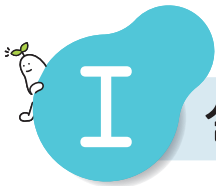


정답 친해

자습서 &
평가문제집

중등 수학 3





실수와 그 연산

1. 제곱근과 실수

시험에 꼭 나오는 유형별 핵심 문제 5~8쪽

01 ②	02 ①, ④	03 ⑤	04 ④	05 ④
06 ④	07 $-(\sqrt{5})^2, -\sqrt{4^2}, \sqrt{3^2}, \sqrt{(-6)^2}$	08 ①		
09 ③, ④	10 ⑤	11 $-2a$	12 ①	13 ④
14 $2a-2b$	15 ④	16 55	17 12	18 ④
19 25	20 ③	21 ②, ⑤	22 ⑤	23 ④
24 $-\sqrt{5}$	25 점 P: $-3-\sqrt{5}$, 점 Q: $1+\sqrt{13}$			
26 $5-\sqrt{10}$	27 ②, ⑤	28 ④	29 (1) 2,452 (2) 2,496	
30 $a=2.126, b=4.63$	31 6,943 m			

01 'x가 a의 제곱근'의 의미는 'x를 제곱하여 a가 되는 것'이므로 $x^2=a$ 이다.
따라서 바르게 나타낸 것은 ②이다.

02 ① $\sqrt{16}=4$ 이고 4의 제곱근은 ± 2 이다.
② $\frac{4}{9}$ 의 제곱근은 $\pm \frac{2}{3}$ 이다.
③ 제곱근 36은 6이다.
④ 0의 제곱근은 0뿐이므로 1개이다.
⑤ 음수의 제곱근은 없다.
따라서 옳은 것은 ①, ④이다.

03 $(-9)^2=81$ 의 양의 제곱근은 9이므로 $a=9$
 $\sqrt{256}=16$ 의 음의 제곱근은 -4 이므로 $b=-4$
따라서 $a-b=9-(-4)=13$ 이다.

04 (직사각형의 넓이) $=5 \times 3=15(\text{cm}^2)$ 이므로
(정사각형의 넓이) $=15 \times 2=30(\text{cm}^2)$
따라서 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{30}$ cm이다.

05 ①, ②, ③, ⑤ 3 ④ -3
따라서 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

06 ④ $(-\sqrt{8})^2=8$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

07 $\sqrt{3^2}=3, -\sqrt{4^2}=-4, -(\sqrt{5})^2=-5, \sqrt{(-6)^2}=6$ 이므로
로 작은 것부터 차례로 나열하면
 $-(\sqrt{5})^2, -\sqrt{4^2}, \sqrt{3^2}, \sqrt{(-6)^2}$

08 ① $\sqrt{3^2}+\sqrt{(-7)^2}=3+7=10$
② $\sqrt{8^2} \div \sqrt{(-2)^2}=8 \div 2=4$
③ $(-\sqrt{13})^2-\sqrt{4^2}=13-4=9$
④ $(-\sqrt{5})^2 \times \left(\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2=5 \times \frac{1}{5}=1$
⑤ $-\sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2} \div \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2}=-\frac{3}{2} \div \frac{1}{2}=-3$
따라서 계산 결과가 가장 큰 것은 ①이다.

09 ① $(\sqrt{a})^2=a$
② $\sqrt{(-5a)^2}=5a$
④ $-\sqrt{4a^2}=-\sqrt{(2a)^2}=-2a$
⑤ $-(\sqrt{(-6a)^2})=-6a$
따라서 옳은 것은 ③, ④이다.

10 ① $|a|=-a$ ② $(\sqrt{-a})^2=-a$
③ $(-\sqrt{-a})^2=-a$ ④ $-(\sqrt{a^2})=-a$
⑤ $-\sqrt{(-a)^2}=a$
따라서 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다.

11 $a < 0$ 일 때, $-5a > 0, 3a < 0$ 이므로
 $\sqrt{(-5a)^2}-\sqrt{9a^2}=\sqrt{(-5a)^2}-\sqrt{(3a)^2}$
 $=-5a-(-3a)=-2a$

12 $ab < 0$ 에서 a와 b의 부호는 서로 다르고 $a < b$ 이므로
 $a < 0, b > 0$
따라서
 $\sqrt{4a^2}-\sqrt{(-a)^2}+\sqrt{(-b)^2}$
 $=\sqrt{(2a)^2}-\sqrt{(-a)^2}+\sqrt{(-b)^2}$
 $=-2a-(-a)+b=-a+b$

13 $-3 < x < 5$ 일 때, $x-5 < 0, x+3 > 0$ 이므로
 $\sqrt{(x-5)^2}-\sqrt{(x+3)^2}=-(x-5)-(x+3)$
 $=-x+5-x-3$
 $=-2x+2$

14 $a > b > c > 0$ 일 때, $a-b > 0, b-c > 0, c-a < 0$ 이므로
 $\sqrt{(a-b)^2}-\sqrt{(b-c)^2}+\sqrt{(c-a)^2}$
 $=a-b-(b-c)+\{-(c-a)\}$
 $=a-b-b+c-c+a$
 $=2a-2b$

15 $\sqrt{\frac{50x}{3}}=\sqrt{\frac{5^2 \times 2 \times x}{3}}$ 가 자연수가 되려면
 $x=2 \times 3 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수 x의 값은 $2 \times 3 \times 1^2=6$ 이다.

- 16 x 가 자연수이므로 $\sqrt{17-x}$ 가 정수가 되려면 $17-x$ 의 값이 17보다 작은 자연수의 제곱인 수 또는 0이어야 한다.
즉, $17-x$ 는 0, 1, 4, 9, 16이어야 하므로 자연수 x 의 값은 17, 16, 13, 8, 1

따라서 모든 자연수 x 의 값의 합은

$$17+16+13+8+1=55$$

- 17 $\sqrt{\frac{48}{n}} = \sqrt{\frac{2^4 \times 3}{n}}$ 이 자연수가 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 n 은 $3, 3 \times 2^2=12, 3 \times 2^4=48$ 이어야 한다.

또 $\sqrt{24+n}$ 이 자연수가 되려면 $24+n$ 의 값이 24보다 큰 자연수의 제곱인 수이어야 한다.

즉, $24+n$ 은 25, 36, 49, 64, ...이어야 하므로 자연수 n 의 값은 1, 12, 25, 40, ...

따라서 구하는 자연수 n 의 값은 12이다.

- 18 ① $\sqrt{17} < \sqrt{18}$
② $3=\sqrt{9}$ 이고 $\sqrt{9} > \sqrt{8}$ 이므로 $3 > \sqrt{8}$
③ $2=\sqrt{4}$ 이고 $\sqrt{5} > \sqrt{4}$ 이므로 $-\sqrt{5} < -2$
④ $0.1=\sqrt{0.01}$ 이고 $\sqrt{0.1} > \sqrt{0.01}$ 이므로 $\sqrt{0.1} > 0.1$
⑤ $\frac{1}{3}=\sqrt{\frac{1}{9}}$ 이고 $\sqrt{\frac{1}{2}} > \sqrt{\frac{1}{9}}$ 이므로 $\sqrt{\frac{1}{2}} > \frac{1}{3}$
따라서 옳은 것은 ④이다.

- 19 음수끼리 대소를 비교하면
 $3=\sqrt{9}$ 이고 $5 < 9$ 에서 $\sqrt{5} < \sqrt{9}$ 이므로 $-\sqrt{5} > -\sqrt{9}$
즉, $-\sqrt{5} > -3$ 이므로 $a = -3$
양수끼리 대소를 비교하면
 $\sqrt{(-4)^2} = \sqrt{16}$ 이고 $\frac{7}{2} < 10 < 16$ 이므로
 $\sqrt{\frac{7}{2}} < \sqrt{10} < \sqrt{(-4)^2}$, 즉 $b = \sqrt{(-4)^2}$
따라서 $a^2 + b^2 = (-3)^2 + \{\sqrt{(-4)^2}\}^2 = 9 + 16 = 25$

- 20 $a = \frac{1}{2}$ 이라고 하면

$$\begin{array}{lll} \text{① } \sqrt{\frac{1}{a}} = \sqrt{2} & \text{② } a = \frac{1}{2} & \text{③ } \frac{1}{a} = 2 \\ \text{④ } \sqrt{a} = \sqrt{\frac{1}{2}} & \text{⑤ } a^2 = \frac{1}{4} \end{array}$$

따라서 그 값이 가장 큰 것은 ③이다.

[다른 풀이]

$0 < a < 1$ 이므로 $a^2 < a$ 에서 $a < \sqrt{a}$

$a < \frac{1}{a}$ 이므로 $\sqrt{a} < \sqrt{\frac{1}{a}}$

$\frac{1}{a} > 1$ 이므로 $\left(\frac{1}{a}\right)^2 > \frac{1}{a}$ 에서 $\frac{1}{a} > \sqrt{\frac{1}{a}}$

따라서 값이 큰 것부터 차례로 나열하면 $\frac{1}{a}, \sqrt{\frac{1}{a}}, \sqrt{a}, a, a^2$ 이므로 그 값이 가장 큰 것은 ③이다.

$$21 \text{ ① } \sqrt{0.\dot{1}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{1}{3} \text{ (유리수)}$$

$$\text{③ } \sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4 \text{ (유리수)}$$

$$\text{④ } \sqrt{289} = \sqrt{17^2} = 17 \text{ (유리수)}$$

따라서 무리수인 것은 ②, ⑤이다.

- 22 정사각형의 한 변의 길이를 각각 구하면

$$\text{① } \sqrt{6} \quad \text{② } \sqrt{8} \quad \text{③ } \sqrt{12}$$

$$\text{④ } \sqrt{20} \quad \text{⑤ } \sqrt{49} = 7$$

따라서 정사각형의 한 변의 길이가 무리수가 아닌 것은 ⑤이다.

- 23 ① 무한소수 중에서 순환소수는 유리수이다.

② 무리수는 순환소수가 아닌 무한소수로 나타내어지는 수이다.

③ 0은 정수이므로 유리수이다.

⑤ 근호 안의 수가 어떤 유리수의 제곱인 수는 유리수이다.
따라서 옳은 것은 ④이다.

- 24 넓이가 5인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$ 이므로

$$\overline{OA} = \overline{OR} = \sqrt{5} \text{이다.}$$

따라서 점 A에 대응하는 수는 $-\sqrt{5}$ 이다.

- 25 $\overline{AP} = \overline{AB} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$ 이므로 점 P에 대응하는 수는 $-3 - \sqrt{5}$ 이다.

$$\overline{CQ} = \overline{CD} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13} \text{이므로 점 Q에 대응하는 수는 } 1 + \sqrt{13} \text{이다.}$$

- 26 $\overline{BQ} = \overline{BC} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$ 이고, 점 Q에 대응하는 수가 $5 + \sqrt{10}$ 이므로 점 B에 대응하는 수는 5이다.

이때 $\overline{BP} = \overline{BA} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$ 이므로 점 P에 대응하는 수는 $5 - \sqrt{10}$ 이다.

- 27 ① $(\sqrt{8}-2)-1 = \sqrt{8}-3 = \sqrt{8}-\sqrt{9} < 0$ 이므로 $\sqrt{8}-2 < 1$

$$\text{② } (1+\sqrt{10})-4 = \sqrt{10}-3 = \sqrt{10}-\sqrt{9} > 0 \text{이므로 } 1+\sqrt{10} > 4$$

$$\text{③ } 2-(\sqrt{5}+1) = 1-\sqrt{5} = \sqrt{1}-\sqrt{5} < 0 \text{이므로 } 2 < \sqrt{5}+1$$

$$\text{④ } (2-\sqrt{15})-(-2) = 4-\sqrt{15} = \sqrt{16}-\sqrt{15} > 0 \text{이므로 } 2-\sqrt{15} > -2$$

$$\text{⑤ } (\sqrt{7}-3)-(-1) = \sqrt{7}-2 = \sqrt{7}-\sqrt{4} > 0 \text{이므로 } \sqrt{7}-3 > -1$$

따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

- 28 ① $(\sqrt{3}+2)-4=\sqrt{3}-2=\sqrt{3}-\sqrt{4}<0$ 이므로
 $\sqrt{3}+2 \leq 4$
 ② $(-1+\sqrt{2})-1=\sqrt{2}-2=\sqrt{2}-\sqrt{4}<0$ 이므로
 $-1+\sqrt{2} \leq 1$
 ③ $(\sqrt{7}+2)-5=\sqrt{7}-3=\sqrt{7}-\sqrt{9}<0$ 이므로
 $\sqrt{7}+2 \leq 5$
 ④ $(4-\sqrt{3})-2=2-\sqrt{3}=\sqrt{4}-\sqrt{3}>0$ 이므로
 $4-\sqrt{3} \geq 2$
 ⑤ $(-5-\sqrt{2})-(-6)=1-\sqrt{2}=\sqrt{1}-\sqrt{2}<0$ 이므로
 $-5-\sqrt{2} \leq -6$
 따라서 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

- 29 (1) 제곱근표에서 6.0의 가로줄과 1의 세로줄이 만나는 칸에 적혀 있는 수는 2.452이므로
 $\sqrt{6.01}=2.452$
 (2) 제곱근표에서 6.2의 가로줄과 3의 세로줄이 만나는 칸에 적혀 있는 수는 2.496이므로
 $\sqrt{6.23}=2.496$

- 30 $\sqrt{4.52}=2.126$ 이므로 $a=2.126$
 $\sqrt{4.63}=2.152$ 이므로 $b=4.63$

- 31 정사각형의 넓이가 48.2 m^2 이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{48.2} \text{ m}$ 이다.
 이때 $\sqrt{48.2}=6.943$ 이므로 정사각형의 한 변의 길이는 6.943 m 이다.



교과서 속 도전 문제

9쪽

01 $-a$ 02 108 03 50개

- 01 $-1 < a < 0$ 에서 $\frac{1}{a} < 0$, $-\frac{1}{a} > 1$ 이므로

$$a + \frac{1}{a} < 0, a - \frac{1}{a} > 0$$

따라서

$$\sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2} - \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} - \sqrt{(3a)^2} + |2a|$$

$$= -\left(a + \frac{1}{a}\right) - \left(a - \frac{1}{a}\right) - (-3a) - 2a$$

$$= -a - \frac{1}{a} - a + \frac{1}{a} + 3a - 2a = -a$$

- 02 $3 < \sqrt{10} < 4$ 이므로 $\sqrt{10}$ 보다 작은 소수는 2, 3이다.
 즉, $f(\sqrt{10})=2$
 같은 방법으로 하면 $f(\sqrt{11})=f(\sqrt{12})=\dots=f(\sqrt{24})=2$
 $\sqrt{25}=5$ 보다 작은 소수는 2, 3이므로 $f(\sqrt{25})=2$
 $5 < \sqrt{26} < 6$ 이므로 $\sqrt{26}$ 보다 작은 소수는 2, 3, 5이다.
 즉, $f(\sqrt{26})=3$

같은 방법으로 하면 $f(\sqrt{27})=f(\sqrt{28})=\dots=f(\sqrt{48})=3$
 $\sqrt{49}=7$ 보다 작은 소수는 2, 3, 5이므로 $f(\sqrt{49})=3$
 $7 < \sqrt{50} < 8$ 이므로 $\sqrt{50}$ 보다 작은 소수는 2, 3, 5, 7이다.

즉, $f(\sqrt{50})=4$

$$\begin{aligned} \text{따라서 } f(10)+f(11)+f(12)+\dots+f(50) \\ = 2 \times 16 + 3 \times 24 + 4 \times 1 = 108 \end{aligned}$$

- 03 $3=\sqrt{9}$, $8=\sqrt{64}$ 이므로 3과 8 사이에 있는 자연수의 양의 제곱근이 대응하는 점은 10, 11, 12, ..., 63의 양의 제곱근의 개수와 같다.

즉, $63-10+1=54$ (개)이다.

이때 $\sqrt{16}=4$, $\sqrt{25}=5$, $\sqrt{36}=6$, $\sqrt{49}=7$ 은 유리수이므로 구하는 점의 개수는
 $54-4=50$ (개)

2. 근호를 포함한 식의 계산



시험에 꼭 나오는 유형별 핵심 문제

11~14쪽

- | | | | | |
|--|--|------------------|---------|-----------------|
| 01 ③ | 02 $-\sqrt{2}$ | 03 5 | 04 ②, ③ | 05 ㄱ, ㄴ |
| 06 18 | 07 -8 | 08 $\frac{2}{5}$ | 09 ③ | 10 $4\sqrt{10}$ |
| 11 39, 62, 0, 04099 | 12 ② | 13 2 | 14 10 | |
| 15 ④ | 16 $\frac{15}{2}$ | 17 3 | 18 ⑤ | 19 ③ |
| 20 $-1-2\sqrt{3}$ | 21 ③ | 22 ② | 23 ③ | |
| 24 $\sqrt{32}-1, 3+\sqrt{8}, 4\sqrt{18}-\sqrt{50}$ | 25 $2\sqrt{6}-4$ | | | |
| 26 9 | 27 $4-2\sqrt{3}$ | 28 ⑤ | 29 ③ | |
| 30 $(3\sqrt{6}+6\sqrt{2}) \text{ cm}^2$ | 31 $\frac{14\sqrt{5}}{3} \text{ cm}^3$ | | | |
| 32 $(48+36\sqrt{2}) \text{ cm}$ | | | | |

- 01 ③ $\sqrt{2}\sqrt{3}\sqrt{5}=\sqrt{2 \times 3 \times 5}=\sqrt{30}$
 따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

$$\begin{aligned} 02 \sqrt{5} \times \left(-\sqrt{\frac{26}{15}}\right) \times \sqrt{\frac{3}{13}} \\ = -\sqrt{5 \times \frac{26}{15} \times \frac{3}{13}} = -\sqrt{2} \end{aligned}$$

- 03 $\sqrt{6}\sqrt{a}=\sqrt{6a}$, $\sqrt{2}\sqrt{15}=\sqrt{2 \times 15}=\sqrt{30}$ 이므로
 $\sqrt{6a}=\sqrt{30}$ 에서 $6a=30$
 따라서 $a=5$ 이다.

04 ② $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{24}} = \sqrt{\frac{6}{24}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

③ $-3\sqrt{30} \div \sqrt{6} = -\frac{3\sqrt{30}}{\sqrt{6}} = -3\sqrt{\frac{30}{6}} = -3\sqrt{5}$

④ $\sqrt{\frac{5}{7}} \div \sqrt{2} = \sqrt{\frac{5}{7}} \times \sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{5}{7} \times \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{5}{14}}$

⑤ $\sqrt{\frac{20}{11}} \div \sqrt{\frac{8}{33}} = \sqrt{\frac{20}{11}} \times \sqrt{\frac{33}{8}} = \sqrt{\frac{20}{11} \times \frac{33}{8}} = \sqrt{\frac{15}{2}}$

따라서 옳지 않은 것은 ②, ③이다.

05 $\sqrt{45} \sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{45 \times \frac{1}{3}} = \sqrt{15}$

ㄱ. $\sqrt{75} \div \sqrt{5} = \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{75}{5}} = \sqrt{15}$

ㄴ. $\sqrt{\frac{2}{5}} \div \sqrt{6} = \sqrt{\frac{2}{5}} \times \sqrt{\frac{1}{6}} = \sqrt{\frac{2}{5} \times \frac{1}{6}} = \sqrt{\frac{1}{15}}$

ㄷ. $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{108}} = \sqrt{\frac{9}{108}} = \sqrt{\frac{1}{12}}$

ㄹ. $\sqrt{\frac{25}{7}} \div \sqrt{\frac{5}{21}} = \sqrt{\frac{25}{7}} \times \sqrt{\frac{21}{5}} = \sqrt{\frac{25}{7} \times \frac{21}{5}} = \sqrt{15}$

따라서 계산 결과가 $\sqrt{45} \sqrt{\frac{1}{3}}$ 과 같은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

06 $\frac{\sqrt{80}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{80}{5}} = \sqrt{16} = 4$ 이므로 $a = 4$

$\frac{\sqrt{70}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{70}{5}} = \sqrt{14}$ 이므로 $\sqrt{b} = \sqrt{14}$ 에서 $b = 14$

따라서 $a + b = 4 + 14 = 18$ 이다.

07 $\sqrt{243} = \sqrt{9^2 \times 3} = 9\sqrt{3}$ 이므로 $a = 9$

$7\sqrt{2} = \sqrt{7^2 \times 2} = \sqrt{98}$ 이므로 $b = 98$

따라서 $10a - b = 10 \times 9 - 98 = -8$ 이다.

08 $\sqrt{0.48} = \sqrt{\frac{48}{100}} = \sqrt{\frac{12}{25}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3}{5^2}} = \frac{2\sqrt{3}}{5}$

이므로 $a = \frac{2}{5}$

09 $\sqrt{180} = \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 5} = (\sqrt{2})^2 (\sqrt{3})^2 \sqrt{5} = 3a^2b$

10 $a \sqrt{\frac{2b}{a}} = \sqrt{a^2 \times \frac{2b}{a}} = \sqrt{2ab}$
 $= \sqrt{2 \times 80} = \sqrt{160} = 4\sqrt{10}$

11 $\sqrt{1570} = \sqrt{15.7 \times 100} = 10\sqrt{15.7} = 10 \times 3.962 = 39.62$

$\sqrt{0.00168} = \sqrt{\frac{16.8}{10000}} = \frac{\sqrt{16.8}}{100} = \frac{4.099}{100} = 0.04099$

12 $8\sqrt{15} \times \left(-\frac{3}{\sqrt{5}}\right) \div 6\sqrt{3} = 8\sqrt{15} \times \left(-\frac{3}{\sqrt{5}}\right) \times \frac{1}{6\sqrt{3}}$
 $= -4$

13 $\frac{2\sqrt{15}}{3} \div \frac{\sqrt{6}}{3} \times \sqrt{\frac{14}{5}} = \frac{2\sqrt{15}}{3} \times \frac{3}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{5}}$
 $= 2\sqrt{7}$

이므로 $a = 2$

14 $\sqrt{48} \div \sqrt{6} \times \sqrt{10} = \sqrt{48} \times \frac{1}{\sqrt{6}} \times \sqrt{10}$
 $= \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

이므로 $a = 5$

$\frac{2}{\sqrt{15}} \times 3\sqrt{5} \div \sqrt{3} = \frac{2}{\sqrt{15}} \times 3\sqrt{5} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 2$

이므로 $b = 2$

따라서 $ab = 5 \times 2 = 10$ 이다.

15 ① $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

② $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3}\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5}$

③ $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3}\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{10}$

④ $\frac{4}{3\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{6} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

⑤ $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

따라서 옳은 것은 ④이다.

16 $\frac{3}{\sqrt{12}} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이므로 $a = \frac{1}{2}$
 $\frac{\sqrt{8}}{10\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{8}\sqrt{3}}{10\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{24}}{30} = \frac{2\sqrt{6}}{30} = \frac{\sqrt{2}}{15}$ 이므로 $b = \frac{1}{15}$

따라서 $a \div b = \frac{1}{2} \div \frac{1}{15} = \frac{15}{2}$ 이다.

17 $\frac{10\sqrt{k}}{3\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{k}\sqrt{5}}{3\sqrt{5}\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5k}}{15} = \frac{2\sqrt{5k}}{3}$

따라서 $5k = 15$ 이므로 $k = 3$

18 ① $\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{5}$

② $2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = (2+4)\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

③ $\sqrt{15} + 1 \neq 4$

④ $9\sqrt{7} - 2\sqrt{2} \neq 7\sqrt{5}$

⑤ $4\sqrt{6} - 6\sqrt{6} = (4-6)\sqrt{6} = -2\sqrt{6}$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

19 $3\sqrt{12} + \sqrt{18} - 2\sqrt{32} + \sqrt{48}$
 $= 6\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - 8\sqrt{2} + 4\sqrt{3}$
 $= (6+4)\sqrt{3} + (3-8)\sqrt{2}$
 $= 10\sqrt{3} - 5\sqrt{2}$

20 표의 대각선에 있는 세 수의 합을 각각 구하면

$$\sqrt{27}+2+x=3\sqrt{3}+2+x$$

$$(2-\sqrt{3})+2+(-3+\sqrt{12})$$

$$=2-\sqrt{3}+2-3+2\sqrt{3}=1+\sqrt{3}$$

두 대각선에 있는 세 수의 합이 서로 같으므로

$$3\sqrt{3}+2+x=1+\sqrt{3}\text{에서}$$

$$x=1+\sqrt{3}-(3\sqrt{3}+2)$$

$$=1+\sqrt{3}-3\sqrt{3}-2$$

$$=-1-2\sqrt{3}$$

21 $x+\frac{1}{x}=\sqrt{5}+\frac{1}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}+\frac{\sqrt{5}}{5}=\frac{6\sqrt{5}}{5}$

따라서 $x+\frac{1}{x}$ 의 값은 x 의 값의 $\frac{6}{5}$ 배이다.

22 ① $(\sqrt{3}-1)-(\sqrt{2}-1)=\sqrt{3}-\sqrt{2}>0$ 이므로

$$\sqrt{3}-1>\sqrt{2}-1$$

② $(5-\sqrt{2})-\sqrt{18}=5-\sqrt{2}-3\sqrt{2}=5-4\sqrt{2}$

$$=\sqrt{25}-\sqrt{32}<0$$

$$\text{이므로 } 5-\sqrt{2}<\sqrt{18}$$

③ $(3\sqrt{2}+1)-(2\sqrt{3}+1)=3\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

$$=\sqrt{18}-\sqrt{12}>0$$

$$\text{이므로 } 3\sqrt{2}+1>2\sqrt{3}+1$$

④ $(5\sqrt{3}-2\sqrt{5})-(\sqrt{5}+2\sqrt{3})=3\sqrt{3}-3\sqrt{5}$

$$=\sqrt{27}-\sqrt{45}<0$$

$$\text{이므로 } 5\sqrt{3}-2\sqrt{5}<\sqrt{5}+2\sqrt{3}$$

⑤ $(4\sqrt{3}-2)-(3\sqrt{5}-2)=4\sqrt{3}-3\sqrt{5}$

$$=\sqrt{48}-\sqrt{45}>0$$

$$\text{이므로 } 4\sqrt{3}-2>3\sqrt{5}-2$$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

23 $a-b=(\sqrt{5}+\sqrt{3})-(\sqrt{5}+1)$

$$=\sqrt{3}-1=\sqrt{3}-\sqrt{1}>0$$

$$\text{이므로 } a>b$$

$$a-c=(\sqrt{5}+\sqrt{3})-(3+\sqrt{3})$$

$$=\sqrt{5}-3=\sqrt{5}-\sqrt{9}<0$$

$$\text{이므로 } a<c$$

따라서 $b<a<c$ 이다.

24 $4\sqrt{18}-\sqrt{50}=12\sqrt{2}-5\sqrt{2}=7\sqrt{2}$

$$3+\sqrt{8}=3+2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{32}-1=4\sqrt{2}-1$$

$$\text{이때 } 7\sqrt{2}-(3+2\sqrt{2})=5\sqrt{2}-3=\sqrt{50}-\sqrt{9}>0\text{이므로}$$

$$7\sqrt{2}>3+2\sqrt{2}$$

$$3+2\sqrt{2}-(4\sqrt{2}-1)=4-2\sqrt{2}=\sqrt{16}-\sqrt{8}>0\text{이므로}$$

$$3+2\sqrt{2}>4\sqrt{2}-1$$

따라서 $4\sqrt{2}-1<3+2\sqrt{2}<7\sqrt{2}$ 이므로 작은 수부터 차례

로 나열하면 $\sqrt{32}-1, 3+\sqrt{8}, 4\sqrt{18}-\sqrt{50}$ 이다.

25 $\sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)+\sqrt{2}\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}-\frac{5}{\sqrt{2}}\right)$

$$=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}+1+\frac{3\sqrt{6}}{2}-5$$

$$=\frac{\sqrt{6}}{2}+1+\frac{3\sqrt{6}}{2}-5$$

$$=2\sqrt{6}-4$$

26 $\sqrt{75}\left(\sqrt{6}-\frac{2}{\sqrt{5}}\right)-\frac{2}{\sqrt{3}}(\sqrt{24}-6\sqrt{5})$

$$=5\sqrt{3}\left(\sqrt{6}-\frac{2}{\sqrt{5}}\right)-\frac{2}{\sqrt{3}}(2\sqrt{6}-6\sqrt{5})$$

$$=15\sqrt{2}-\frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{5}}-4\sqrt{2}+\frac{12\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$$

$$=15\sqrt{2}-2\sqrt{15}-4\sqrt{2}+4\sqrt{15}$$

$$=11\sqrt{2}+2\sqrt{15}$$

따라서 $a=11, b=2$ 이므로

$$a-b=9$$

27 $\frac{2\sqrt{3}+6}{\sqrt{3}}-\sqrt{2}(\sqrt{6}-\sqrt{2})-2\div\sqrt{\frac{1}{3}}$

$$=\frac{6+6\sqrt{3}}{3}-2\sqrt{3}+2-2\sqrt{3}$$

$$=2+2\sqrt{3}-2\sqrt{3}+2-2\sqrt{3}$$

$$=4-2\sqrt{3}$$

28 $2\sqrt{3}\left(2-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)+3a-2a\sqrt{3}$

$$=4\sqrt{3}-2+3a-2a\sqrt{3}$$

$$=-2+3a+(4-2a)\sqrt{3}$$

따라서 이 식의 값이 유리수가 되려면

$$4-2a=0\text{이어야 하므로 } a=2$$

29 (직각삼각형의 넓이) $=\frac{1}{2}\times\sqrt{12}\times\sqrt{28}$

$$=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 2\sqrt{7}$$

$$=2\sqrt{21}\text{ (cm}^2\text{)}$$

$$(\text{직사각형의 넓이})=\sqrt{14}x\text{ cm}^2$$

두 도형의 넓이가 서로 같으므로 $2\sqrt{21}=\sqrt{14}x$ 에서

$$x=\frac{2\sqrt{21}}{\sqrt{14}}=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\sqrt{6}$$

30 (사다리꼴의 넓이) $=\frac{1}{2}\times(\sqrt{18}+\sqrt{24})\times\sqrt{12}$

$$=\frac{1}{2}\times(3\sqrt{2}+2\sqrt{6})\times 2\sqrt{3}$$

$$=3\sqrt{6}+6\sqrt{2}\text{ (cm}^2\text{)}$$

31 (정사각뿔대의 부피)

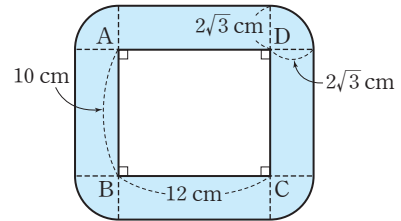
$$\begin{aligned}
 &= (\text{큰 정사각뿔의 부피}) - (\text{작은 정사각뿔의 부피}) \\
 &= \frac{1}{3} \times (2\sqrt{2})^2 \times 2\sqrt{5} - \frac{1}{3} \times (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{5} \\
 &= \frac{16\sqrt{5}}{3} - \frac{2\sqrt{5}}{3} \\
 &= \frac{14\sqrt{5}}{3} (\text{cm}^3)
 \end{aligned}$$

32 한 변의 길이가 12 cm인 정사각형의 네 변의 중점을 연결하여 그린 정사각형의 한 변의 길이는

$$\begin{aligned}
 &\sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2} (\text{cm}) \\
 &\text{같은 방법으로 더 그린 2개의 정사각형의 한 변의 길이는 각각} \\
 &\sqrt{(3\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2} = 6 (\text{cm}) \\
 &\sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2} (\text{cm}) \\
 &\text{따라서 색칠한 부분의 둘레의 길이는} \\
 &4 \times 12 + 4 \times 6\sqrt{2} + 4 \times 3\sqrt{2} = 48 + 36\sqrt{2} (\text{cm})
 \end{aligned}$$

03 원 O의 넓이가 $3\pi \text{ cm}^2$ 이므로 원 O의 반지름의 길이는 $\sqrt{3} \text{ cm}$ 이다.

이때 원 O를 □ABCD의 둘레를 따라 한 바퀴 굴렸을 때, 원이 지나간 부분은 다음 그림의 색칠한 부분과 같다.



$$\begin{aligned}
 &\text{따라서 원이 지나간 부분의 넓이는} \\
 &2 \times 12 \times 2\sqrt{3} + 2 \times 10 \times 2\sqrt{3} + \pi \times (2\sqrt{3})^2 \\
 &= 88\sqrt{3} + 12\pi (\text{cm}^2)
 \end{aligned}$$



교과서 속 도전 문제

15쪽

01 ① 02 3 cm 03 $(88\sqrt{3} + 12\pi) \text{ cm}^2$

- 01** ② $\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$ 인 경우에는 성립하지 않는다.
 ③ $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$ 인 경우에는 성립하지 않는다.
 ④ $0 \times \sqrt{2} = 0$ 인 경우에는 성립하지 않는다.
 ⑤ $\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 1$ 인 경우에는 성립하지 않는다.
 따라서 항상 성립하는 것은 ①이다.

