f(f(1))=f(5)=1$

$$(f^{-1} \circ f^{-1})(3)=f^{-1}(f^{-1}(3)) \text{에서}$$

$$f^{-1}(3)=a \text{라고 하면 } f(a)=3 \text{이므로 } a=7$$

$$\text{즉, } f^{-1}(3)=7$$

$$f^{-1}(7)=b \text{라고 하면 } f(b)=7 \text{이므로 } b=3$$

$$\text{즉, } f^{-1}(7)=3$$

$$\text{따라서 } (f^{-1} \circ f^{-1})(3)=f^{-1}(f^{-1}(3))$$

$$=f^{-1}(7)=3$$

$$\text{그러므로 } (f \circ f)(1)+(f^{-1} \circ f^{-1})(3)=1+3=4$$

6 $(f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(1)=(f \circ f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(1)$

$$=(g^{-1} \circ f)(1)$$

$$=g^{-1}(f(1))$$

$$=g^{-1}(2)$$

$$g^{-1}(2)=k \text{라고 하면 } g(k)=2 \text{이므로}$$

$$3k+2=2, k=0$$

따라서 $(f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(1) = g^{-1}(2) = 0$ 이므로
①이다.

- 7 $g(x) = 2x + 1$ 에서 $y = 2x + 1$ 로 놓고 x 에 대하여 풀면

$$x = \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}$$

x 와 y 를 서로 바꾸면 $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

따라서 $g^{-1}(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ 이므로

$$(f \circ g^{-1})(x) = f(g^{-1}(x)) = f\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\right)$$

$$\text{즉, } f\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\right) = 4x - 1$$

이때 $\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = t$ 로 놓으면 $x = 2t + 1$ 이므로

$$f(t) = 4(2t + 1) - 1 = 8t + 3$$

따라서 $f(x) = 8x + 3$

- 8 유리함수 $y = \frac{2x-3}{x-5}$ 을 변형하면

$$y = \frac{2x-3}{x-5} = \frac{2(x-5)+7}{x-5} = \frac{7}{x-5} + 2$$

즉, $y = \frac{2x-3}{x-5}$ 의 그래프

는 $y = \frac{7}{x}$ 의 그래프를 x

축의 방향으로 5만큼, y

축의 방향으로 2만큼 평

행이동한 것이므로 오른

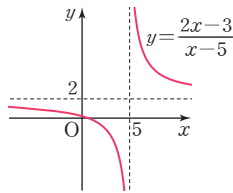
쪽 그림과 같다.

이때 정의역은 $\{x | x \neq 5 \text{인 실수}\}$, 치역은

$\{y | y \neq 2 \text{인 실수}\}$ 이고, 그래프는 제1사분면, 제2사분

면, 제4사분면을 지난다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이므로 ⑤이다.



- 9 점근선이 두 직선 $x = -1$, $y = -3$ 이므로

$$a = 1, c = -3$$

유리함수 $y = \frac{b}{x+1} - 3$ 의 그래프가 원점을 지나므로

$$0 = b - 3, b = 3$$

따라서 $abc = -9$

- 10 유리함수 $y = \frac{4x+10}{x+a}$ 을 변형하면

$$\begin{aligned} y &= \frac{4x+10}{x+a} \\ &= \frac{4(x+a)+10-4a}{x+a} \\ &= \frac{10-4a}{x+a} + 4 \end{aligned}$$

유리함수 $y = \frac{4x+10}{x+a}$ 의 그래프는 점근선의 교점에

대하여 대칭이고, 점근선의 교점의 좌표는 $(-a, 4)$

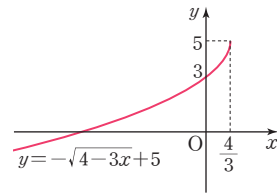
이므로 $a = -3, b = 4$

따라서 $a+b = 1$ 이므로 ④이다.

- 11 무리함수 $y = -\sqrt{4-3x} + 5$ 를 변형하면

$$y = -\sqrt{4-3x} + 5 = -\sqrt{-3\left(x - \frac{4}{3}\right)} + 5$$

이므로 그 그래프는 다음 그림과 같다.



