



정답과 해설

고등 수학(하)



001 답 ②

①, ③, ④, ⑤ ‘작한’, ‘소질이 있는’, ‘큰’, ‘잘하는’은 기준이 명확하지 않아 그 대상을 분명히 정할 수 없으므로 집합이 아니다.

002 답 ⑤

집합 A 의 원소는 2, 3, 5, 7이므로

⑤ $9 \notin A$

003 답 ②

② {2, 3, 5, 7}이므로 주어진 집합과 같지 않다.

004 답 ④

② {1, 3, 5, 7, ...} $\rightarrow$ 무한집합

③ {2, 4, 6, 8, ...} $\rightarrow$ 무한집합

④ {5, 10, 15, 20, ..., 95} $\rightarrow$ 유한집합

⑤ {3, 6, 9, 12, ...} $\rightarrow$ 무한집합

따라서 보기 중 유한집합인 것은 ④이다.

005 답 2

$A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ 이므로 $n(A) = 6$

$B = \{12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96\}$ 이므로 $n(B) = 8$

$\therefore n(B) - n(A) = 8 - 6 = 2$

006 답 ②

$A = \{2, 3, 5\}$, $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $C = \{2, 3, 5, 7\}$ 이므로

$A \subset C \subset B$

007 답 ②

② {1, 2}는 집합 A 의 원소이므로 $\{1, 2\} \in A$

008 답 2

$A \subset B$ 가 성립하도록 두 집합 A ,

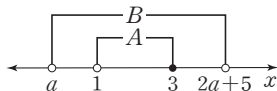
B 를 수직선 위에 나타내면 오른쪽

그림과 같으므로

$a \leq 1$, $2a + 5 > 3$

$2a + 5 > 3$ 에서 $a > -1$ 이므로 $-1 < a \leq 1$

따라서 구하는 정수 a 는 0, 1의 2개이다.



009 답 6

$A = B$ 이므로 $2 \in B$ 에서 $2 \in A$

$a = 2$ 또는 $3a + 1 = 2 \quad \therefore a = 2$ 또는 $a = \frac{1}{3}$

그런데 a 는 자연수이므로 $a = 2$

따라서 $A = \{2, 4, 7, 9\}$ 이므로 $A = B$ 에서

$3b - 2 = 7 \quad \therefore b = 3$

$\therefore ab = 6$

010 답 ④

$A = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$ 이므로 $n(A) = 6$

따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^6 = 64$

011 답 ③

집합 A 의 부분집합 중 0을 반드시 원소로 갖는 부분집합의 개수는

$2^{4-1} = 2^3 = 8$

012 답 8

집합 X 의 개수는 집합 B 의 부분집합 중 1, 2를 반드시 원소로 갖는 부분집합의 개수와 같으므로

$2^{5-2} = 2^3 = 8$

013 답 ③

집합 A 의 부분집합 중 1 또는 2를 원소로 갖는 부분집합은 집합 A 의 부분집합에서 집합 {3, 4, 5}의 부분집합을 제외하면 된다.

따라서 구하는 부분집합의 개수는

$2^5 - 2^3 = 32 - 8 = 24$

014 답 ③

ㄴ, ㄷ. ‘맛있는’, ‘유명한’은 기준이 명확하지 않아 그 대상을 분명히 정할 수 없으므로 집합이 아니다.

따라서 보기 중 집합인 것은 ㄱ, ㄹ이다.

015 답 ④

④ ‘시력이 좋은’은 기준이 명확하지 않아 그 대상을 분명히 정할 수 없으므로 집합이 아니다.

016 답 2

ㄱ, ㄴ. ‘많은’, ‘큰’은 기준이 명확하지 않아 그 대상을 분명히 정할 수 없으므로 집합이 아니다.

따라서 보기 중 집합인 것은 ㄷ, ㄹ의 2개이다.

017 답 ④

집합 A 의 원소는 1, 2, 3, 6, 9, 18이므로

① $1 \in A$ ② $4 \notin A$ ③ $6 \in A$ ⑤ $18 \in A$

018 답 ①

$x^3 - x^2 - 2x = 0$ 에서 $x(x^2 - x - 2) = 0$

$x(x+1)(x-2) = 0 \quad \therefore x = -1$ 또는 $x = 0$ 또는 $x = 2$

따라서 집합 A 의 원소는 -1, 0, 2이므로

① $-2 \notin A$

019 답 ④

① $\sqrt{2}$ 는 무리수이므로 $\sqrt{2} \notin Q$

② 3은 정수이므로 $3 \in Q$

③ $\frac{2}{5}$ 는 유리수이고, 유리수는 실수에 포함되므로 $\frac{2}{5} \in R$

⑤ $1 + \sqrt{2}$ 는 무리수이고, 무리수는 실수에 포함되므로 $1 + \sqrt{2} \in R$

020 답 ③

- ① $A=\{1, 2, 4\}$ ② $A=\{1, 2, 4, 8\}$
 ③ $A=\{1, 2, 4, 8, 16\}$ ④ $A=\{2, 4, 6, 8, \dots, 16\}$
 ⑤ $A=\{4, 8, 12, 16, 20\}$

따라서 보기 중 바르게 나타낸 것은 ③이다.

021 답 ④

- ④ $\{1, 2, 3, 4, \dots, 9\}$

022 답 24

k 의 값이 될 수 있는 자연수는 21, 22, 23, 24이므로 k 의 최댓값은 24이다.

023 답 $C=\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$a \in A, b \in B$ 인 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하면 오른쪽 표와 같으므로
 $C=\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$a \backslash b$	2	4	6
0	2	4	6
1	3	5	7
2	4	6	8

024 답 ②

$x=2^a \times 3^b$ 에서 a, b 는 자연수이므로 x 는 2와 3을 모두 인수로 갖는다.

- ① $6=2^1 \times 3^1$ ② $9=3^2$ ③ $12=2^2 \times 3^1$
 ④ $18=2^1 \times 3^2$ ⑤ $24=2^3 \times 3^1$

따라서 보기 중 집합 B 의 원소가 아닌 것은 ②이다.

025 답 ㄱ, ㄴ

- ㄱ. $\emptyset \Rightarrow$ 유한집합
 ㄴ. $\{0\} \Rightarrow$ 유한집합
 ㄷ. $\{4, 8, 12, 16, \dots\} \Rightarrow$ 무한집합
 ㄹ. $\{3, 4, 5, 6, \dots\} \Rightarrow$ 무한집합
 따라서 보기 중 유한집합인 것은 ㄱ, ㄴ이다.

026 답 ③

- ① $\{1\} \Rightarrow$ 유한집합
 ② $\{10, 12, 14, 16, \dots, 98\} \Rightarrow$ 유한집합
 ③ $-1 < x < 1$ 인 유리수는 무수히 많으므로 무한집합이다.
 ④ $\emptyset \Rightarrow$ 유한집합
 ⑤ $\{-1, 3\} \Rightarrow$ 유한집합

따라서 보기 중 무한집합인 것은 ③이다.

027 답 ④

- ① 원소가 1개 있으므로 공집합이 아니다.
 ② $\{2\}$ 이므로 공집합이 아니다.
 ③ $\{-1, 0, 1\}$ 이므로 공집합이 아니다.
 ④ $x^2+4x+3 < 0$ 에서 $(x+3)(x+1) < 0 \quad \therefore -3 < x < -1$
 이때 $-3 < x < -1$ 을 만족시키는 자연수 x 는 존재하지 않으므로 공집합이다.

- ⑤ $\{ab \mid 0 \leq ab \leq 1\}$ 이므로 공집합이 아니다.
 따라서 보기 중 공집합인 것은 ④이다.

028 답 2

주어진 집합이 공집합이 되려면 이차방정식 $x^2+2x+k=0$ 의 판별식을 D 라 할 때, $D < 0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = 1^2 - k < 0 \quad \therefore k > 1$$

따라서 정수 k 의 최솟값은 2이다.

029 답 ③

$A=\{2, 3, 5, 7\}$ 이므로 $n(A)=4$
 $B=\{3, 6, 9, 12, \dots, 48\}$ 이므로 $n(B)=16$
 $\therefore n(A)+n(B)=4+16=20$

030 답 ⑤

- ⑤ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\}) = 3 - 2 = 1$

031 답 ②

$A=\{(0, 1), (0, -1), (1, 0), (-1, 0)\}$ 이므로
 $n(A)=4$

032 답 ①

$A=\{1, 2, 3, 6\}$ 이므로 $n(A)=4$
 $B=\{1, 2, 3, 4, \dots, k\}$ 이므로 $n(B)=k$
 이때 $n(A)+n(B)=9$ 이므로
 $4+k=9 \quad \therefore k=5$

033 답 ③

a 는 자연수이므로 $a+3 \geq 4$
 즉, $\frac{24}{a+3} \leq 6$ 이므로 x 는 24의 양의 약수 중 6 이하의 자연수이다.
 따라서 $A=\{1, 2, 3, 4, 6\}$ 이므로
 $n(A)=5$

034 답 3

x 와 $4-x$ 가 모두 자연수이므로
 $x \geq 1, 4-x \geq 1 \quad \therefore 1 \leq x \leq 3$
 따라서 집합 A 의 원소가 될 수 있는 것은 1, 2, 3이고
 $1 \in A$ 이면 $4-1=3 \in A$,
 $2 \in A$ 이면 $4-2=2 \in A$,
 $3 \in A$ 이면 $4-3=1 \in A$
 이므로 1과 3은 동시에 집합 A 의 원소이거나 원소가 아니다.
 (i) 원소가 1개일 때, $A=\{2\}$
 (ii) 원소가 2개일 때, $A=\{1, 3\}$
 (iii) 원소가 3개일 때, $A=\{1, 2, 3\}$
 (i), (ii), (iii)에 의하여 $n(A)$ 의 최댓값은 3이다.

035 답 ④

$A=\{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $B=\{-1, 1\}$, $C=\{-1, 0, 1\}$ 이므로 $B\subset C\subset A$

036 답 $\emptyset, \{1\}, \{3\}, \{9\}, \{1, 3\}, \{1, 9\}, \{3, 9\}$

$\{1, 3, 9\}$ 의 진부분집합을 구하면

$\emptyset, \{1\}, \{3\}, \{9\}, \{1, 3\}, \{1, 9\}, \{3, 9\}$

037 답 ①

모든 정수는 유리수이고 모든 유리수는 실수이므로 $Z\subset Q\subset R$

038 답 ②

$A\subset B$ 이고 $B\subset A$ 이므로 $A=B$ 인 것을 찾으면 된다.

① $B=\{2, 4, 6, 8, \dots\}$ 이므로 $A\neq B$

② $B=\{1, 2, 3, 4\}$ 이므로 $A=B$

③ $A=\{2, 3, 5, 7\}$ 이므로 $A\neq B$

④ $A=\{0, 1\}$, $B=\{-1, 0, 1\}$ 이므로 $A\neq B$

⑤ $A=\{1, 2, 3, 6\}$, $B=\{3, 6, 9, 12, \dots\}$ 이므로 $A\neq B$

따라서 보기 중 $A\subset B$ 이고 $B\subset A$ 인 것은 ②이다.

039 답 ②

$x\in A$, $y\in A$ 인 x, y 에 대하여 $x+y$, xy 의 값을 구하면 각각 다음 표와 같다.

$x \backslash y$	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	3
2	2	3	4

$x+y$

$x \backslash y$	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	4

xy

따라서 $A=\{0, 1, 2\}$, $B=\{0, 1, 2, 3, 4\}$, $C=\{0, 1, 2, 4\}$ 이므로 $A\subset C\subset B$

040 답 ㄱ, ㄷ

ㄴ. c 는 집합 A 의 원소가 아니므로 $c\notin A$

ㄷ. $\{b, c\}$ 는 집합 A 의 원소이므로 $\{b, c\}\in A$

따라서 보기 중 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

041 답 ④

$A=\{a, c, d\}$, $B=\{a, b, c, d, e\}$ 이므로

④ $\{c, d\}\subset B$

042 답 ⑤

$A=\{3, 6, 9, 12\}$, $B=\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로

⑤ $\{1, 2, 4, 8\}\not\subset B$

043 답 ②

② 2는 집합 A 의 원소가 아니므로 $2\notin A$

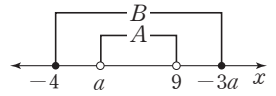
044 답 $-4\leq a\leq -3$

$A\subset B$ 가 성립하도록 두 집합 A, B 를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로

$$-4\leq a, 9\leq -3a$$

$$9\leq -3a \text{에서 } a\leq -3 \text{이므로}$$

$$-4\leq a\leq -3$$

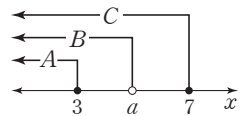


045 답 ②

$A\subset B\subset C$ 가 성립하도록 세 집합 A, B, C 를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로

$$3<a\leq 7$$

따라서 구하는 정수 a 는 4, 5, 6, 7의 4개이다.



046 답 ④

$A\subset B$ 이므로 $1\in A$ 에서 $1\in B$

$$a-1=1 \text{ 또는 } 2a-1=1 \quad \therefore a=2 \text{ 또는 } a=1$$

(i) $a=1$ 일 때

$$A=\{1, 3\}, B=\{0, 1, 4\} \text{이므로 } A\not\subset B$$

(ii) $a=2$ 일 때

$$A=\{1, 4\}, B=\{1, 3, 4\} \text{이므로 } A\subset B$$

(i), (ii)에 의하여 $a=2$

047 답 5

$A=B$ 이므로 $1\in B$ 에서 $1\in A$

$$a=1 \text{ 또는 } a+2=1 \quad \therefore a=1 \text{ 또는 } a=-1$$

그런데 a 는 자연수이므로 $a=1$

따라서 $A=\{1, 3, 6, 9\}$ 이므로 $A=B$ 에서

$$b-1=3 \quad \therefore b=4$$

$$\therefore a+b=5$$

048 답 ⑤

$$A=B \text{이므로 } a+b=4, 3a-2b=7$$

두 식을 연립하여 풀면 $a=3, b=1$

$$\therefore a-b=2$$

049 답 100

$A=B$ 이므로 $b\in A, 4\in A$

즉, $b, 4$ 는 이차방정식 $x^2+x+a=0$ 의 두 근이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$b+4=-1, b\times 4=a \quad \therefore a=-20, b=-5$$

$$\therefore ab=100$$

050 답 -1

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이므로 $A=B$

$6 \in B$ 에서 $6 \in A$ 이므로

$$a^2 - 2a + 3 = 6, a^2 - 2a - 3 = 0$$

$$(a+1)(a-3)=0 \quad \therefore a=-1 \text{ 또는 } a=3$$

(i) $a=-1$ 일 때

$$A=\{2, 6, 9\}, B=\{2, 6, 9\} \text{이므로 } A=B$$

(ii) $a=3$ 일 때

$$A=\{2, 6, 9\}, B=\{-7, 6, 10\} \text{이므로 } A \neq B$$

(i), (ii)에 의하여 $a=-1$

051 답 512

$A=\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$ 이므로 $n(A)=9$

따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^9=512$

052 답 ③

$A=\{2, 3, 5, 7\}$ 이므로 $n(A)=4$

따라서 집합 A 의 진부분집합의 개수는 $2^4-1=15$

053 답 ⑤

각 집합의 부분집합의 개수를 구하면

①, ② 원소의 개수가 4이므로 $2^4=16$

③ $\{1, 2, 3, 4\}$ 에서 원소의 개수가 4이므로 $2^4=16$

④ $\{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$ 에서 원소의 개수가 6이므로 $2^6=64$

⑤ $\{6, 12, 18, 24, 30\}$ 에서 원소의 개수가 5이므로 $2^5=32$

따라서 보기의 집합 중 부분집합의 개수가 32인 것은 ⑤이다.

054 답 14

두 집합 A, B 의 원소의 개수를 각각 a, b 라 하면

$$2^a=64, 2^b-1=255$$

$$2^a=64=2^6 \text{에서 } a=6$$

$$2^b=256=2^8 \text{에서 } b=8$$

$$\therefore n(A)+n(B)=a+b=14$$

055 답 4

집합 A 의 부분집합 중 5, 7을 원소로 갖지 않는 부분집합의 개수는 $2^{4-2}=2^2=4$

056 답 ①

$A=\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$ 이므로 집합 A 의 진부분집합 중 6, 12를 반드시 원소로 갖는 부분집합의 개수는

$$2^{7-2}-1=2^5-1=32-1=31$$

057 답 8

집합 A 의 부분집합 중 a, c 는 반드시 원소로 갖고 e 는 원소로 갖지 않는 부분집합 X 의 개수는

$$2^{6-2-1}=2^3=8$$

058 답 11

$A=\{1, 2, 3, 4, \dots, k\}$ 에서 $n(A)=k$ 이므로 2, 7은 반드시 원소로 갖고 3, 4, 5는 원소로 갖지 않는 부분집합의 개수는

$$2^{k-2-3}=2^{k-5}$$

따라서 $2^{k-5}=64=2^6$ 이므로

$$k-5=6 \quad \therefore k=11$$

059 답 ④

$A=\{1, 3\}, B=\{1, 3, 5, 15, 25, 75\}$

따라서 집합 X 의 개수는 집합 B 의 부분집합 중 1, 3을 반드시 원소로 갖는 부분집합의 개수와 같으므로

$$2^{6-2}=2^4=16$$

060 답 4

구하는 집합의 개수는 집합 B 의 부분집합 중 a, b 는 반드시 원소로 갖고 e 는 원소로 갖지 않는 부분집합의 개수와 같으므로

$$2^{5-2-1}=2^2=4$$

061 답 15

$A=\{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$

따라서 집합 X 의 개수는 집합 A 의 진부분집합 중 1, 2를 반드시 원소로 갖는 부분집합의 개수와 같으므로

$$2^{6-2}-1=2^4-1=16-1=15$$

062 답 9

집합 X 의 개수는 집합 A 의 부분집합 중 1, 2, 3, 6을 반드시 원소로 갖는 부분집합의 개수와 같으므로

$$2^{n-4}=32=2^5$$

따라서 $n-4=5$ 이므로 $n=9$

063 답 ③

$A=\{2, 5, 8, 11, 14, 17, 20\}$ 이므로 집합 A 의 부분집합 중 5 또는 8을 원소로 갖는 부분집합은 집합 A 의 부분집합에서 집합 $\{2, 11, 14, 17, 20\}$ 의 부분집합을 제외하면 된다.

따라서 구하는 부분집합의 개수는 $2^7-2^5=128-32=96$

064 답 15

$A=\{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$ 이므로 집합 A 의 부분집합 중 소수인 원소만으로 이루어진 부분집합은 집합 $\{2, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합에서 $\emptyset$ 을 제외하면 된다.

따라서 구하는 부분집합의 개수는 $2^4-1=16-1=15$

065 답 56

$A=\{5, 10, 15, 20, 25, 30\}$ 이므로 집합 A 의 부분집합 중 적어도 1개의 홀수를 원소로 갖는 부분집합은 집합 A 의 부분집합에서 집합 $\{10, 20, 30\}$ 의 부분집합을 제외하면 된다.

따라서 구하는 부분집합의 개수는 $2^6-2^3=64-8=56$

066 답 ③

원소의 합이 25 이상이라면 원소가 3개 이상이어야 한다.

(i) 원소가 3개인 경우

{6, 9, 10}, {7, 8, 10}, {7, 9, 10}, {8, 9, 10}의 4개

(ii) 원소가 4개인 경우

{6, 7, 8, 9}, {6, 7, 8, 10}, {6, 7, 9, 10}, {6, 8, 9, 10},
{7, 8, 9, 10}의 5개

(iii) 원소가 5개인 경우

{6, 7, 8, 9, 10}의 1개

(i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 부분집합의 개수는

$$4+5+1=10$$

067 답 ④

④ '잘하는'은 기준이 명확하지 않아 그 대상을 분명히 정할 수 없으므로 집합이 아니다.

068 답 ⑤

$A=\{4, 8, 12, 16, 20, \dots\}$, $B=\{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$ 이므로

⑤ $24 \notin B$

069 답 ③

① {1, 2, 4, 8}

② {1, 2, 3, 4, 6, 12}

④ {2, 4, 6, 8, ..., 24}

⑤ {4, 8, 12, 16, 20, 24}

070 답 ①

$$x^2-2x-3<0 \text{에서 } (x+1)(x-3)<0$$

$$\therefore -1<x<3$$

따라서 $A=\{0, 1, 2\}$ 이므로 모든 원소의 합은

$$0+1+2=3$$

071 답 $C=\{-4, -2, 0, 2, 4\}$

$a \in A$, $b \in B$ 인 a , b 에 대하여 ab 의 값을 구

하면 오른쪽 표와 같으므로

$$C=\{-4, -2, 0, 2, 4\}$$

$a \backslash b$	1	2
-2	-2	-4
0	0	0
2	2	4

072 답 ㄴ, ㄷ

ㄱ. {1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100} $\Rightarrow$ 유한집합

ㄴ. $0 < x < 1$ 인 실수 x 는 무수히 많으므로 무한집합이다.

ㄷ. {101, 103, 105, 107, ..., 999} $\Rightarrow$ 유한집합

ㄹ. {..., -2, -1, 1, 2, ...} $\Rightarrow$ 무한집합

따라서 보기 중 무한집합인 것은 ㄴ, ㄹ이다.

073 답 ⑤

⑤ 집합 {1, 2, {3, 4}}의 원소는 1, 2, {3, 4}의 3개이므로

$$n(\{1, 2, \{3, 4\}\})=3$$

074 답 ③

$n(A)=1$ 이 되려면 이차방정식 $x^2-4x+k=0$ 이 중근을 가져야 한다.

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 $D=0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4}=(-2)^2-k=0 \quad \therefore k=4$$

075 답 7

a 와 $\frac{16}{a}$ 이 모두 자연수이므로 a 는 16의 양의 약수이다.

따라서 집합 A 의 원소가 될 수 있는 것은 1, 2, 4, 8, 16이고

$$1 \in A \text{이면 } \frac{16}{1}=16 \in A, 2 \in A \text{이면 } \frac{16}{2}=8 \in A,$$

$$4 \in A \text{이면 } \frac{16}{4}=4 \in A, 8 \in A \text{이면 } \frac{16}{8}=2 \in A,$$

$$16 \in A \text{이면 } \frac{16}{16}=1 \in A$$

이므로 1과 16, 2와 8은 동시에 집합 A 의 원소이거나 원소가 아니다.

(i) 원소가 1개일 때, $A=\{4\}$

(ii) 원소가 2개일 때, $A=\{1, 16\}$, $A=\{2, 8\}$

(iii) 원소가 3개일 때, $A=\{1, 4, 16\}$, $A=\{2, 4, 8\}$

(iv) 원소가 4개일 때, $A=\{1, 2, 8, 16\}$

(v) 원소가 5개일 때, $A=\{1, 2, 4, 8, 16\}$

(i)~(v)에 의하여 구하는 집합 A 의 개수는

$$1+2+2+1+1=7$$

076 답 ①

모든 정사각형은 직사각형이고 모든 직사각형은 평행사변형이므로

$$X \subset Y \subset Z$$

077 답 ③

ㄴ. $\{\emptyset\}$ 은 집합 A 의 원소이므로 $\{\emptyset\} \in A$

ㄷ. $\{2, 3\}$ 은 집합 A 의 원소이므로 $\{2, 3\} \in A$

따라서 보기 중 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

078 답 4

$A=\{-2, 3\}$ 이고 $A \subset B$ 이므로 $-2 \in B$, $3 \in B$

따라서 $a > 3$ 이어야 하므로 정수 a 의 최솟값은 4이다.

079 답 4

$$B=\{x \mid 1 \leq x \leq 2\}, C=\{x \mid -2 < x < 6\}$$

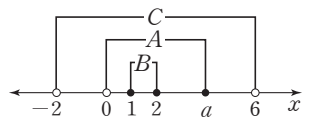
$B \subset A \subset C$ 가 성립하도록 세 집

합 A , B , C 를 수직선 위에 나타

내면 오른쪽 그림과 같으므로

$$2 \leq a < 6$$

따라서 구하는 정수 a 는 2, 3, 4, 5의 4개이다.



080 답 4

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이므로 $A=B$

$4 \in B$ 에서 $4 \in A$ 이므로

$$a^2 - 3a = 4, \quad a^2 - 3a - 4 = 0$$

$$(a+1)(a-4)=0 \quad \therefore a=-1 \text{ 또는 } a=4$$

(i) $a=-1$ 일 때

$$A=\{-1, 3, 4\}, B=\{-2, 4, 9\} \text{이므로 } A \neq B$$

(ii) $a=4$ 일 때

$$A=\{-1, 3, 4\}, B=\{-1, 3, 4\} \text{이므로 } A=B$$

(i), (ii)에 의하여 $a=4$

081 답 95

$$A_{16}=\{x|x \text{는 } 16 \text{의 양의 약수}\}=\{1, 2, 4, 8, 16\}$$

$$A_{18}=\{x|x \text{는 } 18 \text{의 양의 약수}\}=\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$

따라서 $a=2^5=32, b=2^6-1=63$ 이므로

$$a+b=95$$

082 답 ②

집합 A 의 진부분집합의 개수가 31이면 부분집합의 개수가 32이므로 집합 A 의 원소의 개수를 a 라 하면

$$2^a=32=2^5 \quad \therefore a=5$$

즉, $A=\{2, 3, 5, 7, 11\}$ 이어야 하므로

$$11 < k \leq 13 \quad \therefore k=12 \text{ 또는 } k=13$$

따라서 모든 k 의 값의 합은

$$12+13=25$$

083 답 ④

$A=\{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$ 이므로 집합 A 의 부분집합 중 1은 반드시 원소로 갖고 2, 3, 6은 원소로 갖지 않는 부분집합의 개수는

$$2^{8-1-3}=2^4=16$$

084 답 ②

$A=\{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}, B=\{2, 3, 5, 7\}$ 이므로 집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 2, 3, 5, 7을 반드시 원소로 갖는 부분집합에서 두 집합 A, B 를 제외하면 된다.

따라서 구하는 집합 X 의 개수는

$$2^{10-4}-2=2^6-2=62$$

085 답 57

$B=\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$ 이므로 집합 X 는 집합 B 의 부분집합 중 1, 3, 5, 7을 반드시 원소로 갖고, 나머지 원소 9, 11, 13, 15, 17, 19 중 2개 이상을 원소로 갖는 집합이다.

따라서 구하는 집합 X 의 개수는 집합 $\{9, 11, 13, 15, 17, 19\}$ 의 부분집합의 개수에서 원소의 개수가 1인 부분집합 6개와 공집합 1개를 뺀 것과 같으므로

$$2^6-6-1=57$$



집합의 연산

24~37쪽

001 답 $\{1, 2, 3, 5, 6, 7\}$

$$A=\{1, 3, 5, 7\}, B=\{1, 2, 3, 6, 9, 18\},$$

$$C=\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\} \text{이므로}$$

$$A \cup (B \cap C) = \{1, 3, 5, 7\} \cup \{1, 2, 3, 6\} = \{1, 2, 3, 5, 6, 7\}$$

002 답 ④

$$\textcircled{2} \{2, 4, 6, 8\} \quad \textcircled{3} \{2, 3, 5, 7\} \quad \textcircled{4} \{1, 3, 5, 15\} \quad \textcircled{5} \{1, 4\}$$

따라서 보기 중 집합 $\{2, 4, 6, 8\}$ 과 서로소인 집합은 ④이다.

003 답 42

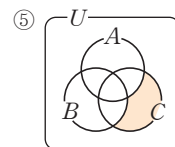
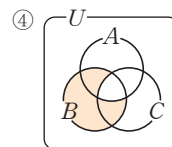
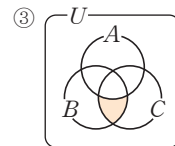
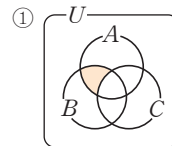
$$U=\{1, 2, 3, 4, \dots, 12\}, A=\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, B=\{4, 8, 12\}$$

이므로

$$A^c - B = \{5, 7, 8, 9, 10, 11\} - \{4, 8, 12\} = \{5, 7, 9, 10, 11\}$$

따라서 집합 $A^c - B$ 의 모든 원소의 합은 $5+7+9+10+11=42$

004 답 ②



005 답 2

$$A \cap B = \{1, 2\} \text{에서 } 2 \in A \text{이므로}$$

$$a^2 - a = 2, \quad a^2 - a - 2 = 0$$

$$(a+1)(a-2)=0 \quad \therefore a=-1 \text{ 또는 } a=2$$

(i) $a=-1$ 일 때

$$A=\{1, 2, 4\}, B=\{-2, 2, 4\} \text{이므로 } A \cap B = \{2, 4\}$$

따라서 주어진 조건을 만족시키지 않는다.

(ii) $a=2$ 일 때

$$A=\{1, 2, 4\}, B=\{1, 2, 7\} \text{이므로 } A \cap B = \{1, 2\}$$

(i), (ii)에 의하여 $a=2$

006 답 ③

$$A \cap B = A \text{에서 } A \subset B$$

$$\textcircled{3} A \subset B \text{이므로 } A - B = \emptyset$$

007 답 16

$$A \cup X = X \text{에서 } A \subset X \text{이고, } B \cap X = X \text{에서 } X \subset B \text{이므로}$$

$$A \subset X \subset B$$

따라서 집합 X 는 집합 B 의 부분집합 중 2, 4, 6을 반드시 원소로 갖는 부분집합이므로 집합 X 의 개수는

$$2^{7-3}=2^4=16$$

02

008 답 ⑤

$$\begin{aligned}(A-B)^c \cap B^c &= (A \cap B^c)^c \cap B^c \\ &= (A^c \cup B) \cap B^c \\ &= (A^c \cap B^c) \cup (B \cap B^c) \\ &= (A^c \cap B^c) \cup \emptyset \\ &= A^c \cap B^c = (A \cup B)^c\end{aligned}$$

009 답 ⑤

$$(A_3 \cup A_6) \cap (A_4 \cup A_{12}) = A_3 \cap A_4 = A_{12}$$

010 답 -9

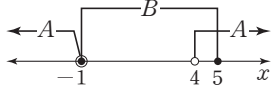
$$x^2 - 3x - 4 > 0 \text{에서 } (x+1)(x-4) > 0$$

$$\therefore x < -1 \text{ 또는 } x > 4$$

$$\therefore A = \{x | x < -1 \text{ 또는 } x > 4\}$$

$$\text{이때 } A \cup B = \{x | x \text{는 모든 실수}\},$$

$$A \cap B = \{x | 4 < x \leq 5\} \text{이므로 오른쪽 그림에서}$$



$$B = \{x | -1 \leq x \leq 5\}$$

$$= \{x | (x+1)(x-5) \leq 0\}$$

$$= \{x | x^2 - 4x - 5 \leq 0\}$$

$$\text{따라서 } a = -4, b = -5 \text{이므로 } a + b = -9$$

011 답 ③

$$\textcircled{1} A \triangle A = (A \cup A) - (A \cap A) = A - A = \emptyset$$

$$\textcircled{2} A \triangle \emptyset = (A \cup \emptyset) - (A \cap \emptyset) = A - \emptyset = A$$

$$\textcircled{3} A \triangle U = (A \cup U) - (A \cap U) = U - A = A^c$$

$$\textcircled{4} A \triangle A^c = (A \cup A^c) - (A \cap A^c) = U - \emptyset = U$$

$$\begin{aligned}\textcircled{5} A \triangle B &= (A \cup B) - (A \cap B) \\ &= (B \cup A) - (B \cap A) = B \triangle A\end{aligned}$$

012 답 ④

$$n(A-B) = n(A) - n(A \cap B) \text{이므로}$$

$$10 = 15 - n(A \cap B) \quad \therefore n(A \cap B) = 5$$

$$\therefore n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$= 15 + 10 - 5 = 20$$

013 답 8

(i) $n(A \cap B)$ 가 최대인 경우는 $B \subset A$ 일 때이므로

$$M = n(B) = 12$$

(ii) $n(A \cap B)$ 가 최소인 경우는 $n(A \cup B)$ 가 최대일 때이므로

$$A \cup B = U \text{일 때이다.}$$

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) \text{에서}$$

$$m = 16 + 12 - 24 = 4$$

$$(i), (ii) \text{에 의하여 } M - m = 12 - 4 = 8$$

014 답 ④

학생 전체의 집합을 U , 축구를 좋아하는 학생의 집합을 A , 농구를 좋아하는 학생의 집합을 B 라 하면

$$n(U) = 35, n(A) = 23, n(B) = 16, n((A \cup B)^c) = 7$$

$$n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) \text{에서}$$

$$7 = 35 - n(A \cup B) \quad \therefore n(A \cup B) = 28$$

축구와 농구를 모두 좋아하는 학생의 집합은 $A \cap B$ 이므로

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$$

$$= 23 + 16 - 28 = 11$$

따라서 구하는 학생 수는 11이다.

015 답 5

$$A = \{2, 3, 5, 7\}, B = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}, C = \{1, 2, 4\}$$

이므로

$$(A \cap B) \cup C = \{2, 3, 5\} \cup \{1, 2, 4\} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\therefore n((A \cap B) \cup C) = 5$$

016 답 ⑤

$$C = \{1, 2, 7, 14\} \text{이므로}$$

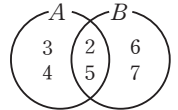
$$\textcircled{5} A \cup (B \cap C) = \{1, 3, 5, 7\}$$

017 답 {2, 5, 6, 7}

주어진 조건을 벤다이어그램으로 나타내면

오른쪽 그림과 같으므로

$$B = \{2, 5, 6, 7\}$$



018 답 19

주어진 집합은 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

(개)에서 $X \cap \{3, 4, 5\} = \{4\}$ 이므로 $3 \notin X, 4 \in X, 5 \notin X$

(내)에서 $S(X)$ 의 값은 홀수이므로 집합 X 는 주어진 집합의 원소 중 홀수인 원소 1, 3, 5, 7에서 1개 또는 3개의 원소를 갖는다.

이때 $3 \notin X, 5 \notin X$ 이므로 원소 1, 7 중 1개를 원소로 갖는다.

따라서 주어진 조건을 만족시키면서 원소의 개수가 가장 많은 집합 X 는 $\{1, 2, 4, 6\}, \{2, 4, 6, 7\}$ 이고 $X = \{2, 4, 6, 7\}$ 일 때

$S(X)$ 의 값이 최대이므로 $S(X)$ 의 최댓값은

$$2 + 4 + 6 + 7 = 19$$

019 답 ②

$$\textcircled{4} \{8, 16, 24, 32, \dots\} \quad \textcircled{5} \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

따라서 보기 중 집합 $\{1, 2, 4, 8\}$ 과 서로소인 집합은 ②이다.

020 답 ③

$$\textcircled{3} B \subset A \text{이므로 } A \cap B \neq \emptyset$$

$$\textcircled{4} A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{4, 8, 12, 16, \dots\} \text{이므로 } A \cap B = \emptyset$$

$$\textcircled{5} A = \{-1, 0\}, B = \{1, 2\} \text{이므로 } A \cap B = \emptyset$$

따라서 보기 중 두 집합 A, B 가 서로소가 아닌 것은 ③이다.

021 답 ②

집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$ 의 부분집합 중에서 집합 $B = \{d, e\}$ 와 서로소인 집합은 원소 d, e 를 포함하지 않는 부분집합이다.

따라서 구하는 집합의 개수는

$$2^{5-2} = 2^3 = 8$$

022 답 36

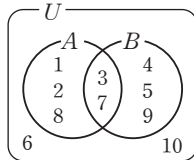
$A = \{3, 5, 7, 9\}$, $B = \{2, 5, 8\}$ 이므로 $A - B = \{3, 7, 9\}$
 $\therefore (A - B)^c = \{1, 2, 4, 5, 6, 8, 10\}$
 따라서 집합 $(A - B)^c$ 의 모든 원소의 합은
 $1 + 2 + 4 + 5 + 6 + 8 + 10 = 36$

023 답 ⑤

$A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로 ⑤ $A - B = \{1\}$

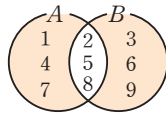
024 답 {3, 4, 5, 7, 9}

$U = \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$,
 $(A \cup B)^c = \{6, 10\}$ 이므로 주어진 조건을
 벤다이어그램으로 나타내면 오른쪽 그림과
 같다.
 $\therefore B = \{3, 4, 5, 7, 9\}$

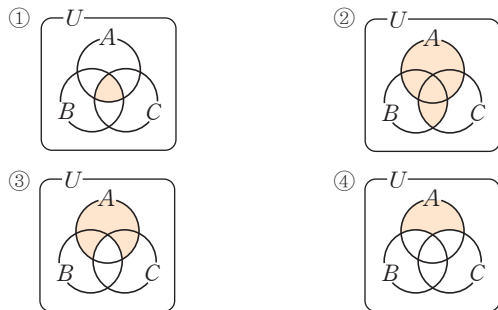


025 답 33

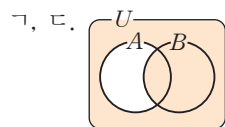
집합 $(A - B) \cup (B - A)$ 는 오른쪽 벤다이어
 그램의 색칠한 부분과 같고,
 $A = \{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$ 이므로
 $A - B = \{1, 4, 7\}$, $B - A = \{3, 6, 9\}$
 $\therefore B = \{2, 3, 5, 6, 8, 9\}$
 따라서 집합 B 의 모든 원소의 합은
 $2 + 3 + 5 + 6 + 8 + 9 = 33$



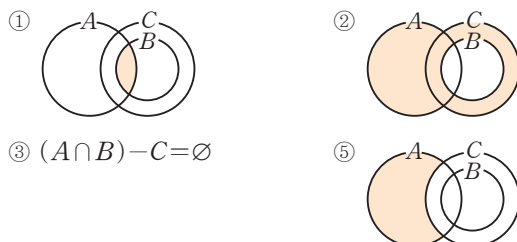
026 답 ⑤



027 답 ㄴ, ㄷ



028 답 ④



029 답 3

$B - A = \{4\}$ 에서 $2 \in (A \cap B)$ 이므로
 $a^2 - 2a - 1 = 2$, $a^2 - 2a - 3 = 0$
 $(a + 1)(a - 3) = 0 \quad \therefore a = -1$ 또는 $a = 3$
 (i) $a = -1$ 일 때
 $A = \{2, 3, 5\}$, $B = \{-7, 2, 4\}$ 이므로
 $B - A = \{-7, 4\}$
 따라서 주어진 조건을 만족시키지 않는다.
 (ii) $a = 3$ 일 때
 $A = \{2, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 5\}$ 이므로
 $B - A = \{4\}$
 (i), (ii)에 의하여 $a = 3$

030 답 4

$A \cap B = \{-2, 5\}$ 이므로
 $2a + b = 5$, $a - b = -2$
 두 식을 연립하여 풀면
 $a = 1$, $b = 3$
 $\therefore a + b = 4$

031 답 ⑤

$A - B = \{2\}$ 에서 $2 \in A$ 이므로
 $a = 2$ 또는 $a + 2 = 2$
 $\therefore a = 2$ 또는 $a = 0$
 (i) $a = 0$ 일 때
 $A = \{0, 2, 3\}$, $B = \{3, 5, 6\}$ 이므로
 $A - B = \{0, 2\}$
 따라서 주어진 조건을 만족시키지 않는다.
 (ii) $a = 2$ 일 때
 $A = \{2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5\}$ 이므로
 $A - B = \{2\}$
 (i), (ii)에 의하여 $B = \{3, 4, 5\}$
 따라서 집합 B 의 모든 원소의 합은
 $3 + 4 + 5 = 12$

032 답 ③

$A \cup B = \{-2, 1, 3, 4\}$ 에서 $-2 \in A$ 또는 $1 \in A$ 이므로
 $a - 2 = -2$ 또는 $a - 2 = 1 \quad \therefore a = 0$ 또는 $a = 3$
 (i) $a = 0$ 일 때
 $A = \{-2, 3, 4\}$, $B = \{-3, -2, 1\}$ 이므로
 $A \cup B = \{-3, -2, 1, 3, 4\}$
 따라서 주어진 조건을 만족시키지 않는다.
 (ii) $a = 3$ 일 때
 $A = \{1, 3, 4\}$, $B = \{-2, 3, 4\}$ 이므로
 $A \cup B = \{-2, 1, 3, 4\}$
 (i), (ii)에 의하여 $a = 3$

033 [답] ⑤

$(A-B) \cup (B-A) = \{5, 9\}$ 이고, $a+2 \neq a+7$, $a^2+1 \neq a^2$ 이므로
 $a+2=a^2$ 또는 $a^2+1=a+7$

즉, $a^2-a-2=0$ 또는 $a^2-a-6=0$

$\therefore a=-2$ 또는 $a=-1$ 또는 $a=2$ 또는 $a=3$

(i) $a=-2$ 일 때

$A=\{0, 5\}$, $B=\{4, 5\}$ 이므로 $(A-B) \cup (B-A)=\{0, 4\}$

따라서 주어진 조건을 만족시키지 않는다.

(ii) $a=-1$ 일 때

$A=\{1, 2\}$, $B=\{1, 6\}$ 이므로 $(A-B) \cup (B-A)=\{2, 6\}$

따라서 주어진 조건을 만족시키지 않는다.

(iii) $a=2$ 일 때

$A=\{4, 5\}$, $B=\{4, 9\}$ 이므로 $(A-B) \cup (B-A)=\{5, 9\}$

(iv) $a=3$ 일 때

$A=\{5, 10\}$, $B=\{9, 10\}$ 이므로 $(A-B) \cup (B-A)=\{5, 9\}$

(i)~(iv)에 의하여 $a=2$ 또는 $a=3$

따라서 모든 상수 a 의 값의 합은 $2+3=5$

034 [답] ③

$A \cup B = A$ 이므로

$\neg, B \subset A$ $\therefore, A^c - B^c = \emptyset$

따라서 보기 중 항상 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

035 [답] ④

③ $U - A^c = (A^c)^c = A$

④ $A - B = A \cap B^c$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

036 [답] ③

$A - B = A$ 이므로 두 집합 A, B 는 서로소이다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

037 [답] ③

① $A - B^c = A \cap (B^c)^c = A \cap B$

② $B - A^c = B \cap (A^c)^c = B \cap A$

③ $A \cup (B \cap B^c) = A \cup \emptyset = A$

④ $B \cap (U - A^c) = B \cap \{U \cap (A^c)^c\}$
 $= B \cap (U \cap A) = A \cap B$

⑤ $(A \cap B) \cap (A \cup A^c) = (A \cap B) \cap U = A \cap B$

따라서 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.

038 [답] ②

$B^c \subset A^c$ 이므로 $A \subset B$

① $A \cup B = B$

② $B - A^c = B \cap (A^c)^c = B \cap A = A$

③ $B \cap (A \cup B) = B \cap B = B$

④ $B \cup (A \cap B) = B \cup A = B$

⑤ $B \cup (A - B) = B \cup \emptyset = B$

따라서 나머지 넷과 다른 하나는 ②이다.

039 [답] 8

$(A \cap B) \cup X = X$ 에서 $(A \cap B) \subset X$

$(A \cup B) \cap X = X$ 에서 $X \subset (A \cup B)$

$\therefore (A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$

$A \cap B = \{3, 5, 7\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$ 이므로

$\{3, 5, 7\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$

따라서 집합 X 는 집합 $\{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$ 의 부분집합 중 3, 5, 7

을 반드시 원소로 갖는 부분집합이므로 집합 X 의 개수는

$2^{6-3} = 2^3 = 8$

040 [답] ③

$U = \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$, $A = \{2, 3, 5, 7\}$ 이고, $A \cup X = U$ 이므로

집합 X 는 집합 A^c 의 원소 1, 4, 6, 8, 9, 10을 반드시 원소로
 가져야 한다.

따라서 구하는 집합 X 의 개수는 $2^{10-6} = 2^4 = 16$

041 [답] ②

$A - X = \emptyset$ 이므로 $A \subset X$

$B \cap X^c = B - X = B$ 이므로 $B \cap X = \emptyset$

따라서 집합 X 는 집합 U 의 부분집합 중 1, 3, 5, 7을 반드시 원소로
 갖고 4, 8은 원소로 갖지 않는 부분집합이므로 집합 X 의 개수는

$2^{8-4-2} = 2^2 = 4$

042 [답] ①

$A - B = \{1, 2\}$ 이고 $(A - B) \cap X = \{2\}$ 이므로 $2 \in X$, $1 \notin X$

$B \cup X = X$ 에서 $B \subset X$ 이므로 $\{5, 10\} \subset X$

따라서 집합 X 는 집합 $U = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ 의 부분집합 중 2,

5, 10을 반드시 원소로 갖고 1은 원소로 갖지 않는 부분집합이므로

집합 X 의 개수는 $2^{6-3-1} = 2^2 = 4$

043 [답] ⑤

$(A - C) - (B - C) = (A \cap C^c) - (B \cap C^c)$
 $= (A \cap C^c) \cap (B \cap C^c)^c$
 $= (A \cap C^c) \cap (B^c \cup C)$
 $= (A \cap C^c \cap B^c) \cup (A \cap C^c \cap C)$
 $= \{A \cap (C^c \cap B^c)\} \cup \emptyset$
 $= A \cap (B \cup C)^c = A - (B \cup C)$

044 [답] ①

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$= \{1, 2, 3, 4, 5\} \cap \{2, 4, 6\} = \{2, 4\}$

따라서 집합 $A \cup (B \cap C)$ 의 모든 원소의 합은 $2+4=6$

045 [답] ③

$U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이고 $A^c \cup B^c = (A \cap B)^c = \{1, 2, 4, 5\}$ 이므로

$A \cap B = \{3\}$

또 $B \cap (A \cap B)^c = B - (A \cap B) = \{5\}$ 이므로 $B = \{3, 5\}$

$\therefore B^c = U - B = \{1, 2, 3, 4, 5\} - \{3, 5\} = \{1, 2, 4\}$

046 답 ⑤

$$\begin{aligned} \{(A-B) \cup B\}^c &= \{(A \cap B^c) \cup B\}^c \\ &= \{(A \cup B) \cap (B^c \cup B)\}^c \\ &= \{(A \cup B) \cap U\}^c \\ &= (A \cup B)^c = \emptyset \end{aligned}$$

$$\therefore A \cup B = U$$

047 답 ②

$$\begin{aligned} \{(A \cap B) \cup (A-B)\} \cup B &= \{(A \cap B) \cup (A \cap B^c)\} \cup B \\ &= \{A \cap (B \cup B^c)\} \cup B \\ &= (A \cap U) \cup B \\ &= A \cup B = A \end{aligned}$$

따라서 $B \subset A$ 이므로

- ①, ③ $A \cap B = B$
- ④ $B - A = \emptyset$
- ⑤ $A^c \subset B^c$

048 답 ②

$$\begin{aligned} ① \quad A \cap (A^c \cup B) &= (A \cap A^c) \cup (A \cap B) \\ &= \emptyset \cup (A \cap B) \\ &= A \cap B \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ② \quad (A-B) \cup (A-C) &= (A \cap B^c) \cup (A \cap C^c) \\ &= A \cap (B^c \cup C^c) \\ &= A \cap (B \cap C)^c \\ &= A - (B \cap C) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ③ \quad A - (B-C) &= A - (B \cap C^c) \\ &= A \cap (B \cap C^c)^c \\ &= A \cap (B^c \cup C) \\ &= (A \cap B^c) \cup (A \cap C) \\ &= (A-B) \cup (A \cap C) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ④ \quad (A \cup B) \cap (A^c \cap B^c) &= (A \cup B) \cap (A \cup B)^c \\ &= (A \cup B) - (A \cup B) = \emptyset \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ⑤ \quad (A \cap B) - (A \cap C) &= (A \cap B) \cap (A \cap C)^c \\ &= (A \cap B) \cap (A^c \cup C^c) \\ &= (A \cap B \cap A^c) \cup (A \cap B \cap C^c) \\ &= \emptyset \cup (A \cap B \cap C^c) \\ &= (A \cap B) \cap C^c \\ &= (A \cap B) - C \end{aligned}$$

049 답 24

$$\begin{aligned} (A_2 \cap A_3) \cap (A_8 \cup A_{16}) &= A_6 \cap A_8 = A_{24} \\ \therefore n &= 24 \end{aligned}$$

050 답 ④

$$\begin{aligned} A_{16} \cap A_{24} \cap A_{32} &= (A_{16} \cap A_{24}) \cap A_{32} \\ &= A_8 \cap A_{32} = A_8 \\ &= \{1, 2, 4, 8\} \end{aligned}$$

따라서 집합 $A_{16} \cap A_{24} \cap A_{32}$ 에 속하지 않는 원소는 ④이다.

051 답 33

$$\begin{aligned} A_2 \cap (A_3 \cup A_4) &= (A_2 \cap A_3) \cup (A_2 \cap A_4) \\ &= A_6 \cup A_4 \end{aligned}$$

따라서 집합 $A_2 \cap (A_3 \cup A_4)$ 는 100 이하의 자연수 중 4의 배수이거나 6의 배수인 수의 집합이므로 원소의 개수는
(4의 배수의 개수) + (6의 배수의 개수) - (12의 배수의 개수)
 $= 25 + 16 - 8 = 33$

052 답 30

$A_4 \cap A_5 = A_{20}$ 이므로 $A_p \subset A_{20}$ 을 만족시키는 자연수 p 는 20의 양의 배수이다.

$B_{20} \cap B_{30} = B_{10}$ 이므로 $B_q \subset B_{10}$ 을 만족시키는 자연수 q 는 10의 양의 약수이다.

따라서 자연수 p 의 최솟값은 20이고 자연수 q 의 최댓값은 10이므로 구하는 합은

$$20 + 10 = 30$$

053 답 -11

$$x^2 - x - 6 \leq 0 \text{에서 } (x+2)(x-3) \leq 0$$

$$\therefore -2 \leq x \leq 3$$

$$\therefore A = \{x \mid -2 \leq x \leq 3\}$$

$$\text{이때 } A \cap B = \{x \mid 1 \leq x \leq 3\},$$

$$A \cup B = \{x \mid -2 \leq x \leq 5\} \text{이므로 오른쪽}$$

그림에서

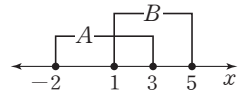
$$B = \{x \mid 1 \leq x \leq 5\}$$

$$= \{x \mid (x-1)(x-5) \leq 0\}$$

$$= \{x \mid x^2 - 6x + 5 \leq 0\}$$

따라서 $a = -6$, $b = 5$ 이므로

$$a - b = -11$$



054 답 ⑤

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \text{에서 } (x-2)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 3$$

$$\therefore A = \{2, 3\}$$

$$\text{이때 } A - B = \{3\} \text{에서 } 2 \in B$$

따라서 $x^3 - ax^2 - 4a(x-1) = 0$ 의 한 근이 2이므로

$$8 - 4a - 4a = 0 \quad \therefore a = 1$$

$$\text{즉, } B = \{x \mid x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0\} \text{이므로}$$

$$x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0 \text{에서}$$

$$x^2(x-1) - 4(x-1) = 0$$

$$(x^2 - 4)(x-1) = 0$$

$$(x+2)(x-2)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 1 \text{ 또는 } x = 2$$

$$\therefore B = \{-2, 1, 2\}$$

$$\therefore B - A = \{-2, 1\}$$

따라서 집합 $B - A$ 의 모든 원소의 합은

$$-2 + 1 = -1$$

055 ㉔ 2

$$x^2 - 5x + 4 < 0 \text{에서 } (x-1)(x-4) < 0$$

$$\therefore 1 < x < 4$$

$$\therefore A = \{x \mid 1 < x < 4\}$$

$$x^2 - 2(k+1)x + 4k < 0 \text{에서}$$

$$(x-2)(x-2k) < 0$$

$$\therefore 2 < x < 2k \quad (\because k > 1)$$

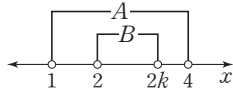
$$\therefore B = \{x \mid 2 < x < 2k\}$$

이때 $A \cap B = B$ 이므로 $B \subset A$

$B \subset A$ 이라면 오른쪽 그림에서

$$2 < 2k \leq 4 \quad \therefore 1 < k \leq 2$$

따라서 실수 k 의 최댓값은 2이다.