02 두 정삼각형의 한 변의 길이를 각각 $a \text{ cm}$, $b \text{ cm}$ ($a < b$) 라고 하면

$$\begin{aligned}
 &3a + 3b = 9 + 9\sqrt{2}, a + b = 3 + 3\sqrt{2} \quad \dots\dots \textcircled{1} \\
 &\text{이때 두 정삼각형은 서로 닮음이고 넓이의 비가 1 : 2이므로 닮음비는 1 : \sqrt{2}이다.} \\
 &\text{즉, } a : b = 1 : \sqrt{2} \text{에서 } b = \sqrt{2}a \\
 &b = \sqrt{2}a \text{를 } \textcircled{1} \text{에 대입하면} \\
 &a + \sqrt{2}a = 3 + 3\sqrt{2}, a(1 + \sqrt{2}) = 3(1 + \sqrt{2}) \\
 &a = 3 \\
 &\text{따라서 } a = 3, b = 3\sqrt{2} \text{이므로 작은 정삼각형의 한 변의 길이는 3 cm이다.}
 \end{aligned}$$

대단원 마무리 평가

16~19쪽

01 ③	02 ③	03 ①	04 ④	05 ②
06 ④	07 ⑤	08 ③	09 ①	10 ④
11 ③	12 ①, ④	13 ④	14 ⑤	15 ④
16 ①	17 ④	18 ⑤	19 ①	20 ③
21 32개	22 $\sqrt{5} + \sqrt{10}$	23 $\frac{2}{5}$		
24 $(16 + 6\sqrt{15}) \text{ cm}^2$	25 11	26 20		
27 $a = 2, b = 1$	28 $36\sqrt{3} \text{ cm}^3$			

- 01** ① $\sqrt{16} = 4$ 의 제곱근은 ± 2 이다.
 ② 제곱하여 4가 되는 수는 ± 2 이다.
 ③ 제곱근 4는 $\sqrt{4} = 2$ 이다.
 ④ $(-2)^2 = 4$ 의 제곱근은 ± 2 이다.
 ⑤ $x^2 = 4$ 를 만족시키는 x 의 값은 ± 2 이다.
 따라서 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.

- 02** 정사각형 ABCD의 넓이는 각 변의 중점을 꼭짓점으로 하는 정사각형 EFGH의 넓이의 2배이다.
 즉, □ABCD = $2 \times 15 = 30 (\text{cm}^2)$ 이므로 □ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{30} \text{ cm}$ 이다.

- 03 ① $2\sqrt{3}=\sqrt{2^2 \times 3}=\sqrt{12}$
 ② $(-\sqrt{3})^2=3$
 ③ $-\sqrt{3^2}=-3$
 ④ $-\sqrt{(-3)^2}=-\sqrt{9}=-3$
 ⑤ $\sqrt{81}=9$ 의 양의 제곱근은 3이다.
 따라서 이때 $3=\sqrt{9}<\sqrt{12}$ 이므로 가장 큰 수는 ①이다.

04 $\sqrt{225} \div (-\sqrt{5})^2 + \sqrt{\frac{1}{36}} \times (-\sqrt{144})$
 $=15 \div 5 + \frac{1}{6} \times (-12)$
 $=3-2=1$

- 05 $ab < 0$ 에서 a 와 b 의 부호는 서로 다르고 $a > b$ 이므로
 $a > 0, b < 0$
 따라서 $\sqrt{4a^2} - \sqrt{9b^2} = \sqrt{(2a)^2} - \sqrt{(3b)^2} = 2a - (-3b)$
 $= 2a + 3b$

06 $-2 < x < 0$ 에서 $x+2 > 0, x-2 < 0$ 이므로
 $\sqrt{(x+2)^2} + \sqrt{(x-2)^2} + \sqrt{4x^2}$
 $= \sqrt{(x+2)^2} + \sqrt{(x-2)^2} + \sqrt{(2x)^2}$
 $= x+2 - (x-2) - 2x$
 $= -2x+4$

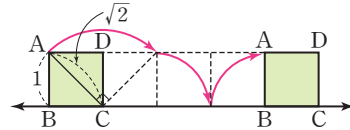
- 07 a 와 b 의 값이 모두 최소일 때, $a+b$ 의 값은 최소가 된다.
 $\sqrt{160a} = \sqrt{2^5 \times 5 \times a} = b$ 에서
 $a = 2 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이어야 하므로 a 의 최솟값은
 $2 \times 5 \times 1^2 = 10$
 이때 b 의 최솟값은 $\sqrt{160 \times 10} = \sqrt{1600} = 40$
 따라서 $a+b$ 의 최솟값은 $10+40=50$

- 08 ① $5 = \sqrt{25}$ 이고 $\sqrt{25} < \sqrt{26}$ 이므로 $5 < \sqrt{26}$
 ② $\sqrt{(-4)^2} = \sqrt{16}$ 이고 $\sqrt{16} > \sqrt{15}$ 이므로
 $\sqrt{(-4)^2} > \sqrt{15}$
 ③ $\frac{1}{3} = \sqrt{\frac{1}{9}}$ 이고 $\sqrt{\frac{1}{10}} < \sqrt{\frac{1}{9}}$ 이므로 $\sqrt{\frac{1}{10}} < \frac{1}{3}$
 ④ $\frac{7}{2} = \sqrt{\frac{49}{4}}$ 이고 $\sqrt{\frac{49}{4}} > \sqrt{12}$ 이므로 $\frac{7}{2} > \sqrt{12}$
 즉, $-\frac{7}{2} < -\sqrt{12}$
 ⑤ $0.6 = \sqrt{0.36}$ 이고 $\sqrt{0.36} > \sqrt{0.3}$ 이므로 $0.6 > \sqrt{0.3}$
 즉, $-0.6 < -\sqrt{0.3}$
 따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

- 09 $\sqrt{0.25} = \sqrt{0.5^2} = 0.5$ 이므로 유리수이다.
 $-\sqrt{100} = -\sqrt{10^2} = -10$ 이므로 유리수이다.
 $0.\dot{5}$ 는 순환소수이므로 유리수이다.
 $\sqrt{81} - 1 = 9 - 1 = 8$ 이므로 유리수이다.
 따라서 무리수인 것은 $\sqrt{10}, \sqrt{\frac{25}{6}}$ 의 2개이다.

- 10 30보다 작은 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 이 유리수가 되려면 n 이 자연수의 제곱인 수이어야 하므로 n 이 될 수 있는 수는
 $1^2=1, 2^2=4, 3^2=9, 4^2=16, 5^2=25$
 의 5개이다.
 따라서 $\sqrt{n}$ 이 무리수가 되도록 하는 n 의 개수는
 $30-5=25$ (개)이다.

- 11 점 A가 움직인 거리는 다음 그림과 같다.



정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 1이므로
 $AC = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$
 (점 A가 움직인 거리)
 $= (\text{반지름의 길이가 } \sqrt{2} \text{인 사분원의 호의 길이})$
 $+ (\text{반지름의 길이가 1인 사분원의 호의 길이}) \times 2$
 $= \frac{1}{4} \times 2\pi \times \sqrt{2} + \frac{1}{4} \times 2\pi \times 1 \times 2$
 $= \frac{\sqrt{2}}{2}\pi + \pi$
 $= \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1\right)\pi$

- 12 ② 수직선 위의 모든 점은 유리수와 무리수, 즉 실수에 대응한다.
 ③ 유리수 -1 과 무리수 $\sqrt{2}$ 사이에는 정수 0과 1이 존재한다.
 ⑤ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
 따라서 옳은 것은 ①, ④이다.

- 13 ③ $\sqrt{5} \div \sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{5} \times \sqrt{2} = \sqrt{10}$
 ④ $-\sqrt{\frac{8}{5}} \sqrt{\frac{15}{8}} = -\sqrt{3}$
 ⑤ $-\sqrt{48} \div (-\sqrt{3}) = -4\sqrt{3} \times \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 4$
 따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

14 $\sqrt{675} = \sqrt{3^3 \times 5^2} = (\sqrt{3})^3 (\sqrt{5})^2 = a^3 b^2$

- 15 직사각형의 넓이가 49 cm^2 이므로 $xy = 49$

$$\begin{aligned} x\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{1}{x}\sqrt{\frac{x}{y}} &= \sqrt{x^2 \times \frac{y}{x}} + \sqrt{\frac{1}{x^2} \times \frac{x}{y}} \\ &= \sqrt{xy} + \sqrt{\frac{1}{xy}} \\ &= \sqrt{49} + \sqrt{\frac{1}{49}} \\ &= 7 + \frac{1}{7} = \frac{50}{7} \end{aligned}$$

$$16 \quad \sqrt{\frac{25}{12}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{12}} = \frac{5}{2\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{6} = a\sqrt{3} \text{이므로}$$

$$a = \frac{5}{6}$$

$$\sqrt{0.2} = \sqrt{\frac{2}{10}} = \sqrt{\frac{1}{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5} = b\sqrt{5} \text{이므로}$$

$$b = \frac{1}{5}$$

따라서 $ab = \frac{5}{6} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{6}$ 이다.

$$17 \quad 8\sqrt{2} + 3\sqrt{5} - \sqrt{18} + \sqrt{20} - \sqrt{5}$$

$$= 8\sqrt{2} + 3\sqrt{5} - 3\sqrt{2} + 2\sqrt{5} - \sqrt{5}$$

$$= 5\sqrt{2} + 4\sqrt{5}$$

이므로 $a=5, b=4$

따라서 $a-b=5-4=1$ 이다.

$$18 \quad ① (\sqrt{15}+1)-4=\sqrt{15}-3=\sqrt{15}-\sqrt{9}>0 \text{이므로}$$

$$\sqrt{15}+1>4$$

$$② (3\sqrt{2}+3)-(2\sqrt{2}+3)=\sqrt{2}>0 \text{이므로}$$

$$3\sqrt{2}+3>2\sqrt{2}+3$$

$$③ (\sqrt{2}-1)-(2-\sqrt{2})=-3+2\sqrt{2}=-\sqrt{9}+\sqrt{8}<0$$

이므로 $\sqrt{2}-1<2-\sqrt{2}$

$$④ (2+\sqrt{6})-(\sqrt{6}+\sqrt{3})=2-\sqrt{3}=\sqrt{4}-\sqrt{3}>0 \text{이므로}$$

$$2+\sqrt{6}>\sqrt{6}+\sqrt{3}$$

$$⑤ (3\sqrt{2}-1)-(2\sqrt{3}-1)=3\sqrt{2}-2\sqrt{3}=\sqrt{18}-\sqrt{12}>0$$

이므로 $3\sqrt{2}-1>2\sqrt{3}-1$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

$$19 \quad \sqrt{18} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \left(\frac{\sqrt{48}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}} \right)$$

$$= 3\sqrt{2} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \left(2\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \right)$$

$$= 3\sqrt{2} - \frac{6}{\sqrt{2}} + \frac{3}{4}$$

$$= 3\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

$$20 \quad \text{사다리꼴의 윗변의 길이를 } x \text{ cm라고 하면}$$

$$\frac{1}{2} \times \{(\sqrt{48} + \sqrt{2}) + x\} \times \sqrt{32} = \sqrt{864}$$

$$\frac{1}{2} \times (4\sqrt{3} + \sqrt{2} + x) \times 4\sqrt{2} = 12\sqrt{6}$$

$$8\sqrt{6} + 4 + 2\sqrt{2}x = 12\sqrt{6}$$

$$2\sqrt{2}x = 4\sqrt{6} - 4$$

$$x = 2\sqrt{3} - \frac{2}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{3} - \sqrt{2}$$

따라서 사다리꼴의 윗변의 길이는 $(2\sqrt{3} - \sqrt{2})$ cm이다.

$$21 \quad 2 \leq \sqrt{x} < 6 \text{에서 } \sqrt{4} \leq \sqrt{x} < \sqrt{36} \text{이므로}$$

$$4 \leq x < 36$$

따라서 구하는 자연수 x 의 개수는 4, 5, 6, ..., 35의 32개이다.

$$22 \quad \overline{AP} = \overline{AB} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} \text{이므로 점 P에 대응하는 수는}$$

$$P = 2 - \sqrt{5}$$

$$\overline{AQ} = \overline{AC} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10} \text{이므로 점 Q에 대응하는 수는}$$

$$q = 2 + \sqrt{10}$$

따라서 $q - p = 2 + \sqrt{10} - (2 - \sqrt{5}) = \sqrt{10} + \sqrt{5}$ 이다.

$$23 \quad \sqrt{300} = \sqrt{10^2 \times 3} = 10\sqrt{3} \text{이므로}$$

$$a = 10$$

$$\sqrt{0.008} = \sqrt{\frac{8}{1000}} = \sqrt{\frac{80}{100^2}} = \frac{4\sqrt{5}}{100} = \frac{\sqrt{5}}{25} \text{이므로}$$

$$b = \frac{1}{25}$$

따라서 $ab = 10 \times \frac{1}{25} = \frac{2}{5}$ 이다.

$$24 \quad (\text{직육면체의 겉넓이})$$

$$= 2\{(\sqrt{3} + \sqrt{5})\sqrt{5} + (\sqrt{3} + \sqrt{5})\sqrt{3} + \sqrt{5}\sqrt{3}\}$$

$$= 2(\sqrt{15} + 5 + 3 + \sqrt{15} + \sqrt{15})$$

$$= 2(8 + 3\sqrt{15})$$

$$= 16 + 6\sqrt{15}(\text{cm}^2)$$

$$25 \quad a \text{가 자연수이므로 } \sqrt{102-6a} \text{가 자연수가 되려면}$$

$102-6a$ 의 값이 102보다 작은 자연수의 제곱인 수이어야 한다. (i)

즉, $102-6a$ 는 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100이어야 한다. (ii)

이때 a 의 값은 $\frac{101}{6}, \frac{49}{3}, \frac{31}{2}, \frac{43}{3}, \frac{77}{6}, 11, \frac{53}{6}, \frac{19}{3}, \frac{7}{2}, \frac{1}{3}$ 이고, a 는 자연수이므로 $a=11$ 이다. (iii)

평가 기준	비율
(i) $\sqrt{102-6a}$ 가 자연수가 되는 조건을 설명한 경우	30 %
(ii) $102-6a$ 가 102보다 작은 자연수의 제곱인 수를 구한 경우	30 %
(iii) 자연수 a 의 값을 구한 경우	40 %

$$26 \quad 2\sqrt{6} < \sqrt{3a} < 6 \text{에서 } \sqrt{24} < \sqrt{3a} < \sqrt{36} \text{이므로}$$

$$24 < 3a < 36, 8 < a < 12 \text{ (i)}$$

따라서 a 의 값이 될 수 있는 가장 큰 자연수는 11이고, 가장 작은 자연수는 9이므로

$$m=11, n=9 \text{ (ii)}$$

따라서 $m+n=11+9=20$ 이다. (iii)

평가 기준	비율
(i) a 의 값의 범위를 구한 경우	40 %
(ii) m, n 의 값을 각각 구한 경우	40 %
(iii) $m+n$ 의 값을 구한 경우	20 %

$$27 \quad x-y=(2\sqrt{3}+\sqrt{6})-(2\sqrt{3}-\sqrt{6}) \\ =2\sqrt{6} \quad \dots\dots (i)$$

$$x+y=(2\sqrt{3}+\sqrt{6})+(2\sqrt{3}-\sqrt{6}) \\ =4\sqrt{3} \quad \dots\dots (ii)$$

따라서

$$\frac{1}{x-y}-\frac{1}{x+y}=\frac{1}{2\sqrt{6}}-\frac{1}{4\sqrt{3}} \\ =\frac{\sqrt{6}}{12}-\frac{\sqrt{3}}{12} \\ =\frac{\sqrt{3}(\sqrt{2}-1)}{12}$$

이므로 $a=2, b=1$ 이다. $\dots\dots (iii)$

평가 기준	비율
(i) $x-y$ 의 값을 구한 경우	20 %
(ii) $x+y$ 의 값을 구한 경우	20 %
(iii) a, b 의 값을 각각 구한 경우	60 %

$$28 \quad \text{상자의 밑면의 가로의 길이는} \\ \sqrt{108}-2\sqrt{3}=6\sqrt{3}-2\sqrt{3}=4\sqrt{3}(\text{cm}) \quad \dots\dots (i)$$

$$\text{상자의 밑면의 세로의 길이는} \\ \sqrt{75}-2\sqrt{3}=5\sqrt{3}-2\sqrt{3}=3\sqrt{3}(\text{cm}) \quad \dots\dots (ii)$$

$$\text{상자의 높이는 } \sqrt{3} \text{ cm 이므로} \\ (\text{상자의 부피})=4\sqrt{3} \times 3\sqrt{3} \times \sqrt{3} \\ =36\sqrt{3}(\text{cm}^3) \quad \dots\dots (iii)$$

평가 기준	비율
(i) 상자의 밑면의 가로의 길이를 구한 경우	30 %
(ii) 상자의 밑면의 세로의 길이를 구한 경우	30 %
(iii) 상자의 부피를 구한 경우	40 %

창의·융합 문제 해결하기

20쪽

$$1 \quad 4\sqrt{3} \text{ m}$$

2 모양 A: $(10+5\sqrt{2})$ cm, 모양 B: $(5+5\sqrt{2})$ cm,
모양 C: $10\sqrt{2}$ cm, 모양 D: $(10+5\sqrt{2})$ cm,
모양 E: $(10+10\sqrt{2})$ cm

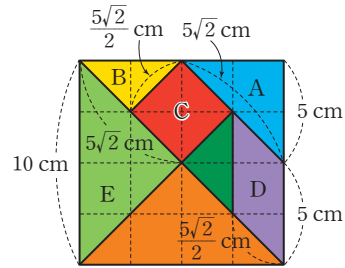
1 페인트 3통으로 칠할 수 있는 넓이는

$$16 \times 3 = 48(\text{m}^2)$$

따라서 칠하려는 정사각형의 한 변의 길이는

$$\sqrt{48} = 4\sqrt{3}(\text{m})$$

2 주어진 칠교판에서 각 변의 길이를 구하면 다음 그림과 같다.



모양 A, B, E는 직각삼각형, 모양 C는 정사각형, 모양 D는 평행사변형이다.

따라서 각 모양의 둘레의 길이를 구하면

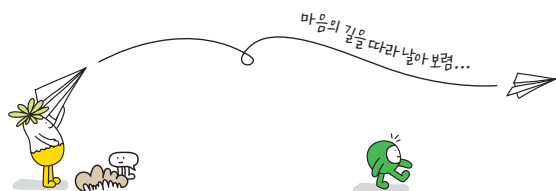
$$(\text{모양 A의 둘레의 길이})=5+5+5\sqrt{2} \\ =10+5\sqrt{2}(\text{cm})$$

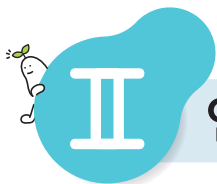
$$(\text{모양 B의 둘레의 길이})=\frac{5\sqrt{2}}{2}+\frac{5\sqrt{2}}{2}+5 \\ =5+5\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$(\text{모양 C의 둘레의 길이})=\frac{5\sqrt{2}}{2} \times 4 = 10\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$(\text{모양 D의 둘레의 길이})=2 \times \left(5+\frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \\ =10+5\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$(\text{모양 E의 둘레의 길이})=5\sqrt{2}+5\sqrt{2}+10 \\ =10+10\sqrt{2}(\text{cm})$$





인수분해와 이차방정식

1. 다항식의 곱셈과 인수분해



시험에 꼭 나오는 유형별 핵심 문제

23~26쪽

- 01 ② 02 -13, -12 03 ①
 04 $A=6, B=-30$ 05 ② 06 ③, ④ 07 -8
 08 ③ 09 ④, ⑤ 10 (1) $\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{30}}{3}$ (2) $17-12\sqrt{2}$
 11 14 12 (1) 1005004 (2) 996004 (3) 99,9951
 13 $-\frac{1}{2}$ 14 ④ 15 ④ 16 $15a^2-4a-4$
 17 ⑤ 18 ④ 19 $a=2, b=3$ 20 31
 21 ④ 22 -2 23 $2x-5$ 24 ⑤ 25 5
 26 ④ 27 ④ 28 $(x-2)(5x+3)$ 29 ④
 30 $3\sqrt{5}$ 31 ④ 32 ②

01 $(2a-b)(-a+3b-5)$
 $=2a \times (-a) + 2a \times 3b + 2a \times (-5)$
 $+ (-b) \times (-a) + (-b) \times 3b + (-b) \times (-5)$
 $= -2a^2 + 6ab - 10a + ab - 3b^2 + 5b$
 $= -2a^2 - 10a + 7ab - 3b^2 + 5b$

02 $(x-3y+4)(5x+2y-3)$
 $=x \times 5x + x \times 2y + x \times (-3)$
 $+ (-3y) \times 5x + (-3y) \times 2y + (-3y) \times (-3)$
 $+ 4 \times 5x + 4 \times 2y + 4 \times (-3)$
 $= 5x^2 + 2xy - 3x - 15xy - 6y^2 + 9y + 20x + 8y - 12$
 $= 5x^2 + 17x - 13xy - 6y^2 + 17y - 12$
 따라서 xy 의 계수는 -13, 상수항은 -12이다.

[다른 풀이]

$(x-3y+4)(5x+2y-3)$ 의 전개식에서
 $(xy\text{항}) = x \times 2y + (-3y) \times 5x$
 $= 2xy - 15xy = -13xy$
 $(\text{상수항}) = 4 \times (-3) = -12$
 따라서 xy 의 계수는 -13, 상수항은 -12이다.

03 $(x-ay+3)(4x-2y+b)$
 $=x \times 4x + x \times (-2y) + x \times b$
 $+ (-ay) \times 4x + (-ay) \times (-2y) + (-ay) \times b$
 $+ 3 \times 4x + 3 \times (-2y) + 3 \times b$
 $= 4x^2 - 2xy + bx - 4axy + 2ay^2 - aby + 12x - 6y + 3b$
 $= 4x^2 + (12+b)x + (-2-4a)xy + 2ay^2$
 $+ (-ab-6)y + 3b$

xy 의 계수가 2이므로
 $-2-4a=2, -4a=4, a=-1$
 상수항이 -6이므로
 $3b=-6, b=-2$
 따라서 $a+b=-1+(-2)=-3$

04 $(2x-5)(x+A)$
 $=2x \times x + 2x \times A + (-5) \times x + (-5) \times A$
 $=2x^2 + 2Ax - 5x - 5A$
 $=2x^2 + (2A-5)x - 5A$
 $=2x^2 + 7x + B$
 $2A-5=7$ 이므로 $2A=12, A=6$
 $-5A=B$ 이므로 $B=-5 \times 6 = -30$

05 $(-2a+b)^2 = 4a^2 - 4ab + b^2$
 ① $(2a+b)^2 = 4a^2 + 4ab + b^2$
 ② $(2a-b)^2 = 4a^2 - 4ab + b^2$
 ③ $(-2a-b)^2 = 4a^2 + 4ab + b^2$
 ④ $-(2a-b)^2 = -(4a^2 - 4ab + b^2) = -4a^2 + 4ab - b^2$
 ⑤ $-(-2a-b)^2 = -(4a^2 + 4ab + b^2) = -4a^2 - 4ab - b^2$
 따라서 $(-2a+b)^2$ 과 전개식이 같은 것은 ②이다.

06 ③ $(-7+y)(-7-y) = (-7)^2 - y^2 = 49 - y^2$
 ④ $(-2x-5)^2 = (-2x)^2 - 2 \times (-2x) \times 5 + 5^2$
 $= 4x^2 + 20x + 25$
 따라서 옳지 않은 것은 ③, ④이다.

07 $(x-1)^2 + (2x+1)(x-3) - 4x + 2$
 $=x^2 - 2x + 1 + 2x^2 - 5x - 3 - 4x + 2$
 $=3x^2 - 11x$
 $=Ax^2 + Bx + C$
 따라서 $A=3, B=-11, C=0$ 이므로
 $A+B+C=3+(-11)+0=-8$

08 색칠한 부분은 가로 길이가 $4a-3b$, 세로 길이가 $4a+3b$ 인 직사각형이므로 구하는 넓이는
 $(4a-3b)(4a+3b) = (4a)^2 - (3b)^2 = 16a^2 - 9b^2$

09 ① $(2+\sqrt{3})^2 = 4 + 4\sqrt{3} + 3 = 7 + 4\sqrt{3}$
 ② $(3\sqrt{2}-2)^2 = 18 - 12\sqrt{2} + 4 = 22 - 12\sqrt{2}$
 ③ $(-\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1) = -3 + \sqrt{3} + \sqrt{3} - 1$
 $= -4 + 2\sqrt{3}$
 ④ $(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2) = 5 - 4 = 1$
 ⑤ $(2\sqrt{3}-6)(\sqrt{3}+3) = 6 + 6\sqrt{3} - 6\sqrt{3} - 18 = -12$
 따라서 계산 결과가 유리수인 것은 ④, ⑤이다.

$$10 \quad (1) \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} \times (\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})} \\ = \frac{\sqrt{30}+\sqrt{12}}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{30}+2\sqrt{3}}{3}$$

$$(2) \frac{3-2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}} = \frac{(3-2\sqrt{2})^2}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})} \\ = \frac{9-12\sqrt{2}+8}{3^2-(2\sqrt{2})^2} \\ = 17-12\sqrt{2}$$

$$11 \quad \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} + \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} \\ = \frac{(2-\sqrt{3})^2}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} + \frac{(2+\sqrt{3})^2}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} \\ = (4-4\sqrt{3}+3) + (4+4\sqrt{3}+3) = 14$$

$$12 \quad (1) 1001 \times 1004 = (1000+1)(1000+4) \\ = 1000^2 + (1+4) \times 1000 + 1 \times 4 \\ = 1000000 + 5000 + 4 = 1005004$$

$$(2) 998^2 = (1000-2)^2 \\ = 1000^2 - 2 \times 1000 \times 2 + 2^2 \\ = 1000000 - 4000 + 4 = 996004$$

$$(3) 9.93 \times 10.07 = (10-0.07)(10+0.07) = 10^2 - 0.07^2 \\ = 100 - 0.0049 = 99.9951$$

$$13 \quad (x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 \text{이므로} \\ (x+y)^2 = 5 + 2 \times (-2) = 1 \\ \text{이때 } x+y > 0 \text{이므로 } x+y=1 \\ \text{따라서 } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x+y}{xy} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$$

$$14 \quad x = \frac{2}{3+\sqrt{7}} = \frac{2 \times (3-\sqrt{7})}{(3+\sqrt{7})(3-\sqrt{7})} = 3-\sqrt{7} \text{이므로} \\ x-3 = -\sqrt{7} \\ \text{이 식의 양변을 제곱하면} \\ (x-3)^2 = (-\sqrt{7})^2, x^2-6x+9=7 \\ \text{즉, } x^2-6x = -2 \text{이므로} \\ x^2-6x+4 = -2+4=2$$

$$15 \quad (4) xy^2 \text{과 } 2x^3y \text{에 공통으로 들어 있는 인수는 } xy \text{이다.} \\ \text{따라서 옳지 않은 것은 } (4) \text{이다.}$$

$$16 \quad (5a+2)(3a-2) = 15a^2 - 4a - 4$$

$$17 \quad (3) (x-2)(x+2) = x^2 - 4 \text{이므로 주어진 다항식의 인수} \\ \text{이다.}$$

$$(4) x(x-2) = x^2 - 2x \text{이므로 주어진 다항식의 인수이다.}$$

$$(5) x^2 + 2x - 4 \text{는 주어진 다항식의 인수가 아니다.}$$

$$\text{따라서 인수가 아닌 것은 } (5) \text{이다.}$$

$$18 \quad (2) 2xy - 4y = 2y(x-2)$$

$$(3) a(x^2y - 2xy) = axy(x-2)$$

$$(4) 3x^2y^2 - 6xy = 3xy(xy-2)$$

$$(5) x(y+1) - 2(y+1) = (y+1)(x-2)$$

$$\text{따라서 } x-2 \text{를 인수로 갖지 않는 것은 } (4) \text{이다.}$$

$$19 \quad (x-1)(x+b) = x^2 + (b-1)x - b \\ = x^2 + ax - 3$$

$$\text{따라서 } a=b-1, -3=-b \text{이므로}$$

$$a=2, b=3$$

$$20 \quad x^2 + Axy + 9y^2 = x^2 + Axy + (\pm 3y)^2 \text{이므로 완전제곱식} \\ \text{이 되려면}$$

$$A = 2 \times (\pm 3) = \pm 6$$

$$\text{이때 } A > 0 \text{이므로 } A=6$$

$$9x^2 - 30xy + By^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 5y + By^2 \text{이므로}$$

$$\text{완전제곱식이 되려면}$$

$$B = 5^2 = 25$$

$$\text{따라서 } A+B = 6+25 = 31$$

$$21 \quad (2x+1)(2x+3) + k = 4x^2 + 8x + 3 + k$$

$$\text{이 식이 완전제곱식이 되려면}$$

$$4x^2 + 8x + 3 + k = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 2 + 2^2$$

$$\text{이어야 하므로}$$

$$3+k=2^2, k=1$$

$$22 \quad 9x^2 + (m+1)xy + 25y^2$$

$$= (3x)^2 + 2 \times 3x \times (\pm 5y) + (\pm 5y)^2$$

$$= (3x \pm 5y)^2$$

$$\text{이므로 완전제곱식이 되려면}$$

$$m+1 = \pm 30, m = -1 \pm 30$$

$$\text{따라서 } m = -31 \text{ 또는 } m = 29 \text{이므로}$$

$$\text{모든 수 } m \text{의 값의 합은 } -31+29 = -2$$

$$23 \quad 2 < x < 3 \text{에서 } x-2 > 0, x-3 < 0 \text{이므로}$$

$$\sqrt{x^2-4x+4} - \sqrt{x^2-6x+9} = \sqrt{(x-2)^2} - \sqrt{(x-3)^2} \\ = (x-2) - \{-(x-3)\} \\ = 2x-5$$

$$24 \quad (1) -6x^2y - 9y^2 = -3y(2x^2 + 3y)$$

$$(2) 9x^2 - 6x + 1 = (3x-1)^2$$

$$(3) 4x^2 - 9 = (2x+3)(2x-3)$$

$$(4) x^2 + 6x + 5 = (x+1)(x+5)$$

$$\text{따라서 인수분해가 바르게 된 것은 } (5) \text{이다.}$$

$$25 \quad ax^2 - 49 = ax^2 - 7^2 = (bx+7)(3x+c) \text{이므로}$$

$$b=3, c=-7$$

$$(3x+7)(3x-7) = 9x^2 - 49 \text{이므로 } a=9$$

$$\text{따라서 } a+b+c = 9+3+(-7) = 5$$

- 26 $x^2+ax-3=(x-1)(x+m)$ 으로 인수분해된다고 하면
 $x^2+ax-3=x^2+(m-1)x-m$
 $a=m-1, -3=-m$ 이므로 $m=3, a=2$
 $2x^2-5x+b=(x-1)(2x+n)$ 으로 인수분해된다고 하면
 $2x^2-5x+b=2x^2+(n-2)x-n$
 $-5=n-2, b=-n$ 이므로 $n=-3, b=3$
따라서 $a+b=2+3=5$

27 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$
 $=x^2+Ax-12$

이므로 $a+b=A, ab=-12$

이때 곱이 -12 인 두 정수는

1과 -12 , 2와 -6 , 3과 -4 , 4와 -3 , 6과 -2 ,
12와 -1

이므로 A 의 값이 될 수 있는 수는 $-11, -4, -1, 1, 4$,
11이다.

따라서 주어진 수 중에서 A 의 값이 될 수 없는 것은 ④
이다.