① 정의역은 $\{x | x \leq \frac{4}{3}\}$ 이다.

② 치역은 $\{y | y \leq 5\}$ 이다.

③ 그래프는 제4사분면을 지나지 않는다.

④ 그래프는 y 축과 점 $(0, 3)$ 에서 만난다.

⑤ 그래프를 평행이동하면 $y = -\sqrt{-3x}$ 의 그래프와 겹쳐진다.

따라서 옳은 것은 ③이다.

- 12 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로 무리함수 $y = \sqrt{ax+6} + 3$ 의 역함수의 그래프가 점 $(7, -2)$ 를 지나면 무리함수 $y = \sqrt{ax+6} + 3$ 의 그래프는 점 $(-2, 7)$ 을 지난다.

$$\text{즉, } 7 = \sqrt{-2a+6} + 3, 4 = \sqrt{-2a+6}$$

$$\text{양변을 제곱하면 } 16 = -2a + 6$$

따라서 $a = -5$

- 13 $f = g$ 이므로 $2x^2 - 3x - 3 = x^3 - 4x - 1$ 에서

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$$

$$(x+1)(x-1)(x-2) = 0$$

따라서 $x = -1$ 또는 $x = 1$ 또는 $x = 2$ ▶ 40%

즉, 집합 X 는 집합 $\{-1, 1, 2\}$ 의 부분집합 중에서 $\emptyset$ 을 제외한 부분집합이다.

따라서 구하는 집합 X 의 개수는

$$2^3 - 1 = 7 \quad \text{▶ 60\%}$$

- 14 (1) $f(h(x)) = g(x)$ 이므로

$$-2h(x) + 1 = 4x - 5$$

$$\text{따라서 } h(x) = -2x + 3 \quad \text{▶ 40\%}$$

- (2) $h(g(x)) = f(x)$ 이므로

$$h(4x-5) = -2x + 1 \quad \text{▶ 20\%}$$

$$4x-5 = t \text{로 놓으면 } x = \frac{1}{4}t + \frac{5}{4} \text{이므로} \quad \text{▶ 20\%}$$

$$h(t) = -2\left(\frac{1}{4}t + \frac{5}{4}\right) + 1 = -\frac{1}{2}t - \frac{3}{2}$$

$$\text{따라서 } h(x) = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \quad \text{▶ 20\%}$$

- 15 $f(1) = 2, f(2) = 3, f(3) = 1, f(4) = 4$ 이므로

$$f^3(1) = 1, f^3(2) = 2, f^3(3) = 3, f^3(4) = 4$$

즉, $f^3(x) = x$ 이므로 $f^{3n}(x) = x$

▶ 60%

$$\begin{aligned} & \text{따라서 } f^{100}(1) - f^{200}(2) + f^{300}(4) \\ &= f(1) - f^2(2) + 4 \\ &= 2 - 1 + 4 = 5 \end{aligned}$$

▶ 40%

$$\begin{aligned} 16 \quad (g \circ f)(x) &= g(f(x)) \\ &= g(ax-1) \\ &= 2(ax-1) + b \\ &= 2ax + b - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (g \circ f)(x) &= 2x - 1 \text{ 이므로} \\ 2a &= 2, \quad b - 2 = -1 \end{aligned}$$

$$\text{즉, } a=1, \quad b=1$$

$$\text{따라서 } f(x)=x-1, \quad g(x)=2x+1 \quad \text{▶ 60\%}$$

$$(g^{-1} \circ f)(4) = g^{-1}(f(4)) = g^{-1}(3) \text{ 이고,}$$

$$g^{-1}(3) = k \text{ 라고 하면 } g(k) = 3$$

$$2k+1=3, \quad k=1$$

$$\text{즉, } g^{-1}(3)=1$$

$$\text{따라서 } (g^{-1} \circ f)(4)=1 \quad \text{▶ 40\%}$$

$$17 \quad x^2 - 8x + 15 \leq 0 \text{ 에서 } (x-3)(x-5) \leq 0$$

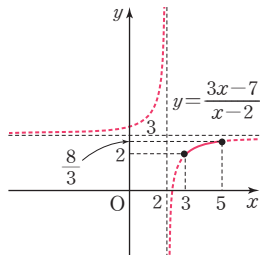
$$\text{이 부등식을 풀면 } 3 \leq x \leq 5 \quad \text{▶ 20\%}$$

$$\text{유리함수 } y = \frac{3x-7}{x-2} \text{ 을 변형하면}$$

$$y = \frac{3x-7}{x-2} = \frac{3(x-2)-1}{x-2} = -\frac{1}{x-2} + 3$$

유리함수 $y = \frac{3x-7}{x-2}$ 의 그래프는 $y = -\frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

