



제곱근의 뜻과 성질

01 ②, ④	02 -2	03 ④	04 $\sqrt{42}$ cm
05 $\sqrt{34}$ cm	06 ②	07 ④	08 ⑤
09 13	10 ②, ⑤	11 $-\frac{5}{3}$	12 ④
13 ②, ④	14 ③	15 ⑤	16 ④
17 ①, ④	18 ②	19 $\sqrt{30}$ cm	20 9cm
21 5cm	22 $\sqrt{21}$ cm	23 $\sqrt{89}$ cm	24 $\sqrt{149}$ cm
25 (1) $\frac{1}{3}$ (2) -7	26 0		
27 (1) -a (2) -a	28 a+6b	29 ②	
30 ⑤	31 ②	32 ④	33 8
34 ②	35 3	36 ⑤	37 5
38 ④	39 ②	40 ②, ⑤	41 ②
42 ④	43 -3a+4b	44 -7a+8b	45 ④
46 x	47 ⑤	48 9	49 3a
50 ③	51 ②	52 ②	53 15
54 7	55 ③	56 ②	57 6
58 ②	59 3개	60 ⑤	61 5
62 100	63 6	64 3	65 9
66 ④	67 5개	68 17	69 ②
70 ④	71 22	72 35cm ²	73 ⑤
74 -1	75 ③	76 3	77 ⑤
78 ②	79 18	80 ④	81 ③
82 7	83 -8	84 7	85 ③
86 6개	87 7	88 ①	89 5개
90 ②	91 ①, ④	92 6	93 ③
94 5cm	95 $\sqrt{265}$ cm	96 ㄱ, ㄹ	97 ⑤
98 7.8	99 ③, ④	100 a+11b	101 -3x+2y
102 ③	103 ③	104 $\frac{1}{6}$	105 3
106 ②	107 26	108 ③	109 ④
110 ②	111 3	112 9	113 15개

01 제곱근의 뜻과 표현

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

8~12쪽

01 답 ②, ④

x가 a의 제곱근이므로 $x^2=a$ 또는 $x=\pm\sqrt{a}$
따라서 옳은 것은 ②, ④이다.

02 답 -2

$(-6)^2=36$ 의 음의 제곱근은 -6이므로 $A=-6$
 $\sqrt{256}=16$ 의 양의 제곱근은 4이므로 $B=4$
 $\therefore A+B=-6+4=-2$

03 답 ④

- ① 제곱근 11은 $\sqrt{11}$ 이다.
 - ② 0의 제곱근은 0이다.
 - ③ -5는 음수이므로 제곱근이 없다.
 - ④ $\sqrt{81}=9$ 의 제곱근은 ± 3 이다.
 - ⑤ 제곱근 10은 $\sqrt{10}$ 이고, 10의 제곱근은 $\pm\sqrt{10}$ 이므로 같지 않다.
- 따라서 옳은 것은 ④이다.

04 답 $\sqrt{42}$ cm

(직사각형의 넓이) $=7 \times 6=42(\text{cm}^2)$
정사각형의 한 변의 길이를 xcm라 하면 $x^2=42$
이때 $x>0$ 이므로 $x=\sqrt{42}$
따라서 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{42}$ cm이다.

05 답 $\sqrt{34}$ cm

$$\overline{BC}=\sqrt{5^2+3^2}=\sqrt{34}(\text{cm})$$

06 답 ②

x는 7의 제곱근이므로 $x^2=7$ 또는 $x=\pm\sqrt{7}$
따라서 바르게 나타낸 것은 ②이다.

07 답 ④

음수의 제곱근은 없으므로 제곱근이 없는 수는 -1, $-\frac{1}{9}$ 이다.

08 답 ⑤

$$A^2=16, B^2=8 \text{이므로 } A^2-B^2=16-8=8$$

09 답 13

$(-10)^2=100$ 의 양의 제곱근은 10이므로 $A=10$
 $\sqrt{81}=9$ 의 음의 제곱근은 -3이므로 $B=-3$
 $\therefore A-B=10-(-3)=13$

10 답 ②, ⑤

- ① $\sqrt{64}=8$ 의 제곱근 $\Rightarrow \pm\sqrt{8}$
- ③ 0.36의 제곱근 $\Rightarrow \pm 0.6$

④ $\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$ 이므로 $\frac{4}{5}$ 의 양의 제곱근 $\Rightarrow \sqrt{\frac{4}{5}}$

따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다.

11 **답** $-\frac{5}{3}$

$2.\dot{7} = \frac{27-2}{9} = \frac{25}{9}$

따라서 $2.\dot{7}$ 의 음의 제곱근은 $-\sqrt{\frac{25}{9}} = -\frac{5}{3}$ 이다.

12 **답** ④

144의 제곱근은 ± 12 이고 $a > b$ 이므로 $a = 12$, $b = -12$

$\therefore \sqrt{a-2b} = \sqrt{12-2 \times (-12)} = \sqrt{36} = 6$

따라서 6의 양의 제곱근은 $\sqrt{6}$ 이다.

13 **답** ②, ④

① $121 = 11^2$ 이므로 $\sqrt{121} = 11$

③ $\frac{1}{36} = \left(\frac{1}{6}\right)^2$ 이므로 $\sqrt{\frac{1}{36}} = \frac{1}{6}$

⑤ $64 = 8^2$ 이므로 $-\sqrt{64} = -8$

따라서 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없는 수는 ②, ④이다.

14 **답** ③

$7.\dot{1} = \frac{71-7}{9} = \frac{64}{9}$ 의 제곱근 $\Rightarrow \pm \sqrt{\frac{64}{9}} = \pm \frac{8}{3}$

$\sqrt{256} = 16$ 의 제곱근 $\Rightarrow \pm \sqrt{16} = \pm 4$

$\frac{49}{36}$ 의 제곱근 $\Rightarrow \pm \sqrt{\frac{49}{36}} = \pm \frac{7}{6}$

따라서 근호를 사용하지 않고 제곱근을 나타낼 수 있는 수는

$7.\dot{1}$, $\sqrt{256}$, $\frac{49}{36}$ 의 3개이다.

15 **답** ⑤

ㄴ. 16의 양의 제곱근은 $\sqrt{16} = 4$ 이다.

ㄷ. $225 = 15^2$ 이므로 $-\sqrt{225} = -15$ 이다.

ㄹ. $3^2 = 9$ 의 음의 제곱근은 -3 이다.

ㅁ. $\sqrt{\frac{25}{81}} = \frac{5}{9}$ 의 양의 제곱근은 $\sqrt{\frac{5}{9}}$ 이다.

따라서 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 수는 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.

16 **답** ④

ㄷ. 6의 제곱근은 $\pm \sqrt{6}$ 이다.

ㅁ. 양수의 제곱근은 양수와 음수의 2개이다.

17 **답** ①, ④

② 양수의 제곱근은 2개이지만 0의 제곱근은 1개, 음수의 제곱근은 없다.

③ $0.\dot{4} = \frac{4}{9}$ 의 제곱근은 $\pm \frac{2}{3}$ 이다.

④ $\sqrt{16} = 4$ 의 제곱근은 ± 2 이다.

⑤ 제곱하여 0.3이 되는 수는 $\pm \sqrt{0.3}$ 의 2개이다.

⑥ $\frac{1}{36}$ 의 제곱근은 $\pm \frac{1}{6}$ 의 2개이고, 두 제곱근의 합은 0이다.

따라서 옳은 것은 ①, ④이다.

18 **답** ②

①, ③, ④, ⑤ ± 2 ② $\sqrt{4} = 2$

따라서 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는 ②이다.

19 **답** $\sqrt{30}$ cm

(삼각형의 넓이) $= \frac{1}{2} \times 10 \times 6 = 30(\text{cm}^2)$

정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 $x^2 = 30$

이때 $x > 0$ 이므로 $x = \sqrt{30}$

따라서 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{30}$ cm이다.

20 **답** 9cm

넓음비가 1 : 3인 두 정사각형의 넓이의 비는 $1^2 : 3^2 = 1 : 9$ 이다.

두 정사각형의 넓이를 각각 $S \text{cm}^2$, $9S \text{cm}^2$ 라 하면

$S + 9S = 90$, $10S = 90$ $\therefore S = 9$

따라서 큰 정사각형의 넓이는

$9S = 9 \times 9 = 81(\text{cm}^2)$... (i)

큰 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 $x^2 = 81$

이때 $x > 0$ 이므로 $x = 9$

따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 9cm이다. ... (ii)

채점 기준

(i) 큰 정사각형의 넓이 구하기	50 %
(ii) 큰 정사각형의 한 변의 길이 구하기	50 %

참고 넓음비가 $m : n$ 인 두 닮은 도형의 넓이의 비는 $m^2 : n^2$ 이다.

21 **답** 5cm

처음 정사각형의 넓이는 $20^2 = 400(\text{cm}^2)$ 이고, 정사각형을 한 번 접

으면 그 넓이는 전 단계 정사각형의 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이 되므로

[1단계] ~ [4단계]에서 생기는 정사각형의 넓이는 각각 다음과 같다.

[1단계] $400 \times \frac{1}{2} = 200(\text{cm}^2)$

[2단계] $200 \times \frac{1}{2} = 100(\text{cm}^2)$

[3단계] $100 \times \frac{1}{2} = 50(\text{cm}^2)$

[4단계] $50 \times \frac{1}{2} = 25(\text{cm}^2)$

[4단계]에서 생기는 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$x^2 = 25$

이때 $x > 0$ 이므로 $x = 5$

따라서 [4단계]에서 생기는 정사각형의 한 변의 길이는 5cm이다.

22 **답** $\sqrt{21}$ cm

$\overline{AC} = \sqrt{11^2 - 10^2} = \sqrt{21}(\text{cm})$

23 **답** $\sqrt{89}$ cm

직각삼각형 ABC의 넓이가 20cm^2 이므로

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times \overline{AC} = 20$ $\therefore \overline{AC} = 5(\text{cm})$

$\therefore \overline{BC} = \sqrt{8^2 + 5^2} = \sqrt{89}(\text{cm})$

24 답 $\sqrt{149}$ cm

두 정사각형 ABCD, GCEF의 한 변의 길이는 각각

$$\sqrt{49}=7(\text{cm}), \sqrt{9}=3(\text{cm})$$

즉, $\overline{AB}=7(\text{cm})$, $\overline{BE}=7+3=10(\text{cm})$ 이므로 ... (i)

$\triangle ABE$ 에서 $\overline{AE}=\sqrt{7^2+10^2}=\sqrt{149}(\text{cm})$... (ii)

채점 기준

(i) $\overline{AB}$, $\overline{BE}$ 의 길이 구하기	50%
(ii) $\overline{AE}$ 의 길이 구하기	50%

02 제곱근의 성질 (1)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

13~16쪽

25 답 (1) $\frac{1}{3}$ (2) -7

$$(1) \left(-\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2 = \frac{1}{3} \quad (2) -\sqrt{7^2} = -7$$

26 답 0

$$\sqrt{100}-\sqrt{(-15)^2}+(-\sqrt{5})^2=10-15+5=0$$

27 답 (1) $-a$ (2) $-a$

$$(1) -\sqrt{a^2} = -a$$

$$(2) a < 0 \text{ 일 때, } -a > 0 \text{ 이므로 } \sqrt{(-a)^2} = -a$$

28 답 $a+6b$

$a > 0$, $b < 0$ 일 때, $-3a < 0$, $6b < 0$ 이므로

$$\begin{aligned} \sqrt{(-3a)^2} - \sqrt{36b^2} - 2\sqrt{a^2} &= \sqrt{(-3a)^2} - \sqrt{(6b)^2} - 2\sqrt{a^2} \\ &= -(-3a) - (-6b) - 2a \\ &= 3a + 6b - 2a = a + 6b \end{aligned}$$

29 답 ②

$1 < a < 2$ 일 때, $a-1 > 0$, $a-2 < 0$ 이므로

$$\begin{aligned} \sqrt{(a-1)^2} + \sqrt{(a-2)^2} &= a-1 + \{-(a-2)\} \\ &= a-1-a+2=1 \end{aligned}$$

30 답 ⑤

$$① \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{2} \text{ 이므로 } -\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = -\frac{1}{2}$$

$$② \sqrt{(-10)^2} = 10$$

$$③ (-\sqrt{0.3})^2 = 0.3$$

$$④ (\sqrt{4})^2 = 4$$

$$⑤ \sqrt{(-5)^2} = 5 \text{ 이므로 } -\sqrt{(-5)^2} = -5$$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

31 답 ②

$$① -\sqrt{36} = -6$$

$$② \sqrt{(-6)^2} = 6$$

$$③ (\sqrt{6})^2 = 6 \text{ 이므로 } -(\sqrt{6})^2 = -6$$

$$④ (-\sqrt{6})^2 = 6 \text{ 이므로 } -(-\sqrt{6})^2 = -6$$

$$⑤ \sqrt{6^2} = 6 \text{ 이므로 } -\sqrt{6^2} = -6$$

따라서 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는 ②이다.

32 답 ④

$$① \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

$$② \left(-\sqrt{\frac{1}{4}}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$③ \sqrt{0.01} = 0.1 = \frac{1}{10}$$

$$④ \sqrt{(-0.5)^2} = 0.5 = \frac{1}{2}$$

$$⑤ \sqrt{\left(-\frac{1}{9}\right)^2} = \frac{1}{9} \text{ 이므로 } -\sqrt{\left(-\frac{1}{9}\right)^2} = -\frac{1}{9}$$

따라서 가장 큰 수는 ④이다.

33 답 8

$$\sqrt{(-25)^2} = 25 \text{ 의 양의 제곱근은 } \sqrt{25} = 5 \text{ 이므로 } a = 5 \quad \dots (i)$$

$$(-\sqrt{9})^2 = 9 \text{ 의 음의 제곱근은 } -\sqrt{9} = -3 \text{ 이므로 } b = -3 \quad \dots (ii)$$

$$\therefore a - b = 5 - (-3) = 8 \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) a 의 값 구하기	40%
(ii) b 의 값 구하기	40%
(iii) $a-b$ 의 값 구하기	20%

34 답 ②

$$\sqrt{(-5)^2} \times \sqrt{3^2} - (-\sqrt{11})^2 = 5 \times 3 - 11 = 4$$

35 답 3

$$\sqrt{144} - (-\sqrt{13})^2 + (\sqrt{7})^2 \times \sqrt{\left(-\frac{4}{7}\right)^2} = 12 - 13 + 7 \times \frac{4}{7} = 3$$

36 답 ⑤

$$A = \sqrt{(-11)^2} - (-\sqrt{2})^2 = 11 - 2 = 9$$

$$B = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2} \times \sqrt{16} - (\sqrt{3})^2 = \frac{1}{2} \times 4 - 3 = -1$$

$$\therefore A + B = 9 + (-1) = 8$$

37 답 5

$$A = \sqrt{(-10)^2} \times \sqrt{2.25} + \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2} \div \left(-\sqrt{\frac{1}{15}}\right)^2$$

$$= 10 \times 1.5 + \frac{2}{3} \div \frac{1}{15}$$

$$= 10 \times 1.5 + \frac{2}{3} \times 15$$

$$= 15 + 10 = 25$$

따라서 제곱근 A 는 $\sqrt{25}=5$ 이다.

38 답 ④

$a > 0$ 일 때, $-a < 0$ 이므로

$$\neg. \sqrt{(-a)^2} = -(-a) = a$$

$$\neg. (\sqrt{a})^2 = a$$

$$\neg. -\sqrt{(-a)^2} = -\{-(-a)\} = -a$$

$$\neg. (-\sqrt{a})^2 = a$$

$$\neg. -\sqrt{a^2} = -a$$

따라서 같은 값을 갖는 것끼리 바르게 짝 지은 것은 ④이다.