- 28 $(x-3)(5x+2)=5x^2-13x-6$ 이고, 준혁이는 상수항
을 바르게 보았으므로 처음 이차식의 상수항은 -6 이다.
 $(x-1)(5x-2)=5x^2-7x+2$ 이고, 승현이는 일차항의
계수를 바르게 보았으므로 처음 이차식의 일차항의 계수
는 -7 이다.
따라서 처음 이차식은 $5x^2-7x-6$ 이므로 이 식을 인수
분해하면 $5x^2-7x-6=(x-2)(5x+3)$

- 29 $6x^2+13x-5=(2x+5)(3x-1)$
이때 직사각형의 가로의 길이가 $2x+5$ 이므로 세로의 길
이는 $3x-1$
따라서 직사각형의 둘레의 길이는
 $2\{(2x+5)+(3x-1)\}=2(5x+4)=10x+8$

30 $\sqrt{1.5 \times 6.5^2 - 1.5 \times 3.5^2} = \sqrt{1.5(6.5^2 - 3.5^2)}$
 $= \sqrt{1.5(6.5+3.5)(6.5-3.5)}$
 $= \sqrt{1.5 \times 10 \times 3}$
 $= \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

31 $x = \frac{1}{2+\sqrt{5}} = \frac{2-\sqrt{5}}{(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})}$
 $= \frac{2-\sqrt{5}}{-1} = -2+\sqrt{5}$
 $y = \frac{1}{2-\sqrt{5}} = \frac{2+\sqrt{5}}{(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})}$
 $= \frac{2+\sqrt{5}}{-1} = -2-\sqrt{5}$

따라서 $x-y=(-2+\sqrt{5})-(-2-\sqrt{5})=2\sqrt{5}$ 이므로

$3x^2-6xy+3y^2=3(x^2-2xy+y^2)$
 $=3(x-y)^2$
 $=3 \times (2\sqrt{5})^2=60$

- 32 $a-b=-3, -a+c=2$ 의 양변을 각각 더하면
 $(a-b)+(-a+c)=-1, b-c=1$
따라서 $ab-b^2-ac+bc=b(a-b)-c(a-b)$
 $= (a-b)(b-c)$
 $= -3 \times 1 = -3$

교과서 속 도전 문제

27쪽

01 $-2a$ 02 1 03 $(3, 8), (4, 5), (5, 4), (8, 3)$

04 3, 5, 17, 257

01 $(a+\frac{1}{a})^2-4=a^2+2+(\frac{1}{a})^2-4$
 $=a^2-2+(\frac{1}{a})^2=(a-\frac{1}{a})^2$
 $(a-\frac{1}{a})^2+4=a^2-2+(\frac{1}{a})^2+4$
 $=a^2+2+(\frac{1}{a})^2=(a+\frac{1}{a})^2$

이때 $0 < a < 1$ 에서 $\frac{1}{a} > 1$ 이므로 $a-\frac{1}{a} < 0, a+\frac{1}{a} > 0$

따라서 $\sqrt{(a+\frac{1}{a})^2-4}-\sqrt{(a-\frac{1}{a})^2+4}$
 $=\sqrt{(a-\frac{1}{a})^2}-\sqrt{(a+\frac{1}{a})^2}$
 $=-(a-\frac{1}{a})-(a+\frac{1}{a})=-2a$

02 $f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{x-1}$ 이므로

$\frac{1}{f(5)}=\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{4}}=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{4}}{(\sqrt{5}+\sqrt{4})(\sqrt{5}-\sqrt{4})}=\sqrt{5}-\sqrt{4}$
 $\frac{1}{f(6)}=\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{(\sqrt{6}+\sqrt{5})(\sqrt{6}-\sqrt{5})}=\sqrt{6}-\sqrt{5}$
 $\frac{1}{f(7)}=\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{7}-\sqrt{6}}{(\sqrt{7}+\sqrt{6})(\sqrt{7}-\sqrt{6})}=\sqrt{7}-\sqrt{6}$
 $\frac{1}{f(8)}=\frac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{8}-\sqrt{7}}{(\sqrt{8}+\sqrt{7})(\sqrt{8}-\sqrt{7})}=\sqrt{8}-\sqrt{7}$
 $\frac{1}{f(9)}=\frac{1}{\sqrt{9}+\sqrt{8}}=\frac{\sqrt{9}-\sqrt{8}}{(\sqrt{9}+\sqrt{8})(\sqrt{9}-\sqrt{8})}=\sqrt{9}-\sqrt{8}$

이므로

$\frac{1}{f(5)}+\frac{1}{f(6)}+\frac{1}{f(7)}+\frac{1}{f(8)}+\frac{1}{f(9)}$
 $= (\sqrt{5}-\sqrt{4})+(\sqrt{6}-\sqrt{5})+(\sqrt{7}-\sqrt{6})+(\sqrt{8}-\sqrt{7})$
 $+ (\sqrt{9}-\sqrt{8})$
 $= \sqrt{9}-\sqrt{4}=3-2=1$

[다른 풀이]

$$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{x-1} \text{에서}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{f(x)} &= \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x-1}} \\ &= \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x-1}}{(\sqrt{x} + \sqrt{x-1})(\sqrt{x} - \sqrt{x-1})} \\ &= \sqrt{x} - \sqrt{x-1} \end{aligned}$$

이므로

$$\begin{aligned} \frac{1}{f(5)} + \frac{1}{f(6)} + \frac{1}{f(7)} + \frac{1}{f(8)} + \frac{1}{f(9)} \\ = (\sqrt{5} - \sqrt{4}) + (\sqrt{6} - \sqrt{5}) + (\sqrt{7} - \sqrt{6}) + (\sqrt{8} - \sqrt{7}) \\ + (\sqrt{9} - \sqrt{8}) \\ = \sqrt{9} - \sqrt{4} = 3 - 2 = 1 \end{aligned}$$

03 $ab - 2a - 2b + 4 = a(b-2) - 2(b-2)$
 $= (a-2)(b-2)$

이므로 $(a-2)(b-2) = 6$ 을 만족시키는 정수 $a-2$,

$b-2$ 의 값에 대하여 a, b 를 구하면

$a-2=1, b-2=6$ 일 때 $a=3, b=8$

$a-2=-1, b-2=-6$ 일 때 $a=1, b=-4$

$a-2=2, b-2=3$ 일 때 $a=4, b=5$

$a-2=-2, b-2=-3$ 일 때 $a=0, b=-1$

$a-2=3, b-2=2$ 일 때 $a=5, b=4$

$a-2=-3, b-2=-2$ 일 때 $a=-1, b=0$

$a-2=6, b-2=1$ 일 때 $a=8, b=3$

$a-2=-6, b-2=-1$ 일 때 $a=-4, b=1$

따라서 구하는 두 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 는 $(3, 8)$,
 $(4, 5), (5, 4), (8, 3)$ 이다.

04 $2^{16} - 1 = (2^8)^2 - 1$ 이므로
 $2^{16} - 1 = (2^8 - 1)(2^8 + 1)$
 $= (2^4 - 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)$
 $= (2^2 - 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)$
 $= (2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)$
 $= 3(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)$

따라서 $2^{16} - 1$ 을 소인수분해하면

$$2^{16} - 1 = 3 \times 5 \times 17 \times 257$$

이므로 소수인 약수는 3, 5, 17, 257이다.

2. 이차방정식



시험에 꼭 나오는 유형별 핵심 문제

29~32쪽

- 01 ② 02 ② 03 7 04 ①, ⑤ 05 ④
 06 $m = -\frac{3}{2}, n = -5$ 07 -4 08 2 09 -1
 10 $\frac{1}{3}$ 11 $a = -5, b = \frac{5}{2}$
 12 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{1}{3}$ 13 -4 14 ③, ④
 15 128 16 ② 17 $-\frac{1}{4}$ 18 14 19 20
 20 (가) 6 (나) 6 (다) 12 (라) $-6 \pm 2\sqrt{3}$
 21 $a = \frac{5}{6}, b = \frac{13}{36}, x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{6}$ 22 ③
 23 ② 24 ④ 25 ④ 26 4년 후 27 ②
 28 10명 29 ⑤ 30 8 cm 31 9초

01 주어진 등식을 정리하면

① $x^2 - 4 = 2x + 1$ 에서 $x^2 - 2x - 5 = 0$

② $x^2 - 3x = x^2 - 1$ 에서 $-3x + 1 = 0$

③ $(x+5)(x-3) = -1$ 에서

$$x^2 + 2x - 15 = -1, x^2 + 2x - 14 = 0$$

④ $x(2x-1) = x^2$ 에서 $2x^2 - x = x^2, x^2 - x = 0$

⑤ $2x(x-1) - x^2 = -5$ 에서

$$2x^2 - 2x - x^2 = -5, x^2 - 2x + 5 = 0$$

따라서 이차방정식이 아닌 것은 ②이다.

02 $2(x-3)^2 = kx(x-2) + 5$ 에서

$$2(x^2 - 6x + 9) = kx^2 - 2kx + 5$$

$$2x^2 - 12x + 18 = kx^2 - 2kx + 5$$

$$(2-k)x^2 + (2k-12)x + 13 = 0$$

따라서 x 에 대한 이차방정식이 되려면 $2-k \neq 0$ 이어야

하므로 k 의 값이 될 수 없는 것은 ②이다.

03 $3x(x-4) = x^2 - 10x + 5$ 에서

$$3x^2 - 12x = x^2 - 10x + 5$$

$$2x^2 - 2x - 5 = 0 \text{이므로 } a=2, b=-5$$

$$\text{따라서 } a-b = 2 - (-5) = 7$$

04 각 이차방정식에 $x=2$ 를 대입하면

① $2^2 + 2 - 6 = 0$

② $2^2 - 2 \times 2 - 8 \neq 0$

③ $2^2 - 10 \times 2 - 24 \neq 0$

④ $2 \times 2^2 - 2 - 10 \neq 0$

⑤ $3 \times 2^2 - 7 \times 2 + 2 = 0$

따라서 $x=2$ 를 해로 갖는 이차방정식은 ①, ⑤이다.

05 [] 안의 수를 주어진 이차방정식에 각각 대입하면

① $3^2+3-6 \neq 0$

② $2^2+2 \times 2-4 \neq 0$

③ $3^2-6 \times 3+3 \neq 0$

④ $3 \times 1^2-2 \times 1-1=0$

⑤ $-1 \times (3-1) \neq -1+3$

따라서 [] 안의 수가 주어진 이차방정식의 해인 것은 ④이다.

06 두 이차방정식의 공통인 근이 $x=-2$ 이므로

이차방정식 $2x^2-3mx+1=0$ 에 $x=-2$ 를 대입하면

$$2 \times (-2)^2 - 3m \times (-2) + 1 = 0$$

$$6m = -9, m = -\frac{3}{2}$$

이차방정식 $x^2-3x+2n=0$ 에 $x=-2$ 를 대입하면

$$(-2)^2 - 3 \times (-2) + 2n = 0$$

$$2n = -10, n = -5$$

07 이차방정식 $x^2-4x-3=0$ 에

$x=m$ 을 대입하면

$$m^2-4m-3=0, m^2-4m=3$$

또 $x=n$ 을 대입하면

$$n^2-4n-3=0, n^2-4n=3$$

따라서

$$(m^2-4m+1)(n^2-4n-4) = (3+1)(3-4) = -4$$

08 이차방정식 $x^2-2x-5=0$ 에 $x=a$ 를 대입하면

$$a^2-2a-5=0$$

이때 $a^2-5=2a$ 이므로

$$a - \frac{5}{a} = \frac{a^2-5}{a} = \frac{2a}{a} = 2$$

09 이차방정식 $(x+1)^2=3x+7$ 을 정리하면

$$x^2+2x+1=3x+7, x^2-x-6=0$$

$$(x+2)(x-3)=0$$

따라서 $a+b=2+(-3)=-1$

10 이차방정식 $3x^2+2=-5x$ 를 풀면

$$3x^2+5x+2=0, (x+1)(3x+2)=0$$

$$x=-1 \text{ 또는 } x=-\frac{2}{3}$$

이때 $a>b$ 이므로 $a=-\frac{2}{3}, b=-1$

따라서 $a-b=-\frac{2}{3}-(-1)=\frac{1}{3}$

11 이차방정식 $2x^2-3x+a=0$ 에 $x=-1$ 을 대입하면

$$2 \times (-1)^2 - 3 \times (-1) + a = 0, a = -5$$

즉, $2x^2-3x-5=0$ 이므로 이 이차방정식을 풀면

$$(x+1)(2x-5)=0, x=-1 \text{ 또는 } x=\frac{5}{2}$$

따라서 $b=\frac{5}{2}$ 이다.

12 이차방정식 $0.2(x-3)(x-4)-\frac{6}{5}=0$ 의 양변에 5를 곱

하면

$$(x-3)(x-4)-6=0, x^2-7x+6=0$$

$$(x-1)(x-6)=0$$

$$x=1 \text{ 또는 } x=6$$

이때 $a>b$ 이므로 $a=6, b=1$

따라서 $6x^2+x-1=0$ 을 풀면

$$(2x+1)(3x-1)=0$$

$$x=-\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=\frac{1}{3}$$

13 이차방정식 $5x^2-(1+a^2)x-4(a-2)=0$ 에 $x=1$ 을 대입하면

$$5-(1+a^2)-4(a-2)=0, a^2+4a-12=0$$

$$(a+6)(a-2)=0$$

$$a=-6 \text{ 또는 } a=2$$

따라서 모든 수 a 의 값의 합은 $-6+2=-4$

14 ③ 이차방정식 $x^2+4x+4=0$ 을 풀면

$$(x+2)^2=0, x=-2$$

④ 이차방정식 $x(x+3)=5x-1$ 을 풀면

$$x^2+3x=5x-1, x^2-2x+1=0$$

$$(x-1)^2=0, x=1$$

따라서 중근을 갖는 것은 ③, ④이다.

15 중근 $x=-4$ 를 해로 갖는 이차방정식은

$$(x+4)^2=0, x^2+8x+16=0$$

따라서 $m=8, n=16$ 이므로 $mn=8 \times 16=128$

16 이차방정식 $x^2+7x+k=3x-9$ 를 정리하면

$$x^2+4x+k+9=0$$

이 이차방정식이 중근을 가지므로

$$k+9=\left(\frac{4}{2}\right)^2, k=-5$$

17 이차방정식 $x^2-4x+3k-2=0$ 이 중근을 가지므로

$$3k-2=\left(-\frac{4}{2}\right)^2, 3k=6, k=2$$

이차방정식 $(k+2)x^2+3x-1=0$ 에 $k=2$ 를 대입하면

$$4x^2+3x-1=0$$
이므로 이 이차방정식을 풀면

$$(x+1)(4x-1)=0, x=-1 \text{ 또는 } x=\frac{1}{4}$$

따라서 두 근의 곱은 $(-1) \times \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$

18 이차방정식 $(x-3)^2-11=0$ 을 풀면

$$(x-3)^2=11, x-3=\pm\sqrt{11}$$

$$x=3\pm\sqrt{11}$$

따라서 $A=3, B=11$ 이므로 $A+B=3+11=14$

19 이차방정식 $5(x-3)^2=a$ 를 풀면

$$(x-3)^2=\frac{a}{5}, x-3=\pm\sqrt{\frac{a}{5}}, x=3\pm\frac{\sqrt{5a}}{5}$$

이때 두 근의 차가 4이므로

$$\left(3+\frac{\sqrt{5a}}{5}\right)-\left(3-\frac{\sqrt{5a}}{5}\right)=4, 2\sqrt{5a}=20, \sqrt{5a}=10$$

따라서 $5a=100$ 이므로 $a=20$

20 $x^2+12x+24=0, x^2+12x=-24$

$$x^2+12x+6^2=-24+6^2$$

$$(x+6)^2=12, x=-6\pm2\sqrt{3}$$

따라서 (가) 6, (나) 6, (다) 12, (라) $-6\pm2\sqrt{3}$ 이다.

21 이차방정식 $3x^2+5x+1=0$ 을 풀면

$$x^2+\frac{5}{3}x+\frac{1}{3}=0, x^2+\frac{5}{3}x=-\frac{1}{3}$$

$$x^2+\frac{5}{3}x+\left(\frac{5}{6}\right)^2=-\frac{1}{3}+\left(\frac{5}{6}\right)^2, \left(x+\frac{5}{6}\right)^2=\frac{13}{36}$$

$$x+\frac{5}{6}=\pm\frac{\sqrt{13}}{6}, x=\frac{-5\pm\sqrt{13}}{6}$$

따라서 $a=\frac{5}{6}, b=\frac{13}{36}$ 이고, $x=\frac{-5\pm\sqrt{13}}{6}$ 이다.

22 이차방정식 $x^2-3x-18=0$ 을 풀면

$$(x+3)(x-6)=0, x=-3 \text{ 또는 } x=6$$

이때 $a>b$ 이므로 $a=6, b=-3$

따라서 이차방정식 $x^2+6x-3=0$ 을 풀면

$$x=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-4\times1\times(-3)}}{2\times1}$$

$$=\frac{-6\pm4\sqrt{3}}{2}=-3\pm2\sqrt{3}$$

23 이차방정식 $2x^2+3x-a=0$ 을 풀면

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times2\times(-a)}}{2\times2}$$

$$=\frac{-3\pm\sqrt{9+8a}}{4}=\frac{b\pm\sqrt{17}}{4}$$

이때 $9+8a=17, b=-3$ 이므로 $a=1, b=-3$

따라서 $a+b=1+(-3)=-2$

24 이차방정식 $0.6x^2-x-0.3=0$ 의 양변에 10을 곱하면

$$6x^2-10x-3=0$$
이므로 이 이차방정식을 풀면

$$x=\frac{-(-10)\pm\sqrt{(-10)^2-4\times6\times(-3)}}{2\times6}$$

$$=\frac{10\pm2\sqrt{43}}{12}=\frac{5\pm\sqrt{43}}{6}$$

따라서 $A=5, B=43$ 이므로 $A+B=5+43=48$

25 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 일차항의 계수와 상수항을 바꾸면 $x^2+bx+a=0$

이 이차방정식에 $x=-2$ 와 $x=4$ 를 각각 대입하면

$$4-2b+a=0, 16+4b+a=0$$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=-8, b=-2$

따라서 처음 이차방정식은 $x^2-8x-2=0$ 이므로 이 이차방정식을 풀면

$$x=\frac{-(-8)\pm\sqrt{(-8)^2-4\times1\times(-2)}}{2\times1}$$

$$=\frac{8\pm6\sqrt{2}}{2}=4\pm3\sqrt{2}$$

26 x 년 후에 아버지의 나이의 3배와 아들의 나이의 제곱이 같아진다고 하면 x 년 후의 아버지의 나이는 $(44+x)$ 세이고, 아들의 나이는 $(8+x)$ 세이므로

$$3(44+x)=(8+x)^2$$

이 이차방정식을 풀면

$$132+3x=x^2+16x+64, x^2+13x-68=0$$

$$(x+17)(x-4)=0, x=-17 \text{ 또는 } x=4$$

이때 x 는 자연수이므로 $x=4$

따라서 아버지의 나이의 3배가 아들의 나이의 제곱과 같아지는 것은 4년 후이다.

$$(44+4)\times3=(8+4)^2$$
이므로 문제의 뜻에 맞는다.

27 이차방정식 $\frac{n(n+1)}{2}=78$ 을 풀면

$$n(n+1)=156, n^2+n-156=0$$

$$(n+13)(n-12)=0, n=-13 \text{ 또는 } n=12$$

이때 n 은 자연수이므로 $n=12$

$$\frac{12\times(12+1)}{2}=78$$
이므로 문제의 뜻에 맞는다.

28 학생 수를 x 명이라고 하면 연필 80자루를 학생들에게 남김없이 똑같이 나누어 줄 때, 학생 한 명이 받을 수 있는 연필의 수는 $(x-2)$ 자루이므로

$$x(x-2)=80$$

이 이차방정식을 풀면

$$x^2-2x-80=0, (x+8)(x-10)=0$$

$$x=-8 \text{ 또는 } x=10$$

이때 $x>2$ 이므로 $x=10$

따라서 학생 수는 10명이다.

$$10\times(10-2)=80$$
이므로 문제의 뜻에 맞는다.

29 x 초 후에 처음 직사각형의 넓이와 같아진다고 하면 x 초 후의 직사각형의 가로 길이는 $(16-x)$ cm이고, 세로 길이는 $(9+3x)$ cm이므로

$$(16-x)(9+3x)=16\times9$$

이 이차방정식을 풀면

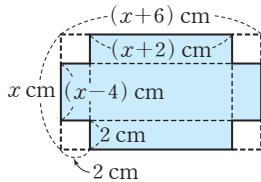
$$-3x^2+39x+144=144, x^2-13x=0$$

$$x(x-13)=0, x=0 \text{ 또는 } x=13$$

이때 $0<x<16$ 이므로 $x=13$

따라서 처음 직사각형의 넓이와 같아지는 데 걸리는 시간은 13초이다.
 $(16-13) \times (9+3 \times 13) = 144(\text{cm}^2)$ 이므로 문제의 뜻에 맞는다.

- 30** 다음 그림과 같이 처음 직사각형 모양의 세로의 길이를 x cm라고 하면 가로 길이는 $(x+6)$ cm이므로 직육면체의 부피는
 $2(x+2)(x-4) = 80$



이 이차방정식을 풀면
 $2x^2 - 4x - 16 = 80, x^2 - 2x - 48 = 0$
 $(x+6)(x-8) = 0, x = -6$ 또는 $x = 8$
 이때 $x > 4$ 이므로 $x = 8$
 따라서 처음 직사각형 모양의 세로의 길이는 8 cm이다.
 $2 \times (8+2) \times (8-4) = 80(\text{cm}^3)$ 이므로 문제의 뜻에 맞는다.

- 31** 물체가 지면에 떨어지면 높이가 0 m이므로
 $45t - 5t^2 = 0$
 이 이차방정식을 풀면
 $t^2 - 9t = 0, t(t-9) = 0$
 $t = 0$ 또는 $t = 9$
 이때 $t > 0$ 이므로 $t = 9$
 따라서 물체를 쏘아 올린 후 지면에 떨어지는 데 걸리는 시간은 9초이다.
 $45 \times 9 - 5 \times 9^2 = 0$ 이므로 문제의 뜻에 맞는다.

교과서 속 도전 문제

33쪽

01 9
02 3, 5
03 30
04 (4, 3)

- 01** 이차방정식 $x^2 - x + 1 = 0$ 에 $x = a$ 를 대입하면
 $a^2 - a + 1 = 0$
 따라서 $a^5 - a^4 + a^3 + a^2 - a + 10$
 $= a^3(a^2 - a + 1) + (a^2 - a + 1) + 9$
 $= 9$

- 02** 이차방정식 $x^2 - x + a - 5 = 0$ 을 풀면

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (a-5)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{21-4a}}{2}$$

이때 해가 유리수가 되려면
 $21 - 4a = 0$ 또는 $21 - 4a = k^2$ (k 는 자연수)
 이어야 한다.

$21 - 4a = 0$ 일 때 $4a = 21, a = \frac{21}{4}$
 $21 - 4a = 1$ 일 때 $4a = 20, a = 5$
 $21 - 4a = 4$ 일 때 $4a = 17, a = \frac{17}{4}$
 $21 - 4a = 9$ 일 때 $4a = 12, a = 3$
 $21 - 4a = 16$ 일 때 $4a = 5, a = \frac{5}{4}$
 따라서 자연수 a 의 값은 3, 5이다.

- 03** (판매 금액) $= 8000 \left(1 + \frac{x}{100}\right) \left(1 - \frac{x}{100}\right)$
 $= 8000 \left(1 - \frac{x^2}{10000}\right)$
 $= 8000 - \frac{4}{5}x^2$

이때 720원의 손해를 보았으므로

$$\left(8000 - \frac{4}{5}x^2\right) - 8000 = -720$$

이 이차방정식을 풀면

$$\frac{4}{5}x^2 = 720, x^2 = 900, x = \pm 30$$

이때 $x > 0$ 이므로 $x = 30$

$8000 \times \left(1 + \frac{30}{100}\right) \times \left(1 - \frac{30}{100}\right) - 8000 = -720$ 이므로
 문제의 뜻에 맞는다.

- 04** 점 A는 직선 $y = \frac{3}{4}x$ 위의 점

이므로 x 좌표를

k ($0 < k < 8$)라고 하면

$$A\left(k, \frac{3}{4}k\right)$$

즉, □ABCD에서

$$\overline{AB} = \frac{3}{4}k, \overline{BC} = 8 - k$$

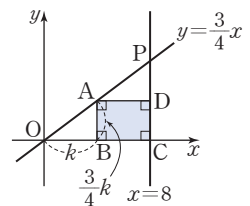
$$\square ABCD = \frac{3}{4}k(8 - k)$$

또 점 P의 x 좌표가 8이므로 $y = \frac{3}{4}x$ 에 $x = 8$ 을 대입하면

$$y = \frac{3}{4} \times 8 = 6 \text{ 즉, 점 P의 좌표는 } (8, 6) \text{이다.}$$

이때 □ABCD = $\frac{1}{2} \triangle POC$ 이므로

$$\frac{3}{4}k(8 - k) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 6\right)$$



이 이차방정식을 풀면

$$6k - \frac{3}{4}k^2 = 12, k^2 - 8k + 16 = 0$$

$$(k-4)^2 = 0, k=4$$

따라서 점 A의 좌표는 (4, 3)이다.

$$3 \times (8-4) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 6\right) \text{이므로 문제의 뜻에 맞는다.}$$



대단원 마무리 평가

34~37쪽

01 ④, ⑤	02 ③	03 ⑤	04 ①	05 ②
06 ②	07 ④	08 ①	09 ①, ③	10 ②
11 ②	12 ①	13 ⑤	14 ①	15 ①
16 ④	17 ⑤	18 ③	19 ①	20 $-2b$
21 -1	22 5개	23 9 m	24 $2x-10$	
25 25	26 $m=4, x=4$	27 $(4+\sqrt{2})$ cm		

01 ① $(6x+1)^2=36x^2+12x+1$

② $(x-3y)^2=x^2-6xy+9y^2$

③ $(-y-2)(-y+2)=y^2-4$

따라서 식을 바르게 전개한 것은 ④, ⑤이다.

02 (길을 제외한 화단의 넓이)

$$= \{(4a+5)-2\} \times \{(3b+1)-2\}$$

$$= (4a+3)(3b-1)$$

$$= 12ab - 4a + 9b - 3 \text{ (m}^2\text{)}$$

03 $x = \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2} = \frac{(\sqrt{5}-2)^2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)} = 9-4\sqrt{5}$

즉, $x=9-4\sqrt{5}$ 에서 $x-9=-4\sqrt{5}$ 이므로 양변을 제곱하면

$$(x-9)^2 = (-4\sqrt{5})^2, x^2 - 18x + 81 = 80$$

$$x^2 - 18x = -1$$

따라서 구하는 식의 값은

$$x^2 - 18x + 10 = -1 + 10 = 9$$

04 $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$ 이므로

$$(5\sqrt{2})^2=30+2ab \text{에서 } 2ab=20, ab=10$$

$$\text{따라서 } (a-b)^2=a^2+b^2-2ab=30-2 \times 10=10$$

05 $(x-4)(3x+b)=3x^2+(b-12)x-4b$
 $=3x^2+ax-12$

이때 $b-12=a, -4b=-12$ 이므로

$$a=-9, b=3$$

$$\text{따라서 } a^2+b^2=(-9)^2+3^2=90$$

06 $4x^2-(m+3)x+9=(2x)^2-(m+3)x+(\pm 3)^2$ 이므로
 완전제곱식이 되려면

$$m+3=2 \times 2 \times (\pm 3), m=-3 \pm 12$$

$$\text{따라서 } m=-15 \text{ 또는 } m=9$$

07 $x^3-x=x(x^2-1)$

$$=x(x+1)(x-1)$$

따라서 x^3-x 의 인수가 아닌 것은 ④이다.

08 $2x^2+ax-10=(x-2)(2x+m)$ 으로 인수분해된다고 하면

$$2x^2+ax-10=2x^2+(m-4)x-2m$$

$$a=m-4, -10=-2m \text{이므로 } m=5, a=1$$

$$x^2+5x+b=(x-2)(x+n) \text{으로 인수분해된다고 하면}$$

$$x^2+5x+b=x^2+(n-2)x-2n$$

$$5=n-2, b=-2n \text{이므로 } n=7, b=-14$$

$$\text{따라서 } a+b=1+(-14)=-13$$

09 $\frac{1}{2} \times 54^2 - \frac{1}{2} \times 46^2 = \frac{1}{2}(54^2 - 46^2)$

$$= \frac{1}{2}(54+46)(54-46)$$

$$= \frac{1}{2} \times 100 \times 8 = 400$$

따라서 주어진 식을 계산하는 데 사용되는 인수분해 공식은 ①, ③이다.

10 (넓이) $= \frac{1}{2} \{ (a-5) + (a+7) \} \times (\text{높이})$

$$= \frac{1}{2}(2a+2) \times (\text{높이})$$

$$= (a+1) \times (\text{높이})$$

이때 $3a^2-a-4=(a+1)(3a-4)$ 이므로

$$(\text{높이})=3a-4$$

11 ㄱ. $3x^2+4=(x+1)^2, 3x^2+4=x^2+2x+1$

$$2x^2-2x+3=0$$

ㄴ. $x^3+10x=7x^2+x^3, -7x^2+10x=0$

ㄷ. $9x^2=(3x+1)(3x-1), 9x^2=9x^2-1, 1=0$

ㄹ. $-3x^2+x=-3x^3+3x+1, 3x^3-3x^2-2x-1=0$

ㅁ. $(x-2)(x+5)=-x^2+2x$

$$x^2+3x-10=-x^2+2x, 2x^2+x-10=0$$

따라서 이차방정식은 ㄱ, ㄴ, ㅁ이다.

12 이차방정식 $x^2 + (a+3)x - 2 = 0$ 에 $x=a$ 를 대입하면

$$a^2 + (a+3) \times a - 2 = 0, 2a^2 + 3a - 2 = 0$$

$$\text{이때 } 2a^2 - 2 = -3a \text{이므로}$$

$$a^2 - 1 = -\frac{3}{2}a$$

$$\text{따라서 } a - \frac{1}{a} = \frac{a^2 - 1}{a} = \frac{-\frac{3}{2}a}{a} = -\frac{3}{2}$$

13 이차방정식 $(x+2)(x+3) = 9 - x^2$ 을 풀면

$$x^2 + 5x + 6 = 9 - x^2, 2x^2 + 5x - 3 = 0$$

$$(x+3)(2x-1) = 0, x = -3 \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$$

$$\text{이때 } a = -3, b = \frac{1}{2} \text{ 또는 } a = \frac{1}{2}, b = -3 \text{이므로}$$

$$a - b = -3 - \frac{1}{2} = -\frac{7}{2}$$

$$\text{또는 } a - b = \frac{1}{2} - (-3) = \frac{7}{2}$$

$$\text{따라서 } a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 = \left(\pm \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}$$

14 이차방정식 $x^2 + ax + 6 = 0$ 에 $x=3$ 을 대입하면

$$3^2 + 3a + 6 = 0, 3a = -15, a = -5$$

즉, 이차방정식 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 을 풀면

$$(x-2)(x-3) = 0, x = 2 \text{ 또는 } x = 3$$

이때 $x=2$ 가 이차방정식 $4x^2 - 9x + b = 0$ 의 한 근이므로

$$4 \times 2^2 - 9 \times 2 + b = 0, b = 2$$

$$\text{따라서 } ab = (-5) \times 2 = -10$$

15 이차방정식 $(k+1)x^2 - (k^2+1)x + 2(k-1) = 0$ 에

$x=-2$ 를 대입하면

$$(k+1) \times (-2)^2 - (k^2+1) \times (-2) + 2(k-1) = 0$$

$$4k + 4 + 2k^2 + 2 + 2k - 2 = 0$$

$$2k^2 + 6k + 4 = 0, k^2 + 3k + 2 = 0$$

이 이차방정식을 풀면

$$(k+2)(k+1) = 0, k = -2 \text{ 또는 } k = -1$$

이때 주어진 방정식이 이차방정식이 되려면 $k+1 \neq 0$,

즉 $k \neq -1$ 이므로 $k = -2$

따라서 이차방정식 $-x^2 - 5x - 6 = 0$ 을 풀면

$$x^2 + 5x + 6 = 0, (x+3)(x+2) = 0$$

$$x = -3 \text{ 또는 } x = -2$$

이므로 다른 한 근은 $x = -3$ 이다.

16 이차방정식 $x^2 - 5x + a = 3x - 9$ 를 정리하면

$$x^2 - 8x + a + 9 = 0$$

이 이차방정식이 중근을 가지므로

$$a + 9 = \left(\frac{-8}{2}\right)^2, a = 7$$

17 이차방정식 $3x^2 - x - 5 = 2x^2 - 5x$ 를 정리하면

$$x^2 + 4x = 5, x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 = 5 + \left(\frac{4}{2}\right)^2$$

$$(x+2)^2 = 9$$

$$\text{따라서 } p=2, q=9 \text{이므로 } p+q=2+9=11$$

18 연속하는 세 자연수를 $x-1, x, x+1$ 이라고 하면 가장 큰 수의 제곱이 다른 두 수의 제곱의 합보다 12만큼 작으므로

$$(x+1)^2 = (x-1)^2 + x^2 - 12$$

이 이차방정식을 풀면

$$x^2 + 2x + 1 = x^2 - 2x + 1 + x^2 - 12$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0, (x+2)(x-6) = 0$$

$$x = -2 \text{ 또는 } x = 6$$

이때 x 는 자연수이므로 $x = 6$

따라서 세 자연수는 5, 6, 7이므로 가장 큰 수는 7이다.

$$7^2 = 5^2 + 6^2 - 12 \text{이므로 문제의 뜻에 맞는다.}$$

19 축구공의 높이가 지면으로부터 8 m이므로

$$-5t^2 + 10t + 3 = 8$$

이 이차방정식을 풀면

$$5t^2 - 10t + 5 = 0, t^2 - 2t + 1 = 0$$

$$(t-1)^2 = 0, t = 1$$

따라서 축구공의 높이가 지면으로부터 8 m가 되는 것은 1초 후이다.

$$-5 \times 1^2 + 10 \times 1 + 3 = 8 \text{이므로 문제의 뜻에 맞는다.}$$

20 $b < a < 0$ 에서 $a - b > 0, a + b < 0$ 이므로

$$\sqrt{a^2 - 2ab + b^2} + \sqrt{a^2 + 2ab + b^2}$$

$$= \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(a+b)^2}$$

$$= (a-b) - (a+b)$$

$$= -2b$$

21 수현이는 $(x+1)(ax+5)$ 를 전개한 것이므로

$$(x+1)(ax+5) = ax^2 + (a+5)x + 5$$

$$= ax^2 + 7x + 5$$

$$a+5=7 \text{이므로 } a=2$$

정우는 $(x+b)(3x+5)$ 를 전개한 것이므로

$$(x+b)(3x+5) = 3x^2 + (3b+5)x + 5b$$

$$= 3x^2 + 14x + 15$$

$$3b+5=14, 5b=15 \text{이므로 } b=3$$

$$\text{따라서 } a-b=2-3=-1$$

22 이차방정식 $x^2 - 4x - 1 = 0$ 을 풀면

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{4 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 2 \pm \sqrt{5}$$

$$\text{이때 } 2 < \sqrt{5} < 3 \text{이므로 } -1 < 2 - \sqrt{5} < 0, 4 < 2 + \sqrt{5} < 5$$

따라서 두 근 사이에 있는 정수는 0, 1, 2, 3, 4로 모두 5개이다.