즉, $3 \leq x \leq 5$ 에서 그래프는 다음 그림과 같다.



$$\text{따라서 최솟값은 } x=3 \text{ 일 때 } 2 \text{ 이므로 } m=2 \quad \text{▶ 30\%}$$

$$\text{최댓값은 } x=5 \text{ 일 때 } \frac{8}{3} \text{ 이므로 } M = \frac{8}{3} \quad \text{▶ 30\%}$$

$$\text{따라서 } M+m = \frac{14}{3} \quad \text{▶ 20\%}$$

$$18 \quad \text{무리함수 } y = \sqrt{3x} - 2 \text{ 의 그래프를 } x \text{ 축의 방향으로 } a \text{ 만큼, } y \text{ 축의 방향으로 } b \text{ 만큼 평행이동하면}$$

$$y - b = \sqrt{3(x-a)} - 2$$

$$\text{즉, } y = \sqrt{3x-3a} - 2 + b \quad \text{▶ 40\%}$$

이 함수의 그래프가 무리함수 $y = \sqrt{3x-6} + 2$ 의 그래프와 겹쳐지므로

$$-3a = -6, \quad -2 + b = 2$$

$$\text{즉, } a=2, \quad b=4 \quad \text{▶ 40\%}$$

$$\text{따라서 } a+b=6 \quad \text{▶ 20\%}$$

VI 경우의 수

Plus 연습

1 경우의 수

01 합의 법칙과 곱의 법칙 369~375쪽

01 숫자 1, 2, 3, 4, 5가 각각 적힌 카드 5장 중에서 2장을 뽑아 두 자리의 자연수를 만들 때, 짝수인 경우는 다음과 같다.

(i) 일의 자리의 수가 2일 때,

12, 32, 42, 52로 4개

(ii) 일의 자리의 수가 4일 때,

14, 24, 34, 54로 4개

(i), (ii)에서 구하는 짝수의 개수는

$$4 + 4 = 8$$

02 나오는 눈의 수의 합이 6 또는 7인 경우를 순서쌍으로 나타내면

(i) 눈의 수의 합이 6일 때,

(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)로 5개

(ii) 눈의 수의 합이 7일 때,

(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)로 6개

(i), (ii)에서 구하는 모든 경우의 수는

$$5 + 6 = 11$$

03 지점 A에서 지점 B로 가는 경우의 수는 2이고, 그 각각에 대하여 지점 B에서 지점 C로 가는 경우의 수는 5이다.

따라서 구하는 모든 경우의 수는

$$2 \times 5 = 10$$

04 지점 A에서 지점 B를 거쳐 지점 C로 가는 경우의 수는 $3 \times 3 = 9$

지점 A에서 지점 D를 거쳐 지점 C로 가는 경우의 수는 $2 \times 3 = 6$

따라서 지점 A에서 지점 C로 가는 모든 경우의 수는

$$9 + 6 = 15$$

05 (1) 432를 소인수분해하면 $432 = 2^4 \times 3^3$ 이므로 432의 양의 약수의 개수는 2^4 의 양의 약수의 개수와 3^3 의 양의 약수의 개수를 곱한 것과 같다.

이때 2^4 의 양의 약수는 1, 2, 2^2 , 2^3 , 2^4 으로 5개이고, 3^3 의 양의 약수는 1, 3, 3^2 , 3^3 으로 4개이다.