056 ㉔ -4 < k ≤ -3 또는 3 ≤ k < 4

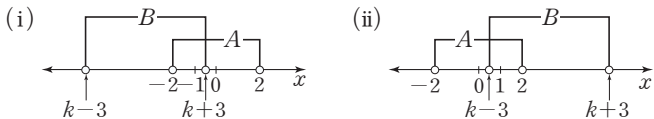
$$|x| < 2 \text{에서 } -2 < x < 2$$

$$\therefore A = \{x \mid -2 < x < 2\}$$

$$|x-k| < 3 \text{에서 } k-3 < x < k+3$$

$$\therefore B = \{x \mid k-3 < x < k+3\}$$

집합 $A \cap B$ 에 속하는 정수가 1개가 되는 경우는 다음 그림과 같이 2가지가 있다.



$$(i) -1 < k+3 \leq 0 \text{에서 } -4 < k \leq -3$$

$$(ii) 0 \leq k-3 < 1 \text{에서 } 3 \leq k < 4$$

(i), (ii)에 의하여 상수 k 의 값의 범위는

$$-4 < k \leq -3 \text{ 또는 } 3 \leq k < 4$$

057 ㉔ ③

$$\begin{aligned} ① A \star \emptyset &= (A - \emptyset) \cup (\emptyset - A) \\ &= A \cup \emptyset = A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ② U \star A &= (U - A) \cup (A - U) \\ &= A^c \cup \emptyset = A^c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ③ A \star A &= (A - A) \cup (A - A) \\ &= \emptyset \cup \emptyset = \emptyset \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ④ U \star \emptyset &= (U - \emptyset) \cup (\emptyset - U) \\ &= U \cup \emptyset = U \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ⑤ A \star B &= (A - B) \cup (B - A) \\ &= (B - A) \cup (A - B) \\ &= B \star A \end{aligned}$$

058 ㉔ ②

$$B \odot A = (B \cup A) \cap (B \cup A^c)$$

$$= B \cup (A \cap A^c)$$

$$= B \cup \emptyset = B$$

즉, $B \odot A = B$ 이므로

$$(B \odot A) \odot A = B \odot A = B$$

059 ㉔ ④

$$A \diamond B = (A \cup B) \cap (A \cap B)^c = (A \cup B) - (A \cap B) \text{이므로}$$

$$\neg, A \diamond A^c = (A \cup A^c) - (A \cap A^c)$$

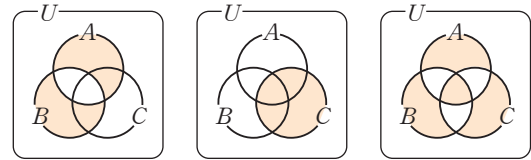
$$= U - \emptyset = U$$

$$\neg, A \diamond B = (A \cup B) - (A \cap B)$$

$$= (B \cup A) - (B \cap A)$$

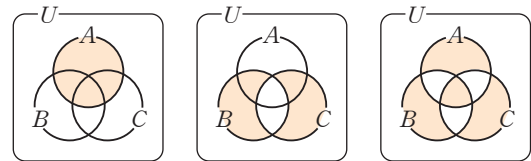
$$= B \diamond A$$

ㄷ, $(A \diamond B) \diamond C$ 를 벤다이어그램으로 나타내면



$$(A \diamond B) \diamond C = (A \diamond B) \diamond C$$

$A \diamond (B \diamond C)$ 를 벤다이어그램으로 나타내면



$$A \diamond (B \diamond C) = A \diamond (B \diamond C)$$

$$\therefore (A \diamond B) \diamond C = A \diamond (B \diamond C)$$

따라서 보기 중 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

060 ㉔ ①

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$= 12 + 15 - 7 = 20$$

$$\therefore n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c)$$

$$= n(U) - n(A \cup B)$$

$$= 30 - 20 = 10$$

061 ㉔ 4

$$n(A^c \cup B^c) = n((A \cap B)^c) = n(U) - n(A \cap B) \text{이므로}$$

$$20 = 25 - n(A \cap B)$$

$$\therefore n(A \cap B) = 5$$

$$n(A) = n(U) - n(A^c)$$

$$= 25 - 16 = 9$$

$$\therefore n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$= 9 - 5 = 4$$

062 ㉔ 2

$$n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) \text{이므로}$$

$$4 = 18 - n(A \cup B)$$

$$\therefore n(A \cup B) = 14$$

$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(B - A) + n(A \cap B) \text{이므로}$$

$$14 = 5 + 7 + n(A \cap B)$$

$$\therefore n(A \cap B) = 2$$

063 답 20

$A \cap B = \emptyset$ 이므로 $A \cap B \cap C = \emptyset$

$n(A \cup C) = n(A) + n(C) - n(A \cap C)$ 이므로

$$16 = 8 + 14 - n(A \cap C)$$

$$\therefore n(A \cap C) = 6$$

$n(B \cup C) = n(B) + n(C) - n(B \cap C)$ 이므로

$$18 = 9 + 14 - n(B \cap C)$$

$$\therefore n(B \cap C) = 5$$

$$\begin{aligned} \therefore n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) \\ &\quad - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) \\ &= 8 + 9 + 14 - 0 - 5 - 6 + 0 = 20 \end{aligned}$$

064 답 ①

$$n(A) = n(U) - n(A^c) = 50 - 16 = 34$$

(i) $n(A \cap B)$ 가 최대인 경우는 $B \subset A$ 일 때이므로

$$M = n(B) = 28$$

(ii) $n(A \cap B)$ 가 최소인 경우는 $n(A \cup B)$ 가 최대일 때이므로

$$A \cup B = U \text{ 일 때이다.}$$

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) \text{에서}$$

$$m = 34 + 28 - 50 = 12$$

(i), (ii)에 의하여 $M - m = 28 - 12 = 16$

065 답 5

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B)$$

$$= 25 - n(A \cap B) \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이므로 $n(B - A)$ 가 최소인 경우는 $n(A \cap B)$ 가 최대일 때이다.

$n(A \cap B)$ 가 최대인 경우는 $A \subset B$ 일 때이므로

$$n(A \cap B) = n(A) = 20$$

이를 ①에 대입하면

$$n(B - A) = 25 - 20 = 5$$

따라서 $n(B - A)$ 의 최솟값은 5이다.

066 답 35

$n(A \cap B)$ 가 최대인 경우는 $A \subset B$ 일 때이므로

$$n(A \cap B) = n(A) = 8$$

$$\therefore 3 \leq n(A \cap B) \leq 8 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 23 - n(A \cap B)$ 이므로

$$n(A \cap B) = 23 - n(A \cup B) \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

①, ②에서 $3 \leq 23 - n(A \cup B) \leq 8$ 이므로

$$15 \leq n(A \cup B) \leq 20$$

따라서 $M = 20$, $m = 15$ 이므로 $M + m = 35$

067 답 2

학생 전체의 집합을 U , 수학 참고서를 가지고 있는 학생의 집합을 A , 영어 참고서를 가지고 있는 학생의 집합을 B 라 하면

$$n(U) = 40, n(A) = 32, n(B) = 24, n(A \cap B) = 18$$

$$\begin{aligned} \therefore n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 32 + 24 - 18 = 38 \end{aligned}$$

두 참고서 중 어느 것도 가지고 있지 않은 학생의 집합은 $(A \cup B)^c$ 이므로

$$n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 40 - 38 = 2$$

따라서 구하는 학생 수는 2이다.

068 답 15

학생 전체의 집합을 U , 야구를 좋아하는 학생의 집합을 A , 축구를 좋아하는 학생의 집합을 B 라 하면

$$n(U) = 50, n(A) = 22, n((A \cup B)^c) = 13$$

$$n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) \text{이므로}$$

$$13 = 50 - n(A \cup B) \quad \therefore n(A \cup B) = 37$$

축구만 좋아하는 학생의 집합은 $B - A$ 이므로

$$n(B - A) = n(A \cup B) - n(A)$$

$$= 37 - 22 = 15$$

따라서 구하는 학생 수는 15이다.

069 답 12

고객 전체의 집합을 U , 손거울을 구매한 고객의 집합을 A , 책갈피를 구매한 고객의 집합을 B 라 하면

$$n(U) = 28, n(A) = 16, n(B) = 12$$

손거울과 책갈피 중 어느 것도 구매하지 않은 고객의 집합은 $(A \cup B)^c$ 이므로

$$n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B)$$

$$= 28 - n(A \cup B) \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

에서 $n((A \cup B)^c)$ 가 최대인 경우는 $n(A \cup B)$ 가 최소일 때이다.

$n(A \cup B)$ 가 최소인 경우는 $B \subset A$ 일 때이므로

$$n(A \cup B) = n(A) = 16$$

이를 ①에 대입하면

$$n((A \cup B)^c) = 28 - 16 = 12$$

따라서 $n((A \cup B)^c)$ 의 최댓값은 12이므로 구하는 고객 수의 최댓값은 12이다.

070 답 7

선우네 반 학생 전체의 집합을 U , 속초에 가 본 학생의 집합을 A , 부산에 가 본 학생의 집합을 B , 광주에 가 본 학생의 집합을 C 라 하면

$$n(U) = 40, n(A) = 15, n(B) = 16, n(C) = 22,$$

$$n(A \cap B \cap C) = 3$$

이때 한 곳도 가 보지 않은 학생은 없으므로

$$n(A \cup B \cup C) = n(U) = 40$$

$$\begin{aligned} n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) \\ &\quad - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) \end{aligned}$$

이므로

$$40 = 15 + 16 + 22 - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + 3$$

$$\therefore n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) = 16$$

따라서 세 곳 중 두 곳만 가 본 학생 수는

$$\begin{aligned} n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) - 3 \times n(A \cap B \cap C) \\ = 16 - 3 \times 3 = 7 \end{aligned}$$

071 답 30

학생 전체의 집합을 U , 한국사 체험 학습을 신청한 학생의 집합을 A , 과학 체험 학습을 신청한 학생의 집합을 B 라 하면

$$n(U)=100$$

$$n(A)=n(B)+10 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$n((A \cup B)^c)=n(A \cup B)-40 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

①에서

$$n(U)-n(A \cup B)=n(A \cup B)-40$$

$$100-n(A \cup B)=n(A \cup B)-40$$

$$\therefore n(A \cup B)=70$$

이때 $n(A \cup B)=n(A)+n(B)-n(A \cap B)$ 이므로

$$70=n(B)+10+n(B)-n(A \cap B) \quad (\because \textcircled{1})$$

$$2n(B)=60+n(A \cap B)$$

$$\therefore n(B)=30+\frac{1}{2} \times n(A \cap B)$$

그런데 과학 체험 학습만 신청한 학생 수는

$$n(B-A)=n(B)-n(A \cap B)$$

$$=30+\frac{1}{2} \times n(A \cap B)-n(A \cap B)$$

$$=30-\frac{1}{2} \times n(A \cap B)$$

이때 $n(B-A)$ 가 최대인 경우는 $n(A \cap B)$ 가 최소일 때이고

$n(A \cap B)$ 의 최솟값은 0이므로 $n(B-A)$ 의 최댓값은 30이다.

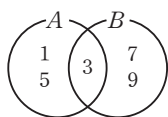
따라서 구하는 학생 수의 최댓값은 30이다.

072 답 ④

주어진 조건을 벤다이어그램으로 나타내면

오른쪽 그림과 같으므로

$$A=\{1, 3, 5\}$$



073 답 ①

$B=\{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이므로 집합 $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중에서 집합 B 와 서로소인 집합은 1, 3, 5를 원소로 갖지 않는 부분집합이다.

따라서 구하는 집합의 개수는

$$2^{5-3}=2^2=4$$

074 답 ⑤

$U=\{1, 2, 3, 4, \dots, 8\}$, $A=\{1, 2, 4, 8\}$, $B=\{4, 8\}$ 이므로

$$B^c=\{1, 2, 3, 5, 6, 7\}$$

$$\therefore A-B^c=\{4, 8\}$$

따라서 집합 $A-B^c$ 의 모든 원소의 합은

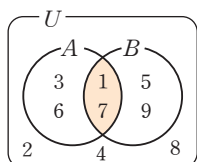
$$4+8=12$$

075 답 ①

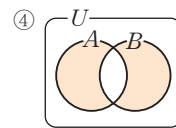
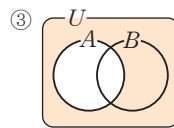
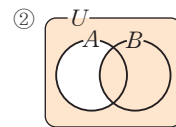
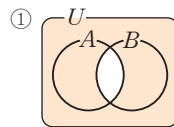
주어진 조건을 벤다이어그램으로 나타내면

오른쪽 그림과 같으므로

$$A \cap B=\{1, 7\}$$



076 답 ⑤



077 답 ③

$A-B=\{3\}$ 이므로 집합 A 에서 4, 7, $a+b$ 는 모두 집합 B 의 원소이다.

따라서 $a+b=5$, $-a+3b=7$ 이므로 두 식을 연립하여 풀면

$$a=2, b=3$$

$$\therefore ab=6$$

078 답 -1

$A^c \subset B^c$ 이므로 $B \subset A$

이때 $3 \in B$ 에서 $3 \in A$ 이므로 $a^2-2a=3$

$$a^2-2a-3=0, (a+1)(a-3)=0$$

$$\therefore a=-1 \text{ 또는 } a=3$$

(i) $a=-1$ 일 때

$$A=\{2, 3, 7\}, B=\{2, 3\} \text{이므로 } B \subset A$$

(ii) $a=3$ 일 때

$$A=\{2, 3, 7\}, B=\{3, 6\} \text{이므로 } B \not\subset A$$

따라서 주어진 조건을 만족시키지 않는다.

(i), (ii)에 의하여 $a=-1$

079 답 ⑤

$B-A=B$ 이므로 두 집합 A, B 는 서로소이다.

따라서 보기 중 항상 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

080 답 ②

$$(A^c \cap B) \cup (A \cap B^c) = (B \cap A^c) \cup (A \cap B^c)$$

$$= (B-A) \cup (A-B)$$

$$=\emptyset$$

즉, $B-A=\emptyset$, $A-B=\emptyset$ 이므로

$$B \subset A, A \subset B$$

$$\therefore A=B$$

081 답 16

$A=\{1, 2, 5, 10\}$, $B=\{1, 2, 4, 8\}$ 이므로 $A-B=\{5, 10\}$

$(A-B) \cup X=X$ 에서 $(A-B) \subset X$, $B \cup X=X$ 에서 $B \subset X$

$$\therefore \{5, 10\} \subset X, \{1, 2, 4, 8\} \subset X$$

따라서 집합 X 는 집합 $U=\{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$ 의 부분집합 중 1, 2, 4, 5, 8, 10을 반드시 원소로 갖는 부분집합이므로 집합 X 의 개수는

$$2^{10-6}=2^4=16$$

082 답 ③

집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 집합 $A \cap B = \{1, 2, 3, 6\}$ 의 원소에서 3개는 반드시 원소로 갖고 1개는 원소로 갖지 않는 부분집합이다.

- (i) 1, 2, 3은 반드시 원소로 갖고 6은 원소로 갖지 않는 집합 X 의 개수는 $2^{6-3-1} = 2^2 = 4$
 (ii) 1, 2, 6은 반드시 원소로 갖고 3은 원소로 갖지 않는 집합 X 의 개수는 $2^{6-3-1} = 2^2 = 4$
 (iii) 1, 3, 6은 반드시 원소로 갖고 2는 원소로 갖지 않는 집합 X 의 개수는 $2^{6-3-1} = 2^2 = 4$
 (iv) 2, 3, 6은 반드시 원소로 갖고 1은 원소로 갖지 않는 집합 X 의 개수는 $2^{6-3-1} = 2^2 = 4$
 (i)~(iv)에 의하여 구하는 집합 X 의 개수는 $4+4+4+4=16$

083 답 ②

$$\begin{aligned}(A-B)^c \cap B^c &= (A \cap B^c)^c \cap B^c = (A^c \cup B) \cap B^c \\ &= (A^c \cap B^c) \cup (B \cap B^c) = (A \cup B)^c \cup \emptyset \\ &= (A \cup B)^c\end{aligned}$$

이때 $B \subset A$ 에서 $A \cup B = A$ 이므로

$$(A-B)^c \cap B^c = (A \cup B)^c = A^c$$

084 답 ④

$$\begin{aligned}\neg. (A \cap B^c) \cup B &= (A \cup B) \cap (B^c \cup B) = (A \cup B) \cap U \\ &= A \cup B \\ \neg. (A-B)^c \cap A &= (A \cap B^c)^c \cap A = (A^c \cup B) \cap A \\ &= (A^c \cap A) \cup (B \cap A) = \emptyset \cup (A \cap B) \\ &= A \cap B \\ \neg. (A \cap B) \cup (A^c \cup B)^c &= (A \cap B) \cup (A \cap B^c) \\ &= A \cap (B \cup B^c) = A \cap U = A\end{aligned}$$

따라서 보기 중 항상 옳은 것은 $\neg$, $\neg$ 이다.

085 답 ①

$A_n \cap A_2 = A_{2n}$ 에서 자연수 n 과 2는 서로소이므로 n 은 홀수이다.
 또 $A_n - A_3 = \emptyset$ 에서 $A_n \subset A_3$ 이므로 n 은 3의 배수이다.
 따라서 n 은 3의 배수인 홀수이므로 30 이하의 자연수 n 은 3, 9, 15, 21, 27의 5개이다.

086 답 -7

$$x^2 - 6x + 8 > 0 \text{에서 } (x-2)(x-4) > 0 \quad \therefore x < 2 \text{ 또는 } x > 4$$

$$\therefore A = \{x \mid x < 2 \text{ 또는 } x > 4\}$$

$$\text{또 } x^2 + 2x + 4 > 0 \text{에서 } (x+1)^2 + 3 > 0 \text{이므로}$$

$$C = \{x \mid x \text{는 모든 실수}\}$$

$$\text{이때 } A \cup B = \{x \mid x \text{는 모든 실수}\},$$

$$A \cap B = \{x \mid -1 \leq x < 2\} \text{이므로 오}$$

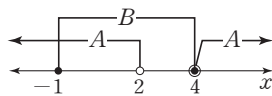
른쪽 그림에서

$$B = \{x \mid -1 \leq x \leq 4\}$$

$$= \{x \mid (x+1)(x-4) \leq 0\}$$

$$= \{x \mid x^2 - 3x - 4 \leq 0\}$$

따라서 $a = -3$, $b = -4$ 이므로 $a+b = -7$



087 답 ③

$$\begin{aligned}A \supset B &= (A \cup B) \cap (A^c \cup B) \\ &= (A \cap A^c) \cup B \\ &= \emptyset \cup B = B\end{aligned}$$

따라서 $A \supset B = B$ 이므로

$$(A \supset B) \supset C = B \supset C = C$$

088 답 34

$$\begin{aligned}n(A^c \cap B^c) &= n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) \text{이므로} \\ 24 &= 42 - n(A \cup B) \quad \therefore n(A \cup B) = 18 \\ n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \text{이므로} \\ 18 &= n(A) + n(B) - 16 \\ \therefore n(A) + n(B) &= 34\end{aligned}$$

089 답 ①

$$\begin{aligned}n(A^c \cap B) &= n(B - A) = 7 \text{이므로} \\ n(A \cup B) &= n(A) + n(B - A) = 21 + 7 = 28 \\ \therefore n(A \cap B) &= n(A \cup B) - n((A - B) \cup (B - A)) \\ &= 28 - 14 = 14\end{aligned}$$

$$\text{다른 풀이 } n(A^c \cap B) = n(B - A) = 7 \text{이므로}$$

$$\begin{aligned}n((A - B) \cup (B - A)) &= n(A - B) + n(B - A) \text{에서} \\ 14 &= n(A - B) + 7 \quad \therefore n(A - B) = 7 \\ \therefore n(A \cap B) &= n(A) - n(A - B) = 21 - 7 = 14\end{aligned}$$

090 답 10

- (i) $n(A \cap B)$ 가 최대인 경우는 $A \subset B$ 일 때이므로 $n(A \cap B)$ 의 최댓값은
 $n(A \cap B) = n(A) = 14$
 (ii) $n(A \cap B)$ 가 최소인 경우는 $n(A \cup B)$ 가 최대일 때이므로
 $A \cup B = U$ 일 때이다.
 $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$ 에서 $n(A \cap B)$ 의 최솟값은
 $n(A \cap B) = 14 + 18 - 28 = 4$
 (i), (ii)에 의하여 $n(A \cap B)$ 의 최댓값과 최솟값의 차는
 $14 - 4 = 10$

091 답 12

학생 전체의 집합을 U , 영화 A를 관람한 학생의 집합을 A , 영화 B를 관람한 학생의 집합을 B 라 하면

$$n(U) = 36, n(A) = 31, n(A - B) = 20, n((A \cup B)^c) = 4$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) \text{이므로}$$

$$20 = 31 - n(A \cap B) \quad \therefore n(A \cap B) = 11$$

$$\text{또 } n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) \text{이므로}$$

$$4 = 36 - n(A \cup B) \quad \therefore n(A \cup B) = 32$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \text{이므로}$$

$$32 = 31 + n(B) - 11 \quad \therefore n(B) = 12$$

따라서 구하는 학생 수는 12이다.

001 답 ①

- ②, ③, ⑤ 참인 명제이다.
④ 거짓인 명제이다.

002 답 ③

' $\sim p$ 또는 q '의 부정은 ' p 그리고 $\sim q$ '이다.
 $p: x > 1$, $\sim q: x < 5$ 이므로 ' p 그리고 $\sim q$ '는 $1 < x < 5$

003 답 {-2}

$x^2 - x - 6 = 0$ 에서 $(x+2)(x-3) = 0$
 $\therefore x = -2$ 또는 $x = 3$

조건 p 의 진리집합을 P 라 하면

$$P = \{-2, 3\}$$

$x^2 - 4 \leq 0$ 에서 $(x+2)(x-2) \leq 0$

$$\therefore -2 \leq x \leq 2$$

조건 q 의 진리집합을 Q 라 하면

$$Q = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

따라서 조건 ' p 그리고 q '의 진리집합은 $P \cap Q$ 이므로

$$P \cap Q = \{-2\}$$

004 답 ④

- ① $x = -1$ 이면 $(-1)^2 + (-1) = 0$ 이므로 주어진 명제는 참이다.
② $p: |x| = 1$, $q: x^2 = 1$ 이라 하고 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면
 $P = \{-1, 1\}$, $Q = \{-1, 1\}$
따라서 $P \subset Q$ 이므로 주어진 명제는 참이다.
③ $p: |x| < 1$, $q: x^2 < 1$ 이라 하고 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면
 $P = \{x | -1 < x < 1\}$, $Q = \{x | -1 < x < 1\}$
따라서 $P \subset Q$ 이므로 주어진 명제는 참이다.
④ [반례] $x = 3$ 이면 x 는 3의 배수이지만 6의 배수는 아니다.
⑤ ' $p: x$ 가 4의 양의 약수이다.', ' $q: x$ 가 8의 양의 약수이다.'라 하고 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면
 $P = \{1, 2, 4\}$, $Q = \{1, 2, 4, 8\}$
따라서 $P \subset Q$ 이므로 주어진 명제는 참이다.
따라서 보기 중 거짓인 명제는 ④이다.

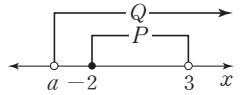
005 답 ③

명제 $p \rightarrow \sim q$ 가 참이므로 $P \subset Q^c$
 $\therefore P \cap Q = \emptyset$

006 답 $a < -2$

두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면
 $P = \{x | -2 \leq x < 3\}$, $Q = \{x | x > a\}$

이때 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되려면
 $P \subset Q$ 이어야 하므로 오른쪽 그림에서
 $a < -2$



007 답 ②

$U = \{-1, 0, 1\}$ 에 대하여

- ① [반례] $x = 0$ 이면 $x^2 = 0$ 이다.
② $p: x^2 = x$ 라 하고 조건 p 의 진리집합을 P 라 하면
 $P = \{0, 1\}$
따라서 $P \neq \emptyset$ 이므로 주어진 명제는 참이다.
③ [반례] $x = 0$ 이면 $|x| = x$ 이다.
④ [반례] $x = 1$ 이면 $x + 2 = 3$ 이다.
⑤ $p: x - 1 \geq 1$ 이라 하고 조건 p 의 진리집합을 P 라 하면 $P = \emptyset$ 이므로 주어진 명제는 거짓이다.
따라서 보기 중 참인 명제는 ②이다.

008 답 ⑤

- ① 역: x 가 4의 배수이면 x 는 2의 배수이다. (참)
② 역: $1 < x < 2$ 이면 $x^2 - x - 2 < 0$ 이다. (참)
③ 역: $x = 0$ 이면 $x^2 = 3x$ 이다. (참)
④ 역: $x^2 < 1$ 이면 $x < 1$ 이다. (참)
⑤ 역: xy 가 홀수이면 x 또는 y 는 짝수이다. (거짓)
[반례] $x = 1$, $y = 3$ 이면 xy 는 홀수이지만 x, y 가 모두 홀수이다.
따라서 보기 중 그 역이 거짓인 명제는 ⑤이다.

009 답 6

주어진 명제가 참이므로 그 대우
' $x > -1$ 이고 $y > a$ 이면 $x + y > 5$ 이다.'
도 참이다.
 $x > -1$, $y > a$ 에서 $x + y > a - 1$ 이므로
 $a - 1 \geq 5 \quad \therefore a \geq 6$
따라서 실수 a 의 최솟값은 6이다.

010 답 ③

명제 $p \rightarrow q$ 가 참이므로 그 대우 $\sim q \rightarrow \sim p$ 도 참이다.
또 명제 $r \rightarrow \sim q$ 가 참이므로 그 대우 $q \rightarrow \sim r$ 도 참이다.
이때 두 명제 $r \rightarrow \sim q$, $\sim q \rightarrow \sim p$ 가 모두 참이므로 명제
 $r \rightarrow \sim p$ 가 참이고 그 대우 $p \rightarrow \sim r$ 도 참이다.
따라서 보기 중 항상 참인 명제는 ③이다.

011 답 ③

- ①, ④ x 의 값이 정해져 있지 않아 참, 거짓을 판별할 수 없으므로 명제가 아니다.
②, ⑤ '항기롭다', '크다'는 기준이 명확하지 않아 참, 거짓을 판별할 수 없으므로 명제가 아니다.
③ 거짓인 명제이다.
따라서 보기 중 명제인 것은 ③이다.

012 답 ②

- ①, ③, ⑤ 거짓인 명제이다.
 ② x 의 값이 정해져 있지 않아 참, 거짓을 판별할 수 없으므로 명제가 아니다.
 ④ 참인 명제이다.
 따라서 보기 중 명제가 아닌 것은 ②이다.

013 답 ③

- ㄱ. x 의 값이 정해져 있지 않아 참, 거짓을 판별할 수 없으므로 명제가 아니다.
 ㄴ, ㄷ. 거짓인 명제이다.
 ㄹ. '크다'는 기준이 명확하지 않아 참, 거짓을 판별할 수 없으므로 명제가 아니다.
 따라서 보기 중 명제인 것은 ㄴ, ㄷ이다.

014 답 ④

- $p: x^2 - 3x - 4 \geq 0$ 에서 $(x+1)(x-4) \geq 0$
 $\therefore x \leq -1$ 또는 $x \geq 4$
 $q: x^2 - 1 \leq 0$ 에서 $(x+1)(x-1) \leq 0$
 $\therefore -1 \leq x \leq 1$
 'p 그리고 ~q'의 부정은 '~p 또는 q'이다.
 ~p: $-1 < x < 4$, q: $-1 \leq x \leq 1$ 이므로 '~p 또는 q'는 $-1 \leq x < 4$

015 답 ㄱ, ㄷ

- ㄱ. 부정: $3 \leq 5$ (참)
 ㄴ. 부정: 2는 소수가 아니다. (거짓)
 ㄷ. 부정: 6은 12의 약수이다. (참)
 ㄹ. 부정: 정삼각형은 이등변삼각형이 아니다. (거짓)
 따라서 보기의 명제 중 그 부정이 참인 것은 ㄱ, ㄷ이다.

016 답 ①

- ' $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \neq 0$ '의 부정은
 ' $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = 0$ '이므로
 $a-b=0$ 이고 $b-c=0$ 이고 $c-a=0$
 $\therefore a=b=c$

017 답 $\{-4, -3, -1, 1, 2, 3, 4\}$

- $x^2 + 2x - 8 = 0$ 에서 $(x+4)(x-2) = 0$
 $\therefore x = -4$ 또는 $x = 2$
 조건 p의 진리집합을 P라 하면 $P = \{-4, 2\}$
 $x^3 - 4x = 0$ 에서 $x(x+2)(x-2) = 0$
 $\therefore x = -2$ 또는 $x = 0$ 또는 $x = 2$
 조건 q의 진리집합을 Q라 하면 $Q = \{-2, 0, 2\}$
 따라서 조건 'p 또는 ~q'의 진리집합은 $P \cup Q^c$ 이고
 $U = \{-4, -3, -2, -1, \dots, 4\}$,
 $Q^c = \{-4, -3, -1, 1, 3, 4\}$ 이므로
 $P \cup Q^c = \{-4, -3, -1, 1, 2, 3, 4\}$

018 답 3

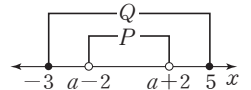
- 조건 p의 진리집합은 $\{1, 3, 5, 7\}$ 이므로 조건 ~p의 진리집합은 $\{2, 4, 6\}$
 따라서 조건 ~p의 진리집합의 원소의 개수는 3이다.

019 답 ④

- $P = \{x | x > 2\}$ 에서 $P^c = \{x | x \leq 2\}$ 이고, $Q = \{x | x \geq -4\}$ 이므로
 조건 ' $-4 \leq x \leq 2$ '의 진리집합은 $P^c \cap Q$ 이다.

020 답 3

- $|x-a| < 2$ 에서 $-2 < x-a < 2$
 $\therefore a-2 < x < a+2 \quad \therefore P = \{x | a-2 < x < a+2\}$
 $x^2 - 2x - 15 \leq 0$ 에서 $(x+3)(x-5) \leq 0$
 $\therefore -3 \leq x \leq 5 \quad \therefore Q = \{x | -3 \leq x \leq 5\}$
 조건 'p 그리고 q'의 진리집합이 P가 되려면
 $P \cap Q = P \quad \therefore P \subset Q$
 즉, $P \subset Q$ 하려면 오른쪽 그림에서
 $-3 \leq a-2, a+2 \leq 5$
 $\therefore -1 \leq a \leq 3$



- 따라서 자연수 a는 1, 2, 3의 3개이다.

021 답 ⑤

- ① $x = -\sqrt{2}$ 이면 $(-\sqrt{2})^2 = 2$ 이므로 주어진 명제는 참이다.
 ② $x = 2$ 이면 $2^2 - 2 - 2 = 0$ 이므로 주어진 명제는 참이다.
 ③ p: $x < -2$, q: $x^2 - 2x - 8 > 0$ 이라 하고 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하면
 $P = \{x | x < -2\}$, $Q = \{x | x < -2 \text{ 또는 } x > 4\}$
 따라서 $P \subset Q$ 이므로 주어진 명제는 참이다.
 ⑤ [반례] $x = 10$ 이면 x는 10의 양의 약수이지만 5의 양의 약수는 아니다.
 따라서 보기 중 거짓인 명제는 ⑤이다.

022 답 ①

- ① $n = 2$ 이면 n은 소수이지만 $n^2 = 4$ 이므로 홀수가 아니다.

023 답 ①

- ① p: $|x| > 2$, q: $x^2 > 1$ 이라 하고 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하면
 $P = \{x | x < -2 \text{ 또는 } x > 2\}$,
 $Q = \{x | x < -1 \text{ 또는 } x > 1\}$
 따라서 $P \subset Q$ 이므로 주어진 명제는 참이다.
 ② [반례] $x = -1$ 이면 $x^2 = 1$ 이지만 $x \neq 1$ 이다.
 ③ [반례] $x = 0$, $y = 1$ 이면 $xy = 0$ 이지만 $x^2 + y^2 \neq 0$ 이다.
 ④ [반례] $x = -1$, $y = 2$ 이면 $x + y > 0$ 이지만 $xy < 0$ 이다.
 ⑤ [반례] $x = 1$, $y = -1$ 이면 $x^2 = y^2$ 이지만 $x \neq y$ 이다.
 따라서 보기 중 참인 명제는 ①이다.

024 답 ⑤

명제 $q \rightarrow p$ 가 참이므로 $Q \subset P$

③ $P \cap Q = Q$

④ $P \cup Q = P$

⑤ $P^c \cap Q^c = (P \cup Q)^c = P^c$

025 답 ②

두 집합 P, Q 가 서로소이므로

$P \subset Q^c, Q \subset P^c$

따라서 명제 $p \rightarrow \sim q$ 와 $q \rightarrow \sim p$ 는 항상 참이다.

026 답 ①

명제 'p이면 $\sim q$ 이다.'가 거짓임을 보이려면 집합 P 의 원소 중에서 Q^c 의 원소가 아닌 것을 찾으면 된다.

따라서 구하는 집합은

$P \cap (Q^c)^c = P \cap Q$

027 답 ㄱ, ㄴ

ㄱ. $P \subset R^c$ 이므로 명제 $p \rightarrow \sim r$ 는 참이다.

ㄴ. $Q \not\subset P^c$ 이므로 명제 $q \rightarrow \sim p$ 는 참이 아니다.

ㄷ. $Q \not\subset R$ 이므로 명제 $q \rightarrow r$ 는 참이 아니다.

ㄹ. $R \subset Q$ 이므로 명제 $r \rightarrow q$ 는 참이다.

따라서 보기 중 항상 참인 명제는 ㄱ, ㄹ이다.

028 답 16

$U = \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$ 이므로

$P = \{1, 3, 5, 7, 9\}, Q = \{2, 3, 5, 7\}$

이때 명제 'p 또는 q이면 r이다.'가 참이므로

$(P \cup Q) \subset R$

그런데 R 는 전체집합 U 의 부분집합이므로

$(P \cup Q) \subset R \subset U$

즉, $P \cup Q = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$ 이므로 집합 R 는 전체집합 U 의 부분집합 중 1, 2, 3, 5, 7, 9를 반드시 원소로 갖는 부분집합이다.

따라서 집합 R 의 개수는

$2^{10-6} = 2^4 = 16$

029 답 3

$|x-1| \leq a$ 에서 $-a \leq x-1 \leq a$

$\therefore -a+1 \leq x \leq a+1$

두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면

$P = \{x | -a+1 \leq x \leq a+1\},$

$Q = \{x | x \geq -2\}$

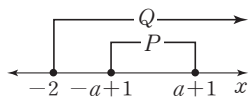
이때 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되려면

$P \subset Q$ 이어야 하므로 오른쪽 그림에서

$-a+1 \geq -2$

$\therefore 0 < a \leq 3 \quad (\because a > 0)$

따라서 양수 a 의 최댓값은 3이다.



030 답 ②

$p: a-2 \leq x < a+3, q: -1 < x < 5$ 라 하고 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면

$P = \{x | a-2 \leq x < a+3\},$

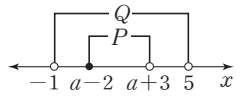
$Q = \{x | -1 < x < 5\}$

이때 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되려면

$P \subset Q$ 이어야 하므로 오른쪽 그림에서

$a-2 > -1, a+3 \leq 5$

$\therefore 1 < a \leq 2$



031 답 ④

$q: x < 1$ 에서 $\sim q: x \geq 1$

두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면

$P = \{x | a \leq x \leq 3\},$

$Q^c = \{x | x \geq 1\}$

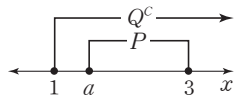
이때 명제 $p \rightarrow \sim q$ 가 참이 되려면

$P \subset Q^c$ 이어야 하므로 오른쪽 그림에서

$a \geq 1$

$\therefore 1 \leq a \leq 3 \quad (\because a \leq 3)$

따라서 실수 a 의 최솟값은 1이다.



032 답 ④

$q: x < a$ 에서 $\sim q: x \geq a$

세 조건 p, q, r 의 진리집합을 각각 P, Q, R 라 하면

$P = \{x | -2 \leq x \leq 1 \text{ 또는 } x \geq 3\},$

$Q^c = \{x | x \geq a\},$

$R = \{x | x \geq b\}$

명제 $\sim q \rightarrow p$ 가 참이 되려면 $Q^c \subset P$

명제 $p \rightarrow r$ 가 참이 되려면 $P \subset R$

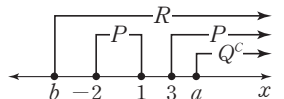
즉, $Q^c \subset P \subset R$ 이어야 하므로 오른쪽

쪽 그림에서

$a \geq 3, b \leq -2$

따라서 $m=3, M=-2$ 이므로

$m+M=1$



033 답 ㄴ, ㄷ

ㄱ. $p: x^2 - x < 0$ 이라 하고 조건 p 의 진리집합을 P 라 하면

$P = \emptyset$ 이므로 주어진 명제는 거짓이다.

ㄴ. $p: |x| \geq x$ 라 하고 조건 p 의 진리집합을 P 라 하면

$P = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

따라서 $P=U$ 이므로 주어진 명제는 참이다.

ㄷ. $p: 2x+1 \geq -3$ 이라 하고 조건 p 의 진리집합을 P 라 하면

$P = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

따라서 $P=U$ 이므로 주어진 명제는 참이다.

ㄹ. $p: x-2 > 0$ 이라 하고 조건 p 의 진리집합을 P 라 하면 $P = \emptyset$ 이

므로 주어진 명제는 거짓이다.

따라서 보기 중 참인 명제는 ㄴ, ㄷ이다.

034 답 ①

ㄱ. $P=U$ 이면 $P \neq \emptyset$ 이므로 '어떤 x 에 대하여 p 이다.'는 참이다.
 ㄴ. $P \neq \emptyset$ 이고 $P=U$ 이면 '모든 x 에 대하여 p 이다.'는 참이다.
 ㄷ. $P \neq U$ 이고 $P=\emptyset$ 이면 '어떤 x 에 대하여 p 이다.'는 거짓이다.
 따라서 보기 중 항상 옳은 것은 ㄱ이다.

035 답 ③

① [반례] 2는 소수이지만 짝수이다.
 ② [반례] $x=0$ 이면 $x^2=0$ 이다.
 ③ $x=\frac{1}{2}$ 이면 $x^2 < x$ 이므로 주어진 명제는 참이다.
 ④ 모든 실수 x 에 대하여 $x^2+2x+2=(x+1)^2+1 > 0$ 이므로 주어진 명제는 거짓이다.
 ⑤ [반례] $x=1+\sqrt{2}$ 는 무리수이지만 $x^2=3+2\sqrt{2}$ 는 유리수가 아니다.
 따라서 보기 중 참인 명제는 ③이다.

036 답 ⑤

주어진 명제의 부정은
 '모든 실수 x 에 대하여 $x^2-8x+k \geq 0$ 이다.'
 이차방정식 $x^2-8x+k=0$ 의 판별식을 D 라 할 때, 주어진 명제의 부정이 참이 되려면 $D \leq 0$ 이어야 하므로
 $\frac{D}{4} = (-4)^2 - k \leq 0, 16 - k \leq 0 \quad \therefore k \geq 16$
 따라서 실수 k 의 최솟값은 16이다.

037 답 ①

ㄱ. 역: $x < 0$ 이고 $y < 0$ 이면 $x+y < 0$ 이다. (참)
 ㄴ. 역: $z-x < z-y$ 이면 $x < y$ 이다. (거짓)
 ㄷ. 역: $xy=0$ 이면 $|x|+|y|=0$ 이다. (거짓)
 [반례] $x=0, y=1$ 이면 $xy=0$ 이지만 $|x|+|y| \neq 0$ 이다.
 따라서 보기 중 그 역이 참인 명제는 ㄱ이다.

038 답 ⑤

' $a+b+c > 0$ '의 부정은 ' $a+b+c \leq 0$ '
 ' a, b, c 중 적어도 하나는 양수이다.'의 부정은
 ' a, b, c 는 모두 양수가 아니다.'
 따라서 주어진 명제의 대우는
 ' a, b, c 가 모두 양수가 아니면 $a+b+c \leq 0$ 이다.'

039 답 ④

명제 $p \rightarrow \sim q$ 의 역이 참이므로 $\sim q \rightarrow p$ 가 참이다.
 따라서 명제 $\sim q \rightarrow p$ 의 대우 $\sim p \rightarrow q$ 도 참이다.

040 답 ④

①, ② 주어진 명제가 참이므로 그 대우도 참이다.
 ③ 대우: $x^2-3x+2 < 0$ 이면 $1 < x < 2$ 이다. (참)
 ④ 대우: $x \leq 0$ 또는 $y \leq 0$ 이면 $xy \leq 0$ 이다. (거짓)
 [반례] $x=-1, y=-2$ 이면 $xy > 0$ 이다.

⑤ 대우: x, y 가 유리수이면 $x+y$ 는 유리수이다. (참)
 따라서 보기 중 그 대우가 거짓인 명제는 ④이다.

041 답 ⑤

① 역: $x > 1$ 이면 $x > 0$ 이다. (참)
 대우: $x \leq 1$ 이면 $x \leq 0$ 이다. (거짓)
 [반례] $x=\frac{1}{2}$ 이면 $x \leq 1$ 이지만 $x > 0$ 이다.
 ② 역: $x=2$ 이면 $x^2=4$ 이다. (참)
 대우: $x \neq 2$ 이면 $x^2 \neq 4$ 이다. (거짓)
 [반례] $x=-2$ 이면 $x^2=4$ 이다.
 ③ 역: $x^2=y^2$ 이면 $x=y$ 이다. (거짓)
 [반례] $x=1, y=-1$ 이면 $x^2=y^2$ 이지만 $x \neq y$ 이다.
 대우: $x^2 \neq y^2$ 이면 $x \neq y$ 이다. (참)
 ④ 역: $x^2 > y^2$ 이면 $x > y$ 이다. (거짓)
 [반례] $x=-2, y=1$ 이면 $x^2 > y^2$ 이지만 $x < y$ 이다.
 대우: $x^2 \leq y^2$ 이면 $x \leq y$ 이다. (거짓)
 [반례] $x=1, y=-1$ 이면 $x^2 \leq y^2$ 이지만 $x > y$ 이다.
 ⑤ 역: $x \neq 0$ 이고 $y \neq 0$ 이면 $xy \neq 0$ 이다. (참)
 대우: $x=0$ 또는 $y=0$ 이면 $xy=0$ 이다. (참)
 따라서 보기 중 그 역과 대우가 모두 참인 명제는 ⑤이다.

042 답 2

주어진 명제가 참이므로 그 대우
 ' $a \geq k$ 이고 $b \geq 3$ 이면 $a+b \geq 5$ 이다.'도 참이다.
 $a \geq k, b \geq 3$ 에서 $a+b \geq k+3$ 이므로
 $k+3 \geq 5 \quad \therefore k \geq 2$
 따라서 실수 k 의 최솟값은 2이다.

043 답 -5

주어진 명제가 참이므로 그 대우
 ' $x=1$ 이면 $x^2+ax+4=0$ 이다.'도 참이다.
 $x^2+ax+4=0$ 에 $x=1$ 을 대입하면
 $1+a+4=0 \quad \therefore a=-5$

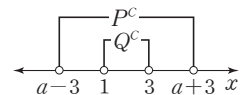
044 답 ④

명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되려면 그 대우 $\sim q \rightarrow \sim p$ 가 참이 되어야 한다.

$\sim p$: $|x-a| < 3$ 에서 $-3 < x-a < 3$
 $\therefore a-3 < x < a+3$
 $\sim q$: $|x-2| < 1$ 에서 $-1 < x-2 < 1$
 $\therefore 1 < x < 3$

두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면
 $P^c = \{x | a-3 < x < a+3\}, Q^c = \{x | 1 < x < 3\}$

이때 명제 $\sim q \rightarrow \sim p$ 가 참이 되려면
 $Q^c \subset P^c$ 이어야 하므로 오른쪽 그림에서
 $a-3 \leq 1, a+3 \geq 3 \quad \therefore 0 \leq a \leq 4$



따라서 정수 a 는 0, 1, 2, 3, 4의 5개이다.

045 [답] ②

명제 $r \rightarrow \sim p$ 가 참이므로 그 대우 $p \rightarrow \sim r$ 도 참이다.
또 명제 $\sim r \rightarrow q$ 가 참이므로 그 대우 $\sim q \rightarrow r$ 도 참이다.
이때 두 명제 $p \rightarrow \sim r$, $\sim r \rightarrow q$ 가 모두 참이므로 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이고 그 대우 $\sim q \rightarrow \sim p$ 도 참이다.
따라서 보기 중 반드시 참이라고 할 수 없는 명제는 ②이다.

046 [답] ㄴ, ㄷ

ㄱ. 명제 $p \rightarrow \sim q$ 가 참이므로 그 대우 $q \rightarrow \sim p$ 가 참이다.
ㄴ. 두 명제 $s \rightarrow q$, $q \rightarrow r$ 가 모두 참이므로 명제 $s \rightarrow r$ 가 참이다.
ㄷ. 명제 $s \rightarrow q$ 가 참이므로 그 대우 $\sim q \rightarrow \sim s$ 도 참이다.
이때 두 명제 $p \rightarrow \sim q$, $\sim q \rightarrow \sim s$ 가 모두 참이므로 명제 $p \rightarrow \sim s$ 가 참이다.
따라서 보기 중 항상 참인 명제는 ㄴ, ㄷ이다.

047 [답] ⑤

명제 $r \rightarrow \sim s$ 가 참이므로 그 대우 $s \rightarrow \sim r$ 도 참이다.
두 명제 $p \rightarrow q$, $s \rightarrow \sim r$ 가 모두 참이므로 명제 $p \rightarrow \sim r$ 가 참이 되려면 명제 $q \rightarrow s$ 가 참이거나 그 대우 $\sim s \rightarrow \sim q$ 가 참이어야 한다.
따라서 명제 $p \rightarrow \sim r$ 가 참임을 보이기 위해 필요한 참인 명제는 ⑤이다.

048 [답] ④

세 조건 p , q , r 를
 p : 축구를 좋아한다.
 q : 농구를 좋아한다.
 r : 달리기를 좋아한다.
라 하면 명제 $p \rightarrow q$, $\sim p \rightarrow \sim r$ 가 참이므로 각각의 대우 $\sim q \rightarrow \sim p$, $r \rightarrow p$ 도 참이다.
이때 두 명제 $\sim q \rightarrow \sim p$, $\sim p \rightarrow \sim r$ 가 모두 참이므로 명제 $\sim q \rightarrow \sim r$ 가 참이고 그 대우 $r \rightarrow q$ 도 참이다.
① $p \rightarrow r$ ② $q \rightarrow r$ ③ $\sim p \rightarrow \sim q$
④ $\sim q \rightarrow \sim r$ ⑤ $r \rightarrow \sim q$
따라서 보기 중 항상 참인 명제는 ④이다.

049 [답] ②

① $p \rightarrow q$: 거짓
[반례] $x = -1$ 이면 $x^2 = 1$ 이지만 $x \neq 1$ 이다.
 $q \rightarrow p$: 참
따라서 $q \Rightarrow p$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요조건이다.
② $p \rightarrow q$: 참
 $q \rightarrow p$: 거짓
[반례] $x = -1$ 이면 $x \geq -1$ 이지만 $-1 < x < 2$ 가 아니다.
따라서 $p \Rightarrow q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 충분조건이다.

③ $p \rightarrow q$: 거짓
[반례] $x = -6$ 이면 $x^2 + 5x - 6 = 0$ 이지만 $x \neq 1$ 이다.
 $q \rightarrow p$: 참
따라서 $q \Rightarrow p$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요조건이다.

④ $p \rightarrow q$: 거짓
[반례] $x = 1$, $y = -1$ 이면 $x + y = 0$ 이지만 $x \neq 0$, $y \neq 0$ 이다.
 $q \rightarrow p$: 참
따라서 $q \Rightarrow p$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요조건이다.
⑤ $p \rightarrow q$: 거짓
[반례] $x = 1$, $y = -1$ 이면 $|x| = |y|$ 이지만 $x \neq y$ 이다.
 $q \rightarrow p$: 참
따라서 $q \Rightarrow p$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요조건이다.
따라서 보기 중 p 가 q 이기 위한 충분조건인 것은 ②이다.

050 [답] ①

p 는 q 이기 위한 필요조건이므로 $q \Rightarrow p$ 이고 $\sim p \Rightarrow \sim q$ 이다.
또 q 는 $\sim r$ 이기 위한 충분조건이므로 $q \Rightarrow \sim r$ 이고 $r \Rightarrow \sim q$ 이다.
따라서 반드시 참이라고 할 수 없는 명제는 ①이다.

051 [답] ⑤

q 는 p 이기 위한 필요조건이므로 $p \Rightarrow q$ $\therefore P \subset Q$
따라서 보기 중 항상 옳은 것은 ⑤이다.

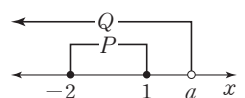
052 [답] 2

$x^2 + x - 2 \leq 0$ 에서 $(x+2)(x-1) \leq 0$
 $\therefore -2 \leq x \leq 1$

두 조건 p , q 의 진리집합을 각각 P , Q 라 하면

$P = \{x | -2 \leq x \leq 1\}$, $Q = \{x | x < a\}$

이때 p 가 q 이기 위한 충분조건이 되려면 $P \subset Q$ 이어야 하므로 오른쪽 그림에서 $a > 1$



따라서 정수 a 의 최솟값은 2이다.

053 [답] 풀이 참조

주어진 명제의 대우 'n이 짝수이면 n^2 도 짝수이다.'가 참임을 보이면 된다.
 n 이 짝수이면 $n = 2k$ (k 는 자연수)로 나타낼 수 있으므로
 $n^2 = (2k)^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$
이때 $2k^2$ 이 자연수이므로 n^2 는 짝수이다.
따라서 주어진 명제의 대우가 참이므로 주어진 명제도 참이다.

054 [답] 풀이 참조

$\sqrt{2}$ 가 유리수라 가정하면
 $\sqrt{2} = \frac{n}{m}$ (m, n 은 서로소인 자연수)
으로 나타낼 수 있다.

양변을 제곱하여 정리하면

$$n^2 = 2m^2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이때 n^2 이 짝수이므로 n 도 짝수이다.

$n = 2k$ (k 는 자연수)라 하고 $\textcircled{1}$ 에 대입하여 정리하면

$$m^2 = 2k^2$$

이때 m^2 이 짝수이므로 m 도 짝수이다.

즉, m, n 이 모두 짝수이므로 m, n 이 서로소라는 가정에 모순이다.

따라서 $\sqrt{2}$ 는 무리수이다.

055 답 풀이 참조

$$a^2 + b^2 - ab = \left(a - \frac{1}{2}b\right)^2 + \frac{3}{4}b^2$$

$$a, b \text{가 실수이므로 } \left(a - \frac{1}{2}b\right)^2 \geq 0, \frac{3}{4}b^2 \geq 0$$

$$\text{따라서 } a^2 + b^2 - ab \geq 0 \text{이므로 } a^2 + b^2 \geq ab$$

$$\text{이때 등호는 } a - \frac{1}{2}b = 0, b = 0, \text{ 즉 } a = b = 0 \text{일 때 성립한다.}$$

056 답 ②

$x > 0, y > 0$ 에서 $5x > 0, 2y > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$5x + 2y \geq 2\sqrt{5x \times 2y} = 2\sqrt{10xy}$$

그런데 $5x + 2y = 10$ 이므로

$$10 \geq 2\sqrt{10xy}, \sqrt{10xy} \leq 5 \text{ (단, 등호는 } 5x = 2y \text{일 때 성립)}$$

$$\text{양변을 제곱하면 } 10xy \leq 25 \quad \therefore xy \leq \frac{5}{2}$$

따라서 xy 의 최댓값은 $\frac{5}{2}$ 이다.

057 답 ④

$a > 0, b > 0$ 에서 $ab > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$\begin{aligned} \left(a + \frac{2}{b}\right)\left(b + \frac{8}{a}\right) &= ab + 8 + 2 + \frac{16}{ab} \\ &\geq 2\sqrt{ab \times \frac{16}{ab}} + 10 \\ &= 18 \text{ (단, 등호는 } ab = 4 \text{일 때 성립)} \end{aligned}$$

따라서 구하는 최솟값은 18이다.

058 답 5

x, y 가 실수이므로 코시-슈바르츠의 부등식에 의하여

$$\{2^2 + (-1)^2\}(x^2 + y^2) \geq (2x - y)^2$$

$$\text{그런데 } 2x - y = -5 \text{이므로 } 5(x^2 + y^2) \geq 25$$

$$\therefore x^2 + y^2 \geq 5 \text{ (단, 등호는 } 2y = -x \text{일 때 성립)}$$

따라서 $x^2 + y^2$ 의 최솟값은 5이다.

059 답 ②

① $p \rightarrow q$ 와 $q \rightarrow p$ 가 모두 참이므로 $p \Leftrightarrow q$

따라서 p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.

② $p \rightarrow q$: 거짓

[반례] $x = 1, y = -1$ 이면 $x^2 = y^2$ 이지만 $x \neq y$ 이다.

$q \rightarrow p$: 참

따라서 $q \Rightarrow p$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요조건이다.

③ $p \rightarrow q$: $x^2 + y^2 = 0$ 이면 $x = 0, y = 0$ 이므로 $xy = 0$ 이다. (참)

$q \rightarrow p$: 거짓

[반례] $x = 1, y = 0$ 이면 $xy = 0$ 이지만 $x^2 + y^2 \neq 0$ 이다.

따라서 $p \Rightarrow q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 충분조건이다.

④ $p \rightarrow q$ 와 $q \rightarrow p$ 가 모두 참이므로 $p \Leftrightarrow q$

따라서 p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.

⑤ $p \rightarrow q$: 참

$q \rightarrow p$: 거짓

[반례] $x = -1, y = -2$ 이면 $|x + y| = |x| + |y|$ 이지만 $x < 0, y < 0$ 이다.

따라서 $p \Rightarrow q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 충분조건이다.

따라서 보기 중 p 가 q 이기 위한 필요조건이지만 충분조건이 아닌 것은 ②이다.

060 답 (가) 충분 (나) 필요

• $ab < 0$ 이면 $a < 0$ 또는 $b < 0$ 이다. (참)

$a < 0$ 또는 $b < 0$ 이면 $ab < 0$ 이다. (거짓)

[반례] $a = -1, b = -2$ 이면 $a < 0$ 또는 $b < 0$ 이지만 $ab > 0$ 이다.

따라서 $ab < 0$ 은 $a < 0$ 또는 $b < 0$ 이기 위한 (가) 충분 조건이다.

• $ab = 0$ 이면 $|a| + |b| = 0$ 이다. (거짓)

[반례] $a = 1, b = 0$ 이면 $ab = 0$ 이지만 $|a| + |b| \neq 0$ 이다.