- 23** 세로의 길이를 x m라고 하면 가로 길이는 $(x+5)$ m이다.

직사각형 모양의 공원의 넓이가 126 m^2 이므로

$$x(x+5)=126$$

이 이차방정식을 풀면

$$x^2+5x-126=0, (x+14)(x-9)=0$$

$$x=-14 \text{ 또는 } x=9$$

이때 $x>0$ 이므로 $x=9$

따라서 공원의 세로의 길이는 9 m이다.

$$9 \times 14 = 126(\text{m}^2) \text{이므로 문제의 뜻에 맞는다.}$$

- 24** $(x-8)(x-3)+x=x^2-11x+24+x$
 $=x^2-10x+24$ (i)

이 식을 인수분해하면

$$x^2-10x+24=(x-4)(x-6)$$
 (ii)

따라서 구하는 두 일차식의 합은

$$(x-4)+(x-6)=2x-10$$
 (iii)

평가 기준	비율
(i) 곱셈 공식을 이용하여 식을 간단히 한 경우	40 %
(ii) 주어진 식을 인수분해한 경우	40 %
(iii) 두 일차식의 합을 구한 경우	20 %

- 25** $a=\frac{1}{3-2\sqrt{2}}=\frac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}=3+2\sqrt{2}$

$$b=\frac{1}{\sqrt{2}+1}=\frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=\sqrt{2}-1$$
 (i)

따라서

$$a^2-4ab+4b^2=(a-2b)^2$$
 (ii)

$$=\{(3+2\sqrt{2})-2(\sqrt{2}-1)\}^2$$

$$=5^2=25$$
 (iii)

평가 기준	비율
(i) a, b 의 분모를 각각 유리화한 경우	40 %
(ii) 주어진 식을 인수분해한 경우	40 %
(iii) 주어진 식의 값을 구한 경우	20 %

- 26** 이차방정식 $x^2-2mx+3m+4=0$ 이 중근을 가지므로

$$3m+4=\left(-\frac{2m}{2}\right)^2$$
 (i)

이 이차방정식을 풀면

$$m^2-3m-4=0, (m+1)(m-4)=0$$

$$m=-1 \text{ 또는 } m=4$$

이때 $m>0$ 이므로 $m=4$

즉, $x^2-8x+16=0$ 이므로 이 이차방정식을 풀면

$$(x-4)^2=0, x=4$$
 (iii)

평가 기준	비율
(i) 중근을 갖기 위한 m 의 조건을 설명한 경우	30 %
(ii) m 의 값을 구한 경우	30 %
(iii) 이차방정식의 중근을 구한 경우	40 %

- 27** $\overline{AC}=x$ cm라고 하면 $\overline{BC}=(8-x)$ cm이다. (i)

두 정사각형의 넓이의 합이 36 cm^2 이므로

$$x^2+(8-x)^2=36$$
 (ii)

이 이차방정식을 풀면

$$x^2+x^2-16x+64=36, 2x^2-16x+28=0$$

$$x^2-8x+14=0$$

$$x=\frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2-4 \times 1 \times 14}}{2 \times 1}$$

$$=\frac{8 \pm 2\sqrt{2}}{2}=4 \pm \sqrt{2}$$

이때 $\overline{AC}>\overline{BC}$, 즉 $4<x<8$ 이므로

$$x=4+\sqrt{2}$$
 (iii)

따라서 $\overline{AC}$ 의 길이는 $(4+\sqrt{2})$ cm이다. (iv)

$(4+\sqrt{2})^2+\{8-(4+\sqrt{2})\}^2=36$ 이므로 문제의 뜻에 맞는다.

평가 기준	비율
(i) $\overline{AC}=x$ cm로 놓고, $\overline{BC}$ 를 x 를 이용하여 나타낸 경우	20 %
(ii) 이차방정식을 세운 경우	30 %
(iii) 이차방정식을 풀어 문제의 뜻에 맞는 해를 구한 경우	40 %
(iv) $\overline{AC}$ 의 길이를 구한 경우	10 %

창의·융합 문제 해결하기

38쪽

1 59, 61

2 3초 후

- 1** $3599=3600-1=60^2-1^2$
 $= (60+1)(60-1)=61 \times 59$
 따라서 필요한 두 소수는 59, 61이다.

- 2** 폭죽이 105 m의 높이에서 터졌으므로
 $50t-5t^2=105$
 이 이차방정식을 풀면
 $5t^2-50t+105=0, t^2-10t+21=0$
 $(t-3)(t-7)=0, t=3 \text{ 또는 } t=7$
 따라서 폭죽이 올라가면서 터졌으므로 쏘아 올린 지 3초 후에 터진 것이다.
 $50 \times 3 - 5 \times 3^2 = 105(\text{m})$ 이므로 문제의 뜻에 맞는다.

1. 이차함수와 그 그래프



시험에 꼭 나오는 유형별 핵심 문제

41~44쪽

01 ③	02 ②, ⑤	03 ④	04 -11	05 ①
06 ①	07 130 m	08 ⑤	09 ③, ⑤	
10 (-4, -16), (4, -16)		11 ①	12 4	
13 ③	14 ②, ④	15 ④	16 ②	17 ③
18 ①	19 ③	20 ①, ③	21 ④	22 $y = \frac{3}{4}x^2$
23 ③	24 -1	25 $\frac{2}{3}$		

01 ① $y = 3 - x \rightarrow$ 일차함수

② $y = -2(x-5) = -2x + 10 \rightarrow$ 일차함수

④ $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$ 에서 $x^2 + 3x = 0 \rightarrow$ 이차방정식

⑤ $y = (2x+1)^2 - 4x^2 = 4x + 1 \rightarrow$ 일차함수

따라서 이차함수인 것은 ③이다.

02 ① $y = \frac{40}{60}x = \frac{2}{3}x \rightarrow$ 일차함수

② $y = (x+1) \times 2x = 2x^2 + 2x \rightarrow$ 이차함수

③ $y = 2 \times \pi \times 3^2 + 2\pi \times 3 \times x = 18\pi + 6\pi x \rightarrow$ 일차함수

④ $\frac{1}{2} \times x \times y = 10$ 에서 $y = \frac{20}{x} \rightarrow$ 이차함수가 아니다.

⑤ $y = \frac{1}{3} \times \pi \times x^2 \times 6 = 2\pi x^2 \rightarrow$ 이차함수

따라서 이차함수인 것은 ②, ⑤이다.

03 $y = 3x^2 - kx(x+1) + 5$

$$= 3x^2 - kx^2 - kx + 5$$

$$= (3-k)x^2 - kx + 5$$

따라서 x^2 의 계수가 0이 아니어야 하므로

$$3-k \neq 0, k \neq 3$$

04 $f(-2) = -(-2-2)^2 + 3 = -13$

$$f(1) = -(1-2)^2 + 3 = 2$$

따라서 $f(-2) + f(1) = -13 + 2 = -11$

05 $f(a) = -a^2 - 3a + 5 = 1$ 이므로

$$a^2 + 3a - 4 = 0, (a+4)(a-1) = 0$$

$$a = -4 \text{ 또는 } a = 1$$

이때 a 는 자연수이므로 $a = 1$

$$\begin{aligned} 06 \quad f(-1) &= -2 \times (-1)^2 - a \times (-1) + 3 \\ &= a + 1 \end{aligned}$$

$$f(-1) = 5 \text{이므로 } a + 1 = 5, a = 4$$

$$\text{즉, } f(x) = -2x^2 - 4x + 3 \text{이므로}$$

$$b = f(2) = -2 \times 2^2 - 4 \times 2 + 3 = -13$$

$$\text{따라서 } ab = 4 \times (-13) = -52$$

07 $y = -5x^2 + 50x + 10$ 에 $x = 6$ 을 대입하면

$$y = -5 \times 6^2 + 50 \times 6 + 10 = 130$$

따라서 쏘아 올린 지 6초 후의 공의 높이는 130 m이다.

08 ① 원점을 지나는 곡선이다.

② y 축에 대칭이다.

③ x 의 값의 범위가 실수 전체일 때, $y \geq 0$ 이다.

④ $x = -2$ 일 때, $y = 4$ 이므로 점 $(-2, 4)$ 를 지난다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

09 ① $-9 \neq (-3)^2$ ② $-1 \neq (-1)^2$ ③ $1 = 1^2$

$$\text{④ } \frac{1}{2} \neq \left(\frac{1}{2}\right)^2 \quad \text{⑤ } \frac{1}{16} = \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

따라서 $y = x^2$ 의 그래프 위의 점인 것은 ③, ⑤이다.

10 구하는 점의 x 좌표를 a 라고 하면 $(a, -16)$ 이므로

$$-16 = -a^2, a = \pm 4$$

따라서 구하는 점의 좌표는 $(-4, -16), (4, -16)$ 이다.

11 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프가 점 $(6, a)$ 를 지나므로

$$a = -\frac{1}{3} \times 6^2 = -12$$

12 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(3, -3)$ 을 지나므로

$$-3 = a \times 3^2, a = -\frac{1}{3}$$

즉, $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프가 점 $(-6, k)$ 를 지나므로

$$k = -\frac{1}{3} \times (-6)^2 = -12$$

$$\text{따라서 } ak = -\frac{1}{3} \times (-12) = 4$$

13 $y = -\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭인 그래프의 식

$$\text{은 ③ } y = \frac{2}{3}x^2 \text{이다.}$$

14 $y = ax^2$ 의 그래프는 $y = -ax^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭이므로 보기 중에서 x 축에 서로 대칭인 것은 ㄱ과 ㄴ, ㄷ과 ㄹ이다.

15 $y=3x^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭인 그래프의 식은 $y=-3x^2$ 이다.

이 그래프가 점 $(m-1, -2m+1)$ 을 지나므로 $-2m+1=-3(m-1)^2, 3m^2-8m+4=0$

$(3m-2)(m-2)=0, m=\frac{2}{3}$ 또는 $m=2$

이때 m 은 정수이므로 $m=2$

16 $y=ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 36)$ 을 지나므로

$36=a \times (-3)^2, a=4$

$y=bx^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭이므로 $b=-4$

따라서 $a-b=4-(-4)=8$

17 $y=ax^2$ 의 그래프는 $a<0$ 일 때 위로 볼록하므로 위로 볼록한 그래프는

$y=-3x^2, y=-2x^2, y=-\frac{1}{3}x^2$

이때 a 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓으므로 폭

이 가장 넓은 그래프는 $y=-\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프이다.

18 $y=ax^2$ 의 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$ 이고,

$y=\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁으므로 $|a|>\frac{1}{2}$ 이다.

따라서 $a>\frac{1}{2}$ 이므로 수 a 의 값이 될 수 없는 것은 ①이다.

19 색칠한 부분을 지나는 그래프를 나타내는 이차함수의 식을 $y=ax^2$ 이라고 하면 $y=ax^2$ 의 그래프가 x 축과

$y=-\frac{5}{2}x^2$ 의 그래프 사이에 있으므로

$-\frac{5}{2}<a<0$

따라서 색칠한 부분을 지나는 이차함수의 그래프는 ③이다.

20 ② 위로 볼록한 그래프이다.

④ 점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

⑤ $y=2x^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭이다.

따라서 옳은 것은 ①, ③이다.

21 ④ $x>0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하는 그래프는 x^2 의 계수가 양수인 것이므로 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

22 y 의 값이 x^2 의 값에 비례하므로 이차함수의 식을

$y=ax^2$ 이라고 하면 이 그래프가 점 $(2, 3)$ 을 지나므로

$3=a \times 2^2, a=\frac{3}{4}$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=\frac{3}{4}x^2$ 이다.

23 포물선의 꼭짓점이 원점이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2$

이라고 하면 이 그래프가 점 $(-\frac{1}{2}, 1)$ 을 지나므로

$1=a \times (-\frac{1}{2})^2, a=4$

즉, $y=4x^2$ 의 그래프가 점 $(\frac{1}{4}, m)$ 을 지나므로

$m=4 \times (\frac{1}{4})^2=\frac{1}{4}$

24 그래프의 꼭짓점이 원점이므로 이차함수의 식을

$f(x)=ax^2$ 이라고 하면 이 그래프가 점 $(3, -4)$ 를 지나므로

$-4=a \times 3^2, a=-\frac{4}{9}$

따라서 $f(x)=-\frac{4}{9}x^2$ 이므로

$f(-\frac{3}{2})=-\frac{4}{9} \times (-\frac{3}{2})^2=-1$

25 점 D는 점 A와 원점에 대하여 대칭이므로 $D(-3, 0)$

정사각형 ABCD의 한 변의 길이 $\overline{AD}=6$ 이므로

$B(3, 6)$

따라서 $y=ax^2$ 의 그래프가 점 $B(3, 6)$ 을 지나므로

$6=a \times 3^2, a=\frac{2}{3}$



교과서 속 도전 문제

45쪽

01 $(2\sqrt{3}, 8)$

02 1

03 1

01 점 A는 $y=\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프 위의 점이므로 점 A의 좌표를

$(t, \frac{2}{3}t^2)(t>0)$ 이라고 하면 $\triangle AOB$ 의 넓이가 16이므로

$\frac{1}{2} \times 4 \times \frac{2}{3}t^2=16, t^2=12, t=\pm 2\sqrt{3}$

이때 $t>0$ 이므로 $t=2\sqrt{3}$

따라서 점 A의 좌표는 $(2\sqrt{3}, 8)$ 이다.

02 점 R는 $y=\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프 위의 점이므로 점 R의 좌표를

$(t, 4)(t>0)$ 라고 하면 $4=\frac{1}{4}t^2, t^2=16, t=\pm 4$

이때 $t>0$ 이므로 $t=4$

즉, $R(4, 4)$ 이고 $\overline{PQ}=\overline{QR}$ 이므로 점 Q의 좌표는

$(2, 4)$

따라서 $y=ax^2$ 의 그래프가 점 $(2, 4)$ 를 지나므로

$4=a \times 2^2, a=1$

03 두 점 C, D의 x 좌표를 $t(t>0)$ 라고 하면
 $\overline{AD}=\overline{BC}=2t$ 이므로 $C(t, -t^2), D(t, 3t^2)$
 즉, $\overline{CD}=3t^2-(-t^2)=4t^2$
 $\square ABCD$ 가 정사각형이므로 $\overline{AD}=\overline{CD}$ 에서
 $2t=4t^2, 2t^2-t=0$
 $t(2t-1)=0, t=0$ 또는 $t=\frac{1}{2}$
 이때 $t>0$ 이므로 $t=\frac{1}{2}$
 따라서 $\square ABCD=(2\times\frac{1}{2})^2=1$

2. 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프



시험에 꼭 나오는 유형별 핵심 문제

47~50쪽

01 ②	02 ④	03 ③	04 ①	05 ③
06 ⑤	07 ③	08 3	09 ③	10 ④
11 $-\frac{4}{3}$	12 ①	13 ③	14 ②	15 21
16 4	17 ④	18 제4사분면	19 ③, ④	
20 ③	21 $y=-x^2-2x+1$	22 $y=x^2-4x-1$		
23 $y=-\frac{1}{2}x^2+4x-5$	24 ④			

- 01 $y=\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한
 그래프의 식은 $y=\frac{1}{2}x^2+2$
- 02 $y=-x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한
 그래프의 식은 $y=-x^2+3$
 이 그래프가 점 $(2, a)$ 를 지나므로
 $a=-2^2+3=-1$
- 03 $y=2x^2+k$ 의 그래프가 점 $(-3, 5)$ 를 지나므로
 $5=2\times(-3)^2+k, k=-13$
 따라서 $y=2x^2-13$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는
 $(0, -13)$

04 $y=ax^2+q$ 의 그래프가 두 점 $(1, \frac{5}{3}), (0, -\frac{1}{3})$ 을 지나

$$\text{므로 } \frac{5}{3}=a+q, -\frac{1}{3}=q$$

$$\text{위의 두 식을 연립하여 풀면 } a=2, q=-\frac{1}{3}$$

$$\text{따라서 } \frac{a}{q}=2\div(-\frac{1}{3})=-6$$

05 ① 아래로 볼록한 그래프이다.

② 축의 방정식은 $x=0$ (y 축)이다.

④ $y=-\frac{1}{4}x^2+5$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭이다.

⑤ $x>0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
 따라서 옳은 것은 ③이다.

06 $y=ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼 평행이동한
 그래프의 식은 $y=a(x-p)^2$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 0)$ 이므로 $p=-3$
 즉, $y=a(x+3)^2$ 의 그래프가 점 $(-2, 4)$ 를 지나므로
 $4=a(-2+3)^2, a=4$

07 $y=2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼 평행이동한
 그래프의 식은 $y=2(x-p)^2$

이 그래프가 점 $(1, 8)$ 을 지나므로

$$8=2(1-p)^2, p^2-2p-3=0$$

$$(p+1)(p-3)=0, p=-1 \text{ 또는 } p=3$$

이때 $p>0$ 이므로 $p=3$

따라서 $y=2(x-3)^2$ 의 그래프는 아래로 볼록하고, 축의
 방정식이 $x=3$ 이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증
 가하는 x 의 값의 범위는 $x>3$ 이다.

08 $y=\frac{1}{3}(x-p)^2$ 의 그래프의 축의 방정식이 $x=5$ 이므로

$$p=5$$

즉, $y=\frac{1}{3}(x-5)^2$ 의 그래프가 점 $(2, k)$ 를 지나므로

$$k=\frac{1}{3}\times(2-5)^2=3$$

09 $y=a(x+b)^2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(2, 0)$ 이므로
 $b=-2$

즉, $y=a(x-2)^2$ 의 그래프가 점 $(0, 1)$ 을 지나므로

$$1=a(0-2)^2, 4a=1, a=\frac{1}{4}$$

$$\text{따라서 } ab=\frac{1}{4}\times(-2)=-\frac{1}{2}$$

10 $y=2(x-1)^2-3$ 의 그래프는 아래로 볼록한 포물선이고,
 꼭짓점의 좌표가 $(1, -3)$ 이다.

또 $x=0$ 일 때, $y=2\times(0-1)^2-3=-1$ 이므로 그래프
 가 y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, -1)$

따라서 이 그래프로 적당한 것은 ④이다.

11 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향

으로 -4만큼 평행이동하면 $y = \frac{2}{3}(x-1)^2 - 4$

이 그래프가 점 $(-1, k)$ 를 지나므로

$$k = \frac{2}{3} \times (-1-1)^2 - 4 = -\frac{4}{3}$$

12 $y = -(x+3)^2 + 5$ 의 그래프는 위로 볼록하고, 축의 방정식이 $x = -3$ 이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는 $x < -3$ 이다.

13 $y = \frac{1}{4}(x+a)^2 + a^2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$$(-a, a^2)$$

이 꼭짓점이 $y = 2x + 3$ 의 그래프 위에 있으므로

$$a^2 = -2a + 3, a^2 + 2a - 3 = 0$$

$$(a+3)(a-1) = 0, a = -3 \text{ 또는 } a = 1$$

이때 $a < 0$ 이므로 $a = -3$

14 그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$

꼭짓점 $(-p, q)$ 가 제3사분면 위에 있으므로

$$-p < 0, q < 0$$

즉, $p > 0, q < 0$

15 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 6x - 3 = -\frac{1}{2}(x-6)^2 + 15$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(6, 15)$

따라서 $a = 6, b = 15$ 이므로

$$a + b = 6 + 15 = 21$$

16 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2kx - 1$

$$= -\frac{1}{2}(x^2 - 4kx + 4k^2 - 4k^2) - 1$$

$$= -\frac{1}{2}(x - 2k)^2 + 2k^2 - 1$$

이므로 이 그래프의 축의 방정식은 $x = 2k$ 이다.

따라서 $2k = 8$ 이므로 $k = 4$

17 주어진 일차함수의 그래프의 식은 $y = -2x + 4$ 이므로

$$a = -2, b = 4$$

따라서 $y = -2x^2 + 4x + 2$, 즉 $y = -2(x-1)^2 + 4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1, 4)$ 이다.

18 $y = x^2 + 2ax + b = (x+a)^2 - a^2 + b$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-a, -a^2 + b)$

주어진 일차함수의 그래프에서 $a < 0, b < 0$ 이므로

$$-a > 0, -a^2 + b < 0$$

따라서 $y = x^2 + 2ax + b$ 의 그래프의 꼭짓점은 제4사분면 위에 있다.

19 $y = -x^2 + 4x + 5 = -(x-2)^2 + 9$

① 그래프가 위로 볼록하고, y 축과 만나는 점이 x 축보다 위쪽에 있으므로 모든 사분면을 지난다.

② 꼭짓점의 좌표는 $(2, 9)$ 이다.

③ $x = 0$ 일 때, $y = 5$ 이므로 그래프가 y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 5)$ 이다.

④ 그래프의 축의 방정식이 $x = 2$ 이고, 위로 볼록하므로 $x > 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

⑤ 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 9만큼 평행이동한 것이다.

따라서 옳은 것은 ③, ④이다.

20 $y = ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$

③ 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$ 이다.

④ $a < 0$ 이면 위로 볼록하고, 축의 방정식이 $x = -\frac{b}{2a}$

이므로 $x < -\frac{b}{2a}$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

21 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 2)$ 이므로 이차함수의 식을

$y = a(x+1)^2 + 2$ 라고 하면 이 그래프가 점 $(0, 1)$ 을 지나므로

$$1 = a(0+1)^2 + 2, a = -1$$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$$y = -(x+1)^2 + 2 = -x^2 - 2x + 1$$

22 직선 $x = 2$ 를 축으로 하므로 이차함수의 식을

$y = a(x-2)^2 + q$ 라고 하면 이 그래프가 두 점 $(1, -4)$, $(-1, 4)$ 를 지나므로

$$-4 = a(1-2)^2 + q, -4 = a + q \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

$$4 = a(-1-2)^2 + q, 4 = 9a + q \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

①, ②를 연립하여 풀면 $a = 1, q = -5$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$$y = (x-2)^2 - 5 = x^2 - 4x - 1$$

23 (가)에서 x^2 의 계수는 $-\frac{1}{2}$ 이고, (나)에서 축의 방정식이

$$x = 4 \text{이므로 이차함수의 식을 } y = -\frac{1}{2}(x-4)^2 + q \text{라고}$$

하자.

(나)에서 이 그래프가 점 $(6, 1)$ 을 지나므로

$$1 = -\frac{1}{2} \times (6-4)^2 + q, q = 3$$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$$y = -\frac{1}{2}(x-4)^2 + 3 = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 5$$

- 24 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 점 $(0, 1)$ 을 지나므로
 $c=1$
 즉, $y=ax^2+bx+1$ 의 그래프가 두 점 $(1, 2), (-1, 4)$ 를 지나므로
 $2=a+b+1, a+b=1 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $4=a-b+1, a-b=3 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면 $a=2, b=-1$
 따라서 $2a+b-c=2 \times 2 - 1 - 1 = 2$



교과서 속 도전 문제

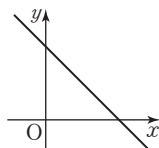
51쪽

01 $\frac{125}{8}$

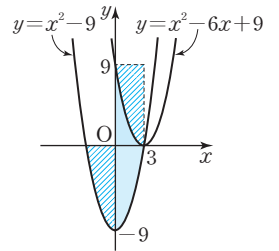
02 제3사분면

03 27

- 01 $y=-x^2-x+k=-(x+\frac{1}{2})^2+k+\frac{1}{4}$ 이므로
 축의 방정식은 $x=-\frac{1}{2}$
 이때 두 점 A, B는 축에 서로 대칭이며 $\overline{AB}=5$ 이므로
 축으로부터 각각 $\frac{5}{2}$ 만큼 떨어져 있다.
 즉, 두 점 A, B의 좌표는 $A(-3, 0), B(2, 0)$
 $y=-x^2-x+k$ 의 그래프가 점 $B(2, 0)$ 을 지나므로
 $0=-2^2-2+k, k=6$
 $y=-x^2-x+6=-(x+\frac{1}{2})^2+\frac{25}{4}$ 이므로
 $C(-\frac{1}{2}, \frac{25}{4})$
 따라서 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{25}{4} = \frac{125}{8}$
- 02 $y=x^2+ax+b=(x+\frac{a}{2})^2-\frac{a^2}{4}+b$ 이므로
 축의 방정식은 $x=-\frac{a}{2}$
 주어진 그래프에서 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로
 $-\frac{a}{2} > 0, a < 0$
 또 y 축과 만나는 점 $(0, b)$ 가 x 축보다 위쪽에 있으므로
 $b > 0$
 따라서 $a < 0, b > 0$ 이므로 $y=ax+b$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제3사분면을 지나지 않는다.



- 03 $y=x^2-6x+9=(x-3)^2$ 의 그래프는 $y=x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프이고 직선 $x=3$ 에 대칭이다.
 또 $y=x^2-9$ 의 그래프는 $y=x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -9 만큼 평행이동한 그래프이고 y 축에 대칭이다.
 따라서 $y=x^2-9$ 의 그래프에서 y 축에 대칭인 부분의 넓이는 같고, 두 그래프 $y=x^2-9, y=x^2-6x+9$ 는 평행이동하였을 때, 서로 포개어지므로 오른쪽 그림에서 빗금 친 두 부분의 넓이는 같다.
 따라서 구하는 넓이는 $3 \times 9 = 27$



대단원 마무리 평가



52-55쪽

- | | | | | |
|--|-------|--------------------|---------|---------|
| 01 ④ | 02 ① | 03 ②, ④ | 04 ⑤ | 05 ②, ③ |
| 06 ③ | 07 ① | 08 ② | 09 ②, ⑤ | 10 ② |
| 11 ④ | 12 ① | 13 ⑤ | 14 ③ | 15 ④ |
| 16 ③ | 17 ④ | 18 $-\frac{27}{2}$ | 19 0 | 20 -3 |
| 21 $(0, 1)$ | 22 16 | 23 $y=11x^2-22x+3$ | 24 -13 | |
| 25 $b=-5, \triangle ABC=\frac{105}{4}$ | | | | |

- 01 ㄱ. $y=-x+2 \rightarrow$ 일차함수
 ㄴ. $y=9-3x+2x^2 \rightarrow$ 이차함수
 ㄷ. $y=x(x-3)=x^2-3x \rightarrow$ 이차함수
 ㄹ. $y=\frac{1}{2}(x-1)^2=\frac{1}{2}x^2-x+\frac{1}{2} \rightarrow$ 이차함수
 ㅁ. $y=-\frac{5}{x} \rightarrow$ 이차함수가 아니다.
 ㅂ. $y=x^2-(x+1)^2=-2x-1 \rightarrow$ 일차함수
 따라서 이차함수가 아닌 것은 ㄱ, ㅁ, ㅂ이다.

02 $f(-1)=2$ 이므로

$$-2 \times (-1)^2 - a \times (-1) + b = 2$$

$$a + b = 4 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$f(3)=-10$ 이므로

$$-2 \times 3^2 - a \times 3 + b = -10$$

$$3a - b = -8 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면

$$a = -1, b = 5$$

$$\text{따라서 } ab = -1 \times 5 = -5$$

03 $y=ax^2$ 의 그래프는 $a>0$ 일 때 제1사분면, 제2사분면을 지나므로 $\textcircled{2}, \textcircled{4}$ 이다.

04 $y=ax^2$ 의 그래프가 점 $(-2, -3)$ 을 지나므로

$$-3 = a \times (-2)^2, a = -\frac{3}{4}$$

즉, $y = -\frac{3}{4}x^2$ 의 그래프가 점 $(6, b)$ 를 지나므로

$$b = -\frac{3}{4} \times 6^2 = -27$$

$$\text{따라서 } \frac{b}{a} = -27 \div \left(-\frac{3}{4}\right) = 36$$

05 $y=9x^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭인 그래프의 식은 $y=-9x^2$

즉, $y=-9x^2$ 의 그래프가 점 $\left(-\frac{1}{3}a, a\right)$ 를 지나므로

$$a = -9 \times \left(-\frac{1}{3}a\right)^2, a^2 + a = 0$$

$$a(a+1)=0, a=0 \text{ 또는 } a=-1$$

06 꼭짓점이 원점이고 축의 방정식이 $x=0$ 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은 $y=ax^2$
이 그래프가 점 $(-2, -6)$ 을 지나므로

$$-6 = a \times (-2)^2, a = -\frac{3}{2}$$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$$y = -\frac{3}{2}x^2$$

07 그래프가 위로 볼록한 것은 $\textcircled{1}, \textcircled{4}, \textcircled{5}$ 이고, 이 중에서 x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓으므로 그래프의 폭이 가장 넓은 것은 $\textcircled{1}$ 이다.

08 $y=ax^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=ax^2-3$

이 그래프가 점 $(2, 0)$ 을 지나므로

$$0 = a \times 2^2 - 3, a = \frac{3}{4}$$

09 $\textcircled{2}$ 꼭짓점의 좌표는 $(3, 0)$ 이다.

$\textcircled{3}$ $x=0$ 일 때, $y=(0-3)^2=9$ 이므로 그래프가 y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 9)$ 이다.

$\textcircled{5}$ $y=x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 그래프이다.

따라서 옳지 않은 것은 $\textcircled{2}, \textcircled{5}$ 이다.

10 $y=-x^2+4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, 4)$ 이고, $y=a(x-p)^2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(p, 0)$ 이다.

$y=-x^2+4$ 의 그래프가 점 $(p, 0)$ 을 지나므로

$$0 = -p^2 + 4, p^2 = 4, p = \pm 2$$

이때 $p>0$ 이므로 $p=2$

즉, $y=a(x-2)^2$ 의 그래프가 점 $(0, 4)$ 를 지나므로

$$4 = a(0-2)^2, a = 1$$

11 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(2, -1)$ 이므로

$$p=2, q=-1$$

즉, $y=a(x-2)^2-1$ 의 그래프가 점 $(0, 1)$ 을 지나므로

$$1 = a(0-2)^2 - 1, 4a = 2, a = \frac{1}{2}$$

$$\text{따라서 } a+p+q = \frac{1}{2} + 2 - 1 = \frac{3}{2}$$

12 $y=-3x^2+12x+c=-3(x-2)^2+c+12$

이므로 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2, c+12)$ 이다.

이때 꼭짓점의 y 좌표가 5 이므로

$$c+12=5, c=-7$$

13 $y=kx^2-6kx+9k+3=k(x-3)^2+3$

이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3, 3)$ 이고, y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 9k+3)$ 이다.

이 그래프는 위로 볼록하므로 그래프가 모든 사분면을 지나려면 y 축과 만나는 점이 x 축보다 위쪽에 있어야 한다.

$$\text{즉, } 9k+3>0 \text{에서 } k>-\frac{1}{3}$$

이때 $k<0$ 이므로 구하는 k 의 값의 범위는

$$-\frac{1}{3} < k < 0$$

14 $y=x^2+2ax+b=(x+a)^2-a^2+b$

이때 축의 방정식이 $x=1$ 이므로

$$-a=1, a=-1$$

$y=x^2-2x+b$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점은 축의 방정식 $x=1$ 에 대칭이고 두 점 사이의 거리가 6 이므로 축으로부터 각각 3 만큼 떨어져 있다.

즉, x 축과 만나는 두 점의 좌표는 $(-2, 0), (4, 0)$ 이다.

따라서 이 그래프가 점 $(-2, 0)$ 을 지나므로

$$0 = (-2)^2 - 2 \times (-2) + b, b = -8$$

- 15 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 0)$ 이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+3)^2$ 이라고 하면 이 그래프가 점 $(0, -9)$ 를 지나므로

$$-9=a(0+3)^2, a=-1$$

$$\text{즉, } y=-(x+3)^2=-x^2-6x-9 \text{이므로}$$

$$b=-6, c=-9$$

$$\text{따라서 } a+b-c=-1-6-(-9)=2$$

- 16 ① $y=ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$

그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$ 이고 축이 y 축의 오

른쪽에 있으므로 $-\frac{b}{2a}>0$ 에서 $b<0$

② y 축과 만나는 점이 x 축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$

③ $a>0, c>0$ 이므로 $ac>0$

④ $x=1$ 일 때, $y=a+b+c$ 이고, $x=1$ 일 때의 그래프 위의 점이 x 축보다 아래쪽에 있으므로 $a+b+c<0$

⑤ $x=2$ 일 때, $y=4a+2b+c$ 이고, $x=2$ 일 때의 그래프 위의 점이 x 축보다 위쪽에 있으므로 $4a+2b+c>0$
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

- 17 $y=3x^2-18x+15=3(x-3)^2-12$ 이므로

$$C(3, -12)$$

축의 방정식은 $x=3$ 이고, 점 $B(5, 0)$ 은 축으로부터 2만큼 떨어져 있으므로 $A(1, 0)$

$$\text{따라서 } \triangle ABC=\frac{1}{2} \times (5-1) \times 12=24$$

- 18 그래프의 꼭짓점이 원점이므로 이차함수의 식을 $f(x)=ax^2$ 이라고 하면 이 그래프가 점 $(4, -6)$ 을 지나므로

$$-6=a \times 4^2, a=-\frac{3}{8}$$

$$\text{따라서 } f(x)=-\frac{3}{8}x^2 \text{이므로}$$

$$f(-6)=-\frac{3}{8} \times (-6)^2=-\frac{27}{2}$$

- 19 $y=\frac{3}{2}(x+2)^2-4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$$(-2, -4) \text{이므로 } p=-2, q=-4$$

$$y=\frac{3}{2}(x+2)^2-4 \text{에 } x=0 \text{을 대입하면}$$

$$y=\frac{3}{2} \times 2^2-4=2, \text{ 즉 } k=2$$

$$\text{따라서 } \frac{q}{p}-k=\frac{-4}{-2}-2=0$$

- 20 $y=3x^2-6x+2k+4=3(x-1)^2+2k+1$

이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1, 2k+1)$

이 꼭짓점이 직선 $5x-y=10$ 위에 있으므로

$$5 \times 1 - (2k+1) = 10, -2k=6, k=-3$$

- 21 축의 방정식이 $x=2$ 이므로 이차함수의 식을

$$y=a(x-2)^2+q \text{라고 하면 이 그래프가 두 점}$$

$$(-2, -5), (4, 1) \text{을 지나므로}$$

$$-5=a(-2-2)^2+q, 16a+q=-5 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

$$1=a(4-2)^2+q, 4a+q=1 \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{8} \text{을 연립하여 풀면 } a=-\frac{1}{2}, q=3$$

즉, 이차함수의 식은 $y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+3$ 이므로 $x=0$ 을 대입하면

$$y=-\frac{1}{2} \times (0-2)^2+3=1$$

따라서 y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 1)$ 이다.