따라서 432의 양의 약수의 개수는

$$5 \times 4 = 20$$

- (2) 450을 소인수분해하면 $450=2 \times 3^2 \times 5^2$ 이므로
450의 양의 약수의 개수는 2의 양의 약수의 개수,
 3^2 의 양의 약수의 개수, 5^2 의 양의 약수의 개수를
곱한 것과 같다.
이때 2의 양의 약수는 1, 2로 2개, 3^2 의 양의 약수
는 1, 3, 3^2 으로 3개, 5^2 의 양의 약수는 1, 5, 5^2 으
로 3개이다.
따라서 450의 양의 약수의 개수는
 $2 \times 3 \times 3 = 18$

- 06** (1) $(a+b+c)(p+q)(x+y+z)$ 에서 세 다항식
 $a+b+c$, $p+q$, $x+y+z$ 의 항의 개수는 각각 a ,
 b , c 로 3개, p , q 로 2개, x , y , z 로 3개이다.
따라서 모든 항의 개수는
 $3 \times 2 \times 3 = 18$
(2) s 를 포함해야 하므로
 $(a+b)(p+q+r+s)(x+y)$ 에서 세 다항식을
 $a+b$, s , $x+y$ 로 생각하면 각 다항식의 항의 개수
는 각각 a , b 로 2개, s 로 1개, x , y 로 2개이다.
따라서 s 를 포함한 항의 개수는
 $2 \times 1 \times 2 = 4$

02 순열 376~380쪽

- 01** (1) 구하는 모든 방법의 수는 9명 중에서 4명을 뽑는
순열의 수와 같으므로
 ${}_9P_4 = 9 \times 8 \times 7 \times 6 = 3024$
(2) 구하는 모든 방법의 수는 11곳 중에서 3곳을 뽑는
순열의 수와 같으므로
 ${}_{11}P_3 = 11 \times 10 \times 9 = 990$
- 02** (1) $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$
(2) $8! = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 40320$
- 03** (1) a , b , c , d 를 1개로 생각하면 문자 3개를 일렬로
나열하는 경우의 수는 $3!$
그 각각에 대하여 a , b , c , d 4개를 서로 자리를
바꾸어 나열하는 경우의 수는 $4!$
따라서 구하는 모든 경우의 수는
 $3! \times 4! = 144$
(2) e , f 를 제외한 문자 4개를 일렬로 나열하는 경우의
수는 $4!$
그 각각에 대하여 양 끝에 e , f 를 나열하는 경우의
수는 $2!$
따라서 구하는 모든 경우의 수는
 $4! \times 2! = 48$

03 조합 381~386쪽

- 01** (1) 구하는 모든 방법의 수는 학생 11명 중에서 4명을
뽑는 조합의 수와 같으므로
 ${}_{11}C_4 = \frac{{}_{11}P_4}{4!} = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 330$
(2) 구하는 모든 경우의 수는 사탕 9개 중에서 3개를
뽑는 조합의 수와 같으므로
 ${}_9C_3 = \frac{{}_9P_3}{3!} = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 84$
- 02** 서로 다른 점 5개에서 순서를 생각하지 않고 4개를
택하는 모든 방법의 수와 같으므로 ${}_5C_4 = 5$
- 03** 삼각형이 되려면 서로 다른 점 9개 중에서 점 3개를
택해야 하고, 이때 각 점을 택하는 순서는 생각하지
않으므로 그 경우의 수는 ${}_9C_3$
그런데 한 번 위에 있는 점 4개 중에서 점 3개를 택하
면 삼각형이 되지 않는다.
점 4개 중에서 점 3개를 택하는 경우의 수는 ${}_4C_3$ 이고,
점 4개가 있는 변의 수는 3이므로 구하는 삼각형의 개
수는 ${}_9C_3 - {}_4C_3 \times 3 = 84 - 12 = 72$
- 04** (1) 학생 11명 중에서 순서를 생각하지 않고 5명을 뽑
는 모든 방법의 수는
 ${}_{11}C_5 = 462$
(2) 남학생 6명 중에서 순서를 생각하지 않고 3명을 뽑
는 방법의 수는 ${}_6C_3$
그 각각에 대하여 여학생 5명 중에서 순서를 생각
하지 않고 2명을 뽑는 방법의 수는 ${}_5C_2$
따라서 구하는 모든 방법의 수는
 ${}_6C_3 \times {}_5C_2 = 20 \times 10 = 200$
(3) 적어도 여학생 1명을 뽑는 경우는 학생 11명 중에
서 순서를 생각하지 않고 5명을 뽑는 경우에서 5명
모두 남학생을 뽑는 경우를 제외한 것과 같다.
남학생 6명 중에서 순서를 생각하지 않고 5명을 뽑
는 방법의 수는 ${}_6C_5$
따라서 구하는 모든 방법의 수는
 ${}_{11}C_5 - {}_6C_5 = 462 - 6 = 456$
- 05** 가로줄 6개 중에서 2개, 세로줄 6개 중에서 2개를 택
하면 직사각형 1개가 결정되므로 만들 수 있는 사각형
의 개수는
 ${}_6C_2 \times {}_6C_2 = 15 \times 15 = 225$
큰 정사각형의 한 변의 길이를 5라고 하면 한 변의 길
이가 1, 2, 3, 4, 5인 정사각형의 개수는 각각 25, 16,
9, 4, 1이므로 만들 수 있는 정사각형의 개수는
 $25 + 16 + 9 + 4 + 1 = 55$
따라서 구하는 직사각형의 개수는
 $225 - 55 = 170$