39 답 ②

$a < 0$ 일 때, $\frac{a}{8} < 0$ 이므로

$$\sqrt{\frac{a^2}{64}} = \sqrt{\left(\frac{a}{8}\right)^2} = -\frac{a}{8}$$

40 답 ②, ⑤

$$\textcircled{1} 2a < 0 \text{이므로 } \sqrt{(2a)^2} = -2a$$

$$\textcircled{2} 3a < 0 \text{이므로 } -\sqrt{9a^2} = -\sqrt{(3a)^2} = -(-3a) = 3a$$

$$\textcircled{3} -3a > 0 \text{이므로 } \sqrt{(-3a)^2} = -3a$$

$$\textcircled{4} 4a < 0 \text{이므로 } -\sqrt{16a^2} = -\sqrt{(4a)^2} = -(-4a) = 4a$$

$$\textcircled{5} -7a > 0 \text{이므로 } -\sqrt{(-7a)^2} = -(-7a) = 7a$$

따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

41 답 ②

$a < 0$, $b > 0$ 일 때, $2a < 0$, $-2b < 0$ 이므로

$$\begin{aligned} \sqrt{4a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-2b)^2} &= \sqrt{(2a)^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-2b)^2} \\ &= -2a + b - \{-(-2b)\} \\ &= -2a + b - 2b = -2a - b \end{aligned}$$

42 답 ④

$a < 0$ 일 때, $-5a > 0$, $3a < 0$ 이므로

$$\begin{aligned} \sqrt{a^2} - \sqrt{(-5a)^2} + \sqrt{9a^2} &= \sqrt{a^2} - \sqrt{(-5a)^2} + \sqrt{(3a)^2} \\ &= -a - (-5a) + (-3a) \\ &= -a + 5a - 3a = a \end{aligned}$$

43 답 $-3a + 4b$

$\sqrt{a^2} = a$ 에서 $a > 0$

$\sqrt{(-b)^2} = -b$ 에서 $-b > 0$ 이므로 $b < 0$

따라서 $-3a < 0$, $6a > 0$, $4b < 0$ 이므로

$$\begin{aligned} \sqrt{(-3a)^2} - \sqrt{36a^2} - \sqrt{16b^2} &= \sqrt{(-3a)^2} - \sqrt{(6a)^2} - \sqrt{(4b)^2} \\ &= -(-3a) - 6a - (-4b) \\ &= 3a - 6a + 4b \\ &= -3a + 4b \end{aligned}$$

44 답 $-7a + 8b$

$a - b < 0$ 에서 $a < b$ 이고 $ab < 0$ 이므로 $a < 0$, $b > 0$ 이다.

즉, $7a < 0$, $-9b < 0$ 이므로

$$\begin{aligned} \sqrt{49a^2} + \sqrt{(-9b)^2} - \sqrt{b^2} &= \sqrt{(7a)^2} + \sqrt{(-9b)^2} - \sqrt{b^2} \\ &= -7a + \{-(-9b)\} - b \\ &= -7a + 9b - b \\ &= -7a + 8b \end{aligned}$$

45 답 ④

$-2 < x < 5$ 일 때, $x - 5 < 0$, $x + 2 > 0$ 이므로

$$\begin{aligned} \sqrt{(x-5)^2} - \sqrt{(x+2)^2} &= -(x-5) - (x+2) \\ &= -x + 5 - x - 2 \\ &= -2x + 3 \end{aligned}$$

46 답 x

$0 < x < 3$ 일 때, $-x < 0$, $3 - x > 0$, $x - 3 < 0$ 이므로

$$\begin{aligned} \sqrt{(-x)^2} + \sqrt{(3-x)^2} - \sqrt{(x-3)^2} \\ &= -(-x) + (3-x) - \{-(x-3)\} \\ &= x + 3 - x + x - 3 = x \end{aligned}$$

47 답 ⑤

$b < 0 < a$ 일 때, $a - b > 0$, $b - 1 < 0$ 이므로

$$\begin{aligned} \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(b-1)^2} &= a - b + \{-(b-1)\} \\ &= a - b - b + 1 \\ &= a - 2b + 1 \end{aligned}$$

48 답 9

$x > 4$ 일 때, $x - 2 > 0$, $4 - x < 0$ 이므로

$$\begin{aligned} \sqrt{(x-2)^2} + \sqrt{(4-x)^2} &= x - 2 + \{-(4-x)\} \\ &= x - 2 - 4 + x \\ &= 2x - 6 \end{aligned}$$

즉, $2x - 6 = 12$ 이므로

$$2x = 18 \quad \therefore x = 9$$

채점 기준

(i) $x - 2$, $4 - x$ 의 부호 정하기	30 %
(ii) 주어진 식의 좌변을 간단히 하기	50 %
(iii) x 의 값 구하기	20 %

49 답 $3a$

$a > b$, $ab < 0$ 이므로 $a > 0$, $b < 0$

즉, $2a > 0$, $a - b > 0$ 이므로

$$\begin{aligned} \sqrt{4a^2} - |b| + \sqrt{(a-b)^2} &= \sqrt{(2a)^2} - |b| + \sqrt{(a-b)^2} \\ &= 2a - (-b) + a - b \\ &= 2a + b + a - b \\ &= 3a \end{aligned}$$

50 답 ③

$a > b > c > 0$ 일 때, $a - b > 0$, $b - c > 0$, $c - a < 0$ 이므로

$$\begin{aligned} \sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(b-c)^2} + \sqrt{(c-a)^2} \\ &= a - b - (b - c) + \{-(c - a)\} \\ &= a - b - b + c - c + a \\ &= 2a - 2b \end{aligned}$$

51 답 ②

$\neg$. $x < -1$ 이면 $x + 1 < 0$, $1 - x > 0$ 이므로

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{(x+1)^2} - \sqrt{(1-x)^2} \\ &= -(x+1) - (1-x) \\ &= -x - 1 - 1 + x = -2 \end{aligned}$$

ㄴ. $-1 < x < 1$ 이면 $x+1 > 0$, $1-x > 0$ 이므로

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{(x+1)^2} - \sqrt{(1-x)^2} \\ &= x+1 - (1-x) \\ &= x+1-1+x=2x \end{aligned}$$

ㄷ. $x > 1$ 이면 $x+1 > 0$, $1-x < 0$ 이므로

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{(x+1)^2} - \sqrt{(1-x)^2} \\ &= x+1 - \{-(1-x)\} \\ &= x+1+1-x=2 \end{aligned}$$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

52 답 ②

$0 < a < 1$ 에서 $\frac{1}{a} > 1$ 이므로 $a < \frac{1}{a}$ 이다.

즉, $a + \frac{1}{a} > 0$, $a - \frac{1}{a} < 0$ 이므로

$$\begin{aligned} \sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2} - \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} &= a + \frac{1}{a} - \left\{-\left(a - \frac{1}{a}\right)\right\} \\ &= a + \frac{1}{a} + a - \frac{1}{a} \\ &= 2a \end{aligned}$$

03 제곱근의 성질 (2)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

17~19쪽

53 답 15

$\sqrt{240a} = \sqrt{2^4 \times 3 \times 5 \times a}$ 가 자연수가 되려면 $a = 3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 a 의 값은 15이다.

54 답 7

$\sqrt{\frac{28}{x}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 7}{x}}$ 이 자연수가 되려면 x 는 28의 약수이면서

$7 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 x 의 값은 7이다.

55 답 ③

$\sqrt{13+a}$ 가 자연수가 되려면 $13+a$ 가 13보다 큰 (자연수)² 꼴인 수이어야 하므로

$$13+a=16, 25, 36, \dots$$

$$\therefore a=3, 12, 23, \dots$$

따라서 가장 작은 자연수 a 의 값은 3이다.

56 답 ②

$\sqrt{16-n}$ 이 자연수가 되려면 $16-n$ 이 16보다 작은 (자연수)² 꼴인 수이어야 하므로

$$16-n=1, 4, 9$$

$$\therefore n=15, 12, 7$$

따라서 가장 작은 자연수 n 의 값은 7이다.

57 답 6

$\sqrt{\frac{147}{2}x} = \sqrt{\frac{3 \times 7^2 \times x}{2}}$ 가 자연수가 되려면 $x = 2 \times 3 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 x 의 값은 $2 \times 3 = 6$ 이다.

58 답 ②

$\sqrt{2^2 \times 3^3 \times 5^4 \times a}$ 가 자연수가 되려면 $a = 3 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

$$\textcircled{1} 3 = 3 \times 1^2$$

$$\textcircled{2} 9 = 3 \times 3$$

$$\textcircled{3} 12 = 3 \times 2^2$$

$$\textcircled{4} 27 = 3 \times 3^2$$

$$\textcircled{5} 48 = 3 \times 4^2$$

따라서 자연수 a 의 값이 아닌 것은 ②이다.

59 답 3개

$\sqrt{60n} = \sqrt{2^2 \times 3 \times 5 \times n}$ 이 자연수가 되려면 $n = 3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

따라서 $10 \leq n < 150$ 인 자연수 n 은

$$3 \times 5 \times 1^2 = 15, 3 \times 5 \times 2^2 = 60, 3 \times 5 \times 3^2 = 135 \text{의 3개이다.}$$

60 답 ⑤

$v = \sqrt{2 \times 9.8 \times h} = \sqrt{\frac{2 \times 7^2 \times h}{5}}$ 가 자연수가 되려면

$h = 2 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

따라서 두 자리의 자연수 h 는

$$2 \times 5 \times 1^2 = 10, 2 \times 5 \times 2^2 = 40, 2 \times 5 \times 3^2 = 90$$

이므로 두 자리의 자연수 h 의 값 중 가장 큰 수는 90이다.

61 답 5

$\sqrt{\frac{45}{x}} = \sqrt{\frac{3^2 \times 5}{x}}$ 가 자연수가 되려면 x 는 45의 약수이면서

$5 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

이때 $\sqrt{\frac{45}{x}}$ 가 가장 큰 자연수가 되려면 가장 작은 자연수 x 의 값을

구하면 된다.

따라서 구하는 자연수 x 의 값은 5이다.

62 답 100

$\sqrt{\frac{72}{a}} = \sqrt{\frac{2^3 \times 3^2}{a}}$ 이 자연수가 되려면 a 는 72의 약수이면서

$2 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

따라서 자연수 a 는 2, 2^3 , 2×3^2 , $2^3 \times 3^2$ 이므로 구하는 합은

$$2+8+18+72=100$$

63 답 6

넓이가 $\frac{216}{x}$ 인 정사각형 모양의 색종이의 한 변의 길이는 $\sqrt{\frac{216}{x}}$

$\sqrt{\frac{216}{x}} = \sqrt{\frac{2^3 \times 3^3}{x}}$ 이 자연수가 되려면 x 는 216의 약수이면서

$2 \times 3 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 x 의 값은 $2 \times 3 = 6$ 이다.

64 답 3

$\sqrt{\frac{108}{a}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3^3}{a}}$ 이 자연수가 되려면 a 는 108의 약수이면서

$3 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

$$\therefore a=3, 3 \times 2^2, 3^3, 3^3 \times 2^2 \quad \dots \textcircled{7} \quad \dots \textcircled{i}$$

$\sqrt{12a} = \sqrt{2^2 \times 3 \times a}$ 가 자연수가 되려면 $a=3 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

$$\therefore a=3, 3 \times 2^2, 3^3, 3 \times 2^4, \dots \quad \dots \textcircled{8} \quad \dots \textcircled{ii}$$

$\textcircled{7}, \textcircled{8}$ 에서 구하는 가장 작은 자연수 a 의 값은 3이다. $\dots \textcircled{iii}$

채점 기준

(i) $\sqrt{\frac{108}{a}}$ 이 자연수가 되도록 하는 자연수 a 의 값 구하기	40%
(ii) $\sqrt{12a}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 a 의 값 구하기	40%
(iii) 가장 작은 자연수 a 의 값 구하기	20%

65 답 9

$\sqrt{16+x}$ 가 자연수가 되려면 $16+x$ 가 16보다 큰 (자연수)² 꼴인 수이어야 하므로

$$16+x=25, 36, 49, \dots$$

$$\therefore x=9, 20, 33, \dots$$

따라서 가장 작은 자연수 x 의 값은 9이다.

66 답 ④

$\sqrt{27+a}$ 가 자연수가 되려면 $27+a$ 가 27보다 큰 (자연수)² 꼴인 수이어야 하므로

$$27+a=36, 49, 64, 81, 100, \dots$$

$$\therefore a=9, 22, 37, 54, 73, \dots$$

따라서 자연수 a 의 값이 아닌 것은 ④이다.

67 답 5개

$\sqrt{50+n}$ 이 자연수가 되려면 $50+n$ 이 50보다 큰 (자연수)² 꼴인 수이어야 하므로

$$50+n=64, 81, 100, 121, 144, 169, \dots$$

$$\therefore n=14, 31, 50, 71, 94, 119, \dots$$

따라서 100 이하의 자연수 n 은 14, 31, 50, 71, 94의 5개이다.

68 답 17

$\sqrt{115+a}$ 가 자연수가 되려면 $115+a$ 가 115보다 큰 (자연수)² 꼴인 수이어야 하므로

$$115+a=121, 144, 169, \dots$$

$$\therefore a=6, 29, 54, \dots$$

따라서 가장 작은 자연수 $a=6$ $\dots \textcircled{i}$

이때 $b=\sqrt{115+6}=\sqrt{121}=11$ 이므로 $\dots \textcircled{ii}$

$$a+b=6+11=17 \quad \dots \textcircled{iii}$$

채점 기준

(i) a 의 값 구하기	60%
(ii) b 의 값 구하기	30%
(iii) $a+b$ 의 값 구하기	10%

69 답 ②

$\sqrt{19-x}$ 가 정수가 되려면 $19-x$ 가 0 또는 19보다 작은 (자연수)² 꼴인 수이어야 하므로

$$19-x=0, 1, 4, 9, 16$$

$$\therefore x=19, 18, 15, 10, 3$$

따라서 자연수 x 의 값이 아닌 것은 ②이다.

70 답 ④

$\sqrt{50-a}$ 가 자연수가 되려면 $50-a$ 가 50보다 작은 (자연수)² 꼴인 수이어야 하므로

$$50-a=1, 4, 9, 16, 25, 36, 49$$

$$\therefore a=49, 46, 41, 34, 25, 14, 1$$

따라서 자연수 a 의 개수는 7개이다.

71 답 22

$\sqrt{30-2x}$ 가 정수가 되려면 $30-2x$ 가 0 또는 30보다 작은 (자연수)² 꼴인 수이어야 하므로

$$30-2x=0, 1, 4, 9, 16, 25$$

$$\therefore x=15, \frac{29}{2}, 13, \frac{21}{2}, 7, \frac{5}{2}$$

이때 x 는 자연수이므로 $x=15, 13, 7$

따라서 x 의 값 중 가장 큰 수 $A=15$, 가장 작은 수 $B=7$ 이므로

$$A+B=15+7=22$$

72 답 35cm²

(가), (나)의 사진의 한 변의 길이는 각각 $\sqrt{6x}$ cm, $\sqrt{49-x}$ cm이다.