- 22 $y=2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 $y=2(x+3)^2$

이 그래프가 점 $(-1, a)$ 를 지나므로

$$a=2 \times (-1+3)^2=8 \quad \cdots \cdots \textcircled{i}$$

$y=-\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동

$$\text{하면 } y=-\frac{1}{2}x^2+b$$

이 그래프가 점 $(2, 6)$ 을 지나므로

$$6=-\frac{1}{2} \times 2^2+b, b=8 \quad \cdots \cdots \textcircled{ii}$$

$$\text{따라서 } a+b=8+8=16 \quad \cdots \cdots \textcircled{iii}$$

평가 기준	비율
(i) a 의 값을 구한 경우	40 %
(ii) b 의 값을 구한 경우	40 %
(iii) $a+b$ 의 값을 구한 경우	20 %

- 23 $y=x^2-2x-7=(x-1)^2-8$ 이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1, -8)$ 이다. $\cdots \cdots \textcircled{i}$

$$y=\frac{1}{2}(x+2)^2+1 \text{에 } x=0 \text{을 대입하면}$$

$$y=\frac{1}{2} \times (0+2)^2+1=3$$

이므로 이 그래프가 y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 3)$ 이다. $\cdots \cdots \textcircled{ii}$

즉, 구하는 이차함수의 식은 꼭짓점의 좌표가 $(1, -8)$ 이므로 $y=a(x-1)^2-8$ 이라고 하면 y 축과 만나는 점의 좌표가 $(0, 3)$ 이므로

$$3=a(0-1)^2-8, a=11$$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$$y=11(x-1)^2-8=11x^2-22x+3 \quad \cdots \cdots \textcircled{iii}$$

평가 기준	비율
(i) $y=x^2-2x-7$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구한 경우	30 %
(ii) $y=\frac{1}{2}(x+2)^2+1$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점의 좌표를 구한 경우	30 %
(iii) 조건에 맞는 이차함수의 식을 구한 경우	40 %

- 24 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$ 라고 하면 이 그래프가 점 $(0, 3)$ 을 지나므로 $c=3$ (i)
 즉, $y=ax^2+bx+3$ 의 그래프가 두 점 $(-3, 0), (-2, 7)$ 을 지나므로

$$0=a \times (-3)^2+b \times (-3)+3$$

$$3a-b=-1 \quad \text{..... } \textcircled{1}$$

$$7=a \times (-2)^2+b \times (-2)+3$$

$$2a-b=2 \quad \text{..... } \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{을 연립하여 풀면 } a=-3, b=-8 \quad \text{..... (ii)}$$

따라서 $y=-3x^2-8x+3$ 의 그래프가 점 $(-4, k)$ 를 지나므로

$$k=-3 \times (-4)^2-8 \times (-4)+3=-13 \quad \text{..... (iii)}$$

평가 기준	비율
(i) c 의 값을 구한 경우	20 %
(ii) a, b 의 값을 각각 구한 경우	60 %
(iii) k 의 값을 구한 경우	20 %

- 25 $y=x^2+bx-6$ 의 그래프가 점 $A(6, 0)$ 을 지나므로
 $0=6^2+6b-6, 6b=-30, b=-5$ (i)
 즉, $y=x^2-5x-6$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y=-6$ 이므로 $B(0, -6)$

$$\text{또 } y=x^2-5x-6=\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{49}{4} \text{이므로}$$

$$C\left(\frac{5}{2}, -\frac{49}{4}\right) \quad \text{..... (ii)}$$

따라서

$$\triangle ABC = \triangle OBC + \triangle OCA - \triangle OBA$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{5}{2} + \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{49}{4} - \frac{1}{2} \times 6 \times 6$$

$$= \frac{105}{4} \quad \text{..... (iii)}$$

평가 기준	비율
(i) b 의 값을 구한 경우	20 %
(ii) 두 점 B, C의 좌표를 각각 구한 경우	40 %
(iii) $\triangle ABC$ 의 넓이를 구한 경우	40 %

창의·융합 문제 해결하기

56쪽

1 남자: 112 mmHg, 여자: 122 mmHg

2 (1) $a=3, b=-3$ (2) 271개

1 $P_{\text{남자}}=0.01x^2+0.05x+107$ 에 $x=20$ 을 대입하면

$$P_{\text{남자}}=0.01 \times 20^2+0.05 \times 20+107$$

$$=112(\text{mmHg})$$

$P_{\text{여자}}=0.006x^2-0.02x+120$ 에 $x=20$ 을 대입하면

$$P_{\text{여자}}=0.006 \times 20^2-0.02 \times 20+120$$

$$=122(\text{mmHg})$$

2 (1) 1단계에서 정육각형 모양의 벌집의 개수는 1개이므로

$y=ax^2+bx+1$ 에 $x=1, y=1$ 을 대입하면

$$1=a+b+1, a+b=0 \quad \text{..... } \textcircled{1}$$

2단계에서 정육각형 모양의 벌집의 개수는

$1+6=7(\text{개})$ 이므로 $y=ax^2+bx+1$ 에 $x=2, y=7$ 을 대입하면

$$7=4a+2b+1, 2a+b=3 \quad \text{..... } \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{을 연립하여 풀면 } a=3, b=-3$$

(2) $y=3x^2-3x+1$ 에 $x=10$ 을 대입하면

$$y=3 \times 10^2-3 \times 10+1=271$$

따라서 10단계에서 정육각형 모양의 벌집의 개수는 271개이다.



1. 삼각비



시험에 꼭 나오는 유형별 핵심 문제

59~62쪽

01 ③, ⑤	02 $\frac{16}{15}$	03 $3\sqrt{3}$	04 $\frac{12}{13}$	05 ③
06 $\frac{7}{5}$	07 0	08 ③	09 ②	10 ③
11 3 cm	12 1.83	13 0.07	14 ②	15 ③
16 ④	17 ④	18 $\frac{6+\sqrt{3}}{4}$	19 $\frac{5}{4}$	20 3.1723
21 71°	22 39°	23 $2-\sqrt{3}$	24 $\frac{125\sqrt{3}}{3}\pi \text{ cm}^3$	
25 ⑤	26 2 m	27 $2\sqrt{37}$ 억 광년	28 ①	
29 $25\sqrt{3} \text{ cm}^2$	30 ③			

01 $\overline{AC} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$

① $\sin A = \frac{2}{\sqrt{13}} = \frac{2\sqrt{13}}{13}$

② $\cos A = \frac{3}{\sqrt{13}} = \frac{3\sqrt{13}}{13}$

③ $\tan A = \frac{2}{3}$

④ $\sin C = \frac{3}{\sqrt{13}} = \frac{3\sqrt{13}}{13}$

⑤ $\cos C = \frac{2}{\sqrt{13}} = \frac{2\sqrt{13}}{13}$

따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

02 $\overline{BC} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$ 이므로

$\sin C = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}, \tan C = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

따라서 $\sin C \times \tan C = \frac{4}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{16}{15}$

03 $\sin A = \frac{3}{\overline{AC}} = \frac{1}{2}$ 이므로 $\overline{AC} = 6$

따라서 $\overline{AB} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$

04 $\tan C = \frac{10}{\overline{BC}} = \frac{5}{12}$ 이므로

$5\overline{BC} = 120, \overline{BC} = 24$

따라서 $\overline{AC} = \sqrt{24^2 + 10^2} = 26$ 이므로

$\sin A = \frac{\overline{CB}}{\overline{AC}} = \frac{24}{26} = \frac{12}{13}$

05 $\sin A = \frac{3}{5} = \frac{\overline{CB}}{\overline{AC}}$ 가 되는 직각삼각

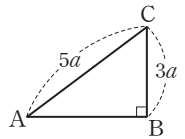
형 ABC를 그리면 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CA} = 5a, \overline{BC} = 3a$ 이다.

(단, $a > 0$)

이때 $\overline{AB} = \sqrt{(5a)^2 - (3a)^2} = 4a$ 이므로

$\tan A = \frac{3a}{4a} = \frac{3}{4}, \cos A = \frac{4a}{5a} = \frac{4}{5}$

따라서 $\tan A \div \cos A = \frac{3}{4} \div \frac{4}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{4} = \frac{15}{16}$



06 $\triangle BCA \sim \triangle BDE$ (AA 닮음)이므로

$\angle BCA = \angle BDE = \angle x$

직각삼각형 ABC에서 $\overline{BC} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ 이므로

$\sin x = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}, \cos x = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

따라서 $\sin x + \cos x = \frac{4}{5} + \frac{3}{5} = \frac{7}{5}$

07 $\triangle ABC \sim \triangle HBA$ (AA 닮음)이므로

$\angle BCA = \angle BAH = \angle x$

$\triangle ABC \sim \triangle HAC$ (AA 닮음)이므로

$\angle ABC = \angle HAC = \angle y$

직각삼각형 ABC에서 $\overline{BC} = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15$ 이므로

$\cos x = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}, \sin y = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$

따라서 $\cos x - \sin y = \frac{3}{5} - \frac{3}{5} = 0$

08 ① $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

② $\cos 45^\circ - \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$

③ $\sin 60^\circ \times \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} = \frac{3}{2}$

④ $\cos 30^\circ \times \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{2}$

⑤ $\tan 60^\circ \div \tan 30^\circ = \sqrt{3} \div \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3} \times \frac{3}{\sqrt{3}} = 3$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

09 $\frac{\sqrt{2} \sin 45^\circ - 2 \tan 45^\circ}{\tan 60^\circ + 2 \cos 60^\circ}$

$= \frac{\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 2 \times 1}{\sqrt{3} + 2 \times \frac{1}{2}} = -\frac{1}{\sqrt{3} + 1}$

$= -\frac{\sqrt{3} - 1}{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)} = \frac{1 - \sqrt{3}}{2}$

10 $\angle A = 180^\circ \times \frac{4}{3+4+5} = 60^\circ$ 이므로
 $\sin A \times \cos A \times \tan A = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{3} = \frac{3}{4}$

11 직각삼각형 BCD에서 $\sin 45^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{DB}}$ 이므로
 $\overline{BC} = \overline{DB} \sin 45^\circ = 3\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$
 따라서 직각삼각형 ABC에서 $\tan 60^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$ 이므로
 $\overline{AB} = \frac{\overline{BC}}{\tan 60^\circ} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 3(\text{cm})$

12 $\tan 50^\circ = \overline{CD} = 1.19$, $\cos 50^\circ = \overline{OA} = 0.64$
 따라서 $\tan 50^\circ + \cos 50^\circ = 1.19 + 0.64 = 1.83$

13 $\angle BOA = 90^\circ - \angle OBA = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$ 이므로
 $\tan 40^\circ = \overline{CD} = 0.84$, $\sin 50^\circ = \overline{OA} = 0.77$
 따라서 $\tan 40^\circ - \sin 50^\circ = 0.84 - 0.77 = 0.07$

14 $\angle ACB = \angle AED = \angle x$ 이므로 직각삼각형 ABC에서
 $\cos x = \frac{\overline{CB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BC}}{1} = \overline{BC}$

15 ① $\sin x = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$
 ② $\cos x = \frac{\overline{OB}}{\overline{AO}} = \frac{\overline{OB}}{1} = \overline{OB}$
 ③ $\tan x = \frac{\overline{DC}}{\overline{OD}} = \frac{\overline{CD}}{1} = \overline{CD}$
 $\angle OAB = \angle OCD = \angle y$ 이므로
 ④ $\sin y = \frac{\overline{OB}}{\overline{AO}} = \frac{\overline{OB}}{1} = \overline{OB}$
 ⑤ $\cos y = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$
 따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

16 ① $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ ② $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 ③ $\tan 0^\circ = 0$ ④ $\sin 90^\circ = 1$
 ⑤ $\cos 90^\circ = 0$
 따라서 값이 가장 큰 것은 ④이다.

17 $\neg$. $\sin 0^\circ = 0$ $\neg$. $\cos 0^\circ = 1$ $\neg$. $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$
 $\neg$. $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\neg$. $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ $\neg$. $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$
 따라서 삼각비의 값을 큰 것부터 차례로 나열하면 $\neg$, $\neg$,
 $\neg$, $\neg$, $\neg$ 이다.

18 $\sin 60^\circ \times \tan 60^\circ + \cos 30^\circ \times \sin 30^\circ + \cos 90^\circ$
 $= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} + 0$
 $= \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{6+\sqrt{3}}{4}$

19 $\sin 0^\circ + \cos 0^\circ \times \tan 45^\circ + \sin 30^\circ \times \cos 60^\circ \times \sin 90^\circ$
 $= 0 + 1 \times 1 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 1 = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$

20 $\sin 64^\circ + \cos 62^\circ + \tan 61^\circ$
 $= 0.8988 + 0.4695 + 1.8040 = 3.1723$

21 $\sin 35^\circ = 0.5736$, $\tan 36^\circ = 0.7265$ 이므로
 $\angle x = 35^\circ$, $\angle y = 36^\circ$
 따라서 $\angle x + \angle y = 35^\circ + 36^\circ = 71^\circ$

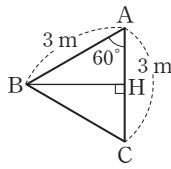
22 $\cos C = \frac{\overline{CB}}{\overline{AC}} = \frac{7.771}{10} = 0.7771$ 이고, $\cos 39^\circ = 0.7771$
 이므로 $\angle C = 39^\circ$

23 $\triangle ABD$ 에서 $\angle BAD = 30^\circ - 15^\circ = 15^\circ$
 즉, $\triangle ABD$ 는 $\overline{BD} = \overline{AD}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{AD} = \overline{BD} = 6$
 이때 직각삼각형 ADC에서
 $\overline{AC} = 6 \sin 30^\circ = 6 \times \frac{1}{2} = 3$
 $\overline{CD} = 6 \cos 30^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$
 따라서 직각삼각형 ABC에서
 $\tan 15^\circ = \frac{\overline{CA}}{\overline{BC}} = \frac{3}{6+3\sqrt{3}} = \frac{1}{2+\sqrt{3}}$
 $= \frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = 2-\sqrt{3}$

24 직각삼각형 ABH에서
 $\overline{AH} = \overline{AB} \sin 60^\circ = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}(\text{cm})$
 $\overline{BH} = \overline{AB} \cos 60^\circ = 10 \times \frac{1}{2} = 5(\text{cm})$
 따라서 원뿔의 부피는
 $\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 5\sqrt{3} = \frac{125\sqrt{3}}{3} \pi (\text{cm}^3)$

25 $\overline{CD} = \overline{AB} = 60 \text{ m}$ 이므로
 $\overline{BD} = \overline{CD} \tan 45^\circ = 60 \times 1 = 60(\text{m})$
 $\overline{DE} = \overline{CD} \tan 30^\circ = 60 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 20\sqrt{3}(\text{m})$
 따라서 빌딩의 높이는 $\overline{BE} = \overline{BD} + \overline{DE} = 60 + 20\sqrt{3}(\text{m})$

- 26 오른쪽 그림과 같이 그네가 움직이는 중심을 점 A, 지면의 수직인 방향과 60° 를 이루었을 때의 그네의 위치를 점 B, 그네가 정지해 있을 때의 위치를 점 C라 하고 점 B에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H라고 하면

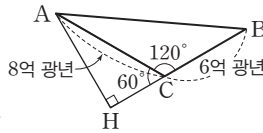


$$\overline{AH} = \overline{AB} \cos 60^\circ = 3 \times \frac{1}{2} = 1.5(\text{m})$$

따라서 그네가 지면의 수직인 방향과 60° 를 이루었을 때 지면으로부터의 그네의 높이는

$$3 + 0.5 - 1.5 = 2(\text{m})$$

- 27 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$$\angle ACH = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

이므로

$$\overline{CH} = \overline{AC} \cos 60^\circ = 8 \times \frac{1}{2} = 4(\text{억 광년})$$

$$\overline{AH} = \overline{AC} \sin 60^\circ = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}(\text{억 광년})$$

따라서 직각삼각형 AHB에서

$$\overline{AB} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 10^2} = 2\sqrt{37}(\text{억 광년})$$

이므로 두 별 A, B 사이의 거리는 $2\sqrt{37}$ 억 광년이다.

- 28 $\triangle ABC = 6\sqrt{3} \text{ cm}^2$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times 6 \times \overline{BC} \times \sin (180^\circ - 150^\circ) = 6\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{2} \times 6 \times \overline{BC} \times \sin 30^\circ = 6\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{2} \times 6 \times \overline{BC} \times \frac{1}{2} = 6\sqrt{3}, \overline{BC} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$$

- 29 $\square ABCD$

$$= \triangle ABD + \triangle BCD$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 5 \times \sin (180^\circ - 120^\circ)$$

$$+ \frac{1}{2} \times 5\sqrt{3} \times 5\sqrt{3} \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 5 \times \sin 60^\circ + \frac{1}{2} \times 5\sqrt{3} \times 5\sqrt{3} \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times 5\sqrt{3} \times 5\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{25\sqrt{3}}{4} + \frac{75\sqrt{3}}{4} = 25\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

- 30 $\triangle DBM = \frac{1}{2} \triangle DBC = \frac{1}{2} \triangle ABD$

$$= \frac{1}{2} \times \left\{ \frac{1}{2} \times 8 \times 10 \times \sin (180^\circ - 120^\circ) \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 8 \times 10 \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 8 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$



01 $\sin y = \frac{\sqrt{10}}{10}, \cos y = \frac{3\sqrt{10}}{10}$ 02 $\sqrt{2} - 1$

03 $27\sqrt{3} \text{ cm}^2$ 04 초속 $20(\sqrt{3} - 1) \text{ m}$

- 01 $\tan x = \frac{5}{\overline{AB}} = \frac{1}{2}$ 이므로 $\overline{AB} = 10$

즉, $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 직각삼각형이므로 $\angle ACB = 45^\circ$ 이다.

$$\text{이때 } \overline{AD} = \sqrt{10^2 + 5^2} = 5\sqrt{5},$$

$$\overline{AC} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2} \text{이다.}$$

한편 점 D에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H라고 하면 직각삼각형 CHD에서

$$\overline{DH} = 5 \sin 45^\circ = 5 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$\overline{CH} = 5 \cos 45^\circ = 5 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{이므로 } \overline{AH} = \overline{AC} - \overline{CH} = 10\sqrt{2} - \frac{5\sqrt{2}}{2} = \frac{15\sqrt{2}}{2}$$

따라서 직각삼각형 ADH에서

$$\sin y = \frac{\overline{DH}}{\overline{AD}} = \frac{\frac{5\sqrt{2}}{2}}{5\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{2}}{10\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

$$\cos y = \frac{\overline{AH}}{\overline{DA}} = \frac{\frac{15\sqrt{2}}{2}}{5\sqrt{5}} = \frac{15\sqrt{2}}{10\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

- 02 $\overline{OA} = \overline{OB} = 2\sqrt{2}$ 이므로 직각삼각형 AOH에서

$$\overline{AH} = 2\sqrt{2} \sin 45^\circ = 2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2$$

$$\overline{OH} = 2\sqrt{2} \cos 45^\circ = 2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2$$

따라서 직각삼각형 ABH에서

$$\begin{aligned} \tan x &= \frac{\overline{AH}}{\overline{BH}} = \frac{\overline{AH}}{\overline{BO} + \overline{OH}} \\ &= \frac{2}{2\sqrt{2} + 2} = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} \\ &= \frac{\sqrt{2} - 1}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)} = \sqrt{2} - 1 \end{aligned}$$

- 03 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AH}$ 를 그으면

$\triangle ADH$ 와 $\triangle AEH$ 에서

$$\angle ADH = \angle AEH = 90^\circ,$$

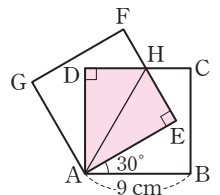
$\overline{AH}$ 는 공통,

$$\overline{AD} = \overline{AE} \text{이므로}$$

$\triangle ADH \equiv \triangle AEH$ (RHS 합동)

$$\text{즉, } \angle DAH = \angle EAH = \frac{1}{2} \angle DAE$$

$$= \frac{1}{2} \times (90^\circ - 30^\circ) = 30^\circ$$



따라서 $\overline{AE} = \overline{AB} = 9 \text{ cm}$ 이고,

$\overline{EH} = 9 \tan 30^\circ = 9 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}$ 이므로

(색칠한 부분의 넓이) $= 2\triangle AEH$

$$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 9 \times 3\sqrt{3} \right) = 27\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

- 04** $\angle ACD = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$,
 $\angle BCD = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$
 이므로 직각삼각형 ACD와
 BCD에서

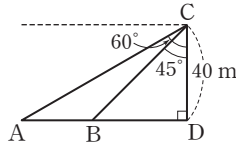
$$\overline{AD} = \overline{CD} \tan 60^\circ$$

$$= 40 \times \sqrt{3} = 40\sqrt{3} \text{ (m)}$$

$$\overline{BD} = \overline{CD} \tan 45^\circ$$

$$= 40 \times 1 = 40 \text{ (m)}$$

이때 $\overline{AB} = \overline{AD} - \overline{BD} = 40\sqrt{3} - 40 = 40(\sqrt{3} - 1) \text{ (m)}$ 이
 므로 자동차는 2초 동안 $40(\sqrt{3} - 1) \text{ m}$ 를 달렸다.
 따라서 이 자동차의 속력은 초속 $20(\sqrt{3} - 1) \text{ m}$ 이다.



대단원 마무리 평가

64~67쪽

- | | | | | |
|-------------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|--|----------------|
| 01 ③, ⑤ | 02 ② | 03 ⑤ | 04 ② | 05 ③, ④ |
| 06 ④ | 07 ③ | 08 ⑤ | 09 ② | 10 ① |
| 11 ③ | 12 ④ | 13 ⑤ | 14 ③ | 15 ④ |
| 16 ③ | 17 ③ | 18 $\frac{7}{5}$ | 19 $(9\sqrt{2} - 3\sqrt{6}) \text{ cm}$ | |
| 20 $32\sqrt{3} \text{ cm}^2$ | 21 $28\sqrt{2} \text{ cm}$ | | | |
| 22 $1 + \sqrt{2}$ | 23 1.03 | 24 $40\sqrt{5} \text{ m}$ | | |
| 25 720.6 m | | | | |

- 01** $\overline{BC} = \sqrt{17^2 - 15^2} = 8$ 이므로

$$\textcircled{1} \sin A = \frac{\overline{CB}}{\overline{AC}} = \frac{8}{17} \quad \textcircled{2} \cos A = \frac{\overline{AB}}{\overline{CA}} = \frac{15}{17}$$

$$\textcircled{3} \tan A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{8}{15} \quad \textcircled{4} \sin C = \frac{\overline{AB}}{\overline{CA}} = \frac{15}{17}$$

$$\textcircled{5} \cos C = \frac{\overline{CB}}{\overline{AC}} = \frac{8}{17}$$

따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

- 02** $\overline{AC} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ 이므로 직각삼각형 ACD에서

$$\sin x = \frac{\overline{CD}}{\overline{AC}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}, \cos x = \frac{\overline{AD}}{\overline{CA}} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$\text{따라서 } \sin x + \cos x = \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$$

- 03** $\cos C = \frac{\overline{BC}}{16} = \frac{1}{4}$ 이므로 $4\overline{BC} = 16, \overline{BC} = 4 \text{ (cm)}$

따라서 $\overline{AB} = \sqrt{16^2 - 4^2} = 4\sqrt{15} \text{ (cm)}$ 이므로

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{15} \times 4 = 8\sqrt{15} \text{ (cm}^2\text{)}$$

- 04** $\triangle BDE \sim \triangle BAC$ (AA 답음)이므로

$$\angle DEB = \angle ACB = \angle x$$

따라서 $\overline{ED} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ 이므로 직각삼각형 BDE에서

$$\cos x = \frac{\overline{ED}}{\overline{BE}} = \frac{3}{5}$$

- 05** ③ $\cos 60^\circ \times \tan 45^\circ = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$

$$\textcircled{4} \cos 30^\circ \times \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4}$$

$$\textcircled{5} 2 \sin 60^\circ \div \tan 30^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \div \frac{1}{\sqrt{3}} = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} = 3$$

따라서 옳지 않은 것은 ③, ④이다.

- 06** $a = 4 \sin 30^\circ \times \tan 60^\circ \div \cos 30^\circ$

$$= 4 \times \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \div \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 4 \times \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 4$$

$$b = (\sin 0^\circ - \cos 0^\circ)(\sin 90^\circ + \cos 90^\circ)$$

$$= (0 - 1) \times (1 + 0) = -1$$

$$\text{따라서 } a + 2b = 4 + 2 \times (-1) = 2$$

- 07** $\tan 46^\circ - \cos 46^\circ = 1.0355 - 0.6947 = 0.3408$

- 08** ① $\sin a = \frac{\overline{BA}}{\overline{OB}} = \overline{AB}$

$$\textcircled{2} \cos a = \frac{\overline{OA}}{\overline{BO}} = \overline{OA}$$

$$\textcircled{3} \tan a = \frac{\overline{CD}}{\overline{OC}} = \overline{CD}$$

$$\textcircled{4} \cos b = \frac{\overline{BA}}{\overline{OB}} = \overline{AB}$$

$$\textcircled{5} \angle c = \angle b \text{이므로 } \sin c = \sin b = \frac{\overline{OA}}{\overline{BO}} = \overline{OA}$$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

- 09** $\overline{AB} = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ (cm)}, \overline{OB} = \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \text{ (cm)},$

$\overline{CD} = \tan 60^\circ = \sqrt{3} \text{ (cm)}$ 이므로

$$\square ABDC = \frac{1}{2} \times (\overline{AB} + \overline{CD}) \times \overline{BD}$$

$$= \frac{1}{2} \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3} \right) \times \left(1 - \frac{1}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{3\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{8} \text{ (cm}^2\text{)}$$

- 10 $\angle COD = \angle x$ 라고 하면

$$\tan x = \frac{\overline{DC}}{\overline{OD}} = \overline{CD} = 1.48$$

이고, 주어진 삼각비의 표에서 $\tan 56^\circ = 1.48$ 이므로 $\angle x = 56^\circ$

따라서 직각삼각형 AOB에서

$$\sin 56^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \overline{AB} \text{이므로 } \overline{AB} = 0.83$$

- 11 $\angle ACB = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$ 이므로

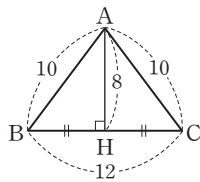
$$\tan 40^\circ = \frac{5}{\overline{AB}} \text{에서 } \overline{AB} = \frac{5}{\tan 40^\circ}$$

- 12 오른쪽 그림과 같이 이등변삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라고 하면 직각삼각형 ABH에서

$$\overline{AH} = \sqrt{10^2 - \left(\frac{12}{2}\right)^2} = 8 \text{이므로}$$

$$\sin B = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}, \tan C = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}, \cos C = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\begin{aligned} \text{따라서 } \sin B \div \tan C + \cos C &= \frac{4}{5} \div \frac{4}{3} + \frac{3}{5} \\ &= \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} + \frac{3}{5} = \frac{6}{5} \end{aligned}$$

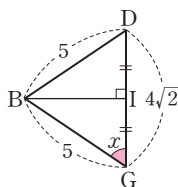


- 13 $\overline{BD} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$,
 $\overline{BG} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$,
 $\overline{GD} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$

이므로 오른쪽 그림과 같이 이등변삼각형 BGD의 꼭짓점 B에서 $\overline{GD}$ 에 내린 수선의 발을 I라고 하면 직각삼각형 BGI에서

$$\overline{BI} = \sqrt{5^2 - \left(\frac{4\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{17}$$

$$\text{따라서 } \tan x = \frac{\overline{BI}}{\overline{GI}} = \frac{\sqrt{17}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{34}}{4}$$



- 14 $\overline{AB} = 30$ m이므로 직각삼각형 ABC에서 $\overline{BC} = \overline{AB} \tan 54^\circ = 30 \times 1.38 = 41.4$ (m)

이때 재용이의 눈높이가 1.6 m이므로 건물의 높이는 $1.6 + 41.4 = 43$ (m)

- 15 $\overline{AH} = h$ km라고 하면

직각삼각형 ABH에서 $\angle BAH = 90^\circ - 28^\circ = 62^\circ$ 이므로 $\overline{BH} = h \tan 62^\circ$

또 직각삼각형 ACH에서 $\angle CAH = 90^\circ - 46^\circ = 44^\circ$ 이므로 $\overline{CH} = h \tan 44^\circ$

이때 $\overline{BC} = \overline{BH} - \overline{CH}$ 이므로 산의 높이를 구하는 식은 $2 = h \tan 62^\circ - h \tan 44^\circ$, $2 = h(\tan 62^\circ - \tan 44^\circ)$

$$h = \frac{2}{\tan 62^\circ - \tan 44^\circ}$$

- 16 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라고 하면 직각삼각형 ABH에서

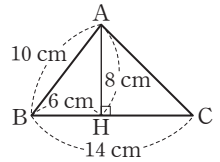
$$\overline{BH} = 10 \cos B$$

$$= 10 \times \frac{3}{5} = 6 \text{ (cm)}$$

$$\text{즉, } \overline{AH} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \text{ (cm)}$$

직각삼각형 ACH에서 $\overline{HC} = 14 - 6 = 8$ (cm)이므로

$$\overline{AC} = \sqrt{8^2 + 8^2} = 8\sqrt{2} \text{ (cm)}$$



- 17 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 10 \times \sin B = 10\sqrt{6}$ 이므로

$$30 \sin B = 10\sqrt{6}, \sin B = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

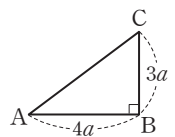
- 18 $\tan A = \frac{3}{4} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$ 가 되는 직각삼각형 ABC를 그리면 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB} = 4a$, $\overline{BC} = 3a$ 이다.