1 9	2 ③	3 6	4 13	5 ⑤
6 ②	7 216	8 48	9 34번째	10 ②
11 60	12 ①	13 (1) 20	(2) 35	14 35
15 288	16 72	17 135	18 18	19 72

- 1 나오는 눈의 수의 합이 5 또는 6인 경우를 순서쌍으로 나타내면

(i) 눈의 수의 합이 5일 때

(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)로 4개

(ii) 눈의 수의 합이 6일 때

(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)로 5개

(i), (ii)에서 구하는 모든 경우의 수는

$$4+5=9$$

- 2 1부터 100까지 자연수 중에서 2의 배수의 개수는 50, 7의 배수의 개수는 14이다.

이때 2와 7의 공배수, 즉 14의 배수의 개수는 7이므로 2의 배수 또는 7의 배수의 개수는

$$50+14-7=57$$

따라서 ③이다.

- 3 지불할 수 있는 모든 방법의 동전의 개수를 표로 나타내면 다음과 같다.

500원	100원	50원
2	2	0
2	1	2
2	0	4
1	7	0
1	6	2
1	5	4

따라서 지불할 수 있는 모든 방법의 수는 6이다.

- 4 지점 A에서 지점 B를 거쳐 지점 D로 가는 경우의 수는 $3 \times 3 = 9$

지점 A에서 지점 C를 거쳐 지점 D로 가는 경우의 수는 $2 \times 2 = 4$

따라서 구하는 모든 경우의 수는

$$9+4=13$$

- 5 항의 개수는

$$m=4 \times 3 \times 2=24$$

z 를 포함하지 않는 항의 개수는

$$n=4 \times 2 \times 2=16$$

따라서 $m+n=24+16=40$

그러므로 ⑤이다.

- 6 (i) a 는 홀수, b 는 0 또는 짝수인 경우

a 가 될 수 있는 숫자는 1, 3, 5, 7, 9로 5개이고, b 가 될 수 있는 숫자는 0, 2, 4, 6, 8로 5개이므로 구하는 자연수의 개수는

$$5 \times 5 = 25$$

(ii) a 는 짝수, b 는 홀수인 경우

a 가 될 수 있는 숫자는 2, 4, 6, 8로 4개이고, b 가 될 수 있는 숫자는 1, 3, 5, 7, 9로 5개이므로 구하는 자연수의 개수는

$$4 \times 5 = 20$$

(i), (ii)에서 구하는 자연수의 개수는

$$25+20=45$$

따라서 ②이다.