$|a| + |b| = 0$ 이면 $ab = 0$ 이다. (참)

따라서 $ab = 0$ 은 $|a| + |b| = 0$ 이기 위한 (나) 필요 조건이다.

061 답 ㄷ

ㄱ. $p \rightarrow q$: 거짓

[반례] $x = -1, y = -2$ 이면 $|xy| = xy$ 이지만 $x < 0, y < 0$ 이다.

$q \rightarrow p$: 참

따라서 $q \Rightarrow p$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요조건이다.

ㄴ. $p \rightarrow q$: $|x| = y$ 이면 $|x|^2 = y^2$ 이므로 $x^2 = y^2$ 이다. (참)

$q \rightarrow p$: 거짓

[반례] $x = -1, y = -1$ 이면 $x^2 = y^2$ 이지만 $|x| \neq y$ 이다.

따라서 $p \Rightarrow q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 충분조건이다.

ㄷ. $p \rightarrow q$ 와 $q \rightarrow p$ 가 모두 참이므로 $p \Leftrightarrow q$

따라서 p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.

ㄹ. $p \rightarrow q$: 참

$q \rightarrow p$: 거짓

[반례] $x = 0, y = -1$ 이면 $x^2 + y^2 > 0$ 이지만 $x + y < 0$ 이다.

따라서 $p \Rightarrow q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 충분조건이다.

따라서 보기 중 p 가 q 이기 위한 필요충분조건인 것은 ㄷ이다.

062 답 ㄱ, ㄷ

p 는 q 이기 위한 충분조건이므로 $p \Rightarrow q$ 이고 $\sim q \Rightarrow \sim p$

$\sim r$ 는 $\sim p$ 이기 위한 필요조건이므로 $\sim p \Rightarrow \sim r$ 이고 $r \Rightarrow p$

이때 $\sim q \Rightarrow \sim p, \sim p \Rightarrow \sim r$ 이므로 $\sim q \Rightarrow \sim r$

따라서 보기 중 항상 참인 명제는 ㄱ, ㄷ이다.

063 답 ③

$p \Rightarrow q, r \Rightarrow \sim q$ 이므로 $\sim q \Rightarrow \sim p, q \Rightarrow \sim r$
 이때 $p \Rightarrow q, q \Rightarrow \sim r$ 이므로 $p \Rightarrow \sim r$ 이고 $r \Rightarrow \sim p$

① $p \Rightarrow \sim r$ 이므로 p 는 $\sim r$ 이기 위한 충분조건이다.

② $q \Rightarrow \sim r$ 이므로 q 는 $\sim r$ 이기 위한 충분조건이다.

③ $r \Rightarrow \sim q$ 이므로 $r \not\Rightarrow q$

따라서 q 는 r 이기 위한 필요조건이 아니다.

④ $\sim q \Rightarrow \sim p$ 이므로 $\sim p$ 는 $\sim q$ 이기 위한 필요조건이다.

⑤ $r \Rightarrow \sim p$ 이므로 $\sim p$ 는 r 이기 위한 필요조건이다.

따라서 보기 중 옳지 않은 것은 ③이다.

064 답 ④

p 는 $\sim q$ 이기 위한 충분조건이므로 $P \subset Q^c$

⑤ $P \subset Q^c$ 에서 $Q \subset P^c$ 이므로 $P^c \cup Q = P^c$

065 답 ④

두 집합 P, Q 가 서로소이므로 $P \subset Q^c, Q \subset P^c$

따라서 q 는 $\sim p$ 이기 위한 충분조건이다.

066 답 ④

p 는 r 이기 위한 충분조건이므로 $P \subset R$

p 는 q 이기 위한 필요조건이므로 $Q \subset P$

$\therefore Q \subset P \subset R$

067 답 ⑤

$(P-Q) \cup (Q-R^c) = \emptyset$ 이므로

$P-Q = \emptyset, Q-R^c = \emptyset$

$\therefore P \subset Q, Q \cap R = \emptyset$

① $P \subset Q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 충분조건이다.

② $Q \cap R = \emptyset$ 이므로 q 는 r 이기 위한 충분조건이 아니다.

③ $P \subset Q$ 이고 $Q \cap R = \emptyset$ 이므로 $P \cap R = \emptyset$

따라서 r 는 p 이기 위한 필요조건이 아니다.

④ $P \cap R = \emptyset$ 에서 $R \subset P^c$ 이므로 $\sim p$ 는 r 이기 위한 필요조건이다.

⑤ $P \cap R = \emptyset$ 에서 $P \subset R^c$ 이므로 $\sim r$ 는 p 이기 위한 필요조건이다.

따라서 보기 중 항상 옳은 것은 ⑤이다.

068 답 ③

$x^2 - 3x - 4 \leq 0$ 에서 $(x+1)(x-4) \leq 0$

$\therefore -1 \leq x \leq 4$

$|x-a| < 1$ 에서 $-1 < x-a < 1$

$\therefore a-1 < x < a+1$

두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면

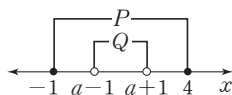
$P = \{x | -1 \leq x \leq 4\},$

$Q = \{x | a-1 < x < a+1\}$

이때 q 가 p 이기 위한 충분조건이 되려면

$Q \subset P$ 이어야 하므로 오른쪽 그림에서

$a-1 \geq -1, a+1 \leq 4$



$\therefore 0 \leq a \leq 3$

따라서 정수 a 는 0, 1, 2, 3의 4개이다.

069 답 -4

$x^2 - 4x + 3 = 0$ 에서 $(x-1)(x-3) = 0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=3$

$x+a=0$ 에서 $x=-a$

두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면

$P = \{1, 3\}, Q = \{-a\}$

이때 p 가 q 이기 위한 필요조건이 되려면 $Q \subset P$ 이어야 하므로

$-a=1$ 또는 $-a=3$

$\therefore a=-3$ 또는 $a=-1$

따라서 모든 상수 a 의 값의 합은

$-3 + (-1) = -4$

070 답 -2

$x-2 \neq 0$ 이 $x^2 - ax - 8 \neq 0$ 이기 위한 필요조건이므로 명제

‘ $x^2 - ax - 8 \neq 0$ 이면 $x-2 \neq 0$ 이다.’

가 참이다.

따라서 이 명제의 대우

‘ $x-2=0$ 이면 $x^2 - ax - 8=0$ 이다.’

도 참이다.

$x=2$ 를 $x^2 - ax - 8=0$ 에 대입하면

$4 - 2a - 8 = 0 \quad \therefore a = -2$

071 답 3

세 조건 p, q, r 의 진리집합을 각각 P, Q, R 라 하면

$P = \{x | -2 < x < 3 \text{ 또는 } x > 5\},$

$Q = \{x | x \geq a\},$

$R = \{x | x \leq b\}$

이때 q 는 p 이기 위한 필요조건이고 $\sim r$ 는 p 이기 위한 충분조건이므로

$P \subset Q, R^c \subset P$

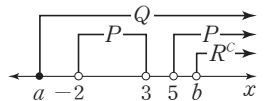
즉, $R^c \subset P \subset Q$ 이어야 하므로 오른쪽

쪽 그림에서

$a \leq -2, b \geq 5$

따라서 a 의 최댓값은 $-2, b$ 의 최솟값은 5 이므로 구하는 합은

$-2 + 5 = 3$



072 답 (가) $3k-2$ (나) $3k^2-4k+1$ (다) $3k^2-2k$

$n = \boxed{\text{가}} 3k-2$ 또는 $n = 3k-1$ (k 는 자연수)이라 하면

(i) $n = \boxed{\text{가}} 3k-2$ 일 때,

$$n^2 = (3k-2)^2 = 9k^2 - 12k + 4$$

$$= 3(\boxed{\text{나}} 3k^2 - 4k + 1) + 1$$

(ii) $n = 3k-1$ 일 때,

$$n^2 = (3k-1)^2 = 9k^2 - 6k + 1$$

$$= 3(\boxed{\text{다}} 3k^2 - 2k) + 1$$

073 답 ②

주어진 명제의 대우 'x, y가 모두 (가) 홀수'이면 xy도 (가) 홀수이다.'가 참임을 보이면 된다.

x, y가 모두 홀수이므로

$$x=2m-1, y=(나) 2n-1 \quad (m, n \text{은 자연수})$$

이라 하면

$$xy=(2m-1)((나) 2n-1)=4mn-2m-2n+1 \\ =2((나) 2mn-m-n)+1$$

이므로 xy는 (가) 홀수이다.

074 답 (가) 유리수 (나) 유리수 (다) 무리수

$\sqrt{2}+1$ 이 유리수라 가정하면

$$\sqrt{2}+1=a \quad (a \text{는 (가) 유리수})$$

로 나타낼 수 있다.

이때 $\sqrt{2}=a-1$ 이고 a, 1은 모두 유리수이므로 $a-1$ 은 (나) 유리수이다.

이는 $\sqrt{2}$ 가 (다) 무리수라는 사실에 모순이다.

075 답 ⑤

이는 $\sqrt{5}$ 가 (가) 무리수라는 사실에 모순이므로 (나) $b=0$ 이다.

$a+b\sqrt{5}=0$ 에 (나) $b=0$ 을 대입하면 $a=0$ 이다.

따라서 유리수 a, b에 대하여 $a+b\sqrt{5}=0$ 이면 (다) $a=b=0$ 이다.

076 답 ③

$$\frac{a+b}{2}-\sqrt{ab}=\frac{1}{2}(a+b-2\sqrt{ab})=\frac{1}{2}\{(\sqrt{a})^2-2\sqrt{a}\sqrt{b}+(\sqrt{b})^2\} \\ =\frac{1}{2}((가) \sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$$

따라서 $\frac{a+b}{2}-\sqrt{ab} \geq 0$ 이므로 $\frac{a+b}{2}$ (나) $\geq \sqrt{ab}$ 이다.

이때 등호가 성립하는 경우는 $\sqrt{a}-\sqrt{b}=0$, 즉 (다) $a=b$ 일 때이다.

077 답 (가) $ay-bx$ (나) $ay=bx$

$$(a^2+b^2)(x^2+y^2)-(ax+by)^2 \\ =a^2x^2+a^2y^2+b^2x^2+b^2y^2-(a^2x^2+2abxy+b^2y^2) \\ =((가) ay-bx)^2 \geq 0$$

따라서 $(a^2+b^2)(x^2+y^2)-(ax+by)^2 \geq 0$ 이므로

$$(a^2+b^2)(x^2+y^2) \geq (ax+by)^2 \text{이다.}$$

이때 등호가 성립하는 경우는 $ay-bx=0$, 즉 (다) $ay=bx$ 일 때이다.

078 답 ④

$$(|a|+|b|)^2-|a+b|^2=|a|^2+2|a||b|+|b|^2-(a+b)^2 \\ =a^2+2|ab|+b^2-(a^2+2ab+b^2) \\ =2((가) |ab|-ab) \geq 0$$

따라서 $(|a|+|b|)^2 \geq |a+b|^2$ 이다.

그런데 $|a|+|b| \geq 0$, $|a+b| \geq 0$ 이므로

$$|a|+|b| \geq |a+b|$$

이때 등호가 성립하는 경우는 $|ab|=ab$, 즉 (나) $ab \geq 0$ 일 때이다.

079 답 19

$x>0, y>0$ 에서 $3x>0, 4y>0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$3x+4y \geq 2\sqrt{3x \times 4y} = 4\sqrt{3xy}$$

그런데 $3x+4y=24$ 이므로 $24 \geq 4\sqrt{3xy}, \sqrt{3xy} \leq 6$

$$\text{양변을 제곱하면 } 3xy \leq 36 \quad \therefore xy \leq 12$$

이때 등호는 $3x=4y$ 일 때 성립하고 $3x+4y=24$ 이므로

$$6x=24, 8y=24 \quad \therefore x=4, y=3$$

따라서 xy는 $x=4, y=3$ 일 때 최댓값 12를 가지므로

$$\alpha=12, \beta=4, \gamma=3 \quad \therefore \alpha+\beta+\gamma=19$$

080 답 ③

$a>0, b>0$ 에서 $2a>0, 4b>0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$2a+4b \geq 2\sqrt{2a \times 4b} = 4\sqrt{2ab}$$

그런데 $ab=8$ 이므로

$$2a+4b \geq 4\sqrt{2 \times 8} = 16 \quad (\text{단, 등호는 } a=2b \text{일 때 성립})$$

따라서 구하는 최솟값은 16이다.

081 답 200 m²

전체 구역의 가로, 세로의 길이를 a m, b m라 하면

$$2a+4b=80 \quad \dots\dots ㉠$$

$a>0, b>0$ 에서 $2a>0, 4b>0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$2a+4b \geq 2\sqrt{2a \times 4b} = 4\sqrt{2ab} \quad \dots\dots ㉡$$

㉠, ㉡에서 $80 \geq 4\sqrt{2ab}, \sqrt{2ab} \leq 20$ (단, 등호는 $a=2b$ 일 때 성립)

$$\text{양변을 제곱하면 } 2ab \leq 400 \quad \therefore ab \leq 200$$

따라서 ab의 최댓값은 200이므로 구하는 최댓값은 200 m²이다.

082 답 ④

$$(\sqrt{2x}+\sqrt{3y})^2=2x+2\sqrt{2x}\sqrt{3y}+3y=2x+2\sqrt{6xy}+3y \quad \dots\dots ㉠$$

$x>0, y>0$ 에서 $2x>0, 3y>0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$2x+3y \geq 2\sqrt{2x \times 3y} = 2\sqrt{6xy}$$

그런데 $2x+3y=8$ 이므로

$$8 \geq 2\sqrt{6xy} \quad (\text{단, 등호는 } 2x=3y \text{일 때 성립}) \quad \dots\dots ㉡$$

$$\text{㉠, ㉡에서 } (\sqrt{2x}+\sqrt{3y})^2=(2x+3y)+2\sqrt{6xy} \leq 8+8=16$$

이때 $\sqrt{2x}+\sqrt{3y}>0$ 이므로 $\sqrt{2x}+\sqrt{3y} \leq \sqrt{16}=4$

따라서 $\sqrt{2x}+\sqrt{3y}$ 의 최댓값은 4이다.

083 답 ⑤

$a>0, b>0$ 에서 $ab>0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$\left(a+\frac{1}{b}\right)\left(b+\frac{9}{a}\right)=ab+9+1+\frac{9}{ab} \geq 2\sqrt{ab \times \frac{9}{ab}}+10=16$$

이때 등호는 $ab=\frac{9}{ab}$ 일 때 성립하므로

$$(ab)^2=9 \quad \therefore ab=3 \quad (\because ab>0)$$

따라서 주어진 식은 $ab=3$ 일 때 최솟값 16을 가지므로

$$p=3, q=16 \quad \therefore p+q=19$$

084 [답] 12

$x > -2$ 에서 $x+2 > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$x + \frac{16}{x+2} = x+2 + \frac{16}{x+2} - 2 \\ \geq 2\sqrt{(x+2) \times \frac{16}{x+2}} - 2 = 6$$

이때 등호는 $x+2 = \frac{16}{x+2}$ 일 때 성립하므로

$$(x+2)^2 = 16, x+2=4 (\because x+2 > 0) \quad \therefore x=2$$

따라서 주어진 식은 $x=2$ 일 때, 최솟값 6을 가지므로

$$m=6, n=2 \quad \therefore mn=12$$

085 [답] ③

$a > 0, b > 0, c > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c} + \frac{b}{a} + \frac{c}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{b} \\ = \left(\frac{b}{a} + \frac{a}{b}\right) + \left(\frac{c}{b} + \frac{b}{c}\right) + \left(\frac{a}{c} + \frac{c}{a}\right) \\ \geq 2\sqrt{\frac{b}{a} \times \frac{a}{b}} + 2\sqrt{\frac{c}{b} \times \frac{b}{c}} + 2\sqrt{\frac{a}{c} \times \frac{c}{a}} \\ = 2+2+2 \\ = 6 \text{ (단, 등호는 } a=b=c \text{일 때 성립)}$$

따라서 구하는 최솟값은 6이다.

086 [답] $\frac{1}{12}$

$x \neq 0$ 이므로 $\frac{x}{x^2+2x+25}$ 의 분모와 분자를 각각 x 로 나누면

$$\frac{x}{x^2+2x+25} = \frac{1}{x+2+\frac{25}{x}}$$

이때 $x > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$x+2+\frac{25}{x} \geq 2\sqrt{x \times \frac{25}{x}} + 2 = 12 \\ \left(\text{단, 등호는 } x = \frac{25}{x}, \text{ 즉 } x=5 \text{일 때 성립} \right)$$

따라서 $x+2+\frac{25}{x}$ 의 최솟값은 12이고, $\frac{1}{x+2+\frac{25}{x}}$ 은 분모가 최

소일 때 최대이므로 구하는 최댓값은 $\frac{1}{12}$ 이다.

087 [답] ③

x, y 가 실수이므로 코시-슈바르츠의 부등식에 의하여

$$\left\{ \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 \right\} (x^2 + y^2) \geq \left(\frac{x}{3} + \frac{y}{4}\right)^2$$

그런데 $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = \frac{5}{4}$ 이므로 $\frac{25}{9 \times 16} (x^2 + y^2) \geq \left(\frac{5}{4}\right)^2$

$$\therefore x^2 + y^2 \geq \frac{25}{16} \times \frac{9 \times 16}{25} = 9$$

(단, 등호는 $\frac{y}{3} = \frac{x}{4}$, 즉 $4y=3x$ 일 때 성립)

따라서 x^2+y^2 의 최솟값은 9이다.

088 [답] 13

x, y 가 실수이므로 코시-슈바르츠의 부등식에 의하여

$$(2^2+3^2)(x^2+y^2) \geq (2x+3y)^2$$

그런데 $x^2+y^2=13$ 이므로

$$13 \times 13 \geq (2x+3y)^2, (2x+3y)^2 \leq 13^2$$

$\therefore -13 \leq 2x+3y \leq 13$ (단, 등호는 $2y=3x$ 일 때 성립)

따라서 $2x+3y$ 의 최댓값은 13이다.

089 [답] 8

직사각형의 가로와 세로의 길이를 x , 세로의 길이를 y 라 하면

$$x^2+y^2=(2\sqrt{2})^2=8 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

x, y 가 실수이므로 코시-슈바르츠의 부등식에 의하여

$$(1^2+1^2)(x^2+y^2) \geq (x+y)^2 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서

$$2 \times 8 \geq (x+y)^2, (x+y)^2 \leq 4^2$$

이때 $x > 0, y > 0$ 이므로

$0 < x+y \leq 4$ (단, 등호는 $x=y$ 일 때 성립)

직사각형의 둘레의 길이는 $2(x+y)$ 이므로 $0 < 2(x+y) \leq 8$

따라서 구하는 최댓값은 8이다.

090 [답] ⑤

$$x-y-2z=-3 \text{에서 } y+2z=x+3 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$x^2+y^2+z^2=9 \text{에서 } y^2+z^2=9-x^2 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

y, z 가 실수이므로 코시-슈바르츠의 부등식에 의하여

$$(1^2+2^2)(y^2+z^2) \geq (y+2z)^2 \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 $\textcircled{3}$ 에 대입하면

$$5(9-x^2) \geq (x+3)^2$$

$$x^2+x-6 \leq 0, (x+3)(x-2) \leq 0$$

$\therefore -3 \leq x \leq 2$ (단, 등호는 $z=2y$ 일 때 성립)

따라서 x 의 최댓값은 2이다.

091 [답] ①

① x 의 값이 정해져 있지 않아 참, 거짓을 판별할 수 없으므로 명제가 아니다.

② $2x+1 > 2(x-3)$ 에서 $1 > -6$ 이므로 참인 명제이다.

③, ⑤ 참인 명제이다.

④ 거짓인 명제이다.

따라서 보기 중 명제가 아닌 것은 ①이다.

092 [답] ③

' $(a-b)(b-c)=0$ '의 부정은 ' $(a-b)(b-c) \neq 0$ '이므로

$a \neq b$ 이고 $b \neq c$

093 [답] 15

$U = \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$ 이므로 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면

$$P = \{2, 3, 5, 7\}, Q = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

이때 조건 ' p 그리고 $\sim q$ '의 진리집합은 $P \cap Q^c$ 이고

$$Q^c = \{1, 3, 5, 7, 9\} \text{이므로 } P \cap Q^c = \{3, 5, 7\}$$

따라서 구하는 모든 원소의 합은 $3+5+7=15$

094 답 ㄱ, ㄷ

ㄱ. $x^2+y^2=0$ 이면 $x=0$ 이고 $y=0$ 이므로 $xy=0$ 이다.
 ㄴ. [반례] $x=y=0$, $z=2$ 이면 $xy=yz=zx=0$ 이지만 $x=y=0$, $z \neq 0$ 이다.
 ㄷ. $x+y=2$ 에서 $y=2-x$ 를 $x^2+y^2=2$ 에 대입하면
 $x^2+(2-x)^2=2$, $x^2-2x+1=0$
 $(x-1)^2=0 \quad \therefore x=1$
 $\therefore x=y=1$
 즉, 주어진 명제는 참이다.
 따라서 보기 중 참인 명제는 ㄱ, ㄷ이다.

095 답 ①

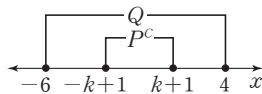
$P \cup Q = Q$ 에서 $P \subset Q$ 이므로 $P \cap Q = P$
 $(P \cap Q) - R = P - R = P$ 이므로 $P \cap R = \emptyset$
 ① $P \cap R = \emptyset$ 에서 $P \subset R^c$ 이므로 명제 $p \rightarrow \sim r$ 는 참이다.

096 답 3

$|x-1| > k$ 에서 $x-1 < -k$ 또는 $x-1 > k$
 $\therefore x < -k+1$ 또는 $x > k+1$
 $|x+1| \leq 5$ 에서 $-5 \leq x+1 \leq 5$
 $\therefore -6 \leq x \leq 4$

두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면
 $P^c = \{x \mid -k+1 \leq x \leq k+1\}$, $Q = \{x \mid -6 \leq x \leq 4\}$

이때 명제 $\sim p \rightarrow q$ 가 참이 되려면
 $P^c \subset Q$ 이어야 하므로 오른쪽 그림



에서
 $-k+1 \geq -6$, $k+1 \leq 4$
 $\therefore 0 < k \leq 3$ ($\because k > 0$)
 따라서 양수 k 의 최댓값은 3이다.

097 답 ②

② [반례] $x=8$ 이면 $2x \notin U$ 이다.

098 답 ⑤

① 역: $x=1$ 이면 $x^2=1$ 이다. (참)
 ② 역: x, y 가 유리수이면 xy 는 유리수이다. (참)
 ③ 역: $x > 0$, $y > 0$ 이면 $xy > 0$ 이다. (참)
 ④ 역: $x=0$, $y=0$ 이면 $x^2+y^2=0$ 이다. (참)
 ⑤ 역: $x^2+y^2 > 0$ 이면 $x > 0$ 또는 $y > 0$ 이다. (거짓)
 [반례] $x=-1$, $y=-2$ 이면 $x^2+y^2 > 0$ 이지만 $x < 0$, $y < 0$ 이다.
 따라서 보기 중 그 역이 거짓인 명제는 ⑤이다.

099 답 ②

명제 $\sim p \rightarrow q$ 의 역이 참이므로 $q \rightarrow \sim p$ 가 참이다.
 즉, $Q \subset P^c$ 이므로
 ② $P \cap Q = \emptyset$

100 답 12

주어진 명제가 참이므로 그 대우
 ‘ $x \leq -2$ 이고 $y \leq a$ 이면 $x+y \leq 10$ 이다.’
 도 참이다.
 $x \leq -2$, $y \leq a$ 에서 $x+y \leq a-2$ 이므로
 $a-2 \leq 10 \quad \therefore a \leq 12$
 따라서 실수 a 의 최댓값은 12이다.

101 답 ④

명제 $p \rightarrow r$ 가 참이므로 그 대우 $\sim r \rightarrow \sim p$ 도 참이다.
 또 명제 $q \rightarrow \sim r$ 가 참이므로 그 대우 $r \rightarrow \sim q$ 도 참이다.
 이때 두 명제 $p \rightarrow r$, $r \rightarrow \sim q$ 가 모두 참이므로 명제 $p \rightarrow \sim q$
 가 참이고 그 대우 $q \rightarrow \sim p$ 도 참이다.
 따라서 보기 중 반드시 참이라고 할 수 없는 명제는 ④이다.

102 답 ③

① $p \rightarrow q$: $x^3=1$ 이면 $x=1$ 이므로 $x^2=1$ 이다. (참)
 $q \rightarrow p$: 거짓
 [반례] $x=-1$ 이면 $x^2=1$ 이지만 $x^3 \neq 1$ 이다.
 따라서 $p \Rightarrow q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 충분조건이다.
 ② $p \rightarrow q$: $x^2=9$ 이면 $x=\pm 3$ 이므로 $|x|=3$ 이다. (참)
 $q \rightarrow p$: $|x|=3$ 이면 $x=\pm 3$ 이므로 $x^2=9$ 이다. (참)
 따라서 $p \Leftrightarrow q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.
 ③ $p \rightarrow q$: 거짓
 [반례] $x=-3$ 이면 $x^2 > 4$ 이지만 $x \leq 2$ 이다.
 $q \rightarrow p$: 참
 따라서 $q \Rightarrow p$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요조건이다.
 ④ $p \rightarrow q$: $x+2=3$ 이면 $x=1$ 이므로 $x^2-2x+1=0$ 이다. (참)
 $q \rightarrow p$: $x^2-2x+1=0$ 이면 $(x-1)^2=0$ 에서 $x=1$ 이므로
 $x+2=3$ 이다. (참)
 따라서 $p \Leftrightarrow q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.
 ⑤ $p \rightarrow q$: 참
 $q \rightarrow p$: 거짓

[반례] $x=\frac{1}{2}$, $y=-\frac{1}{2}$ 이면 $x+y$ 는 정수이지만 x, y
 는 모두 정수가 아니다.

따라서 $p \Rightarrow q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 충분조건이다.
 따라서 보기 중 p 가 q 이기 위한 필요조건이지만 충분조건이 아닌
 것은 ③이다.

103 답 ③

두 명제 $p \rightarrow \sim q$, $\sim r \rightarrow q$ 가 모두 참이므로 그 대우
 $q \rightarrow \sim p$, $\sim q \rightarrow r$ 도 참이다.
 ㄱ. 두 명제 $p \rightarrow \sim q$, $\sim q \rightarrow r$ 가 참이므로 명제 $p \rightarrow r$ 가 참
 이다.
 따라서 p 는 r 이기 위한 충분조건이다.
 ㄴ. 명제 $q \rightarrow \sim p$ 가 참이므로 q 는 $\sim p$ 이기 위한 충분조건이다.
 ㄷ. 명제 $\sim q \rightarrow r$ 가 참이므로 r 는 $\sim q$ 이기 위한 필요조건이다.
 따라서 보기 중 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

104 [답] ⑤

p 는 q 이기 위한 충분조건이므로 $P \subset Q$
 $\sim q$ 는 $\sim r$ 이기 위한 필요조건이므로
 $R^c \subset Q^c \quad \therefore Q \subset R$
 $\therefore P \subset Q \subset R$
 ④ $Q \cup R = R$ 이므로 $P \subset R$
 ⑤ $Q \cap R = Q$ 이므로 $P \subset (Q \cap R)$
 따라서 보기 중 옳지 않은 것은 ⑤이다.

105 [답] -1

q 가 p 이기 위한 필요조건이므로 명제
 'x²-x-6≠0이면 x+a≠0이다.'
 가 참이다.
 즉, 이 명제의 대우
 'x+a=0이면 x²-x-6=0이다.'
 도 참이다.
 x+a=0에서 x=-a이므로 이를 x²-x-6=0에 대입하면
 a²+a-6=0, (a+3)(a-2)=0
 $\therefore a=-3$ 또는 $a=2$
 따라서 모든 상수 a 의 값의 합은
 $-3+2=-1$

106 [답] ①

주어진 명제의 대우 '실수 a, b 에 대하여 $(\neg a=0$ 이고 $b=0$)이면
 $a^2+b^2 \leq 0$ 이다.'가 참임을 보이면 된다.
 이때 $(\neg a=0$ 이고 $b=0$)이면 $(\neg a^2+b^2=0)$ 이므로 $a^2+b^2 \leq 0$ 을
 만족시킨다.

107 [답] ①

$(\sqrt{a-b})^2 - (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 = (a-b) - (a-2\sqrt{ab}+b)$
 $= 2\sqrt{ab} - 2b$
 $= 2\sqrt{b}(\sqrt{a-b}-\sqrt{b}) > 0$
 따라서 $(\sqrt{a-b})^2 > (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2$ 이다.
 그런데 $\sqrt{a-b} > 0$, $\sqrt{a}-\sqrt{b} > 0$ 이므로
 $\sqrt{a-b} > \sqrt{a}-\sqrt{b}$

108 [답] $\frac{2}{3}$

$a+b=6$ 이므로 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = \frac{6}{ab}$
 $a>0, b>0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여
 $a+b \geq 2\sqrt{ab}$
 그런데 $a+b=6$ 이므로
 $6 \geq 2\sqrt{ab}$, $\sqrt{ab} \leq 3$ (단, 등호는 $a=b$ 일 때 성립)
 양변을 제곱하면
 $ab \leq 9$ 이므로 $\frac{1}{ab} \geq \frac{1}{9} \quad \therefore \frac{6}{ab} \geq \frac{2}{3}$
 따라서 구하는 최솟값은 $\frac{2}{3}$ 이다.

109 [답] ①

$a>0, b>0$ 에서 $a^2 \geq 0, 4b^2 \geq 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관
 계에 의하여
 $a^2+4b^2 \geq 2\sqrt{a^2 \times 4b^2} = 4ab$
 그런데 $a^2+4b^2=8$ 이므로
 $8 \geq 4ab \quad \therefore ab \leq 2$
 이때 등호는 $a=2b$ 일 때 성립하므로 $a^2+4b^2=8$ 에 대입하면
 $4b^2+4b^2=8, b^2=1$
 $\therefore b=1$ ($\because b>0$)
 $b=1$ 을 $a=2b$ 에 대입하면 $a=2$
 따라서 ab 는 $a=2, b=1$ 일 때 최댓값 2를 가지므로
 $p=2, q=2, r=1$
 $\therefore p+q-r=3$

110 [답] 10

$x>4$ 에서 $x-4>0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여
 $\frac{x^2-4x+9}{x-4} = \frac{x(x-4)+9}{x-4}$
 $= x + \frac{9}{x-4}$
 $= x-4 + \frac{9}{x-4} + 4$
 $\geq 2\sqrt{(x-4) \times \frac{9}{x-4}} + 4 = 10$
 (단, 등호는 $x-4 = \frac{9}{x-4}$, 즉 $x=7$ 일 때 성립)
 따라서 구하는 최솟값은 10이다.

111 [답] 4

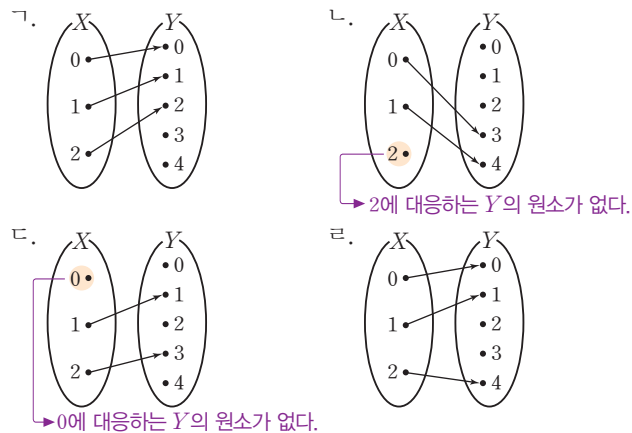
a, b 가 실수이므로 코시-슈바르츠의 부등식에 의하여
 $\left\{ \left(\frac{1}{2} \right)^2 + 2^2 \right\} (a^2+b^2) \geq \left(\frac{a}{2} + 2b \right)^2$
 그런데 $\frac{a}{2} + 2b = \sqrt{17}$ 이므로 $\frac{17}{4} (a^2+b^2) \geq 17$
 $\therefore a^2+4b^2 \geq 4$ (단, 등호는 $\frac{b}{2} = 2a$, 즉 $b=4a$ 일 때 성립)
 따라서 구하는 최솟값은 4이다.

112 [답] ③

$x^2+y^2=5$ 이므로
 $x^2+x+y^2+2y = x+2y+(x^2+y^2)$
 $= x+2y+5$
 x, y 가 실수이므로 코시-슈바르츠의 부등식에 의하여
 $(1^2+2^2)(x^2+y^2) \geq (x+2y)^2$
 그런데 $x^2+y^2=5$ 이므로
 $5 \times 5 \geq (x+2y)^2, (x+2y)^2 \leq 5^2$
 $\therefore -5 \leq x+2y \leq 5$ (단, 등호는 $y=2x$ 일 때 성립)
 $\therefore 0 \leq x+2y+5 \leq 10$
 따라서 x^2+x+y^2+2y 의 최댓값은 10이다.

001 답 ③

각 대응을 그림으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 보기 중 함수인 것은 ㄱ, ㄹ이다.

002 답 2

$-1 < 0$ 이므로 $f(-1) = -1$

$2 > 0$ 이므로 $f(2) = 2 \times 2 - 1 = 3$

$\therefore f(-1) + f(2) = -1 + 3 = 2$

003 답 ④

(i) $a > 0$ 일 때

$f(x) = ax + b$ 의 공역과 치역이 서로 같으므로

$f(0) = 0, f(4) = 4$

$b = 0, 4a + b = 4 \quad \therefore a = 1, b = 0$

그런데 $ab = 0$ 이므로 조건을 만족시키지 않는다.

(ii) $a < 0$ 일 때

$f(x) = ax + b$ 의 공역과 치역이 서로 같으므로

$f(0) = 4, f(4) = 0$

$b = 4, 4a + b = 0 \quad \therefore a = -1, b = 4$

$\therefore a + b = 3$

(i), (ii)에 의하여 $a + b = 3$

004 답 3

주어진 식의 양변에 $x=0, y=0$ 을 대입하면

$f(0+0) = f(0) + f(0)$

$\therefore f(0) = 0$

주어진 식의 양변에 $x=-1, y=1$ 을 대입하면

$f(-1+1) = f(-1) + f(1)$

$0 = f(-1) + 3$

$\therefore f(-1) = -3$

주어진 식의 양변에 $x=1, y=1$ 을 대입하면

$f(1+1) = f(1) + f(1)$

$\therefore f(2) = 3 + 3 = 6$

$\therefore f(-1) + f(2) = -3 + 6 = 3$

005 답 -1

$f(0) = g(0)$ 에서 $b = -1$

$f(1) = g(1)$ 에서 $a + b = 0 \quad \therefore a = 1$

$\therefore ab = -1$

006 답 ㄱ, ㄷ

ㄴ, ㄹ. $-1 \neq 1$ 이지만 $f(-1) = f(1) = 1$ 이므로 일대일대응이 아니다.

007 답 -3

함수 f 가 일대일대응이라면 $f(1) = -2, f(3) = 0$ 이어야 하므로

$a + b = -2, 3a + b = 0$

두 식을 연립하여 풀면 $a = 1, b = -3$

$\therefore ab = -3$

008 답 ③

함수 f 는 항등함수이므로 $f(1) = 1, f(2) = 2$

$f(1) = g(5)$ 에서 $g(5) = 1$

함수 g 는 상수함수이므로 $g(1) = g(5) = 1$

$\therefore f(2) + 3g(1) = 2 + 3 \times 1 = 5$

009 답 ⑤

집합 X 에서 집합 Y 로의 함수에서 X 의 원소 a, b, c 각각에 대응할 수 있는 Y 의 원소는 1, 2, 3의 3개이므로 함수의 개수는

$3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 27 \quad \therefore p = 27$

집합 X 에서 집합 Y 로의 일대일대응에서 X 의 원소 a 에 대응할 수 있는 Y 의 원소는 1, 2, 3의 3개, b 에 대응할 수 있는 원소는 a 에 대응한 원소를 제외한 2개, c 에 대응할 수 있는 원소는 a, b 에 대응한 원소를 제외한 1개이므로 일대일대응의 개수는

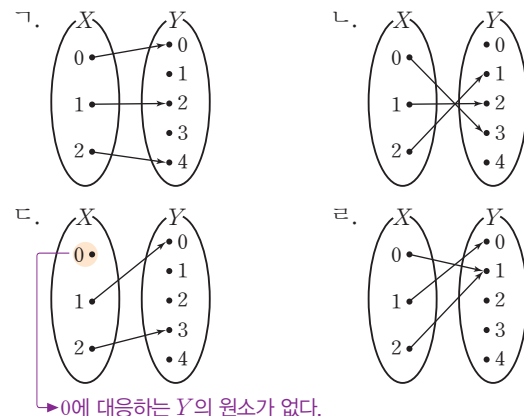
$3 \times 2 \times 1 = 6 \quad \therefore q = 6$

집합 X 에서 집합 Y 로의 함수가 상수함수일 때, X 의 원소 a, b, c 에 대응할 수 있는 Y 의 원소는 1 또는 2 또는 3이므로 상수함수의 개수는 3이다. $\therefore r = 3$

$\therefore p + q + r = 27 + 6 + 3 = 36$

010 답 ㄱ, ㄴ, ㄹ

각 대응을 그림으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 보기 중 함수인 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.

011 답 ⑤

⑤ 집합 X 의 원소 2에 대응하는 집합 Y 의 원소가 a, c 의 2개이므로 함수가 아니다.

012 답 ⑤

$X = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $Y = \{\dots, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

⑤ 집합 X 의 원소 $-2, -1$ 에 대응하는 집합 Y 의 원소가 없으므로 함수가 아니다.

013 답 ③

y 축에 평행한 직선 $x=k$ 와 오직 한 점에서 만나는 그래프는 ③이다.

014 답 7

$3 \geq 1$ 이므로 $f(3)=3$
 $-2 < 1$ 이므로 $f(-2) = -(-2) + 2 = 4$
 $\therefore f(3) + f(-2) = 3 + 4 = 7$

015 답 ⑤

$f(2)=f(3)=f(5)=f(7)=2$
 $f(4)=f(9)=3$
 $f(6)=f(8)=f(10)=4$
 $\therefore f(2)+f(3)+f(4)+\dots+f(10) = 2 \times 4 + 3 \times 2 + 4 \times 3 = 26$

016 답 ③

이차방정식 $x^2+4x-2=0$ 에서 $x = -2 \pm \sqrt{6}$
 이때 α, β 는 무리수이고, $\alpha\beta$ 는 유리수이므로
 $f(\alpha) = \alpha^2, f(\beta) = \beta^2, f(\alpha\beta) = \alpha\beta$
 또 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
 $\alpha + \beta = -4, \alpha\beta = -2$
 $\therefore f(\alpha) + f(\beta) + f(\alpha\beta) = \alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta$
 $= (\alpha + \beta)^2 - \alpha\beta$
 $= (-4)^2 - (-2) = 18$

017 답 ②

(i) $a > 0$ 일 때
 $f(x) = ax + b$ 의 공역과 치역이 서로 같으므로
 $f(-2) = -3, f(3) = 2$
 $-2a + b = -3, 3a + b = 2$
 두 식을 연립하여 풀면 $a=1, b=-1$
 그런데 $a > b$ 이므로 조건을 만족시키지 않는다.
 (ii) $a < 0$ 일 때
 $f(x) = ax + b$ 의 공역과 치역이 서로 같으므로
 $f(-2) = 2, f(3) = -3$
 $-2a + b = 2, 3a + b = -3$
 두 식을 연립하여 풀면 $a=-1, b=0$
 $\therefore a+b=-1$
 (i), (ii)에 의하여 $a+b=-1$

018 답 {0, 1, 2}

$X = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$ 이므로
 $f(-3)=2, f(-2)=1, f(-1)=0, f(0)=1, f(1)=2$
 따라서 함수 f 의 치역은 $\{0, 1, 2\}$ 이다.

019 답 2

$f(-1)=a+1, f(0)=1, f(1)=a+1, f(2)=4a+1$
 따라서 치역은 $\{1, a+1, 4a+1\}$ 이고, 치역의 모든 원소의 합이 13이므로
 $1 + (a+1) + (4a+1) = 13$
 $5a = 10 \quad \therefore a = 2$

020 답 ④

$3^1=3$ 을 4로 나누었을 때의 나머지는 3이므로 $f(1)=3$
 $3^2=9$ 를 4로 나누었을 때의 나머지는 1이므로 $f(2)=1$
 $3^3=27$ 을 4로 나누었을 때의 나머지는 3이므로 $f(3)=3$
 $3^4=81$ 을 4로 나누었을 때의 나머지는 1이므로 $f(4)=1$
 $3^5=243$ 을 4로 나누었을 때의 나머지는 3이므로 $f(5)=3$
 $\vdots$
 $\therefore f(x) = \begin{cases} 3 & (x \text{는 홀수}) \\ 1 & (x \text{는 짝수}) \end{cases}$

따라서 집합 A 는 집합 $\{1, 3, 5, \dots, 19\}$ 의 공집합이 아닌 부분집합이므로 구하는 집합 A 의 개수는
 $2^{10} - 1 = 1024 - 1 = 1023$

021 답 ①

$f(x) = -x^2 + 6$ 의 공역과 치역이 같으므로
 $f(k) = k$
 $-k^2 + 6 = k, k^2 + k - 6 = 0$
 $(k+3)(k-2) = 0 \quad \therefore k = -3 \text{ 또는 } k = 2$
 그런데 $k=2$ 이면 $x \leq 2$ 에서 $f(x)$ 의 최댓값은 6이므로 치역은 $\{y | y \leq 6\}$ 이고 공역은 $\{y | y \leq 2\}$ 로 공역과 치역이 서로 같지 않다.
 $\therefore k = -3$

022 답 $\frac{1}{64}$

주어진 식의 양변에 $x=1, y=0$ 을 대입하면
 $f(1+0) = f(1)f(0) \quad \therefore f(0)=1$
 주어진 식의 양변에 $x=1, y=-1$ 을 대입하면
 $f(1-1) = f(1)f(-1)$
 $1 = 4f(-1) \quad \therefore f(-1) = \frac{1}{4}$
 주어진 식의 양변에 $x=-1, y=-1$ 을 대입하면
 $f(-1-1) = f(-1)f(-1)$
 $\therefore f(-2) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$
 주어진 식의 양변에 $x=-1, y=-2$ 를 대입하면
 $f(-1-2) = f(-1)f(-2)$
 $\therefore f(-3) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{16} = \frac{1}{64}$

023 답 ②

주어진 식의 양변에 $x=2, y=2$ 를 대입하면

$$f(2 \times 2) = f(2) + f(2)$$

$$6 = 2f(2) \quad \therefore f(2) = 3$$

주어진 식의 양변에 $x=2, y=4$ 를 대입하면

$$f(2 \times 4) = f(2) + f(4)$$

$$\therefore f(8) = 3 + 6 = 9$$

024 답 ⑤

ㄱ. 주어진 식의 양변에 $x=2, y=1$ 을 대입하면

$$f(2 \times 1) = f(2)f(1) \quad \therefore f(1) = 1$$

ㄴ. 주어진 식의 양변에 $x=2, y=2$ 를 대입하면

$$f(2 \times 2) = f(2)f(2)$$

$$\therefore f(4) = (-4) \times (-4) = 16$$

ㄷ. 자연수 n 에 대하여

$$f(4^n) = f(4 \times 4 \times 4 \times \cdots \times 4)$$

$$= f(4) \times f(4) \times f(4) \times \cdots \times f(4)$$

$$= \{f(4)\}^n = 16^n = 4^{2n}$$

따라서 보기 중 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

025 답 ②

$$f(-2) = g(-2) \text{에서}$$

$$-6 + a = 4 - 2a + b \quad \cdots \cdots ㉠$$

$$f(1) = g(1) \text{에서}$$

$$3 + a = 1 + a + b \quad \cdots \cdots ㉡$$

$$㉠, ㉡ \text{에 의하여 } a=4, b=2$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 16 + 4 = 20$$

026 답 ㄱ, ㄴ

$$ㄱ. f(-1) = g(-1) = -1, f(0) = g(0) = 0, f(1) = g(1) = 1 \text{이므로}$$

$$f = g$$

$$ㄴ. f(-1) = g(-1) = 1, f(0) = g(0) = 0, f(1) = g(1) = 1 \text{이므로}$$

$$f = g$$

$$ㄷ. f(1) = 1, g(1) = 0 \text{이므로 } f(1) \neq g(1) \quad \therefore f \neq g$$

따라서 보기 중 $f=g$ 인 것은 ㄱ, ㄴ이다.

027 답 $\{-2\}, \{5\}, \{-2, 5\}$

$$x^2 - 2x = x + 10 \text{에서 } x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$(x+2)(x-5) = 0 \quad \therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 5$$

따라서 집합 X 는 집합 $\{-2, 5\}$ 의 공집합이 아닌 부분집합이므로

$$\{-2\}, \{5\}, \{-2, 5\}$$

028 답 ④

① 상수함수이므로 일대일대응이 아니다.

② $-1 \neq 1$ 이지만 $f(-1) = f(1) = 0$ 이므로 일대일대응이 아니다.

③ $-1 \neq 0$ 이지만 $f(-1) = f(0) = 0$ 이므로 일대일대응이 아니다.

⑤ $-1 \neq 0$ 이지만 $f(-1) = f(0) = -1$ 이므로 일대일대응이 아니다.

029 답 ③

임의의 실수 k 에 대하여 x 축에 평행한 직선 $y=k$ 와 오직 한 점에서 만나고, 치역과 공역이 같은 함수의 그래프는 ③이다.

030 답 ㄴ

ㄱ. 임의의 실수 k 에 대하여 x 축에 평행한 직선 $y=k$ 와 오직 한 점에서 만나고, 치역과 공역이 같으므로 일대일대응이다.

ㄴ. 임의의 실수 k 에 대하여 x 축에 평행한 직선 $y=k$ 와 오직 한 점에서 만나므로 일대일함수이다.

그런데 치역이 $\{y|y>0\}$ 이므로 일대일대응이 아니다.

ㄷ. 임의의 실수 k 에 대하여 x 축에 평행한 직선 $y=k$ 와 만나지 않거나 2개의 점에서 만나기도 하므로 일대일함수가 아니다.

031 답 25

함수 f 가 일대일대응이라면 $f(0)=4, f(2)=-2$ 이어야 하므로

$$b=4, 2a+b=-2 \quad \therefore a=-3, b=4$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 9 + 16 = 25$$

032 답 1

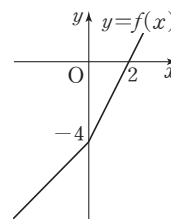
함수 f 가 일대일대응이라면 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같아야 한다.

즉, 직선 $y=ax+a^2-5$ 의 기울기가 양수이어야 하므로 $a>0$

또 직선 $y=ax+a^2-5$ 가 점 $(0, -4)$ 를 지나야 하므로

$$a^2 - 5 = -4, a^2 = 1$$

$$\therefore a=1 (\because a>0)$$



033 답 ①

$f(x) = x^2 + 2x + k = (x+1)^2 + k - 1$ 이므로 $x \geq 2$ 일 때 x 의 값이 증가하면 $f(x)$ 의 값도 증가한다.

따라서 함수 f 가 일대일대응이라면 $f(2) = -1$ 이어야 하므로

$$4 + 4 + k = -1 \quad \therefore k = -9$$

034 답 $-2 < a < 2$

$$f(x) = a|x-2| + 2x - 3 \text{에서}$$

(i) $x \geq 2$ 일 때

$$f(x) = a(x-2) + 2x - 3 = (a+2)x - 2a - 3$$

(ii) $x < 2$ 일 때

$$f(x) = -a(x-2) + 2x - 3 = (-a+2)x + 2a - 3$$

(i), (ii)에 의하여

$$f(x) = \begin{cases} (a+2)x - 2a - 3 & (x \geq 2) \\ (-a+2)x + 2a - 3 & (x < 2) \end{cases}$$

이때 함수 f 가 일대일대응이라면 $x \geq 2$ 일 때의 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 기울기와 $x < 2$ 일 때의 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 기울기의 부호가 서로 같아야 하므로

$$(a+2)(-a+2) > 0, (a+2)(a-2) < 0$$

$$\therefore -2 < a < 2$$

035 답 ②

$f(x) = -x^2 + 2ax + b = -(x-a)^2 + a^2 + b$ 이므로 $-1 \leq x \leq 0$ 에서 $f(x)$ 의 값이 항상 증가하거나 항상 감소하려면 $a \leq -1$ 또는 $a > 0$ ($\because a \neq 0$)이어야 한다.

(i) $a \leq -1$ 일 때

함수 f 가 일대일대응이라면 $f(-1) = 0, f(0) = -1$ 이어야 하므로

$$-1 - 2a + b = 0, b = -1$$

$$\therefore a = -1, b = -1$$

$$\therefore ab = 1$$

(ii) $a > 0$ 일 때

함수 f 가 일대일대응이라면 $f(-1) = -1, f(0) = 0$ 이어야 하므로

$$-1 - 2a + b = -1, b = 0$$

$$\therefore a = 0, b = 0$$

그런데 $a = 0$ 이므로 조건을 만족시키지 않는다.

(i), (ii)에 의하여 $ab = 1$

036 답 4

함수 f 는 항등함수이므로 $f(3) = 3, f(-1) = -1$

$f(3) + g(3) = 8$ 에서

$$3 + g(3) = 8 \quad \therefore g(3) = 5$$

함수 g 는 상수함수이므로 $g(-1) = g(3) = 5$

$$\therefore f(-1) + g(-1) = -1 + 5 = 4$$

037 답 ③

함수 f 가 항등함수가 되려면 $f(x) = x$ 이어야 하므로

$$x^3 + 2x^2 - 4x - 6 = x \text{에서}$$

$$x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$(x+3)(x+1)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -3 \text{ 또는 } x = -1 \text{ 또는 } x = 2$$

따라서 집합 X 의 개수는 집합 $\{-3, -1, 2\}$ 의 공집합이 아닌 부분집합의 개수이므로

$$2^3 - 1 = 7$$

038 답 4

함수 g 는 항등함수이므로 $g(1) = 1, g(2) = 2$

$$f(1) = g(2) = h(3) \text{에서 } f(1) = h(3) = 2$$

$$f(1) + f(3) = f(2) \text{에서 } 2 + f(3) = f(2)$$

함수 f 는 일대일대응이므로 $f(3) = 1, f(2) = 3$

함수 h 는 상수함수이므로 $h(2) = h(3) = 2$

$$\therefore f(3) + g(1) + h(2) = 1 + 1 + 2 = 4$$

039 답 281

$n(X) = 4$ 이므로

$$p = 4^4 = 256, q = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24, r = 1$$

$$\therefore p + q + r = 281$$

040 답 6

구하는 함수의 개수는 X 에서 Y 로의 함수의 개수에서 상수함수의 개수를 빼면 되므로

$$2^3 - 2 = 6$$

041 답 ③

(가)에서 함수 f 는 일대일함수이고 (나)에서 $f(2) = 6$ 이므로 $f(1)$ 의 값이 될 수 있는 것은 2, 4, 8, 10의 4개, $f(3)$ 의 값이 될 수 있는 것은 2, 4, 8, 10 중 $f(1)$ 의 값을 제외한 3개이다.