(단, $a > 0$)

$$\overline{AC} = \sqrt{(4a)^2 + (3a)^2} = 5a \text{이므로}$$

$$\sin A = \frac{3a}{5a} = \frac{3}{5}, \cos A = \frac{4a}{5a} = \frac{4}{5}$$

$$\text{따라서 } \sin A + \cos A = \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$$



- 19 직각삼각형 ADC에서

$$\overline{DC} = \frac{\overline{AC}}{\tan 45^\circ} = \frac{3\sqrt{6}}{1} = 3\sqrt{6} \text{ (cm)}$$

직각삼각형 ABC에서

$$\overline{BC} = \frac{3\sqrt{6}}{\tan 30^\circ} = 3\sqrt{6} \div \frac{\sqrt{3}}{3} = 3\sqrt{6} \times \frac{3}{\sqrt{3}} = 9\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$\text{따라서 } \overline{BD} = \overline{BC} - \overline{DC} = 9\sqrt{2} - 3\sqrt{6} \text{ (cm)}$$

- 20 오른쪽 그림과 같이 두 점 A, D에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라고 하면 직각삼각형 ABP에서

$$\overline{AP} = 8 \sin 60^\circ = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

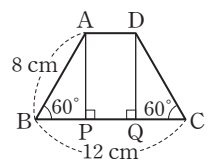
$$\overline{BP} = 8 \cos 60^\circ = 8 \times \frac{1}{2} = 4 \text{ (cm)}$$

$\angle DCB = \angle ABC = 60^\circ$ 이므로 같은 방법으로 하면

$$\overline{DQ} = 4\sqrt{3} \text{ cm}, \overline{CQ} = 4 \text{ cm}$$

$$\text{따라서 } \overline{AD} = \overline{PQ} = 12 - (4 + 4) = 4 \text{ (cm)이므로}$$

$$\square ABCD = \frac{1}{2} \times (4 + 12) \times 4\sqrt{3} = 32\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$



21 $\overline{AB} : \overline{BC} = 3 : 4$ 이므로

$$\overline{AB} = 3a \text{ cm}, \overline{BC} = 4a \text{ cm} (a > 0)$$

라고 하면 $\square ABCD = 2\triangle ABC$ 이므로

$$48\sqrt{3} = 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 3a \times 4a \times \sin 60^\circ \right)$$

$$48\sqrt{3} = 2 \times \frac{1}{2} \times 3a \times 4a \times \frac{\sqrt{3}}{2}, 6\sqrt{3}a^2 = 48\sqrt{3}$$

$$a^2 = 8, a = \pm 2\sqrt{2}$$

이때 $a > 0$ 이므로 $a = 2\sqrt{2}$

따라서 $\overline{AB} = 6\sqrt{2} \text{ cm}, \overline{BC} = 8\sqrt{2} \text{ cm}$ 이므로

$$(\square ABCD \text{의 둘레의 길이}) = 2 \times (6\sqrt{2} + 8\sqrt{2}) = 28\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

22 $\triangle ABD$ 는 $\overline{AD} = \overline{BD}$ 인 이등변삼각형이고,

$$\angle BDA = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ \text{이므로}$$

$$\angle ABD = \angle BAD = \frac{1}{2} \times 45^\circ = 22.5^\circ$$

이때 $\angle DAC = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ 이므로

$$\angle BAC = 22.5^\circ + 45^\circ = 67.5^\circ \quad \dots\dots (i)$$

$\overline{AC} = \overline{CD} = a$ 라고 하면

$$\overline{BD} = \overline{AD} = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a$$

$$\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD} = (1 + \sqrt{2})a \quad \dots\dots (ii)$$

따라서 직각삼각형 ABC 에서

$$\tan 67.5^\circ = \frac{\overline{CB}}{\overline{AC}} = \frac{(1 + \sqrt{2})a}{a} = 1 + \sqrt{2} \quad \dots\dots (iii)$$

평가 기준	비율
(i) $\angle BAC$ 의 크기를 구한 경우	30 %
(ii) $\overline{BC}$ 의 길이를 $\overline{AC}$ 에 대하여 나타낸 경우	40 %
(iii) $\tan 67.5^\circ$ 의 값을 구한 경우	30 %

23 $\angle CAB = \angle x$ 라고 하면

$$\text{직각삼각형 } ABC \text{에서 } \cos x = \frac{\overline{AB}}{\overline{CA}} = 0.87$$

이때 주어진 삼각비의 표에서 $\cos 29^\circ = 0.87$ 이므로

$$\angle x = 29^\circ \quad \dots\dots (i)$$

$$\text{직각삼각형 } ABC \text{에서 } \sin 29^\circ = \frac{\overline{CB}}{\overline{AC}} = \overline{BC}$$

이때 주어진 삼각비의 표에서 $\sin 29^\circ = 0.48$ 이므로

$$\overline{BC} = 0.48 \quad \dots\dots (ii)$$

$$\text{또 직각삼각형 } ADE \text{에서 } \tan 29^\circ = \frac{\overline{DE}}{\overline{AD}} = \overline{DE}$$

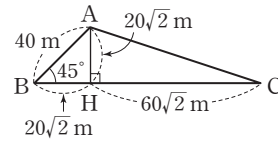
이때 주어진 삼각비의 표에서 $\tan 29^\circ = 0.55$ 이므로

$$\overline{DE} = 0.55 \quad \dots\dots (iii)$$

$$\text{따라서 } \overline{BC} + \overline{DE} = 0.48 + 0.55 = 1.03 \quad \dots\dots (iv)$$

평가 기준	비율
(i) $\angle CAB$ 의 크기를 구한 경우	30 %
(ii) $\overline{BC}$ 의 길이를 구한 경우	30 %
(iii) $\overline{DE}$ 의 길이를 구한 경우	30 %
(iv) $\overline{BC} + \overline{DE}$ 의 값을 구한 경우	10 %

24 다음 그림과 같이 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라고 하자.



직각삼각형 ABH 에서

$$\overline{AH} = 40 \sin 45^\circ = 40 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 20\sqrt{2} \text{ (m)}$$

$$\overline{BH} = 40 \cos 45^\circ = 40 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 20\sqrt{2} \text{ (m)} \quad \dots\dots (i)$$

이때 $\overline{CH} = \overline{BC} - \overline{BH} = 80\sqrt{2} - 20\sqrt{2} = 60\sqrt{2} \text{ (m)}$ 이므로 직각삼각형 ACH 에서

$$\overline{AC} = \sqrt{(20\sqrt{2})^2 + (60\sqrt{2})^2} = 40\sqrt{5} \text{ (m)} \quad \dots\dots (ii)$$

따라서 두 지점 A, C 사이의 거리는 $40\sqrt{5} \text{ m}$ 이다. (iii)

평가 기준	비율
(i) $\overline{AH}, \overline{BH}$ 의 길이를 구한 경우	60 %
(ii) $\overline{AC}$ 의 길이를 구한 경우	30 %
(iii) 두 지점 A, C 사이의 거리를 구한 경우	10 %

25 오른쪽 그림에서 수아의 눈의 위치를

A , 불꽃이 터진 곳의 위치를 C 라고 하면 불꽃이 터지는 소리를 3초 후에 들었으므로

$$\overline{AC} = 340 \times 3 = 1020 \text{ (m)} \quad \dots\dots (i)$$

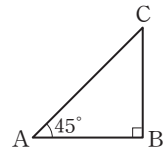
$$\overline{BC} = \overline{AC} \sin 45^\circ = 1020 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= 510 \times 1.41 = 719.1 \text{ (m)} \quad \dots\dots (ii)$$

따라서 수아의 눈높이가 1.5 m이므로 지면으로부터 불꽃이 터진 곳의 높이는

$$719.1 + 1.5 = 720.6 \text{ (m)} \quad \dots\dots (iii)$$

평가 기준	비율
(i) $\overline{AC}$ 의 길이를 구한 경우	40 %
(ii) $\overline{BC}$ 의 길이를 구한 경우	40 %
(iii) 불꽃이 터진 곳의 높이를 구한 경우	20 %



상의 · 융합 문제 해결하기

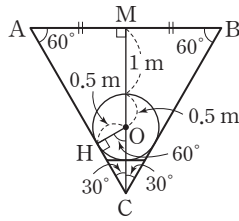
68쪽

1 119.76

2 $\frac{5\sqrt{3}}{3} \text{ m}$

- 1 직각삼각형 ABH에서 $\angle BAH = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$ 이므로
 $\overline{BH} = h \tan 65^\circ$
 직각삼각형 ACH에서 $\angle CAH = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ$ 이므로
 $\overline{CH} = h \tan 25^\circ$
 이때 $\overline{BC} = 200 \text{ m}$ 이므로 $\overline{BC} = \overline{BH} - \overline{CH}$ 에서
 $200 = h \tan 65^\circ - h \tan 25^\circ$, $200 = h(2.14 - 0.47)$
 $h = 200 \div 1.67 = 119.7604 \dots$
 따라서 소수점 아래 둘째 자리에서 반올림하여 구하면
 $h = 119.76$ 이다.

- 2 오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABC$ 를 만들면
 $\angle C = 180^\circ - (60^\circ + 60^\circ) = 60^\circ$
 이므로 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.



이때 점 C에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 M, 원 O와 $\overline{AC}$ 의 접점을 H라고 하자.

$\overline{OH} \perp \overline{HC}$ 이므로 $\triangle OHC$ 는 직각삼각형이고,

$\angle OCH = 30^\circ$ 이므로

$\angle COH = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

직각삼각형 OHC에서 $\cos 60^\circ = \frac{0.5}{\overline{OC}} = \frac{1}{2}$ 이므로

$\overline{OC} = 1 \text{ m}$

즉, $\overline{CM} = 1 + 0.5 + 1 = 2.5(\text{m})$

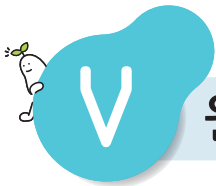
직각삼각형 ACM에서 $\tan 60^\circ = \frac{2.5}{\overline{AM}} = \sqrt{3}$ 이므로

$\overline{AM} = \frac{5}{2\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{6}(\text{m})$

따라서 $\overline{AB} = 2 \times \frac{5\sqrt{3}}{6} = \frac{5\sqrt{3}}{3}(\text{m})$ 이므로 처음 땅을 팔

때의 두 지점 A, B 사이의 거리는 $\frac{5\sqrt{3}}{3} \text{ m}$ 로 해야 한다.





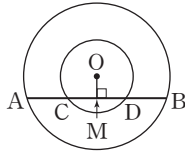
원의 성질

1. 원과 직선

시험에 꼭 나오는 유형별 핵심 문제 71~74쪽

01 ⑤	02 ⑤	03 $8\sqrt{2}$ cm	04 $3\sqrt{5}$ cm
05 ③	06 $6\sqrt{5}$ cm	07 1 cm	08 6 cm
09 $18\sqrt{3}$ cm	10 ⑤	11 ④	12 ④
13 $10\sqrt{14}$ cm ²	14 ③	15 10 cm	16 10
17 ②	18 4	19 $\frac{16}{3}\pi$ cm ²	20 2 cm
21 ③	22 90°	23 6 cm	24 $x=6, y=5$
25 14 cm	26 ①	27 20 cm	28 4 cm
29 6 cm			
30 ④	31 2 cm		

- 01 오른쪽 그림과 같이 점 O에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 M이라고 하면 $\overline{AM}=\overline{BM}$, $\overline{CM}=\overline{DM}$ 이므로 $\overline{AC}=\overline{AM}-\overline{CM}$



$$= \frac{1}{2} \overline{AB} - \frac{1}{2} \overline{CD}$$

$$= \frac{1}{2} \times 16 - \frac{1}{2} \times 6 = 5(\text{cm})$$

- 02 원 O의 반지름의 길이가 10 cm이므로 $\overline{OA}=10$ cm, $\overline{OM}=10-5=5(\text{cm})$
 $\overline{OA}$ 를 그으면 직각삼각형 AOM에서 $\overline{AM}=\sqrt{10^2-5^2}=5\sqrt{3}(\text{cm})$
 따라서 $\overline{AB}=2\overline{AM}=2 \times 5\sqrt{3}=10\sqrt{3}(\text{cm})$

- 03 $\overline{OA}=6$ cm, $\overline{OM}=6-4=2(\text{cm})$ 이므로 $\overline{OA}$ 를 그으면 직각삼각형 AOM에서 $\overline{AM}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}(\text{cm})$
 따라서 $\overline{AB}=2\overline{AM}=2 \times 4\sqrt{2}=8\sqrt{2}(\text{cm})$

- 04 $\overline{OM}=9-3=6(\text{cm})$ 이므로 직각삼각형 OAM에서 $\overline{AM}=\sqrt{9^2-6^2}=3\sqrt{5}(\text{cm})$
 따라서 $\overline{BM}=\overline{AM}=3\sqrt{5}$ cm

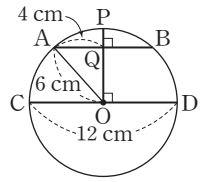
- 05 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 수직이등분하므로 $\overline{AQ}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2} \times 8=4(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$ 를 그으면 원의 반지름의 길이는

$$\overline{OA}=\overline{OC}=\frac{1}{2} \times 12=6(\text{cm})$$

따라서 직각삼각형 AOQ에서

$$\overline{OQ}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}(\text{cm})$$



- 06 오른쪽 그림과 같이 이등변삼각형

ABC의 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 M이라고 하면 $\overline{AM}$ 은 현 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선이므로 $\overline{AM}$ 의 연장선은 원의 중심 O를 지난다.

$$\text{즉, } \overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2} \times 24=12(\text{cm})$$

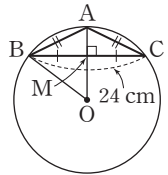
직각삼각형 OBM에서

$$\overline{OM}=\sqrt{15^2-12^2}=9(\text{cm})$$

이므로 $\overline{AM}=15-9=6(\text{cm})$

따라서 직각삼각형 ABM에서

$$\overline{AB}=\sqrt{12^2+6^2}=6\sqrt{5}(\text{cm})$$



- 07 오른쪽 그림과 같이 원의 중심

을 O라고 하면 직각삼각형

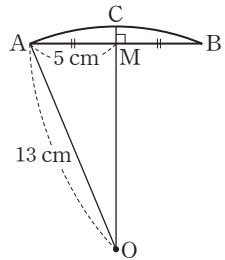
AOM에서

$$\overline{OM}=\sqrt{13^2-5^2}=12(\text{cm})$$

따라서

$$\overline{CM}=\overline{OC}-\overline{OM}$$

$$=13-12=1(\text{cm})$$



- 08 오른쪽 그림과 같이 원의 중

심을 O, 반지름의 길이를

r cm라고 하면 직각삼각형

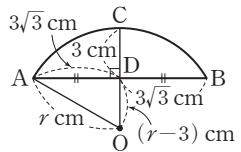
AOD에서

$$r^2=(r-3)^2+(3\sqrt{3})^2$$

$$r^2=r^2-6r+9+27$$

$$6r=36, r=6$$

따라서 구하는 원의 반지름의 길이는 6 cm이다.



- 09 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 M이라고 하면

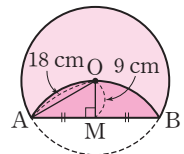
$$\overline{OA}=18$$
 cm

$$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OA}=\frac{1}{2} \times 18=9(\text{cm})$$

직각삼각형 OAM에서

$$\overline{AM}=\sqrt{18^2-9^2}=9\sqrt{3}(\text{cm})$$

따라서 $\overline{AB}=2\overline{AM}=2 \times 9\sqrt{3}=18\sqrt{3}(\text{cm})$



- 10 오른쪽 그림과 같이 접한 현을 $\overline{AB}$,
원의 중심 O에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선
의 발을 M이라고 하면

$$\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB} = 12(\text{cm})$$

원 O의 반지름의 길이를 r cm라고

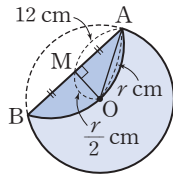
하면 $\overline{OM} = \frac{1}{2} \overline{OA} = \frac{r}{2}(\text{cm})$ 이므로 직각삼각형 AMO
에서

$$r^2 = \left(\frac{r}{2}\right)^2 + 12^2, \frac{3}{4}r^2 = 144$$

$$r^2 = 192, r = \pm 8\sqrt{3}$$

이때 $r > 0$ 이므로 $r = 8\sqrt{3}$

따라서 원의 반지름의 길이는 $8\sqrt{3}$ cm이다.



- 11 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{CD} = 8$ cm

따라서 $\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 8 = 4(\text{cm})$ 이므로 직각삼각
형 OAM에서

$$\overline{OA} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$$

- 12 ① $\overline{OM}$ 은 $\overline{AB}$ 를 수직이등분하므로 $\overline{AM} = \overline{BM}$

② $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$

③ $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{BM} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \overline{CD} = \overline{CN}$

④ $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CN} = \overline{DN}$, $\overline{OM} = \overline{ON}$

⑤ 두 직각삼각형 OAM과 OCN에서

$$\angle OMA = \angle ONC = 90^\circ, \overline{OA} = \overline{OC}, \overline{OM} = \overline{ON}$$

이므로 $\triangle OAM \cong \triangle OCN(\text{RHS 합동})$

즉, $\angle OAM = \angle OCN$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

- 13 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서
 $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 H라고 하면
 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로

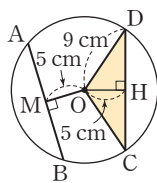
$$\overline{OH} = \overline{OM} = 5 \text{ cm}$$

직각삼각형 ODH에서

$$\overline{DH} = \sqrt{9^2 - 5^2} = 2\sqrt{14}(\text{cm})$$

$$\text{즉, } \overline{CD} = 2\overline{DH} = 2 \times 2\sqrt{14} = 4\sqrt{14}(\text{cm})$$

$$\text{따라서 } \triangle OCD = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{14} \times 5 = 10\sqrt{14}(\text{cm}^2)$$



- 14 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{CD} = 9$ cm

$\overline{BM} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{9}{2}(\text{cm})$ 이므로 직각삼각형 OBM에서

$$\overline{OB} = \frac{\overline{BM}}{\cos 30^\circ} = \frac{9}{2} \div \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$$

따라서 구하는 원 O의 넓이는

$$\pi \times (3\sqrt{3})^2 = 27\pi(\text{cm}^2)$$

- 15 $\square AMON$ 에서

$$\angle A = 360^\circ - (90^\circ + 120^\circ + 90^\circ) = 60^\circ$$

이때 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$

$\triangle ABC$ 에서

$$\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$$

따라서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이므로

$$\overline{BC} = \overline{AB} = 2\overline{AM} = 2 \times 5 = 10(\text{cm})$$

- 16 $\triangle PAB$ 에서 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이고 $\angle APB = 60^\circ$ 이므로

$$\angle PAB = \angle PBA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$$

따라서 $\triangle PAB$ 는 정삼각형이므로 $x = 10$

- 17 ① $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$

② $\overline{OA}$ 의 길이는 알 수 없다.

③ $\overline{PB} = \overline{PA} = 8$ cm

④ $\triangle PAO$ 와 $\triangle PBO$ 에서

$$\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ, \overline{OP} \text{는 공통,}$$

$$\overline{PA} = \overline{PB}$$

이므로 $\triangle PAO \cong \triangle PBO(\text{RHS 합동})$

⑤ $\square APBO$ 에서 $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$ 이므로

$$\angle APB + \angle AOB = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ) = 180^\circ$$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

- 18 $\overline{PA} = \overline{PB}$, $\overline{PB} = \overline{PC}$ 이므로 $\overline{PA} = \overline{PC}$

$$\text{즉, } 10 - 2x = x - 2 \text{이므로}$$

$$3x = 12, x = 4$$

- 19 $\angle AOB = 360^\circ - (90^\circ + 60^\circ + 90^\circ) = 120^\circ$

$\triangle OBP \cong \triangle OAP(\text{RHS 합동})$ 이므로

$$\angle BPO = \angle APO = \frac{1}{2} \angle APB = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$$

직각삼각형 OBP에서

$$\overline{OB} = \overline{BP} \tan 30^\circ = 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 4(\text{cm})$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$\pi \times 4^2 \times \frac{120}{360} = \frac{16}{3}\pi(\text{cm}^2)$$

- 20 $\overline{CA} = \overline{CE}$, $\overline{DB} = \overline{DE}$ 이므로

$$\overline{PA} + \overline{PB} = \overline{PC} + \overline{CA} + \overline{PD} + \overline{DB}$$

$$= \overline{PC} + \overline{CE} + \overline{DE} + \overline{PD}$$

$$= \overline{PC} + \overline{CD} + \overline{PD}$$

$$= 10 + 8 + 14 = 32(\text{cm})$$

$$\overline{PA} = \overline{PB} \text{이므로 } \overline{PB} = \frac{1}{2} \times 32 = 16(\text{cm})$$

$$\text{따라서 } \overline{BD} = \overline{PB} - \overline{PD} = 16 - 14 = 2(\text{cm})$$

21 $\overline{DE} = \overline{DB} = 2 \text{ cm}$ 이고

$\overline{PA} = \overline{PB} = \overline{PD} + \overline{DB} = 10 + 2 = 12 \text{ (cm)}$ 이므로

$\overline{CE} = \overline{CA} = \overline{PA} - \overline{PC} = 12 - 8 = 4 \text{ (cm)}$

따라서 $\overline{CD} = \overline{CE} + \overline{ED} = 4 + 2 = 6 \text{ (cm)}$

22 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$ 를 그으면

$\triangle AOC \equiv \triangle POC$ (RHS 합동),

$\triangle BOD \equiv \triangle POD$ (RHS 합동)

이므로

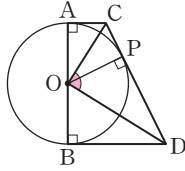
$\angle AOC = \angle POC$

$\angle BOD = \angle POD$

따라서 $\angle COD = \angle COP + \angle DOP$

$= \frac{1}{2} (\angle AOP + \angle BOP)$

$= \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$



23 $\overline{DE} = \overline{DA} = 9 \text{ cm}$, $\overline{CE} = \overline{CB} = 4 \text{ cm}$ 이므로

$\overline{DC} = 9 + 4 = 13 \text{ (cm)}$

오른쪽 그림과 같이 점 C

에서 $\overline{AD}$ 에 내린 수선의

발을 H라고 하면

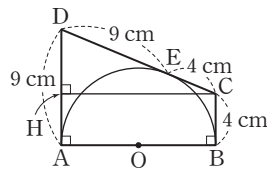
$\overline{DH} = 9 - 4 = 5 \text{ (cm)}$ 이므

로 직각삼각형 DHC에서

$\overline{HC} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ (cm)}$

따라서 $\overline{AB} = \overline{HC} = 12 \text{ cm}$ 이므로 원 O의 반지름의 길이

는 $\frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6 \text{ (cm)}$



24 $\overline{AS} = \overline{AP} = 4 \text{ cm}$, $\overline{DS} = \overline{DR} = 2 \text{ cm}$ 이므로

$x = \overline{AD} = \overline{AS} + \overline{DS} = 4 + 2 = 6$

$\overline{BQ} = \overline{BP} = 5 \text{ cm}$ 이므로

$y = \overline{CR} = \overline{CQ} = 10 - 5 = 5$

25 $\overline{AP} = \overline{AS}$, $\overline{BP} = \overline{BQ}$, $\overline{CQ} = \overline{CR}$, $\overline{DR} = \overline{DS}$ 이므로

$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AP} + \overline{BP} + \overline{CR} + \overline{DR}$

$= \overline{AS} + \overline{BQ} + \overline{CQ} + \overline{DS}$

$= (\overline{AS} + \overline{DS}) + (\overline{BQ} + \overline{CQ})$

$= \overline{AD} + \overline{BC}$

$= 11 + 17 = 28 \text{ (cm)}$

이때 $\square ABCD$ 가 등변사다리꼴이므로 $\overline{AB} = \overline{DC}$

따라서 $\overline{AB} + \overline{CD} = 2\overline{AB}$ 이므로

$28 = 2\overline{AB}$, $\overline{AB} = 14 \text{ (cm)}$

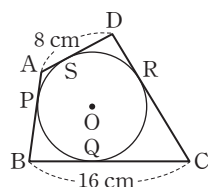
26 네 점점을 P, Q, R, S라고 하면

$\overline{AP} = \overline{AS}$, $\overline{BP} = \overline{BQ}$,

$\overline{CQ} = \overline{CR}$, $\overline{DR} = \overline{DS}$ 이므로

$\overline{AB} + \overline{CD}$

$= \overline{AP} + \overline{BP} + \overline{CR} + \overline{DR}$



$= \overline{AS} + \overline{BQ} + \overline{CQ} + \overline{DS}$

$= (\overline{AS} + \overline{DS}) + (\overline{BQ} + \overline{CQ})$

$= \overline{AD} + \overline{BC}$

$= 8 + 16 = 24 \text{ (cm)}$

이때 $\overline{AB} : \overline{CD} = 3 : 5$ 이므로 $\overline{AB} = 24 \times \frac{3}{3+5} = 9 \text{ (cm)}$

27 직각삼각형 ABE에서

$\overline{AE} = \sqrt{17^2 - 15^2} = 8 \text{ (cm)}$

$\overline{ED} = x \text{ cm}$ 라고 하면

$\overline{BC} = \overline{AD} = (x + 8) \text{ cm}$

원 O는 $\square EBCD$ 에 접하므로

그 점점을 P, Q, R, S라고 하

면 $\overline{EP} = \overline{ES}$, $\overline{BP} = \overline{BQ}$, $\overline{CQ} = \overline{CR}$, $\overline{DR} = \overline{DS}$ 이므로

$\overline{ED} + \overline{BC} = \overline{ES} + \overline{DS} + \overline{BQ} + \overline{CQ}$

$= \overline{EP} + \overline{DR} + \overline{BP} + \overline{CR}$

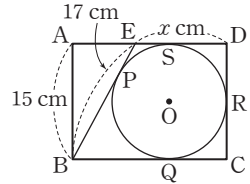
$= (\overline{EP} + \overline{BP}) + (\overline{CR} + \overline{DR})$

$= \overline{EB} + \overline{CD}$

$= 17 + 15 = 32 \text{ (cm)}$

즉, $x + (x + 8) = 32$, $2x = 24$, $x = 12$ 이므로

$\overline{AD} = 12 + 8 = 20 \text{ (cm)}$



28 $\overline{AD} = \overline{AF} = x \text{ cm}$ 라고 하면

$\overline{BE} = \overline{BD} = (11 - x) \text{ cm}$, $\overline{CE} = \overline{CF} = (13 - x) \text{ cm}$

이때 $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CE}$ 이므로

$16 = (11 - x) + (13 - x)$, $2x = 8$, $x = 4$

따라서 $\overline{AD} = 4 \text{ cm}$

29 $\overline{BE} = \overline{BD} = 9 \text{ cm}$, $\overline{CE} = \overline{CF} = 7 \text{ cm}$ 이고,

$\overline{AD} = \overline{AF} = x \text{ cm}$ 라고 하면 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가

44 cm이므로

$(x + 9) + (9 + 7) + (7 + x) = 44$, $2x = 12$, $x = 6$

따라서 $\overline{AD} = 6 \text{ cm}$

30 $\overline{AD} = \overline{AF} = x \text{ cm}$, $\overline{BD} = \overline{BE} = y \text{ cm}$ 라고 하면

$\overline{AB} = x + y = 10 \text{ (cm)}$

이때 $\square OECF$ 는 정사각형이므로 $\overline{EC} = \overline{CF} = 2 \text{ cm}$

따라서 $\triangle ABC = \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCA$

$= \frac{1}{2} \times 10 \times 2 + \frac{1}{2} \times (y + 2) \times 2$

$+ \frac{1}{2} \times (x + 2) \times 2$

$= 10 + y + 2 + x + 2$

$= 14 + x + y = 24 \text{ (cm}^2\text{)}$

31 직각삼각형 ABC에서

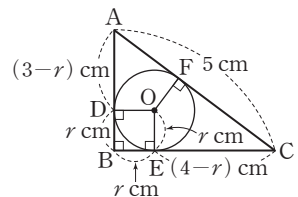
$\overline{AB} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \text{ (cm)}$

오른쪽 그림과 같이 원

O의 반지름의 길이를

$r \text{ cm}$ 라고 하면

$\overline{BD} = \overline{BE} = r \text{ cm}$ 이므로



$$\begin{aligned}\overline{AF} &= \overline{AD} = (3-r) \text{ cm}, \overline{CF} = \overline{CE} = (4-r) \text{ cm} \\ \overline{AC} &= \overline{AF} + \overline{CF} \text{ 이므로} \\ 5 &= (3-r) + (4-r), 2r=2, r=1 \\ \text{따라서 원 O의 지름의 길이는 } 2 \times 1 &= 2(\text{cm})\end{aligned}$$



교과서 속 도전 문제

75쪽

- 01 $60\pi \text{ cm}^2$ 02 $\frac{8}{3} \text{ cm}$ 03 15 cm
04 $\overline{PA}=60 \text{ cm}$, $\overline{PE}=40 \text{ cm}$

- 01 $\overline{OH}$ 는 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와 수직으로 만나
므로

$$\overline{AH} = \overline{DH}, \overline{BH} = \overline{CH}$$

이때 $\overline{AB} = \overline{BH}$ 이므로

$$\overline{AB} = \overline{BH} = \overline{CH} = \overline{CD}$$

직각삼각형 OBH에서

$$\overline{BH} = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$$

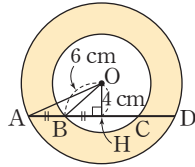
$$\text{즉, } \overline{AH} = 2\overline{BH} = 2 \times 2\sqrt{5} = 4\sqrt{5}(\text{cm})$$

$\overline{OA}$ 를 그으면 직각삼각형 OAH에서

$$\overline{OA} = \sqrt{(4\sqrt{5})^2 + 4^2} = 4\sqrt{6}(\text{cm})$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$\pi \times (4\sqrt{6})^2 - \pi \times 6^2 = 60\pi(\text{cm}^2)$$



- 02 $\overline{AE} = \overline{AF} = \overline{BF} = \overline{BG}$

$$= \frac{1}{2} \times 8 = 4(\text{cm})$$

이므로

$$\overline{DH} = \overline{DE} = \overline{CG}$$

$$= 10 - 4 = 6(\text{cm})$$

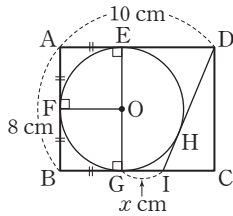
$\overline{IG} = \overline{IH} = x \text{ cm}$ 라고 하면

$$\overline{DI} = (6+x) \text{ cm}, \overline{CI} = (6-x) \text{ cm}$$

이때 직각삼각형 DIC에서

$$(6-x)^2 + 8^2 = (6+x)^2, 24x = 64, x = \frac{8}{3}$$

$$\text{따라서 } \overline{GI} = \frac{8}{3} \text{ cm}$$



- 03 $\square ABCD$ 는 정사각형이므로

$\overline{EB} = x \text{ cm}$ 라고 하면

$$\overline{AE} = (12-x) \text{ cm}$$

$$\overline{EF} = \overline{EB} = x \text{ cm}$$

이때 $\overline{DF} = \overline{DC} = 12 \text{ cm}$

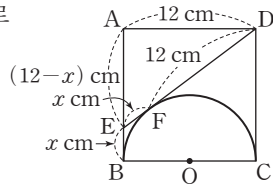
이므로

$$\overline{ED} = (12+x) \text{ cm}$$

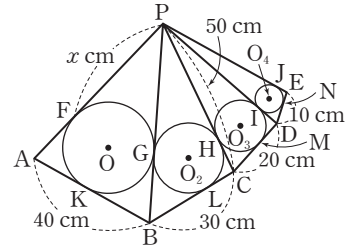
직각삼각형 AED에서

$$(12-x)^2 + 12^2 = (12+x)^2, 48x = 144, x = 3$$

$$\text{따라서 } \overline{ED} = 12 + 3 = 15(\text{cm})$$



- 04 다음 그림과 같이 4개의 내접원의 접점을 각각 F, G, H, ..., N이라 하고, $\overline{PF} = x \text{ cm}$ 라고 하자.



$$\overline{PH} = \overline{PG} = \overline{PF} = x \text{ cm} \text{ 이므로}$$

$$\overline{CL} = \overline{CM} = \overline{CH} = (50-x) \text{ cm}$$

$$\overline{BG} = \overline{BK} = \overline{BL} = 30 - (50-x) = x - 20(\text{cm})$$

$$\overline{AF} = \overline{AK} = 40 - (x - 20) = 60 - x(\text{cm})$$

$$\text{따라서 } \overline{PA} = \overline{PF} + \overline{AF} = x + (60-x) = 60(\text{cm})$$

$$\text{또 } \overline{PI} = \overline{PJ} = \overline{PF} = x \text{ cm} \text{ 이므로}$$

$$\overline{DN} = \overline{DI} = \overline{DM} = 20 - (50-x) = x - 30(\text{cm})$$

$$\overline{EJ} = \overline{EN} = 10 - (x - 30) = 40 - x(\text{cm})$$

$$\text{따라서 } \overline{PE} = \overline{PJ} + \overline{EJ} = x + (40-x) = 40(\text{cm})$$

2. 원주각



시험에 꼭 나오는 유형별 핵심 문제

77-80쪽

- | | | |
|---|-------------------------|--|
| 01 $\angle x = 60^\circ$, $\angle y = 120^\circ$ | 02 180° | 03 ③ |
| 04 70° | 05 $24\pi \text{ cm}^2$ | 06 75° 07 ④ |
| 08 64° | 09 ② | 10 $\angle x = 60^\circ$, $\angle y = 30^\circ$ |
| 11 98° | 12 18° | 13 ④ 14 21° 15 22 cm |
| 16 ② | 17 18 cm | 18 50° 19 ③ 20 115° |
| 21 ④ | 22 70° | 23 50° 24 105° 25 70° |
| 26 45° | 27 40° | 28 20° 29 65° 30 35° |
| 31 ① | 32 36° | |

$$01 \angle x = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$$

$$\angle y = \frac{1}{2} \times (360^\circ - 120^\circ) = \frac{1}{2} \times 240^\circ = 120^\circ$$

02 $\angle x = \frac{1}{2} \times 148^\circ = 74^\circ$

$\angle y = \frac{1}{2} \times (360^\circ - 148^\circ) = \frac{1}{2} \times 212^\circ = 106^\circ$

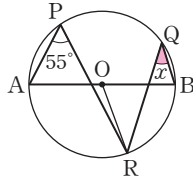
따라서 $\angle x + \angle y = 74^\circ + 106^\circ = 180^\circ$

03 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OR}$ 를 그으면

$\angle AOR = 2 \times 55^\circ = 110^\circ$ 이므로

$\angle BOR = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$

따라서 $\angle x = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$



04 $\angle AOB = 2 \times 55^\circ = 110^\circ$ 이고, $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$

이므로 $\square APBO$ 에서

$\angle x = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 110^\circ) = 70^\circ$

05 색칠한 부분에 해당하는 부채꼴의 중심각의 크기는

$2\angle ABC = 2 \times 120^\circ = 240^\circ$

따라서 구하는 넓이는

$\pi \times 6^2 \times \frac{240}{360} = 24\pi (\text{cm}^2)$

06 $\angle CAD = \angle CBD = 30^\circ$ 이므로 $\triangle APD$ 에서

$\angle APB = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$

07 오른쪽 그림과 같이 $\overline{FC}$ 를 그으면

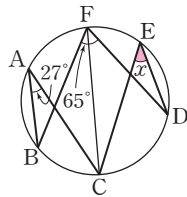
$\angle BFC = \angle BAC = 27^\circ$

$\angle CFD = \angle CED = \angle x$

이때 $\angle BFD = \angle BFC + \angle CFD$

이므로

$65^\circ = 27^\circ + \angle x, \angle x = 38^\circ$

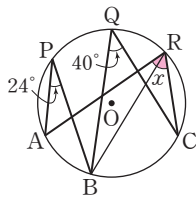


08 오른쪽 그림과 같이 $\overline{RB}$ 를 그으면

$\angle ARB = \angle APB = 24^\circ$

$\angle BRC = \angle BQC = 40^\circ$

따라서 $\angle x = \angle ARB + \angle BRC = 24^\circ + 40^\circ = 64^\circ$



09 $\triangle PDB$ 에서 $\angle DBC = 40^\circ + \angle x$

$\angle ACB = \angle ADB = \angle x$ 이므로 $\triangle QBC$ 에서

$(40^\circ + \angle x) + \angle x = 85^\circ, 2\angle x = 45^\circ, \angle x = 22.5^\circ$

10 $\angle x = \angle BDC = 60^\circ$

이때 $\angle ACB = 90^\circ$ 이므로

$\angle y = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$

11 $\angle ADB = 90^\circ$ 이므로

$\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$

$\triangle PCB$ 에서 $\angle BPC = 180^\circ - (32^\circ + 50^\circ) = 98^\circ$

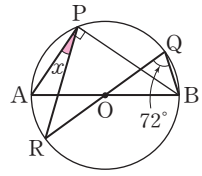
12 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PB}$ 를 그으면

$\angle APB = 90^\circ$

따라서 $\angle RPB = \angle RQB = 72^\circ$

이므로

$\angle x = 90^\circ - 72^\circ = 18^\circ$



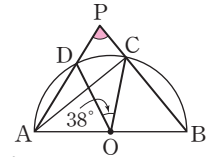
13 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 그으면

$\angle DAC = \frac{1}{2} \angle DOC$

$= \frac{1}{2} \times 38^\circ = 19^\circ$

또 $\angle ACB = 90^\circ$ 이므로 $\triangle PAC$ 에서

$\angle APB = 90^\circ - 19^\circ = 71^\circ$



14 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$ 를 그으면

$\angle ACB = 90^\circ$ 이므로

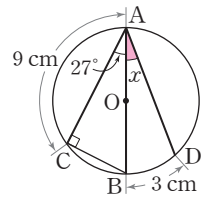
$\angle ABC = 180^\circ - (90^\circ + 27^\circ) = 63^\circ$

$\angle ABC : \angle BAD = \widehat{AC} : \widehat{BD}$

이므로

$63^\circ : \angle x = 9 : 3$

따라서 $\angle x = 21^\circ$



15 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$ 를 그으면

$\angle ACB = 90^\circ$ 이므로

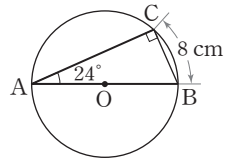
$\angle ABC = 180^\circ - (24^\circ + 90^\circ) = 66^\circ$

$\angle BAC : \angle ABC = \widehat{BC} : \widehat{AC}$

이므로

$24^\circ : 66^\circ = 8 : \widehat{AC}$

따라서 $\widehat{AC} = 22 \text{ cm}$



16 $\triangle PCD$ 에서 $\angle PCD = 110^\circ - 40^\circ = 70^\circ$

$\angle BDC : \angle ACD = \widehat{BC} : \widehat{AD}$ 이므로

$40^\circ : 70^\circ = 8 : \widehat{AD}$

따라서 $\widehat{AD} = 14 \text{ cm}$

17 $\triangle ADP$ 에서 $\angle DAP = 60^\circ - 20^\circ = 40^\circ$

$\widehat{BD} = 4 \text{ cm}$ 이고 $\widehat{BD}$ 에 대한 원주각의 크기가 40° 이므로
원의 둘레의 길이를 $l \text{ cm}$ 라고 하면

$4 : l = 40^\circ : 180^\circ, l = 18$

따라서 원의 둘레의 길이는 18 cm 이다.