이때 $\sqrt{6x}=\sqrt{2 \times 3 \times x}$ 가 자연수가 되려면 $x=2 \times 3 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 하므로 자연수 x 는

$$2 \times 3 \times 1^2=6, 2 \times 3 \times 2^2=24, 2 \times 3 \times 3^2=54, \dots \quad \dots \textcircled{7}$$

또 $\sqrt{49-x}$ 가 자연수가 되려면 $49-x$ 가 49보다 작은 (자연수)² 꼴인 수이어야 하므로

$$49-x=1, 4, 9, 16, 25, 36$$

$$\therefore x=48, 45, 40, 33, 24, 13 \quad \dots \textcircled{8}$$

$\textcircled{7}, \textcircled{8}$ 에서 $x=24$ 이므로

$$(\text{가}) \text{의 한 변의 길이} = \sqrt{6x} = \sqrt{6 \times 24} = 12(\text{cm})$$

$$(\text{나}) \text{의 한 변의 길이} = \sqrt{49-x} = \sqrt{49-24} = 5(\text{cm})$$

따라서 (나)에 들어갈 사진의 넓이는

$$5 \times (12-5) = 35(\text{cm}^2)$$

04 제곱근의 대소 관계

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

20~22쪽

73 답 ⑤

$$\textcircled{1} \ 5 < 6 \text{이므로 } \sqrt{5} < \sqrt{6} \quad \therefore -\sqrt{5} > -\sqrt{6}$$

② $0.3 = \sqrt{0.09}$ 이고 $0.3 > 0.09$ 이므로

$\sqrt{0.3} > \sqrt{0.09} \quad \therefore \sqrt{0.3} > 0.3$

③ $5 = \sqrt{25}$ 이고 $25 > 24$ 이므로 $\sqrt{25} > \sqrt{24} \quad \therefore 5 > \sqrt{24}$

④ $\frac{1}{3} = \sqrt{\frac{1}{9}}$ 이고 $\frac{1}{9} > \frac{1}{10}$ 이므로

$\sqrt{\frac{1}{9}} > \sqrt{\frac{1}{10}} \quad \therefore \frac{1}{3} > \sqrt{\frac{1}{10}}$

⑤ $2 < 3$ 이므로 $\sqrt{2} < \sqrt{3} \quad \therefore \frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{\sqrt{3}}{2}$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

74 답 -1

$2 = \sqrt{4}$, $3 = \sqrt{9}$ 에서 $2 - \sqrt{2} > 0$, $\sqrt{2} - 3 < 0$ 이므로
 $\sqrt{(2 - \sqrt{2})^2} - \sqrt{(\sqrt{2} - 3)^2} = 2 - \sqrt{2} - \{-(\sqrt{2} - 3)\}$
 $= 2 - \sqrt{2} + \sqrt{2} - 3 = -1$

75 답 ③

$3 < \sqrt{3a} < 5$ 에서 $3^2 < (\sqrt{3a})^2 < 5^2$, $9 < 3a < 25$

$\therefore 3 < a < \frac{25}{3}$

따라서 자연수 a 는 4, 5, 6, 7, 8의 5개이다.

다른 풀이

$3 < \sqrt{3a} < 5$ 에서 $3 = \sqrt{9}$, $5 = \sqrt{25}$ 이므로

$\sqrt{9} < \sqrt{3a} < \sqrt{25}$, $9 < 3a < 25 \quad \therefore 3 < a < \frac{25}{3}$

따라서 자연수 a 는 4, 5, 6, 7, 8의 5개이다.

76 답 3

$\sqrt{64} = 8$, $\sqrt{81} = 9$ 이므로 $8 < \sqrt{75} < 9$

$\therefore f(75) = (\sqrt{75} \text{ 이하의 자연수의 개수}) = 8$

$\sqrt{25} = 5$, $\sqrt{36} = 6$ 이므로 $5 < \sqrt{30} < 6$

$\therefore f(30) = (\sqrt{30} \text{ 이하의 자연수의 개수}) = 5$

$\therefore f(75) - f(30) = 8 - 5 = 3$

77 답 ⑤

① $7 < 8$ 이므로 $\sqrt{7} < \sqrt{8}$

② $\sqrt{0.09} = 0.3$ 이므로 $0.25 < 0.3 \quad \therefore 0.25 < \sqrt{0.09}$

③ $4 = \sqrt{16}$ 이고 $18 > 16$ 이므로 $\sqrt{18} > \sqrt{16} \quad \therefore \sqrt{18} > 4$

④ $\frac{1}{6} = \sqrt{\frac{1}{36}}$ 이고 $\frac{1}{36} < \frac{1}{12}$ 이므로

$\sqrt{\frac{1}{36}} < \sqrt{\frac{1}{12}} \quad \therefore \frac{1}{6} < \sqrt{\frac{1}{12}}$

⑤ $\sqrt{\frac{5}{2}} = \sqrt{2.5}$ 이고 $2.4 < 2.5$ 에서 $\sqrt{2.4} < \sqrt{2.5}$ 이므로

$-\sqrt{2.4} > -\sqrt{2.5} \quad \therefore -\sqrt{2.4} > -\sqrt{\frac{5}{2}}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

78 답 ②

② $0.25 = \frac{1}{4} = \sqrt{\frac{1}{16}}$

④ $\frac{1}{5} = \sqrt{\frac{1}{25}}$

이때 $\frac{1}{25} < \frac{1}{16} < \frac{1}{3} < 5 < 12$ 이므로

$\sqrt{\frac{1}{25}} < \sqrt{\frac{1}{16}} < \sqrt{\frac{1}{3}} < \sqrt{5} < \sqrt{12}$ 에서

$\frac{1}{5} < 0.25 < \sqrt{\frac{1}{3}} < \sqrt{5} < \sqrt{12}$

따라서 두 번째로 작은 수는 ②이다.

79 답 18

음수끼리 대소를 비교하면

$2 = \sqrt{4}$ 이고 $4 < 8$ 에서 $\sqrt{4} < \sqrt{8}$ 이므로

$-\sqrt{4} > -\sqrt{8} \quad \therefore -2 > -\sqrt{8} \quad \dots \textcircled{7}$

양수끼리 대소를 비교하면

$\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9}$ 이고 $\frac{1}{2} < 9 < 10$ 이므로

$\sqrt{\frac{1}{2}} < \sqrt{(-3)^2} < \sqrt{10} \quad \dots \textcircled{9}$

⑦, ⑨에서 $-\sqrt{8} < -2 < 0 < \sqrt{\frac{1}{2}} < \sqrt{(-3)^2} < \sqrt{10}$

따라서 가장 작은 수 $a = -\sqrt{8}$, 가장 큰 수 $b = \sqrt{10}$ 이므로

$a^2 + b^2 = (-\sqrt{8})^2 + (\sqrt{10})^2 = 8 + 10 = 18$

만렙 비법 먼저 음수와 양수로 구분한 후, 각각의 대소를 비교한다.

80 답 ④

$0 < a < 1$ 이므로

① $0 < a < 1$ ② $0 < a^2 < 1$ ③ $0 < \sqrt{a} < 1$

④ $\frac{1}{a} > 1$ ⑤ $\sqrt{\frac{1}{a}} > 1$

이때 $\frac{1}{a} < \frac{1}{a^2}$ 에서 $\sqrt{\frac{1}{a}} < \frac{1}{a}$ 이므로 $\frac{1}{a}$ 의 값이 가장 크다.

다른 풀이

$a = \frac{1}{4}$ 이라 하면

① $a = \frac{1}{4}$ ② $a^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$ ③ $\sqrt{a} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

④ $\frac{1}{a} = 4$ ⑤ $\sqrt{\frac{1}{a}} = \sqrt{4} = 2$

따라서 그 값이 가장 큰 것은 ④이다.

81 답 ③

$4 = \sqrt{16}$ 에서 $\sqrt{3} - 4 < 0$, $\sqrt{3} - 1 > 0$ 이므로

$\sqrt{(\sqrt{3}-4)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = -(\sqrt{3}-4) + (\sqrt{3}-1)$
 $= -\sqrt{3} + 4 + \sqrt{3} - 1 = 3$

82 답 7

$3 = \sqrt{9}$ 에서 $3 - \sqrt{10} < 0$, $\sqrt{10} - 3 > 0$ 이므로

$\sqrt{(3-\sqrt{10})^2} - \sqrt{(\sqrt{10}-3)^2} - \sqrt{(-3)^2} + (-\sqrt{10})^2$
 $= -(3-\sqrt{10}) - (\sqrt{10}-3) - 3 + 10$
 $= -3 + \sqrt{10} - \sqrt{10} + 3 - 3 + 10 = 7$

83 답 -8

$x + y = 4 + (-2 - \sqrt{10}) = 2 - \sqrt{10}$

이때 $2 = \sqrt{4}$ 이므로 $2 - \sqrt{10} < 0$

$\dots \textcircled{i}$

$$x-y=4-(-2-\sqrt{10})=6+\sqrt{10}>0 \quad \dots (ii)$$

$$\therefore \sqrt{(x+y)^2}-\sqrt{(x-y)^2}=-(2-\sqrt{10})-(6+\sqrt{10})$$

$$=-2+\sqrt{10}-6-\sqrt{10}=-8 \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) $x+y$ 의 부호 정하기	30%
(ii) $x-y$ 의 부호 정하기	30%
(iii) 식의 값 구하기	40%

84 답 7

$$8<\sqrt{5n}\leq 10 \text{에서 } 8^2<(\sqrt{5n})^2\leq 10^2, 64<5n\leq 100$$

$$\therefore \frac{64}{5}<n\leq 20$$

따라서 자연수 n 의 값 중 가장 큰 수 $x=20$, 가장 작은 수 $y=13$ 이므로 $x-y=20-13=7$

다른 풀이

$$8<\sqrt{5n}\leq 10 \text{에서 } 8=\sqrt{64}, 10=\sqrt{100} \text{이므로}$$

$$\sqrt{64}<\sqrt{5n}\leq\sqrt{100}, 64<5n\leq 100 \quad \therefore \frac{64}{5}<n\leq 20$$

따라서 자연수 n 의 값 중 가장 큰 수 $x=20$, 가장 작은 수 $y=13$ 이므로 $x-y=20-13=7$

85 답 ③

$$1<\sqrt{\frac{n}{3}}<2 \text{에서 } 1^2<\left(\sqrt{\frac{n}{3}}\right)^2<2^2, 1<\frac{n}{3}<4$$

$$\therefore 3<n<12$$

따라서 자연수 n 은 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11의 8개이다.

86 답 6개

$$3<\sqrt{x-2}<4 \text{에서 } 3^2<(\sqrt{x-2})^2<4^2, 9<x-2<16$$

$$\therefore 11<x<18$$

따라서 자연수 x 는 12, 13, 14, 15, 16, 17의 6개이다.

87 답 7

$$\sqrt{5}<x<\sqrt{22} \text{에서 } (\sqrt{5})^2<x^2<(\sqrt{22})^2$$

$$\therefore 5<x^2<22$$

이때 x 는 자연수이므로 $x^2=9, 16$

따라서 자연수 x 의 값은 3, 4이므로 구하는 합은

$$3+4=7$$

88 답 ①

$$\sqrt{196}=14, \sqrt{225}=15 \text{이므로 } 14<\sqrt{200}<15$$

$$\therefore f(200)=(\sqrt{200} \text{ 이하의 자연수의 개수})=14$$

$$\sqrt{9}=3, \sqrt{16}=4 \text{이므로 } 3<\sqrt{10}<4$$

$$\therefore f(10)=(\sqrt{10} \text{ 이하의 자연수의 개수})=3$$

$$\therefore f(200)-f(10)=14-3=11$$

89 답 5개

$$\frac{a+2b}{a-2b}=3 \text{에서}$$

$$a+2b=3(a-2b), a+2b=3a-6b$$

$$\therefore a=4b \quad \dots (i)$$

$$\sqrt{\frac{5a+9b}{a-3b}} \text{에 } a=4b \text{를 대입하면}$$

$$\sqrt{\frac{5a+9b}{a-3b}}=\sqrt{\frac{5\times 4b+9b}{4b-3b}}=\sqrt{\frac{29b}{b}}=\sqrt{29} \quad \dots (ii)$$

$$\sqrt{25}=5, \sqrt{36}=6 \text{이므로 } 5<\sqrt{29}<6$$

즉, $\sqrt{29}$ 보다 작은 자연수는 1, 2, 3, 4, 5의 5개이다. $\dots (iii)$

채점 기준

(i) a, b 사이의 관계식 구하기	40%
(ii) $\sqrt{\frac{5a+9b}{a-3b}}$ 의 값 구하기	40%
(iii) 답 구하기	20%

90 답 ②

$$\sqrt{4}=2, \sqrt{9}=3, \sqrt{16}=4, \sqrt{25}=5, \sqrt{36}=6 \text{이므로}$$

$$f(10)=2 \quad \rightarrow 1\text{개}$$

$$f(11)=f(12)=f(13)=\dots=f(17)=3 \quad \rightarrow 7\text{개}$$

$$f(18)=f(19)=f(20)=\dots=f(26)=4 \quad \rightarrow 9\text{개}$$

$$f(27)=f(28)=f(29)=f(30)=5 \quad \rightarrow 4\text{개}$$

$$\therefore f(10)+f(11)+f(12)+\dots+f(30)$$

$$=2+3\times 7+4\times 9+5\times 4=79$$

핵심유형 최종 점검하기

23~25쪽

91 답 ①, ④

$$\textcircled{1} x=\pm\sqrt{36}$$

$\textcircled{4} x$ 는 36의 제곱근이다.

92 답 6

$$(-5)^2=25 \text{의 음의 제곱근은 } -5 \text{이므로 } A=-5$$

$$\sqrt{121}=11 \text{의 양의 제곱근은 } \sqrt{11} \text{이므로 } B=\sqrt{11}$$

$$\therefore A+B^2=-5+(\sqrt{11})^2=-5+11=6$$

93 답 ③

주어진 수들의 규칙성을 찾아보면

$$\sqrt{1}=\sqrt{1^2}=1$$

1개

$$\sqrt{1+3}=\sqrt{4}=\sqrt{2^2}=2$$

2개

$$\sqrt{1+3+5}=\sqrt{9}=\sqrt{3^2}=3$$

3개

$$\sqrt{1+3+5+7}=\sqrt{16}=\sqrt{4^2}=4$$

4개

$\vdots$

$$\sqrt{1+3+5+7+9+\dots+19}=\sqrt{10^2}=10$$

10개

다른 풀이

$$\sqrt{1+3+5+7+9+\dots+17+19}$$

$$=\sqrt{(1+19)+(3+17)+\dots+(9+11)}$$

$$=\sqrt{20\times 5}$$

$$=\sqrt{100}=10$$

94 답 5cm

새로운 정사각형의 넓이는 $3^2 + 4^2 = 25(\text{cm}^2)$

새로운 정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{cm}$ 라 하면 $x^2 = 25$

이때 $x > 0$ 이므로 $x = 5$

따라서 새로 만들어진 정사각형의 한 변의 길이는 5cm이다.

95 답 $\sqrt{265}\text{cm}$

$\triangle ADC$ 에서 $\overline{CD} = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{25} = 5(\text{cm})$ 이므로

$\overline{BD} = 16 - 5 = 11(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABD$ 에서 $\overline{AB} = \sqrt{11^2 + 12^2} = \sqrt{265}(\text{cm})$

96 답 ㄱ, ㄴ

ㄱ. 제곱근 196은 $\sqrt{196} = 14$ 이다.

ㄴ. 넓이가 5인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$ 이다.