- 7 맨 앞에 서는 남학생을 택하는 경우의 수는 ${}_3P_1$

맨 뒤에 서는 여학생을 택하는 경우의 수는 ${}_3P_1$

나머지 4명이 일렬로 서는 경우의 수는 $4!$

따라서 구하는 모든 경우의 수는

$${}_3P_1 \times {}_3P_1 \times 4! = 3 \times 3 \times 24 = 216$$

- 8 양 끝에 나열하는 모음 2개를 제외한 문자 4개를 나열하는 경우의 수는 $4!$

그 각각에 대하여 모음 2개의 자리를 서로 바꾸어 나열하는 경우의 수는 $2!$

따라서 구하는 모든 경우의 수는

$$4! \times 2! = 24 \times 2 = 48$$

- 9 맨 앞의 문자가 a 인 경우의 수는 $4!$

맨 앞의 두 문자가 ba 인 경우의 수는 $3!$

맨 앞의 세 문자가 bca 인 경우의 수는 $2!$

맨 앞의 네 문자가 $bcd a$ 인 경우의 수는 $1!$

따라서 $4!+3!+2!+1!=24+6+2+1=33$ 이므로 $bcd e a$ 는 34번째이다.

- 10 $n(n-1)(n-2)=8 \times \frac{n(n-1)}{2}$

이때 $n \geq 3$ 이므로 양변을 $n(n-1)$ 로 나누면

$$n-2=4, \text{ 즉 } n=6$$

따라서 ②이다.

- 11 케이크 5종류 중에서 3종류를 택하는 방법의 수는

$${}_5C_3$$

음료 4종류 중에서 2종류를 택하는 방법의 수는

$${}_4C_2$$

따라서 구하는 방법의 수는

$${}_5C_3 \times {}_4C_2 = 10 \times 6 = 60$$

- 12 점 12개 중에서 3개를 택하는 경우의 수는

$${}_{12}C_3 = 220$$

한 직선 위에 점 3개가 있는 경우에는 삼각형이 만들 어지지 않는다.

- (i) 한 가로줄에 있는 점 4개 중에서 3개를 택하는 경우의 수는 ${}_4C_3$

이때 가로줄이 3개이므로
 $3 \times {}_4C_3 = 3 \times 4 = 12$

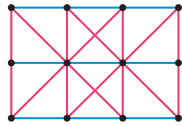
- (ii) 한 세로줄 또는 대각선에 있는 점 3개 중에서 3개를 택하는 경우의 수는 ${}_3C_3$

이때 세로줄과 대각선이 8개이므로
 $8 \times {}_3C_3 = 8 \times 1 = 8$

따라서 구하는 삼각형의 개수는

$$220 - (12 + 8) = 200$$

그러므로 ①이다.



- 13** (1) 구하는 자연수의 해 (a, b, c) 의 개수는 6개의 숫자 4, 5, 6, 7, 8, 9 중에서 3개를 택하는 조합의 수와 같으므로 ${}_6C_3 = 20$

- (2) 구하는 자연수의 해 (a, b, c) 는

$$3 < a < b < c < 10 \text{ 또는 } 3 < a = b < c < 10$$

을 만족시켜야 한다.

(1)에서 $3 < a < b < c < 10$ 을 만족시키는 자연수의 해 (a, b, c) 의 개수는 20

$3 < a = b < c < 10$ 을 만족시키는 자연수의 해 (a, b, c) 의 개수는 6개의 숫자 4, 5, 6, 7, 8, 9 중에서 2개를 택하는 조합의 수와 같으므로

$${}_6C_2 = 15$$

따라서 구하는 자연수의 해 (a, b, c) 의 개수는

$$20 + 15 = 35$$

- 14** (i) 백의 자리의 숫자가 5일 때

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 5개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 4개이므로 자연수의 개수는

$$5 \times 4 = 20 \quad \blacktriangleright 30\%$$

- (ii) 백의 자리의 숫자가 4일 때 만들 수 있는 자연수의 개수는 (i)과 같은 방법으로 $5 \times 4 = 20$

이 중에서 410보다 작거나 같은 자연수는 401, 402, 403, 405, 410으로 5개이므로 백의 자리의 숫자가 4인 자연수 중에서 410보다 큰 자연수의 개수는 $20 - 5 = 15$

$\blacktriangleright 50\%$

- (i), (ii)에서 구하는 자연수의 개수는

$$20 + 15 = 35 \quad \blacktriangleright 20\%$$

- 15** a, b 를 문자 1개로 생각하고, e, f, g 를 문자 1개로 생각하면 문자 4개를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$4! = 24 \quad \blacktriangleright 30\%$$