18 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$ 를 그으면

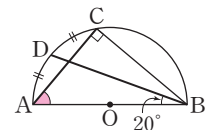
$\angle ACB = 90^\circ$

$\widehat{AD} = \widehat{CD}$ 이므로

$\angle CBD = \angle DBA = 20^\circ$

따라서 $\triangle CAB$ 에서

$\angle CAB = 180^\circ - \{90^\circ + (20^\circ + 20^\circ)\} = 50^\circ$



- 19 ① $\widehat{AB} = \widehat{BC}$ 이므로

$$\angle ADB = \angle BDC$$

- ② $\widehat{AB} = \widehat{BC}$ 이므로

$$\angle BAC = \angle BCA$$

$$\text{즉, } \angle BAE = \angle BCE$$

- ④ $\widehat{CD}$ 에 대한 원주각의 크기는 같

으므로

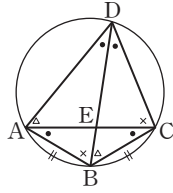
$$\angle DAC = \angle DBC$$

- ⑤ $\triangle AED$ 와 $\triangle BEC$ 에서

$$\angle EAD = \angle EBC, \angle ADE = \angle BCE$$

$$\text{이므로 } \triangle AED \sim \triangle BEC (\text{AA 닮음})$$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.



- 20 $\triangle ABC$ 는 $\widehat{AB} = \widehat{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 50^\circ) = 65^\circ$$

$\square ABCD$ 가 원에 내접하므로

$$\angle x = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$$

- 21 $\angle DCB = 180^\circ - 95^\circ = 85^\circ$ 이고, $\square ABCD$ 가 원에 내접하므로

$$\angle BAD = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$$

이때 $\angle CAD = 95^\circ - 40^\circ = 55^\circ$ 이므로

$$\angle x = \angle CAD = 55^\circ$$

- 22 $\square ABCD$ 가 원에 내접하므로

$$\angle ADC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

따라서 $\triangle DPC$ 에서

$$\angle x = 180^\circ - (60^\circ + 50^\circ) = 70^\circ$$

- 23 $\widehat{AC} = \widehat{CD}$ 이므로

$$\angle CBD = \angle ABC = 20^\circ$$

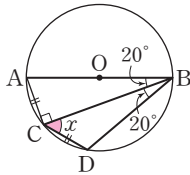
오른쪽 그림과 같이 $\widehat{AC}$ 를 그

면 $\angle ACB = 90^\circ$ 이고, $\square ACDB$

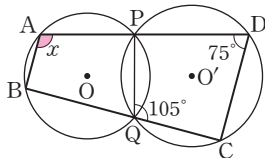
는 원에 내접하므로

$$(90^\circ + \angle x) + (20^\circ + 20^\circ) = 180^\circ$$

$$\angle x = 50^\circ$$



- 24 다음 그림과 같이 $\widehat{PQ}$ 를 그으면 $\square PQCD$ 가 원 O' 에 내접하므로 $\angle PQC = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$



이때 $\angle BQP = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$ 이고, $\square ABQP$ 가 원 O 에 내접하므로 $\angle x = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$

- 25 $\angle BCA = \angle BAT = 40^\circ$ 이고, $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형
이므로 $\angle x = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$

- 26 $\angle ABT = \angle ATP = \angle x$ 이므로 $\triangle PTB$ 에서
 $\angle x = 80^\circ - 35^\circ = 45^\circ$

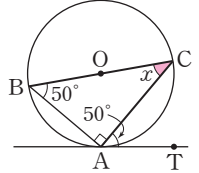
- 27 오른쪽 그림과 같이 $\widehat{AB}$ 를 그으면

$$\angle ABC = \angle CAT = 50^\circ$$

이때 $\angle BAC = 90^\circ$ 이므로

$\triangle ABC$ 에서

$$\angle x = 180^\circ - (50^\circ + 90^\circ) = 40^\circ$$



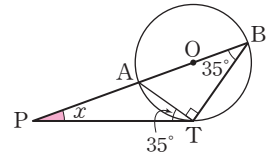
- 28 오른쪽 그림과 같이 $\widehat{AT}$ 를
그으면

$$\angle ATP = \angle ABT = 35^\circ$$

이때 $\angle ATB = 90^\circ$ 이므로

$\triangle BPT$ 에서

$$\angle x = 180^\circ - \{(35^\circ + 90^\circ) + 35^\circ\} = 20^\circ$$



- 29 $\angle BTQ = \angle BAT = 35^\circ$ 이므로

$$\angle PTD = \angle QTB = 35^\circ (\text{맞꼭지각})$$

따라서 $\angle DCT = \angle PTD = 35^\circ$ 이므로 $\triangle DTC$ 에서

$$\angle DTC = 180^\circ - (35^\circ + 80^\circ) = 65^\circ$$

- 30 $\angle BDC = \angle x$, $\angle CBD = \angle DCT = 40^\circ$ 이고, $\square ABCD$
가 원 O 에 내접하므로

$$(30^\circ + 40^\circ) + (75^\circ + \angle x) = 180^\circ, \angle x = 35^\circ$$

- 31 $\angle BDC = \angle BCT = 30^\circ$ 이므로 $\triangle BCD$ 에서

$$\angle BCD = 180^\circ - (65^\circ + 30^\circ) = 85^\circ$$

이때 $\square ABCD$ 가 원 O 에 내접하므로

$$\angle x = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$$

- 32 오른쪽 그림과 같이 $\widehat{BD}$ 를 그으면

$$\angle BDC = \angle x$$

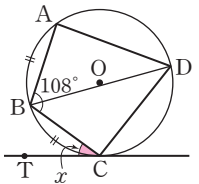
이고, $\widehat{AB} = \widehat{BC}$ 이므로

$$\angle ADB = \angle x$$

이때 $\square ABCD$ 가 원 O 에 내접하

므로

$$108^\circ + 2\angle x = 180^\circ, \angle x = 36^\circ$$



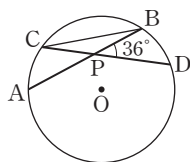
01 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$ 를 그으면

$\triangle BCP$ 에서

$$\angle PBC + \angle BCP = 36^\circ$$

즉, $\widehat{AC}$, $\widehat{BD}$ 에 대한 원주각의 크기의 합이 36° , 즉 중심각의 크기의 합이 $2 \times 36^\circ = 72^\circ$ 이므로

$$\widehat{AC} + \widehat{BD} = 2\pi \times 10 \times \frac{72}{360} = 4\pi (\text{cm})$$



02 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$, $\overline{BE}$ 를

각각 긋고 $\angle ABE = \angle x$,

$\angle BED = \angle y$ 라고 하면

$\widehat{AE} = \widehat{CE}$, $\widehat{AD} = \widehat{BD}$ 이므로

$\angle EAC = \angle ABE = \angle x$

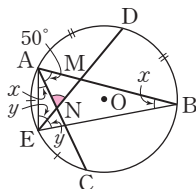
$\angle AED = \angle BED = \angle y$

$\triangle AEN$ 에서 $\angle ANM = \angle x + \angle y$

또 $\triangle BME$ 에서 $\angle AMN = \angle x + \angle y$

따라서 $\angle ANM = \angle AMN$, 즉 $\triangle ANM$ 은 이등변삼각

형이므로 $\angle ANM = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 50^\circ) = 65^\circ$



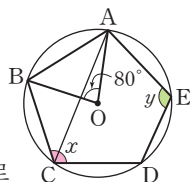
03 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 그으면

$$\angle BCA = \frac{1}{2} \angle AOB$$

$$= \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$$

이때 $\square ACDE$ 가 원 O에 내접하므로

$$(\angle x - 40^\circ) + \angle y = 180^\circ, \angle x + \angle y = 220^\circ$$



04 원 O 밖의 한 점 C에서 그은 두 접선의 길이는 같으므로

$\triangle CEF$ 는 $\overline{CE} = \overline{CF}$ 인 이등변삼각형이다.

$$\text{즉, } \angle CEF = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 48^\circ) = 66^\circ$$

이때 $\overline{BC}$ 가 원 O의 접선이므로

$$\angle FDE = \angle CEF = 66^\circ$$

따라서 $\triangle DEF$ 에서

$$\angle DFE = 180^\circ - (66^\circ + 40^\circ) = 74^\circ$$

05 $\widehat{TC} = \widehat{CB}$ 이므로 $\overline{TC} = \overline{CB}$

$\triangle CBT$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle CBT = \angle BTC = 25^\circ$$

$$\text{즉, } \angle BCT = 180^\circ - 2 \times 25^\circ = 130^\circ$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AT}$ 를 그으면

$\square ATCB$ 가 원에 내접하므로

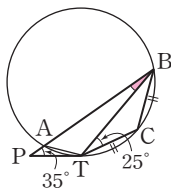
$$\angle BAT = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

이때 $\triangle APT$ 에서

$$\angle ATP = 50^\circ - 35^\circ = 15^\circ$$

따라서 $\overline{PT}$ 가 원의 접선이므로

$$\angle ABT = \angle ATP = 15^\circ$$



대단원 마무리 평가



82~85쪽

01 ②	02 ⑤	03 ④	04 ⑤	05 ③
06 ②	07 ①	08 ②	09 ②	10 ③
11 ③	12 ③	13 ②	14 ③	15 ⑤
16 ③	17 ③	18 ④	19 ⑤	20 ①
21 5 cm	22 5	23 $12\pi \text{ cm}^2$	24 20°	
25 $(8+4\sqrt{2}) \text{ cm}$	26 1 cm	27 65°	28 60°	

01 원 O의 반지름의 길이는 $2+1=3(\text{cm})$ 이므로

$$\overline{OA} = 3 \text{ cm}$$

$\overline{OA}$ 를 그으면 직각삼각형 OAM에서

$$\overline{AM} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5} (\text{cm})$$

$$\text{따라서 } \overline{AB} = 2\overline{AM} = 2\sqrt{5} (\text{cm})$$

02 $\overline{AH} = 8 \cos 30^\circ = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} (\text{cm})$ 이므로

$$\overline{AB} = 2\overline{AH} = 2 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3} (\text{cm})$$

03 $\overline{ON} = \overline{CN} = x \text{ cm}$ 라고 하면 직각삼각형 OCN에서

$$x^2 + x^2 = (3\sqrt{2})^2, 2x^2 = 18$$

$$x^2 = 9, x = \pm 3$$

이때 $x > 0$ 이므로 $x = 3$

따라서 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로

$$\overline{AB} = \overline{CD} = 2\overline{CN} = 2 \times 3 = 6 (\text{cm})$$

04 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서

$\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$$\overline{OH} = \frac{1}{2} \times 2 = 1 (\text{cm})$$

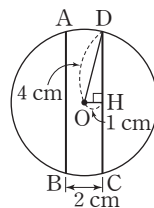
직각삼각형 DOH에서

$$\overline{DH} = \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{15} (\text{cm})$$

$$\text{즉, } \overline{CD} = 2\overline{DH} = 2\sqrt{15} (\text{cm})$$

따라서 $\overline{AB} = \overline{CD} = 2\sqrt{15} \text{ cm}$ 이므로

$$\overline{AB} + \overline{CD} = 2\sqrt{15} + 2\sqrt{15} = 4\sqrt{15} (\text{cm})$$



05 오른쪽 그림과 같이 원의 중

심 O에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선

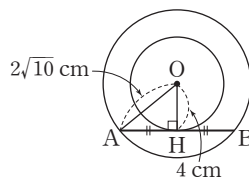
의 발을 H라고 하면 직각삼

각형 OAH에서

$$\overline{AH} = \sqrt{(2\sqrt{10})^2 - 4^2}$$

$$= 2\sqrt{6} (\text{cm})$$

$$\text{따라서 } \overline{AB} = 2\overline{AH} = 2 \times 2\sqrt{6} = 4\sqrt{6} (\text{cm})$$



06 ① $\overline{PB} = \overline{PA} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$

② $\overline{PO} > \overline{PA}$ 이므로 $\overline{PO} > 4\sqrt{3} \text{ cm}$

$$\text{③ } \angle AOB = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 40^\circ) = 140^\circ$$

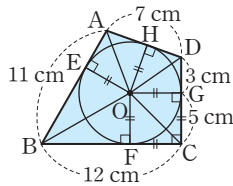
$$\text{④ } \angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$$

- ⑤ $\triangle APO$ 와 $\triangle BPO$ 에서
 $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$, $\overline{PO}$ 는 공통, $\overline{OA} = \overline{OB}$
 이므로 $\triangle APO \cong \triangle BPO$ (RHS 합동)
 따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

- 07 $\overline{CE} = \overline{AC} = 15 - 10 = 5$ (cm)
 $\overline{PB} = \overline{PA} = 15$ cm 이므로 $\overline{ED} = \overline{BD} = 15 - 12 = 3$ (cm)
 따라서 $\overline{CD} = \overline{CE} + \overline{ED} = 5 + 3 = 8$ (cm)

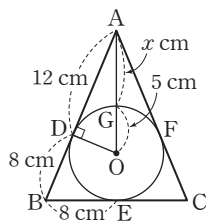
- 08 $\overline{DH} = \overline{DG} = 2$ cm 이므로
 $\overline{AE} = \overline{AH} = 6 - 2 = 4$ (cm)
 $\overline{BF} = \overline{BE} = 8 - 4 = 4$ (cm)
 따라서 $\overline{CG} = \overline{CF} = 10 - 4 = 6$ (cm)

- 09 $\overline{DH} = \overline{DG} = 3$ cm 이므로
 $\overline{AE} = \overline{AH} = 7 - 3 = 4$ (cm)
 $\overline{BF} = \overline{BE} = 11 - 4 = 7$ (cm)
 $\overline{CG} = \overline{CF} = 12 - 7 = 5$ (cm)
 이때 $\angle C = 90^\circ$ 이고
 $\square OFCG$ 는 정사각형이므로
 원 O의 반지름의 길이는
 $\overline{OF} = \overline{CG} = 5$ cm



- 따라서 $\square ABCD$
 $= \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle ODA$
 $= \frac{1}{2} \times 11 \times 5 + \frac{1}{2} \times 12 \times 5 + \frac{1}{2} \times 8 \times 5$
 $+ \frac{1}{2} \times 7 \times 5$
 $= 95$ (cm²)

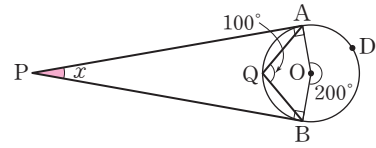
- 10 $\overline{BD} = \overline{BE} = 8$ cm 이므로
 $\overline{AD} = \overline{AB} - \overline{BD} = 20 - 8 = 12$ (cm)
 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$ 를 긋고
 $\overline{AG} = x$ cm 라고 하면 직각삼각
 형 ADO에서
 $(x+5)^2 = 12^2 + 5^2$
 $x^2 + 10x - 144 = 0$
 $(x+18)(x-8) = 0$
 $x = -18$ 또는 $x = 8$
 이때 $x > 0$ 이므로 $x = 8$
 따라서 $\overline{AG} = 8$ cm



- 11 $\angle AOB = 2 \times 56^\circ = 112^\circ$ 이고, $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로
 $\angle OAB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 112^\circ) = 34^\circ$

- 12 $\angle ADB = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 130^\circ = 65^\circ$
 따라서 $\triangle APD$ 에서 $\angle x = 65^\circ - 40^\circ = 25^\circ$

- 13 다음 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 를 그으면 $\widehat{ADB}$ 에 대한 원주
 각 $\angle AQB = 100^\circ$ 이므로 중심각의 크기는 200° 이고,
 $\angle AOB = 360^\circ - 200^\circ = 160^\circ$ 이다.



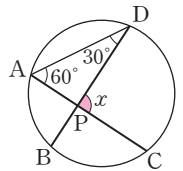
- 따라서 $\square APBO$ 에서 $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$ 이므로
 $\angle x = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 160^\circ) = 20^\circ$

- 14 $\angle ACB = 90^\circ$ 이고, $\overline{AB} = 2 \times 4 = 8$ (cm) 이므로 직각삼
 각형 ABC에서
 $\overline{AC} = 8 \cos 30^\circ = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$ (cm)

- 따라서 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 4\sqrt{3} \times \sin 30^\circ$
 $= \frac{1}{2} \times 8 \times 4\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 8\sqrt{3}$ (cm²)

- 15 $\triangle ACP$ 에서 $\angle CAP = 80^\circ - 16^\circ = 64^\circ$
 따라서 $\widehat{AD} : 20\pi = 16^\circ : 64^\circ$ 이므로 $\widehat{AD} = 5\pi$ cm

- 16 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$ 를 그으면
 $\widehat{AB}$ 의 길이는 원의 둘레의 길이의
 $\frac{1}{6}$ 이므로 중심각의 크기는
 $360^\circ \times \frac{1}{6} = 60^\circ$



- 즉, $\angle ADB = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$

- 이때 $\widehat{AB} : \widehat{CD} = 1 : 2$ 이므로 $\angle CAD = 30^\circ \times 2 = 60^\circ$
 따라서 $\triangle APD$ 에서 $\angle x = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$

- 17 ① $\angle ABC = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$
 ② $\square ABCD$ 가 원에 내접하므로
 $\angle ADC = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$
 ③ $\angle BDC$ 의 크기는 알 수 없다.
 ④ $\square ABCD$ 가 원에 내접하므로
 $\angle BAD = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$
 ⑤ $\angle BCD = 90^\circ$ 이므로 $\angle BOD = 180^\circ$
 따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

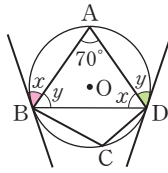
- 18 $\angle ACB = 90^\circ$ 이므로
 $\angle ABC = 180^\circ - (90^\circ + 20^\circ) = 70^\circ$
 $\square ABCD$ 가 원에 내접하므로
 $\angle ADC = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$
 이때 $\widehat{AD} = \widehat{CD}$ 이므로 $\overline{AD} = \overline{DC}$, 즉 $\triangle DAC$ 는 이등변
 삼각형이므로
 $\angle DAC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 110^\circ) = 35^\circ$

- 19 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$ 를 그으면

$$\angle ADB = \angle x, \angle ABD = \angle y$$

따라서 $\triangle ABD$ 에서

$$\angle x + \angle y = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$



- 20 $\angle x = \angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 150^\circ = 75^\circ$

이때 $\triangle OBC$ 는 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle OBC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 150^\circ) = 15^\circ$$

한편 $\angle ABC = 80^\circ$ 이므로

$$\angle y = 80^\circ - 15^\circ = 65^\circ$$

따라서 $\angle x + \angle y = 75^\circ + 65^\circ = 140^\circ$

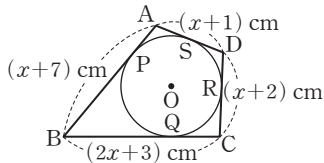
- 21 $\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 8 = 4(\text{cm})$

$\overline{OA}$ 를 그으면 직각삼각형 OAM에서

$$\overline{OA} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5(\text{cm})$$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 5 cm이다.

- 22 다음 그림과 같이 네 접점을 P, Q, R, S라고 하자.



$\overline{AP} = \overline{AS}$, $\overline{BP} = \overline{BQ}$, $\overline{CQ} = \overline{CR}$, $\overline{DR} = \overline{DS}$ 이므로

$$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AP} + \overline{BP} + \overline{CR} + \overline{DR}$$

$$= \overline{AS} + \overline{BQ} + \overline{CQ} + \overline{DS}$$

$$= (\overline{AS} + \overline{DS}) + (\overline{BQ} + \overline{CQ})$$

$$= \overline{AD} + \overline{BC}$$

즉, $(x+7) + (x+2) = (x+1) + (2x+3)$ 이므로

$$2x+9=3x+4, x=5$$

- 23 $\square ABCD$ 가 원 O에 내접하므로

$$\angle ABC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$\angle BAC = 90^\circ$ 이므로 직각삼각형 ABC에서

$$\overline{BC} = \frac{\overline{AC}}{\sin 60^\circ} = 6 \div \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{12}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$$

따라서 $\overline{BO} = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$ 이므로

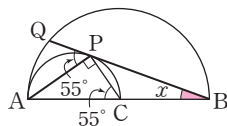
$$(\text{원 O의 넓이}) = \pi \times (2\sqrt{3})^2 = 12\pi(\text{cm}^2)$$

- 24 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PC}$ 를 그으면

$$\angle PCA = \angle APQ = 55^\circ$$

이때 $\angle APC$ 는 반원에 대한

원주각이므로 $\angle APC = 90^\circ$



따라서 $\angle CPB = 180^\circ - (55^\circ + 90^\circ) = 35^\circ$ 이므로

$\triangle PCB$ 에서

$$\angle x = 55^\circ - 35^\circ = 20^\circ$$

- 25 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{CD} = 8 \text{ cm}$

$$\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 8 = 4(\text{cm}) \quad \dots\dots (i)$$

직각삼각형 AMO에서

$$\overline{AO} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}(\text{cm}) \quad \dots\dots (ii)$$

따라서 ($\triangle AMO$ 의 둘레의 길이) $= 4 + 4 + 4\sqrt{2}$

$$= 8 + 4\sqrt{2}(\text{cm})$$

$\dots\dots (iii)$

평가 기준	비율
(i) $\overline{AM}$ 의 길이를 구한 경우	40%
(ii) $\overline{AO}$ 의 길이를 구한 경우	40%
(iii) $\triangle AMO$ 의 둘레의 길이를 구한 경우	20%

- 26 $\overline{BD} = \overline{BE} = 3 \text{ cm}$, $\overline{CF} = \overline{CE} = 2 \text{ cm}$ 이므로

$\overline{AD} = \overline{AF} = x \text{ cm}$ 라고 하면

$$\overline{AB} = (x+3) \text{ cm}, \overline{AC} = (x+2) \text{ cm} \quad \dots\dots (i)$$

직각삼각형 ABC에서

$$(x+3)^2 + (x+2)^2 = 5^2$$

$$2x^2 + 10x - 12 = 0, x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$(x+6)(x-1) = 0, x = -6 \text{ 또는 } x = 1$$

이때 $x > 0$ 이므로 $x = 1$

즉, $\overline{AD} = 1 \text{ cm}$ 이다.

$\dots\dots (ii)$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OF}$

를 그으면 $\square OFAD$ 는 정사

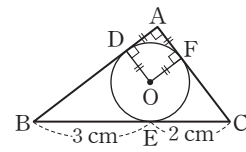
각형이므로

$$\overline{OF} = \overline{AD} = 1 \text{ cm}$$

따라서 원 O의 반지름의 길

이는 1 cm이다.

$\dots\dots (iii)$



평가 기준	비율
(i) $\overline{AD}$ 의 길이를 이용하여 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 길이를 각각 나타낸 경우	40%
(ii) $\overline{AD}$ 의 길이를 구한 경우	40%
(iii) 원 O의 반지름의 길이를 구한 경우	20%

- 27 $\square ABCD$ 가 원 O에 내접하므로

$$\angle BAD = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ \quad \dots\dots (i)$$

직선 BT는 원 O의 접선이므로

$$\angle ADB = \angle x \quad \dots\dots (ii)$$

따라서 $\triangle ABD$ 에서

$$\angle x = 180^\circ - (35^\circ + 80^\circ) = 65^\circ \quad \dots\dots (iii)$$

평가 기준	비율
(i) $\angle BAD$ 의 크기를 구한 경우	40%
(ii) $\angle x$ 와 크기가 같은 $\angle ADB$ 를 찾은 경우	40%
(iii) $\angle x$ 의 크기를 구한 경우	20%

28 직선 BT는 원 O의 접선이므로

$$\angle CAB = \angle CBT \quad \dots\dots (i)$$

$$\text{이때 } \angle CAB = 180^\circ \times \frac{5}{4+5+6} = 60^\circ \text{이므로} \quad \dots\dots (ii)$$

$$\angle CBT = 60^\circ \quad \dots\dots (iii)$$

평가 기준	비율
(i) $\angle CBT$ 와 크기가 같은 $\angle CAB$ 를 찾은 경우	40 %
(ii) $\angle CAB$ 의 크기를 구한 경우	40 %
(iii) $\angle CBT$ 의 크기를 구한 경우	20 %

창의·융합 문제 해결하기

86쪽

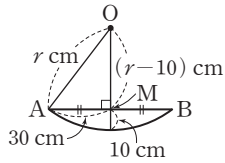
1 50 cm 2 $400\pi \text{ cm}^2$ 3 100 m

1 오른쪽 그림과 같이 원 모양의 바퀴의 중심을 O, 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라고 하면 원에서 현의 수직이등분선은 그 원의 중심을 지나므로 직각삼각형 OAM에서

$$r^2 = (r-10)^2 + 30^2$$

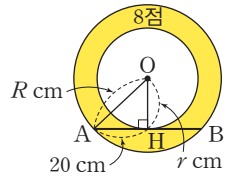
$$20r = 1000, r = 50$$

따라서 바퀴의 반지름의 길이는 50 cm이다.



2 오른쪽 그림과 같이 8점을 나타내는 구간만 생각해 보자.

원 모양의 과녁의 중심을 O라 하고, 중심 O에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$$\overline{AH} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 40 = 20 (\text{cm})$$

위의 그림에서 큰 원의 반지름의 길이를 $R \text{ cm}$, 작은 원의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라고 하면 직각삼각형 OAH에서 $R^2 = r^2 + 20^2$, $R^2 - r^2 = 400$

이때 색칠한 부분의 넓이는 큰 원의 넓이에서 작은 원의 넓이를 뺀 것과 같으므로

$$\pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2) = 400\pi (\text{cm}^2)$$

따라서 8점을 얻을 수 있는 구간의 넓이는 $400\pi \text{ cm}^2$ 이다.

3 오른쪽 그림과 같이 원 모양의 공연장의 중심을 O라 하고, $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 를 그으면

$$\angle AOB = 2\angle APB = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$$

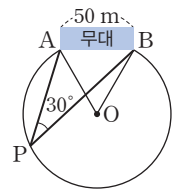
이때 $\triangle OAB$ 는 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변 삼각형이므로

$$\angle OAB = \angle OBA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$$

즉, $\triangle OAB$ 는 정삼각형이므로

$$\overline{OA} = \overline{OB} = 50 \text{ m}$$

따라서 공연장의 지름의 길이는 $2 \times 50 = 100 (\text{m})$ 이다.



1. 대푯값과 산포도

시험에 꼭 나오는 유형별 핵심 문제 89~92쪽

01 10 02 11000원 03 15권

04 평균: 15시간, 중앙값: 8시간, 중앙값이 더 적절하다.

05 130 06 9점 07 ③

08 평균: 7개, 중앙값: 8개, 최빈값: 8개 09 9

10 ② 11 ④ 12 ⑤ 13 4 14 ④

15 5 16 ②, ③ 17 ㄱ, ㄷ, ㄹ 18 6

19 ③ 20 9분 21 81점 22 ④ 23 ⑤

24 ② 25 $\sqrt{7}$ 26 ⑤ 27 ② 28 ③

29 ② 30 선수 A

01 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
7, 8, 10, 11, 19
이므로 중앙값은 10이다.

02 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
3000, 5000, 7000, 15000, 18000, 56000
이므로 중앙값은 $\frac{7000+15000}{2}=11000(\text{원})$

03 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 5번째와 6번째 자료의 값이 각각 14, 16이므로 중앙값은
 $\frac{14+16}{2}=15(\text{권})$

04 (평균) $= \frac{12+72+6+1+3+7+10+9}{8}$
 $= \frac{120}{8}=15(\text{시간})$

자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
1, 3, 6, 7, 9, 10, 12, 72

이므로 중앙값은 $\frac{7+9}{2}=8(\text{시간})$

이때 72가 다른 자료의 값에 비해 매우 크므로 중앙값이 이 자료의 대푯값으로 적절하다.

05 130이 세 번으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 130이다.

06 지효네 반 학생은 15명이므로
 $2+3+4+a+1=15, a=5$

따라서 9점인 학생이 5명으로 가장 많으므로 최빈값은 9점이다.

07 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
8, 11, 11, 11, 13, 15, 16, 16, 19, 20
이므로 중앙값은

$$a = \frac{13+15}{2} = 14(\text{회})$$

11이 세 번으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은
 $b=11$

따라서 $a+b=14+11=25$

08 (평균) $= \frac{2 \times 1 + 4 \times 3 + 6 \times 5 + 8 \times 7 + 10 \times 4}{20}$
 $= \frac{140}{20} = 7(\text{개})$

자료를 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 10번째와 11번째 자료의 값이 각각 8개이므로

$$(\text{중앙값}) = \frac{8+8}{2} = 8(\text{개})$$

8개의 도수가 7명으로 가장 크므로 (최빈값) $= 8(\text{개})$

09 중앙값이 10이므로 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 4, 6, x , 11, 12, 16이어야 한다.

따라서 $\frac{x+11}{2} = 10$ 이므로

$$x+11=20, x=9$$

10 다섯 번째 자료의 값을 x kg이라고 하면 8명의 몸무게의 중앙값이 53 kg이므로

$$\frac{50+x}{2} = 53, x=56$$

따라서 이 모듬에 몸무게가 56 kg보다 무거운 60 kg인 학생 한 명이 들어오면 학생 9명의 몸무게를 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 다섯 번째 자료의 값이 중앙값이 되므로 중앙값은 56 kg이다.