따라서 구하는 함수 f 의 개수는 $4 \times 3 = 12$

042 답 4

(i) x 가 홀수일 때

$x + f(x)$ 가 짝수이려면 $f(x)$ 가 홀수이어야 하므로

$$f(1) = 1, f(3) = 3 \text{ 또는 } f(1) = 3, f(3) = 1$$

(ii) x 가 짝수일 때

$x + f(x)$ 가 짝수이려면 $f(x)$ 가 짝수이어야 하므로

$$f(2) = 2, f(4) = 4 \text{ 또는 } f(2) = 4, f(4) = 2$$

(i), (ii)에 의하여 함수 f 의 개수는 $2 \times 2 = 4$

043 답 ④

$$g(\sqrt{3}) = (\sqrt{3})^2 + 1 = 4$$

$$f(4) = 3 \times 4 - 2 = 10$$

$$\therefore (f \circ g)(\sqrt{3}) = f(g(\sqrt{3})) = f(4) = 10$$

044 답 -1

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(ax + 2)$$

$$= 2(ax + 2) - 1 = 2ax + 3$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(2x - 1)$$

$$= a(2x - 1) + 2 = 2ax - a + 2$$

$$f \circ g = g \circ f \text{이므로 } 2ax + 3 = 2ax - a + 2$$

$$\therefore 3 = -a + 2 \text{이므로 } a = -1$$

045 답 ⑤

$$(f \circ h)(x) = f(h(x)) = h(x) - 1$$

$$(f \circ h)(x) = g(x) \text{이므로 } h(x) - 1 = 2x^2 + 3$$

$$\therefore h(x) = 2x^2 + 4$$

046 답 3

$$f^1(1) = f(1) = 2$$

$$f^2(1) = f(f(1)) = f(2) = 3$$

$$f^3(1) = f(f^2(1)) = f(3) = 4$$

$$f^4(1) = f(f^3(1)) = f(4) = 1$$

$$f^5(1) = f(f^4(1)) = f(1) = 2$$

$\vdots$

즉, 자연수 n 에 대하여 $f^n(1)$ 의 값은 2, 3, 4, 1이 이 순서대로 반복된다.

$$\therefore \text{따라서 } 150 = 4 \times 37 + 2 \text{이므로 } f^{150}(1) = 3$$

047 답 ③

$f^{-1}(-3)=1, f^{-1}(6)=4$ 이므로 $f(1)=-3, f(4)=6$
 $a+b=-3, 4a+b=6$
 두 식을 연립하여 풀면 $a=3, b=-6$
 따라서 $f(x)=3x-6$ 이므로
 $f(2)=6-6=0$

048 답 6

함수 f 의 역함수가 존재하려면 f 는 일대일대응이어야 한다.
 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 기울기가 양수이므로
 $f(-2)=a, f(3)=5$
 $-4-b=a, 6-b=5 \quad \therefore a=-5, b=1$
 $\therefore b-a=6$

049 답 ②

$y=2x+a$ 에서 $2x=y-a$

$$\therefore x=\frac{1}{2}y-\frac{a}{2}$$

x 와 y 를 서로 바꾸면 $y=\frac{1}{2}x-\frac{a}{2}$

$$\therefore f^{-1}(x)=\frac{1}{2}x-\frac{a}{2}$$

따라서 $\frac{1}{2}x-\frac{a}{2}=bx+2$ 이므로

$$\frac{1}{2}=b, -\frac{a}{2}=2 \quad \therefore a=-4, b=\frac{1}{2}$$

$$\therefore ab=-2$$

050 답 ②

$(f^{-1} \circ g)(a)=f^{-1}(g(a))=4$ 에서 $f(4)=g(a)$ 이므로
 $2-1=2a+3 \quad \therefore a=-1$

051 답 ②

$$\begin{aligned} (g \circ (f^{-1} \circ g)^{-1} \circ g^{-1})(-1) &= (g \circ g^{-1} \circ f \circ g^{-1})(-1) \\ &= (f \circ g^{-1})(-1) \\ &= f(g^{-1}(-1)) \end{aligned}$$

$g^{-1}(-1)=k$ 라 하면 $g(k)=-1$ 이므로

$$-2k+3=-1 \quad \therefore k=2$$

$$\begin{aligned} \therefore (g \circ (f^{-1} \circ g)^{-1} \circ g^{-1})(-1) &= f(g^{-1}(-1)) \\ &= f(2)=8-3=5 \end{aligned}$$

052 답 ④

$$(f \circ f)(a)=f(f(a))=f(b)=c$$

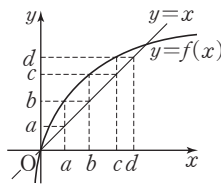
한편 $f^{-1}(c)=k$ 라 하면 $f(k)=c$ 이므로
 $k=b$

$f^{-1}(b)=l$ 이라 하면 $f(l)=b$ 이므로

$$l=a$$

$$\therefore (f^{-1} \circ f^{-1})(c)=f^{-1}(f^{-1}(c))=f^{-1}(b)=a$$

$$\therefore (f \circ f)(a) + (f^{-1} \circ f^{-1})(c) = c + a$$



053 답 ④

함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 그 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점은 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 의 교점과 같으므로
 $2x-1=x$ 에서 $x=1$
 따라서 교점의 좌표는 $(1, 1)$ 이므로
 $a=1, b=1 \quad \therefore a+b=2$

054 답 ①

$$f(-1)=|-1-3|=4$$

$$g(4)=-4^2+3=-13$$

$$\therefore (g \circ f)(-1)=g(f(-1))=g(4)=-13$$

055 답 ②

$$(f \circ f)(2)=f(f(2))=f(1)=0$$

$$(f \circ f \circ f)(1)=f(f(f(1)))$$

$$=f(f(0))=f(3)=4$$

$$\therefore (f \circ f)(2) + (f \circ f \circ f)(1) = 0 + 4 = 4$$

056 답 0

$$\begin{aligned} (f \circ g)(2) + (g \circ f)(-2) &= f(g(2)) + g(f(-2)) \\ &= f(0) + g(5) \\ &= -3 + 3 = 0 \end{aligned}$$

057 답 3

$$\begin{aligned} (f \circ (g \circ h))(-2) &= ((f \circ g) \circ h)(-2) \\ &= (f \circ g)(h(-2)) \\ &= (f \circ g)(1) = 3 \end{aligned}$$

058 답 ②

$$f(x) = \begin{cases} 3x & (0 \leq x < 1) \\ -\frac{3}{2}x + \frac{9}{2} & (1 \leq x \leq 3) \end{cases}, g(x) = \begin{cases} 2 & (0 \leq x < 2) \\ -2x + 6 & (2 \leq x \leq 3) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \therefore (f \circ g)(1) + (g \circ f)(2) &= f(g(1)) + g(f(2)) \\ &= f(2) + g\left(\frac{3}{2}\right) \\ &= \frac{3}{2} + 2 = \frac{7}{2} \end{aligned}$$

059 답 3

(㉞)에서 $f(2)=3$, (㉝)에서 $(f \circ g)(2)=f(g(2))=3$ 이고 함수 f 가 일대일대응이므로

$$g(2)=2$$

또 (㉞)에서 $g(1)=3$, (㉝)에서 $(g \circ f)(3)=g(f(3))=3$ 이고 함수 g 가 일대일대응이므로

$$f(3)=1$$

따라서 $f(2)=3, f(3)=1$ 이므로 $f(1)=2$ 이고, $g(1)=3, g(2)=2$ 이므로 $g(3)=1$ 이다.

$$\therefore f(1) + g(3) = 2 + 1 = 3$$

060 답 4

$$f(x) = \begin{cases} -2x+2 & (0 \leq x < 1) \\ 2x-2 & (1 \leq x \leq 2) \end{cases} \text{이므로}$$

$$f(f(x)) = \begin{cases} -2f(x)+2 & (0 \leq f(x) < 1) \\ 2f(x)-2 & (1 \leq f(x) \leq 2) \end{cases}$$

이때 $f\left(\frac{1}{2}\right)=1, f\left(\frac{3}{2}\right)=1$ 이므로 $f(x)$ 의 값이 0, 1이 되는 x 의 값을 기준으로 구간을 나누어 합성함수 $f \circ f$ 의 식을 구해 보자.

(i) $0 \leq x < \frac{1}{2}$ 일 때, $1 \leq f(x) \leq 2$ 이므로

$$f(f(x)) = 2f(x) - 2 = 2(-2x+2) - 2 = -4x+2$$

(ii) $\frac{1}{2} < x < 1$ 일 때, $0 < f(x) < 1$ 이므로

$$f(f(x)) = -2f(x) + 2 = -2(-2x+2) + 2 = 4x-2$$

(iii) $1 \leq x < \frac{3}{2}$ 일 때, $0 \leq f(x) < 1$ 이므로

$$f(f(x)) = -2f(x) + 2 = -2(2x-2) + 2 = -4x+6$$

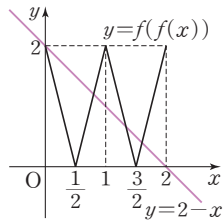
(iv) $\frac{3}{2} \leq x \leq 2$ 일 때, $1 \leq f(x) \leq 2$ 이므로

$$f(f(x)) = 2f(x) - 2 = 2(2x-2) - 2 = 4x-6$$

(i)~(iv)에 의하여 합성함수 $y=f(f(x))$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

이때 방정식 $f(f(x))=2-x$ 의 서로 다른 실근의 개수는 함수 $y=f(f(x))$ 의 그래프와 직선 $y=2-x$ 가 만나는 점의 개수와 같다.

따라서 구하는 방정식의 서로 다른 실근은 4개이다.



061 답 ③

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(-x+2)$$

$$= a(-x+2) - 4 = -ax + 2a - 4$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(ax-4)$$

$$= -(ax-4) + 2 = -ax + 6$$

$$f \circ g = g \circ f \text{이므로 } -ax + 2a - 4 = -ax + 6$$

$$\text{따라서 } 2a - 4 = 6 \text{이므로 } a = 5$$

062 답 ⑤

$$(f \circ f)(2) = f(f(2)) = f(2a+3)$$

$$= a(2a+3) + 3 = 2a^2 + 3a + 3$$

$$\text{즉, } 2a^2 + 3a + 3 = 12 \text{에서 } 2a^2 + 3a - 9 = 0$$

$$(a+3)(2a-3) = 0 \quad \therefore a = \frac{3}{2} \quad (\because a > 0)$$

$$\text{따라서 } f(x) = \frac{3}{2}x + 3 \text{이므로 } f(4) = \frac{3}{2} \times 4 + 3 = 9$$

063 답 -1

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x+b)$$

$$= a(x+b) + 1 = ax + ab + 1$$

$$f \circ g = h \text{이므로 } ax + ab + 1 = 2x - 2$$

$$\text{따라서 } a = 2, ab + 1 = -2 \text{이므로 } a = 2, b = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore a + 2b = 2 + 2 \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -1$$

064 답 3

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(bx+2a)$$

$$= a(bx+2a) + 2b = abx + 2a^2 + 2b$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(ax+2b)$$

$$= b(ax+2b) + 2a = abx + 2b^2 + 2a$$

$$f \circ g = g \circ f \text{이므로 } abx + 2a^2 + 2b = abx + 2b^2 + 2a$$

$$\text{따라서 } 2a^2 + 2b = 2b^2 + 2a \text{이므로 } a^2 - b^2 - a + b = 0$$

$$(a-b)(a+b-1) = 0 \quad \therefore a=b \text{ 또는 } a+b=1$$

그런데 두 함수 f, g 가 서로 다른 함수이므로 $a \neq b$

$$\therefore a+b=1$$

$$\therefore f(1) + g(1) = (a+2b) + (b+2a)$$

$$= 3a + 3b = 3(a+b)$$

$$= 3 \times 1 = 3$$

065 답 ④

$$(g \circ h)(x) = g(h(x)) = -h(x) + 2$$

$$(g \circ h)(x) = f(x) \text{이므로 } -h(x) + 2 = 3x^2 - 1$$

$$\therefore h(x) = -3x^2 + 3$$

066 답 2

$$(h \circ g \circ f)(x) = ((h \circ g) \circ f)(x)$$

$$= (h \circ g)(f(x))$$

$$= 2f(x) - 3$$

$$\text{에서 } 2f(x) - 3 = 4x + 5, 2f(x) = 4x + 8$$

$$\therefore f(x) = 2x + 4$$

$$\therefore f(-1) = 2 \times (-1) + 4 = 2$$

067 답 $h(x) = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$

$$(h \circ f)(x) = h(f(x)) = h(-2x+1)$$

$$(h \circ f)(x) = g(x) \text{이므로 } h(-2x+1) = 3x-1$$

$$-2x+1=t \text{로 놓으면 } x = -\frac{1}{2}t + \frac{1}{2} \text{이므로}$$

$$h(t) = 3\left(-\frac{1}{2}t + \frac{1}{2}\right) - 1 = -\frac{3}{2}t + \frac{1}{2}$$

$$\therefore h(x) = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$$

068 답 ④

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(2x+3)$$

$$(g \circ f)(x) = x^2 + x \text{이므로 } g(2x+3) = x^2 + x$$

$$2x+3=t \text{로 놓으면 } x = \frac{1}{2}t - \frac{3}{2} \text{이므로}$$

$$g(t) = \left(\frac{1}{2}t - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}t - \frac{3}{2} = \frac{1}{4}t^2 - t + \frac{3}{4}$$

$$\therefore g(-3) = \frac{1}{4} \times 9 + 3 + \frac{3}{4} = 6$$

다른 풀이 $g(2x+3) = x^2 + x \quad \dots\dots \textcircled{1}$

$$2x+3 = -3 \text{에서 } x = -3 \text{이므로 이를 } \textcircled{1} \text{에 대입하면}$$

$$g(-3) = 6$$

069 답 ③

$$\begin{aligned} f^1\left(\frac{1}{2}\right) &= f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} \\ f^2\left(\frac{1}{2}\right) &= f\left(f\left(\frac{1}{2}\right)\right) = f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \\ f^3\left(\frac{1}{2}\right) &= f\left(f^2\left(\frac{1}{2}\right)\right) = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} \\ &\vdots \\ \therefore f^n\left(\frac{1}{2}\right) &= \begin{cases} -\frac{1}{2} & (n \text{은 홀수}) \\ \frac{1}{2} & (n \text{은 짝수}) \end{cases} \\ \therefore f^{10}\left(\frac{1}{2}\right) + f^{11}\left(\frac{1}{2}\right) + f^{12}\left(\frac{1}{2}\right) + \dots + f^{50}\left(\frac{1}{2}\right) \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

070 답 ①

$$\begin{aligned} f^1(x) &= f(x) = 2x \\ f^2(x) &= f(f(x)) = 2(2x) = 2^2x \\ f^3(x) &= f(f^2(x)) = 2(2^2x) = 2^3x \\ &\vdots \\ \therefore f^n(x) &= 2^n x \quad (n \text{은 자연수}) \\ \therefore f^9(-2) &= 2^9 \times (-2) = -2^{10} \end{aligned}$$

071 답 6

$$\begin{aligned} f^1(100) &= f(100) = \frac{100}{2} = 50 \\ f^2(100) &= f(f(100)) = f(50) = \frac{50}{2} = 25 \\ f^3(100) &= f(f^2(100)) = f(25) = \frac{25-3}{2} = 11 \\ f^4(100) &= f(f^3(100)) = f(11) = \frac{11-3}{2} = 4 \\ f^5(100) &= f(f^4(100)) = f(4) = \frac{4}{2} = 2 \\ f^6(100) &= f(f^5(100)) = f(2) = \frac{2}{2} = 1 \\ \therefore n &= 6 \end{aligned}$$

072 답 3

$$\begin{aligned} f^1(1) &= f(1) = 2 \\ f^2(1) &= f(f(1)) = f(2) = 3 \\ f^3(1) &= f(f^2(1)) = f(3) = 1 \\ f^4(1) &= f(f^3(1)) = f(1) = 2 \\ &\vdots \end{aligned}$$

즉, $f^n(1)$ 의 값은 2, 3, 1이 이 순서대로 반복된다.
따라서 $200 = 3 \times 66 + 2$ 이므로 $f^{200}(1) = 3$

073 답 ②

$$\begin{aligned} f^1(1) &= f(1) = 2 \\ f^2(1) &= f(f(1)) = f(2) = 4 \\ f^3(1) &= f(f^2(1)) = f(4) = 3 \\ f^4(1) &= f(f^3(1)) = f(3) = 1 \\ &\vdots \end{aligned}$$

따라서 $f^n(1) = 1$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값은 4이다.
같은 방법으로 $f^n(2) = 2$, $f^n(3) = 3$, $f^n(4) = 4$ 를 만족시키는 자연수 n 의 최솟값은 4이므로 구하는 자연수 n 의 최솟값은 4이다.

074 답 7

$$\begin{aligned} f^{-1}(1) &= 3, f^{-1}(-1) = 5 \text{이므로} \\ f(3) &= 1, f(5) = -1 \\ 3a + b &= 1, 5a + b = -1 \\ \text{두 식을 연립하여 풀면 } a &= -1, b = 4 \\ \text{따라서 } f(x) &= -x + 4 \text{이므로 } f(-3) = 3 + 4 = 7 \end{aligned}$$

075 답 $-\frac{7}{2}$

$$\begin{aligned} f^{-1}(4) &= 2, f^{-1}(1) = b \text{이므로} \\ f(2) &= 4, f(b) = 1 \\ 2a + 3 &= 4, ab + 3 = 1 \\ \text{따라서 } a &= \frac{1}{2}, b = -4 \text{이므로 } a + b = -\frac{7}{2} \end{aligned}$$

076 답 ②

$$\begin{aligned} \frac{3-x}{4} &= t \text{로 놓으면 } x = -4t + 3 \text{이므로} \\ f(t) &= (-4t + 3) - 2 = -4t + 1 \\ f^{-1}(5) &= k \text{라 하면 } f(k) = 5 \text{이므로} \\ -4k + 1 &= 5 \quad \therefore k = -1 \quad \therefore f^{-1}(5) = -1 \end{aligned}$$

077 답 4

$$\begin{aligned} f^{-1}(7) &= k \text{라 하면 } f(k) = 7 \text{이므로} \\ k^2 - 2k - 1 &= 7, k^2 - 2k - 8 = 0 \\ (k+2)(k-4) &= 0 \quad \therefore k = -2 \text{ 또는 } k = 4 \\ \text{그런데 함수 } f \text{의 정의역에 의하여 } k &\geq 1 \text{이므로 } k = 4 \\ \therefore f^{-1}(7) &= 4 \end{aligned}$$

078 답 ③

$$\begin{aligned} x \geq 2 \text{일 때, } f(x) &= x^2 - 4x + 5 = (x-2)^2 + 1 \geq 1 \\ x < 2 \text{일 때, } f(x) &= x - 1 < 1 \\ f^{-1}(0) &= a, f^{-1}(10) = b \text{라 하면} \\ f(a) &= 0 < 1, f(b) = 10 \geq 1 \text{이므로 } a < 2, b \geq 2 \\ f(a) &= 0 \text{에서 } a - 1 = 0 \quad \therefore a = 1 \\ f(b) &= 10 \text{에서 } b^2 - 4b + 5 = 10 \\ b^2 - 4b - 5 &= 0, (b+1)(b-5) = 0 \quad \therefore b = 5 \quad (\because b \geq 2) \\ \therefore f^{-1}(0) + f^{-1}(10) &= 1 + 5 = 6 \end{aligned}$$

079 답 ⑤

함수 f 의 역함수가 존재하려면 f 는 일대일 대응이어야 한다.
함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 기울기가 음수이므로
 $f(-1) = a, f(2) = 2$
 $3 + b = a, -6 + b = 2$
 $\therefore a = 11, b = 8$
 $\therefore a + b = 19$

080 [답] 6

함수 f 의 역함수가 존재하려면 f 는 일대일대응이어야 한다.
따라서 $x \geq 1$ 일 때의 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 기울기와 $x < 1$ 일 때의 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 기울기의 부호가 서로 같아야 하므로
 $(a-4)(1-2a) > 0$, $(a-4)(2a-1) < 0$
 $\therefore \frac{1}{2} < a < 4$
 따라서 정수 a 는 1, 2, 3이므로 구하는 모든 정수 a 의 값의 합은
 $1+2+3=6$

081 [답] -1

함수 f 의 역함수가 존재하려면 f 는 일대일대응이어야 한다.
 $f(x)=x^2+kx+k^2=\left(x+\frac{k}{2}\right)^2+\frac{3}{4}k^2$ 이므로
 $-\frac{k}{2} \leq 1$, $f(1)=1$
 $-\frac{k}{2} \leq 1$ 에서 $k \geq -2$ ㉠
 $f(1)=1$ 에서 $1+k+k^2=1$
 $k^2+k=0$, $k(k+1)=0$
 $\therefore k=-1$ 또는 $k=0$ ㉡
 ㉠, ㉡에 의하여 $k=-1$ 또는 $k=0$
 따라서 모든 상수 k 의 값의 합은
 $-1+0=-1$

082 [답] 8

$U=\{6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48\}$ 이므로
 $f(6)=f(36)=1$, $f(12)=f(42)=2$,
 $f(18)=f(48)=3$, $f(24)=4$, $f(30)=0$
 함수 f 의 역함수가 존재하려면 f 가 일대일대응이어야 한다.
 $f^{-1}(0)=30$, $f^{-1}(4)=24$ 이므로 집합 X 는 24, 30을 반드시 원소로 갖고, $f^{-1}(1)=6$ 또는 $f^{-1}(1)=36$ 이므로 6, 36 중 1개,
 $f^{-1}(2)=12$ 또는 $f^{-1}(2)=42$ 이므로 12, 42 중 1개, $f^{-1}(3)=18$ 또는 $f^{-1}(3)=48$ 이므로 18, 48 중 1개를 반드시 원소로 갖는다.
 따라서 구하는 집합 X 의 개수는
 $2 \times 2 \times 2=8$

083 [답] ③

$y=ax+3$ 에서 $ax=y-3$
 $\therefore x=\frac{1}{a}y-\frac{3}{a}$
 x 와 y 를 서로 바꾸면 $y=\frac{1}{a}x-\frac{3}{a}$
 $\therefore f^{-1}(x)=\frac{1}{a}x-\frac{3}{a}$
 따라서 $\frac{1}{a}x-\frac{3}{a}=\frac{1}{3}x+b$ 이므로
 $\frac{1}{a}=\frac{1}{3}$, $-\frac{3}{a}=b$ $\therefore a=3$, $b=-1$
 $\therefore a+b=2$

084 [답] $h^{-1}(x)=-\frac{1}{3}x+1$

$h(x)=(g \circ f)(x)=g(f(x))=g(3x-1)$
 $=-(3x-1)+2=-3x+3$
 즉, $h(x)=-3x+3$ 이므로 $y=-3x+3$ 에서
 $3x=-y+3$ $\therefore x=-\frac{1}{3}y+1$
 x 와 y 를 서로 바꾸면 $y=-\frac{1}{3}x+1$
 $\therefore h^{-1}(x)=-\frac{1}{3}x+1$

085 [답] -1

$y=ax+1$ 에서 $ax=y-1$ $\therefore x=\frac{1}{a}y-\frac{1}{a}$
 x 와 y 를 서로 바꾸면 $y=\frac{1}{a}x-\frac{1}{a}$
 $\therefore f^{-1}(x)=\frac{1}{a}x-\frac{1}{a}$
 $f=f^{-1}$ 에서 $ax+1=\frac{1}{a}x-\frac{1}{a}$ 이므로
 $\left(a-\frac{1}{a}\right)x+1+\frac{1}{a}=0$
 이 식이 x 의 값에 관계없이 항상 성립해야 하므로
 $a-\frac{1}{a}=0$, $1+\frac{1}{a}=0$ $\therefore a=-1$

086 [답] ①

함수 $g(x)$ 의 역함수가 $f(2x+3)$ 이므로
 $g^{-1}(x)=f(2x+3)$
 $y=\frac{1}{2}x-1$ 에서 $\frac{1}{2}x=y+1$ $\therefore x=2y+2$
 x 와 y 를 서로 바꾸면 $y=2x+2$ $\therefore g^{-1}(x)=2x+2$
 따라서 $f(2x+3)=2x+2$ 이므로
 $2x+3=t$ 로 놓으면 $x=\frac{t-3}{2}$
 $\therefore f(t)=2 \times \frac{t-3}{2}+2=t-1$
 $\therefore f(x)=x-1$

087 [답] 8

$(f \circ g^{-1})(a)=f(g^{-1}(a))=2$
 $g^{-1}(a)=k$ 라 하면 $f(k)=2$ 에서 $\frac{k-1}{2}=2$ $\therefore k=5$
 따라서 $g^{-1}(a)=5$ 이므로 $a=g(5)=2 \times 5-2=8$

088 [답] 9

$(f \circ g^{-1})(1)=f(g^{-1}(1))$ 이고 $g(2)=1$ 이므로
 $g^{-1}(1)=2$
 $\therefore (f \circ g^{-1})(1)=f(2)=4$
 $(g \circ f^{-1})(1)=g(f^{-1}(1))$ 이고 $f(4)=1$ 이므로
 $f^{-1}(1)=4$
 $\therefore (g \circ f^{-1})(1)=g(4)=5$
 $\therefore (f \circ g^{-1})(1)+(g \circ f^{-1})(1)=4+5=9$

089 답 2

$$\begin{aligned}(f \circ g^{-1} \circ f)(a) &= f(g^{-1}(f(a))) = 5 \\ g^{-1}(f(a)) &= k \text{라 하면 } f(k) = 5 \text{에서} \\ 2k + 3 &= 5 \quad \therefore k = 1 \\ \therefore g^{-1}(f(a)) &= 1 \\ \text{따라서 } g(1) &= f(a) \text{이므로} \\ 7 &= 2a + 3 \quad \therefore a = 2\end{aligned}$$

090 답 ③

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(g(x)) = f(-2x + b) \\ &= a(-2x + b) + 1 = -2ax + ab + 1 \\ (f \circ g)(x) &= -x + 3 \text{이므로} \\ -2ax + ab + 1 &= -x + 3 \\ \text{따라서 } -2a &= -1, ab + 1 = 3 \text{이므로 } a = \frac{1}{2}, b = 4 \\ \therefore f(x) &= \frac{1}{2}x + 1, g(x) = -2x + 4 \\ g^{-1}(-8) &= k \text{라 하면 } g(k) = -8 \text{이므로} \\ -2k + 4 &= -8 \quad \therefore k = 6 \\ \therefore f(g^{-1}(-8)) &= f(6) = 3 + 1 = 4\end{aligned}$$

091 답 4

$$\begin{aligned}(f \circ (f^{-1} \circ g)^{-1} \circ f^{-1})(6) &= (f \circ g^{-1} \circ f \circ f^{-1})(6) \\ &= (f \circ g^{-1})(6) = f(g^{-1}(6)) \\ g^{-1}(6) &= k \text{라 하면 } g(k) = 6 \text{이므로} \\ 5k - 4 &= 6 \quad \therefore k = 2 \\ \therefore (f \circ (f^{-1} \circ g)^{-1} \circ f^{-1})(6) &= f(g^{-1}(6)) \\ &= f(2) = 6 - 2 = 4\end{aligned}$$

092 답 ②

$$\begin{aligned}(f^{-1} \circ g)(0) + (f^{-1} \circ g)^{-1}(1) &= (f^{-1} \circ g)(0) + (g^{-1} \circ f)(1) \\ &= f^{-1}(g(0)) + g^{-1}(f(1)) \\ &= f^{-1}(3) + g^{-1}(3) \\ f^{-1}(3) &= k \text{라 하면 } f(k) = 3 \text{이므로} \\ 4k - 1 &= 3 \quad \therefore k = 1 \\ g^{-1}(3) &= l \text{라 하면 } g(l) = 3 \text{이므로} \\ 5l + 3 &= 3 \quad \therefore l = 0 \\ \therefore (f^{-1} \circ g)(0) + (f^{-1} \circ g)^{-1}(1) &= f^{-1}(3) + g^{-1}(3) \\ &= 1 + 0 = 1\end{aligned}$$

093 답 2

$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= x \text{에서 } f(x) = g^{-1}(x) \text{이므로} \\ g^{-1}(x) &= \frac{5}{2}x - 4 \\ g(1) &= k \text{라 하면 } g^{-1}(k) = 1 \text{이므로} \\ \frac{5}{2}k - 4 &= 1, \frac{5}{2}k = 5 \quad \therefore k = 2 \\ \therefore g(1) &= 2\end{aligned}$$

094 답 ⑤

$$\begin{aligned}h(x) &= 4x - 7 \text{이라 하면} \\ h^{-1}(x) &= (f \circ g^{-1})^{-1}(x) = (g \circ f^{-1})(x) \\ \text{이때 } h^{-1}(1) &= k \text{라 하면 } h(k) = 1 \text{이므로} \\ 4k - 7 &= 1 \quad \therefore k = 2 \\ \therefore (g \circ f^{-1})(1) &= h^{-1}(1) = 2\end{aligned}$$

095 답 ②

$$\begin{aligned}((f \circ g)^{-1} \circ f \circ g^{-1})(a) &= (g^{-1} \circ f^{-1} \circ f \circ g^{-1})(a) \\ &= (g^{-1} \circ g^{-1})(a) \\ &= g^{-1}(g^{-1}(a)) \\ &= g^{-1}(2a - 5) \\ &= 2(2a - 5) - 5 \\ &= 4a - 15 \\ \text{따라서 } f(a) &= 4a - 15 \text{이므로 } f^{-1}(4a - 15) = a \\ (4a - 15) + 3 &= a, 3a = 12 \quad \therefore a = 4\end{aligned}$$

096 답 $h(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x & (x \geq 2) \\ x - 1 & (x < 2) \end{cases}$

$$\begin{aligned}f \circ h &= g^{-1} \text{에서 } f^{-1} \circ f \circ h = f^{-1} \circ g^{-1} \\ \therefore h &= (g \circ f)^{-1}\end{aligned}$$

(i) $x \geq 1$ 일 때

$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= g(f(x)) = g(2x - 1) \\ &= (2x - 1) + 1 = 2x \\ y &= 2x \text{라 하면 } y \geq 2 \text{이고 } x = \frac{1}{2}y \\ x \text{와 } y \text{를 서로 바꾸면 } y &= \frac{1}{2}x \\ \therefore (g \circ f)^{-1}(x) &= \frac{1}{2}x \quad (x \geq 2)\end{aligned}$$

(ii) $x < 1$ 일 때

$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= g(f(x)) = g(x) = x + 1 \\ y &= x + 1 \text{이라 하면 } y < 2 \text{이고 } x = y - 1 \\ x \text{와 } y \text{를 서로 바꾸면 } y &= x - 1 \\ \therefore (g \circ f)^{-1}(x) &= x - 1 \quad (x < 2)\end{aligned}$$

(i), (ii)에 의하여 $h(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x & (x \geq 2) \\ x - 1 & (x < 2) \end{cases}$

097 답 ④

$$\begin{aligned}\neg. f \circ f &= f^{-1} \text{이므로 } f \circ f \circ f = f \circ f^{-1} \\ \text{따라서 } f^3(x) &= x \text{이므로 } f^3(1) = 1 \\ \sqcup. f^3(x) &= x \text{이므로} \\ f^{20} &= f^{3 \times 6} \circ f^2 = f^2, f^{40} = f^{3 \times 13} \circ f = f \\ \text{그런데 } f &\neq f^{-1} \text{이므로 } f \neq f^2 \quad \therefore f^{20} \neq f^{40} \\ \sqsubset. f^{2020} &= f^{3 \times 673} \circ f = f \\ f^{20} &= f^{3 \times 6} \circ f^2 = f^2 \\ (f^2)^{-1} &= (f^{-1})^{-1} = f \text{이므로 } (f^{20})^{-1} = f \\ \therefore f^{2020} &= (f^{20})^{-1}\end{aligned}$$

따라서 보기 중 옳은 것은 $\neg, \sqsubset$ 이다.

098 [답] ④

$$(f \circ f)(6) = f(f(6)) = f(3) = 1$$

한편 $f^{-1}(6) = k$ 라 하면 $f(k) = 6$ 이므로

$$k = 9$$

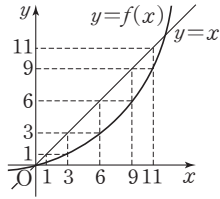
$f^{-1}(9) = l$ 이라 하면 $f(l) = 9$ 이므로

$$l = 11$$

$$\therefore (f^{-1} \circ f^{-1})(6) = f^{-1}(f^{-1}(6))$$

$$= f^{-1}(9) = 11$$

$$\therefore (f \circ f)(6) + (f^{-1} \circ f^{-1})(6) = 1 + 11 = 12$$



099 [답] ③

$g^{-1}(c) = k$ 라 하면 $g(k) = c$ 이므로

$$k = b$$

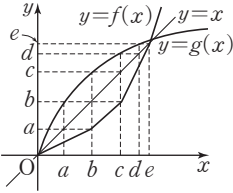
$f^{-1}(b) = l$ 이라 하면 $f(l) = b$ 이므로

$$l = c$$

$$\therefore (g \circ f)^{-1}(c) = (f^{-1} \circ g^{-1})(c)$$

$$= f^{-1}(g^{-1}(c))$$

$$= f^{-1}(b) = c$$



100 [답] $\frac{2}{3}$

함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 그 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점은 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 의 교점과 같으므로

$$-2x+1=x \text{에서 } x=\frac{1}{3}$$

따라서 교점의 좌표는 $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$ 이므로 $a=\frac{1}{3}, b=\frac{1}{3}$

$$\therefore a+b=\frac{2}{3}$$

101 [답] -1

함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 그 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점은 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 의 교점과 같으므로

$3x+a=x$ 의 해가 $x=1$ 이어야 한다.

$$\text{즉, } 3+a=1 \text{이므로 } a=-2$$

한편 점 $(1, b)$ 는 직선 $y=x$ 위의 점이므로 $b=1$

$$\therefore a+b=-1$$

102 [답] ⑤

두 함수 $y=f(x), y=f^{-1}(x)$ 의 그래프가 일치하므로 함수

$y=f(x)$ 의 그래프는 두 점 $(-1, 4), (4, -1)$ 을 지난다.

$f(x)=ax+b (a \neq 0)$ 라 하면

$$-a+b=4, 4a+b=-1$$

두 식을 연립하여 풀면 $a=-1, b=3$

따라서 $f(x)=-x+3$ 이므로

$$f(1)=-1+3=2$$

103 [답] ②

함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 그 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점은 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 의 교점과 같으므로

$$x^2-6x+12=x \text{에서 } x^2-7x+12=0$$

$$(x-3)(x-4)=0 \quad \therefore x=3 \text{ 또는 } x=4$$

따라서 두 교점의 좌표는 $(3, 3), (4, 4)$ 이므로 두 교점 사이의 거리는 $\sqrt{(4-3)^2+(4-3)^2}=\sqrt{2}$

104 [답] 10

함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 그 역함수

$y=f^{-1}(x)$ 의 그래프는 직선 $y=x$ 에

대하여 대칭이므로 구하는 넓이는

오른쪽 그림과 같이 함수 $y=f(x)$ 의

그래프와 직선 $y=x$ 로 둘러싸인 부

분의 넓이의 2배이다.

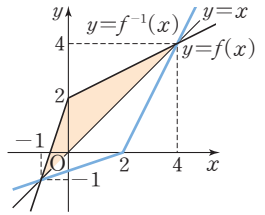
함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 의 교점의 x 좌표를 구하면

$$(i) x \geq 0 \text{일 때, } \frac{1}{2}x+2=x \quad \therefore x=4$$

$$(ii) x < 0 \text{일 때, } 3x+2=x \quad \therefore x=-1$$

(i), (ii)에 의하여 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 의 두 교점의 좌표는 $(-1, -1), (4, 4)$ 이므로 구하는 넓이는

$$2 \times \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 1 + \frac{1}{2} \times 2 \times 4 \right) = 10$$



105 [답] ①

$$X = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

ㄴ. 정의역의 원소 2, 3에 대응하는 공역의 원소가 없으므로 g 는 함수가 아니다.

ㄷ. 정의역의 원소 0에 대응하는 공역의 원소가 없으므로 h 는 함수가 아니다.

따라서 보기 중 함수인 것은 ㄱ이다.

106 [답] ㄱ, ㄴ, ㄷ

y 축에 평행한 직선 $x=k$ 와 오직 한 점에서 만나는 그래프는 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

107 [답] 22

$$f(1)=f(3)=f(5)=\dots=f(15)=1$$

$$f(2)=f(4)=f(6)=\dots=f(14)=2$$

$$\therefore f(1)+f(2)+f(3)+\dots+f(15)=1 \times 8 + 2 \times 7 = 22$$

108 [답] 5

함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 점 $(0, b)$ 를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

(i) $a > 0$ 일 때

$f(x)=ax^2+b$ 의 공역과 치역이 같으므로

$$b=-1, f(-1)=f(1)=1$$

$$a+b=1 \text{이므로 } a=2$$

$$\therefore a^2+b^2=4+1=5$$

(ii) $a < 0$ 일 때

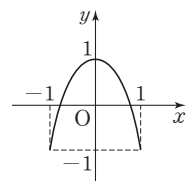
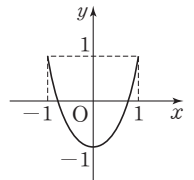
$f(x)=ax^2+b$ 의 공역과 치역이 같으므로

$$b=1, f(-1)=f(1)=-1$$

$$a+b=-1 \text{이므로 } a=-2$$

$$\therefore a^2+b^2=4+1=5$$

(i), (ii)에 의하여 $a^2+b^2=5$



109 답 ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄱ. 주어진 식의 양변에 $x=1, y=1$ 을 대입하면

$$f(1 \times 1) = f(1) + f(1) \quad \therefore f(1) = 0$$

ㄴ. 주어진 식의 양변에 $x=3, y=3$ 을 대입하면

$$f(3 \times 3) = f(3) + f(3), \quad 2 = 2f(3) \quad \therefore f(3) = 1$$

주어진 식의 양변에 $x=3, y=\frac{1}{3}$ 을 대입하면

$$f\left(3 \times \frac{1}{3}\right) = f(3) + f\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$0 = 1 + f\left(\frac{1}{3}\right) \quad \therefore f\left(\frac{1}{3}\right) = -1$$

ㄷ. $f\left(x \times \frac{1}{x}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$ 이므로

$$0 = f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) \quad \therefore f(x) = -f\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\therefore f(x^2) = f(x \times x) = f(x) + f(x) = f(x) - f\left(\frac{1}{x}\right)$$

따라서 보기 중 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

110 답 ①

$$f(-3) = g(-3) \text{에서 } 6 + a = -3b + 2 \quad \dots\dots ㉠$$

$$f(1) = g(1) \text{에서 } 2 + a = b + 2 \quad \dots\dots ㉡$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = -1, b = -1$

$$\therefore a + b = -2$$

111 답 -1

(i) $a > 0$ 일 때

함수 f 가 일대일대응이려면 $f(-1) = -1, f(2) = 5$ 어야 하므로 $-a + b = -1, 2a + b = 5$

두 식을 연립하여 풀면 $a = 2, b = 1$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{1}{2}$$

(ii) $a < 0$ 일 때

함수 f 가 일대일대응이려면 $f(-1) = 5, f(2) = -1$ 이어야 하므로 $-a + b = 5, 2a + b = -1$

두 식을 연립하여 풀면 $a = -2, b = 3$

$$\therefore \frac{b}{a} = -\frac{3}{2}$$

(i), (ii)에 의하여 모든 $\frac{b}{a}$ 의 값의 합은

$$\frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1$$

112 답 6

$$\text{ㄱ. } f(0) = 0, f(1) = 1, f(2) = 2$$

ㄴ. 정의역의 원소 1에 대응하는 공역의 원소가 없다.

$$\text{ㄷ. } f(0) = f(2) = 2, f(1) = 1$$

$$\text{ㄹ. } f(0) = 2, f(1) = 1, f(2) = 0$$

따라서 함수인 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ의 3개, 일대일대응인 것은 ㄱ, ㄹ의 2개, 항등함수인 것은 ㄱ의 1개이므로

$$a = 3, b = 2, c = 1 \quad \therefore a + b + c = 6$$

113 답 7

함수 f 는 항등함수이므로

$$f(4) = 4, f(2) = 2, f(-3) = -3$$

$$f(4) = g(-5) \text{에서 } g(-5) = 4$$

함수 g 는 상수함수이므로 $g(x) = g(-5) = 4$

$$\begin{aligned} \therefore h(2) + h(-3) &= \{f(2) + g(2)\} + \{f(-3) + g(-3)\} \\ &= (2 + 4) + (-3 + 4) \\ &= 6 + 1 = 7 \end{aligned}$$

114 답 ③

$$a = 4^2 = 16, b = 4 \times 3 = 12, c = 4$$

$$\therefore a + b + c = 32$$

115 답 ④

$$\begin{aligned} (h \circ (g \circ f))(\sqrt{2}) &= ((h \circ g) \circ f)(\sqrt{2}) \\ &= (h \circ g)(f(\sqrt{2})) \\ &= (h \circ g)(4) \\ &= 4 - 2 = 2 \end{aligned}$$

116 답 2

$$(f \circ g)(0) = (g \circ f)(0) \text{이므로}$$

$$f(g(0)) = g(f(0)) = g(2) = 1$$

$$\text{이때 } f(3) = 1 \text{이므로 } g(0) = 3 \quad \dots\dots ㉠$$

$$(f \circ g)(1) = (g \circ f)(1) \text{이므로}$$

$$f(g(1)) = g(f(1)) = g(0) = 3 \quad (\because ㉠)$$

$$\text{이때 } f(2) = 3 \text{이므로 } g(1) = 2$$

$$(f \circ g)(2) = (g \circ f)(2) \text{이므로}$$

$$f(g(2)) = g(f(2)) = g(3)$$

$$\therefore g(3) = f(g(2)) = f(1) = 0$$

$$\therefore g(1) + g(3) = 2 + 0 = 2$$

117 답 -6

$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(ax + b)$$

$$= a(ax + b) + b = a^2x + ab + b$$

따라서 $a^2x + ab + b = 4x - 3$ 이므로

$$a^2 = 4, ab + b = -3$$

$$a^2 = 4 \text{에서 } a = -2 \quad (\because a < 0)$$

$$ab + b = -3 \text{에서}$$

$$-2b + b = -3 \quad \therefore b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

118 답 ②

$$(f \circ h)(x) = f(h(x)) = 3h(x) - 1$$

$$(f \circ h)(x) = g(x) \text{이므로 } 3h(x) - 1 = x + 4$$

$$\therefore h(x) = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$$

119 ⑤

$f^{-1}(3)=4$ 에서 $f(4)=3$ 이므로

$$f(1)=4, f(2)=1, f(4)=3$$

이때 f 가 일대일대응이므로 $f(3)=2$

$$f^1(1)=f(1)=4$$

$$f^2(1)=f(f(1))=f(4)=3$$

$$f^3(1)=f(f^2(1))=f(3)=2$$

$$f^4(1)=f(f^3(1))=f(2)=1$$

$$f^5(1)=f(f^4(1))=f(1)=4$$

⋮

즉, $f^n(1)$ 의 값은 4, 3, 2, 1이 이 순서대로 반복된다.

따라서 $2022=4 \times 505+2$, $2023=4 \times 505+3$ 이므로

$$f^{2022}(1)+f^{2023}(1)=3+2=5$$

120 ⑤

$\frac{2x+3}{4}=t$ 로 놓으면 $x=2t-\frac{3}{2}$ 이므로

$$f(t)=-2\left(2t-\frac{3}{2}\right)=-4t+3$$

$f^{-1}(7)=k$ 라 하면 $f(k)=7$ 이므로

$$-4k+3=7 \quad \therefore k=-1$$

$$\therefore f^{-1}(7)=-1$$

121 ② $a < -1$ 또는 $a > 1$

함수 f 의 역함수가 존재하려면 f 는 일대일대응이어야 한다.

$f(x)=ax+|x-1|$ 에서

$$(i) x \geq 1 \text{ 일 때, } f(x)=ax+x-1=(a+1)x-1$$

$$(ii) x < 1 \text{ 일 때, } f(x)=ax-(x-1)=(a-1)x+1$$

따라서 (i), (ii)에서 $x \geq 1$ 일 때의 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 기울기와 $x < 1$ 일 때의 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 기울기의 부호가 서로 같아야 하므로

$$(a+1)(a-1) > 0 \quad \therefore a < -1 \text{ 또는 } a > 1$$

122 ①

$y=ax+b$ 에서

$$ax=y-b \quad \therefore x=\frac{1}{a}y-\frac{b}{a}$$

x 와 y 를 서로 바꾸면 $y=\frac{1}{a}x-\frac{b}{a}$

$$\therefore f^{-1}(x)=\frac{1}{a}x-\frac{b}{a}$$

따라서 $\frac{1}{a}x-\frac{b}{a}=6bx-4ab$ 이므로

$$\frac{1}{a}=6b, \frac{b}{a}=4ab$$

$$\frac{b}{a}=4ab \text{에서 } a^2=\frac{1}{4} \text{이므로 } a=\frac{1}{2} (\because a > 0)$$

$$\frac{1}{a}=6b \text{에서 } 2=6b \quad \therefore b=\frac{1}{3}$$

$$\therefore a-b=\frac{1}{6}$$

123 ② $-\frac{5}{2}$

$$(f \circ g)(x)=f(g(x))=f(2x+b)$$

$$=a(2x+b)+2=2ax+ab+2$$

$$y=2ax+ab+2 \text{에서 } 2ax=y-ab-2$$

$$\therefore x=\frac{1}{2a}y-\frac{b}{2}-\frac{1}{a}$$

$$x \text{와 } y \text{를 서로 바꾸면 } y=\frac{1}{2a}x-\frac{b}{2}-\frac{1}{a}$$

$$\therefore (f \circ g)^{-1}(x)=\frac{1}{2a}x-\frac{b}{2}-\frac{1}{a}$$

$$\text{따라서 } \frac{1}{2a}x-\frac{b}{2}-\frac{1}{a}=-2x-1 \text{이므로}$$

$$\frac{1}{2a}=-2, -\frac{b}{2}-\frac{1}{a}=-1$$

$$\therefore a=-\frac{1}{4}, b=10 \quad \therefore ab=-\frac{5}{2}$$

124 ④

$f^{-1}(5)=k$ 라 하면 $f(k)=5$ 이므로

$$3k+2=5 \quad \therefore k=1$$

$$\begin{aligned} \therefore (f \circ g \circ f^{-1})(5) &= f(g(f^{-1}(5))) = f(g(1)) = f(-2+a) \\ &= 3(-2+a)+2 = 3a-4 \end{aligned}$$

따라서 $3a-4=8$ 이므로 $a=4$

125 ⑤

$$(f^{-1} \circ g)^{-1}(-1) + (g \circ (f \circ g)^{-1})(1)$$

$$= (g^{-1} \circ f)(-1) + (g \circ g^{-1} \circ f^{-1})(1)$$

$$= g^{-1}(f(-1)) + f^{-1}(1)$$

$$= g^{-1}(5) + f^{-1}(1)$$

$g^{-1}(5)=k$ 라 하면 $g(k)=5$ 이므로

$$3k-1=5 \quad \therefore k=2$$

$f^{-1}(1)=l$ 이라 하면 $f(l)=1$ 이므로

$$-l+4=1 \quad \therefore l=3$$

$$\begin{aligned} \therefore (f^{-1} \circ g)^{-1}(-1) + (g \circ (f \circ g)^{-1})(1) \\ = g^{-1}(5) + f^{-1}(1) = 2+3=5 \end{aligned}$$

126 ①

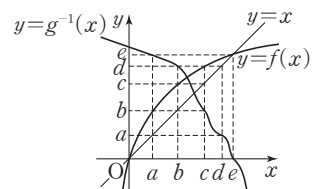
$$(f^{-1} \circ (g^{-1} \circ f)^{-1})(b)$$

$$= f^{-1}((f^{-1} \circ g)(b))$$

$$= f^{-1}(f^{-1}(g(b)))$$

$$= f^{-1}(f^{-1}(c))$$

$$= f^{-1}(b)=a$$



127 ② $2\sqrt{2}$

함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 그 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점은 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 의 교점과 같으므로

$$-2x+6=x \text{에서 } x=2$$

따라서 $P(2, 2)$ 이므로

$$\overline{OP}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$$



001 답 ④

$$\begin{aligned}\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y} - \frac{2xy}{x^2-y^2} &= \frac{x(x-y)+y(x+y)-2xy}{(x+y)(x-y)} \\ &= \frac{x^2+y^2-2xy}{(x+y)(x-y)} \\ &= \frac{(x-y)^2}{(x+y)(x-y)} \\ &= \frac{x-y}{x+y}\end{aligned}$$

002 답 ①

$$\frac{x-3}{x+1} \times \frac{x^2-x-2}{x^2-3x} = \frac{x-3}{x+1} \times \frac{(x+1)(x-2)}{x(x-3)} = \frac{x-2}{x}$$

003 답 -1

$x^3-1=(x-1)(x^2+x+1)$ 이므로 주어진 식의 양변에 $(x-1)(x^2+x+1)$ 을 곱하면

$$x+2=(ax-1)(x-1)+b(x^2+x+1)$$

$$\therefore x+2=(a+b)x^2+(b-a-1)x+b+1$$

이 식이 x 에 대한 항등식이므로

$$a+b=0, b-a-1=1, b+1=2$$

$$\therefore a=-1, b=1 \quad \therefore ab=-1$$

004 답 $4x+6$

$$\begin{aligned}\frac{x+1}{x} - \frac{2x+3}{x+1} - \frac{x+3}{x+2} + \frac{2x+7}{x+3} \\ &= \frac{x+1}{x} - \frac{2(x+1)+1}{x+1} - \frac{(x+2)+1}{x+2} + \frac{2(x+3)+1}{x+3} \\ &= \left(1+\frac{1}{x}\right) - \left(2+\frac{1}{x+1}\right) - \left(1+\frac{1}{x+2}\right) + \left(2+\frac{1}{x+3}\right) \\ &= \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right) - \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3}\right) \\ &= \frac{1}{x(x+1)} - \frac{1}{(x+2)(x+3)} \\ &= \frac{x^2+5x+6-(x^2+x)}{x(x+1)(x+2)(x+3)} \\ &= \frac{4x+6}{x(x+1)(x+2)(x+3)} \\ \therefore f(x) &= 4x+6\end{aligned}$$

005 답 6

$$\begin{aligned}\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} \\ &= \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right) + \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}\right) + \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3}\right) \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} = \frac{3}{x(x+3)}\end{aligned}$$

따라서 $\frac{3}{x(x+3)} = \frac{a}{x(x+b)}$ 이고, 이 식이 x 에 대한 항등식이므로

$$a=3, b=3 \quad \therefore a+b=6$$

006 답 $\frac{1}{x}$

$$1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}} = 1 - \frac{1}{\frac{-x}{1-x}} = 1 - \frac{x-1}{x} = \frac{1}{x}$$

007 답 ①

$a+b+c=0$ 에서 $a+b=-c$, $b+c=-a$, $c+a=-b$ 이므로

$$\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c} = \frac{-a}{a} + \frac{-b}{b} + \frac{-c}{c} = -3$$

008 답 $\frac{11}{14}$

$(x+y):(y+z):(z+x)=3:4:5$ 이므로

$$x+y=3k, y+z=4k, z+x=5k \quad (k \neq 0) \quad \dots\dots ㉠$$

로 놓고 세 식을 변끼리 더하면

$$2(x+y+z)=12k \quad \therefore x+y+z=6k \quad \dots\dots ㉡$$

㉠, ㉡에 의하여 $x=2k, y=k, z=3k$

$$\therefore \frac{xy+yz+zx}{x^2+y^2+z^2} = \frac{2k^2+3k^2+6k^2}{(2k)^2+k^2+(3k)^2} = \frac{11k^2}{14k^2} = \frac{11}{14}$$

009 답 ③

$$x+2y+z=0 \quad \dots\dots ㉠$$

$$x-y+3z=0 \quad \dots\dots ㉡$$

㉠-㉡을 하면

$$3y-2z=0 \quad \therefore y=\frac{2}{3}z$$

㉠에 $y=\frac{2}{3}z$ 를 대입하면

$$x+2 \times \frac{2}{3}z+z=0 \quad \therefore x=-\frac{7}{3}z$$

$$\therefore \frac{x+y}{x+2z} = \frac{-\frac{7}{3}z + \frac{2}{3}z}{-\frac{7}{3}z + 2z} = \frac{-\frac{5}{3}z}{-\frac{1}{3}z} = 5$$

010 답 $\frac{5}{x^3+1}$

$$\begin{aligned}\frac{2}{x^3+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{x-2}{x^2-x+1} \\ &= \frac{2+(x^2-x+1)-(x+1)(x-2)}{(x+1)(x^2-x+1)} \\ &= \frac{2+(x^2-x+1)-(x^2-x-2)}{x^3+1} \\ &= \frac{5}{x^3+1}\end{aligned}$$

011 답 $\frac{2}{(x+1)(x-1)}$

$$\begin{aligned}\frac{x+4}{x^2-x-2} - \frac{x}{x^2-3x+2} \\ &= \frac{x+4}{(x+1)(x-2)} - \frac{x}{(x-1)(x-2)} \\ &= \frac{(x+4)(x-1)-x(x+1)}{(x+1)(x-1)(x-2)} = \frac{x^2+3x-4-(x^2+x)}{(x+1)(x-1)(x-2)} \\ &= \frac{2(x-2)}{(x+1)(x-1)(x-2)} = \frac{2}{(x+1)(x-1)}\end{aligned}$$

012 답 $\frac{x+1}{(x+3)(x-1)}$

$$\frac{x+1}{x^2+5x+6} \div \frac{x^2-1}{x^2+3x+2} = \frac{x+1}{(x+3)(x+2)} \times \frac{(x+2)(x+1)}{(x+1)(x-1)} \\ = \frac{x+1}{(x+3)(x-1)}$$

013 답 ③

$$\frac{x^2-1}{x^2-x+1} \times \frac{x^2-3x+2}{x^2+2x+1} \div \frac{x-1}{x^3+1} \\ = \frac{(x+1)(x-1)}{x^2-x+1} \times \frac{(x-1)(x-2)}{(x+1)^2} \times \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x-1} \\ = (x-1)(x-2) = x^2-3x+2$$

014 답 ④

$x^3+3x^2+3x+1=(x+1)^3$ 이므로 주어진 식의 양변에 $(x+1)^3$ 을 곱하면

$$x^2+x=(ax+b)(x+1)-b(x+1)^2$$

$$\therefore x^2+x=(a-b)x^2+(a-b)x$$

이 식이 x 에 대한 항등식이므로 $a-b=1$

015 답 ③

주어진 식의 양변에 $(x-1)^3$ 을 곱하면

$$(x+1)(x-1)=a(x-1)^2+b(x-1)+c$$

$$\therefore x^2-1=ax^2-(2a-b)x+a-b+c$$

이 식이 x 에 대한 항등식이므로

$$a=1, 2a-b=0, a-b+c=-1$$

$$\therefore a=1, b=2, c=0 \quad \therefore abc=0$$

016 답 ③

주어진 식의 양변에 $(x-1)(x-2)(x-3) \times \cdots \times (x-7)$ 을 곱하면

$$1=a_1(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)(x-6)(x-7) \\ +a_2(x-1)(x-3)(x-4)(x-5)(x-6)(x-7) \\ +\cdots+a_7(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)(x-6)$$

우변에서 x^6 의 계수가 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_7$ 이므로

$$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_7=0$$

017 답 ⑤

$$\frac{x+1}{x} - \frac{x+2}{x+1} + \frac{x-1}{x-2} - \frac{x-2}{x-3} \\ = \frac{x+1}{x} - \frac{(x+1)+1}{x+1} + \frac{(x-2)+1}{x-2} - \frac{(x-3)+1}{x-3} \\ = \left(1+\frac{1}{x}\right) - \left(1+\frac{1}{x+1}\right) + \left(1+\frac{1}{x-2}\right) - \left(1+\frac{1}{x-3}\right) \\ = \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right) + \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-3}\right) \\ = \frac{1}{x(x+1)} - \frac{1}{(x-2)(x-3)} \\ = \frac{x^2-5x+6-(x^2+x)}{x(x+1)(x-2)(x-3)} \\ = \frac{-6x+6}{x(x+1)(x-2)(x-3)}$$

따라서 $a=-6, b=6$ 이므로 $b-a=12$

018 답 $\frac{7x-1}{(x-1)(x+2)}$

$$\frac{3x^2-3x+2}{x-1} - \frac{3x^2+6x-5}{x+2} = \frac{3x(x-1)+2}{x-1} - \frac{3x(x+2)-5}{x+2} \\ = \left(3x+\frac{2}{x-1}\right) - \left(3x-\frac{5}{x+2}\right) \\ = \frac{2}{x-1} + \frac{5}{x+2} \\ = \frac{2(x+2)+5(x-1)}{(x-1)(x+2)} \\ = \frac{7x-1}{(x-1)(x+2)}$$

019 답 12

$$\frac{2}{x(x+2)} + \frac{2}{(x+2)(x+4)} + \frac{2}{(x+4)(x+6)} \\ = \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2}\right) + \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4}\right) + \left(\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6}\right) \\ = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+6} = \frac{6}{x(x+6)}$$

따라서 $a=6, b=6$ 이므로

$$a+b=12$$

020 답 ④

$$\frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{x^2+4x+3} + \frac{1}{x^2+8x+15} \\ = \frac{1}{(x-1)(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+5)} \\ = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+5}\right) \\ = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+5}\right) \\ = \frac{3}{(x+5)(x-1)}$$

021 답 $\frac{9}{22}$

$$\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \cdots + \frac{1}{10 \times 11} \\ = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{11}\right) \\ = \frac{1}{2} - \frac{1}{11} = \frac{9}{22}$$

022 답 ③

$f(x)=x^2-1=(x-1)(x+1)$ 이므로

$$\frac{2}{f(x)} = \frac{2}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \\ \therefore \frac{2}{f(2)} + \frac{2}{f(4)} + \frac{2}{f(6)} + \cdots + \frac{2}{f(20)} \\ = \left(1 - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{19} - \frac{1}{21}\right) \\ = 1 - \frac{1}{21} = \frac{20}{21}$$

023 답 ④

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x+1}} = 1 + \frac{1}{\frac{x+2}{x+1}} = 1 + \frac{x+1}{x+2} = \frac{2x+3}{x+2}$$

024 답 $-x$

$$\frac{1 + \frac{x+1}{x-1}}{1 - \frac{x+1}{x-1}} = \frac{\frac{x-1+(x+1)}{x-1}}{\frac{x-1-(x+1)}{x-1}} = \frac{\frac{2x}{x-1}}{\frac{-2}{x-1}} = -x$$

025 답 10

$$\begin{aligned} \frac{53}{30} &= 1 + \frac{23}{30} = 1 + \frac{1}{\frac{30}{23}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{7}{23}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{23}{7}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{2}{7}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{\frac{7}{2}}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{\frac{1}{2}}}} \end{aligned}$$

따라서 $a=1, b=1, c=3, d=3, e=2$ 이므로
 $a+b+c+d+e=10$

026 답 -3

$$\begin{aligned} a_2 &= \frac{1}{1-a_1}, a_3 = \frac{1}{1-a_2}, \dots \text{이므로 } a_1 = \frac{1}{3}, a_2 = \frac{1}{1-\frac{1}{3}} = \frac{3}{2}, \\ a_3 &= \frac{1}{1-\frac{3}{2}} = -2, a_4 = \frac{1}{1-(-2)} = \frac{1}{3}, a_5 = \frac{1}{1-\frac{1}{3}} = \frac{3}{2}, \dots \end{aligned}$$

따라서 a_n 은 $\frac{1}{3}, \frac{3}{2}, -2$ 가 이 순서대로 반복된다.