ㄷ. 넓이가 12π 인 원의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$\pi r^2 = 12\pi, r^2 = 12$$

이때 $r > 0$ 이므로 $r = \sqrt{12}$

ㄹ. 정육면체는 여섯 개의 면이 모두 합동인 정사각형이므로 정육면

체의 한 면의 넓이는 $\frac{54}{6} = 9$

즉, 넓이가 9인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{9} = 3$ 이므로 정육면체의 한 모서리의 길이는 3이다.

ㅁ. (빗변의 길이) $= \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41}$

따라서 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 것은 ㄱ, ㄴ이다.

97 답 ⑤

$$\textcircled{5} -\sqrt{(-0.7)^2} = -0.7$$

98 답 7.8

$$A = \sqrt{16} \times (-\sqrt{24})^2 \div \sqrt{(-8)^2}$$

$$= 4 \times 24 \div 8 = 4 \times 24 \times \frac{1}{8} = 12$$

$$B = -(-\sqrt{5})^2 \times (\sqrt{0.6})^2 - \sqrt{1.44}$$

$$= -5 \times 0.6 - 1.2 = -4.2$$

$$\therefore A + B = 12 + (-4.2) = 7.8$$

99 답 ③, ④

$a > 0$ 일 때

$$\textcircled{3} -2a < 0 \text{이므로 } \sqrt{(-2a)^2} = -(-2a) = 2a$$

$$\textcircled{4} -9a < 0 \text{이므로 } -\sqrt{(-9a)^2} = -\{-(-9a)\} = -9a$$

$$\textcircled{5} 8a > 0 \text{이므로 } -\sqrt{64a^2} = -\sqrt{(8a)^2} = -8a$$

따라서 옳지 않은 것은 ③, ④이다.

100 답 $a + 11b$

$a > 0, b < 0$ 일 때, $-6a < 0, 11b < 0, -5a < 0$ 이므로

$$\sqrt{(-6)^2 a^2} - \sqrt{121b^2} - \sqrt{25(-a)^2}$$

$$= \sqrt{(-6a)^2} - \sqrt{(11b)^2} - \sqrt{(-5a)^2}$$

$$= -(-6a) - (-11b) - \{-(-5a)\}$$

$$= 6a + 11b - 5a = a + 11b$$

101 답 $-3x + 2y$

$xy > 0$ 에서 $x > 0, y > 0$ 또는 $x < 0, y < 0$

그런데 $x + y < 0$ 이므로 $x < 0, y < 0$ 이다.

... (i)

즉, $4x < 0, -y > 0, x + y < 0$ 이므로

$$\sqrt{16x^2} - \sqrt{(-y)^2} - \sqrt{(x+y)^2} = \sqrt{(4x)^2} - \sqrt{(-y)^2} - \sqrt{(x+y)^2}$$

$$= -4x - (-y) - \{-(x+y)\}$$

$$= -4x + y + x + y$$

$$= -3x + 2y$$

... (ii)

채점 기준

(i) x, y 의 부호 정하기	50%
(ii) 식을 간단히 하기	50%

102 답 ③

$0 < x < 2$ 일 때, $x > 0, x - 2 < 0, 2 - x > 0$ 이므로

$$\sqrt{x^2} + \sqrt{(x-2)^2} - \sqrt{(2-x)^2} = x + \{-(x-2)\} - (2-x)$$

$$= x - x + 2 - 2 + x = x$$

103 답 ③

$y < x < 0 < z$ 일 때, $y - z < 0, z - x > 0, x - y > 0$ 이므로

$$x\sqrt{(y-z)^2} - y\sqrt{(z-x)^2} - z\sqrt{(x-y)^2}$$

$$= x\{-(y-z)\} - y(z-x) - z(x-y)$$

$$= -xy + xz - yz + xy - xz + yz = 0$$

104 답 $\frac{1}{6}$

서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때 일어날 수 있는 모든 경우의 수는

$$6 \times 6 = 36$$

$\sqrt{50ab} = \sqrt{2 \times 5^2 \times ab}$ 가 자연수가 되려면 $ab = 2 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다. 이때 ab 가 될 수 있는 수는

$$2 \times 1^2 = 2, 2 \times 2^2 = 8, 2 \times 3^2 = 18$$

이므로 a, b 의 순서쌍 (a, b) 는 다음과 같다.

(i) $ab = 2$ 일 때, (a, b) 는 $(1, 2), (2, 1)$ 의 2가지

(ii) $ab = 8$ 일 때, (a, b) 는 $(2, 4), (4, 2)$ 의 2가지

(iii) $ab = 18$ 일 때, (a, b) 는 $(3, 6), (6, 3)$ 의 2가지

(i)~(iii)에서 $\sqrt{50ab}$ 가 자연수가 되는 경우의 수는

$$2 + 2 + 2 = 6$$

따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

105 답 3

$\sqrt{\frac{135}{x}} = \sqrt{\frac{3^3 \times 5}{x}}$ 가 자연수가 되려면 x 는 135의 약수이면서

$3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

이때 y 의 값이 가장 크려면 x 의 값은 가장 작아야 하므로

$$x = 3 \times 5 = 15$$

$$\therefore y = \sqrt{\frac{135}{15}} = \sqrt{9} = 3$$

106 답 ②

$\sqrt{29+x}$ 가 자연수가 되려면 $29+x$ 가 29보다 큰 (자연수)² 꼴인 수이어야 하므로

$$29+x=36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, \dots$$

$$\therefore x=7, 20, 35, 52, 71, 92, 115, \dots$$

따라서 두 자리의 자연수 x 는 20, 35, 52, 71, 92의 5개이다.

107 답 26

두 잔디밭 A, B의 한 변의 길이는 각각 $\sqrt{35-x}$, $\sqrt{23+x}$ 이다.

이때 $\sqrt{35-x}$ 가 자연수가 되려면 $35-x$ 가 35보다 작은 (자연수)² 꼴인 수이어야 하므로

$$35-x=1, 4, 9, 16, 25$$

$$\therefore x=34, 31, 26, 19, 10 \quad \dots \textcircled{㉠}$$

또 $\sqrt{23+x}$ 가 자연수가 되려면 $23+x$ 가 23보다 큰 (자연수)² 꼴인 수이어야 하므로

$$23+x=25, 36, 49, 64, 81, \dots$$

$$\therefore x=2, 13, 26, 41, 58, \dots \quad \dots \textcircled{㉡}$$

따라서 ㉠, ㉡에서 $x=26$

108 답 ③

① $6=\sqrt{36}$ 이고 $36>34$ 이므로

$$\sqrt{36}>\sqrt{34} \quad \therefore 6>\sqrt{34}$$

② $0.1=\sqrt{0.01}$ 이고 $0.01<0.1$ 이므로

$$\sqrt{0.01}<\sqrt{0.1} \quad \therefore 0.1<\sqrt{0.1}$$

③ $-\sqrt{(-3)^2}=-\sqrt{9}$ 이고 $9<10$ 에서 $\sqrt{9}<\sqrt{10}$ 이므로

$$-\sqrt{9}>-\sqrt{10} \quad \therefore -\sqrt{(-3)^2}>-\sqrt{10}$$

④ $\frac{1}{3}<\frac{1}{2}$ 이므로 $\sqrt{\frac{1}{3}}<\sqrt{\frac{1}{2}}$

⑤ $8=\sqrt{64}$ 이고 $65>64$ 에서 $\sqrt{65}>\sqrt{64}$ 이므로

$$-\sqrt{65}<-\sqrt{64} \quad \therefore -\sqrt{65}<-8$$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

109 답 ④

$3=\sqrt{9}$, $2=\sqrt{4}$ 에서 $\sqrt{5}-3<0$, $\sqrt{5}-2>0$ 이므로

$$\begin{aligned} \sqrt{(\sqrt{5}-3)^2}+\sqrt{(\sqrt{5}-2)^2} &=-(\sqrt{5}-3)+(\sqrt{5}-2) \\ &=-\sqrt{5}+3+\sqrt{5}-2=1 \end{aligned}$$

110 답 ②

$3<\sqrt{3x-1}<4$ 에서 $3^2<(\sqrt{3x-1})^2<4^2$

$$9<3x-1<16, 10<3x<17$$

$$\therefore \frac{10}{3}<x<\frac{17}{3}$$

따라서 자연수 x 는 4, 5의 2개이다.

111 답 3

㉠에서 $\sqrt{12-x}$ 가 자연수가 되려면 $12-x$ 가 12보다 작은 (자연수)² 꼴인 수이어야 하므로

$$12-x=1, 4, 9$$

$$\therefore x=11, 8, 3 \quad \dots \textcircled{(i)}$$

㉡에서 $\sqrt{5}<x<\sqrt{35}$ 이므로

$$(\sqrt{5})^2<x^2<(\sqrt{35})^2 \quad \therefore 5<x^2<35$$

이때 x 는 자연수이므로 $x^2=9, 16, 25$

$$\therefore x=3, 4, 5 \quad \dots \textcircled{(ii)}$$

따라서 ㉠, ㉡를 모두 만족시키는 자연수 x 의 값은 3이다. $\dots \textcircled{(iii)}$

채점 기준

(i) $\sqrt{12-x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값 구하기	40%
(ii) $\sqrt{5}<x<\sqrt{35}$ 를 만족시키는 자연수 x 의 값 구하기	40%
(iii) ㉠, ㉡를 모두 만족시키는 자연수 x 의 값 구하기	20%

112 답 9

$$\sqrt{1}=1, \sqrt{4}=2, \sqrt{9}=3 \text{이므로}$$

$$N(1)=N(3)=1$$

$$N(5)=N(7)=2$$

$$N(9)=3$$

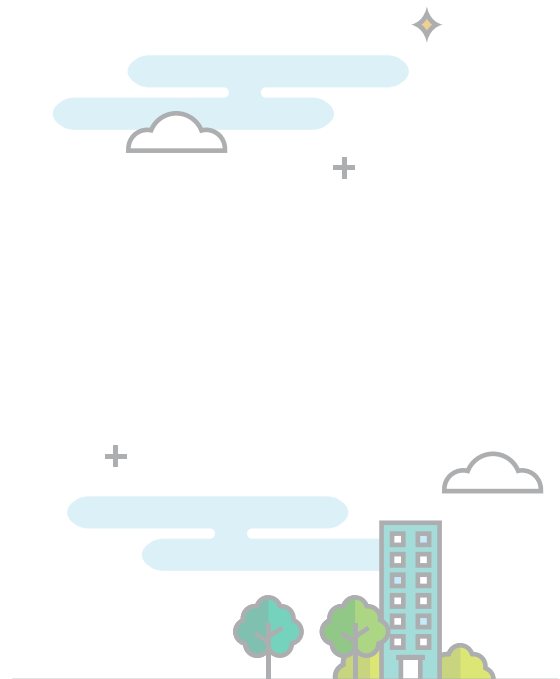
$$\begin{aligned} \therefore N(1)+N(3)+N(5)+N(7)+N(9) \\ =1+1+2+2+3=9 \end{aligned}$$

113 답 15개

$f(x)=7$ 인 자연수 x 는 $7\leq\sqrt{x}<8$ 이므로

$$7^2\leq(\sqrt{x})^2<8^2 \quad \therefore 49\leq x<64$$

따라서 자연수 x 는 49, 50, 51, ..., 63의 15개이다.





무리수와 실수

- 01 3개 02 ② 03 P: $4-\sqrt{2}$, Q: $4+\sqrt{2}$
 04 $\perp$, $\supseteq$ 05 13,707 06 ② 07 ③
 08 $-\pi$, $\sqrt{0.4}$, $\sqrt{2}-2$ 09 34개 10 $\perp$, $\subsetneq$
 11 ①, ⑤, ⑦ 12 ⑤ 13 ③ 14 ③
 15 ④ 16 ④ 17 ⑤
 18 P: $-3-\sqrt{2}$, Q: $-3+\sqrt{2}$ 19 1
 20 P($-1-\sqrt{13}$), Q($1+\sqrt{20}$) 21 $\neg$, $\supseteq$, $\square$
 22 $-5-\sqrt{6}$ 23 $-2-\sqrt{13}$ 24 $1+2\pi$ 25 ①, ④, ⑤
 26 $\subsetneq$, $\supseteq$ 27 ⑤ 28 ③ 29 0.146
 30 8 31 ④ 32 $c < a < b$ 33 ④
 34 ③ 35 ⑤ 36 ④ 37 ②
 38 ④ 39 ④ 40 $3+\sqrt{7}$ 41 ③
 42 ② 43 ④ 44 점 D, 점 A, 점 C, 점 B
 45 ④ 46 ⑤ 47 8개 48 ③
 49 ④ 50 $\perp$, $\supseteq$ 51 91개 52 ①, ④
 53 ⑤ 54 ① 55 $-6-\sqrt{2}$ 56 $3+\sqrt{5}$
 57 ① 58 ②, ④ 59 617 60 ③
 61 $\sqrt{10}-\sqrt{3}$ 62 원 C 63 ④ 64 ⑤
 65 ③ 66 ⑤ 67 ④

01 무리수와 실수

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

28~33쪽

01 답 3개

$$0.\dot{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \Rightarrow \text{유리수}, \sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4 \Rightarrow \text{유리수}$$

따라서 무리수는 π , $-\sqrt{10}$, 3.141141114...의 3개이다.

02 답 ②

① 실수 중 무리수가 아닌 수는 유리수이다.

③ 순환소수가 아닌 무한소수는 무리수이므로 실수이다.

④ 모든 실수는 양의 실수, 0, 음의 실수로 구분할 수 있다.

⑤ 정수는 유리수이다.

따라서 옳은 것은 ②이다.

03 답 P: $4-\sqrt{2}$, Q: $4+\sqrt{2}$

$$\overline{AC} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$\overline{AP} = \overline{AC} = \sqrt{2}$ 이므로 점 P에 대응하는 수는 $4-\sqrt{2}$ 이고,

$\overline{AQ} = \overline{AC} = \sqrt{2}$ 이므로 점 Q에 대응하는 수는 $4+\sqrt{2}$ 이다.

04 답 $\perp$, $\supseteq$

$\perp$. 수직선은 유리수와 무리수, 즉 실수에 대응하는 점들로 완전히 메울 수 있다.

$\supseteq$. 서로 다른 두 자연수 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

05 답 13,707

$$\sqrt{12.3} = 3.507 \text{이므로 } a = 3,507$$

$$\sqrt{10.2} = 3.194 \text{이므로 } b = 10.2$$

$$\therefore a+b = 3,507 + 10.2 = 13,707$$

06 답 ②

$$\textcircled{2} \sqrt{0.4} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{2}{3} \text{이므로 유리수이다.}$$

07 답 ③

무리수를 따라가면

$$\sqrt{5} \rightarrow \sqrt{7} \rightarrow \sqrt{6.4} \rightarrow \sqrt{2}+1 \rightarrow \sqrt{\frac{3}{4}} \rightarrow 1-\sqrt{6} \rightarrow \pi$$

이므로 ③번으로 나오게 된다.

08 답 $-\pi$, $\sqrt{0.4}$, $\sqrt{2}-2$

순환소수가 아닌 무한소수는 무리수이다.

$$\sqrt{9} = 3 \Rightarrow \text{유리수}$$

$$2.\dot{3}1\dot{5} = \frac{2315-2}{999} = \frac{2313}{999} = \frac{257}{111} \Rightarrow \text{유리수}$$

$$\sqrt{1.\dot{7}} = \sqrt{\frac{17-1}{9}} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3} \Rightarrow \text{유리수}$$

따라서 무리수는 $-\pi$, $\sqrt{0.4}$, $\sqrt{2}-2$ 이다.