11 12와 14가 모두 각각 2번씩 나타나고 최빈값이 14이므로
 $x=14$

12 x 의 값에 관계없이 42 m가 3명으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 42 m이다.

즉, 평균이 42 m이므로

$$\frac{42+43+44+x+40+38+42+42}{8} = 42$$

$$291+x=336, x=45$$

13 평균이 3이므로

$$\frac{(-1)+5+3+a+(-2)+(-6)+b+8}{8}=3$$

$$\frac{7+a+b}{8}=3, a+b=17$$

이때 최빈값이 5이므로 $a=5$ 또는 $b=5$ 이어야 한다.

그런데 $a>b$ 이므로 $a=12, b=5$

자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$-6, -2, -1, 3, 5, 5, 8, 12$

이므로 중앙값은 $\frac{3+5}{2}=4$

14 평균이 10회이므로

$$\frac{21+x+13+5+8+10+6+9}{8}=10$$

$$\frac{72+x}{8}=10, x=8$$

자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$5, 6, 8, 8, 9, 10, 13, 21$

이므로 중앙값은

$$a=\frac{8+9}{2}=8.5(\text{회})$$

또 8회인 학생이 2명으로 가장 많으므로 최빈값은 $b=8(\text{회})$

따라서 $a+b=8.5+8=16.5$

15 5와 7이 각각 2번씩 나타나므로 $x=5$ 또는 $x=7$

(i) $x=5$ 일 때, 주어진 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$2, 3, 4, 5, 5, 5, 6, 7, 7$

이므로 중앙값은 5이고, 최빈값도 5이다.

(ii) $x=7$ 일 때, 주어진 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$2, 3, 4, 5, 5, 6, 7, 7, 7$

이므로 중앙값은 5이고, 최빈값은 7이다.

(i), (ii)에서 $x=5$

16 ② 최빈값은 두 개 이상일 수도 있다.

③ 자료의 개수가 짝수이면 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 중앙에 있는 두 자료의 값의 평균이므로 주어진 자료 중에서 존재하지 않을 수도 있다.

따라서 옳지 않은 것은 ②, ③이다.

17 ㄴ. 자료 전체의 특징을 대표하는 값은 대푯값으로 평균, 중앙값, 최빈값 등이 있다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

18 편차의 합은 항상 0이므로

$$x+y+5+(-12)+4+(-3)=0$$

$$x+y-6=0, x+y=6$$

$$19 (\text{평균})=\frac{21+14+18+15+17}{5}=\frac{85}{5}=17(\text{점})$$

즉, 편차는 차례로 4점, -3점, 1점, -2점, 0점이다.

따라서 편차가 될 수 없는 것은 ③이다.

20 (편차)=(자료의 값)-(평균)이므로

$$-4=(\text{정빈이의 통학 시간})-13$$

따라서 정빈이의 통학 시간은 9분이다.

21 편차의 합은 항상 0이므로

$$8+(-5)+x+2+(-6)=0$$

$$x-1=0, x=1$$

(편차)=(자료의 값)-(평균)이므로

$$1=(\text{학생 C의 수학 점수})-80$$

따라서 학생 C의 수학 점수는 81점이다.

22 편차의 합은 항상 0이므로

$$(-2)+0+x+1+3+(-1)=0$$

$$x+1=0, x=-1$$

(편차)=(자료의 값)-(평균)이므로

$$-1=165-(\text{평균})$$

따라서 학생 6명의 키의 평균은 166 cm이다.

23 ① 편차의 합은 항상 0이므로

$$(-3)+2+(-4)+0+1+x=0$$

$$x-4=0, x=4$$

② (편차)=(자료의 값)-(평균)이므로

$$(\text{자료의 값})=(\text{편차})+(\text{평균})$$

평균을 a 점이라고 하면 학생 A의 점수는 $(a-3)$ 점, 학생 B의 점수는 $(a+2)$ 점이므로 학생 A와 학생 B의 점수 차는

$$(a+2)-(a-3)=5(\text{점})$$

③ 학생 D의 점수는 편차가 0점이므로 평균과 같다.

④ 학생 E의 점수는 주어진 자료만으로 알 수 없다.

⑤ 평균보다 점수가 낮은 학생은 편차가 음수인 학생이므로 학생 A, 학생 C의 2명이다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

$$24 (\text{평균})=\frac{8+7+8+10+7}{5}=\frac{40}{5}=8(\text{회})$$

$$(\text{분산})=\frac{0^2+(-1)^2+0^2+2^2+(-1)^2}{5}$$

$$=\frac{6}{5}=1.2$$

$$(\text{표준편차})=\sqrt{1.2}(\text{회})$$

25 평균이 8이므로

$$\frac{6+9+7+4+x+12}{6}=8$$

$$38+x=48, x=10$$

따라서 분산과 표준편차를 각각 구하면

$$\begin{aligned}(\text{분산}) &= \frac{(-2)^2 + 1^2 + (-1)^2 + (-4)^2 + 2^2 + 4^2}{6} \\ &= \frac{42}{6} = 7 \\ (\text{표준편차}) &= \sqrt{7}\end{aligned}$$

26 편차의 합은 항상 0이므로

$$a + 2a + (-5) + 3 + (-1) = 0$$

$$3a = 3, a = 1$$

따라서 5개 자료의 편차가 각각 1, 2, -5, 3, -1이므로

$$(\text{분산}) = \frac{1^2 + 2^2 + (-5)^2 + 3^2 + (-1)^2}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

27 중앙값이 22이므로 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 19, x , 23, 25이어야 한다.

$$\text{즉, } \frac{x+23}{2} = 22 \text{이므로}$$

$$x + 23 = 44, x = 21$$

$$\text{따라서 (평균)} = \frac{19 + 21 + 23 + 25}{4} = \frac{88}{4} = 22 \text{이므로}$$

$$(\text{분산}) = \frac{(-3)^2 + (-1)^2 + 1^2 + 3^2}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

28 평균이 5이므로

$$\frac{4 + 7 + a + b}{4} = 5$$

$$11 + a + b = 20, a + b = 9 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

분산이 1.5이므로

$$\frac{(-1)^2 + 2^2 + (a-5)^2 + (b-5)^2}{4} = 1.5$$

$$5 + (a-5)^2 + (b-5)^2 = 6$$

$$(a-5)^2 + (b-5)^2 = 1$$

$$a^2 + b^2 - 10(a+b) + 50 = 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①을 ②에 대입하면

$$a^2 + b^2 - 10 \times 9 + 50 = 1, a^2 + b^2 = 41$$

29 표준편차가 클수록 자료의 값이 고르지 않으므로 수면 시간 가장 불규칙한 학생은 학생 B이다.

30 (A의 평균) $= \frac{9+10+9+10+8+9+9+9+8}{9}$

$$= \frac{81}{9} = 9(\text{점})$$

(A의 분산)

$$= \frac{0^2 + 1^2 + 0^2 + 1^2 + (-1)^2 + 0^2 + 0^2 + 0^2 + (-1)^2}{9} = \frac{4}{9}$$

(B의 평균) $= \frac{7+10+10+10+7+9+10+10+8}{9}$

$$= \frac{81}{9} = 9(\text{점})$$

(B의 분산)

$$= \frac{(-2)^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + (-2)^2 + 0^2 + 1^2 + 1^2 + (-1)^2}{9}$$

$$= \frac{14}{9}$$

따라서 선수 A의 분산이 선수 B의 분산보다 작으므로 선수 A의 점수가 선수 B의 점수보다 더 고르다.



교과서 속 도전 문제

93쪽

01 6개 **02** $a=9, b=10$ 또는 $a=11, b=9$

03 19π **04** 12

01 자료 A의 중앙값이 23이므로 $a \geq 23$

자료 B의 중앙값이 29이므로 $a \leq 28$

따라서 $23 \leq a \leq 28$ 이므로 자연수 a 의 값이 될 수 있는 것은 23, 24, 25, 26, 27, 28의 6개이다.

02 자료 A의 중앙값이 9이므로 $a=9$ 또는 $b=9$ 이다.

$a=9, b=9$ 일 때, 전체 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 5, 6, 8, 9, 9, 9, 10, 12, 12, 15이므로 중앙값이 $\frac{9+9}{2}=9$ 가 되어 주어진 조건을 만족하지 않는다.

(i) $a=9$ 일 때, 전체 자료의 중앙값이 10이므로 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 5, 6, 8, 9, 10, $b, b, 12, 12, 15$ 이어야 한다.

$$\frac{10+b}{2} = 10 \text{이므로 } 10+b=20, b=10$$

(ii) $b=9$ 일 때, 전체 자료의 중앙값이 10이므로 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 5, 6, 8, 9, 9, $a, a+1, 12, 12, 15$ 이어야 한다.

$$\frac{9+a}{2} = 10 \text{이므로 } a=11$$

따라서 $a=9, b=10$ 또는 $a=11, b=9$ 이다.

03 반지름의 길이의 평균이 4이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 4, a+b+c=12 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

반지름의 길이의 표준편차가 $\sqrt{3}$, 즉 분산이 3이므로

$$\frac{(a-4)^2 + (b-4)^2 + (c-4)^2}{3} = 3 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 8(a+b+c) + 48 = 9$$

①을 ②에 대입하면

$$a^2 + b^2 + c^2 - 8 \times 12 + 48 = 9, a^2 + b^2 + c^2 = 57$$

이때 세 원의 넓이는 각각 $a^2\pi, b^2\pi, c^2\pi$ 이므로

$$\begin{aligned} (\text{세 원의 넓이의 평균}) &= \frac{a^2\pi + b^2\pi + c^2\pi}{3} \\ &= \frac{(a^2 + b^2 + c^2)\pi}{3} \\ &= \frac{57\pi}{3} = 19\pi \end{aligned}$$

- 04** 국어 점수가 65점인 학생의 편차는 0점이므로 나머지 학생 5명의 점수의 편차를 각각 a 점, b 점, c 점, d 점, e 점이라고 하면 분산이 10이므로

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2}{5} = 10$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 = 50 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이때 학생 6명의 국어 점수의 평균이 65점이므로 국어 점수가 65점인 학생을 제외하여도 평균은 변하지 않는다.

즉, 나머지 5명의 국어 점수의 분산은

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2}{5} = 10 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

따라서 ①을 ②에 대입하면

$$(\text{나머지 5명의 국어 점수의 분산}) = \frac{1}{5} \times 50 = 10$$

2. 상관관계



시험에 꼭 나오는 유형별 핵심 문제

95~98쪽

- 01** (1) 70분 (2) 10분 (3) 풀이 참고 (4) 양의 상관관계

- 02** (1) 학생 E (2) 학생 B **03** ② **04** ③, ④

- 05** ㄱ, ㄷ **06** (1) ㄱ (2) ㄴ (3) ㄷ **07** ⑤ **08** ①, ③

- 09** (1) 6 °C (2) 60잔 **10** (1) 30 % (2) 9명

- 11** (1) 3명 (2) 2명 (3) 40 %

- 12** (1) 양의 상관관계 (2) 상관관계가 없다. (3) 음의 상관관계

- 01** (1) 오래 매달리기 기록이 가장 높은 학생의 하루 평균 운동 시간은 70분이다.
(2) 오래 매달리기 기록이 가장 낮은 학생의 하루 평균 운동 시간은 10분이다.
(3) x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값도 대체로 증가하는 경향이 있으므로 하루 평균 운동 시간이 길어짐에 따라 오래 매달리기 기록도 좋아진다고 할 수 있다.
(4) 하루 평균 운동 시간과 오래 매달리기 기록 사이에는 양의 상관관계가 있다.

- 02** (1) 과학 성적이 낮은 것에 비해 중간고사 전체 평균 점수가 높은 학생은 학생 E이다.

- (2) 과학 성적이 높은 것에 비해 중간고사 전체 평균 점수가 낮은 학생은 학생 B이다.

- 03** 주어진 산점도는 x 와 y 사이에 음의 상관관계가 있으므로 상관관계가 주어진 그림과 같은 것은 ②이다.

- 04** ①, ② 양의 상관관계를 나타내는 산점도이다.

- ⑤ 음의 상관관계를 나타내는 산점도이다.

따라서 두 변량 사이에 상관관계가 없는 것은 ③, ④이다.

- 05** 주어진 산점도는 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값도 대체로 증가하는 경향이 있다.

즉, 두 변량 사이에 양의 상관관계가 있다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

- 06** (1) 자동차 수가 증가할수록 대기 오염도가 높아지므로 두 변량 사이에는 양의 상관관계가 있다.

따라서 x 와 y 사이의 상관관계를 나타낸 산점도는 ㄱ이다.

- (2) 겨울철 기온이 내려갈수록 장갑 판매량이 늘어나므로 두 변량 사이에는 음의 상관관계가 있다.

따라서 x 와 y 사이의 상관관계를 나타낸 산점도는 ㄴ이다.

- (3) 여름철에 기온이 높아질수록 아이스크림 판매량은 늘어나다가 기온이 너무 높아지면 판매량이 오히려 줄어들므로 두 변량 사이에는 상관관계가 없다.

따라서 x 와 y 사이의 상관관계를 나타낸 산점도는 ㄷ이다.

- 07** ⑤ 도로 B에서의 주행 속도가 도로 C에서의 주행 속도보다 느리다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

- 08** ② 당근 B는 당근 D보다 가볍다.

- ④ 당근 E는 다른 당근에 비해 길이가 짧다.

- ⑤ 당근의 무게와 길이 사이에 양의 상관관계가 있다.

따라서 옳은 것은 ①, ③이다.

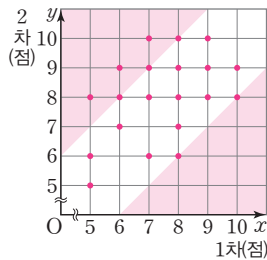
- 09** (1) 음료 판매량이 가장 많은 날의 최고 기온은 31 °C이고, 가장 적은 날의 최고 기온은 25 °C이므로 구하는 기온의 차는

$$31 - 25 = 6(^{\circ}\text{C})$$

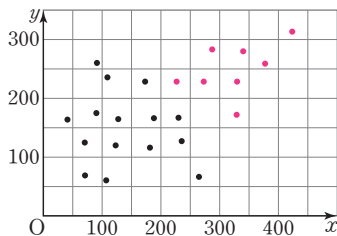
- (2) 최고 기온이 30 °C 이하인 날 중에서 음료 판매량이 가장 많은 날의 판매량은 60잔이다.

- 10 (1) 영어 말하기 평가와 듣기 평가 점수가 같은 학생은 6명이므로 전체의 $\frac{6}{20} \times 100 = 30(\%)$ 이다.
- (2) 영어 듣기 평가 점수가 말하기 평가 점수보다 높은 학생은 9명이다.

- 11 (1) 두 차례의 사격 점수가 모두 9점 이상인 선수를 나타내는 점은 (9, 9), (9, 10), (10, 9)의 3개이므로 두 차례의 사격 점수가 모두 9점 이상인 선수는 3명이다.
- (2) 두 차례의 사격 점수의 평균이 8점이므로 두 차례의 사격 점수의 합은 $8 \times 2 = 16(\text{점})$ 이다.
따라서 이를 나타내는 점은 (7, 9), (8, 8)의 2개이므로 두 차례의 사격 점수의 평균이 8점인 선수는 2명이다.
- (3) 두 차례의 사격 점수에서 1차와 2차의 점수의 차이가 2점 이상인 선수는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분에 속하는 8명이다.
따라서 전체의 $\frac{8}{20} \times 100 = 40(\%)$ 이다.

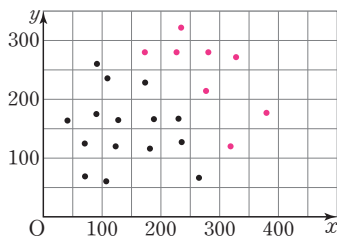


- 12 (1) 주어진 산점도에 8개의 자료를 추가하면 다음 그림과 같다.



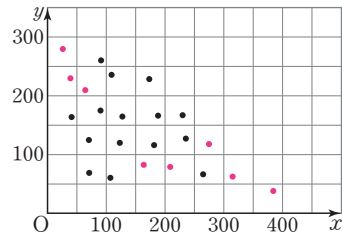
따라서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값이 대체로 증가하는 경향이 있으므로 두 변량 사이에는 양의 상관관계가 있다.

- (2) 주어진 산점도에 8개의 자료를 추가하면 다음 그림과 같다.



따라서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값이 대체로 증가하거나 감소하는 경향이 있지 않으므로 두 변량 사이에는 상관관계가 없다.

- (3) 주어진 산점도에 8개의 자료를 추가하면 다음 그림과 같다.



따라서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값이 대체로 감소하는 경향이 있으므로 두 변량 사이에는 음의 상관관계가 있다.



교과서 속 도전 문제

99쪽

01 188점

02 풀이 참고

- 01 전체 학생 수가 25명이므로 상위 20%에 속하는 학생은 $25 \times \frac{20}{100} = 5(\text{명})$ 이다.

이때 상위 5명의 학생을 나타내는 점은

(100, 100), (90, 100), (100, 90), (80, 100), (90, 90)

따라서 상위 20%에 속하는 학생들의 두 과목의 성적의 합의 평균은

$$\begin{aligned} (\text{평균}) &= \frac{200 \times 1 + 190 \times 2 + 180 \times 2}{5} \\ &= \frac{940}{5} = 188(\text{점}) \end{aligned}$$

- 02 ㉠ • 가격이 20만 원 이하일 때는 가격이 높아질수록 판매량이 대체로 증가하는 경향이 있다.

• 가격이 20만 원 이상일 때는 가격이 높아질수록 판매량이 대체로 감소하는 경향이 있다.



대단원 마무리 평가



100~103쪽

- 01 ⑤ 02 ⑤ 03 ⑤ 04 ① 05 ④
 06 ④ 07 ②, ⑤ 08 ③ 09 ② 10 ④
 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14 ② 15 ②
 16 ⑤ 17 ② 18 ④ 19 ③ 20 4.5
 21 154회 22 (1) 모둠 A: 8점, 모둠 B: 8점 (2) 모둠 A
 23 양의 상관관계 24 (중앙값) < (평균) < (최빈값)
 25 $\frac{\sqrt{14}}{2}$ 26 6 27 음의 상관관계

01 3, 6, a 의 중앙값이 6이므로 $a \geq 6$
 12, 15, a 의 중앙값이 12이므로 $a \leq 12$
 따라서 $6 \leq a \leq 12$ 이므로 자연수 a 의 값이 될 수 없는 것은
 ⑤이다.

02 x 의 값에 관계없이 18이 가장 많이 나오므로 최빈값은
 18이다.
 즉, 평균이 18이므로

$$\frac{18+18+14+10+x+17+18}{7}=18$$

 $95+x=126, x=31$
 따라서 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
 10, 14, 17, 18, 18, 18, 31
 이므로 중앙값은 18이다.

03 $3+6+a+8+b=30$ 이므로 $a+b=13$ ㉠
 평균이 8점이므로

$$\frac{6 \times 3 + 7 \times 6 + 8 \times a + 9 \times 8 + 10 \times b}{30} = 8$$

 $132+8a+10b=240, 4a+5b=54$ ㉡
 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=11, b=2$

04 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 15번째와 16
 번째 자료의 값이 각각 8점이므로 중앙값은 $\frac{8+8}{2}=8$ (점)
 이다.
 8점인 학생이 11명으로 가장 많으므로 최빈값은 8점이다.
 따라서 중앙값과 최빈값의 합은
 $8+8=16$ (점)

05 25와 33이 모두 각각 2번씩 나타나고 최빈값이 33이므로
 $y=33$
 6번째와 7번째의 자료의 값이 각각 x 와 33이고 중앙값이
 31이므로

$$\frac{x+33}{2}=31, x=29$$

 따라서 $y-x=33-29=4$

06 가. 자료 A는 100이 다른 자료의 값에 비해 매우 크므로
 평균은 대푯값으로 적절하지 않다.
 나. 자료 B는 중앙값과 최빈값이 10으로 서로 같다.
 다. 자료 C는 자료의 값이 모두 한 번씩 나타나고, 매우
 크거나 작은 값이 없으므로 평균이나 중앙값을 대푯
 값으로 정하는 것이 적절하다.
 따라서 옳은 것은 나, 다이다.

07 ① 평균은 대푯값이다.
 ② 중앙값은 자료의 개수가 짝수이면 자료를 작은 값부터
 크기순으로 나열할 때, 중앙에 있는 두 자료의 값의 평
 균이므로 자료에 없는 값일 수도 있다.
 ③ 편차의 제곱의 합은 자료마다 다르다.
 ④ 분산은 편차의 제곱의 평균이다.
 따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다.

08 편차의 합은 항상 0이므로
 $(-25)+14+15+x+(-18)=0, x=14$

09 (편차)=(자료의 값)-(평균)이므로
 $-18=(\text{금요일에 대여된 책의 수})-55$
 따라서 금요일에 대여된 책의 수는 37권이다.

10 가. 편차의 합은 항상 0이므로
 $4+5+x+(-7)+2=0, x=-4$
 따라서 학생 C와 E의 점수의 차는 6점이다.
 나. 학생 B의 편차가 5점이므로 학생 B의 점수는 평균과
 같지 않다.
 다. (분산) $=\frac{4^2+5^2+(-4)^2+(-7)^2+2^2}{5}=\frac{110}{5}=22$
 (표준편차) $=\sqrt{22}$ (점)
 라. 점수가 가장 낮은 학생은 편차가 가장 작은 학생 D이다.
 따라서 옳은 것은 다, 라이다.

11 ① 9와 12가 각각 2번씩 나오므로 최빈값은 9, 12로 2개
 이다.
 ② (평균) $=\frac{18+4+6+10+12+9+9+12}{8}=\frac{80}{8}=10$
 ③ 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
 4, 6, 9, 9, 10, 12, 12, 18
 이므로 중앙값은 $\frac{9+10}{2}=9.5$
 ④ 편차의 합은 항상 0이다.
 ⑤ (분산)

$$=\frac{8^2+(-6)^2+(-4)^2+0^2+2^2+(-1)^2+(-1)^2+2^2}{8}$$

 $=\frac{126}{8}=15.75$
 따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

$$\begin{aligned}
 12 \text{ (평균)} &= \frac{75+82+86+74+81+80+77+85}{8} \\
 &= \frac{640}{8} = 80(g) \\
 \text{(분산)} &= \frac{(-5)^2+2^2+6^2+(-6)^2+1^2+0^2+(-3)^2+5^2}{8} \\
 &= \frac{136}{8} = 17
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 13 \text{ 평균이 4이므로} \\
 \frac{1+3+a+b}{4} &= 4, a+b=12 \quad \dots\dots \textcircled{㉠} \\
 \text{분산이 6.5이므로} \\
 \frac{(-3)^2+(-1)^2+(a-4)^2+(b-4)^2}{4} &= 6.5 \\
 a^2+b^2-8(a+b)+42 &= 26 \\
 a^2+b^2-8(a+b) &= -16 \quad \dots\dots \textcircled{㉡} \\
 \textcircled{㉠} \text{을 } \textcircled{㉡} \text{에 대입하면} \\
 a^2+b^2-8 \times 12 &= -16, a^2+b^2=80
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 14 \text{ ① (평균)} &= \frac{5+9+5+9+7+7}{6} = 7 \\
 \text{(분산)} &= \frac{(-2)^2+2^2+(-2)^2+2^2+0^2+0^2}{6} \\
 &= \frac{16}{6} = \frac{8}{3} \\
 \text{(표준편차)} &= \sqrt{\frac{8}{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{3} \\
 \text{② (평균)} &= \frac{5+9+5+9+5+9}{6} = 7 \\
 \text{(분산)} &= \frac{(-2)^2+2^2+(-2)^2+2^2+(-2)^2+2^2}{6} \\
 &= \frac{24}{6} = 4 \\
 \text{(표준편차)} &= \sqrt{4} = 2 \\
 \text{③ (평균)} &= \frac{6+7+7+6+8+8}{6} = 7 \\
 \text{(분산)} &= \frac{(-1)^2+0^2+0^2+(-1)^2+1^2+1^2}{6} \\
 &= \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \\
 \text{(표준편차)} &= \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3} \\
 \text{④ (평균)} &= \frac{6+8+6+8+6+8}{6} = 7 \\
 \text{(분산)} &= \frac{(-1)^2+1^2+(-1)^2+1^2+(-1)^2+1^2}{6} \\
 &= \frac{6}{6} = 1 \\
 \text{(표준편차)} &= \sqrt{1} = 1
 \end{aligned}$$

⑤ 모든 자료의 값이 같으므로 (표준편차)=0
따라서 표준편차가 가장 큰 것은 ②이다.

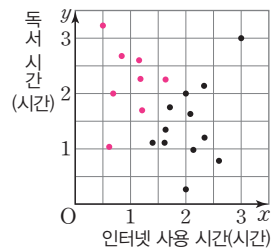
$$\begin{aligned}
 15 \text{ (평균)} &= \frac{x+5+(8-x)+7+10}{5} = \frac{30}{5} = 6 \\
 \text{분산이 6.8이므로} \\
 \frac{(x-6)^2+(-1)^2+(2-x)^2+1^2+4^2}{5} &= 6.8 \\
 2x^2-16x+58 &= 34, x^2-8x+12=0 \\
 (x-2)(x-6) &= 0, x=2 \text{ 또는 } x=6 \\
 \text{이때 } x > 4 \text{이므로 } x &= 6
 \end{aligned}$$

16 인터넷 사용 시간이 긴 것에 비해 독서 시간도 긴 학생은 학생 E이다.

17 인터넷 사용 시간이 짧은 것에 비해 독서 시간도 짧은 학생은 학생 B이다.

18 인터넷 사용 시간이 독서 시간보다 짧은 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 점 이므로 8명이다.
따라서 전체의

$$\frac{8}{20} \times 100 = 40(\%) \text{이다.}$$



19 독서 시간이 가장 긴 학생의 인터넷 사용 시간은 $\frac{1}{2}$ 시간 이고, 독서 시간이 가장 짧은 학생의 인터넷 사용 시간은 2시간이므로 구하는 시간의 차는 $2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ (시간)

$$\begin{aligned}
 20 \text{ 평균이 5이므로} \\
 \frac{4+3+2+5+6+a+b+9}{8} &= 5 \\
 29+a+b &= 40, a+b=11 \\
 \text{이때 최빈값이 4이므로 } a &= 4 \text{ 또는 } b=4 \text{ 이어야 한다.} \\
 \text{그런데 } a > b \text{이므로 } a &= 7, b=4 \\
 \text{따라서 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면} \\
 2, 3, 4, 4, 5, 6, 7, 9 \\
 \text{이므로 중앙값은 } \frac{4+5}{2} &= 4.5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 21 \text{ 편차의 합은 항상 0이므로} \\
 6+(-10)+7+x+(-5) &= 0 \\
 -2+x &= 0, x=2 \\
 \text{(편차)} &= (\text{자료의 값}) - (\text{평균}) \text{이므로} \\
 2 &= (D \text{의 줄넘기 횟수}) - 152 \\
 \text{따라서 학생 D가 줄넘기를 한 횟수는 } &154 \text{ 회이다.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 22 \text{ (1) (A의 평균)} &= \frac{7 \times 2 + 8 \times 5 + 9 \times 2}{9} = \frac{72}{9} = 8(\text{점}) \\
 \text{(B의 평균)} &= \frac{6 \times 2 + 7 \times 2 + 8 \times 1 + 9 \times 2 + 10 \times 2}{9} \\
 &= \frac{72}{9} = 8(\text{점})
 \end{aligned}$$

$$(2) (A \text{의 분산}) = \frac{(-1)^2 \times 2 + 0^2 \times 5 + 1^2 \times 2}{9} = \frac{4}{9}$$

$$(A \text{의 표준편차}) = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3} (\text{점})$$

(B의 분산)

$$= \frac{(-2)^2 \times 2 + (-1)^2 \times 2 + 0^2 \times 1 + 1^2 \times 2 + 2^2 \times 2}{9}$$

$$= \frac{20}{9}$$

$$(B \text{의 표준편차}) = \sqrt{\frac{20}{9}} = \frac{2\sqrt{5}}{3} (\text{점})$$

따라서 모둠 A의 점수의 표준편차가 모둠 B의 점수의 표준편차보다 작으므로 점수를 더 고르게 받은 모듬은 모듬 A이다.

- 23** x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값이 대체로 증가하는 경향이 있으므로 두 변량 사이에는 양의 상관관계가 있다.

$$\begin{aligned} \text{24 (평균)} &= \frac{1 \times 1 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 6 + 5 \times 1}{15} \\ &= \frac{48}{15} = \frac{16}{5} (\text{회}) \end{aligned} \quad \dots\dots (i)$$

자료를 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 8번째 자료의 값이 중앙값이므로 (중앙값)=3(회) $\dots\dots (ii)$

4회가 6명으로 가장 많으므로

(최빈값)=4(회) $\dots\dots (iii)$

따라서 (중앙값) < (평균) < (최빈값) $\dots\dots (iv)$

평가 기준	비율
(i) 평균을 구한 경우	30 %
(ii) 중앙값을 구한 경우	40 %
(iii) 최빈값을 구한 경우	20 %
(iv) 평균, 중앙값, 최빈값의 크기를 비교한 경우	10 %

- 25** 평균이 7이므로

$$\frac{7 + 4 + a + 10 + 8 + b + 6 + 5}{8} = 7$$

$$40 + a + b = 56, a + b = 16 \quad \dots\dots (i)$$

이때 최빈값이 7이므로 $a=7$ 또는 $b=7$ 이어야 한다.

그런데 $a > b$ 이므로 $a=9, b=7$ $\dots\dots (ii)$

따라서 표준편차를 구하면

(분산)

$$= \frac{0^2 + (-3)^2 + 2^2 + 3^2 + 1^2 + 0^2 + (-1)^2 + (-2)^2}{8}$$

$$= \frac{28}{8} = \frac{7}{2}$$

$$(\text{표준편차}) = \sqrt{\frac{7}{2}} = \frac{\sqrt{14}}{2} \quad \dots\dots (iii)$$

평가 기준	비율
(i) $a+b$ 의 값을 구한 경우	30 %
(ii) a, b 의 값을 각각 구한 경우	30 %
(iii) 표준편차를 구한 경우	40 %

$$\text{26 (평균)} = \frac{5 + (a+5) + (2a+5)}{3}$$

$$= \frac{3a+15}{3} = a+5 \quad \dots\dots (i)$$

분산이 24이므로

$$\frac{(-a)^2 + 0^2 + a^2}{3} = 24 \quad \dots\dots (ii)$$

$$2a^2 = 72, a^2 = 36$$

이때 $a > 0$ 이므로 $a=6$ $\dots\dots (iii)$

평가 기준	비율
(i) 평균을 구한 경우	40 %
(ii) 분산을 구하는 식을 세운 경우	40 %
(iii) a 의 값을 구한 경우	20 %

- 27** 지하철역과 매장 사이의 거리가 멀어질수록 1일 방문 손님 수는 대체로 줄어드는 경향이 있다. $\dots\dots (i)$

따라서 두 변량 사이에는 음의 상관관계가 있다. $\dots\dots (ii)$

평가 기준	비율
(i) 두 변량 사이의 관계를 설명한 경우	50 %
(ii) 상관관계를 설명한 경우	50 %

창의·융합 문제 해결하기

104쪽

1 최빈값

2 선수 C

3 (1) 음의 상관관계 (2) 양의 상관관계

- 1** 직원들이 지하철역에 도착하는 시간이 가장 많은 시간대에 서틀버스를 배치하는 것이 좋으므로 중앙값보다 최빈값이 적당하다.

- 2** 세 선수의 평균을 각각 구하면

(A의 평균)

$$= \frac{8+9+10+8+9+7+9+10+9+7}{10}$$

$$= \frac{86}{10} = 8.6 (\text{점})$$

(B의 평균)

$$= \frac{10+9+10+10+5+9+7+10+10+10}{10}$$

$$= \frac{90}{10} = 9 (\text{점})$$

(C의 평균)

$$= \frac{10+9+8+8+10+9+8+10+9+9}{10}$$

$$= \frac{90}{10} = 9 (\text{점})$$

이때 세 선수 중에서 평균이 높은 두 선수 B, C의 표준편차를 각각 구하면

(B의 분산)

$$= \frac{1^2 + 0^2 + 1^2 + 1^2 + (-4)^2 + 0^2 + (-2)^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2}{10}$$

$$= \frac{26}{10} = 2.6$$

(B의 표준편차) = $\sqrt{2.6}$

(C의 분산)

$$= \frac{1^2 + 0^2 + (-1)^2 + (-1)^2 + 1^2 + 0^2 + (-1)^2 + 1^2 + 0^2 + 0^2}{10}$$

$$= \frac{6}{10} = 0.6$$

(C의 표준편차) = $\sqrt{0.6}$

따라서 세 선수 중에서 평균이 높으면서 표준편차가 작은 선수를 대표 선수로 선발하므로 선수 C를 선발하는 것이 적당하다.

- 3 (1) 대체재인 돼지고기와 닭고기는 어느 한쪽의 판매량이 증가하면 다른 한쪽의 판매량은 대체로 감소하는 경향이 있으므로 음의 상관관계가 있다.
- (2) 보완재인 펜과 잉크는 펜의 판매량이 증가하면 잉크의 판매량도 대체로 증가하는 경향이 있으므로 양의 상관관계가 있다.