이때 $a_{32} = a_{3 \times 10 + 2} = a_2 = \frac{3}{2}, a_{33} = a_{3 \times 11} = a_3 = -2$ 이므로

$$a_{32}a_{33} = \frac{3}{2} \times (-2) = -3$$

027 답 -3

$$\begin{aligned} a+b+c=0 \text{에서 } a+b=-c, b+c=-a, c+a=-b \text{이므로} \\ \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) + \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b}\right) + \left(\frac{c}{a} + \frac{a}{c}\right) &= \frac{b}{a} + \frac{c}{a} + \frac{a}{b} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c} + \frac{b}{c} \\ &= \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c} \\ &= \frac{-a}{a} + \frac{-b}{b} + \frac{-c}{c} = -3 \end{aligned}$$

028 답 ①

$$\begin{aligned} \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} &= 0 \text{에서 } \frac{a+b+c}{abc} = 0 \\ \therefore a+b+c &= 0 \\ \therefore \frac{a^3+b^3+c^3}{abc} &= \frac{(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc}{abc} \\ &= \frac{3abc}{abc} = 3 \end{aligned}$$

029 답 ③

$(x+y+z)^2 = x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)$ 이고 주어진 조건에서
 $(x+y+z)^2 = x^2+y^2+z^2=0$ 이므로 $xy+yz+zx=0$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{x}{(x+y)(z+x)} + \frac{y}{(x+y)(y+z)} + \frac{z}{(y+z)(z+x)} \\ &= \frac{x(y+z)+y(z+x)+z(x+y)}{(x+y)(y+z)(z+x)} \\ &= \frac{2(xy+yz+zx)}{(x+y)(y+z)(z+x)} = 0 \end{aligned}$$

030 답 $\frac{2}{3}$

$(a+b):(b+c):(c+a)=5:6:7$ 이므로

$$a+b=5k, b+c=6k, c+a=7k (k \neq 0) \quad \dots\dots ㉠$$

로 놓고 세 식을 변끼리 더하면

$$2(a+b+c)=18k \quad \therefore a+b+c=9k \quad \dots\dots ㉡$$

㉠, ㉡에 의하여 $a=3k, b=2k, c=4k$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{ab}{a^2+2bc-c^2} &= \frac{3k \times 2k}{(3k)^2+2 \times 2k \times 4k - (4k)^2} \\ &= \frac{6k^2}{9k^2} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

031 답 ③

$x:y:z=2:3:1$ 이므로

$x=2k, y=3k, z=k (k \neq 0)$ 로 놓으면

$$\frac{x^3+y^3+z^3}{3xyz} = \frac{(2k)^3+(3k)^3+k^3}{3 \times 2k \times 3k \times k} = \frac{36k^3}{18k^3} = 2$$

032 답 -2

$$\frac{x+y}{3} = \frac{y+z}{6} = \frac{z+x}{5} = k (k \neq 0) \text{로 놓으면}$$

$$x+y=3k, y+z=6k, z+x=5k \quad \dots\dots ㉠$$

이므로 세 식을 변끼리 더하면

$$2(x+y+z)=14k \quad \therefore x+y+z=7k \quad \dots\dots ㉡$$

㉠, ㉡에 의하여 $x=k, y=2k, z=4k$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{xy+yz-zx}{x^2-y^2} &= \frac{k \times 2k + 2k \times 4k - 4k \times k}{k^2 - (2k)^2} \\ &= \frac{6k^2}{-3k^2} = -2 \end{aligned}$$

033 답 1

$3b+c=2ak, c+2a=3bk, 2a+3b=ck$ 이므로 세 식을 변끼리 더하면

$$4a+6b+2c=(2a+3b+c)k$$

$$\therefore 2(2a+3b+c)=(2a+3b+c)k$$

(i) $2a+3b+c \neq 0$ 일 때, $k=2$

(ii) $2a+3b+c=0$ 일 때

$3b+c=-2a, c+2a=-3b, 2a+3b=-c$ 를 주어진 식에 대입하면

$$\frac{-2a}{2a} = \frac{-3b}{3b} = \frac{-c}{c} = k \quad \therefore k=-1$$

(i), (ii)에 의하여 모든 상수 k 의 값의 합은 $2+(-1)=1$

034 답 ③

작년에 판매한 두 제품 A, B의 상반기 판매량을 각각 $k, 3k$ ($k \neq 0$)로 놓고, 하반기 판매량을 각각 $5l, 3l$ ($l \neq 0$)로 놓으면 한 해 동안의 총 판매량은 각각 $k+5l, 3k+3l$ 이다.

이때 $(k+5l) : (3k+3l) = 3 : 5$ 이므로

$$3(3k+3l) = 5(k+5l), 9k+9l = 5k+25l$$

$$4k = 16l \quad \therefore k = 4l$$

작년에 판매한 두 제품 A, B의 한 해 동안의 총 판매량은

$$(k+5l) + (3k+3l) = 4k+8l = 4 \times 4l + 8l = 24l$$

이고, 두 제품 A, B의 하반기 판매량은 $5l+3l=8l$ 이므로 구하는 비율은

$$\frac{8l}{24l} = \frac{1}{3}$$

035 답 $\frac{11}{5}$

$$x - y + 2z = 0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$2x + y - z = 0 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 을 하면

$$3x + z = 0 \quad \therefore z = -3x$$

$\textcircled{1}$ 에 $z = -3x$ 를 대입하면

$$x - y + 2 \times (-3x) = 0 \quad \therefore y = -5x$$

$$\therefore \frac{x^3 - y^3 + z^3}{3xyz} = \frac{x^3 - (-5x)^3 + (-3x)^3}{3x \times (-5x) \times (-3x)} = \frac{99x^3}{45x^3} = \frac{11}{5}$$

036 답 -2

$$x - \frac{3}{z} = 1 \text{에서 } \frac{3}{z} = x - 1, \frac{z}{3} = \frac{1}{x-1} \quad \therefore z = \frac{3}{x-1}$$

$$\frac{1}{x} - y = 1 \text{에서 } y = \frac{1}{x} - 1 = \frac{1-x}{x}$$

$$\therefore xyz = x \times \frac{1-x}{x} \times \frac{3}{x-1} = -3$$

$$\therefore \frac{6}{xyz} = \frac{6}{-3} = -2$$

037 답 ⑤

$$\frac{x^2 - xy + 2y^2}{x^2 - 2xy - y^2} = 2 \text{에서 } x^2 - xy + 2y^2 = 2x^2 - 4xy - 2y^2$$

$$x^2 - 3xy - 4y^2 = 0, (x+y)(x-4y) = 0$$

$$\therefore x = -y \text{ 또는 } x = 4y$$

그런데 $xy < 0$ 이므로 $x = -y$

$$\therefore \frac{3x-y}{2x+y} = \frac{3 \times (-y) - y}{2 \times (-y) + y} = \frac{-4y}{-y} = 4$$

038 답 3

$y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = \frac{2}{x-2} - 3 = \frac{-3x+8}{x-2}$$

이 함수의 그래프가 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프와 일치하므로

$$a = -3, b = 8, c = -2 \quad \therefore a+b+c = 3$$

039 답 ⑤

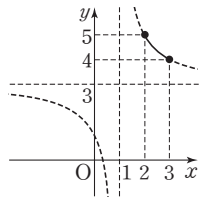
$$y = \frac{3x-1}{x-1} = \frac{3(x-1)+2}{x-1} = \frac{2}{x-1} + 3 \text{이므로 주어진 함수의 그래프}$$

프는 $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $2 \leq x \leq 3$ 에서 $y = \frac{3x-1}{x-1}$ 의 그래프

는 오른쪽 그림과 같으므로 지역은

$$\{y \mid 4 \leq y \leq 5\}$$



040 답 ③

$$y = \frac{2x-5}{x-3} = \frac{2(x-3)+1}{x-3} = \frac{1}{x-3} + 2 \text{이므로 점근선의 방정식은}$$

$$x=3, y=2$$

따라서 $a=3, b=2$ 이므로 $a+b=5$

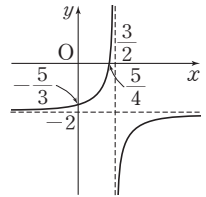
041 답 제2사분면

$$y = -\frac{4x-5}{2x-3} = -\frac{2(2x-3)+1}{2x-3} = -\frac{1}{2x-3} - 2 \text{이므로 주어진 함수}$$

수의 그래프는 $y = -\frac{1}{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{3}{2}$ 만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $y = -\frac{4x-5}{2x-3}$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 그래프가 지나지 않는 사분

면은 제2사분면이다.



042 답 ⑤

$$y = \frac{ax+4}{x-1} = \frac{a(x-1)+a+4}{x-1} = \frac{a+4}{x-1} + a \text{이므로 점근선의 방정}$$

$$\text{식은 } x=1, y=a$$

따라서 주어진 함수의 그래프는 점 $(1, a)$ 에 대하여 대칭이므로

$$a=3, b=1 \quad \therefore a+b=4$$

043 답 ⑤

$$y = \frac{3x-1}{x+2} = \frac{3(x+2)-7}{x+2} = -\frac{7}{x+2} + 3$$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

$$\textcircled{1} y = -\frac{7}{x} \text{의 그래프를 } x \text{축의 방향으로}$$

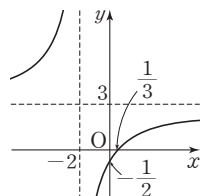
-2만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

$$\textcircled{4} y = \frac{3x-1}{x+2} \text{에 } y=0 \text{을 대입하면 } x = \frac{1}{3} \text{이므로 } x \text{축과 점 } \left(\frac{1}{3}, 0\right)$$

에서 만난다.

⑤ 모든 사분면을 지난다.

따라서 보기 중 옳지 않은 것은 ⑤이다.



044 답 4

점근선의 방정식이 $x=-1, y=4$ 이므로 함수의 식을

$$y = \frac{k}{x+1} + 4 \quad (k < 0) \text{라 하자.}$$

이 함수의 그래프가 점 $(0, -1)$ 을 지나므로

$$-1 = \frac{k}{0+1} + 4 \quad \therefore k = -5$$

$$\text{따라서 } y = \frac{-5}{x+1} + 4 = \frac{4(x+1)-5}{x+1} = \frac{4x-1}{x+1} \text{이므로}$$

$$a=4, b=-1, c=1 \quad \therefore a+b+c=4$$

045 답 $\frac{1}{4}$

$$y = \frac{-x+1}{x-2} = \frac{-(x-2)-1}{x-2} = -\frac{1}{x-2} - 1 \text{이므로 주어진 함수의}$$

그래프는 $y = -\frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다.

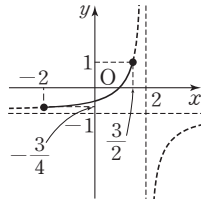
$$-2 \leq x \leq \frac{3}{2} \text{에서 } y = \frac{-x+1}{x-2} \text{의 그래프는}$$

오른쪽 그림과 같으므로 $x = \frac{3}{2}$ 일 때 최댓

값은 1, $x = -2$ 일 때 최솟값은 $-\frac{3}{4}$ 이다.

따라서 최댓값과 최솟값의 합은

$$1 + \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{1}{4}$$



046 답 ④

$y = \frac{x-1}{x+1}$ 의 그래프와 직선 $y = mx+1$ 이 한 점에서 만나므로

$$\frac{x-1}{x+1} = mx+1 \text{에서 } x-1 = (mx+1)(x+1)$$

$$\therefore mx^2 + mx + 2 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 $D=0$ 이어야 하므로

$$D = m^2 - 8m = 0$$

$$m(m-8) = 0 \quad \therefore m=8 \quad (\because m > 0)$$

047 답 14

$y = \frac{4}{x} \quad (x > 0)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = \frac{4}{x-1} + 2 \quad (x > 1)$$

점 P의 좌표를 $\left(k, \frac{4}{k-1} + 2\right) \quad (k > 1)$ 라

하면 직사각형 ROQP의 둘레의 길이는

$$2\left(k + \frac{4}{k-1} + 2\right) = 2\left(k-1 + \frac{4}{k-1} + 3\right)$$

이때 $k-1 > 0, \frac{4}{k-1} > 0$ 이므로 산술평

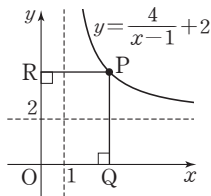
균과 기하평균의 관계에 의하여

$$k-1 + \frac{4}{k-1} + 3 \geq 2\sqrt{(k-1) \times \frac{4}{k-1}} + 3$$

$$= 4 + 3 = 7 \quad (\text{단, 등호는 } k=3 \text{일 때 성립})$$

따라서 직사각형 ROQP의 둘레의 길이의 최솟값은

$$2 \times 7 = 14$$



048 답 5

$$f^2(x) = (f \circ f)(x) = f(f(x))$$

$$= \frac{\frac{x-1}{x} - 1}{\frac{x-1}{x}} = \frac{\frac{x-1-x}{x}}{\frac{x-1}{x}} = \frac{-1}{x-1}$$

$$f^3(x) = (f \circ f^2)(x) = f(f^2(x))$$

$$= \frac{\frac{-1}{x-1} - 1}{\frac{-1}{x-1}} = \frac{\frac{-1-x+1}{x-1}}{\frac{-1}{x-1}} = x$$

⋮

따라서 $f^3(x) = f^6(x) = f^9(x) = \dots = f^{3n}(x) = x$ (n 은 자연수)이므로

$$f^{150}(5) = f^{3 \times 50}(5) = 5$$

049 답 ③

$$y = \frac{ax}{2x-3} \text{라 하면 } y(2x-3) = ax$$

$$(2y-a)x = 3y \quad \therefore x = \frac{3y}{2y-a}$$

x 와 y 를 서로 바꾸면

$$y = \frac{3x}{2x-a} \quad \therefore f^{-1}(x) = \frac{3x}{2x-a}$$

$$f = f^{-1} \text{이므로 } \frac{ax}{2x-3} = \frac{3x}{2x-a}$$

$$\therefore a=3$$

다른 풀이 $f = f^{-1}$ 이므로 $(f \circ f)(x) = x$

$$f(f(x)) = \frac{af(x)}{2f(x)-3} = \frac{a \times \frac{ax}{2x-3}}{2 \times \frac{ax}{2x-3} - 3}$$

$$= \frac{\frac{a^2x}{2x-3}}{\frac{2ax-3(2x-3)}{2x-3}} = \frac{a^2x}{2(a-3)x+9} = x$$

$$\therefore a^2x = 2(a-3)x^2 + 9x$$

이 식이 x 에 대한 항등식이므로

$$0 = a-3, a^2=9 \quad \therefore a=3$$

050 답 ④

$$(f^{-1} \circ f \circ f^{-1})(9) = f^{-1}(9)$$

$$f^{-1}(9) = k \text{라 하면 } f(k) = 9$$

$$\frac{2k+1}{k-3} = 9, 2k+1 = 9(k-3)$$

$$\therefore k=4$$

$$\therefore (f^{-1} \circ f \circ f^{-1})(9) = 4$$

051 답 2

$$y = \frac{6-x}{x-3} = \frac{-(x-3)+3}{x-3} = \frac{3}{x-3} - 1 \text{이므로 } y = \frac{6-x}{x-3} \text{의 그래프}$$

는 $y = \frac{3}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $a=3, b=-1$ 이므로 $a+b=2$

052 답 ㄱ, ㄴ

ㄱ. $y = \frac{2}{x-2} - 3$ 의 그래프는 $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이다.

ㄴ. $y = \frac{x+1}{x-1} = \frac{(x-1)+2}{x-1} = \frac{2}{x-1} + 1$ 이므로 $y = \frac{x+1}{x-1}$ 의 그래프는 $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

ㄷ. $y = \frac{2x-5}{2-x} = \frac{5-2x}{x-2} = \frac{-2(x-2)+1}{x-2} = \frac{1}{x-2} - 2$ 이므로 $y = \frac{2x-5}{2-x}$ 의 그래프는 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.

ㄹ. $y = \frac{4x+1}{1-2x} = \frac{-4x-1}{2x-1} = \frac{-2(2x-1)-3}{2x-1} = -\frac{3}{2x-1} - 2$ 이므로 $y = \frac{4x+1}{1-2x}$ 의 그래프는 $y = -\frac{3}{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{1}{2}$ 만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.

따라서 보기의 함수 중 그 그래프가 평행이동에 의하여 함수 $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프와 겹쳐지는 것은 ㄱ, ㄴ이다.

053 답 -2

$y = -\frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = -\frac{1}{x-1} - 3 = \frac{-3(x-1)-1}{x-1} = \frac{-3x+2}{x-1}$$

이 함수의 그래프가 $y = \frac{ax+2}{x-b}$ 의 그래프와 일치하므로 $a = -3, b = 1 \quad \therefore a+b = -2$

054 답 2

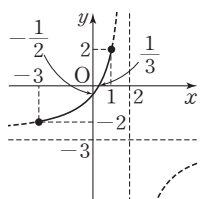
$y = \frac{k}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = \frac{k}{x-2} - 1$

이 함수의 그래프가 점 (3, 1)을 지나므로 $1 = \frac{k}{3-2} - 1 \quad \therefore k = 2$

055 답 ②

$y = \frac{1-3x}{x-2} = \frac{-3(x-2)-5}{x-2} = -\frac{5}{x-2} - 3$ 이므로 주어진 함수의 그래프는 $y = -\frac{5}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $-3 \leq x \leq 1$ 에서 $y = \frac{1-3x}{x-2}$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 치역은 $\{y \mid -2 \leq y \leq 2\}$



056 답 6

$y = \frac{mx+3}{x+2n} = \frac{m(x+2n)-2mn+3}{x+2n} = \frac{-2mn+3}{x+2n} + m$ 이므로 정의역은 $\{x \mid x \neq -2n \text{인 실수}\}$ 이고, 치역은 $\{y \mid y \neq m \text{인 실수}\}$ 이다. 따라서 $-2n = 6, m = -2$ 이므로 $m = -2, n = -3 \quad \therefore mn = 6$

057 답 ④

$y = \frac{4x-3}{x-a} = \frac{4(x-a)+4a-3}{x-a} = \frac{4a-3}{x-a} + 4$ 이므로 점근선의 방정식은 $x = a, y = 4$

따라서 $a = 2, b = 4$ 이므로 $ab = 8$

058 답 -2

(ㄱ)에서 점근선의 방정식이 $x = 1, y = 2$ 이므로 함수의 식은

$y = \frac{k}{x-1} + 2 (k \neq 0)$ 라 하면 (나)에서 이 그래프가 점 (2, -1)을 지나므로

$$-1 = \frac{k}{2-1} + 2 \quad \therefore k = -3$$

$$\therefore y = \frac{-3}{x-1} + 2 = \frac{-3+2(x-1)}{x-1} = \frac{2x-5}{x-1}$$

따라서 $a = 2, b = -5, c = -1$ 이므로 $a+b-c = -2$

059 답 3

$y = \frac{-3x+1}{x+k} = \frac{-3(x+k)+3k+1}{x+k} = \frac{3k+1}{x+k} - 3$ 이므로 점근선의 방정식은 $x = -k, y = -3$

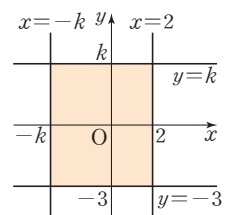
$y = \frac{kx+1}{x-2} = \frac{k(x-2)+2k+1}{x-2} = \frac{2k+1}{x-2} + k$ 이므로 점근선의 방정식은 $x = 2, y = k$

따라서 두 함수의 그래프의 점근선은 오른쪽 그림과 같고, 색칠한 부분의 넓이가 30이므로

$$(k+2)(k+3) = 30, k^2 + 5k - 24 = 0$$

$$(k-3)(k+8) = 0$$

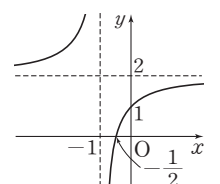
$$\therefore k = 3 (\because k > 0)$$



060 답 ④

$y = \frac{2x+1}{x+1} = \frac{2(x+1)-1}{x+1} = -\frac{1}{x+1} + 2$ 이므로 주어진 함수의 그래프는 $y = -\frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $y = \frac{2x+1}{x+1}$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 그래프가 지나지 않는 사분면은 제4사분면이다.



061 답 ①

$y = \frac{3x+8}{x+2} = \frac{3(x+2)+2}{x+2} = \frac{2}{x+2} + 3$ 이므로 주어진 함수의 그래프는 $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이다.

따라서 함수 $y = \frac{3x+8}{x+2}$ 의 그래프는 ①이다.

062 답 $0 \leq a < 2$ 또는 $a > 2$

$y = \frac{-2x+a}{x-1} = \frac{-2(x-1)+a-2}{x-1} = \frac{a-2}{x-1} - 2$ 이므로 점근선의 방정식은 $x=1, y=-2$ 이고, 점 $(0, -a)$ 를 지난다.

(i) $a-2 > 0$ 일 때

그래프가 제2사분면을 지나지 않으므로 $a > 2$

(ii) $a-2 < 0$ 일 때

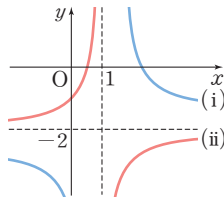
$x=0$ 일 때 $y \leq 0$ 이어야 하므로

$$-a \leq 0 \quad \therefore a \geq 0$$

그런데 $a-2 < 0$ 에서 $a < 2$ 이므로 $0 \leq a < 2$

(i), (ii)에 의하여 구하는 상수 a 의 값의 범위는

$$0 \leq a < 2 \text{ 또는 } a > 2$$



063 답 ①

$y = \frac{3x+2}{x+a} = \frac{3(x+a)-3a+2}{x+a} = -\frac{3a-2}{x+a} + 3$ 이므로 점근선의 방정식은 $x=-a, y=3$

따라서 주어진 함수의 그래프는 점 $(-a, 3)$ 에 대하여 대칭이므로 $a=-1, b=3 \quad \therefore ab=-3$

064 답 ④

$y = \frac{2x-3}{x+2} = \frac{2(x+2)-7}{x+2} = -\frac{7}{x+2} + 2$ 이므로 점근선의 방정식은 $x=-2, y=2$

따라서 주어진 함수의 그래프는 점 $(-2, 2)$ 에 대하여 대칭이므로 $a=-2, b=2$

또 점 $(-2, 2)$ 는 직선 $y=x+c$ 위의 점이므로

$$2 = -2 + c \quad \therefore c = 4$$

$$\therefore a+b+c = -2+2+4 = 4$$

065 답 4

$y = \frac{ax+1}{x-b} = \frac{a(x-b)+ab+1}{x-b} = \frac{ab+1}{x-b} + a$ 이므로 점근선의 방정식은 $x=b, y=a$

이때 점 (b, a) 가 두 직선 $y=x+3, y=-x+5$ 의 교점이므로

$$a = b+3, a = -b+5$$

두 식을 연립하여 풀면 $a=4, b=1$

$$\therefore ab = 4$$

066 답 ⑤

$y = \frac{ax+b}{x+c} = \frac{a(x+c)-ac+b}{x+c} = \frac{b-ac}{x+c} + a$ 이므로 점근선의 방정식은

$$x = -c, y = a$$

주어진 함수의 그래프가 점 $(2, 1)$ 에 대하여 대칭이므로

$$c = -2, a = 1$$

따라서 $y = \frac{x+b}{x-2}$ 의 그래프가 점 $(1, 0)$ 을 지나므로

$$0 = \frac{1+b}{1-2} \quad \therefore b = -1$$

$$\therefore abc = 1 \times (-1) \times (-2) = 2$$

067 답 ④

$y = \frac{2x+1}{x-1} = \frac{2(x-1)+3}{x-1} = \frac{3}{x-1} + 2$ 이

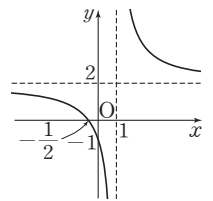
므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

④ $y = \frac{3}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 것이다.

⑤ 두 점근선의 교점 $(1, 2)$ 를 지나고 기울기가 -1 인 직선

$$y = -x + 3 \text{에 대하여 대칭이다.}$$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.



068 답 ㄱ, ㄴ

$y = \frac{k}{x-1} + 1$ 의 그래프는 두 직선 $x=1, y=1$ 을 점근선으로 하고, 점 $(1, 1)$ 에 대하여 대칭이다.

ㄴ. 점 $(1, 1)$ 을 지나고 기울기가 1 인 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이다.

ㄷ. $f(x) = \frac{k}{x-1} + 1$ ($k > 0$)이라 하면

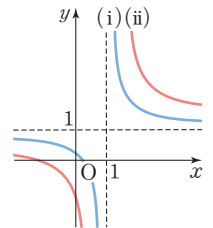
(i) $f(0) > 0$ 일 때

$f(0) = -k + 1 > 0$, 즉 $0 < k < 1$ 이면 그래프는 제3사분면을 지나지 않는다.

(ii) $f(0) < 0$ 일 때

$f(0) = -k + 1 < 0$, 즉 $k > 1$ 이면 그래프는 모든 사분면을 지난다.

따라서 보기 중 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.



069 답 ⑤

점근선의 방정식이 $x=1, y=-2$ 이므로 함수의 식을

$$y = \frac{k}{x-1} - 2 \quad (k > 0) \text{라 하자.}$$

이 함수의 그래프가 점 $(0, -4)$ 를 지나므로

$$-4 = \frac{k}{0-1} - 2 \quad \therefore k = 2$$

따라서 $y = \frac{2}{x-1} - 2 = \frac{-2(x-1)+2}{x-1} = \frac{-2x+4}{x-1}$ 이므로

$$a = -2, b = 4, c = -1$$

$$\therefore abc = 8$$

070 ㉮ 5

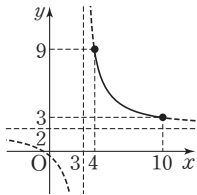
점근선의 방정식이 $x=3, y=1$ 이므로 $a=3, b=1$
 즉, $y=\frac{k}{x-3}+1$ 의 그래프가 점 $(2, 0)$ 을 지나므로
 $0=\frac{k}{2-3}+1 \quad \therefore k=1$
 $\therefore a+b+k=3+1+1=5$

071 ㉮ ②

점근선의 방정식이 $x=2, y=2$ 이므로 함수의 식을
 $y=\frac{k}{x-2}+2 (k<0)$ 라 하자.
 이 함수의 그래프가 점 $(0, 3)$ 을 지나므로
 $3=\frac{k}{0-2}+2 \quad \therefore k=-2$
 따라서 $y=-\frac{2}{x-2}+2$ 이므로 평행이동에 의하여 이 함수의 그래프와 겹쳐지는 것은 ㄷ이다.

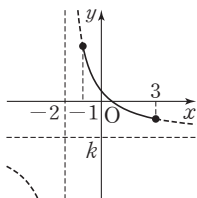
072 ㉮ 27

$y=\frac{2x+1}{x-3}=\frac{2(x-3)+7}{x-3}=\frac{7}{x-3}+2$ 이므로 주어진 함수의 그래프는 $y=\frac{7}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.
 $4 \leq x \leq 10$ 에서 $y=\frac{2x+1}{x-3}$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 $x=4$ 일 때 최댓값은 9, $x=10$ 일 때 최솟값은 3이다.
 따라서 최댓값과 최솟값의 곱은 $9 \times 3 = 27$



073 ㉮ -2

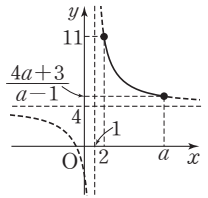
$y=\frac{kx+2k+5}{x+2}=\frac{k(x+2)+5}{x+2}=\frac{5}{x+2}+k$ 이므로 주어진 함수의 그래프는 $y=\frac{5}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2만큼, y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동한 것이다.
 $-1 \leq x \leq 3$ 에서 $y=\frac{kx+2k+5}{x+2}$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, $x=3$ 일 때 최솟값은 -1이므로
 $\frac{3k+2k+5}{3+2}=-1$
 $\therefore k=-2$



074 ㉮ ①

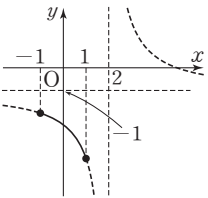
$y=\frac{4x+3}{x-1}=\frac{4(x-1)+7}{x-1}=\frac{7}{x-1}+4$ 이므로 주어진 함수의 그래프는 $y=\frac{7}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이다.

$2 \leq x \leq a$ 에서 $y=\frac{4x+3}{x-1}$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 $x=2$ 일 때 최댓값은 11, $x=a$ 일 때 최솟값은 $\frac{4a+3}{a-1}$ 이다.
 따라서 $\frac{4a+3}{a-1}=5, b=11$ 이므로
 $a=8, b=11 \quad \therefore a-b=-3$



075 ㉮ 0

$y=\frac{k}{x+a}+b$ 의 그래프의 점근선의 방정식은 $x=-a, y=b$
 이때 두 점근선의 교점 $(-a, b)$ 가 두 직선 $y=-x+1, y=x-3$ 의 교점이므로 $b=a+1, b=-a-3$
 두 식을 연립하여 풀면 $a=-2, b=-1$
 즉, $y=\frac{k}{x-2}-1$ 의 그래프는 $y=\frac{k}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다.
 $-1 \leq x \leq 1$ 에서 $y=\frac{k}{x-2}-1$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, $x=-1$ 일 때 최댓값은 -2이므로
 $-2=\frac{k}{-1-2}-1 \quad \therefore k=3$
 $\therefore a+b+k=-2+(-1)+3=0$

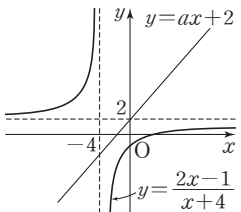


076 ㉮ ②

$y=\frac{-x+2}{x-1}$ 의 그래프와 직선 $y=mx-1$ 이 한 점에서 만나므로
 $\frac{-x+2}{x-1}=mx-1$ 에서 $-x+2=(mx-1)(x-1)$
 $\therefore mx^2-mx-1=0$
 이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 $D=0$ 이어야 하므로
 $D=(-m)^2-(-4m)=0, m^2+4m=0$
 $m(m+4)=0 \quad \therefore m=-4 (\because m<0)$

077 ㉮ ④

$y=\frac{2x-1}{x+4}=\frac{2(x+4)-9}{x+4}=-\frac{9}{x+4}+2$
 이므로 $y=\frac{2x-1}{x+4}$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, 직선 $y=ax+2$ 는 a 의 값에 관계없이 항상 점 $(0, 2)$ 를 지난다.



- (i) $a=0$ 일 때
 직선 $y=2$ 는 점근선이므로 두 그래프는 만나지 않는다.
 (ii) $a \neq 0$ 일 때

$y=\frac{2x-1}{x+4}$ 의 그래프와 직선 $y=ax+2$ 가 만나지 않으므로
 $\frac{2x-1}{x+4}=ax+2$ 에서 $2x-1=(ax+2)(x+4)$
 $\therefore ax^2+4ax+9=0$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 $D < 0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = (2a)^2 - 9a < 0$$

$$a(4a-9) < 0 \quad \therefore 0 < a < \frac{9}{4}$$

(i), (ii)에 의하여 $0 < a < \frac{9}{4}$ 이므로 정수 a 의 최댓값은 2이다.

078 답 $\frac{10}{3}$

$$y = \frac{x+1}{x-2} = \frac{(x-2)+3}{x-2} = \frac{3}{x-2} + 1$$

이므로 $3 \leq x \leq 5$ 에서 $y = \frac{x+1}{x-2}$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고,

$y = mx - 2m + 1 = m(x-2) + 1$ 이므로

직선 $y = mx - 2m + 1$ 은 m 의 값에 관계없이 항상 점 $(2, 1)$ 을 지난다.

(i) 직선이 점 $(3, 4)$ 를 지날 때

$$4 = 3m - 2m + 1 \quad \therefore m = 3$$

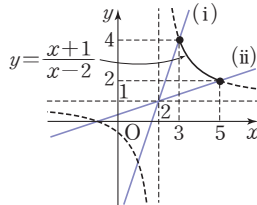
(ii) 직선이 점 $(5, 2)$ 를 지날 때

$$2 = 5m - 2m + 1 \quad \therefore m = \frac{1}{3}$$

(i), (ii)에 의하여 $\frac{1}{3} \leq m \leq 3$

따라서 m 의 최댓값은 3, 최솟값은 $\frac{1}{3}$ 이므로 구하는 값은

$$3 + \frac{1}{3} = \frac{10}{3}$$



079 답 $\frac{2}{3}$

$y = \frac{x+1}{x-1}$ 이라 하면

$$y = \frac{x+1}{x-1} = \frac{(x-1)+2}{x-1} = \frac{2}{x-1} + 1$$

이므로 $2 \leq x \leq 3$ 에서 $y = \frac{x+1}{x-1}$

의 그래프는 위의 그림과 같고, 두 직선 $y = ax + 1$, $y = bx + 1$ 은 a , b 의 값에 관계없이 항상 점 $(0, 1)$ 을 지난다.

이때 $2 \leq x \leq 3$ 에서 $ax + 1 \leq \frac{x+1}{x-1} \leq bx + 1$ 이 항상 성립하려면 기울기 a 의 값은 직선 $y = ax + 1$ 이 점 $(3, 2)$ 을 지날 때보다 작거나 같고, 기울기 b 의 값은 직선 $y = bx + 1$ 이 점 $(2, 3)$ 을 지날 때보다 크거나 같아야 한다.

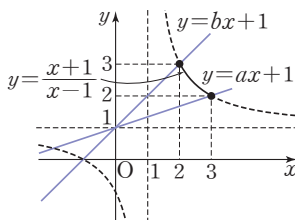
직선 $y = ax + 1$ 이 점 $(3, 2)$ 을 지날 때의 a 의 값은 $\frac{1}{3}$ 이고, 직선

$y = bx + 1$ 이 점 $(2, 3)$ 을 지날 때의 b 의 값은 1이므로

$$a \leq \frac{1}{3}, b \geq 1$$

따라서 $b - a$ 의 값이 최소이려면 b 의 값은 최소이고 a 의 값은 최대이어야 하므로

$$1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$



080 답 $11 + 6\sqrt{2}$

$y = \frac{9}{x}$ ($x > 0$)의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = \frac{9}{x-2} + 1 \quad (x > 2)$$

점 P의 좌표를 $(k, \frac{9}{k-2} + 1)$ ($k > 2$)이라 하면 직사각형 ROQP의 넓이는

$$\begin{aligned} k \times \left(\frac{9}{k-2} + 1 \right) &= \frac{9k}{k-2} + k \\ &= k - 2 + \frac{18}{k-2} + 11 \end{aligned}$$

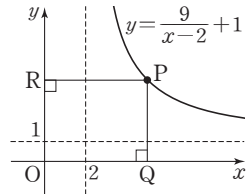
이때 $k - 2 > 0$, $\frac{18}{k-2} > 0$ 이므로 산술

평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$k - 2 + \frac{18}{k-2} + 11 \geq 2\sqrt{(k-2) \times \frac{18}{k-2}} + 11$$

$$= 11 + 6\sqrt{2} \quad (\text{단, 등호는 } k = 2 + 3\sqrt{2} \text{일 때 성립})$$

따라서 직사각형 ROQP의 넓이의 최솟값은 $11 + 6\sqrt{2}$ 이다.



081 답 6

점 P의 좌표를 $(k, \frac{1}{k-1} + 3)$ ($k > 1$)

이라 하면 점 Q의 좌표는 $(k, -k)$ 이므로

$$\overline{PQ} = \frac{1}{k-1} + 3 + k = k - 1 + \frac{1}{k-1} + 4$$

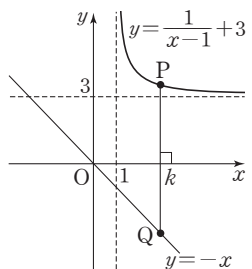
이때 $k - 1 > 0$, $\frac{1}{k-1} > 0$ 이므로 산술

평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$k - 1 + \frac{1}{k-1} + 4 \geq 2\sqrt{(k-1) \times \frac{1}{k-1}} + 4$$

$$= 2 + 4 = 6 \quad (\text{단, 등호는 } k = 2 \text{일 때 성립})$$

따라서 선분 PQ의 길이의 최솟값은 6이다.



082 답 $2\sqrt{2}$

$$y = \frac{x-3}{x+1} = \frac{(x+1)-4}{x+1} = -\frac{4}{x+1} + 1$$

이므로 점근선의 방정식은 $x = -1$,

$y = 1$ 이다.

즉, 점 A $(-1, 1)$ 은 두 점근선의 교점

이므로 두 점 A, P 사이의 거리가 최소

일 때의 점 P는 오른쪽 그림과 같이 P₁,

P₂의 두 개가 존재한다.

이때 점 P₁, P₂는 점 A를 지나고 기울기가 -1인 직선 $y = -x$ 를 지나므로

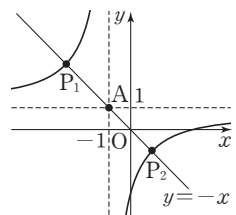
$$\frac{x-3}{x+1} = -x \text{에서 } x-3 = -x(x+1)$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0, (x+3)(x-1) = 0 \quad \therefore x = -3 \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 두 점 P₁, P₂의 좌표는 각각 $(-3, 3)$, $(1, -1)$ 이고

$\overline{AP_1} = \overline{AP_2}$ 이므로 구하는 거리의 최솟값은

$$\overline{AP_1} = \sqrt{(-1+3)^2 + (1-3)^2} = 2\sqrt{2}$$



083 ㉮ 5

$$f^2(x) = (f \circ f)(x) = f(f(x))$$

$$= \frac{\frac{x+1}{x-1} + 1}{\frac{x+1}{x-1} - 1} = \frac{\frac{x+1+x-1}{x-1}}{\frac{x+1-(x-1)}{x-1}} = x$$

$$f^3(x) = (f \circ f^2)(x) = f(f^2(x)) = \frac{x+1}{x-1}$$

$$\vdots$$

$$\therefore f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x-1} & (n \text{은 홀수}) \\ x & (n \text{은 짝수}) \end{cases}$$

$$\therefore f^{2021}(3) + f^{2022}(3) = 2 + 3 = 5$$

084 ㉮ ⑤

$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = \frac{1}{\frac{1}{x-1} - 1} = \frac{1}{\frac{1-(x-1)}{x-1}} = \frac{x-1}{2-x}$$

$$(f \circ f)(k) = -2 \text{에서 } \frac{k-1}{2-k} = -2$$

$$k-1 = -2(2-k) \quad \therefore k=3$$

085 ㉮ $\frac{10}{1001}$

$$f^2(x) = (f \circ f)(x) = f(f(x))$$

$$= \frac{\frac{x}{x+1}}{\frac{x}{x+1} + 1} = \frac{\frac{x}{x+1}}{\frac{x+x+1}{x+1}} = \frac{x}{2x+1}$$

$$f^3(x) = (f \circ f \circ f)(x) = f(f^2(x))$$

$$= \frac{\frac{x}{2x+1}}{\frac{x}{2x+1} + 1} = \frac{\frac{x}{2x+1}}{\frac{x+2x+1}{2x+1}} = \frac{x}{3x+1}$$

$$\vdots$$

따라서 $f^n(x) = \frac{x}{nx+1}$ (n 은 자연수)이므로

$$f^{100}(x) = \frac{x}{100x+1}$$

$$\therefore f^{100}(10) = \frac{10}{100 \times 10 + 1} = \frac{10}{1001}$$

086 ㉮ ㄱ, ㄴ, ㄷ

$$f^2(x) = (f \circ f)(x) = f(f(x))$$

$$= -\frac{\frac{-x+1}{x} + 1}{\frac{-x+1}{x}} = -\frac{\frac{-x-1+x}{x}}{\frac{-x-1}{x}} = -\frac{1}{x+1}$$

$$f^3(x) = (f \circ f^2)(x) = f(f^2(x))$$

$$= -\frac{\frac{1}{x+1} + 1}{\frac{1}{x+1}} = -\frac{\frac{-1+x+1}{x+1}}{\frac{-1}{x+1}} = x$$

$$\vdots$$

ㄱ. $f^2(x) = -\frac{1}{x+1}$ 의 그래프는 제2, 3, 4사분면을 지난다.

ㄴ. 자연수 n 에 대하여 $f^n(x)$ 는 $-\frac{x+1}{x}$, $-\frac{1}{x+1}$, x 의 순서로 반복된다.

$$8 = 3 \times 2 + 2 \text{이므로 } f^8(x) = f^2(x) = -\frac{1}{x+1}$$

따라서 $a=0$, $b=-1$, $c=1$ 이므로 $a+b+c=0$

ㄷ. $f^3(x) = f^6(x) = f^9(x) = \dots = f^{3k}(x) = x$ (k 는 자연수)이므로 $f^{21}(x) = f^{3 \times 7}(x) = x$

즉, $f^{21}(x)$ 는 항등함수이다.

따라서 보기 중 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

087 ㉮ ①

$$y = \frac{2x-1}{x+a} \text{이라 하면 } y(x+a) = 2x-1$$

$$(y-2)x = -ay-1 \quad \therefore x = \frac{-ay-1}{y-2}$$

x 와 y 를 서로 바꾸면 $y = \frac{-ax-1}{x-2}$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{-ax-1}{x-2}$$

$$f = f^{-1} \text{이므로 } \frac{2x-1}{x+a} = \frac{-ax-1}{x-2}$$

$$\therefore a = -2$$

088 ㉮ 1

$$f(x) = \frac{2}{x} + 1 = \frac{x+2}{x} \text{에서 } y = \frac{x+2}{x} \text{라 하면}$$

$$xy = x+2, (y-1)x = 2 \quad \therefore x = \frac{2}{y-1}$$

x 와 y 를 서로 바꾸면 $y = \frac{2}{x-1}$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{2}{x-1}$$

따라서 $a=2$, $b=-1$ 이므로 $a+b=1$

089 ㉮ ②

$$f(x) = \frac{2x+b}{x-a} \text{의 그래프가 점 } (-1, 2) \text{를 지나므로}$$

$$2 = \frac{-2+b}{-1-a} \quad \therefore 2a+b=0 \quad \dots\dots ㉠$$

또 $f(x) = \frac{2x+b}{x-a}$ 의 역함수의 그래프가 점 $(-1, 2)$ 를 지나므로

$$f(x) = \frac{2x+b}{x-a} \text{의 그래프는 점 } (2, -1) \text{을 지난다.}$$

즉, $-1 = \frac{4+b}{2-a}$ 이므로 $a-b=6 \quad \dots\dots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=-4$

$$\therefore a+b=-2$$

090 ㉮ -4

두 직선 $y=x+4$ 와 $y=-x+2$ 의 교점의 x 좌표는

$$x+4 = -x+2 \quad \therefore x = -1$$

$$\therefore y = 3$$

즉, $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프가 점 $(-1, 3)$ 에 대하여 대칭이므로 그 역함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 점 $(3, -1)$ 에 대하여 대칭이다.

따라서 $f(x)=\frac{ax+1}{x+b}=\frac{a(x+b)+1-ab}{x+b}=\frac{1-ab}{x+b}+a$ 이고, 점 $(3, -1)$ 은 $y=f(x)$ 의 그래프의 두 점근선의 교점이므로 $-b=3, a=-1 \quad \therefore a=-1, b=-3$
 $\therefore a+b=-4$

091 답 ⑥ $\frac{6}{5}$

$$(f \circ f^{-1} \circ f^{-1})(4)=f^{-1}(4)$$

$$f^{-1}(4)=k \text{라 하면 } f(k)=4$$

$$\frac{-k+2}{k-1}=4, -k+2=4(k-1) \quad \therefore k=\frac{6}{5}$$

$$\therefore (f \circ f^{-1} \circ f^{-1})(4)=\frac{6}{5}$$

092 답 ① $\frac{1}{2}$

$$(f \circ (f^{-1} \circ g)^{-1} \circ f^{-1})(3)=(f \circ g^{-1} \circ f \circ f^{-1})(3) \\ = (f \circ g^{-1})(3)=f(g^{-1}(3))$$

$$g^{-1}(3)=k \text{라 하면 } g(k)=3$$

$$\frac{2k+1}{k}=3, 2k+1=3k \quad \therefore k=1$$

$$\therefore g^{-1}(3)=1$$

$$\therefore (f \circ (f^{-1} \circ g)^{-1} \circ f^{-1})(3)=f(g^{-1}(3)) \\ =f(1)=\frac{1}{1+1}=\frac{1}{2}$$

093 답 -9

$$f(x)=\frac{ax-5}{2x+b} \text{의 그래프가 점 } (1, 2) \text{를 지나므로}$$

$$2=\frac{a-5}{2+b} \quad \therefore a-2b=9 \quad \dots\dots ㉠$$

$$\text{또 } y=\frac{ax-5}{2x+b} \text{라 하면 } y(2x+b)=ax-5$$

$$(2y-a)x=-by-5 \quad \therefore x=\frac{-by-5}{2y-a}$$

$$x \text{와 } y \text{를 서로 바꾸면 } y=\frac{-bx-5}{2x-a}$$

$$\therefore f^{-1}(x)=\frac{-bx-5}{2x-a}$$

$$(f \circ f)(x)=x \text{에서 } f=f^{-1} \text{이므로}$$

$$\frac{ax-5}{2x+b}=\frac{-bx-5}{2x-a} \quad \therefore a=-b \quad \dots\dots ㉡$$

$$\text{㉠, ㉡을 연립하여 풀면 } a=3, b=-3$$

$$\therefore ab=-9$$

094 답 ②

$$y=\frac{a}{x-1} \text{라 하면 } y(x-1)=a$$

$$yx=y+a \quad \therefore x=\frac{y+a}{y}$$

$$x \text{와 } y \text{를 서로 바꾸면 } y=\frac{x+a}{x}$$

$$\therefore f^{-1}(x)=\frac{x+a}{x}$$

$$(f^{-1} \circ f^{-1})(x)=f^{-1}(f^{-1}(x))=\frac{\frac{x+a}{x}+a}{\frac{x+a}{x}} \\ =\frac{\frac{x+a+ax}{x}}{\frac{x+a}{x}}=\frac{(a+1)x+a}{x+a}$$

$$f(x)=(f^{-1} \circ f^{-1})(x) \text{이므로}$$

$$\frac{a}{x-1}=\frac{(a+1)x+a}{x+a}$$

이 식이 x 에 대한 항등식이므로 $a=-1$

095 답 ④

$$\left(1+\frac{1}{x+1}\right) \div \left(1-\frac{4}{x^2-x-2}\right) - \frac{4}{x^2-2x-3} \\ =\frac{x+2}{x+1} \div \frac{x^2-x-6}{x^2-x-2} - \frac{4}{x^2-2x-3} \\ =\frac{x+2}{x+1} \times \frac{(x+1)(x-2)}{(x+2)(x-3)} - \frac{4}{(x+1)(x-3)} \\ =\frac{(x+1)(x-2)-4}{(x+1)(x-3)} \\ =\frac{x^2-x-6}{(x+1)(x-3)} \\ =\frac{(x+2)(x-3)}{(x+1)(x-3)} \\ =\frac{x+2}{x+1}$$

096 답 ③

주어진 식의 양변에 $(x+2)(x-4)$ 를 곱하면

$$a(x-4)+b(x+2)=4x-10$$

$$\therefore (a+b)x-4a+2b=4x-10$$

이 식이 x 에 대한 항등식이므로

$$a+b=4, -4a+2b=-10$$

두 식을 연립하여 풀면 $a=3, b=1$

$$\therefore a-b=2$$

097 답 16

$$\frac{x+2}{x+1} - \frac{x+4}{x+3} - \frac{x+6}{x+5} + \frac{x+8}{x+7} \\ =\frac{(x+1)+1}{x+1} - \frac{(x+3)+1}{x+3} - \frac{(x+5)+1}{x+5} + \frac{(x+7)+1}{x+7} \\ =\left(1+\frac{1}{x+1}\right) - \left(1+\frac{1}{x+3}\right) - \left(1+\frac{1}{x+5}\right) + \left(1+\frac{1}{x+7}\right) \\ =\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3} - \left(\frac{1}{x+5} - \frac{1}{x+7}\right) \\ =\frac{2}{(x+1)(x+3)} - \frac{2}{(x+5)(x+7)} \\ =\frac{2(x^2+12x+35)-2(x^2+4x+3)}{(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)} \\ =\frac{16x+64}{(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)}$$

따라서 $f(x)=16x+64$ 이므로

$$f(-3)=-48+64=16$$

098 답 ①

$$f(90) = \frac{1}{90 \times 91} + \frac{1}{91 \times 92} + \frac{1}{92 \times 93} + \cdots + \frac{1}{99 \times 100}$$

$$= \left(\frac{1}{90} - \frac{1}{91}\right) + \left(\frac{1}{91} - \frac{1}{92}\right) + \left(\frac{1}{92} - \frac{1}{93}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{99} - \frac{1}{100}\right)$$

$$= \frac{1}{90} - \frac{1}{100} = \frac{1}{900}$$

099 답 ①

$$1 - \frac{4}{3 - \frac{2}{1-x}} = 1 - \frac{4}{\frac{3-3x-2}{1-x}} = 1 - \frac{4}{\frac{1-3x}{1-x}} = 1 - \frac{4-4x}{1-3x}$$

$$= \frac{1-3x-(4-4x)}{1-3x} = \frac{x-3}{1-3x} = \frac{-x+3}{3x-1}$$

따라서 $a=-1, b=3, c=-1$ 이므로 $a+b+c=1$

100 답 -3

$a+2b+3c=0$ 에서 $a+2b=-3c, 2b+3c=-a, a+3c=-2b$ 이므로

$$a\left(\frac{1}{2b} + \frac{1}{3c}\right) + 2b\left(\frac{1}{3c} + \frac{1}{a}\right) + 3c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{2b}\right)$$

$$= \frac{a}{2b} + \frac{a}{3c} + \frac{2b}{3c} + \frac{2b}{a} + \frac{3c}{a} + \frac{3c}{2b}$$

$$= \frac{2b+3c}{a} + \frac{a+3c}{2b} + \frac{a+2b}{3c}$$

$$= \frac{-a}{a} + \frac{-2b}{2b} + \frac{-3c}{3c} = -3$$

101 답 ⑤

$$\frac{a+2b}{3} = \frac{2b+c}{2} = \frac{2c+a}{4} = t (t \neq 0) \text{로 놓으면}$$

$$a+2b=3t \quad \text{..... ㉠}$$

$$2b+c=2t \quad \text{..... ㉡}$$

$$2c+a=4t \quad \text{..... ㉢}$$

㉠+㉡+㉢×2를 하면

$$3a+4b+5c=13t \quad \text{..... ㉣}$$

주어진 식에서 $\frac{3a+4b+5c}{k}=t$ 이고, 이 식에 ㉣을 대입하면

$$\frac{13t}{k}=t \quad \therefore k=13$$

102 답 ②

$$x+y-z=0 \quad \text{..... ㉠}$$

$$x+3y+z=0 \quad \text{..... ㉡}$$

$$\text{㉠}+\text{㉡} \text{을 하면 } 2x+4y=0 \quad \therefore x=-2y$$

㉠에 $x=-2y$ 를 대입하면

$$-2y+y-z=0 \quad \therefore z=-y$$

$$\therefore \frac{x^2+y^2+z^2}{xy+yz+zx} = \frac{(-2y)^2+y^2+(-y)^2}{-2y \times y + y \times (-y) + (-y) \times (-2y)}$$

$$= \frac{6y^2}{-y^2} = -6$$

103 답 ⑤

$y = \frac{4x-3}{x-2} = \frac{4(x-2)+5}{x-2} = \frac{5}{x-2} + 4$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = \frac{5}{x-p-2} + 4 + q$$

이 함수의 그래프가 $y = \frac{3x-10}{x-5} = \frac{3(x-5)+5}{x-5} = \frac{5}{x-5} + 3$ 의 그래프와 일치하므로

$$-p-2=-5, 4+q=3$$

$$\therefore p=3, q=-1 \quad \therefore p+q=2$$

104 답 -1

$$y = \frac{-2x+3}{x+1} = \frac{-2(x+1)+5}{x+1} = \frac{5}{x+1} - 2$$
이므로 주어진 함수의

그래프는 $y = \frac{5}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.