09 답 34개

$\sqrt{x}$ 가 유리수하려면 x 가 어떤 유리수의 제곱이어야 한다.
 40 이하의 자연수 중 어떤 유리수의 제곱인 수는 $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2$ 의 6개이다.
 따라서 $\sqrt{x}$ 가 무리수가 되도록 하는 자연수 x 의 개수는
 $40 - 6 = 34$ (개)
만렙 4월 먼저 $\sqrt{x}$ 가 유리수가 되도록 하는 x 의 개수를 구한다.

10 답 ㄴ, ㄷ

ㄴ. 순환소수는 유리수이다.
 ㄷ. $\sqrt{4}=2, \sqrt{9}=3$ 등과 같이 근호 안의 수가 어떤 유리수의 제곱인 수는 유리수이다. 즉, 근호를 없앨 수 없는 수만 무리수이다.

11 답 ①, ⑤, ⑦

② 자연수 4의 제곱근은 ± 2 로 유리수이다.
 ③ 무한소수 중 순환소수가 아닌 무한소수는 무리수이다.
 ④ 유한소수는 모두 유리수이다.
 ⑥ a 가 어떤 유리수의 제곱인 수이면 $\sqrt{a}$ 는 유리수이다.
 ⑦ (유리수)+(무리수)=(무리수)이다.
 따라서 옳은 것은 ①, ⑤, ⑦이다.

12 답 ⑤

① 제곱근 3은 $\sqrt{3}$ 이다.
 ② $-\sqrt{3}$ 은 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없다.
 ③ 순환소수가 아닌 무한소수이다.
 ④ $-\sqrt{3}$ 은 무리수이므로 $\frac{\text{(정수)}}{\text{(0이 아닌 정수)}}$ 꼴로 나타낼 수 없다.
 ⑤ 제곱하면 $(-\sqrt{3})^2=3$ 이므로 유리수가 된다.
 따라서 옳은 것은 ⑤이다.

13 답 ③

③ 실수 중 정수가 아닌 수는 정수가 아닌 유리수 또는 무리수이다.

14 답 ③

ㄱ에 해당하는 수는 무리수이므로 세 수가 모두 무리수인 것을 찾는다.
 ① $0.\dot{1}=\frac{1}{9} \Rightarrow$ 유리수, $0 \Rightarrow$ 유리수, $\sqrt{1}=1 \Rightarrow$ 유리수
 ② $-2 \Rightarrow$ 유리수, $-\frac{1}{4} \Rightarrow$ 유리수, $-0.\dot{1}\dot{3}=-\frac{13}{99} \Rightarrow$ 유리수
 ④ $-3.14 \Rightarrow$ 유리수
 ⑤ $\sqrt{(-3)^2}=3 \Rightarrow$ 유리수
 따라서 세 수가 모두 ㄱ에 해당하는 수인 것은 ③이다.

15 답 ④

실수의 개수에서 유리수의 개수를 뺀 것은 무리수의 개수와 같다.
 $2.888\cdots=2.\dot{8}=\frac{28-2}{9}=\frac{26}{9} \Rightarrow$ 유리수
 $-\sqrt{25}=-5 \Rightarrow$ 유리수, $\sqrt{\frac{9}{64}}=\frac{3}{8} \Rightarrow$ 유리수
 따라서 주어진 수 중 무리수는 $-\sqrt{3.7}, \sqrt{14}, \sqrt{0.001}$ 의 3개이므로
 $a-b$ 의 값은 3이다.

다른 풀이

실수는 $-\sqrt{3.7}, \frac{2}{3}, 0, \sqrt{14}, 2.888\cdots, -\sqrt{25}, \sqrt{\frac{9}{64}}, \sqrt{0.001}$ 의 8개
 이므로 $a=8$
 유리수는 $\frac{2}{3}, 0, 2.888\cdots=2.\dot{8}=\frac{28-2}{9}=\frac{26}{9}, -\sqrt{25}=-5,$
 $\sqrt{\frac{9}{64}}=\frac{3}{8}$ 의 5개이므로 $b=5$
 $\therefore a-b=8-5=3$

16 답 ④

① $\overline{BD}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$
 ② $\overline{CP}=\overline{CA}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$
 ③ 점 P는 3에 대응하는 점을 기준으로 하여 왼쪽으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 점이므로 점 P의 좌표는 $P(3-\sqrt{2})$
 ④ 점 Q는 2에 대응하는 점을 기준으로 하여 오른쪽으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 점이므로 점 Q의 좌표는 $Q(2+\sqrt{2})$
 ⑤ $\overline{PB}=\overline{CP}-\overline{BC}=\sqrt{2}-1$
 따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

17 답 ⑤

한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ 이다.
 ① 점 A는 -1에 대응하는 점을 기준으로 하여 왼쪽으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 점이다. $\Rightarrow A: -1-\sqrt{2}$
 ② 점 B는 1에 대응하는 점을 기준으로 하여 왼쪽으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 점이다. $\Rightarrow B: 1-\sqrt{2}$
 ③ 점 C는 -1에 대응하는 점을 기준으로 하여 오른쪽으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 점이다. $\Rightarrow C: -1+\sqrt{2}$
 ④ 점 D는 0에 대응하는 점을 기준으로 하여 오른쪽으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 점이다. $\Rightarrow D: \sqrt{2}$
 ⑤ 점 E는 1에 대응하는 점을 기준으로 하여 오른쪽으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 점이다. $\Rightarrow E: 1+\sqrt{2}$
 따라서 $1+\sqrt{2}$ 에 대응하는 점은 ⑤이다.

18 답 P: $-3-\sqrt{2}$, Q: $-3+\sqrt{2}$

$\overline{AB}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$
 $\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{2}$ 이므로 점 P에 대응하는 수는 $-3-\sqrt{2}$ 이고,
 $\overline{AQ}=\overline{AB}=\sqrt{2}$ 이므로 점 Q에 대응하는 수는 $-3+\sqrt{2}$ 이다.

19 답 1

$\overline{AC}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$ 이므로 $\cdots$ (i)
 $\overline{AP}=\overline{AC}=\sqrt{5}$
 따라서 점 P에 대응하는 수는 $-4+\sqrt{5}$ 이므로 $\cdots$ (ii)
 $a=-4, b=5$ $\cdots$ (iii)
 $\therefore a+b=-4+5=1$

채점 기준

(i) AC의 길이 구하기	40 %
(ii) a, b의 값 구하기	40 %
(iii) a+b의 값 구하기	20 %

20 답 $P(-1-\sqrt{13}), Q(1+\sqrt{20})$

$$\overline{AC} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}, \overline{DF} = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20}$$

$$\overline{AP} = \overline{AC} = \sqrt{13} \text{이므로 } P(-1-\sqrt{13})$$

$$\overline{DQ} = \overline{DF} = \sqrt{20} \text{이므로 } Q(1+\sqrt{20})$$

21 답 ㄱ, ㄴ, ㄹ

ㄱ. 정사각형 (가)의 한 변의 길이는 $\sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ 이다.

ㄴ. 정사각형 (나)의 한 변의 길이는 $\sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$ 이다.

ㄷ, ㄹ. 정사각형 (가)의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$ 이므로 점 A에 대응하는 수는 $-3-\sqrt{5}$ 이고, 점 B에 대응하는 수는 $-3+\sqrt{5}$ 이다.

ㅁ, ㅂ. 정사각형 (나)의 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$ 이므로 점 C에 대응하는 수는 $1-\sqrt{10}$ 이고, 점 D에 대응하는 수는 $1+\sqrt{10}$ 이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.

22 답 $-5-\sqrt{6}$

정사각형 ABCD의 넓이가 6이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{6}$

따라서 $\overline{AP} = \overline{AB} = \sqrt{6}$ 이므로 점 A에 대응하는 수는 $-5-\sqrt{6}$

23 답 $-2-\sqrt{13}$

$$\overline{AC} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13} \quad \dots (i)$$

$$\overline{AQ} = \overline{AC} = \sqrt{13} \text{이고 점 Q에 대응하는 수가 } \sqrt{13}-2 \text{이므로}$$

$$\text{점 A에 대응하는 수는 } -2 \quad \dots (ii)$$

$$\overline{AP} = \overline{AC} = \sqrt{13} \text{이므로}$$

$$\text{점 P에 대응하는 수는 } -2-\sqrt{13} \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) AC의 길이 구하기	30%
(ii) 점 A에 대응하는 수 구하기	40%
(iii) 점 P에 대응하는 수 구하기	30%

24 답 $1+2\pi$

점 A와 점 P 사이의 거리는 원의 둘레의 길이와 같으므로

$$2\pi \times 1 = 2\pi$$

따라서 점 P에 대응하는 수는 $1+2\pi$ 이다.

25 답 ①, ④, ⑤

② 정수 0과 1 사이에는 정수가 하나도 없다.

③ 서로 다른 두 무리수 사이에는 무수히 많은 실수가 있다.

⑥ 0에 가장 가까운 유리수는 정할 수 없다.

따라서 옳은 것은 ①, ④, ⑤이다.

26 답 ㄷ, ㄹ

ㄱ. 3에 가장 가까운 무리수는 정할 수 없다.

ㄴ. 2와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

ㄷ. $\sqrt{9} < \sqrt{15} < \sqrt{16}$ 에서 $3 < \sqrt{15} < 4$

따라서 옳은 것은 ㄷ, ㄹ이다.

27 답 ⑤

은식: 0과 1 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

소영: 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

인선: 유리수이면서 무리수인 수는 없으므로 유리수와 무리수는 수직선 위의 같은 점에 대응하지 않는다.

민정: $3 < \sqrt{10} < 4$, $3 < \sqrt{14} < 4$ 이므로 $\sqrt{10}$ 과 $\sqrt{14}$ 사이에는 자연수가 없다.

따라서 바르게 말한 학생은 이슬이다.

28 답 ③

$$\sqrt{2.83} = 1.682 \text{이므로 } a = 1.682$$

$$\sqrt{3.06} = 1.749 \text{이므로 } b = 3.06$$

$$\therefore 1000a + 100b = 1682 + 306 = 1988$$

29 답 0.146

$$\sqrt{58.2} = 7.629, \sqrt{56} = 7.483 \text{이므로}$$

$$\sqrt{58.2} - \sqrt{56} = 7.629 - 7.483 = 0.146$$

30 답 8

$$\sqrt{6.11} = 2.472 \text{이므로 } a = 6.11 \quad \dots (i)$$

$$\sqrt{6.03} = 2.456 \text{이므로 } b = 6.03 \quad \dots (ii)$$

$$100(a-b) = 100 \times (6.11 - 6.03) = 100 \times 0.08 = 8 \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) a의 값 구하기	30%
(ii) b의 값 구하기	30%
(iii) $100(a-b)$ 의 값 구하기	40%

02 실수의 대소 관계

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

34~36쪽

31 답 ④

$$① 3 - (\sqrt{3} + 1) = 2 - \sqrt{3} = \sqrt{4} - \sqrt{3} > 0 \quad \therefore 3 > \sqrt{3} + 1$$

$$② 2 - (5 - \sqrt{6}) = -3 + \sqrt{6} = -\sqrt{9} + \sqrt{6} < 0 \quad \therefore 2 < 5 - \sqrt{6}$$

$$③ 7 - (6 + \sqrt{2}) = 1 - \sqrt{2} < 0 \quad \therefore 7 < 6 + \sqrt{2}$$

$$④ (4 + \sqrt{3}) - (\sqrt{3} + \sqrt{8}) = 4 - \sqrt{8} = \sqrt{16} - \sqrt{8} > 0 \\ \therefore 4 + \sqrt{3} > \sqrt{3} + \sqrt{8}$$

$$⑤ (\sqrt{7} - 3) - (\sqrt{5} - 3) = \sqrt{7} - \sqrt{5} > 0 \quad \therefore \sqrt{7} - 3 > \sqrt{5} - 3$$

따라서 옳은 것은 ④이다.

다른 풀이

$$④ 4 > \sqrt{8} \text{이므로 양변에 } \sqrt{3} \text{을 더하면 } 4 + \sqrt{3} > \sqrt{3} + \sqrt{8}$$

$$⑤ \sqrt{7} > \sqrt{5} \text{이므로 양변에서 } 3 \text{을 빼면 } \sqrt{7} - 3 > \sqrt{5} - 3$$

참고 양변에 동일한 수가 있는 경우에는 부등식의 성질을 이용하여 대소를 비교할 수도 있다.

32 답 $c < a < b$

$$a - b = (2 + \sqrt{2}) - (\sqrt{3} + 2) = \sqrt{2} - \sqrt{3} < 0 \text{이므로 } a < b$$

$$a - c = (2 + \sqrt{2}) - 3 = -1 + \sqrt{2} > 0 \text{이므로 } a > c$$

$$\therefore c < a < b$$

33 답 ④

$\sqrt{4} < \sqrt{8} < \sqrt{9}$ 에서 $2 < \sqrt{8} < 3$ 이므로

$$2-1 < \sqrt{8}-1 < 3-1 \quad \therefore 1 < \sqrt{8}-1 < 2$$

따라서 수직선 위의 점 중에서 $\sqrt{8}-1$ 에 대응하는 점은 점 D이다.

34 답 ③

$\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$ 에서 $2 < \sqrt{5} < 3$

$\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25}$ 에서 $4 < \sqrt{17} < 5$

$$\textcircled{1} \sqrt{5} < \sqrt{11} < \sqrt{17}$$

$$\textcircled{2} \sqrt{5} + 0.5 < 3.5 \text{이므로 } \sqrt{5} < \sqrt{5} + 0.5 < \sqrt{17}$$

$$\textcircled{3} 1 < \sqrt{17} - 3 < 2 \text{이므로 } \sqrt{17} - 3 < \sqrt{5}$$

$$\textcircled{4} 3.9 < \sqrt{17} - 0.1 \text{이므로 } \sqrt{5} < \sqrt{17} - 0.1 < \sqrt{17}$$

$$\textcircled{5} \frac{\sqrt{5} + \sqrt{17}}{2} \text{은 } \sqrt{5} \text{와 } \sqrt{17} \text{의 평균이므로 } \sqrt{5} < \frac{\sqrt{5} + \sqrt{17}}{2} < \sqrt{17}$$

따라서 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{17}$ 사이에 있는 수가 아닌 것은 ③이다.