그 각각에 대하여 a, b 가 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2! = 2$

$\blacktriangleright 20\%$

e, f, g 가 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는

$$3! = 6 \quad \blacktriangleright 20\%$$

따라서 구하는 모든 경우의 수는

$$24 \times 2 \times 6 = 288 \quad \blacktriangleright 30\%$$

- 16** (i) 노란 꽃 2송이, 빨간 꽃 1송이, 흰 꽃 1송이를 고르는 경우의 수는

$${}_4C_2 \times {}_3C_1 \times {}_2C_1 = 6 \times 3 \times 2 = 36 \quad \blacktriangleright 30\%$$

- (ii) 노란 꽃 1송이, 빨간 꽃 2송이, 흰 꽃 1송이를 고르는 경우의 수는

$${}_4C_1 \times {}_3C_2 \times {}_2C_1 = 4 \times 3 \times 2 = 24 \quad \blacktriangleright 30\%$$

- (iii) 노란 꽃 1송이, 빨간 꽃 1송이, 흰 꽃 2송이를 고르는 경우의 수는

$${}_4C_1 \times {}_3C_1 \times {}_2C_2 = 4 \times 3 \times 1 = 12 \quad \blacktriangleright 30\%$$

- (i)~(iii)에서 구하는 모든 경우의 수는

$$36 + 24 + 12 = 72 \quad \blacktriangleright 10\%$$

- 17** 학생 11명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는

$${}_{11}C_3 = 165 \quad \blacktriangleright 20\%$$

A반에서 3명을 뽑는 경우의 수는

$${}_6C_3 = 20 \quad \blacktriangleright 20\%$$

B반에서 3명을 뽑는 경우의 수는

$${}_5C_3 = 10 \quad \blacktriangleright 20\%$$

따라서 구하는 모든 경우의 수는

$$165 - (20 + 10) = 135 \quad \blacktriangleright 40\%$$

- 18** 주어진 조건에서

$$f(1) > f(2) > f(3) > f(4) > f(5)$$

이고, $f(3) = 6$ 이므로 $f(1) > f(2)$ 인 경우의 수는 집합 Y 의 원소 7, 8, 9 중에서 2개를 뽑는 조합의 수와 같다.

즉, ${}_3C_2 = 3 \quad \blacktriangleright 40\%$

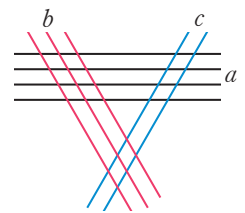
또 $f(4) > f(5)$ 인 경우의 수는 집합 Y 의 원소 2, 3, 4, 5 중에서 2개를 뽑는 조합의 수와 같다.

즉, ${}_4C_2 = 6 \quad \blacktriangleright 40\%$

따라서 구하는 함수 f 의 개수는

$$3 \times 6 = 18 \quad \blacktriangleright 20\%$$

- 19** 오른쪽 그림과 같이 평행한 직선 4개, 3개, 2개를 각각 a, b, c 라고 하면 이 평행선으로 만들 수 있는 평행사변형이 아닌 사다리꼴의 개수는 다음과 같이 구할 수 있다.



- (i) a 에서 2개, b, c 에서 각각 1개씩 택하는 경우의 수는 ${}_4C_2 \times {}_3C_1 \times {}_2C_1 = 6 \times 3 \times 2 = 36 \quad \blacktriangleright 30\%$

- (ii) b 에서 2개, a, c 에서 각각 1개씩 택하는 경우의 수는 ${}_3C_2 \times {}_4C_1 \times {}_2C_1 = 3 \times 4 \times 2 = 24 \quad \blacktriangleright 30\%$

- (iii) c 에서 2개, a, b 에서 각각 1개씩 택하는 경우의 수는 ${}_2C_2 \times {}_4C_1 \times {}_3C_1 = 1 \times 4 \times 3 = 12 \quad \blacktriangleright 30\%$

- (i)~(iii)에서 구하는 사다리꼴의 개수는

$$36 + 24 + 12 = 72 \quad \blacktriangleright 10\%$$