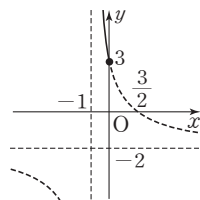
$y \geq 3$ 에서 $y = \frac{-2x+3}{x+1}$ 의 그래프는 오른쪽

그림과 같으므로 정의역은

$$\{x | -1 < x \leq 0\}$$

따라서 $\alpha=-1, \beta=0$ 이므로

$$\alpha+\beta=-1$$



105 답 3

$$y = -\frac{6x+1}{3x+2} = \frac{-2(3x+2)+3}{3x+2} = \frac{3}{3x+2} - 2 = \frac{3}{3\left(x+\frac{2}{3}\right)} - 2$$

므로 점근선의 방정식은 $x = -\frac{2}{3}, y = -2$

따라서 $a = -\frac{2}{3}, b = -2$ 이므로 $\frac{b}{a} = \frac{-2}{-\frac{2}{3}} = 3$

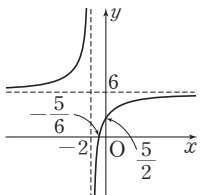
106 답 ④

$$y = \frac{6x+5}{x+2} = \frac{6(x+2)-7}{x+2} = \frac{7}{x+2} + 6$$
이므로 주어진 함수의 그

래프는 $y = \frac{7}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2만큼, y 축의 방향으로 6만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $y = \frac{6x+5}{x+2}$ 의 그래프는 오른쪽 그

림과 같으므로 그래프가 지나지 않는 사분면은 제4사분면이다.



107 답 ①

$$y = \frac{4x-5}{x-2} = \frac{4(x-2)+3}{x-2} = \frac{3}{x-2} + 4$$
이므로 점근선의 방정식은 $x=2, y=4$

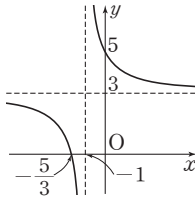
따라서 주어진 함수의 그래프는 점 (2, 4)에 대하여 대칭이고, 이 점은 직선 $x+y+k=0$ 위의 점이므로

$$2+4+k=0 \quad \therefore k=-6$$

108 답 ⑤

$y = \frac{3x+5}{x+1} = \frac{3(x+1)+2}{x+1} = \frac{2}{x+1} + 3$ 이므로
그 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

⑤ $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1
만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한
것이다.



109 답 ②

접근선의 방정식이 $x=2, y=-1$ 이므로 함수의 식을

$y = \frac{k}{x-2} - 1$ ($k < 0$)이라 하자.

이 함수의 그래프가 점 $(-1, 0)$ 을 지나므로

$$0 = \frac{k}{-1-2} - 1 \quad \therefore k = -3$$

따라서 $y = \frac{-3}{x-2} - 1 = \frac{-(x-2)-3}{x-2} = \frac{-x-1}{x-2}$ 이므로

$$a = -1, b = -1, c = -2 \quad \therefore a+b+c = -4$$

110 답 ②

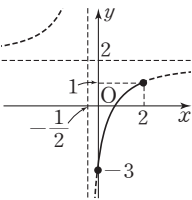
$y = \frac{4x-3}{2x+1} = \frac{2(2x+1)-5}{2x+1} = -\frac{5}{2x+1} + 2$ 이므로 주어진 함수의

그래프는 $y = -\frac{5}{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{1}{2}$ 만큼, y 축의
방향으로 2 만큼 평행이동한 것이다.

$0 \leq x \leq 2$ 에서 $y = \frac{4x-3}{2x+1}$ 의 그래프는 오른
쪽 그림과 같으므로 $x=2$ 일 때 최댓값은 1 ,
 $x=0$ 일 때 최솟값은 -3 이다.

따라서 최댓값과 최솟값의 합은

$$1 + (-3) = -2$$



111 답 ④

$$y = \frac{-2x+5}{x-2} = \frac{-2(x-2)+1}{x-2} = \frac{1}{x-2} - 2$$

의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, 직선

$y = mx - 2$ 는 m 의 값에 관계없이 항상
점 $(0, -2)$ 를 지난다.

(i) $m=0$ 일 때

직선 $y = -2$ 는 점근선이므로 두 그래프는 만나지 않는다.

(ii) $m \neq 0$ 일 때

$y = \frac{-2x+5}{x-2}$ 의 그래프와 직선 $y = mx - 2$ 가 만나지 않으므로

$$\frac{-2x+5}{x-2} = mx - 2 \text{에서 } -2x+5 = (mx-2)(x-2)$$

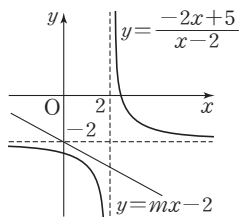
$$\therefore mx^2 - 2mx - 1 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 $D < 0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = (-m)^2 - (-m) < 0$$

$$m(m+1) < 0 \quad \therefore -1 < m < 0$$

(i), (ii)에 의하여 구하는 실수 m 의 값의 범위는 $-1 < m \leq 0$



112 답 9

점 P의 좌표를 $(a, \frac{k}{a-3} + 2)$ ($a > 3$)라 하면

$$\overline{PA} = \frac{k}{a-3} + 2 - 2 = \frac{k}{a-3}, \overline{PB} = a - 3 \text{이므로}$$

$$\overline{PA} + \overline{PB} = \frac{k}{a-3} + a - 3$$

이때 $a - 3 > 0, \frac{k}{a-3} > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의
하여

$$a - 3 + \frac{k}{a-3} \geq 2\sqrt{(a-3) \times \frac{k}{a-3}} = 2\sqrt{k}$$

(단, 등호는 $a - 3 = \frac{k}{a-3}$ 일 때 성립)

이때 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 최솟값이 6이므로

$$2\sqrt{k} = 6 \quad \therefore k = 9$$

113 답 ⑤

$$f^2(x) = (f \circ f)(x) = f(f(x))$$

$$= -\frac{1}{-\frac{1}{x+1} + 1} = -\frac{1}{\frac{-1+x+1}{x+1}} = -\frac{x+1}{x}$$

$$f^3(x) = (f \circ f^2)(x) = f(f^2(x))$$

$$= -\frac{1}{-\frac{x+1}{x} + 1} = \frac{-1}{\frac{-x-1+x}{x}} = x$$

⋮

따라서 $f^3(x) = f^6(x) = f^9(x) = \dots = f^{3n}(x) = x$ (n 은 자연수)이
므로

$$f^{30}(2) = f^{3 \times 10}(2) = 2$$

114 답 12

$$f(x) = -\frac{k}{x-1} + 3 = \frac{-k+3(x-1)}{x-1} = \frac{3x-k-3}{x-1} \text{에서}$$

$$y = \frac{3x-k-3}{x-1} \text{이라 하면 } y(x-1) = 3x-k-3$$

$$(y-3)x = y-k-3 \quad \therefore x = \frac{y-k-3}{y-3}$$

$$x \text{와 } y \text{를 서로 바꾸면 } y = \frac{x-k-3}{x-3}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{x-k-3}{x-3}$$

$$\text{따라서 } \frac{x-k-3}{x-3} = \frac{ax+1}{x+b} \text{이므로}$$

$$a=1, b=-3, k=-4 \quad \therefore abk=12$$

115 답 $-\frac{1}{2}$

$$f(-4) = \frac{4-2}{-4+3} = -2 \text{이므로}$$

$$(g^{-1} \circ f)(-4) = g^{-1}(f(-4)) = g^{-1}(-2)$$

$$g^{-1}(-2) = k \text{라 하면 } g(k) = -2$$

$$\frac{2k+4}{k-1} = -2, 2k+4 = -2(k-1) \quad \therefore k = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore (g^{-1} \circ f)(-4) = g^{-1}(-2) = -\frac{1}{2}$$



001 답 1 ≤ x < 2

$$x-1 \geq 0 \text{에서 } x \geq 1$$

$$2-x > 0 \text{에서 } x < 2$$

$$\therefore 1 \leq x < 2$$

002 답 ⑤

$$-2 < a < 3 \text{에서 } a+2 > 0, a-3 < 0 \text{이므로}$$

$$\sqrt{a^2+4a+4} + \sqrt{a^2-6a+9} = \sqrt{(a+2)^2} + \sqrt{(a-3)^2}$$

$$= |a+2| + |a-3|$$

$$= (a+2) - (a-3) = 5$$

003 답 ③

$$\frac{1}{\sqrt{2x+y}} - \frac{1}{\sqrt{2x-y}} = \frac{\sqrt{2x-y} - (\sqrt{2x+y})}{(\sqrt{2x+y})(\sqrt{2x-y})}$$

$$= -\frac{2\sqrt{y}}{2x-y}$$

004 답 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

$$\frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}} = \frac{(\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2})^2}{(\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2})(\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2})}$$

$$= \frac{x+2+x-2-2\sqrt{x^2-4}}{x+2-(x-2)}$$

$$= \frac{x-\sqrt{x^2-4}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{5}-\sqrt{5-4}}{2} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

005 답 ④

$$x+y=2\sqrt{5}, xy=2 \text{이므로}$$

$$\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} = \frac{x+y}{\sqrt{xy}} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \sqrt{10}$$

006 답 ②

$$y = \sqrt{-2x+10} - 4 = \sqrt{-2(x-5)} - 4 \text{이므로 } y = \sqrt{-2x+10} - 4 \text{의}$$

그래프는 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 5만큼, y 축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 것이다.

$$\text{따라서 } a = -2, p = 5, q = -4 \text{이므로}$$

$$a+p+q = -1$$

007 답 6

$$5x-10 \geq 0 \text{에서 } x \geq 2 \text{이므로 정의역은 } \{x|x \geq 2\}$$

$$\therefore a = 2$$

$$\text{또 치역은 } \{y|y \leq 3\} \text{이므로 } b = 3$$

$$\therefore ab = 2 \times 3 = 6$$

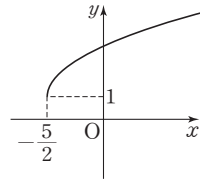
008 답 제1, 2사분면

$$y = \sqrt{2x+5} + 1 = \sqrt{2\left(x+\frac{5}{2}\right)} + 1 \text{이므로 주어진 함수의 그래프는}$$

$$y = \sqrt{2x} \text{의 그래프를 } x \text{축의 방향으로 } -\frac{5}{2}$$

만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $y = \sqrt{2x+5} + 1$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제1, 2사분면을 지난다.



009 답 ㄷ

$$y = \sqrt{3x-9} - 2 = \sqrt{3(x-3)} - 2$$

ㄱ. 정의역은 $\{x|x \geq 3\}$, 치역은 $\{y|y \geq -2\}$ 이다.

ㄴ. $y = \sqrt{3x-9} - 2$ 의 그래프는 $y = \sqrt{3x}$ 의

그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축

의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이

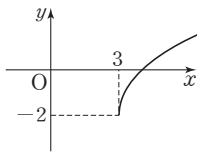
므로 오른쪽 그림과 같다.

즉, 제2사분면을 지나지 않는다.

ㄷ. $y = \sqrt{3x-9} - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 후 x 축에 대하여 대칭이동하면

$y = -\sqrt{3x}$ 의 그래프와 겹쳐진다.

따라서 보기 중 옳은 것은 ㄷ이다.



010 답 4

주어진 그래프는 $y = \sqrt{ax} (a > 0)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이므로

$$y = \sqrt{a(x+2)} - 2 \quad \dots\dots \text{㉠}$$

㉠의 그래프가 점 (0, 0)을 지나므로

$$0 = \sqrt{2a} - 2, \sqrt{2a} = 2$$

$$\text{양변을 제곱하면 } 2a = 4 \quad \therefore a = 2$$

㉠에 $a = 2$ 를 대입하면

$$y = \sqrt{2(x+2)} - 2 = \sqrt{2x+4} - 2$$

$$\text{따라서 } a = 2, b = 4, c = -2 \text{이므로 } a+b+c = 4$$

011 답 ⑤

$$y = \sqrt{2x+k} + 3 = \sqrt{2\left(x+\frac{k}{2}\right)} + 3 \text{이므로 주어진 함수의 그래프는}$$

$$y = \sqrt{2x} \text{의 그래프를 } x \text{축의 방향으로 } -\frac{k}{2} \text{만큼, } y \text{축의 방향으로 3}$$

만큼 평행이동한 것이다.

$3 \leq x \leq 15$ 에서 $y = \sqrt{2x+k} + 3$ 의 그래

프는 오른쪽 그림과 같고, $x = 15$ 일 때

최댓값이 8이므로

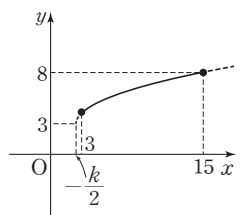
$$\sqrt{30+k} + 3 = 8, \sqrt{30+k} = 5$$

양변을 제곱하면

$$30+k = 25 \quad \therefore k = -5$$

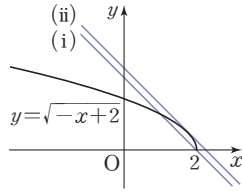
따라서 $y = \sqrt{2x-5} + 3$ 의 최솟값은 $x = 3$ 일 때

$$\sqrt{6-5} + 3 = 4$$



012 답 $2 \leq k < \frac{9}{4}$

$y = \sqrt{-x+2} = \sqrt{-(x-2)}$ 이므로
 $y = \sqrt{-x+2}$ 의 그래프는 $y = \sqrt{-x}$ 의
 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행
 이동한 것이고, 직선 $y = -x+k$ 는 기
 율기가 -1 이고 y 절편이 k 이다.



(i) 직선 $y = -x+k$ 가 점 $(2, 0)$ 을 지날 때

$$0 = -2 + k \quad \therefore k = 2$$

(ii) $y = \sqrt{-x+2}$ 의 그래프와 직선 $y = -x+k$ 가 접할 때

$$\sqrt{-x+2} = -x+k \text{의 양변을 제곱하면}$$

$$-x+2 = x^2 - 2kx + k^2 \quad \therefore x^2 - (2k-1)x + k^2 - 2 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 $D=0$ 이어야 하므로

$$D = \{-(2k-1)\}^2 - 4(k^2-2) = 0$$

$$-4k+9=0 \quad \therefore k = \frac{9}{4}$$

(i), (ii)에 의하여 구하는 실수 k 의 값의 범위는 $2 \leq k < \frac{9}{4}$

013 답 $\frac{3}{2}$

두 점 $P(a, b)$, $Q(c, d)$ 가 $y = 3\sqrt{x}$ 의 그래프 위의 점이므로
 $b = 3\sqrt{a}$, $d = 3\sqrt{c}$

$$b+d=6 \text{이므로 } 3\sqrt{a}+3\sqrt{c}=6 \quad \therefore \sqrt{a}+\sqrt{c}=2$$

따라서 직선 PQ 의 기울기는

$$\frac{d-b}{c-a} = \frac{3\sqrt{c}-3\sqrt{a}}{c-a} = \frac{3(\sqrt{c}-\sqrt{a})}{(\sqrt{c}+\sqrt{a})(\sqrt{c}-\sqrt{a})} = \frac{3}{\sqrt{a}+\sqrt{c}} = \frac{3}{2}$$

014 답 $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + \frac{17}{2} \quad (x \geq 4)$

함수 $y=f(x)$ 의 치역이 $\{y|y \geq 4\}$ 이므로 그 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의
 정의역은 $\{x|x \geq 4\}$ 이다.

$$y = \sqrt{2x-1} + 4 \text{라 하면 } y-4 = \sqrt{2x-1}$$

$$\text{양변을 제곱하면 } y^2 - 8y + 16 = 2x - 1$$

$$\therefore x = \frac{1}{2}y^2 - 4y + \frac{17}{2}$$

$$x \text{와 } y \text{를 서로 바꾸면 } y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + \frac{17}{2}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + \frac{17}{2} \quad (x \geq 4)$$

015 답 ④

$$(g \circ f^{-1})^{-1}(4) = (f \circ g^{-1})(4) = f(g^{-1}(4))$$

$$g^{-1}(4) = k \text{라 하면 } g(k) = 4 \text{에서 } \sqrt{3k+1} = 4$$

$$\text{양변을 제곱하면 } 3k+1=16 \quad \therefore k=5$$

$$\therefore (g \circ f^{-1})^{-1}(4) = f(g^{-1}(4)) = f(5) = \frac{5+5}{5-1} = \frac{5}{2}$$

016 답 ③

$$x+4 \geq 0 \text{에서 } x \geq -4$$

$$3-x > 0 \text{에서 } x < 3$$

$$\therefore -4 \leq x < 3$$

따라서 정수 x 는 $-4, -3, -2, \dots, 2$ 의 7개이다.

017 답 ⑤

$$-2x^2 + 11x - 14 \geq 0 \text{에서 } 2x^2 - 11x + 14 \leq 0$$

$$(x-2)(2x-7) \leq 0 \quad \therefore 2 \leq x \leq \frac{7}{2}$$

018 답 ③

$$11-2x \geq 0 \text{에서 } x \leq \frac{11}{2}$$

그런데 $x \neq 3$ 이므로 자연수 x 는 1, 2, 4, 5이다.

따라서 구하는 합은 $1+2+4+5=12$

019 답 $x+7$

$$-3 < x < 1 \text{에서 } x-1 < 0, x+3 > 0 \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{x^2-2x+1} + \sqrt{4x^2+24x+36} &= \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{4(x+3)^2} \\ &= |x-1| + 2|x+3| \\ &= -x+1 + 2(x+3) \\ &= x+7 \end{aligned}$$

020 답 ③

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}} \text{에서 } a < 0, b > 0$$

따라서 $a-b < 0$, $-a > 0$ 이므로

$$\begin{aligned} \sqrt{(a-b)^2} + |-a| &= |a-b| + |-a| \\ &= -a+b + (-a) \\ &= -2a+b \end{aligned}$$

021 답 7

$$\sqrt{x-2}\sqrt{1-x} = -\sqrt{(x-2)(1-x)} \text{에서}$$

$$x-2 \leq 0, 1-x \leq 0 \quad \therefore 1 \leq x \leq 2$$

따라서 $x-3 < 0$, $x+4 > 0$ 이므로

$$\begin{aligned} \sqrt{(x-3)^2} + \sqrt{(x+4)^2} &= |x-3| + |x+4| \\ &= -x+3 + (x+4) \\ &= 7 \end{aligned}$$

022 답 ⑤

$$k-2 = -5+2\sqrt{2} < 0, k+2 = -1+2\sqrt{2} > 0 \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{k^2-4k+4} - \sqrt{k^2+4k+4} &= \sqrt{(k-2)^2} - \sqrt{(k+2)^2} \\ &= |k-2| - |k+2| \\ &= -k+2 - (k+2) \\ &= -2k \\ &= -2(-3+2\sqrt{2}) \\ &= 6-4\sqrt{2} \end{aligned}$$

023 답 ④

$$\begin{aligned} \frac{1}{1+\sqrt{x+1}} - \frac{1}{1-\sqrt{x+1}} &= \frac{1-\sqrt{x+1}-(1+\sqrt{x+1})}{(1+\sqrt{x+1})(1-\sqrt{x+1})} \\ &= \frac{-2\sqrt{x+1}}{1-(x+1)} \\ &= \frac{2\sqrt{x+1}}{x} \end{aligned}$$

024 답 ④

$$\frac{\sqrt{x}+\sqrt{x-2}}{\sqrt{x}-\sqrt{x-2}} = \frac{(\sqrt{x}+\sqrt{x-2})^2}{(\sqrt{x}-\sqrt{x-2})(\sqrt{x}+\sqrt{x-2})}$$

$$= \frac{x+x-2+2\sqrt{x^2-2x}}{x-(x-2)}$$

$$= x-1+\sqrt{x^2-2x}$$

025 답 10

$$\frac{4}{\sqrt{3}-\sqrt{2}+1} = \frac{4\{\sqrt{3}+(\sqrt{2}-1)\}}{\{\sqrt{3}-(\sqrt{2}-1)\}\{\sqrt{3}+(\sqrt{2}-1)\}}$$

$$= \frac{4(\sqrt{3}+\sqrt{2}-1)}{3-(\sqrt{2}-1)^2}$$

$$= \frac{4(\sqrt{3}+\sqrt{2}-1)}{2\sqrt{2}}$$

$$= \sqrt{6}-\sqrt{2}+2$$

따라서 $a=6, b=2, c=2$ 이므로

$$a+b+c=10$$

026 답 $\sqrt{21}-1$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}{(\sqrt{x+1}+\sqrt{x})(\sqrt{x+1}-\sqrt{x})}$$

$$= \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}{x+1-x} = \sqrt{x+1}-\sqrt{x}$$

$$\therefore f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(20)$$

$$= (\sqrt{2}-\sqrt{1})+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{4}-\sqrt{3})+\cdots+(\sqrt{21}-\sqrt{20})$$

$$= \sqrt{21}-1$$

027 답 $2\sqrt{2}-\sqrt{7}$

$$\frac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{2x-1}}{\sqrt{2x+1}+\sqrt{2x-1}} = \frac{(\sqrt{2x+1}-\sqrt{2x-1})^2}{(\sqrt{2x+1}+\sqrt{2x-1})(\sqrt{2x+1}-\sqrt{2x-1})}$$

$$= \frac{2x+1+2x-1-2\sqrt{4x^2-1}}{2x+1-(2x-1)}$$

$$= 2x-\sqrt{4x^2-1}$$

$$= 2\sqrt{2}-\sqrt{4 \times 2-1}$$

$$= 2\sqrt{2}-\sqrt{7}$$

028 답 ①

$$\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}} - \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}} = \frac{x-1-(x+1)}{\sqrt{x+1}\sqrt{x-1}} = \frac{-2}{\sqrt{x^2-1}}$$

$$= -\frac{2}{\sqrt{\frac{5}{4}-1}} = -\frac{2}{\frac{1}{2}} = -4$$

029 답 1

$\sqrt{6-x}=2$ 의 양변을 제곱하면

$$6-x=4 \quad \therefore x=2$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x+1}}} = \frac{1}{\sqrt{2}-\frac{1}{\sqrt{2+1}}} = \frac{1}{\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}-1}{2-1}} = \frac{1}{\sqrt{2}-(\sqrt{2}-1)} = 1$$

030 답 $-\sqrt{2}$

$y-x=-2\sqrt{2}, xy=4$ 이므로

$$\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} = \frac{y-x}{\sqrt{xy}} = \frac{-2\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2}$$

031 답 ②

$$x = \frac{2}{\sqrt{2}+1} = \frac{2(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = 2\sqrt{2}-2,$$

$$y = \frac{2}{\sqrt{2}-1} = \frac{2(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = 2\sqrt{2}+2$$

이므로 $x+y=4\sqrt{2}, x-y=-4$

$$\therefore x^3+x^2y-xy^2-y^3 = x^2(x+y)-y^2(x+y)$$

$$= (x^2-y^2)(x+y) = (x+y)^2(x-y)$$

$$= (4\sqrt{2})^2 \times (-4) = -128$$

032 답 $2\sqrt{2}$

$$x = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} = 5+2\sqrt{6},$$

$$y = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = 5-2\sqrt{6}$$

이므로 $x+y=10, xy=1$

$$\therefore (\sqrt{x}-\sqrt{y})^2 = x+y-2\sqrt{xy} = 10-2 \times 1 = 8$$

이때 $x>y>0$ 에서 $\sqrt{x}>\sqrt{y}$ 이므로

$$\sqrt{x}-\sqrt{y}>0 \quad \therefore \sqrt{x}-\sqrt{y}=2\sqrt{2}$$

033 답 4

$x=-\sqrt{2}+1$ 에서 $x-1=-\sqrt{2}$

양변을 제곱하면 $x^2-2x+1=2 \quad \therefore x^2-2x-1=0$

$$\therefore -2x^3+4x^2+x+5 = -2x(x^2-2x-1)-x+5$$

$$= -2x \times 0 - (-\sqrt{2}+1)+5$$

$$= 4+\sqrt{2}$$

따라서 $a=4, b=1$ 이므로 $ab=4$

034 답 ④

$x=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ 에서 $2x+1=\sqrt{3}$

양변을 제곱하면 $4x^2+4x+1=3$

$$2x^2+2x-1=0 \quad \therefore x^2+x=\frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{6x^3+2x^2-7x+8}{x^2+x} = \frac{6x(x^2+x)-4(x^2+x)-3x+8}{x^2+x}$$

$$= \frac{6x \times \frac{1}{2} - 4 \times \frac{1}{2} - 3x + 8}{\frac{1}{2}} = \frac{6}{\frac{1}{2}} = 12$$

035 답 44

$y=\sqrt{2x-4}+11=\sqrt{2(x-2)}+11$ 이므로 $y=\sqrt{2x-4}+11$ 의 그래프는 $y=\sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 11만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $a=2, p=2, q=11$ 이므로 $apq=44$

036 답 2

$y=\sqrt{ax}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y=\sqrt{a(x+3)}+4$$

이 그래프가 점 $(-1, 6)$ 을 지나므로

$$6=\sqrt{2a}+4, \sqrt{2a}=2$$

$$\text{양변을 제곱하면 } 2a=4 \quad \therefore a=2$$

037 답 ②

ㄱ. $y=\sqrt{x}$ 의 그래프는 $y=-\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 것이다.

ㄷ. $y=\sqrt{-x-2}$ 의 그래프는 $y=-\sqrt{x}$ 의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동한 후 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 것이다. 따라서 보기의 함수 중 그 그래프가 평행이동 또는 대칭이동에 의하여 함수 $y=-\sqrt{x}$ 의 그래프와 겹쳐지는 것은 ㄱ, ㄷ이다.

038 답 $(\frac{8}{3}, 0)$

$y=\sqrt{3x+2}$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 $y=\sqrt{3x+2}$

이 함수의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y=\sqrt{3(x-3)+2}-1 \quad \therefore y=\sqrt{3x-7}-1$$

이 식에 $y=0$ 을 대입하면 $0=\sqrt{3x-7}-1, \sqrt{3x-7}=1$

$$\text{양변을 제곱하면 } 3x-7=1 \quad \therefore x=\frac{8}{3}$$

따라서 구하는 점의 좌표는 $(\frac{8}{3}, 0)$ 이다.

039 답 ②

$-2x+6 \geq 0$ 에서 $x \leq 3$ 이므로 정의역은 $\{x|x \leq 3\}$

$$\therefore a=3$$

또 치역은 $\{y|y \geq 1\}$ 이므로 $b=1$

$$\therefore a+b=3+1=4$$

040 답 ④

$3x-a \geq 0$ 에서 $x \geq \frac{a}{3}$ 이므로 정의역은 $\{x|x \geq \frac{a}{3}\}$

$$\text{즉, } \frac{a}{3}=2 \text{이므로 } a=6$$

또 치역은 $\{y|y \geq b\}$ 이므로 $b=1$

따라서 함수 $y=\sqrt{3x-6}+1$ 의 그래프가 점 $(5, p)$ 를 지나므로

$$p=\sqrt{3 \times 5-6}+1=4$$

041 답 정의역: $\{x|x \leq 1\}$, 치역: $\{y|y \geq -2\}$

$y=\frac{3x+10}{x+3}=\frac{3(x+3)+1}{x+3}=\frac{1}{x+3}+3$ 이므로 점근선의 방정식은

$$x=-3, y=3$$

$$\therefore a=-3, b=3$$

$f(x)=\sqrt{-3x+3}+c$ 에서 $f(1)=-2$ 이므로 $c=-2$

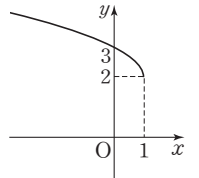
$$\therefore f(x)=\sqrt{-3x+3}-2$$

이때 $-3x+3 \geq 0$ 에서 $x \leq 1$ 이므로 정의역은 $\{x|x \leq 1\}$ 이고, 치역은 $\{y|y \geq -2\}$ 이다.

042 답 ⑤

$y=\sqrt{-x+1}+2=\sqrt{-(x-1)}+2$ 이므로 주어진 함수의 그래프는 $y=\sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $y=\sqrt{-x+1}+2$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제3, 4사분면을 지나지 않는다.



043 답 ②

$y=\sqrt{3x-6}+4=\sqrt{3(x-2)}+4$ 이므로 주어진 함수의 그래프는 $y=\sqrt{3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 것이다.

따라서 함수 $y=\sqrt{3x-6}+4$ 의 그래프는 ②이다.

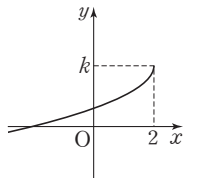
044 답 2

$y=-\sqrt{-x+2}+k=-\sqrt{-(x-2)}+k$ 이므로 주어진 함수의 그래프는 $y=-\sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동한 것이다.

$y=-\sqrt{-x+2}+k$ 의 그래프가 제4사분면을 지나지 않으려면 오른쪽 그림과 같이 $x=0$ 일 때 $y \geq 0$ 이어야 하므로

$$-\sqrt{2}+k \geq 0 \quad \therefore k \geq \sqrt{2}$$

따라서 자연수 k 의 최솟값은 2이다.



045 답 제1, 4사분면

점근선의 방정식이 $x=2, y=4$ 이므로 함수의 식은

$$y=\frac{k}{x-2}+4 \quad (k>0) \text{라 하자.}$$

이 함수의 그래프가 점 $(0, 2)$ 를 지나므로

$$2=\frac{k}{0-2}+4 \quad \therefore k=4$$

$$\therefore y=\frac{4}{x-2}+4=\frac{4(x-2)+4}{x-2}=\frac{4x-4}{x-2}$$

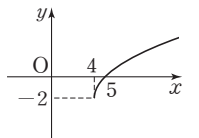
이 함수가 $y=\frac{ax+b}{x+c}$ 와 일치하므로

$$a=4, b=-4, c=-2$$

$$\therefore y=\sqrt{a(x+b)}+c=\sqrt{4(x-4)}-2$$

이 함수의 그래프는 $y=\sqrt{4x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $y=\sqrt{4(x-4)}-2$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제1, 4사분면을 지난다.



046 답 ㄱ, ㄴ, ㄹ

ㄱ. $-3x+5 \geq 0$ 에서 $x \leq \frac{5}{3}$ 이므로 정의역은 $\{x | x \leq \frac{5}{3}\}$

치역은 $\{y | y \leq 1\}$

ㄴ. $y = -\sqrt{-3x+5}+1$ 에 $y=0$ 을 대입하면

$$0 = -\sqrt{-3x+5}+1, \sqrt{-3x+5}=1$$

양변을 제곱하면 $-3x+5=1$

$$-3x = -4 \quad \therefore x = \frac{4}{3}$$

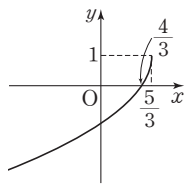
즉, x 축과 점 $(\frac{4}{3}, 0)$ 에서 만난다.

ㄷ. $y = -\sqrt{-3x+5}+1 = -\sqrt{-3(x-\frac{5}{3})}+1$ 의 그래프는

$y = -\sqrt{-3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{5}{3}$ 만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

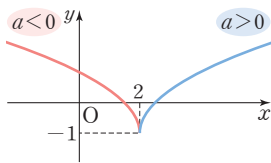
ㄹ. $y = -\sqrt{-3x+5}+1$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 그래프는 제1, 3, 4사분면을 지난다.

따라서 보기 중 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.



047 답 ②

$y = \sqrt{a(x-2)}-1$ ($a \neq 0$)의 그래프의 개형은 다음 그림과 같다.



① $y = \sqrt{a(x-2)}-1$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 그래프의 식은 $y = -\sqrt{a(x-2)}+1$

② $a > 0$ 일 때 정의역은 $\{x | x \geq 2\}$, 치역은 $\{y | y \geq -1\}$ 이다.

③ $a < 0$ 일 때 정의역은 $\{x | x \leq 2\}$, 치역은 $\{y | y \geq -1\}$ 이다.

④ $a < 0$ 이고 $x=0$ 에서 $y \leq 0$ 일 때 제1사분면을 지나지 않는다.

⑤ $a = -\frac{1}{2}$ 일 때만 원점을 지난다.

따라서 항상 옳은 것은 ②이다.

048 답 ⑤

주어진 그래프는 $y = -\sqrt{ax}$ ($a > 0$)의 그래프를 x 축의 방향으로 -5만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이므로

$$y = -\sqrt{a(x+5)}+2 \quad \dots\dots ㉠$$

㉠의 그래프가 점 $(-1, -2)$ 를 지나므로

$$-2 = -\sqrt{a(-1+5)}+2, 2\sqrt{a}=4, \sqrt{a}=2$$

양변을 제곱하면 $a=4$

㉠에 $a=4$ 를 대입하면

$$y = -\sqrt{4(x+5)}+2 = -\sqrt{4x+20}+2$$

따라서 $a=4, b=20, c=2$ 이므로 $a+b+c=26$

049 답 $a > 0, b > 0, c < 0$

주어진 그래프는 $y = \sqrt{ax}$ ($a > 0$)의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이므로

$$y = \sqrt{a(x-p)}+q = \sqrt{ax-ap}+q$$

이 함수가 $y = \sqrt{ax+b}+c$ 와 같으므로

$$b = -ap, c = q$$

이때 주어진 그래프에서 $a > 0, p < 0, q < 0$ 이므로

$$a > 0, b > 0, c < 0$$

050 답 ⑤

$y = \sqrt{-x+k}+4 = \sqrt{-(x-k)}+4$ 이므로 주어진 함수의 그래프는 $y = \sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 k 만큼, y 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이다.

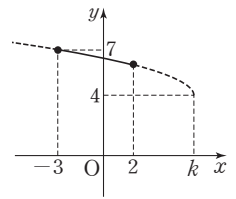
$-3 \leq x \leq 2$ 에서 $y = \sqrt{-x+k}+4$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, $x = -3$ 일 때 최댓값이 7이므로

$$\sqrt{3+k}+4=7, \sqrt{3+k}=3$$

$$\text{양변을 제곱하면 } 3+k=9 \quad \therefore k=6$$

따라서 $y = \sqrt{-x+6}+4$ 의 최솟값은 $x=2$ 일 때

$$\sqrt{-2+6}+4=6$$



051 답 ④

$y = -\sqrt{x+1}-1$ 의 그래프는 $y = -\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다.

$3 \leq x \leq 8$ 에서 $y = -\sqrt{x+1}-1$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로

$x=3$ 일 때 최댓값은

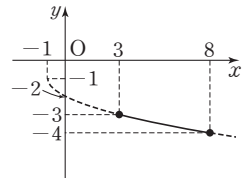
$$-\sqrt{3+1}-1=-3$$

$x=8$ 일 때 최솟값은

$$-\sqrt{8+1}-1=-4$$

따라서 최댓값과 최솟값의 곱은

$$-3 \times (-4) = 12$$



052 답 ①

$y = \sqrt{-2x+b}-3 = \sqrt{-2(x-\frac{b}{2})}-3$ 이므로 주어진 함수의 그래프

프는 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{b}{2}$ 만큼, y 축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이다.

$-4 \leq x \leq a$ 에서 $y = \sqrt{-2x+b}-3$ 의 그래프

프는 오른쪽 그림과 같다.

즉, $x = -4$ 일 때 최댓값은 1, $x = a$ 일 때

최솟값은 -1이므로

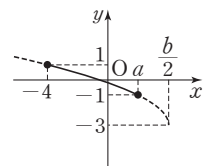
$$\sqrt{8+b}-3=1, \sqrt{-2a+b}-3=-1$$

$$\sqrt{8+b}=4, \sqrt{-2a+b}=2$$

각각 양변을 제곱하면

$$8+b=16, -2a+b=4 \quad \therefore a=2, b=8$$

$$\therefore a-b=-6$$



053 답 ①

$y=\sqrt{x+a}-2$ 의 그래프는 $y=\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-a$ 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 것이다.

$y=\sqrt{x+a}-2$ 의 그래프가 제2사분면을 지나려면 $a>0$ 이어야 하고, 오른쪽 그림과 같이 $x=0$ 일 때 $y>0$ 이어야 하므로

$$\sqrt{a}-2>0 \quad \therefore a>4 \quad \therefore k=5$$

$y=\sqrt{x+k}+4$ 에 $k=5$ 를 대입하면

$$y=\sqrt{x+5}+4$$

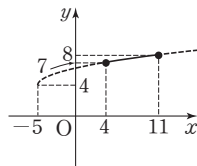
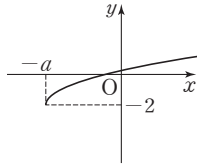
$k-1 \leq x \leq k+6$, 즉 $4 \leq x \leq 11$ 에서

$y=\sqrt{x+5}+4$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로

$$x=11 \text{ 일 때 최댓값은 } \sqrt{11+5}+4=8,$$

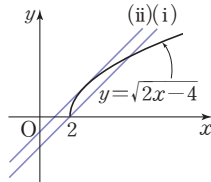
$$x=4 \text{ 일 때 최솟값은 } \sqrt{4+5}+4=7$$

따라서 최댓값과 최솟값의 합은 $8+7=15$



054 답 $-2 \leq k < -\frac{3}{2}$

$y=\sqrt{2x-4}=\sqrt{2(x-2)}$ 이므로 주어진 함수의 그래프는 $y=\sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이고, $y=x+k$ 는 기울기가 1이고 y 절편이 k 인 직선이다.



(i) 직선 $y=x+k$ 가 점 $(2, 0)$ 을 지날 때

$$0=2+k \quad \therefore k=-2$$

(ii) $y=\sqrt{2x-4}$ 의 그래프와 직선 $y=x+k$ 가 접할 때

$\sqrt{2x-4}=x+k$ 의 양변을 제곱하면

$$2x-4=x^2+2kx+k^2$$

$$\therefore x^2+2(k-1)x+k^2+4=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 $D=0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4}=(k-1)^2-(k^2+4)=0$$

$$-2k-3=0 \quad \therefore k=-\frac{3}{2}$$

(i), (ii)에 의하여 구하는 실수 k 의 값의 범위는 $-2 \leq k < -\frac{3}{2}$

055 답 ①

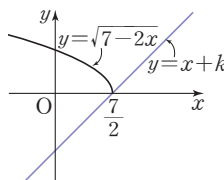
$y=\sqrt{7-2x}=\sqrt{-2(x-\frac{7}{2})}$ 이므로 주어진 함수의 그래프는 $y=\sqrt{-2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{7}{2}$ 만큼 평행이동한 것이고, $y=x+k$ 는 기울기가 1이고 y 절편이 k 인 직선이다.

직선 $y=x+k$ 가 점 $(\frac{7}{2}, 0)$ 을 지날 때

$$0=\frac{7}{2}+k \quad \therefore k=-\frac{7}{2}$$

따라서 $y=\sqrt{7-2x}$ 의 그래프와 직선 $y=x+k$ 가 만나지 않으려면

$k < -\frac{7}{2}$ 이어야 하므로 실수 k 의 값이 될 수 있는 것은 ①이다.

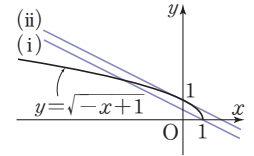


056 답 $k < \frac{1}{2}$ 또는 $k=1$

$n(A \cap B)=1$ 이라면 $y=\sqrt{-x+1}$ 의 그래프와 직선 $y=-\frac{1}{2}x+k$ 가 한 점에서 만나야 한다.

$y=\sqrt{-x+1}=\sqrt{-(x-1)}$ 이므로

$y=\sqrt{-x+1}$ 의 그래프는 $y=\sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이고, 직선 $y=-\frac{1}{2}x+k$ 는 기



울기가 $-\frac{1}{2}$ 이고 y 절편이 k 이다.

(i) 직선 $y=-\frac{1}{2}x+k$ 가 점 $(1, 0)$ 을 지날 때

$$0=-\frac{1}{2}+k \quad \therefore k=\frac{1}{2}$$

(ii) $y=\sqrt{-x+1}$ 의 그래프와 직선 $y=-\frac{1}{2}x+k$ 가 접할 때

$\sqrt{-x+1}=-\frac{1}{2}x+k$ 의 양변을 제곱하면

$$-x+1=\frac{1}{4}x^2-kx+k^2$$

$$\therefore x^2-4(k-1)x+4k^2-4=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 $D=0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4}=\{-2(k-1)\}^2-(4k^2-4)=0$$

$$-8k+8=0 \quad \therefore k=1$$

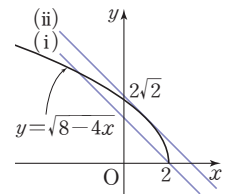
(i), (ii)에 의하여 구하는 실수 k 의 값의 범위는

$k < \frac{1}{2}$ 또는 $k=1$

057 답 4

$y=\sqrt{8-4x}=\sqrt{-4(x-2)}$ 이므로

$y=\sqrt{8-4x}$ 의 그래프는 $y=\sqrt{-4x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이고, 직선 $y=-x+k$ 는 기울기가 -1 이고 y 절편이 k 이다.



(i) 직선 $y=-x+k$ 가 점 $(2, 0)$ 을 지날 때

$$0=-2+k \quad \therefore k=2$$

(ii) $y=\sqrt{8-4x}$ 의 그래프와 직선 $y=-x+k$ 가 접할 때

$\sqrt{8-4x}=-x+k$ 의 양변을 제곱하면

$$8-4x=x^2-2kx+k^2$$

$$\therefore x^2-2(k-2)x+k^2-8=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 $D=0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4}=\{-(k-2)\}^2-(k^2-8)=0$$

$$-4k+12=0 \quad \therefore k=3$$

(i), (ii)에 의하여

$$f(k)=\begin{cases} 0 & (k>3) \\ 1 & (k=3 \text{ 또는 } k<2) \\ 2 & (2 \leq k<3) \end{cases}$$

$$\therefore f\left(\frac{1}{2}\right)+f(2)+f(3)+f\left(\frac{7}{2}\right)=1+2+1+0=4$$

058 ② $\frac{1}{2}$

직선 OA와 평행하고 $y=\sqrt{2x}$ 의 그래프에 접하는 직선의 접점이 P일 때 삼각형 OAP의 넓이는 최대이다.

직선 OA의 방정식은 $y=x$ 이므로 직선 OA와 평행한 접선의 방정식을 $y=x+k$ (k 는 실수)라 하면

$$\sqrt{2x}=x+k$$

양변을 제곱하면 $2x=x^2+2kx+k^2$

$$\therefore x^2+2(k-1)x+k^2=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 $D=0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4}=(k-1)^2-k^2=0, -2k+1=0 \quad \therefore k=\frac{1}{2}$$

두 직선 $y=x, y=x+\frac{1}{2}$ 사이의 거리는 직선 $y=x$ 위의 점 $(0, 0)$

과 직선 $2x-2y+1=0$ 사이의 거리와 같으므로

$$\frac{|1|}{\sqrt{2^2+(-2)^2}}=\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$$

이때 $OA=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$ 이므로 삼각형 OAP의 넓이의 최댓값은

$$\frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{1}{2}$$

059 ② $\frac{1}{4}$

두 점 $P(a, b), Q(c, d)$ 가 $y=\sqrt{x}$ 의 그래프 위의 점이므로

$$b=\sqrt{a}, d=\sqrt{c}$$

$$\frac{b+d}{2}=2 \text{ 이므로 } \frac{\sqrt{a}+\sqrt{c}}{2}=2 \quad \therefore \sqrt{a}+\sqrt{c}=4$$

따라서 직선 PQ의 기울기는

$$\frac{d-b}{c-a}=\frac{\sqrt{c}-\sqrt{a}}{c-a}=\frac{\sqrt{c}-\sqrt{a}}{(\sqrt{c}+\sqrt{a})(\sqrt{c}-\sqrt{a})}=\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{c}}=\frac{1}{4}$$

060 ② ①

$$y=\frac{x+3}{x-1}=\frac{(x-1)+4}{x-1}=\frac{4}{x-1}+1 \text{ 이므로 } y=\frac{x+3}{x-1} \text{의 그래프는}$$

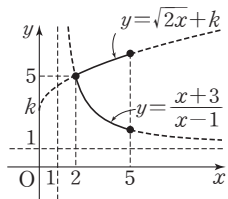
$y=\frac{4}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

$2 \leq x \leq 5$ 에서 $y=\frac{x+3}{x-1}$ 의 그래프는 오

른쪽 그림과 같으므로 $y=\sqrt{2x}+k$ 의 그래프가 점 $(2, 5)$ 를 지날 때 k 의 값은 최대이다.

따라서 k 의 최댓값은

$$5=\sqrt{2 \times 2}+k \quad \therefore k=3$$



061 ② 4

두 함수 $y=\sqrt{x+1}, y=\sqrt{x}$ 의 그래프가 직선 $x=k$ 와 만나는 점은 각각 $P_k(k, \sqrt{k+1}), Q_k(k, \sqrt{k})$

$$\therefore P_k Q_k = \sqrt{k+1} - \sqrt{k}$$

$$\therefore P_1 Q_1 + P_2 Q_2 + P_3 Q_3 + \dots + P_{49} Q_{49}$$

$$=(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{4}-\sqrt{3})$$

$$+\dots+(\sqrt{49}-\sqrt{48})+(\sqrt{50}-\sqrt{49})$$

$$=-1+\sqrt{50}=-1+5\sqrt{2}$$

따라서 $a=-1, b=5\sqrt{2}$ 이므로 $a+b=4$

062 ② $f^{-1}(x)=x^2+2x+4 (x \geq -1)$

함수 $y=f(x)$ 의 치역이 $\{y|y \geq -1\}$ 이므로 그 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 정의역은 $\{x|x \geq -1\}$ 이다.

$$y=\sqrt{x-3}-1 \text{ 이라 하면 } y+1=\sqrt{x-3}$$

$$\text{양변을 제곱하면 } y^2+2y+1=x-3$$

$$\therefore x=y^2+2y+4$$

$$x \text{와 } y \text{를 서로 바꾸면 } y=x^2+2x+4$$

$$\therefore f^{-1}(x)=x^2+2x+4 (x \geq -1)$$

063 ② ⑤

$f(x)=\sqrt{ax+b}$ 의 그래프가 점 $(2, 3)$ 을 지나므로

$$3=\sqrt{2a+b}$$

$$\therefore 2a+b=9 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

또 역함수의 그래프가 점 $(2, 3)$ 을 지나므로 $f(x)=\sqrt{ax+b}$ 의 그래프는 점 $(3, 2)$ 를 지난다.

$$\text{즉, } 2=\sqrt{3a+b} \text{ 이므로}$$

$$3a+b=4 \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{8} \text{을 연립하여 풀면 } a=-5, b=19$$

$$\therefore a+b=14$$

064 ② ①

함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프는 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이므로 두 그래프의 교점은 $y=\sqrt{x-2}+2$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 의 교점과 같다.

$$\sqrt{x-2}+2=x \text{에서 } \sqrt{x-2}=x-2$$

$$\text{양변을 제곱하면 } x-2=x^2-4x+4$$

$$x^2-5x+6=0, (x-2)(x-3)=0$$

$$\therefore x=2 \text{ 또는 } x=3$$

따라서 두 교점의 좌표는 $(2, 2), (3, 3)$ 이므로 두 점 사이의 거리는

$$\sqrt{(3-2)^2+(3-2)^2}=\sqrt{2}$$

065 ② ④

함수 $f(x)=\sqrt{x}+2$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프는 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이므로 두 그래프의 교점은 $y=\sqrt{x}+2$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 의 교점과 같다.

$$\sqrt{x}+2=x \text{에서 } \sqrt{x}=x-2$$

$$\text{양변을 제곱하면 } x=x^2-4x+4$$

$$x^2-5x+4=0, (x-1)(x-4)=0$$

$$\therefore x=1 \text{ 또는 } x=4$$

그런데 역함수의 정의역이 $\{x|x \geq 2\}$ 이므로 $x=4$

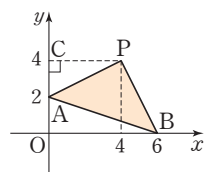
따라서 $P(4, 4)$ 이므로 $\triangle PAB$ 는 오른쪽 그림과 같다.

점 P에서 y 축에 내린 수선의 발을 C라 하면

$$\triangle PAB = \square COBP - \triangle PCA - \triangle AOB$$

$$= \left\{ \frac{1}{2} \times (4+6) \times 4 \right\} - \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 2 \right) - \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 2 \right)$$

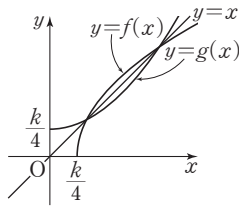
$$= 20 - 4 - 6 = 10$$



066 **답 4**

함수 $y=f(x)$ 의 치역이 $\{y|y \geq 0\}$ 이므로 그 역함수 $y=g(x)$ 의 정의역은 $\{x|x \geq 0\}$ 이다.

함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 그 역함수 $y=g(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이므로 두



함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프의 교점은 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 의 교점과 같다.

$\sqrt{4x-k}=x$ 에서 양변을 제곱하여 정리하면

$$x^2 - 4x + k = 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

두 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나려면 이차방정식 $\textcircled{1}$ 이 음이 아닌 서로 다른 두 실근을 가져야 하므로 이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$k \geq 0, \frac{D}{4} = (-2)^2 - k > 0$$

$$\therefore 0 \leq k < 4$$

따라서 정수 k 는 0, 1, 2, 3의 4개이다.

067 **답 $\frac{13}{2}$**

$$\begin{aligned} (f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(3) &= (f \circ f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(3) \\ &= (g^{-1} \circ f)(3) = g^{-1}(f(3)) \end{aligned}$$

$$\text{이때 } f(3) = \frac{3+1}{3-2} = 4 \text{이므로 } g^{-1}(f(3)) = g^{-1}(4)$$

$$g^{-1}(4) = k \text{라 하면 } g(k) = 4 \text{이므로 } \sqrt{2k+3} = 4$$

$$\text{양변을 제곱하면 } 2k+3=16 \quad \therefore k = \frac{13}{2}$$

$$\therefore (f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(3) = \frac{13}{2}$$

068 **답 $\frac{1}{2}$**

$(f \circ g)(x) = x$ 이므로 $g(x)$ 는 $f(x)$ 의 역함수이다.

$$g(3) = k \text{라 하면 } f(k) = 3 \text{이므로 } \sqrt{-2k+17} = 3$$

$$\text{양변을 제곱하면 } -2k+17=9 \quad \therefore k=4$$

$$g(4) = l \text{이라 하면 } f(l) = 4 \text{이므로 } \sqrt{-2l+17} = 4$$

$$\text{양변을 제곱하면 } -2l+17=16 \quad \therefore l = \frac{1}{2}$$

$$\therefore (g \circ g)(3) = g(g(3)) = g(4) = \frac{1}{2}$$

069 **답 ⑤**

$$(g \circ f)(a) = g(f(a)) = g\left(\frac{a}{a+1}\right) = \sqrt{\frac{a}{a+1}} \text{이므로 } \sqrt{\frac{a}{a+1}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{양변을 제곱하면 } \frac{a}{a+1} = \frac{1}{4}, 4a = a+1 \quad \therefore a = \frac{1}{3}$$

$$(f \circ g)^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) = k \text{라 하면 } (f \circ g)(k) = \frac{2}{3} \text{이므로}$$

$$(f \circ g)(k) = f(g(k)) = f(\sqrt{k}) = \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{k}+1} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{k}+1} = \frac{2}{3} \text{에서 } 3\sqrt{k} = 2\sqrt{k}+2, \sqrt{k}=2 \quad \therefore k=4$$

$$\therefore (f \circ g)^{-1}(2a) = (f \circ g)^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) = 4$$

070 **답 ⑤**

$$(f^{-1} \circ f^{-1} \circ f^{-1})(a) = f^{-1}(f^{-1}(f^{-1}(a))) = -6 \text{에서}$$

$$f(f(f(-6))) = a$$

$$-6 < 0 \text{이므로 } f(-6) = \sqrt{4-2 \times (-6)} = 4$$

$$4 \geq 0 \text{이므로 } f(4) = 2 - \sqrt{4} = 0$$

$$0 \geq 0 \text{이므로 } f(0) = 2 - \sqrt{0} = 2$$

$$\therefore a = f(f(f(-6))) = f(f(4)) = f(0) = 2$$

071 **답 ①**

$$-2x^2 - 7x + 4 \geq 0 \text{에서 } 2x^2 + 7x - 4 \leq 0$$

$$(x+4)(2x-1) \leq 0 \quad \therefore -4 \leq x \leq \frac{1}{2} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$4 - x^2 > 0 \text{에서 } x^2 - 4 < 0$$

$$(x+2)(x-2) < 0 \quad \therefore -2 < x < 2 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에 의하여 x 의 값의 범위는

$$-2 < x \leq \frac{1}{2}$$

따라서 정수 x 는 -1, 0의 2개이다.