35 답 ⑤

$$\textcircled{1} 3 - (\sqrt{3} + 2) = 1 - \sqrt{3} < 0 \quad \therefore 3 < \sqrt{3} + 2$$

$$\textcircled{2} (5 - \sqrt{2}) - (-\sqrt{2} + 2) = 3 > 0 \quad \therefore 5 - \sqrt{2} > -\sqrt{2} + 2$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \left(6 - \sqrt{\frac{1}{2}}\right) - \left(6 - \sqrt{\frac{1}{3}}\right) &= -\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{3}} < 0 \\ \therefore 6 - \sqrt{\frac{1}{2}} &< 6 - \sqrt{\frac{1}{3}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} (\sqrt{2} + 4) - (\sqrt{2} + \sqrt{5}) &= 4 - \sqrt{5} = \sqrt{16} - \sqrt{5} > 0 \\ \therefore \sqrt{2} + 4 &> \sqrt{2} + \sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} (\sqrt{8} - 5) - (-\sqrt{7} + \sqrt{8}) &= -5 + \sqrt{7} = -\sqrt{25} + \sqrt{7} < 0 \\ \therefore \sqrt{8} - 5 &< -\sqrt{7} + \sqrt{8} \end{aligned}$$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

36 답 ④

$$\textcircled{1} (1 - \sqrt{6}) - (1 - \sqrt{5}) = -\sqrt{6} + \sqrt{5} < 0 \quad \therefore 1 - \sqrt{6} < 1 - \sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} (\sqrt{3} - 3) - (-1) &= \sqrt{3} - 2 = \sqrt{3} - \sqrt{4} < 0 \\ \therefore \sqrt{3} - 3 &< -1 \end{aligned}$$

$$\textcircled{3} (\sqrt{5} + \sqrt{3}) - (\sqrt{8} + \sqrt{3}) = \sqrt{5} - \sqrt{8} < 0 \quad \therefore \sqrt{5} + \sqrt{3} < \sqrt{8} + \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} (3 + \sqrt{5}) - (\sqrt{5} + \sqrt{7}) &= 3 - \sqrt{7} = \sqrt{9} - \sqrt{7} > 0 \\ \therefore 3 + \sqrt{5} &> \sqrt{5} + \sqrt{7} \end{aligned}$$

$$\textcircled{5} (\sqrt{13} + 2) - 6 = \sqrt{13} - 4 = \sqrt{13} - \sqrt{16} < 0 \quad \therefore \sqrt{13} + 2 < 6$$

따라서 부등호의 방향이 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

37 답 ②

$$\begin{aligned} \neg. \left(\sqrt{\frac{1}{6}} + \sqrt{3}\right) - \left(\sqrt{\frac{1}{5}} + \sqrt{3}\right) &= \sqrt{\frac{1}{6}} - \sqrt{\frac{1}{5}} < 0 \\ \therefore \sqrt{\frac{1}{6}} + \sqrt{3} &< \sqrt{\frac{1}{5}} + \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \neg. (6 - \sqrt{3}) - 4 &= 2 - \sqrt{3} = \sqrt{4} - \sqrt{3} > 0 \\ \therefore 6 - \sqrt{3} &> 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \neg. (\sqrt{11} - 1) - (\sqrt{13} - 1) &= \sqrt{11} - \sqrt{13} < 0 \\ \therefore \sqrt{11} - 1 &< \sqrt{13} - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \neg. (\sqrt{28} - 3) - (-3 + \sqrt{24}) &= \sqrt{28} - \sqrt{24} > 0 \\ \therefore \sqrt{28} - 3 &> -3 + \sqrt{24} \end{aligned}$$

$$\neg. (-3 - \sqrt{5}) - (-5) = 2 - \sqrt{5} = \sqrt{4} - \sqrt{5} < 0$$

$$\therefore -3 - \sqrt{5} < -5$$

$$\neg. 10 - (\sqrt{98} + 1) = 9 - \sqrt{98} = \sqrt{81} - \sqrt{98} < 0$$

$$\therefore 10 < \sqrt{98} + 1$$

따라서 옳은 것은 $\neg$, $\neg$, $\neg$ 의 3개이다.

38 답 ④

$$a - c = (\sqrt{2} + 1) - 2 = \sqrt{2} - 1 > 0 \quad \therefore a > c$$

$$b - c = (1 - \sqrt{3}) - 2 = -1 - \sqrt{3} < 0 \quad \therefore b < c$$

$$\therefore b < c < a$$

39 답 ④

$$a - b = (\sqrt{3} + \sqrt{5}) - (\sqrt{5} + 2) = \sqrt{3} - 2 = \sqrt{3} - \sqrt{4} < 0 \quad \therefore a < b$$

$$a - c = (\sqrt{3} + \sqrt{5}) - (\sqrt{3} + 1) = \sqrt{5} - 1 > 0 \quad \therefore a > c$$

$$\therefore c < a < b$$

40 답 $3 + \sqrt{7}$

$-1 - \sqrt{7}$ 은 음수이고 $\sqrt{3} + \sqrt{7}$, $3 + \sqrt{7}$, 6은 양수이다.

양수끼리 대소를 비교하면

$$(\sqrt{3} + \sqrt{7}) - (3 + \sqrt{7}) = \sqrt{3} - 3 = \sqrt{3} - \sqrt{9} < 0$$

$$\therefore \sqrt{3} + \sqrt{7} < 3 + \sqrt{7}$$

$$(3 + \sqrt{7}) - 6 = -3 + \sqrt{7} = -\sqrt{9} + \sqrt{7} < 0$$

$$\therefore 3 + \sqrt{7} < 6$$

따라서 크기가 큰 것부터 차례로 나열하면 6, $3 + \sqrt{7}$, $\sqrt{3} + \sqrt{7}$, $-1 - \sqrt{7}$ 이므로 두 번째에 오는 수는 $3 + \sqrt{7}$ 이다.

41 답 ③

$\sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{9}$ 에서 $2 < \sqrt{6} < 3$ 이므로

$$2 - 3 < \sqrt{6} - 3 < 3 - 3 \quad \therefore -1 < \sqrt{6} - 3 < 0$$

따라서 수직선 위의 점 중에서 $\sqrt{6}-3$ 에 대응하는 점은 점 C이다.

42 답 ②

$\sqrt{36} < \sqrt{46} < \sqrt{49}$ 에서 $6 < \sqrt{46} < 7$

따라서 수직선에서 $\sqrt{46}$ 에 대응하는 점이 존재하는 구간은 ②이다.

43 답 ④

$$\textcircled{1} \sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9} \text{에서 } 2 < \sqrt{5} < 3$$

$$\textcircled{2} \sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4} \text{에서 } 1 < \sqrt{2} < 2 \quad \therefore 2 < 1 + \sqrt{2} < 3$$

$$\textcircled{3} \sqrt{9} < \sqrt{12} < \sqrt{16} \text{에서 } 3 < \sqrt{12} < 4 \quad \therefore 2 < \sqrt{12} - 1 < 3$$

$$\textcircled{4} \sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25} \text{에서 } 4 < \sqrt{17} < 5 \quad \therefore 3 < \sqrt{17} - 1 < 4$$

$$\textcircled{5} \sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9} \text{에서 } 2 < \sqrt{5} < 3 \quad \therefore 4 < 2 + \sqrt{5} < 5$$

따라서 점 A에 대응하는 수로 가장 적당한 수는 ④이다.

44 답 점 D, 점 A, 점 C, 점 B

$\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16}$ 에서 $3 < \sqrt{10} < 4 \Rightarrow$ 점 D

$\sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{9}$ 에서 $2 < \sqrt{6} < 3$ 이므로

$$-3 < -\sqrt{6} < -2 \Rightarrow \text{점 A}$$

$\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$ 에서 $1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로

$1 + 1 < \sqrt{3} + 1 < 2 + 1 \quad \therefore 2 < \sqrt{3} + 1 < 3 \Rightarrow$ 점 C

$-3 < -\sqrt{6} < -2$ 에서 $-3 + 1 < -\sqrt{6} + 1 < -2 + 1$

$\therefore -2 < -\sqrt{6} + 1 < -1 \Rightarrow$ 점 B

따라서 $\sqrt{10}$, $-\sqrt{6}$, $\sqrt{3} + 1$, $-\sqrt{6} + 1$ 에 대응하는 점은 차례로

점 D, 점 A, 점 C, 점 B이다.

45 답 ④

$\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$ 에서 $2 < \sqrt{7} < 3$ 이다.

① $\pi = 3.14\cdots$ 이므로 $\sqrt{7} < \pi < 4$

② $\sqrt{7} + 0.2 < 3.2$ 이므로 $\sqrt{7} < \sqrt{7} + 0.2 < 4$

③ $\sqrt{7} < \sqrt{13} < \sqrt{16}$ 이므로 $\sqrt{7} < \sqrt{13} < 4$

④ $2 < \sqrt{7} < 3$ 에서 $-2 < \sqrt{7} - 4 < -1$ 이므로

$$-1 < \frac{\sqrt{7}-4}{2} < -\frac{1}{2} \quad \therefore \frac{\sqrt{7}-4}{2} < \sqrt{7}$$

⑤ $\frac{\sqrt{7}+4}{2}$ 는 $\sqrt{7}$ 과 4의 평균이므로 $\sqrt{7} < \frac{\sqrt{7}+4}{2} < 4$

따라서 $\sqrt{7}$ 과 4 사이에 있는 수가 아닌 것은 ④이다.

46 답 ⑤

$\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$ 에서 $1 < \sqrt{2} < 2$ 이고, $\sqrt{9} < \sqrt{11} < \sqrt{16}$ 에서 $3 < \sqrt{11} < 4$ 이다.

① $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{11}$ 사이에 있는 정수는 2, 3의 2개이다.

④ $\sqrt{2} + \frac{1}{2} < 2.5 \quad \therefore \sqrt{2} < \sqrt{2} + \frac{1}{2} < \sqrt{11}$

⑤ $-4 < -\sqrt{11} < -3$ 에서 $0 < 4 - \sqrt{11} < 1$ 이므로 $4 - \sqrt{11} < \sqrt{2}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

47 답 8개

$\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16}$ 에서 $3 < \sqrt{10} < 4$ 이므로

$$-4 < -\sqrt{10} < -3 \quad \cdots \textcircled{i}$$

$\sqrt{9} < \sqrt{13} < \sqrt{16}$ 에서 $3 < \sqrt{13} < 4$ 이므로

$$1 + 3 < 1 + \sqrt{13} < 1 + 4 \quad \therefore 4 < 1 + \sqrt{13} < 5 \quad \cdots \textcircled{ii}$$

따라서 $-\sqrt{10}$ 과 $1 + \sqrt{13}$ 사이에 있는 정수는

$$-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 \text{의 8개이다.} \quad \cdots \textcircled{iii}$$

채점 기준

(i) $-\sqrt{10}$ 의 범위 구하기	30%
(ii) $1 + \sqrt{13}$ 의 범위 구하기	30%
(iii) $-\sqrt{10}$ 과 $1 + \sqrt{13}$ 사이에 있는 정수의 개수 구하기	40%

핵심 유형 최종 점검하기

37~39쪽

48 답 ③

$$0.888\cdots = 0.\dot{8} = \frac{8}{9} \Rightarrow \text{유리수}$$

$$\sqrt{\frac{1}{36}} = \frac{1}{6} \Rightarrow \text{유리수}$$

$$-\sqrt{9} - 3 = -3 - 3 = -6 \Rightarrow \text{유리수}$$

$$3.5\dot{2}\dot{1} = \frac{3521 - 35}{990} = \frac{3486}{990} = \frac{581}{165} \Rightarrow \text{유리수}$$

따라서 무리수는 $\pi + 1$, $\sqrt{8} - 2$, $\sqrt{\frac{25}{8}}$ 의 3개이다.

49 답 ④

①, ③, ④ $\sqrt{8}$ 은 순환소수가 아닌 무한소수, 즉 무리수이다.

② $\sqrt{4} < \sqrt{8} < \sqrt{9}$ 이므로 $2 < \sqrt{8} < 3$

⑤ $\sqrt{8}$ 은 무리수이므로 $\frac{(\text{정수})}{(0 \text{이 아닌 정수})}$ 꼴로 나타낼 수 없다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

50 답 ㄴ, ㄷ

ㄱ. (유리수) + (유리수) = (유리수)이므로 $a + 2$ 는 유리수이다.

ㄴ. (유리수) + (무리수) = (무리수)이므로 $a + \sqrt{5}$ 는 무리수이다.

ㄷ. $a = 0$ 인 경우 $\sqrt{2}a = 0$ 으로 유리수이다.

ㄹ. (유리수) - (무리수) = (무리수)이므로 $a - \sqrt{11}$ 은 무리수이다.

ㅁ. (유리수) $\times$ (유리수) = (유리수)이므로 $4a$ 는 유리수이다.

따라서 항상 무리수인 것은 ㄴ, ㄹ이다.

51 답 91개

(i) $\sqrt{3n}$ 이 유리수인 경우는 $n = 3k^2$ (k 는 자연수) 꼴일 때이므로

$$3k^2 \leq 100 \quad \therefore k^2 \leq \frac{100}{3} = 33.\times\times\times$$

따라서 k 는 1, 2, 3, 4, 5의 5개이다.

(ii) $\sqrt{5n}$ 이 유리수인 경우는 $n = 5l^2$ (l 은 자연수) 꼴일 때이므로

$$5l^2 \leq 100 \quad \therefore l^2 \leq 20$$

따라서 l 은 1, 2, 3, 4의 4개이다.

자연수 k, l 에 대하여 $3k^2$ 과 $5l^2$ 이 일치하는 경우는 없으므로 (i), (ii)

에 의해 $\sqrt{3n}$, $\sqrt{5n}$ 이 모두 무리수가 되도록 하는 n 의 개수는

$$100 - (5 + 4) = 91(\text{개})$$

만렙 비법 먼저 $\sqrt{3n}$, $\sqrt{5n}$ 이 각각 유리수가 되도록 하는 n 의 개수를 구한다.

52 답 ①, ④

② 무한소수 중 순환소수는 유리수이고, 순환소수가 아닌 무한소수는 무리수이다.

③ 정수가 아닌 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.

⑤ 유리수인 동시에 무리수인 실수는 없다.

따라서 옳은 것은 ①, ④이다.

53 답 ⑤

$$\sqrt{9} - 2 = 3 - 2 = 1, \sqrt{1.69} = \sqrt{1.3^2} = 1.3, -\sqrt{\frac{48}{3}} = -\sqrt{16} = -4$$

① 순환소수가 아닌 무한소수, 즉 무리수는 7π 의 1개이다.

② 자연수는 $\sqrt{9} - 2$ 의 1개이다.

③ 정수는 $\sqrt{9} - 2$, $-\sqrt{\frac{48}{3}}$ 의 2개이다.

④ 유리수는 $\sqrt{9} - 2$, $\frac{5}{6}$, $\sqrt{1.69}$, -5.25 , $-\sqrt{\frac{48}{3}}$ 의 5개이다.

⑤ 정수가 아닌 유리수는 $\frac{5}{6}$, $\sqrt{1.69}$, -5.25 의 3개이다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

54 답 ①

각 정사각형은 한 변의 길이가 1이므로 대각선의 길이는 $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ 이다.

- ① 점 A는 0에 대응하는 점을 기준점으로 하여 왼쪽으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 점이다. $\Rightarrow A: -\sqrt{2}$
- ② 점 B는 1에 대응하는 점을 기준점으로 하여 왼쪽으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 점이다. $\Rightarrow B: 1-\sqrt{2}$
- ③ 점 C는 2에 대응하는 점을 기준점으로 하여 왼쪽으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 점이다. $\Rightarrow C: 2-\sqrt{2}$
- ④ 점 D는 0에 대응하는 점을 기준점으로 하여 오른쪽으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 점이다. $\Rightarrow D: \sqrt{2}$
- ⑤ 점 E는 2에 대응하는 점을 기준점으로 하여 오른쪽으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 점이다. $\Rightarrow E: 2+\sqrt{2}$

따라서 각 점에 대응하는 수가 옳지 않은 것은 ①이다.

55 답 $-6-\sqrt{2}$

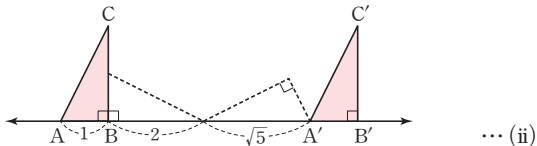
$BQ=\overline{BD}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ 이므로 점 B에 대응하는 수는 -7
이때 $\square ABCD$ 는 한 변의 길이가 1인 정사각형이므로 점 C에 대응하는 수는 -6

$CP=\overline{CA}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ 이므로 점 P에 대응하는 수는 $-6-\sqrt{2}$

56 답 $3+\sqrt{5}$

$AC=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$... (i)

이때 $\triangle ABC$ 는 다음 그림과 같이 이동한다.