072 **답 ③**

$$\sqrt{\{x(x-3)\}^2} = -x(x-3) \text{에서}$$

$$x(x-3) \leq 0 \quad \therefore 0 \leq x \leq 3$$

따라서 $x-4 < 0$, $x+1 > 0$ 이므로

$$\begin{aligned} \sqrt{(x-4)^2} + \sqrt{(x+1)^2} &= |x-4| + |x+1| \\ &= -(x-4) + x+1 \\ &= 5 \end{aligned}$$

073 **답 $2x+2$**

$$\begin{aligned} &\frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x}}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{x}}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x}} \\ &= \frac{(\sqrt{x+2} + \sqrt{x})^2 + (\sqrt{x+2} - \sqrt{x})^2}{(\sqrt{x+2} - \sqrt{x})(\sqrt{x+2} + \sqrt{x})} \\ &= \frac{(2x+2+2\sqrt{x^2+2x}) + (2x+2-2\sqrt{x^2+2x})}{x+2-x} \\ &= \frac{4x+4}{2} = 2x+2 \end{aligned}$$

074 **답 ②**

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}} - \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}} &= \frac{1-x-(1+x)}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{-2x}{\sqrt{1-x^2}} \\ &= \frac{-2 \times \frac{2\sqrt{2}}{3}}{\sqrt{1-\frac{8}{9}}} = \frac{-\frac{4\sqrt{2}}{3}}{\frac{1}{3}} = -4\sqrt{2} \end{aligned}$$

075 **답 ⑤**

$$x+y=2\sqrt{5}, x-y=2\sqrt{3}, xy=2 \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} x^3 - y^3 + 2x^2y - 2xy^2 &= (x-y)(x^2 + xy + y^2) + 2xy(x-y) \\ &= (x-y)(x^2 + 3xy + y^2) \\ &= (x-y)\{(x+y)^2 + xy\} \\ &= 2\sqrt{3} \times \{(2\sqrt{5})^2 + 2\} \\ &= 44\sqrt{3} \end{aligned}$$

076 [답] ③

$$x=2-\sqrt{3} \text{에서 } x-2=-\sqrt{3}$$

$$\text{양변을 제곱하면 } x^2-4x+4=3 \quad \therefore x^2-4x+1=0$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{2x+1}{x^3-3x^2-3x+2} &= \frac{2x+1}{x(x^2-4x+1)+(x^2-4x+1)+1} \\ &= \frac{2x+1}{2x+1} \\ &= 2(2-\sqrt{3})+1 \\ &= 5-2\sqrt{3} \end{aligned}$$

077 [답] -24

$y=\sqrt{3x-5}+2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y=\sqrt{3(x+1)}-5+2+2=\sqrt{3x-2}+4$$

$$\text{이 함수의 그래프를 다시 원점에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 } -y=\sqrt{-3x-2}+4 \quad \therefore y=-\sqrt{-3x-2}-4$$

$$\text{따라서 } a=-3, b=-2, c=-4 \text{이므로 } abc=-24$$

078 [답] -1

$$f(2)=4 \text{이므로}$$

$$4=\sqrt{8+k}+2, \sqrt{8+k}=2$$

$$8+k=4 \quad \therefore k=-4$$

$$\therefore f(x)=\sqrt{4x-4}+2=\sqrt{4(x-1)}+2$$

따라서 정의역은 $\{x|x \geq 1\}$ 이고, 치역은 $\{y|y \geq 2\}$ 이므로

$$a=1, b=2$$

$$\therefore k+a+b=-4+1+2=-1$$

079 [답] ①

주어진 그래프의 모양에서 $a > 0$

$$y=\frac{a}{x+b}+c \text{의 그래프의 점근선의 방정식은 } x=-b, y=c \text{이므로}$$

$$-b > 0, c < 0 \quad \therefore b < 0, c < 0$$

$y=\sqrt{ax+b}+c=\sqrt{a\left(x+\frac{b}{a}\right)}+c$ 이므로 $y=\sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프는 $y=\sqrt{ax}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{b}{a}$ 만큼, y 축의 방향으로 c 만큼 평행이동한 것이다.

이때 $a > 0, -\frac{b}{a} > 0, c < 0$ 이므로 $y=\sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프의 개형은 ①이다.

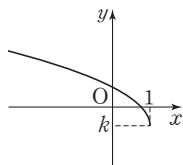
080 [답] ③

$y=\sqrt{-x+1}+k=\sqrt{-(x-1)}+k$ 이므로 주어진 함수의 그래프는 $y=\sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동한 것이다.

$y=\sqrt{-x+1}+k$ 의 그래프가 제3사분면을 지나지 않으려면 오른쪽 그림과 같이 $x=0$ 일 때 $y \geq 0$ 이어야 하므로

$$1+k \geq 0 \quad \therefore k \geq -1$$

따라서 정수 k 의 최솟값은 -1이다.



081 [답] ⑤

① $-3x+3 \geq 0$ 에서 $x \leq 1$ 이므로 정의역은 $\{x|x \leq 1\}$ 이다.

② 치역은 $\{y|y \geq -2\}$ 이다.

③ $y=\sqrt{-3x+3}-2=\sqrt{-3(x-1)}-2$ 이므로

로 이 함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

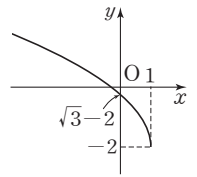
따라서 제1사분면을 지나지 않는다.

④ $y=\sqrt{-3x+3}-2$ 의 그래프는 $y=\sqrt{-3x}$

의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.

⑤ $y=-\sqrt{-3x+3}+2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.



082 [답] ②

주어진 그래프는 $y=\sqrt{ax} (a < 0)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이므로

$$y=\sqrt{a(x-1)}-2 \quad \dots\dots ①$$

①의 그래프가 점 $(-3, 0)$ 을 지나므로

$$0=\sqrt{-4a}-2, \sqrt{-4a}=2$$

$$\text{양변을 제곱하면 } -4a=4 \quad \therefore a=-1$$

①에 $a=-1$ 을 대입하면

$$y=\sqrt{-(x-1)}-2=\sqrt{-x+1}-2$$

따라서 $a=-1, b=1, c=-2$ 이므로

$$a+b+c=-2$$

083 [답] 4

$y=2\sqrt{x+2}+k$ 의 그래프는 $y=2\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2만큼, y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동한 것이다.

$2 \leq x \leq 7$ 에서 $y=2\sqrt{x+2}+k$ 의 그래프는

오른쪽 그림과 같고, $x=7$ 일 때 최댓값

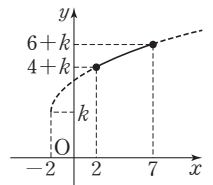
$$M=6+k, x=2 \text{일 때 최솟값 } m=4+k$$

이다.

이때 $M+m=18$ 이므로

$$(6+k)+(4+k)=18, 10+2k=18$$

$$2k=8 \quad \therefore k=4$$



084 [답] ③

$y=\sqrt{-x+2k}+2=\sqrt{-(x-2k)}+2$ 이므로 주어진 함수의 그래프는 $y=\sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $2k$ 만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

$k-7 \leq x \leq k+2$ 에서 $y=\sqrt{-x+2k}+2$

의 그래프는 오른쪽 그림과 같고,

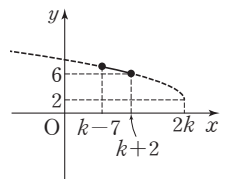
$x=k+2$ 일 때 최솟값이 6이므로

$$\sqrt{-(k+2)+2k}+2=6, \sqrt{k-2}=4$$

양변을 제곱하면

$$k-2=16 \quad \therefore k=18$$

따라서 $k-7 \leq x \leq k+2$, 즉 $11 \leq x \leq 20$ 에서 함수 $y=\sqrt{-x+36}+2$ 의 최댓값은 $x=11$ 일 때 $\sqrt{-11+36}+2=7$

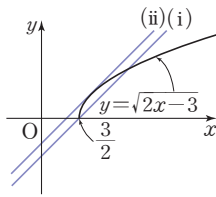


085 **답** $\frac{3}{2}$

$n(A \cap B) = 2$ 이라면 $y = \sqrt{2x-3}$ 의 그래프와 직선 $y = x+k$ 가 두 점에서 만나야 한다.

$$y = \sqrt{2x-3} = \sqrt{2\left(x - \frac{3}{2}\right)} \text{이므로}$$

$y = \sqrt{2x-3}$ 의 그래프는 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{3}{2}$ 만큼 평행이동한 것이고, 직선 $y = x+k$ 는 기울기가 1이고 y 절편이 k 이다.



(i) 직선 $y = x+k$ 가 점 $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ 을 지날 때

$$0 = \frac{3}{2} + k \quad \therefore k = -\frac{3}{2}$$

(ii) $y = \sqrt{2x-3}$ 의 그래프와 직선 $y = x+k$ 가 접할 때

$$\sqrt{2x-3} = x+k \text{의 양변을 제곱하면}$$

$$2x-3 = x^2 + 2kx + k^2$$

$$\therefore x^2 + 2(k-1)x + k^2 + 3 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 $D=0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - (k^2 + 3) = 0$$

$$-2k - 2 = 0 \quad \therefore k = -1$$

(i), (ii)에 의하여 구하는 실수 k 의 값의 범위는

$$-\frac{3}{2} \leq k < -1$$

따라서 $\alpha = -\frac{3}{2}$, $\beta = -1$ 이므로 $\alpha\beta = \frac{3}{2}$

086 **답** $\frac{13}{2}$

점 A의 좌표를 (a, b) 라 하면 직사각형 OBAC의 둘레의 길이는

$$2(a+b)$$

또 점 A는 $y = \sqrt{3-x}$ 의 그래프 위의 점 이므로

$$b = \sqrt{3-a}$$

양변을 제곱하면 $b^2 = 3-a$

$$\therefore a = 3 - b^2$$

이때 점 A는 제1사분면 위의 점이므로 $0 < b < \sqrt{3}$

$$\therefore a+b = (3-b^2) + b$$

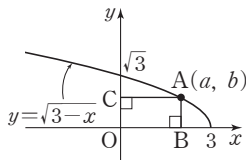
$$= -b^2 + b + 3$$

$$= -\left(b - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{13}{4}$$

즉, $b = \frac{1}{2}$ 일 때, $a+b$ 의 최댓값은 $\frac{13}{4}$ 이다.

따라서 직사각형 OBAC의 둘레의 길이의 최댓값은

$$2 \times \frac{13}{4} = \frac{13}{2}$$



087 **답** ①

$f(x) = \sqrt{ax+b}$ 의 그래프가 점 $(1, 4)$ 를 지나므로

$$4 = \sqrt{a+b} \quad \therefore a+b = 16 \quad \dots\dots ㉠$$

또 역함수의 그래프가 점 $(1, 4)$ 를 지나므로 $f(x) = \sqrt{ax+b}$ 의 그래프는 점 $(4, 1)$ 을 지난다.

즉, $1 = \sqrt{4a+b}$ 이므로

$$4a+b=1 \quad \dots\dots ㉡$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = -5$, $b = 21$

$$\therefore a-b = -26$$

088 **답** 5

$y = 2\sqrt{x} + 4$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = 2\sqrt{x-p} + 4$$

함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로 $y = f(x)$ 의 그래프와 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 접하면 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 도 접한다.

$$2\sqrt{x-p} + 4 = x \text{에서 } 2\sqrt{x-p} = x-4$$

양변을 제곱하면

$$4(x-p) = x^2 - 8x + 16$$

$$\therefore x^2 - 12x + 4p + 16 = 0$$

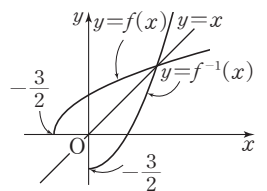
이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 $D=0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = (-6)^2 - (4p + 16) = 0$$

$$-4p + 20 = 0 \quad \therefore p = 5$$

089 **답** ③

함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로 두 함수 $y = f(x)$, $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점은 $y = \sqrt{2x+3}$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 의 교점과 같다.



$\sqrt{2x+3} = x$ 의 양변을 제곱하면

$$2x+3 = x^2, \quad x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x+1)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 3$$

그런데 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 정의역이 $\{x | x \geq 0\}$ 이므로 $x = 3$

따라서 교점의 좌표는 $(3, 3)$ 이므로 $a = 3$, $b = 3$

$$\therefore a+b = 6$$

090 **답** $\frac{5}{2}$

$$f(5) = \frac{5+3}{5-1} = 2 \text{이므로}$$

$$(g^{-1} \circ f)(5) = g^{-1}(f(5)) = g^{-1}(2)$$

$$g^{-1}(2) = k \text{라 하면 } g(k) = 2 \text{에서}$$

$$\sqrt{2k-1} = 2$$

양변을 제곱하면

$$2k-1 = 4 \quad \therefore k = \frac{5}{2}$$

$$\therefore (g^{-1} \circ f)(5) = g^{-1}(2) = \frac{5}{2}$$

001 답 ⑤

두 주사위에서 나오는 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면

- (i) 눈의 수의 차가 3이 되는 경우는
 (1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 1), (5, 2), (6, 3)의 6가지
 (ii) 눈의 수의 차가 4가 되는 경우는
 (1, 5), (2, 6), (5, 1), (6, 2)의 4가지
 (i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는 $6+4=10$

002 답 ③

- (i) $x=1$ 일 때, $2y+z=12$ 이므로 순서쌍 (y, z) 는
 (1, 10), (2, 8), (3, 6), (4, 4), (5, 2)의 5개
 (ii) $x=2$ 일 때, $2y+z=9$ 이므로 순서쌍 (y, z) 는
 (1, 7), (2, 5), (3, 3), (4, 1)의 4개
 (iii) $x=3$ 일 때, $2y+z=6$ 이므로 순서쌍 (y, z) 는
 (1, 4), (2, 2)의 2개
 (iv) $x=4$ 일 때, $2y+z=3$ 이므로 순서쌍 (y, z) 는
 (1, 1)의 1개
 (i)~(iv)에 의하여 구하는 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는
 $5+4+2+1=12$

003 답 ②

십의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은 2, 4, 6, 8의 4개
 일의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은 1, 3, 5, 7, 9의 5개
 따라서 구하는 자연수의 개수는 $4 \times 5 = 20$

004 답 14

$63=3^2 \times 7$ 이므로 63의 양의 약수의 개수는
 $(2+1)(1+1)=6 \quad \therefore a=6$
 $135=3^3 \times 5$ 이므로 135의 양의 약수의 개수는
 $(3+1)(1+1)=8 \quad \therefore b=8$
 $\therefore a+b=14$

005 답 18

- (i) $A \rightarrow B \rightarrow C$ 로 가는 방법의 수는 $3 \times 4 = 12$
 (ii) $A \rightarrow D \rightarrow C$ 로 가는 방법의 수는 $2 \times 3 = 6$
 (i), (ii)에 의하여 구하는 방법의 수는 $12+6=18$

006 답 540

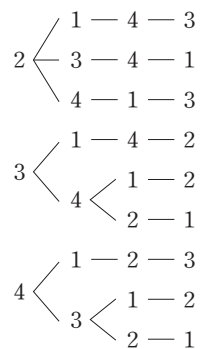
A에 칠할 수 있는 색은 5가지, B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 4가지, C에 칠할 수 있는 색은 A와 B에 칠한 색을 제외한 3가지, D에 칠할 수 있는 색은 A와 C에 칠한 색을 제외한 3가지, E에 칠할 수 있는 색은 A와 D에 칠한 색을 제외한 3가지
 이므로 구하는 방법의 수는
 $5 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 = 540$

007 답 49

- (i) 지불할 수 있는 방법의 수
 100원짜리 동전으로 지불할 수 있는 방법은
 0개, 1개의 2가지
 50원짜리 동전으로 지불할 수 있는 방법은
 0개, 1개, 2개, 3개, 4개의 5가지
 10원짜리 동전으로 지불할 수 있는 방법은
 0개, 1개, 2개의 3가지
 이때 0원을 지불하는 경우를 제외해야 하므로 지불할 수 있는 방법의 수는
 $2 \times 5 \times 3 - 1 = 29$
 $\therefore a=29$
 (ii) 지불할 수 있는 금액의 수
 50원짜리 동전 2개로 지불할 수 있는 금액과 100원짜리 동전 1개로 지불할 수 있는 금액이 같으므로 100원짜리 동전 1개를 50원짜리 동전 2개로 바꾸면 지불할 수 있는 금액의 수는 50원짜리 동전 6개, 10원짜리 동전 2개로 지불할 수 있는 금액의 수와 같다.
 50원짜리 동전으로 지불할 수 있는 금액은
 0원, 50원, 100원, ..., 300원의 7가지
 10원짜리 동전으로 지불할 수 있는 금액은
 0원, 10원, 20원의 3가지
 이때 0원을 지불하는 경우를 제외해야 하므로 지불할 수 있는 금액의 수는
 $7 \times 3 - 1 = 20$
 $\therefore b=20$
 (i), (ii)에 의하여 $a+b=49$

008 답 9

$a_k \neq k (k=1, 2, 3, 4)$ 를 만족시키는 경우 $a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4$ 를 수형도로 나타내면 오른쪽과 같다.
 따라서 구하는 자연수의 개수는 9이다.



009 답 ②

두 주사위에서 나오는 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면

- (i) 눈의 수의 합이 5가 되는 경우는
 (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)의 4가지
 (ii) 눈의 수의 합이 10이 되는 경우는
 (4, 6), (5, 5), (6, 4)의 3가지
 (i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는
 $4+3=7$

010 답 7

- (i) 뽑힌 카드에 적힌 수가 7의 배수인 경우는
7, 14, 21, 28의 4가지
(ii) 뽑힌 카드에 적힌 수가 8의 배수인 경우는
8, 16, 24의 3가지
(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는
 $4+3=7$

011 답 9

- 꺼낸 공에 적힌 세 수를 순서쌍으로 나타내면
(i) 세 수의 곱이 4가 되는 경우는
(1, 1, 4), (1, 4, 1), (4, 1, 1), (1, 2, 2), (2, 1, 2), (2, 2, 1)
의 6가지
(ii) 세 수의 곱이 5가 되는 경우는
(1, 1, 5), (1, 5, 1), (5, 1, 1)의 3가지
(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는
 $6+3=9$

012 답 ④

- 1부터 100까지의 자연수 중에서
(i) 5로 나누어떨어지는 수, 즉 5의 배수는 20개
(ii) 7로 나누어떨어지는 수, 즉 7의 배수는 14개
(iii) 5와 7로 나누어떨어지는 수, 즉 35의 배수는 2개
(i), (ii), (iii)에 의하여 5 또는 7로 나누어떨어지는 자연수의 개수는
 $20+14-2=32$
따라서 5와 7로 모두 나누어떨어지지 않는 자연수의 개수는
 $100-32=68$

013 답 16

- (i) $y=1$ 일 때, $x+z=8$ 이므로 순서쌍 (x, z) 는
(1, 7), (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2), (7, 1)의 7개
(ii) $y=2$ 일 때, $x+z=6$ 이므로 순서쌍 (x, z) 는
(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)의 5개
(iii) $y=3$ 일 때, $x+z=4$ 이므로 순서쌍 (x, z) 는
(1, 3), (2, 2), (3, 1)의 3개
(iv) $y=4$ 일 때, $x+z=2$ 이므로 순서쌍 (x, z) 는
(1, 1)의 1개
(i)~(iv)에 의하여 구하는 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는
 $7+5+3+1=16$

014 답 ②

- x, y 가 자연수이므로 $x+3y$ 가 될 수 있는 값은 4, 5, 6, 7이다.
(i) $x+3y=4$ 일 때, 순서쌍 (x, y) 는 (1, 1)의 1개
(ii) $x+3y=5$ 일 때, 순서쌍 (x, y) 는 (2, 1)의 1개
(iii) $x+3y=6$ 일 때, 순서쌍 (x, y) 는 (3, 1)의 1개
(iv) $x+3y=7$ 일 때, 순서쌍 (x, y) 는 (4, 1), (1, 2)의 2개
(i)~(iv)에 의하여 구하는 순서쌍 (x, y) 의 개수는
 $1+1+1+2=5$

다른 풀이 (i) $y=1$ 일 때

$$x+3 \leq 7, \text{ 즉 } x \leq 4 \text{ 이므로 순서쌍 } (x, y) \text{ 는} \\ (1, 1), (2, 1), (3, 1), (4, 1) \text{ 의 4개}$$

(ii) $y=2$ 일 때

$$x+6 \leq 7, \text{ 즉 } x \leq 1 \text{ 이므로 순서쌍 } (x, y) \text{ 는} \\ (1, 2) \text{ 의 1개}$$

- (i), (ii)에 의하여 구하는 순서쌍 (x, y) 의 개수는
 $4+1=5$

015 답 10

200원, 500원, 1000원짜리 볼펜을 각각 x 자루, y 자루, z 자루 산다고 하면 그 금액의 합이 3000원이므로

$$200x+500y+1000z=3000$$

$$\therefore 2x+5y+10z=30 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

따라서 구하는 방법의 수는 방정식 ①을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z 의 순서쌍 (x, y, z) 의 개수와 같다.

- (i) $z=0$ 일 때, $2x+5y=30$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는

$$(15, 0), (10, 2), (5, 4), (0, 6) \text{ 의 4개}$$

- (ii) $z=1$ 일 때, $2x+5y=20$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는

$$(10, 0), (5, 2), (0, 4) \text{ 의 3개}$$

- (iii) $z=2$ 일 때, $2x+5y=10$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는

$$(5, 0), (0, 2) \text{ 의 2개}$$

- (iv) $z=3$ 일 때, $2x+5y=0$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는

$$(0, 0) \text{ 의 1개}$$

- (i)~(iv)에 의하여 구하는 방법의 수는

$$4+3+2+1=10$$

016 답 4

원 $(x-a)^2+(y-b)^2=1$ 의 중심의 좌표는 (a, b) 이고 반지름의 길이는 1이므로 이 원과 직선 $3x+4y-8=0$ 이 만나려면

$$\frac{|3a+4b-8|}{\sqrt{3^2+4^2}} \leq 1, \frac{|3a+4b-8|}{5} \leq 1$$

$$|3a+4b-8| \leq 5, -5 \leq 3a+4b-8 \leq 5$$

$$\therefore 3 \leq 3a+4b \leq 13 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

이때 a, b 가 6 이하의 자연수이므로

$$1 \leq a \leq 6, 1 \leq b \leq 6$$

- (i) $b=1$ 일 때

$$\textcircled{1} \text{에서 } 3 \leq 3a+4 \leq 13, -1 \leq 3a \leq 9$$

$$\therefore -\frac{1}{3} \leq a \leq 3$$

즉, 순서쌍 (a, b) 는 (1, 1), (2, 1), (3, 1)의 3개

- (ii) $b=2$ 일 때

$$\textcircled{1} \text{에서 } 3 \leq 3a+8 \leq 13, -5 \leq 3a \leq 5$$

$$\therefore -\frac{5}{3} \leq a \leq \frac{5}{3}$$

즉, 순서쌍 (a, b) 는 (1, 2)의 1개

- (i), (ii)에 의하여 구하는 순서쌍 (a, b) 의 개수는

$$3+1=4$$

017 **답 ⑤**

백의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은 2, 4, 6, 8의 4개
 십의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은 1, 3, 5, 7, 9의 5개
 일의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은 2, 3, 5, 7의 4개
 따라서 구하는 자연수의 개수는 $4 \times 5 \times 4 = 80$

018 **답 15**

a 의 값이 될 수 있는 것은 1, 2, 3의 3개
 b 의 값이 될 수 있는 것은 2, 4, 6, 8, 10의 5개
 따라서 순서쌍 (a, b) 의 개수는 $3 \times 5 = 15$ 이므로
 $n(C) = 15$

019 **답 ①**

$(a+b)(x+y+z)$ 에서 a, b 에 곱해지는 항이 각각 x, y, z 의 3개
 이므로 구하는 항의 개수는
 $2 \times 3 = 6$

020 **답 ③**

눈의 수의 곱이 짝수인 경우의 수는 전체 경우의 수에서 눈의 수의
 곱이 홀수인 경우의 수를 뺀 것과 같다.
 서로 다른 세 개의 주사위를 동시에 던질 때 일어나는 경우의 수는
 $6 \times 6 \times 6 = 216$
 눈의 수의 곱이 홀수가 되는 경우의 수는 세 눈이 모두 홀수인 경
 우의 수와 같으므로
 $3 \times 3 \times 3 = 27$
 따라서 구하는 경우의 수는 $216 - 27 = 189$

021 **답 4**

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로 60의 양의 약수의 개수는
 $(2+1)(1+1)(1+1) = 12$ $\therefore a = 12$
 $168 = 2^3 \times 3 \times 7$ 이므로 168의 양의 약수의 개수는
 $(3+1)(1+1)(1+1) = 16$ $\therefore b = 16$
 $\therefore b - a = 4$

022 **답 ③**

- ① $2^3 \times 3$ 의 양의 약수의 개수는 $(3+1)(1+1) = 8$
- ② $2^3 \times 5$ 의 양의 약수의 개수는 $(3+1)(1+1) = 8$
- ③ $2^3 \times 6 = 2^4 \times 3$ 의 양의 약수의 개수는 $(4+1)(1+1) = 10$
- ④ $2^3 \times 7$ 의 양의 약수의 개수는 $(3+1)(1+1) = 8$
- ⑤ $2^3 \times 16 = 2^7$ 의 양의 약수의 개수는 $7+1 = 8$

023 **답 12**

$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$ 과 $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3 \times 5$
 따라서 300과 360의 양의 공약수의 개수는 $2^2 \times 3 \times 5$ 의 양의 약수
 의 개수와 같으므로
 $(2+1)(1+1)(1+1) = 12$

024 **답 ④**

$700 = 2^2 \times 5^2 \times 7$
 짝수는 2를 소인수로 가지므로 700의 양의 약수 중 짝수의 개수는
 $2 \times 5^2 \times 7$ 의 양의 약수의 개수와 같다.
 $\therefore a = (1+1)(2+1)(1+1) = 12$
 5의 배수는 5를 소인수로 가지므로 700의 양의 약수 중 5의 배수의
 개수는 $2^2 \times 5 \times 7$ 의 양의 약수의 개수와 같다.
 $\therefore b = (2+1)(1+1)(1+1) = 12$
 $\therefore a + b = 24$

025 **답 10**

- (i) $A \rightarrow B \rightarrow C$ 로 가는 방법의 수는 $3 \times 2 = 6$
 - (ii) $A \rightarrow C$ 로 가는 방법의 수는 2
 - (iii) $A \rightarrow D \rightarrow C$ 로 가는 방법의 수는 $1 \times 2 = 2$
- (i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 방법의 수는
 $6 + 2 + 2 = 10$

026 **답 48**

- (i) 집 $\rightarrow$ 문구점 $\rightarrow$ 편의점 $\rightarrow$ 집으로 가는 방법의 수는
 $4 \times 2 \times 3 = 24$
 - (ii) 집 $\rightarrow$ 편의점 $\rightarrow$ 문구점 $\rightarrow$ 집으로 가는 방법의 수는
 $3 \times 2 \times 4 = 24$
- (i), (ii)에 의하여 구하는 방법의 수는
 $24 + 24 = 48$

027 **답 30**

- (i) $A \rightarrow B \rightarrow C$ 로 가는 방법의 수는 $2 \times 3 = 6$
 - (ii) $A \rightarrow D \rightarrow C$ 로 가는 방법의 수는 $2 \times 2 = 4$
 - (iii) $A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow C$ 로 가는 방법의 수는 $2 \times 2 \times 2 = 8$
 - (iv) $A \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow C$ 로 가는 방법의 수는 $2 \times 2 \times 3 = 12$
- (i)~(iv)에 의하여 구하는 방법의 수는
 $6 + 4 + 8 + 12 = 30$

028 **답 4**

B지점과 D지점을 연결하는 x 개의 도로를 추가한다고 하면
 (i) $A \rightarrow B \rightarrow C$ 로 가는 방법의 수는 $2 \times 1 = 2$
 (ii) $A \rightarrow D \rightarrow C$ 로 가는 방법의 수는 $3 \times 2 = 6$
 (iii) $A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow C$ 로 가는 방법의 수는 $2 \times x \times 2 = 4x$
 (iv) $A \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow C$ 로 가는 방법의 수는 $3 \times x \times 1 = 3x$
 (i)~(iv)에 의하여 A지점에서 출발하여 C지점으로 가는 방법의
 수는
 $2 + 6 + 4x + 3x = 7x + 8$
 $7x + 8 = 36$ 에서 $7x = 28$
 $\therefore x = 4$
 따라서 추가해야 하는 도로의 개수는 4이다.

029 답 48

A에 칠할 수 있는 색은 4가지, B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지, C에 칠할 수 있는 색은 A와 B에 칠한 색을 제외한 2가지, D에 칠할 수 있는 색은 A와 C에 칠한 색을 제외한 2가지이므로 구하는 방법의 수는

$$4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$$

030 답 ②

A에 칠할 수 있는 색은 4가지, B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지, C에 칠할 수 있는 색은 A와 B에 칠한 색을 제외한 2가지이므로 구하는 방법의 수는

$$4 \times 3 \times 2 = 24$$

031 답 84

(i) A와 C에 같은 색을 칠하는 경우

A에 칠할 수 있는 색은 4가지, B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지, C에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색과 같은 색이므로 1가지, D에 칠할 수 있는 색은 A(C)에 칠한 색을 제외한 3가지이므로 칠하는 방법의 수는

$$4 \times 3 \times 1 \times 3 = 36$$

(ii) A와 C에 다른 색을 칠하는 경우

A에 칠할 수 있는 색은 4가지, B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지, C에 칠할 수 있는 색은 A와 B에 칠한 색을 제외한 2가지, D에 칠할 수 있는 색은 A와 C에 칠한 색을 제외한 2가지이므로 칠하는 방법의 수는

$$4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$$

(i), (ii)에 의하여 구하는 방법의 수는 $36 + 48 = 84$

032 답 420

A, B, C, D, E의 순서로 칠할 때, A에 칠할 수 있는 색은 5가지, B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 4가지, C에 칠할 수 있는 색은 A와 B에 칠한 색을 제외한 3가지이다.

(i) B와 D에 같은 색을 칠하는 경우

D에 칠할 수 있는 색은 B에 칠한 색과 같은 색이므로 1가지, E에 칠할 수 있는 색은 A와 B(D)에 칠한 색을 제외한 3가지이므로 칠하는 방법의 수는

$$5 \times 4 \times 3 \times 1 \times 3 = 180$$

(ii) B와 D에 다른 색을 칠하는 경우

D에 칠할 수 있는 색은 A, B, C에 칠한 색을 제외한 2가지, E에 칠할 수 있는 색은 A, B, D에 칠한 색을 제외한 2가지이므로 칠하는 방법의 수는

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 2 = 240$$

(i), (ii)에 의하여 구하는 방법의 수는 $180 + 240 = 420$

033 답 98

(i) 지불할 수 있는 방법의 수

100원짜리 동전으로 지불할 수 있는 방법은
0개, 1개, 2개의 3가지

50원짜리 동전으로 지불할 수 있는 방법은

0개, 1개, 2개, 3개의 4가지

10원짜리 동전으로 지불할 수 있는 방법은

0개, 1개, 2개, 3개, 4개의 5가지

이때 0원을 지불하는 경우를 제외해야 하므로 지불할 수 있는 방법의 수는

$$3 \times 4 \times 5 - 1 = 59$$

$$\therefore a = 59$$

(ii) 지불할 수 있는 금액의 수

50원짜리 동전 2개로 지불할 수 있는 금액과 100원짜리 동전 1개로 지불할 수 있는 금액이 같으므로 100원짜리 동전 1개를 50원짜리 동전 2개로 바꾸면 지불할 수 있는 금액의 수는 50원짜리 동전 7개, 10원짜리 동전 4개로 지불할 수 있는 금액의 수와 같다.

50원짜리 동전으로 지불할 수 있는 금액은

0원, 50원, 100원, ..., 350원의 8가지

10원짜리 동전으로 지불할 수 있는 금액은

0원, 10원, 20원, 30원, 40원의 5가지

이때 0원을 지불하는 경우를 제외해야 하므로 지불할 수 있는 금액의 수는

$$8 \times 5 - 1 = 39$$

$$\therefore b = 39$$

(i), (ii)에 의하여 $a + b = 98$

034 답 ⑤

500원짜리 동전으로 지불할 수 있는 방법은

0개, 1개, 2개, 3개의 4가지

100원짜리 동전으로 지불할 수 있는 방법은

0개, 1개, 2개의 3가지

50원짜리 동전으로 지불할 수 있는 방법은

0개, 1개, 2개, 3개의 4가지

10원짜리 동전으로 지불할 수 있는 방법은

0개, 1개의 2가지

이때 0원을 지불하는 경우를 제외해야 하므로 구하는 방법의 수는

$$4 \times 3 \times 4 \times 2 - 1 = 95$$

035 답 23

500원짜리 동전 2개로 지불할 수 있는 금액과 1000원짜리 지폐 1장으로 지불할 수 있는 금액이 같으므로 1000원짜리 지폐 1장을 500원짜리 동전 2개로 바꾸면 지불할 수 있는 금액의 수는 500원짜리 동전 5개, 100원짜리 동전 3개로 지불할 수 있는 금액의 수와 같다.

500원짜리 동전으로 지불할 수 있는 금액은

0원, 500원, 1000원, ..., 2500원의 6가지

100원짜리 동전으로 지불할 수 있는 금액은

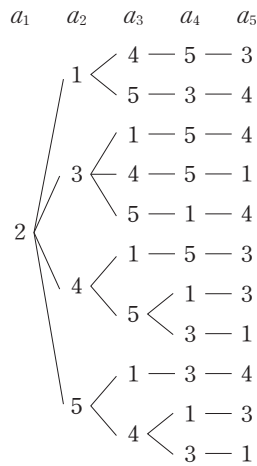
0원, 100원, 200원, 300원의 4가지

이때 0원을 지불하는 경우를 제외해야 하므로 구하는 금액의 수는

$$6 \times 4 - 1 = 23$$

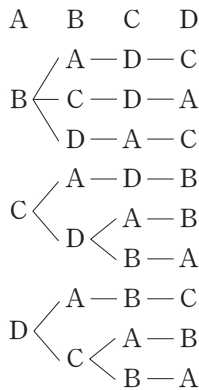
036 답 ④

$a_1=2$, $a_k \neq k$ ($k=3, 4, 5$)를 만족시키는 경우를 수형도로 나타내면 오른쪽과 같다.
따라서 구하는 자연수의 개수는 11이다.



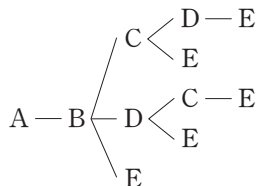
037 답 ⑤

4명의 학생을 A, B, C, D라 하고, 4명의 학생이 자기 자신의 보고서를 제외한 다른 학생의 보고서를 읽는 방법을 수형도로 나타내면 오른쪽과 같다.
따라서 구하는 방법의 수는 9이다.



038 답 15

꼭짓점 A에서 출발하여 가장 먼저 꼭짓점 B를 거쳐 꼭짓점 E에 도착하는 방법을 수형도로 나타내면 오른쪽과 같다.



같은 방법으로 꼭짓점 A에서 출발하여 가장 먼저 꼭짓점 C 또는 D를 거쳐 꼭짓점 E에 도착하는 방법도 각각 5가지이므로 구하는 방법의 수는
 $5 \times 3 = 15$

039 답 6

$2 \times {}_nP_2 + {}_{n+1}P_1 = 67$ 에서
 $2n(n-1) + (n+1) = 67$
 $2n^2 - n - 66 = 0$, $(2n+11)(n-6) = 0$
 $\therefore n = -\frac{11}{2}$ 또는 $n = 6$
그런데 ${}_nP_2$ 에서 $n \geq 2$ 이므로 $n = 6$

040 답 ①

구하는 방법의 수는 9명의 학생 중에서 2명을 택하여 일렬로 세우는 방법의 수와 같으므로
 ${}_9P_2 = 9 \times 8 = 72$

041 답 ②

찬호와 준형이를 한 사람으로 생각하여 3명을 일렬로 세우는 방법의 수는
 $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$
찬호와 준형이가 자리를 바꾸는 방법의 수는
 $2! = 2 \times 1 = 2$
따라서 구하는 방법의 수는 $6 \times 2 = 12$

042 답 ④

남자 3명을 일렬로 세우는 방법의 수는
 $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$
남자들 사이사이와 양 끝의 4개의 자리에 $\vee \text{남} \vee \text{남} \vee \text{남} \vee$
여자 2명을 세우는 방법의 수는
 ${}_4P_2 = 4 \times 3 = 12$
따라서 구하는 방법의 수는 $6 \times 12 = 72$

043 답 ⑤

선생님, 학생의 순서로 교대로 서는 방법의 수는
 $2! \times 2! = 2 \times 2 = 4$
학생, 선생님의 순서로 교대로 서는 방법의 수는
 $2! \times 2! = 2 \times 2 = 4$
따라서 구하는 방법의 수는 $4 + 4 = 8$

044 답 84

5개의 문자를 일렬로 나열하는 방법의 수는
 $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$
자음은 r, t, h의 3개이므로 양 끝에 모두 자음이 오도록 나열하는 방법의 수는
 ${}_3P_2 \times 3! = (3 \times 2) \times (3 \times 2 \times 1) = 36$
따라서 구하는 방법의 수는 $120 - 36 = 84$

045 답 ③

5의 배수이려면 일의 자리의 숫자가 0 또는 5이어야 한다.
(i) 일의 자리의 숫자가 0인 5의 배수의 개수
0을 제외한 6개의 숫자 중에서 3개를 택하여 일렬로 나열하는 방법의 수와 같으므로
 ${}_6P_3 = 6 \times 5 \times 4 = 120$
(ii) 일의 자리의 숫자가 5인 5의 배수의 개수
천의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 5를 제외한 5개
백의 자리와 십의 자리의 숫자를 택하는 방법의 수는 천의 자리와 일의 자리에 오는 숫자를 제외한 5개의 숫자 중에서 2개를 택하여 일렬로 나열하는 방법의 수와 같으므로
 ${}_5P_2 = 5 \times 4 = 20$
따라서 일의 자리의 숫자가 5인 5의 배수의 개수는
 $5 \times 20 = 100$
(i), (ii)에 의하여 구하는 5의 배수의 개수는
 $120 + 100 = 220$

046 답 79번째

a로 시작하는 것의 개수는 $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$
 m으로 시작하는 것의 개수는 $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$
 r로 시작하는 것의 개수는 $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$
 sa로 시작하는 것의 개수는 $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$
 그다음에 smart가 나타난다.
 즉, smart까지의 개수는
 $24 + 24 + 24 + 6 + 1 = 79$
 따라서 smart는 79번째에 나타난다.

047 답 18

$f(a) \neq a$ 이므로 $f(a)$ 의 값이 될 수 있는 것은 b, c, d 의 3개
 그 각각에 대하여 b, c, d 가 대응하는 경우의 수는
 $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$
 따라서 구하는 함수 f 의 개수는 $3 \times 6 = 18$

048 답 7

${}_nP_2 + 4 \times {}_nP_1 = 70$ 에서 $n(n-1) + 4n = 70$
 $n^2 + 3n - 70 = 0, (n+10)(n-7) = 0$
 $\therefore n = -10$ 또는 $n = 7$
 그런데 ${}_nP_2$ 에서 $n \geq 2$ 이므로 $n = 7$

049 답 ②

${}_6P_r \times 4! = 2880$ 의 양변을 $4! = 24$ 로 나누면
 ${}_6P_r = 120 = 6 \times 5 \times 4 \quad \therefore r = 3$

050 답 11

${}_nP_3 : {}_nP_2 = 9 : 1$ 에서 $9 \times {}_nP_2 = {}_nP_3$
 $9n(n-1) = n(n-1)(n-2)$
 ${}_nP_3$ 에서 $n \geq 3$ 이므로 양변을 $n(n-1)$ 로 나누면
 $9 = n-2 \quad \therefore n = 11$

051 답 ③

${}_{2n}P_3 = 60 \times {}_nP_2$ 에서
 $2n(2n-1)(2n-2) = 60n(n-1)$
 $4n(n-1)(2n-1) = 60n(n-1)$
 ${}_nP_2$ 에서 $n \geq 2$ 이므로 양변을 $4n(n-1)$ 로 나누면
 $2n-1 = 15 \quad \therefore n = 8$

052 답 ㉠ $(n-r)!$ ㉡ n ㉢ $n!$

$$\begin{aligned} {}_{n-1}P_r + r \times {}_{n-1}P_{r-1} &= \frac{(n-1)!}{(n-1-r)!} + r \times \frac{(n-1)!}{(r-1)(n-r)!} \\ &= \frac{(n-1)!(n-r)}{(n-r)!} + r \times \frac{(n-1)!}{(n-r)!} \\ &= \frac{(n-1)!}{(n-r)!} \times \{(n-r) + r\} \\ &= \frac{(n-1)!}{(n-r)!} \times \boxed{(n)} = \frac{\boxed{(n)} n!}{(n-r)!} = {}_nP_r \end{aligned}$$

053 답 ⑤

구하는 방법의 수는 10명의 회원 중에서 3명을 택하여 일렬로 세우는 방법의 수와 같으므로
 ${}_{10}P_3 = 720$

054 답 ⑤

구하는 방법의 수는 5명의 학생을 일렬로 세우는 방법의 수와 같으므로
 $5! = 120$

055 답 8

${}_nP_2 = 56$ 이므로
 $n(n-1) = 56 = 8 \times 7 \quad \therefore n = 8$

056 답 ③

F와 A를 한 문자로 생각하여 5개의 문자를 일렬로 나열하는 방법의 수는 $5! = 120$
 F와 A의 자리를 바꾸는 방법의 수는 $2! = 2$
 따라서 구하는 방법의 수는 $120 \times 2 = 240$

057 답 720

어린이 3명을 한 사람으로 생각하여 5명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $5! = 120$
 어린이 3명이 자리를 바꾸는 방법의 수는 $3! = 6$
 따라서 구하는 방법의 수는 $120 \times 6 = 720$

058 답 ③

1반 학생 4명을 한 사람, 2반 학생 2명을 한 사람, 3반 학생 3명을 한 사람으로 생각하여 3명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $3! = 6$
 1반 학생들끼리 자리를 바꾸는 방법의 수는 $4! = 24$
 2반 학생들끼리 자리를 바꾸는 방법의 수는 $2! = 2$
 3반 학생들끼리 자리를 바꾸는 방법의 수는 $3! = 6$
 따라서 구하는 방법의 수는 $6 \times 24 \times 2 \times 6 = 1728$

059 답 3

시집 3권을 한 권으로 생각하여 $(n+1)$ 권을 일렬로 꽂는 방법의 수는 $(n+1)!$
 시집 3권의 자리를 바꾸는 방법의 수는 $3! = 6$
 이때 시집끼리 이웃하게 꽂는 방법의 수가 144이므로
 $(n+1)! \times 6 = 144, (n+1)! = 24 = 4!$
 따라서 $n+1 = 4$ 이므로 $n = 3$

060 답 ④

남학생 4명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $4! = 24$
 남학생 사이사이와 양 끝의 5개의 자 $\bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc$
 리에 여학생 3명을 세우는 방법의 수
 는 ${}_5P_3 = 60$
 따라서 구하는 방법의 수는 $24 \times 60 = 1440$

061 **답 480**

자음인 b, s, k, t 4개를 일렬로 나열하는 방법의 수는 $4! = 24$
 자음 사이사이와 양 끝의 5개의 자리 $\vee \textcircled{\text{자}} \vee \textcircled{\text{자}} \vee \textcircled{\text{자}} \vee \textcircled{\text{자}} \vee$
 에 모음인 a, e 2개를 나열하는 방법
 의 수는 ${}_5P_2 = 20$
 따라서 구하는 방법의 수는 $24 \times 20 = 480$

062 **답 144**

1과 2를 한 숫자로 생각하여 3개의 숫자를 일렬로 나열하는 방법
 의 수는 $3! = 6$
 1과 2의 자리를 바꾸는 방법의 수는 $2! = 2$
 3개의 숫자 사이사이와 양 끝의 4개의 $\vee \textcircled{1, 2} \vee \textcircled{3} \vee \textcircled{4} \vee$
 자리에 5, 6을 나열하는 방법의 수는
 ${}_4P_2 = 12$
 따라서 구하는 방법의 수는 $6 \times 2 \times 12 = 144$

063 **답 ④**

6개의 의자 중에서 의자 3개에만 학생이 앉으므로 빈 의자는 3개
 이다.
 빈 의자 사이사이와 양 끝의 4개의 자리에 $\vee \textcircled{\text{빈}} \vee \textcircled{\text{빈}} \vee \textcircled{\text{빈}} \vee$
 학생이 앉은 의자 3개를 놓으면 되므로 구
 하는 방법의 수는 ${}_4P_3 = 24$

064 **답 ⑤**

선생님, 유치원생의 순서로 교대로 서는 방법의 수는
 $3! \times 3! = 6 \times 6 = 36$
 유치원생, 선생님의 순서로 교대로 서는 방법의 수는
 $3! \times 3! = 6 \times 6 = 36$
 따라서 구하는 방법의 수는
 $36 + 36 = 72$

065 **답 ①**

구하는 방법의 수는 준형이를 제외한 3명의 학생을 일렬로 세우는
 방법의 수와 같으므로
 $3! = 6$

066 **답 ④**

자음은 h, s, n, g의 4개이고 모음은 o, u, i의 3개이므로 자음 4
 개를 일렬로 나열하고 그 사이사이에 모음 3개를 나열하면 된다.
 따라서 구하는 방법의 수는
 $4! \times 3! = 24 \times 6 = 144$

067 **답 ②**

승하, 선생님, 은서를 한 사람으로 생각하여 3명을 일렬로 세우는
 방법의 수는 $3! = 6$
 승하와 은서가 자리를 바꾸는 방법의 수는 $2! = 2$
 따라서 구하는 방법의 수는
 $6 \times 2 = 12$

068 **답 720**

여학생 3명 중 2명을 양 끝에 세우는 방법의 수는 ${}_3P_2 = 6$
 양 끝의 여학생 2명을 제외한 5명을 일렬로 세우는 방법의 수는
 $5! = 120$
 따라서 구하는 방법의 수는
 $6 \times 120 = 720$

069 **답 ⑤**

자음은 s, l의 2개이므로 1, 3, 5번째 자리 중 두 자리에 자음을
 나열하는 방법의 수는 ${}_3P_2 = 6$
 나머지 세 자리에 모음 3개를 나열하는 방법의 수는 $3! = 6$
 따라서 구하는 방법의 수는
 $6 \times 6 = 36$

070 **답 720**

C와 G 사이에 7개의 문자에서 C와 G를 제외한 5개의 문자 중 3
 개의 문자를 택하여 일렬로 나열하는 방법의 수는 ${}_5P_3 = 60$
 C와 G의 자리를 바꾸는 방법의 수는 $2! = 2$
 $C \square \square \square G$ 를 한 문자로 생각하여 문자 3개를 일렬로 나열하는 방
 법의 수는 $3! = 6$
 따라서 구하는 방법의 수는
 $60 \times 2 \times 6 = 720$

071 **답 432**

6개의 문자를 일렬로 나열하는 방법의 수는
 $6! = 720$
 자음은 f, r, n, d의 4개이므로 양 끝에 모두 자음이 오도록 나열
 하는 방법의 수는
 ${}_4P_2 \times 4! = 12 \times 24 = 288$
 따라서 구하는 방법의 수는
 $720 - 288 = 432$

072 **답 ①**

8명의 학생 중에서 대표 1명, 부대표 1명을 뽑는 방법의 수는
 ${}_8P_2 = 56$
 대표, 부대표 모두 남학생을 뽑는 방법의 수는
 ${}_3P_2 = 6$
 따라서 구하는 방법의 수는
 $56 - 6 = 50$

073 **답 ②**

5개의 문자를 일렬로 나열하는 방법의 수는 $5! = 120$
 A, C, E 중에서 어느 2개도 이웃하지 않도록 나열하는 방법의 수
 는 A, C, E를 일렬로 나열하고 그 사이사이에 B, D가 오도록 나
 열하는 방법의 수와 같으므로
 $3! \times 2! = 6 \times 2 = 12$
 따라서 구하는 방법의 수는
 $120 - 12 = 108$

074 답 3

7개의 알파벳을 일렬로 나열하는 방법의 수는 $7! = 5040$
 모음의 개수를 n 이라 하면 양 끝에 모두 모음이 오도록 나열하는
 방법의 수는

$${}_nP_2 \times 5! = 120 \times {}_nP_2$$

이때 적어도 한쪽 끝에 자음이 오도록 나열하는 방법의 수가 3600
 이므로

$$5040 - 120 \times {}_nP_2 = 3600, 120 \times {}_nP_2 = 1440 \quad \therefore {}_nP_2 = 12$$

$$\text{즉, } n(n-1) = 12 = 4 \times 3 \text{ 이므로 } n = 4$$

따라서 모음의 개수가 4이므로 자음의 개수는 $7 - 4 = 3$

075 답 156

짝수이려면 일의 자리의 숫자가 0 또는 2 또는 4이어야 한다.

(i) 일의 자리의 숫자가 0인 짝수의 개수

0을 제외한 5개의 숫자 중에서 3개를 택하여 일렬로 나열하는
 방법의 수와 같으므로

$${}_5P_3 = 60$$

(ii) 일의 자리의 숫자가 2인 짝수의 개수

천의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 2를 제외한 4개
 백의 자리와 십의 자리의 숫자를 택하는 방법의 수는 천의 자
 리와 일의 자리에 오는 숫자를 제외한 4개의 숫자 중에서 2개
 를 택하여 일렬로 나열하는 방법의 수와 같으므로

$${}_4P_2 = 12$$

따라서 일의 자리의 숫자가 2인 짝수의 개수는 $4 \times 12 = 48$

(iii) 일의 자리의 숫자가 4인 짝수의 개수

천의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 4를 제외한 4개
 백의 자리와 십의 자리의 숫자를 택하는 방법의 수는 천의 자
 리와 일의 자리에 오는 숫자를 제외한 4개의 숫자 중에서 2개
 를 택하여 일렬로 나열하는 방법의 수와 같으므로

$${}_4P_2 = 12$$

따라서 일의 자리의 숫자가 4인 짝수의 개수는 $4 \times 12 = 48$

(i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 짝수의 개수는

$$60 + 48 + 48 = 156$$

076 답 100

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 5개
 십의 자리와 일의 자리의 숫자를 택하는 방법의 수는 백의 자리에
 오는 숫자를 제외한 5개의 숫자 중에서 2개를 택하여 일렬로 나열
 하는 방법의 수와 같으므로 ${}_5P_2 = 20$

따라서 구하는 자연수의 개수는 $5 \times 20 = 100$

077 답 ③

홀수이려면 일의 자리의 숫자가 1 또는 3이어야 한다.

(i) 일의 자리의 숫자가 1인 홀수의 개수

1을 제외한 3개의 숫자 중에서 2개를 택하여 일렬로 나열하는
 방법의 수와 같으므로

$${}_3P_2 = 6$$

(ii) 일의 자리의 숫자가 3인 홀수의 개수

3을 제외한 3개의 숫자 중에서 2개를 택하여 일렬로 나열하는
 방법의 수와 같으므로

$${}_3P_2 = 6$$

(i), (ii)에 의하여 구하는 홀수의 개수는

$$6 + 6 = 12$$

078 답 ②

3의 배수이려면 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이어야 하므로 4개
 의 숫자 1, 2, 3, 4에서 서로 다른 3개를 사용하여 3의 배수를 만드
 는 경우는

1, 2, 3 또는 2, 3, 4

이때 각 경우마다 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수는 $3! = 6$

따라서 구하는 3의 배수의 개수는

$$2 \times 6 = 12$$

079 답 108번째

e로 시작하는 것의 개수는 $4! = 24$

h로 시작하는 것의 개수는 $4! = 24$

n으로 시작하는 것의 개수는 $4! = 24$

o로 시작하는 것의 개수는 $4! = 24$

pe로 시작하는 것의 개수는 $3! = 6$

phe로 시작하는 것의 개수는 $2! = 2$

phn으로 시작하는 것의 개수는 $2! = 2$

pho로 시작하는 것은 순서대로

phoen, phone

즉, phone까지의 개수는

$$24 + 24 + 24 + 24 + 6 + 2 + 2 + 2 = 108$$

따라서 phone는 108번째에 나타난다.