따라서 점 A'에 대응하는 수는

$0+1+2+\sqrt{5}=3+\sqrt{5}$... (iii)

채점 기준

(i) AC의 길이 구하기	20%
(ii) $\triangle ABC$ 가 움직이는 경로 알기	50%
(iii) 점 A'에 대응하는 수 구하기	30%

57 답 ①

ㄱ. $\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$ 에서 $1<\sqrt{3}<2$

$\sqrt{9}<\sqrt{14}<\sqrt{16}$ 에서 $3<\sqrt{14}<4$

따라서 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{14}$ 사이에는 2, 3의 2개의 정수가 있다.

ㄴ. 모든 양의 유리수는 양의 제곱근, 음의 제곱근 2개가 항상 존재한다.

ㄷ. 1에 가장 가까운 무리수는 정할 수 없다.

ㄹ. $\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$ 는 서로 다른 무리수이지만 그 합은 $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$ 으로 유리수이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

58 답 ②, ④

$\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$ 에서 $1<\sqrt{3}<2$ 이므로 $-2<-\sqrt{3}<-1$

$\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4}$ 에서 $1<\sqrt{2}<2$

① 정수 x 는 $-1, 0, 1$ 의 3개이다.

② 유리수 x 는 무수히 많다.

④ 실수 x 는 무수히 많다.

⑤ $\sqrt{4}<\sqrt{6}<\sqrt{9}$ 에서 $2<\sqrt{6}<3$ 이므로

$2-2<\sqrt{6}-2<3-2 \quad \therefore 0<\sqrt{6}-2<1$

이때 $-\sqrt{3}<0, 1<\sqrt{2}$ 이므로

$-\sqrt{3}<\sqrt{6}-2<\sqrt{2}$

따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다.

59 답 617

$\sqrt{33.8}=5.814$ 이므로 $a=5.814$

$\sqrt{35.6}=5.967$ 이므로 $b=35.6$

$\therefore 100a+b=581.4+35.6=617$

60 답 ③

(ㄱ) $(\sqrt{8}-1)-2=\sqrt{8}-3=\sqrt{8}-\sqrt{9}<0$

$\therefore \sqrt{8}-1<2$

(ㄴ) $(4-\sqrt{3})-(\sqrt{14}-\sqrt{3})=4-\sqrt{14}=\sqrt{16}-\sqrt{14}>0$

$\therefore 4-\sqrt{3}>\sqrt{14}-\sqrt{3}$

(ㄷ) $\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$ 에서 $2<\sqrt{5}<3$... ㉠

또 $\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$ 에서 $2<\sqrt{7}<3$ 이므로

$-2+2<-2+\sqrt{7}<-2+3$

$\therefore 0<-2+\sqrt{7}<1$... ㉡

㉠, ㉡에 의해 $\sqrt{5}>-2+\sqrt{7}$

따라서 부등호를 바르게 나타낸 것은 ③이다.

만렙 배합 두 실수 a, b 의 대소를 비교할 때, $a-b$ 의 부호 또는 부등식의 성질을 이용할 수 없는 경우는 a, b 의 값의 범위를 이용하여 비교한다.

61 답 $\sqrt{10}-\sqrt{3}$

$4-\sqrt{3}, \sqrt{10}-\sqrt{3}$ 은 양수이고 $-\sqrt{10}-2, -4$ 는 음수이다.

양수끼리 대소를 비교하면

$(4-\sqrt{3})-(\sqrt{10}-\sqrt{3})=4-\sqrt{10}=\sqrt{16}-\sqrt{10}>0$

$\therefore 4-\sqrt{3}>\sqrt{10}-\sqrt{3}$... (i)

또 음수끼리 대소를 비교하면

$(-\sqrt{10}-2)-(-4)=-\sqrt{10}+2=-\sqrt{10}+\sqrt{4}<0$

$\therefore -\sqrt{10}-2<-4$... (ii)

따라서 크기가 작은 것부터 차례로 나열하면

$-\sqrt{10}-2, -4, 0, \sqrt{10}-\sqrt{3}, 4-\sqrt{3}$

이므로 네 번째에 오는 수는 $\sqrt{10}-\sqrt{3}$ 이다. ... (iii)

채점 기준

(i) 양수끼리 대소 비교하기	40%
(ii) 음수끼리 대소 비교하기	40%
(iii) 작은 것부터 차례로 나열할 때, 네 번째에 오는 수 구하기	20%

62 답 원 C

넓이가 가장 작은 원은 반지름의 길이가 가장 짧은 원이다.

$$(\sqrt{2}+1)-2=\sqrt{2}-1>0 \quad \therefore \sqrt{2}+1>2$$

$$2-(\sqrt{5}-1)=3-\sqrt{5}=\sqrt{9}-\sqrt{5}>0 \quad \therefore 2>\sqrt{5}-1$$

따라서 $\sqrt{5}-1<2<\sqrt{2}+1$ 이므로 넓이가 가장 작은 원은 반지름의 길이가 $\sqrt{5}-1$ 인 원 C이다.

63 답 ④

$$\sqrt{9}<\sqrt{13}<\sqrt{16} \text{에서 } 3<\sqrt{13}<4 \text{이므로}$$

$$2+3<2+\sqrt{13}<2+4 \quad \therefore 5<2+\sqrt{13}<6$$

따라서 수직선에서 $2+\sqrt{13}$ 에 대응하는 점이 존재하는 구간은 ④이다.

64 답 ⑤

$$\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4} \text{에서 } 1<\sqrt{2}<2 \text{이므로}$$

$$-2<-\sqrt{2}<-1 \Rightarrow A(-\sqrt{2})$$

$$1<\sqrt{2}<2 \text{에서 } 1+1<1+\sqrt{2}<1+2$$

$$\therefore 2<1+\sqrt{2}<3 \Rightarrow D(1+\sqrt{2})$$

$$\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4} \text{에서 } 1<\sqrt{3}<2 \Rightarrow C(\sqrt{3})$$

$$1<\sqrt{3}<2 \text{에서 } 2+1<2+\sqrt{3}<2+2$$

$$\therefore 3<2+\sqrt{3}<4 \Rightarrow E(2+\sqrt{3})$$

$$1<\sqrt{3}<2 \text{에서 } -2+1<-2+\sqrt{3}<-2+2$$

$$\therefore -1<-2+\sqrt{3}<0 \Rightarrow B(-2+\sqrt{3})$$

따라서 점의 좌표가 옳은 것은 ⑤이다.

65 답 ③

자연수의 양의 제곱근 중 무리수에 대응하는 점의 개수는

$$1 \text{과 } 2 \text{ 사이에는 } 2 \text{개} \rightarrow 2 \times 1$$

$$2 \text{와 } 3 \text{ 사이에는 } 4 \text{개} \rightarrow 2 \times 2$$

$$3 \text{과 } 4 \text{ 사이에는 } 6 \text{개} \rightarrow 2 \times 3$$

이므로 n 과 $n+1$ 사이에는 $2n$ 개이다.

따라서 1001과 1002 사이에 있는 자연수의 양의 제곱근 중 무리수에 대응하는 점의 개수는

$$2 \times 1001 = 2002(\text{개})$$

다른 풀이

$$1001 = \sqrt{1001^2} = \sqrt{1002001}, \quad 1002 = \sqrt{1002^2} = \sqrt{1004004}$$

$$\therefore 1004004 - 1002001 - 1 = 2002(\text{개})$$

만능 팁 먼저 두 자연수 n 과 $n+1$ 사이에 있는 무리수에 대응하는 점의 개수를 n 에 대한 식으로 나타낸다.

66 답 ⑤

$$\sqrt{4}<\sqrt{6}<\sqrt{9} \text{에서 } 2<\sqrt{6}<3$$

$$\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16} \text{에서 } 3<\sqrt{10}<4$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{4} \quad 3-\sqrt{6}<\sqrt{10}-\sqrt{6}<4-\sqrt{6} \text{이고 } 4-\sqrt{6}<2 \text{이므로}$$

$$\sqrt{10}-\sqrt{6}<\sqrt{6}$$

$$\frac{3-\sqrt{6}}{2} < \frac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{2} < \frac{4-\sqrt{6}}{2} \text{에서 } \frac{4-\sqrt{6}}{2} < 1 \text{이므로}$$

$$\frac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{2} < \sqrt{6}$$

$$\textcircled{2} \quad \sqrt{6}+\sqrt{10}>\sqrt{10}$$

$$\textcircled{3} \quad \sqrt{10}-2.5<1.5 \text{이므로 } \sqrt{10}-2.5<\sqrt{6}$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{\sqrt{6}+\sqrt{10}}{2} \text{은 } \sqrt{6} \text{과 } \sqrt{10} \text{의 평균이므로 } \sqrt{6}<\frac{\sqrt{6}+\sqrt{10}}{2}<\sqrt{10}$$

따라서 $\sqrt{6}$ 과 $\sqrt{10}$ 사이에 있는 수는 ⑤이다.

67 답 ④

$$\textcircled{1} \quad \sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9} \text{에서 } 2<\sqrt{5}<3 \text{이므로}$$

$$2+2<2+\sqrt{5}<2+3 \quad \therefore 4<2+\sqrt{5}<5$$

$$\textcircled{2} \quad \sqrt{(-6)^2}=6$$

$$\textcircled{1} \quad \sqrt{15} \text{는 무리수이지만 } \sqrt{15}<\sqrt{16} \text{에서 } \sqrt{15}<4 \text{이므로}$$

$$\sqrt{15}<2+\sqrt{5}$$

$$\textcircled{2} \quad \sqrt{16}=4 \text{는 무리수가 아니다.}$$

$$\textcircled{3} \quad 5 \text{는 무리수가 아니다.}$$

$$\textcircled{4} \quad \sqrt{30} \text{은 무리수이고, } \sqrt{25}<\sqrt{30}<\sqrt{36} \text{에서 } 5<\sqrt{30}<6 \text{이므로}$$

$$2+\sqrt{5}<\sqrt{30}<\sqrt{(-6)^2}$$

$$\textcircled{5} \quad \sqrt{42} \text{는 무리수이지만 } \sqrt{42}>\sqrt{36} \text{에서 } \sqrt{42}>6 \text{이므로}$$

$$\sqrt{42}>\sqrt{(-6)^2}$$

따라서 주어진 조건을 모두 만족시키는 수는 ④이다.





근호를 포함한 식의 계산

- 01 ⑤ 02 ④ 03 ④ 04 ③
 05 (1) 14.14 (2) 0.04472 06 ①
 07 $-12\sqrt{10}$ 08 ⑤ 09 6 10 2
 11 ② 12 -2 13 21 14 33배 15 ③
 16 ③ 17 ④ 18 24 19 ③ 20 ④
 21 $\frac{2}{5}$ 22 $\frac{3}{2}$ 23 ④ 24 ③ 25 ②
 26 43.47 km 27 ④ 28 ④ 29 ②
 30 ④ 31 2 32 $\frac{12\sqrt{5}}{5}$ 33 3 34 $\frac{1}{21}$
 35 ③ 36 7 37 $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}$ 38 $\frac{4\sqrt{3}}{15}$ 39 ③
 40 8 41 $\frac{\sqrt{10}}{12}$ 42 ② 43 $10\sqrt{2}\text{cm}^2$
 44 $2\sqrt{2}\text{cm}$ 45 $20\sqrt{2}\pi\text{cm}$ 46 ③ 47 39cm^2
 48 ④ 49 ① 50 ② 51 ③ 52 $\sqrt{3}-3$
 53 $3\sqrt{10}$ 54 ⑤ 55 $\frac{\sqrt{2}}{4}-\frac{\sqrt{7}}{2}$ 56 ②
 57 $-4+2\sqrt{6}$ 58 -3 59 ④
 60 $-2\sqrt{2}+\sqrt{6}$ 61 32 62 $\frac{\sqrt{2}}{4}$ 63 1
 64 ④ 65 6 66 ② 67 $2-2\sqrt{5}$ 68 -8
 69 ⑤ 70 ① 71 ② 72 $-\frac{\sqrt{14}}{14}$
 73 초속 $(120+60\sqrt{2})\text{m}$ 74 $-1-2\sqrt{6}$
 75 ④ 76 ① 77 $2\sqrt{5}-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 78 2
 79 ③ 80 $2\sqrt{15}+3$ 81 $-1+2\sqrt{2}$
 82 ③ 83 ⑤ 84 4 85 (1) $\frac{3}{2}$ (2) $-\frac{13}{4}$
 86 ③ 87 $-12+4\sqrt{15}$ 88 $\sqrt{3}-1$ 89 6개
 90 1 91 $15\sqrt{2}\text{cm}$ 92 $50\sqrt{6}\text{m}$
 93 $15+\sqrt{6}$ 94 $(14+6\sqrt{10})\text{cm}^2$ 95 $60\sqrt{5}\text{cm}^3$
 96 $26\sqrt{3}\text{cm}$ 97 ⑤ 98 $12+6\sqrt{2}$
 99 $5-2\sqrt{2}$ 100 $10+\sqrt{7}$
 101 $-6\sqrt{5}-4\sqrt{2}$ 102 $-\frac{\sqrt{2}+3}{2}$ 103 ③
 104 ⑤ 105 ④ 106 ④ 107 ㄱ, ㄷ 108 -8
 109 2 110 $x=0.5604, y=35.78$ 111 ④
 112 ⑤ 113 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 114 $\frac{\sqrt{15}}{10}$ 115 ④ 116 ④
 117 $\frac{4\sqrt{5}}{5}\text{cm}$ 118 ② 119 6 120 $\frac{1}{2}$

- 121 $\frac{1}{4}$ 122 4 123 1 124 -3, 15
 125 ③ 126 $\frac{\sqrt{5}}{2}$ 127 $-1+3\sqrt{5}$ 128 ③

01 제곱근의 곱셈과 나눗셈 (1)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

42~46쪽

01 답 ⑤

$$2\sqrt{3} \times \left(-\sqrt{\frac{5}{7}}\right) \times (-3\sqrt{7}) = 6\sqrt{3 \times \frac{5}{7} \times 7} = 6\sqrt{15}$$

02 답 ④

$$\textcircled{1} \sqrt{4} \div \sqrt{2} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{4}{2}} = \sqrt{2}$$

$$\textcircled{2} -\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = -\sqrt{\frac{6}{3}} = -\sqrt{2}$$

$$\textcircled{3} \sqrt{\frac{8}{5}} \div \sqrt{\frac{4}{5}} = \sqrt{\frac{8}{5}} \div \sqrt{\frac{4}{5}} = \sqrt{\frac{8}{5}} \times \sqrt{\frac{5}{4}} = \sqrt{\frac{8}{5} \times \frac{5}{4}} = \sqrt{2}$$

$$\textcircled{4} -\sqrt{44} \div \sqrt{\frac{4}{11}} = -\sqrt{44} \div \sqrt{\frac{4}{11}} = -\sqrt{44} \times \sqrt{\frac{11}{4}} \\ = -\sqrt{44 \times \frac{11}{4}} = -\sqrt{11^2} = -11$$

$$\textcircled{5} 12\sqrt{30} \div (-2\sqrt{3}) = -\frac{12\sqrt{30}}{2\sqrt{3}} = -\frac{12}{2} \sqrt{\frac{30}{3}} = -6\sqrt{10}$$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

03 답 ④

$$\textcircled{1} -\sqrt{12} = -\sqrt{2^2 \times 3} = -2\sqrt{3}$$

$$\textcircled{2} -\sqrt{810} = -\sqrt{9^2 \times 10} = -9\sqrt{10}$$

$$\textcircled{3} 3\sqrt{3} = \sqrt{3^2 \times 3} = \sqrt{27}$$

$$\textcircled{4} -3\sqrt{7} = -\sqrt{3^2 \times 7} = -\sqrt{63}$$

$$\textcircled{5} \sqrt{98} = \sqrt{7^2 \times 2} = 7\sqrt{2}$$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