080 답 ②

240보다 작은 세 자리 자연수는 $1\square\square$, $20\square$, $21\square$, $23\square$ 꼴이다.

$1\square\square$ 꼴인 자연수의 개수는 ${}_4P_2 = 12$

$20\square$ 꼴인 자연수의 개수는 3

$21\square$ 꼴인 자연수의 개수는 3

$23\square$ 꼴인 자연수의 개수는 3

따라서 구하는 자연수의 개수는

$$12 + 3 + 3 + 3 = 21$$

081 답 ③

a로 시작하는 것의 개수는 $5! = 120$

g로 시작하는 것의 개수는 $5! = 120$

ia로 시작하는 것의 개수는 $4! = 24$

ig로 시작하는 것의 개수는 $4! = 24$

ina로 시작하는 것의 개수는 $3! = 6$

즉, a로 시작하는 것부터 ina로 시작하는 것까지의 개수는

$$120 + 120 + 24 + 24 + 6 = 294$$

따라서 295번째에 오는 것은 ingasv이다.

082 답 4523

$6\square\square\square$ 꼴인 자연수의 개수는 ${}_5P_3=60$

$5\square\square\square$ 꼴인 자연수의 개수는 ${}_5P_3=60$

$46\square\square$ 꼴인 자연수의 개수는 ${}_4P_2=12$

$456\square$ 꼴인 자연수의 개수는 3

$453\square$ 꼴인 자연수의 개수는 3

즉, 6543부터 4531까지의 자연수의 개수는

$$60+60+12+3+3=138$$

이때 4531보다 작은 수는 차례대로 4526, 4523, ...이므로 구하는 수는 4523이다.

083 답 96

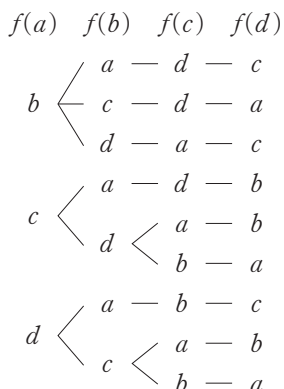
$f(a) \neq b$ 이므로 $f(a)$ 의 값이 될 수 있는 것은 a, c, d, e 의 4개
그 각각에 대하여 b, c, d, e 가 대응하는 경우의 수는 $4!=24$
따라서 구하는 함수 f 의 개수는 $4 \times 24=96$

084 답 ②

$f(1)=4, f(4)=1$ 이고 일대일대응인 함수 f 의 개수는
 $4!=24$

085 답 ①

함수 f 는 $f(x) \neq x$ 인 일대일대응
이므로 이를 만족시키도록 $f(a),$
 $f(b), f(c), f(d)$ 의 값을 정하는
방법을 수형도로 나타내면 오른쪽
과 같다.
따라서 구하는 함수 f 의 개수는 9
이다.



086 답 18

$f(n+2)=f(n)+4$ 이므로 $f(n)=0, f(n+2)=4$
 $n=0$ 일 때, $f(0)=0, f(2)=4$ 이고 일대일대응인 함수 f 의 개수는
 $3!=6$
 $n=1$ 일 때, $f(1)=0, f(3)=4$ 이고 일대일대응인 함수 f 의 개수는
 $3!=6$
 $n=2$ 일 때, $f(2)=0, f(4)=4$ 이고 일대일대응인 함수 f 의 개수는
 $3!=6$
따라서 구하는 함수 f 의 개수는 $6+6+6=18$

087 답 ⑤

30장의 카드 중에서 2의 배수가 적힌 카드는 15장, 3의 배수가 적
힌 카드는 10장, 2와 3의 최소공배수인 6의 배수가 적힌 카드는 5
장이므로 뽑힌 카드에 적힌 수가 2의 배수 또는 3의 배수인 경우의
수는
 $15+10-5=20$

088 답 ②

x, y, z 가 자연수이므로 $x+2y+3z$ 가 될 수 있는 값은 10, 11, 12
이다.

(i) $x+2y+3z=10$ 일 때, 순서쌍 (x, y, z) 는

$(5, 1, 1), (3, 2, 1), (1, 3, 1), (2, 1, 2)$ 의 4개

(ii) $x+2y+3z=11$ 일 때, 순서쌍 (x, y, z) 는

$(6, 1, 1), (4, 2, 1), (2, 3, 1), (3, 1, 2), (1, 2, 2)$ 의 5개

(iii) $x+2y+3z=12$ 일 때, 순서쌍 (x, y, z) 는

$(7, 1, 1), (5, 2, 1), (3, 3, 1), (1, 4, 1), (4, 1, 2),$

$(2, 2, 2), (1, 1, 3)$ 의 7개

(i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는

$$4+5+7=16$$

089 답 60

피자를 고를 수 있는 방법은 4가지, 샐러드를 고를 수 있는 방법은
3가지, 음료수를 고를 수 있는 방법은 5가지이므로 구하는 방법의
수는
 $4 \times 3 \times 5=60$

090 답 ④

$(a+b+c)(x+y)^2=(a+b+c)(x^2+2xy+y^2)$ 에서 a, b, c 에 곱
해지는 항이 각각 $x^2, 2xy, y^2$ 의 3개이므로 구하는 항의 개수는
 $3 \times 3=9$

091 답 ③

$1350=2 \times 3^3 \times 5^2$ 이고 홀수는 2를 소인수로 갖지 않으므로 1350의
양의 약수 중 홀수의 개수는 $3^3 \times 5^2$ 의 양의 약수의 개수와 같다.
따라서 구하는 홀수인 양의 약수의 개수는
 $(3+1)(2+1)=12$

092 답 ③

(i) $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ 로 가는 방법의 수는

$$3 \times 5 \times 2=30$$

(ii) $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ 로 가는 방법의 수는

$$2 \times 5 \times 3=30$$

(i), (ii)에 의하여 구하는 방법의 수는

$$30+30=60$$

093 답 ④

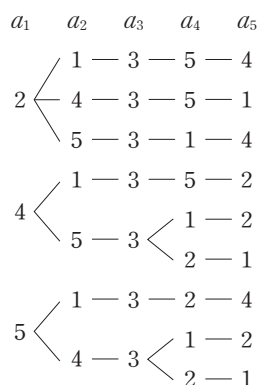
A에 칠할 수 있는 색은 5가지, B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한
색을 제외한 4가지, C에 칠할 수 있는 색은 A와 B에 칠한 색을
제외한 3가지, D에 칠할 수 있는 색은 A와 C에 칠한 색을 제외한
3가지, E에 칠할 수 있는 색은 A와 D에 칠한 색을 제외한 3가지
이므로 구하는 방법의 수는
 $5 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3=540$

094 답 ①

- ㄱ. 1000원짜리 지폐로 지불할 수 있는 방법은
0장, 1장의 2가지
500원짜리 동전으로 지불할 수 있는 방법은
0개, 1개, 2개, 3개, 4개, 5개의 6가지
100원짜리 동전으로 지불할 수 있는 방법은
0개, 1개, 2개, ..., 10개의 11가지
이때 0원을 지불하는 경우를 제외해야 하므로 지불할 수 있는
방법의 수는
 $2 \times 6 \times 11 - 1 = 131$
- ㄴ. 500원짜리 동전 2개로 지불할 수 있는 금액과 1000원짜리 지
폐 1장으로 지불할 수 있는 금액이 같고, 100원짜리 동전 5개
로 지불할 수 있는 금액과 500원짜리 동전 1개로 지불할 수 있
는 금액이 같으므로 1000원짜리 지폐 1장과 500원짜리 동전
5개를 모두 100원짜리 동전 35개로 바꾸면 지불할 수 있는 금
액의 수는 100원짜리 동전 45개로 지불할 수 있는 금액의 수와
같다.
100원짜리 동전으로 지불할 수 있는 금액은
0원, 100원, 200원, ..., 4500원의 46가지
이때 0원을 지불하는 경우를 제외해야 하므로 지불할 수 있는
금액의 수는
 $46 - 1 = 45$
- ㄷ. 1000원짜리 지폐 x 장, 500원짜리 동전 y 개, 100원짜리 동전 z
개로 지불한다고 하면 그 금액의 합이 2000원이므로
 $1000x + 500y + 100z = 2000$
 $\therefore 10x + 5y + z = 20$ ㉠
따라서 구하는 방법의 수는 방정식 ㉠을 만족시키는 음이 아
닌 정수 x, y, z 의 순서쌍 (x, y, z) 의 개수와 같다.
(단, $x \leq 1, y \leq 5, z \leq 10$)
(i) $x=0$ 일 때, $5y+z=20$ 이므로 순서쌍 (y, z) 는
(4, 0), (3, 5), (2, 10)의 3개
(ii) $x=1$ 일 때, $5y+z=10$ 이므로 순서쌍 (y, z) 는
(2, 0), (1, 5), (0, 10)의 3개
(i), (ii)에 의하여 구하는 방법의 수는
 $3+3=6$
따라서 보기 중 옳은 것은 ㄱ이다.

095 답 9

$a_3=3, a_k \neq k (k=1, 2, 4, 5)$ 를 만족
시키는 경우를 수형도로 나타내면 오
른쪽과 같다.
따라서 구하는 자연수의 개수는 9이
다.



096 답 7

${}_{n+1}P_3 - 6 \times {}_nP_2 = 14 \times {}_{n-1}P_1$ 에서
 $(n+1)n(n-1) - 6n(n-1) = 14(n-1)$
 ${}_nP_2$ 에서 $n \geq 2$ 이므로 양변을 $n-1$ 로 나누면
 $n(n+1) - 6n = 14, n^2 - 5n - 14 = 0$
 $(n+2)(n-7) = 0 \quad \therefore n = -2 \text{ 또는 } n = 7$
그런데 $n \geq 2$ 이므로 $n = 7$

097 답 336

구하는 방법의 수는 8명의 학생 중에서 3명을 택하여 일렬로 세우
는 방법의 수와 같으므로
 ${}_8P_3 = 336$

098 답 ⑤

모음인 u, i, o를 한 문자로 생각하여 4개의 문자를 일렬로 나열
하는 방법의 수는 $4! = 24$
모음 u, i, o끼리 자리를 바꾸는 방법의 수는 $3! = 6$
따라서 구하는 방법의 수는
 $24 \times 6 = 144$

099 답 ④

팬 5명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $5! = 120$
팬들 사이사이와 양 끝의 6개의 자리에 가수 2명을 세우는 방법의
수는 ${}_6P_2 = 30$
따라서 구하는 방법의 수는
 $120 \times 30 = 3600$

100 답 1584

이웃하지 않는 특정한 남학생 3명을 제외한 남학생 1명과 여학생
3명이 일렬로 앉는 방법의 수는 $4! = 24$
남학생 1명과 여학생 3명의 사이사이와 양 끝의 5개의 자리에 특
정한 남학생 3명이 앉는 방법의 수는 ${}_5P_3 = 60$
 $\therefore a = 24 \times 60 = 1440$
여학생과 남학생이 교대로 앉으려면 남학생은 4명이고 여학생은
3명이므로 남학생 4명이 일렬로 앉고 그 사이사이에 여학생 3명
이 앉으면 된다.
 $\therefore b = 4! \times 3! = 24 \times 6 = 144$
 $\therefore a + b = 1440 + 144 = 1584$

101 답 ①

구하는 방법의 수는 F를 제외한 나머지 5곡 중에서 3곡을 택하여
일렬로 나열하는 방법의 수와 같으므로
 ${}_5P_3 = 60$

102 답 ②

현서와 현아를 제외한 나머지 가족 3명을 일렬로 세우는 방법의 수
는 $3! = 6$
현서와 현아가 양 끝에 서는 방법의 수는 $2! = 2$
따라서 구하는 방법의 수는 $6 \times 2 = 12$

103 답 288

T와 S 사이에 모음 U, E, A 중 2개를 택하여 일렬로 나열하는 방법의 수는 ${}_3P_2=6$

T와 S의 자리를 바꾸는 방법의 수는 $2!=2$

T□□S를 한 문자로 생각하여 문자 4개를 일렬로 나열하는 방법의 수는 $4!=24$

따라서 구하는 방법의 수는 $6 \times 2 \times 24=288$

104 답 84

5개의 인형을 일렬로 진열하는 방법의 수는 $5!=120$

양 끝에 B회사의 인형이 오도록 진열하는 방법의 수는

$${}_3P_2 \times 3!=6 \times 6=36$$

따라서 구하는 방법의 수는 $120-36=84$

105 답 ⑤

짝수이려면 일의 자리의 숫자가 0 또는 2 또는 4이어야 한다.

(i) 일의 자리의 숫자가 0인 짝수의 개수

0을 제외한 4개의 숫자 중에서 2개를 택하여 일렬로 나열하는 방법의 수와 같으므로

$${}_4P_2=12$$

(ii) 일의 자리의 숫자가 2인 짝수의 개수

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 2를 제외한 3개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리에 오는 숫자와 2를 제외한 3개이므로 일의 자리의 숫자가 2인 짝수의 개수는

$$3 \times 3=9$$

(iii) 일의 자리의 숫자가 4인 짝수의 개수

(ii)와 같은 방법으로 9

(i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 짝수의 개수는

$$12+9+9=30$$

106 답 ③

3200보다 큰 네 자리 자연수는 32□□, 34□□, 35□□,

4□□□, 5□□□ 꼴이다.

32□□ 꼴인 자연수의 개수는 ${}_3P_2=6$

34□□ 꼴인 자연수의 개수는 ${}_3P_2=6$

35□□ 꼴인 자연수의 개수는 ${}_3P_2=6$

4□□□ 꼴인 자연수의 개수는 ${}_4P_3=24$

5□□□ 꼴인 자연수의 개수는 ${}_4P_3=24$

따라서 구하는 자연수의 개수는

$$6+6+6+24+24=66$$

107 답 24

주어진 조건을 만족시키는 순서쌍 $(f(1), f(2))$ 는

$(6, 10), (7, 9), (9, 7), (10, 6)$ 의 4개

그 각각에 대하여 함수 f 가 일대일대응이 되도록 3, 4, 5가 대응하는 경우의 수는 $3!=6$

따라서 구하는 함수 f 의 개수는 $4 \times 6=24$

001 답 3

$3 \times {}_{n+1}C_3 - 4 \times {}_nC_2=0$ 에서

$$3 \times \frac{(n+1)n(n-1)}{3 \times 2 \times 1} - 4 \times \frac{n(n-1)}{2 \times 1}=0$$

$$(n+1)n(n-1) - 4n(n-1)=0$$

${}_nC_2$ 에서 $n \geq 2$ 이므로 양변을 $n(n-1)$ 로 나누면

$$n+1-4=0 \quad \therefore n=3$$

002 답 18

장래희망이 프로그래머인 학생 4명 중에서 2명을 뽑는 방법의 수는

$${}_4C_2=\frac{4 \times 3}{2 \times 1}=6$$

장래희망이 디자이너인 학생 3명 중에서 1명을 뽑는 방법의 수는

$${}_3C_1=3$$

따라서 구하는 방법의 수는

$$6 \times 3=18$$

003 답 ③

구하는 방법의 수는 민서를 제외한 6명의 학생 중에서 3명을 뽑는

방법의 수와 같으므로

$${}_6C_3=\frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1}=20$$

004 답 194

10권의 책 중에서 4권을 택하는 방법의 수는

$${}_{10}C_4=\frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1}=210$$

소설책만 4권을 택하는 방법의 수는

$${}_6C_4={}_6C_2=\frac{6 \times 5}{2 \times 1}=15$$

수필집만 4권을 택하는 방법의 수는

$${}_4C_4=1$$

따라서 구하는 방법의 수는

$$210-(15+1)=194$$

005 답 1440

홀수 1, 3, 5, 7, 9의 5개 중에서 2개를 택하는 방법의 수는

$${}_5C_2=\frac{5 \times 4}{2 \times 1}=10$$

짝수 2, 4, 6, 8의 4개 중에서 2개를 택하는 방법의 수는

$${}_4C_2=\frac{4 \times 3}{2 \times 1}=6$$

4개의 수를 일렬로 나열하는 방법의 수는 $4!=24$

따라서 구하는 비밀번호의 개수는 $10 \times 6 \times 24=1440$

006 답 ③

구하는 직선의 개수는 6개의 점 중에서 2개를 택하는 방법의 수와 같으므로

$${}_6C_2=\frac{6 \times 5}{2 \times 1}=15$$

007 답 20

구하는 대각선의 개수는 8개의 꼭짓점 중에서 2개를 택하여 만들 수 있는 선분의 개수에서 팔각형의 변의 개수를 뺀 것과 같으므로

$${}_8C_2 - 8 = \frac{8 \times 7}{2 \times 1} - 8 = 20$$

008 답 ④

8개의 점 중에서 3개를 택하는 방법의 수는

$${}_8C_3 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$$

한 직선 위에 있는 5개의 점 중에서 3개를 택하는 방법의 수는

$${}_5C_3 = {}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

그런데 한 직선 위에 있는 3개의 점으로는 삼각형을 만들 수 없으므로 구하는 삼각형의 개수는

$$56 - 10 = 46$$

009 답 18

가로 방향의 평행한 직선 4개 중에서 2개, 세로 방향의 평행한 직선 3개 중에서 2개를 택하면 한 개의 평행사변형이 결정되므로 구하는 평행사변형의 개수는

$${}_4C_2 \times {}_3C_2 = {}_4C_2 \times {}_3C_1 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times 3 = 18$$

010 답 15

집합 Y의 원소 6개 중에서 4개를 택하여 작은 수부터 순서대로 정의역의 원소 1, 2, 3, 4에 대응시키면 되므로 구하는 함수 f의 개수는

$${}_6C_4 = {}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$$

011 답 ⑤

사탕 6개를 똑같은 상자 3개에 빈 상자가 없도록 나누어 담을 때, 각 상자에 담을 수 있는 사탕의 개수는

1, 1, 4 또는 1, 2, 3 또는 2, 2, 2

(i) 1개, 1개, 4개로 나누어 담는 방법의 수

$${}_6C_1 \times {}_5C_1 \times {}_4C_4 \times \frac{1}{2!} = 6 \times 5 \times 1 \times \frac{1}{2} = 15$$

(ii) 1개, 2개, 3개로 나누어 담는 방법의 수

$${}_6C_1 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3 = 6 \times \frac{5 \times 4}{2 \times 1} \times 1 = 60$$

(iii) 2개, 2개, 2개로 나누어 담는 방법의 수

$${}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{3!} = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} \times \frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times 1 \times \frac{1}{6} = 15$$

(i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 방법의 수는

$$15 + 60 + 15 = 90$$

012 답 90

6개의 학급을 3개, 3개의 두 조로 나누는 방법의 수는

$${}_6C_3 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} \times 1 \times \frac{1}{2} = 30$$

각 조에서 부전승으로 올라갈 학급을 택하는 방법의 수는

$${}_3C_1 \times {}_3C_1 = 3 \times 3 = 9$$

따라서 구하는 방법의 수는 $10 \times 9 = 90$

013 답 ②

${}_nC_2 + {}_{n+1}C_2 = {}_{n+3}C_2$ 에서

$$\frac{n(n-1)}{2 \times 1} + \frac{(n+1)n}{2 \times 1} = \frac{(n+3)(n+2)}{2 \times 1}$$

$$n(n-1) + n(n+1) = (n+3)(n+2)$$

$$n^2 - 5n - 6 = 0, (n+1)(n-6) = 0$$

$$\therefore n = -1 \text{ 또는 } n = 6$$

그런데 ${}_nC_2$ 에서 $n \geq 2$ 이므로 $n = 6$

014 답 6

${}_{10}C_r = {}_{10}C_{r-2}$ 에서

$$r = r - 2 \text{ 또는 } r + (r - 2) = 10$$

(i) $r = r - 2$ 일 때, $0 \neq -2$ 이므로 r의 값은 존재하지 않는다.

$$(ii) r + (r - 2) = 10 \text{일 때, } 2r = 12 \quad \therefore r = 6$$

(i), (ii)에 의하여 $r = 6$

015 답 ④

$${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!} \text{이므로 } 56 = \frac{336}{r!}$$

$$r! = 6 = 3 \times 2 \times 1 \quad \therefore r = 3$$

$$\text{또 } {}_nP_3 = 336 = 8 \times 7 \times 6 \text{에서 } n = 8$$

$$\therefore n + r = 11$$

016 답 -5

주어진 이차방정식에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = \frac{2 \times {}_nC_3}{{}_nC_2}, \alpha\beta = \frac{-2 \times {}_nC_4}{{}_nC_2}$$

이때 $\alpha + \beta = 4$ 이므로

$$\frac{2 \times {}_nC_3}{{}_nC_2} = 4, {}_nC_3 = 2 \times {}_nC_2$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)}{3 \times 2 \times 1} = 2 \times \frac{n(n-1)}{2 \times 1}$$

${}_nC_4$ 에서 $n \geq 4$ 이므로 양변을 $n(n-1)$ 로 나누면

$$n-2=6 \quad \therefore n=8$$

$$\therefore \alpha\beta = \frac{-2 \times {}_8C_4}{{}_8C_2} = \frac{-2 \times 70}{28} = -5$$

017 답 (㉗) $n-r-1$ (㉘) $n-r$ (㉙) $n!$

${}_{n-1}C_{r-1} + {}_{n-1}C_r$

$$= \frac{(n-1)!}{(r-1)! \{(n-1)-(r-1)\}!} + \frac{(n-1)!}{r! \{(n-1)-r\}!}$$

$$= \frac{(n-1)!}{(r-1)!(n-r)!} + \frac{(n-1)!}{r! \{(n-r)-1\}!}$$

$$= \frac{(n-1)! \times r}{r!(n-r)!} + \frac{(n-1)! \times (n-r)}{r!(n-r)!}$$

$$= \frac{(n-1)! \{r + \{(n-r)-1\}\}}{r!(n-r)!}$$

$$= \frac{(n-1)! \times n}{r!(n-r)!}$$

$$= \frac{\{n\}!}{r!(n-r)!} = {}_nC_r$$

018 **답 ④**

1학년 학생 7명 중에서 3명을 뽑는 방법의 수는

$${}_7C_3=35$$

2학년 학생 5명 중에서 2명을 뽑는 방법의 수는

$${}_5C_2=10$$

따라서 구하는 방법의 수는

$$35 \times 10 = 350$$

019 **답 168**

연극반 학생 8명 중에서 주인공 1명을 뽑는 방법의 수는

$${}_8C_1=8$$

나머지 학생 7명 중에서 주인공 외 출연자 2명을 뽑는 방법의 수는

$${}_7C_2=21$$

따라서 구하는 방법의 수는

$$8 \times 21 = 168$$

020 **답 ③**

수학교육과 체험 희망자 5명 중에서 3명을 뽑는 방법의 수는

$${}_5C_3={}_5C_2=10$$

통계학과 체험 희망자 4명 중에서 3명을 뽑는 방법의 수는

$${}_4C_3={}_4C_1=4$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$10 + 4 = 14$$

021 **답 12**

$${}_nC_2=66 \text{ 이므로 } \frac{n(n-1)}{2 \times 1} = 66$$

$$n(n-1)=132=12 \times 11 \quad \therefore n=12$$

022 **답 231**

세 수의 합이 짝수가 되려면 세 수는

짝수, 짝수, 짝수 또는 홀수, 홀수, 홀수

(i) 세 수 모두 짝수인 경우의 수

2, 4, 6, ..., 14가 적힌 7개의 공 중에서 3개를 꺼내는 방법의 수와 같으므로

$${}_7C_3=35$$

(ii) 짝수가 1개, 홀수가 2개인 경우의 수

2, 4, 6, ..., 14가 적힌 7개의 공 중에서 1개를 꺼내고, 1, 3, 5, ..., 15가 적힌 8개의 공 중에서 2개를 꺼내는 방법의 수와 같으므로

$${}_7C_1 \times {}_8C_2 = 7 \times 28 = 196$$

(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는

$$35 + 196 = 231$$

023 **답 700**

(가)에서 각 바구니에 검은 공은 0개 또는 1개 넣을 수 있으므로 서로 다른 5개의 바구니 중에서 검은 공 3개를 넣을 바구니 3개를 고르는 방법의 수는

$${}_5C_3={}_5C_2=10$$

(가)에서 각 바구니에 공을 1개 이상 넣어야 하므로 검은 공을 넣지 않은 2개의 빈 바구니에 흰 공을 각각 1개씩 넣은 후 남은 4개의 흰 공을 서로 다른 5개의 바구니에 넣는 방법의 수는 다음과 같다.

(i) 1개의 바구니에 흰 공을 4개 넣는 경우

$$1 \text{ 개의 바구니를 택하는 방법의 수는 } {}_5C_1=5$$

(ii) 2개의 바구니에 흰 공을 3개, 1개 넣는 경우

흰 공 3개와 흰 공 1개를 넣을 바구니 2개를 택하는 방법의 수는

$${}_5P_2=20$$

(iii) 2개의 바구니에 흰 공을 2개, 2개 넣는 경우

$$2 \text{ 개의 바구니를 택하는 방법의 수는 } {}_5C_2=10$$

(iv) 3개의 바구니에 흰 공을 2개, 1개, 1개 넣는 경우

흰 공 2개를 넣을 바구니 1개를 택한 후 남은 4개의 바구니 중에서 흰 공 1개를 넣을 바구니 2개를 택하는 방법의 수는

$${}_5C_1 \times {}_4C_2 = 5 \times 6 = 30$$

(v) 4개의 바구니에 흰 공을 1개, 1개, 1개, 1개 넣는 경우

4개의 바구니를 택하는 방법의 수는

$${}_5C_4={}_5C_1=5$$

(i)~(v)에 의하여 남은 4개의 흰 공을 넣는 방법의 수는

$$5 + 20 + 10 + 30 + 5 = 70$$

따라서 구하는 방법의 수는 $10 \times 70 = 700$

024 **답 ①**

구하는 방법의 수는 현수와 정선이를 제외한 6명의 회원 중에서 2명을 뽑는 방법의 수와 같으므로

$${}_6C_2=15$$

025 **답 78**

구하는 방법의 수는 축구 특기자 2명을 제외한 13명의 학생 중에서 11명을 뽑는 방법의 수와 같으므로

$${}_{13}C_{11}={}_{13}C_2=78$$

026 **답 ②**

구하는 방법의 수는 빨간색, 주황색, 노란색을 제외한 4가지 색 중에서 2가지 색을 택하는 방법의 수와 같으므로

$${}_4C_2=6$$

027 **답 100**

구하는 방법의 수는 특정한 1학년 학생 1명을 제외한 1학년 학생 5명 중에서 3명을 뽑고, 특정한 2학년 학생 2명을 제외한 2학년 학생 5명 중에서 2명을 뽑는 방법의 수와 같으므로

$${}_5C_3 \times {}_5C_2 = {}_5C_2 \times {}_5C_2 = 10 \times 10 = 100$$

028 **답 ③**

구하는 부분집합의 개수는 1, 2를 제외한 8개의 자연수 중에서 4개를 택한 후 1 또는 2를 택하는 방법의 수와 같으므로

$${}_8C_4 \times {}_2C_1 = 70 \times 2 = 140$$

029 답 ④

연희가 5가지 체험 프로그램 중에서 2가지를 택하는 방법의 수는

$${}_5C_2=10$$

민아가 연희가 택한 2가지 체험 프로그램 중에서 하나를 택하고, 연희가 택하지 않은 3가지 체험 프로그램 중에서 하나를 택하는 방법의 수는

$${}_2C_1 \times {}_3C_1=2 \times 3=6$$

따라서 구하는 경우의 수는 $10 \times 6=60$

다른 풀이 5가지 체험 프로그램 중에서 연희와 민아가 공통으로 체험하는 프로그램을 택하는 방법의 수는

$${}_5C_1=5$$

남은 4가지 체험 프로그램 중에서 연희와 민아가 각각 체험할 프로그램을 하나씩 택하는 방법의 수는

$${}_4P_2=12$$

따라서 구하는 경우의 수는 $5 \times 12=60$

030 답 ①

과자 5개와 아이스크림 4개 중에서 3개를 택하는 방법의 수는

$${}_9C_3=84$$

과자만 3개를 택하는 방법의 수는

$${}_5C_3={}_5C_2=10$$

아이스크림만 3개를 택하는 방법의 수는

$${}_4C_3={}_4C_1=4$$

따라서 구하는 방법의 수는 $84-(10+4)=70$

031 답 205

10명 중에서 4명을 뽑는 방법의 수는

$${}_{10}C_4=210$$

남자 5명 중에서 4명을 뽑는 방법의 수는

$${}_5C_4={}_5C_1=5$$

따라서 구하는 방법의 수는 $210-5=205$

032 답 ③

11컬레의 신발 중에서 4컬레를 택하는 방법의 수는 ${}_{11}C_4=330$

(i) 구두를 1컬레도 포함하지 않고 택하는 방법의 수

운동화와 슬리퍼 중에서 4컬레를 택하는 방법의 수와 같으므로

$${}_6C_4={}_6C_2=15$$

(ii) 구두가 1컬레 포함되도록 택하는 방법의 수

구두 중에서 1컬레를 택하고 운동화와 슬리퍼 중에서 3컬레를 택하는 방법의 수와 같으므로

$${}_5C_1 \times {}_6C_3=5 \times 20=100$$

(i), (ii)에 의하여 구하는 방법의 수는

$$330-(15+100)=215$$

033 답 7명

12명의 학생 중에서 3명을 뽑는 방법의 수는 ${}_{12}C_3=220$

2학년 학생을 n 명이라 하면 2학년 학생 중에서 3명을 뽑는 방법의 수는 ${}_nC_3$

이때 1학년 학생이 적어도 1명 포함되도록 뽑는 방법의 수가 210
이므로

$$220-{}_nC_3=210, \quad {}_nC_3=10$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)}{3 \times 2 \times 1}=10$$

$$n(n-1)(n-2)=60=5 \times 4 \times 3 \quad \therefore n=5$$

따라서 2학년 학생이 5명이므로 1학년 학생은

$$12-5=7(\text{명})$$

034 답 ④

소설책 6권 중에서 2권을 택하는 방법의 수는 ${}_6C_2=15$

만화책 5권 중에서 2권을 택하는 방법의 수는 ${}_5C_2=10$

4권의 책을 일렬로 꽂는 방법의 수는 $4!=24$

따라서 구하는 방법의 수는

$$15 \times 10 \times 24=3600$$

035 답 ②

a 를 제외한 4개의 문자 중에서 2개를 택하는 방법의 수는 ${}_4C_2=6$

3개의 문자를 일렬로 나열하는 방법의 수는 $3!=6$

따라서 구하는 방법의 수는

$$6 \times 6=36$$

036 답 120

연우와 찬호를 제외한 학생 5명 중에서 2명을 뽑는 방법의 수는

$${}_5C_2=10$$

연우와 찬호를 한 사람으로 생각하여 3명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $3!=6$

연우와 찬호가 자리를 바꾸는 방법의 수는 $2!=2$

따라서 구하는 방법의 수는

$$10 \times 6 \times 2=120$$

037 답 38880

물건 3개를 넣는 가로줄에 들어갈 물건 3개를 뽑아 보관함에 넣는 자리를 택하는 방법의 수는

$${}_6C_3 \times 3!=20 \times 6=120$$

남은 물건 3개 중에서 물건 2개를 넣는 가로줄에 들어갈 물건 2개를 뽑아 보관함에 넣는 자리를 택하는 방법의 수는

$${}_3C_2 \times {}_3P_2=3 \times 6=18$$

남은 물건 1개를 보관함에 넣는 자리를 택하는 방법의 수는

$${}_3C_1=3$$

이때 물건 3개, 2개, 1개를 넣는 가로줄을 택하는 방법의 수는

$$3!=6$$

따라서 구하는 방법의 수는

$$120 \times 18 \times 3 \times 6=38880$$

038 답 ③

구하는 직선의 개수는 8개의 점 중에서 2개를 택하는 방법의 수와 같으므로

$${}_8C_2=28$$

039 답 14

평행한 두 직선 위의 점을 하나씩 택하여 만들 수 있는 직선의 개수는

$${}_3C_1 \times {}_4C_1 = 3 \times 4 = 12$$

이때 주어진 직선 2개를 포함하면 구하는 직선의 개수는

$$12 + 2 = 14$$

040 답 27

9개의 점 중에서 2개를 택하는 방법의 수는 ${}_9C_2 = 36$

한 직선 위에 있는 5개의 점 중에서 2개를 택하는 방법의 수는

$${}_5C_2 = 10$$

이때 한 직선 위에 있는 점으로 만들 수 있는 직선은 1개뿐이므로 구하는 직선의 개수는

$$36 - 10 + 1 = 27$$

041 답 ①

구하는 대각선의 개수는 10개의 꼭짓점 중에서 2개를 택하여 만들 수 있는 선분의 개수에서 삼각형의 변의 개수를 뺀 것과 같으므로

$${}_{10}C_2 - 10 = 45 - 10 = 35$$

042 답 ②

n 각형의 대각선의 개수가 65라 하면

$${}_nC_2 - n = 65, \frac{n(n-1)}{2 \times 1} - n = 65$$

$$n^2 - 3n - 130 = 0, (n+10)(n-13) = 0$$

$$\therefore n = -10 \text{ 또는 } n = 13$$

그런데 $n > 3$ 이므로 $n = 13$

따라서 구하는 다각형의 꼭짓점의 개수는 13이다.

043 답 ④

꼭짓점을 제외한 서로 다른 대각선의 교점은 꼭짓점을 공유하지 않는 두 대각선에 의하여 결정되고, 이 두 대각선은 4개의 꼭짓점에 의하여 결정된다.

따라서 구하는 대각선의 교점의 최대 개수는 9개의 꼭짓점 중에서 4개를 택하는 방법의 수와 같으므로

$${}_9C_4 = 126$$

044 답 110

10개의 점 중에서 3개를 택하는 방법의 수는 ${}_{10}C_3 = 120$

한 직선 위에 있는 5개의 점 중에서 3개를 택하는 방법의 수는

$${}_5C_3 = {}_5C_2 = 10$$

그런데 한 직선 위에 있는 3개의 점으로는 삼각형을 만들 수 없으므로 구하는 삼각형의 개수는

$$120 - 10 = 110$$

045 답 ②

구하는 사각형의 개수는 7개의 점 중에서 4개를 택하는 방법의 수와 같으므로

$${}_7C_4 = {}_7C_3 = 35$$

046 답 72

9개의 점 중에서 3개를 택하는 방법의 수는 ${}_9C_3 = 84$

한 직선 위에 있는 4개의 점 중에서 3개를 택하는 방법의 수는

$${}_4C_3 = {}_4C_1 = 4$$

이때 한 직선 위에 4개의 점이 있는 직선은 3개이고, 한 직선 위에 있는 3개의 점으로는 삼각형을 만들 수 없으므로 구하는 삼각형의 개수는

$$84 - 3 \times 4 = 72$$

047 답 200

12개의 점 중에서 3개를 택하는 방법의 수는 ${}_{12}C_3 = 220$

(i) 한 직선 위에 4개의 점이 있는 경우

한 직선 위에 4개의 점이 있는 직선은 3개이

므로 한 직선 위에 있는 4개의 점 중에서 3개

를 택하는 방법의 수는

$$3 \times {}_4C_3 = 3 \times {}_4C_1 = 3 \times 4 = 12$$

(ii) 한 직선 위에 3개의 점이 있는 경우

한 직선 위에 3개의 점이 있는 직선은 8개이

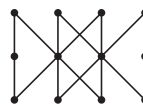
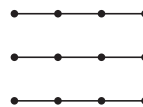
므로 한 직선 위에 있는 3개의 점 중에서 3개

를 택하는 방법의 수는

$$8 \times {}_3C_3 = 8 \times 1 = 8$$

(i), (ii)에 의하여 구하는 삼각형의 개수는

$$220 - (12 + 8) = 200$$



048 답 60

가로 방향의 평행한 직선 5개 중에서 2개, 세로 방향의 평행한 직선 4개 중에서 2개를 택하면 한 개의 평행사변형이 결정되므로 구하는 평행사변형의 개수는

$${}_5C_2 \times {}_4C_2 = 10 \times 6 = 60$$

049 답 ④

(i) l_1, l_2, l_3 중에서 2개를 택하고, $m_1,$

m_2 를 택하는 방법의 수는

$${}_3C_2 \times {}_2C_2 = {}_3C_1 \times {}_2C_2 = 3 \times 1 = 3$$

(ii) m_1, m_2 를 택하고, n_1, n_2, n_3 중에서

2개를 택하는 방법의 수는

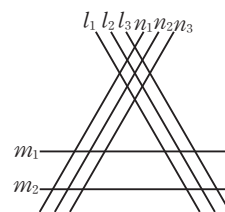
$${}_2C_2 \times {}_3C_2 = {}_2C_2 \times {}_3C_1 = 1 \times 3 = 3$$

(iii) l_1, l_2, l_3 중에서 2개, n_1, n_2, n_3 중에서 2개를 택하는 방법의 수는

$${}_3C_2 \times {}_3C_2 = {}_3C_1 \times {}_3C_1 = 3 \times 3 = 9$$

(i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 평행사변형의 개수는

$$3 + 3 + 9 = 15$$



050 답 10

가로 방향으로 놓인 3개의 선 중에서 2개, 세로 방향으로 놓인 4개의 선 중에서 2개를 택하면 한 개의 직사각형이 결정되므로 직사각형의 개수는

$${}_3C_2 \times {}_4C_2 = {}_3C_1 \times {}_4C_2 = 3 \times 6 = 18$$

작은 정사각형의 한 변의 길이를 1이라 하면 정사각형의 개수는 한 변의 길이가 1인 것이 6개, 2인 것이 2개이므로

$$6+2=8$$

따라서 구하는 정사각형이 아닌 직사각형의 개수는

$$18-8=10$$

051 답 21

공역의 원소 7개 중에서 5개를 택하여 작은 수부터 순서대로 정의역의 원소 1, 2, 3, 4, 5에 대응시키면 되므로 구하는 함수 f 의 개수는

$${}_7C_5 = {}_7C_2 = 21$$

052 답 ⑤

$f(2) < f(3) < f(4)$ 이므로 공역의 원소 5개 중에서 3개를 택하여 작은 수부터 순서대로 정의역의 원소 2, 3, 4에 대응시키면 된다.

따라서 이 경우의 수는 ${}_5C_3 = {}_5C_2 = 10$

또 정의역의 원소 1, 5에 대응되는 공역의 원소를 택하는 방법의 수는 각각 5이므로 구하는 함수 f 의 개수는

$$10 \times 5 \times 5 = 250$$

053 답 ①

(가)에서 $f(1) < f(2) < f(3) < f(4) < f(5)$ ㉠

(나)에서 $f(4) = 1$ 이므로 ㉠에 의하여 $f(5)$ 의 값이 될 수 있는 집합 Y 의 원소는 2, 3의 2가지이다.

또 집합 Y 의 원소 $-3, -2, -1, 0$ 중에서 3개를 택하여 작은 수부터 순서대로 $f(1), f(2), f(3)$ 의 값이 되도록 하면 된다.

따라서 구하는 함수 f 의 개수는

$$2 \times {}_4C_3 = 2 \times {}_4C_1 = 2 \times 4 = 8$$

054 답 301

공 7개를 똑같은 상자 3개에 빈 상자가 없도록 나누어 담을 때, 각 상자에 담을 수 있는 공의 개수는

1, 1, 5 또는 1, 2, 4 또는 1, 3, 3 또는 2, 2, 3

(i) 1개, 1개, 5개로 나누어 담는 방법의 수

$${}_7C_1 \times {}_6C_1 \times {}_5C_5 \times \frac{1}{2!} = 7 \times 6 \times 1 \times \frac{1}{2} = 21$$

(ii) 1개, 2개, 4개로 나누어 담는 방법의 수

$${}_7C_1 \times {}_6C_2 \times {}_4C_4 = 7 \times 15 \times 1 = 105$$

(iii) 1개, 3개, 3개로 나누어 담는 방법의 수

$${}_7C_1 \times {}_6C_3 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} = 7 \times 20 \times 1 \times \frac{1}{2} = 70$$

(iv) 2개, 2개, 3개로 나누어 담는 방법의 수

$${}_7C_2 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} = 21 \times 10 \times 1 \times \frac{1}{2} = 105$$

(i)~(iv)에 의하여 구하는 방법의 수는

$$21 + 105 + 70 + 105 = 301$$

055 답 105

10명을 5명, 5명으로 나누는 방법의 수는

$${}_{10}C_5 \times {}_5C_5 \times \frac{1}{2!} = 252 \times 1 \times \frac{1}{2} = 126$$

여학생 3명을 같은 조에 포함되도록 나누는 방법의 수는 남학생 7명을 2명, 5명으로 나누는 방법의 수와 같으므로

$${}_7C_2 \times {}_5C_5 = 21 \times 1 = 21$$

따라서 구하는 방법의 수는

$$126 - 21 = 105$$

다른 풀이 각 조에 적어도 한 명의 여학생이 포함되려면 남학생 4명과 여학생 1명, 남학생 3명과 여학생 2명의 두 개의 조로 나누어야 한다.

남학생 7명 중에서 4명과 여학생 3명 중에서 1명을 뽑아 한 조가 되면 되므로 구하는 방법의 수는

$${}_7C_4 \times {}_3C_1 = {}_7C_3 \times {}_3C_1 = 35 \times 3 = 105$$

056 답 ⑤

7명의 학생을 2명, 2명, 2명, 1명으로 나누는 방법의 수는

$${}_7C_2 \times {}_5C_2 \times {}_3C_2 \times {}_1C_1 \times \frac{1}{3!} = 21 \times 10 \times 3 \times 1 \times \frac{1}{6} = 105$$

4개의 조를 4곳의 봉사활동 장소에 배정하는 방법의 수는

$$4! = 24$$

따라서 구하는 방법의 수는

$$105 \times 24 = 2520$$

057 답 3000

빈 상자가 3개가 되어야 하므로 상자 3개에 공 5개를 나누어 넣으면 된다.

서로 다른 상자 6개 중에서 공이 들어 가는 상자 3개를 택하는 방법의 수는 ${}_6C_3 = 20$

상자 3개에 공 5개를 나누어 넣을 때, 각 상자에 담을 수 있는 공의 개수는

1, 1, 3 또는 1, 2, 2

(i) 1개, 1개, 3개로 나누는 방법의 수는

$${}_5C_1 \times {}_4C_1 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} = 5 \times 4 \times 1 \times \frac{1}{2} = 10$$

이때 서로 다른 상자 3개에 배정하는 방법의 수는 $3! = 6$

즉, 공 5개를 1개, 1개, 3개로 나누어 상자 3개에 배정하는 방법의 수는

$$10 \times 6 = 60$$

(ii) 1개, 2개, 2개로 나누는 방법의 수는

$${}_5C_1 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} = 5 \times 6 \times 1 \times \frac{1}{2} = 15$$

이때 서로 다른 상자 3개에 배정하는 방법의 수는 $3! = 6$

즉, 공 5개를 1개, 2개, 2개로 나누어 상자 3개에 배정하는 방법의 수는

$$15 \times 6 = 90$$

(i), (ii)에 의하여 상자 3개에 공 5개를 넣는 방법의 수는

$$60 + 90 = 150$$

따라서 구하는 방법의 수는

$$20 \times 150 = 3000$$

058 **답 ②**

구하는 방법의 수는 6개의 학급을 2개, 2개, 2개의 세 조로 나눈 후
 준결승을 하지 않는 한 조를 택하는 방법의 수와 같으므로

$$\left({}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{3!} \right) \times {}_3C_1 = 15 \times 6 \times 1 \times \frac{1}{6} \times 3 = 45$$

059 **답 ③**

구하는 방법의 수는 5개의 학급을 3개, 2개의 두 조로 나눈 후 3
 개인 조에서 부전승으로 올라갈 한 학급을 택하는 방법의 수와 같
 으므로

$$({}_5C_3 \times {}_2C_2) \times {}_3C_1 = 10 \times 1 \times 3 = 30$$

060 **답 ④**

구하는 방법의 수는 7개의 팀을 4개, 3개의 두 조로 나눈 후 4개
 인 조를 다시 2개, 2개의 두 조로, 3개인 조를 2개, 1개의 두 조로
 나누는 방법의 수와 같다.

(i) 7개의 팀을 4개, 3개로 나누는 방법의 수

$${}_7C_4 \times {}_3C_3 = 35 \times 1 = 35$$

(ii) 4개의 팀을 2개, 2개로 나누는 방법의 수

$${}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} = 6 \times 1 \times \frac{1}{2} = 3$$

(iii) 3개의 팀을 2개, 1개로 나누는 방법의 수

$${}_3C_2 \times {}_1C_1 = 3 \times 1 = 3$$

(i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 방법의 수는

$$35 \times 3 \times 3 = 315$$

061 **답 ④**

$${}_7C_3 + {}_7C_4 = {}_7C_3 + {}_7C_3 = 2 \times {}_7C_3$$

$$= 2 \times \frac{7!}{3!4!} = 2 \times \frac{4 \times 7!}{4 \times 3!4!}$$

$$= \frac{8!}{4!4!} = {}_8C_4$$

062 **답 ③**

$${}_{n+1}P_2 + {}_{n+1}C_{n-1} = 63 \text{에서}$$

$$(n+1)n + \frac{(n+1)!}{(n-1)!2!} = 63$$

$$(n+1)n + \frac{(n+1)n}{2 \times 1} = 63$$

$$\frac{3n(n+1)}{2} = 63$$

$$n(n+1) = 42 = 6 \times 7 \quad \therefore n = 6$$

063 **답 30**

A모듬 학생 6명 중에서 3명을 뽑는 방법의 수는

$${}_6C_3 = 20$$

B모듬 학생 5명 중에서 3명을 뽑는 방법의 수는

$${}_5C_3 = 10$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$20 + 10 = 30$$

064 **답 ④**

2부터 40까지의 짝수 중에서 3으로 나누었을 때 나머지가 0, 1, 2
 인 수의 집합을 각각 A, B, C라 하면

$$A = \{6, 12, 18, 24, 30, 36\}$$

$$B = \{4, 10, 16, 22, 28, 34, 40\}$$

$$C = \{2, 8, 14, 20, 26, 32, 38\}$$

(i) 집합 A에서 2개의 원소를 택하는 경우의 수

$${}_6C_2 = 15$$

(ii) 집합 B, C에서 각각 1개의 원소를 택하는 경우의 수

$${}_7C_1 \times {}_7C_1 = 7 \times 7 = 49$$

(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는

$$15 + 49 = 64$$

065 **답 ①**

a, b를 포함하여 택하는 방법의 수는 a, b를 제외한 5개의 문자
 중에서 2개를 택하는 방법의 수와 같으므로

$${}_5C_2 = 10$$

a, b를 포함하지 않고 택하는 방법의 수는 a, b를 제외한 5개의
 문자 중에서 4개를 택하는 방법의 수와 같으므로

$${}_5C_4 = {}_5C_1 = 5$$

따라서 구하는 합은 $10 + 5 = 15$

066 **답 ⑤**

구하는 방법의 수는 A, B를 제외한 7편의 영화 중에서 4편을 택
 하고, A, B 중에서 한 편을 택하는 방법의 수와 같으므로

$${}_7C_4 \times {}_2C_1 = {}_7C_3 \times {}_2C_1 = 35 \times 2 = 70$$

067 **답 ⑤**

9개의 자연수 중에서 5개를 택하는 방법의 수는 ${}_9C_5 = 126$

(i) 9의 약수 1, 3, 9를 1개도 포함하지 않고 택하는 방법의 수

$${}_6C_5 = {}_6C_1 = 6$$

(ii) 9의 약수 1, 3, 9 중에서 1개가 포함되도록 택하는 방법의 수

$${}_6C_4 \times {}_3C_1 = {}_6C_2 \times {}_3C_1 = 15 \times 3 = 45$$

(i), (ii)에 의하여 구하는 방법의 수는

$$126 - (6 + 45) = 75$$

068 **답 5자루**

9자루 중에서 3자루를 택하는 방법의 수는 ${}_9C_3 = 84$

연필을 n자루라 하면 연필만 3자루 택하는 방법의 수는 ${}_nC_3$

이때 볼펜이 적어도 1자루 포함되도록 택하는 방법의 수가 74이
 므로

$$84 - {}_nC_3 = 74, \quad {}_nC_3 = 10$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)}{3 \times 2 \times 1} = 10$$

$$n(n-1)(n-2) = 60 = 5 \times 4 \times 3$$

$$\therefore n = 5$$

따라서 연필은 5자루이다.

069 답 ④

수학 부스 4개 중에서 2개를 고르는 방법의 수는 ${}_4C_2=6$
 과학 부스 3개 중에서 1개를 고르는 방법의 수는 ${}_3C_1=3$
 3개를 일렬로 나열하는 방법의 수는 $3!=6$
 따라서 구하는 방법의 수는
 $6 \times 3 \times 6 = 108$

070 답 ⑤

민수, 현재, 동현이를 제외한 학생 6명 중에서 3명을 뽑는 방법의 수는
 ${}_6C_3=20$
 민수와 현재를 제외한 학생 3명을 일렬로 세우는 방법의 수는
 $3!=6$
 3명의 사이사이와 양 끝의 4개의 자리에 민수와 현재를 세우는 방법의 수는 ${}_4P_2=12$
 따라서 구하는 방법의 수는
 $20 \times 6 \times 12 = 1440$

071 답 ①

구하는 직선의 개수는 7개의 점 중에서 2개를 택하는 방법의 수와 같으므로
 ${}_7C_2=21$

072 답 54

구하는 대각선의 개수는 12개의 꼭짓점 중에서 2개를 택하여 만들 수 있는 선분의 개수에서 정십이각형의 변의 개수를 뺀 것과 같으므로
 ${}_{12}C_2 - 12 = 66 - 12 = 54$

073 답 ③

한 직선 위에 있는 4개의 점 중에서 2개를 택하는 방법의 수는
 ${}_4C_2=6$
 한 직선 위에 있는 6개의 점 중에서 2개를 택하는 방법의 수는
 ${}_6C_2=15$
 따라서 구하는 사각형의 개수는
 $6 \times 15 = 90$

074 답 150

가로 방향의 평행한 직선 5개 중에서 2개, 세로 방향의 평행한 직선 6개 중에서 2개를 택하면 한 개의 평행사변형이 결정되므로 구하는 평행사변형의 개수는
 ${}_5C_2 \times {}_6C_2 = 10 \times 15 = 150$

075 답 5

집합 Y 의 원소 5개 중에서 4개를 택하여 작은 수부터 순서대로 정의역의 원소 1, 2, 3, 4에 대응시키면 되므로 구하는 함수 f 의 개수는
 ${}_5C_4 = {}_5C_1 = 5$

076 답 ②

공역 Y 의 원소가 4개이므로 치역과 공역이 일치하려면 정의역 X 의 원소 5개 중에서 2개의 함수값이 같아야 한다.
 집합 X 의 원소 5개 중에서 같은 함수값을 갖는 2개를 택하는 방법의 수는
 ${}_5C_2=10$
 택한 2개의 원소를 한 묶음으로 생각하여 집합 X 의 원소 4개를 집합 Y 의 각 원소에 대응시키는 방법의 수는
 $4!=24$
 따라서 구하는 함수의 개수는
 $10 \times 24 = 240$

077 답 ①

$a = {}_6C_3 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} = 20 \times 1 \times \frac{1}{2} = 10$
 $b = {}_6C_2 \times {}_4C_4 = 15 \times 1 = 15$
 $\therefore b - a = 5$

078 답 150

7명을 3명, 2명, 2명으로 나누는 방법의 수는
 (i) 윤우와 선호가 3명인 조에 포함되는 경우
 윤우와 선호를 제외한 5명을 1명, 2명, 2명의 3개 조로 나누는 방법의 수와 같으므로
 ${}_5C_1 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} = 5 \times 6 \times 1 \times \frac{1}{2} = 15$
 (ii) 윤우와 선호가 2명인 조에 포함되는 경우
 윤우와 선호를 제외한 5명을 2명, 3명의 2개 조로 나누는 방법의 수와 같으므로
 ${}_5C_2 \times {}_3C_3 = 10 \times 1 = 10$
 (i), (ii)에 의하여 7명을 3명, 2명, 2명으로 나누는 방법의 수는
 $15 + 10 = 25$
 3개의 조를 지하철, 버스, 택시의 3개의 교통수단에 배정하는 방법의 수는
 $3!=6$
 따라서 구하는 방법의 수는
 $25 \times 6 = 150$

079 답 315

구하는 방법의 수는 8개의 팀을 4개, 4개의 두 조로 나눈 후 4개의 팀으로 이루어진 각 조를 다시 2개, 2개의 두 조로 나누는 방법의 수와 같다.
 (i) 8개의 팀을 4개, 4개로 나누는 방법의 수
 ${}_8C_4 \times {}_4C_4 \times \frac{1}{2!} = 70 \times 1 \times \frac{1}{2} = 35$
 (ii) 4개의 팀을 2개, 2개로 나누는 방법의 수
 ${}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} = 6 \times 1 \times \frac{1}{2} = 3$
 (i), (ii)에 의하여 구하는 방법의 수는
 $35 \times 3 \times 3 = 315$