04 답 ③

$$\sqrt{0.72} = \sqrt{\frac{72}{100}} = \sqrt{\frac{6^2 \times 2}{10^2}} = \frac{6\sqrt{2}}{10} = \frac{3\sqrt{2}}{5} \quad \therefore k = \frac{3}{5}$$

05 답 (1) 14.14 (2) 0.04472

$$\textcircled{1} \sqrt{200} = \sqrt{2 \times 100} = \sqrt{2 \times 10^2} = 10\sqrt{2} = 10 \times 1.414 = 14.14$$

$$\textcircled{2} \sqrt{0.002} = \sqrt{\frac{20}{10000}} = \sqrt{\frac{20}{100^2}} = \frac{\sqrt{20}}{100} = \frac{4.472}{100} = 0.04472$$

06 답 ①

$$\sqrt{140} = \sqrt{2^2 \times 5 \times 7} = 2 \times \sqrt{5 \times 7} = 2ab$$

07 답 -12√10

$$4\sqrt{5} \times 3\sqrt{6} \times \left(-\sqrt{\frac{1}{3}}\right) = -12\sqrt{5 \times 6 \times \frac{1}{3}} = -12\sqrt{10}$$

08 답 ⑤

① $\sqrt{2\sqrt{7}} = \sqrt{2 \times 7} = \sqrt{14}$

② $\sqrt{\frac{1}{3}} \times 3\sqrt{6} = 3\sqrt{\frac{1}{3}} \times 6 = 3\sqrt{2}$

③ $(-\sqrt{35}) \times \sqrt{\frac{1}{5}} = -\sqrt{35 \times \frac{1}{5}} = -\sqrt{7}$

④ $(-\sqrt{14}) \times \left(-\sqrt{\frac{1}{7}}\right) \times \sqrt{5} = \sqrt{14 \times \frac{1}{7}} \times 5 = \sqrt{10}$

⑤ $\sqrt{\frac{16}{5}} \times 5\sqrt{\frac{3}{8}} \times \left(-\sqrt{\frac{5}{6}}\right) = -5\sqrt{\frac{16}{5} \times \frac{3}{8} \times \frac{5}{6}} = -5$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

09 답 6

$$\sqrt{\frac{6}{5}} \times \sqrt{\frac{15}{2}} = \sqrt{\frac{6}{5} \times \frac{15}{2}} = \sqrt{9} = 3 \quad \therefore a = 3 \quad \dots (i)$$

$$b\sqrt{\frac{1}{7}} \times 4\sqrt{\frac{14}{3}} = 4b\sqrt{\frac{1}{7} \times \frac{14}{3}} = 4b\sqrt{\frac{2}{3}}$$

즉, $4b\sqrt{\frac{2}{3}} = -12\sqrt{\frac{2}{3}}$ 이므로

$$4b = -12 \quad \therefore b = -3 \quad \dots (ii)$$

$$\therefore a - b = 3 - (-3) = 6 \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) a의 값 구하기	40%
(ii) b의 값 구하기	40%
(iii) a-b의 값 구하기	20%

10 답 2

$$\begin{aligned} \sqrt{2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{a} \times \sqrt{20} \times \sqrt{2a} &= \sqrt{2 \times 5 \times a \times 20 \times 2a} \\ &= \sqrt{20^2 \times a^2} \\ &= \sqrt{(20a)^2} \end{aligned}$$

이때 $a > 0$ 이므로 $\sqrt{(20a)^2} = 20a$

따라서 $20a = 40$ 이므로 $a = 2$

11 답 ②

① $\frac{\sqrt{42}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{42}{7}} = \sqrt{6}$

② $\frac{7\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = \frac{7}{4} \sqrt{\frac{3}{3}} = \frac{7}{4} = \sqrt{\frac{49}{16}}$

③ $\sqrt{\frac{8}{3}} \div \sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{8}{3} \div \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{8}{3} \times \frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{8}{3} \times \frac{3}{2}} = \sqrt{4}$

④ $\sqrt{40} \div \sqrt{8} = \frac{\sqrt{40}}{\sqrt{8}} = \sqrt{\frac{40}{8}} = \sqrt{5}$

⑤ $2\sqrt{35} \div 2\sqrt{5} = \frac{2\sqrt{35}}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{35}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{35}{5}} = \sqrt{7}$

따라서 $\sqrt{\frac{49}{16}} < \sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{6} < \sqrt{7}$ 이므로 가장 작은 수는 ②이다.

12 답 -2

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{15}}{2\sqrt{14}} \div \left(-\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{56}}\right) &\div \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{32}} = \frac{\sqrt{15}}{2\sqrt{14}} \times \left(-\frac{\sqrt{56}}{2\sqrt{3}}\right) \times \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{10}} \\ &= -\frac{1}{4} \sqrt{\frac{15}{14} \times \frac{56}{3} \times \frac{32}{10}} \\ &= -\frac{\sqrt{64}}{4} \\ &= -\frac{8}{4} = -2 \end{aligned}$$

13 답 21

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{5}} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{a}{5} \times \frac{10}{7}} = \sqrt{\frac{2a}{7}}$$

즉, $\sqrt{\frac{2a}{7}} = \sqrt{6}$ 이므로

$$\frac{2a}{7} = 6, 2a = 42 \quad \therefore a = 21$$

14 답 33배

$$3x = 3\sqrt{11}, \frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{11}} \text{ 이므로}$$

$$3\sqrt{11} \div \frac{1}{\sqrt{11}} = 3\sqrt{11} \times \sqrt{11} = 3\sqrt{11 \times 11} = 3\sqrt{11^2} = 3 \times 11 = 33$$

따라서 $3x$ 는 $\frac{1}{x}$ 의 33배이다.

15 답 ③

① $\sqrt{40} = \sqrt{2^2 \times 10} = 2\sqrt{10}$

② $5\sqrt{2} = \sqrt{5^2 \times 2} = \sqrt{50}$

③ $\sqrt{32} = \sqrt{4^2 \times 2} = 4\sqrt{2}$

④ $-4\sqrt{3} = -\sqrt{4^2 \times 3} = -\sqrt{48}$

⑤ $-\sqrt{28} = -\sqrt{2^2 \times 7} = -2\sqrt{7}$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

16 답 ③

$$3\sqrt{2} = \sqrt{3^2 \times 2} = \sqrt{18} \quad \therefore a = 18$$

또 $b \neq 1$ 이므로

$$\sqrt{56} = \sqrt{2^2 \times 14} = 2\sqrt{14} \quad \therefore b = 2, c = 14$$

$$\therefore a + b + c = 18 + 2 + 14 = 34$$

17 답 ④

$\sqrt{9.8h}$ 에 $h = 25$ 를 대입하면

$$\sqrt{9.8 \times 25} = \sqrt{245} = \sqrt{7^2 \times 5} = 7\sqrt{5}$$

따라서 수심 25m에서 발생한 지진 해일의 속력은 초속 $7\sqrt{5}$ m이다.

18 답 24

$$\begin{aligned} \sqrt{3} \times \sqrt{4} \times \sqrt{5} \times \sqrt{6} \times \sqrt{7} \times \sqrt{8} &= \sqrt{3 \times 2^2 \times 5 \times 2 \times 3 \times 7 \times 2^3} \\ &= \sqrt{2^6 \times 3^2 \times 5 \times 7} \\ &= \sqrt{(2^3 \times 3)^2 \times 35} \\ &= 24\sqrt{35} \end{aligned}$$

$$\therefore a = 24$$

19 답 ③

$$\sqrt{0.6} = \sqrt{\frac{60}{100}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 15}{10^2}} = \frac{2\sqrt{15}}{10} = \frac{\sqrt{15}}{5} \quad \therefore k = \frac{1}{5}$$

20 답 ④

$$\textcircled{1} \sqrt{\frac{3}{100}} = \sqrt{\frac{3}{10^2}} = \frac{\sqrt{3}}{10}$$

$$\textcircled{2} -\sqrt{0.13} = -\sqrt{\frac{13}{100}} = -\sqrt{\frac{13}{10^2}} = -\frac{\sqrt{13}}{10}$$

$$\textcircled{3} \frac{\sqrt{3}}{7} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7^2}} = \sqrt{\frac{3}{49}}$$

$$\textcircled{4} \sqrt{\frac{5}{16}} = \sqrt{\frac{5}{4^2}} = \frac{\sqrt{5}}{4}$$

$$\textcircled{5} -\frac{\sqrt{6}}{2} = -\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2^2}} = -\sqrt{\frac{6}{4}} = -\sqrt{\frac{3}{2}}$$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

21 답 $\frac{2}{5}$

$$\sqrt{0.18} = \sqrt{\frac{18}{100}} = \sqrt{\frac{3^2 \times 2}{10^2}} = \frac{3\sqrt{2}}{10} \quad \therefore a = \frac{3}{10}$$

$$\sqrt{\frac{112}{9}} = \sqrt{\frac{4^2 \times 7}{3^2}} = \frac{4\sqrt{7}}{3} \quad \therefore b = \frac{4}{3}$$

$$\therefore ab = \frac{3}{10} \times \frac{4}{3} = \frac{2}{5}$$

22 답 $\frac{3}{2}$

$$\frac{\sqrt{5}}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5^2 \times 2}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{50}} = \sqrt{\frac{5}{50}} = \sqrt{\frac{1}{10}} \quad \therefore a = \frac{1}{10} \quad \dots \textcircled{i}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3^2 \times 5}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{45}} = \sqrt{\frac{3}{45}} = \sqrt{\frac{1}{15}} \quad \therefore b = \frac{1}{15} \quad \dots \textcircled{ii}$$

$$\therefore \frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b} = \frac{1}{10} \times 15 = \frac{3}{2} \quad \dots \textcircled{iii}$$

채점 기준

(i) a의 값 구하기	40%
(ii) b의 값 구하기	40%
(iii) $\frac{a}{b}$ 의 값 구하기	20%

23 답 ④

$$\textcircled{1} \sqrt{300} = \sqrt{3 \times 100} = \sqrt{3 \times 10^2} = 10\sqrt{3} = 17.32$$

$$\textcircled{2} \sqrt{3000} = \sqrt{30 \times 100} = \sqrt{30 \times 10^2} = 10\sqrt{30} = 54.77$$

$$\textcircled{3} \sqrt{30000} = \sqrt{3 \times 10000} = \sqrt{3 \times 100^2} = 100\sqrt{3} = 173.2$$

$$\textcircled{4} \sqrt{0.3} = \sqrt{\frac{30}{100}} = \sqrt{\frac{30}{10^2}} = \frac{\sqrt{30}}{10} = 0.5477$$

$$\textcircled{5} \sqrt{0.003} = \sqrt{\frac{30}{10000}} = \sqrt{\frac{30}{100^2}} = \frac{\sqrt{30}}{100} = 0.05477$$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

24 답 ③

$$\textcircled{1} \sqrt{0.02} = \sqrt{\frac{2}{100}} = \sqrt{\frac{2}{10^2}} = \frac{\sqrt{2}}{10} = 0.1414$$

$$\textcircled{2} \sqrt{0.08} = \sqrt{\frac{8}{100}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 2}{10^2}} = \frac{2\sqrt{2}}{10} = \frac{\sqrt{2}}{5} = 0.2828$$

$$\textcircled{3} \sqrt{0.2} = \sqrt{\frac{20}{100}} = \sqrt{\frac{20}{10^2}} = \frac{\sqrt{20}}{10} \text{이므로 } \sqrt{20} \text{의 값이 주어져야 한다.}$$

$$\textcircled{4} \sqrt{18} = \sqrt{3^2 \times 2} = 3\sqrt{2} = 4.242$$

$$\textcircled{5} \sqrt{200} = \sqrt{2 \times 100} = \sqrt{2 \times 10^2} = 10\sqrt{2} = 14.14$$

따라서 그 값을 구할 수 없는 것은 ③이다.

25 답 ②

$$\textcircled{1} \sqrt{0.302} = \sqrt{\frac{30.2}{100}} = \sqrt{\frac{30.2}{10^2}} = \frac{\sqrt{30.2}}{10} = \frac{5.495}{10} = 0.5495$$

$$\textcircled{2} \sqrt{0.416} = \sqrt{\frac{41.6}{100}} = \sqrt{\frac{41.6}{10^2}} = \frac{\sqrt{41.6}}{10}$$

이므로 $\sqrt{41.6}$ 의 값이 주어져야 한다.

$$\textcircled{3} \sqrt{423} = \sqrt{4.23 \times 100} = \sqrt{4.23 \times 10^2} = 10\sqrt{4.23} = 10 \times 2.057 = 20.57$$

$$\textcircled{4} \sqrt{0.0415} = \sqrt{\frac{4.15}{100}} = \sqrt{\frac{4.15}{10^2}} = \frac{\sqrt{4.15}}{10} = \frac{2.037}{10} = 0.2037$$

$$\textcircled{5} \sqrt{314000} = \sqrt{31.4 \times 10000} = \sqrt{31.4 \times 100^2} = 100\sqrt{31.4} = 100 \times 5.604 = 560.4$$

따라서 그 값을 구할 수 없는 것은 ②이다.

26 답 43.47 km

$\sqrt{12.6h}$ 에 $h=150$ 을 대입하면

$$\sqrt{12.6 \times 150} = \sqrt{1890} = \sqrt{18.9 \times 100} = \sqrt{18.9 \times 10^2} = 10\sqrt{18.9} = 10 \times 4.347 = 43.47$$

따라서 해발 150m인 전망대에서 사람의 눈으로 볼 수 있는 가장 먼 거리는 43.47 km이다.

27 답 ④

$$\begin{aligned} \sqrt{0.24} &= \sqrt{\frac{24}{100}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 6}{10^2}} = \frac{2\sqrt{6}}{10} = \frac{1}{5} \times \sqrt{2 \times 3} \\ &= \frac{1}{5} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} = \frac{1}{5}ab \end{aligned}$$

28 답 ④

$$\textcircled{1} \sqrt{75} = \sqrt{3 \times 5^2} = \sqrt{3} \times (\sqrt{5})^2 = xy^2$$

$$\textcircled{2} \sqrt{147} = \sqrt{3 \times 7^2} = 7 \times \sqrt{3} = 7x$$

$$\textcircled{3} \sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{x}{y}$$

$$\textcircled{4} \sqrt{\frac{81}{5}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3^4}}{\sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{3})^4}{\sqrt{5}} = \frac{x^4}{y}$$

$$\textcircled{5} \sqrt{180} = \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 5} = 2 \times (\sqrt{3})^2 \times \sqrt{5} = 2x^2y$$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

29 답 ②

$$\begin{aligned} \sqrt{0.019} + \sqrt{1900} &= \sqrt{\frac{1.9}{100}} + \sqrt{19 \times 100} = \sqrt{\frac{1.9}{10^2}} + \sqrt{19 \times 10^2} \\ &= \frac{1}{10} \times \sqrt{1.9} + 10 \times \sqrt{19} = \frac{1}{10}a + 10b \end{aligned}$$

따라서 $x = \frac{1}{10}$, $y = 10$ 이므로 $xy^2 = \frac{1}{10} \times 10^2 = 10$

30 답 ④

$$\sqrt{10} = \sqrt{3+7} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{7})^2} = \sqrt{p^2 + q^2}$$

02 제곱근의 곱셈과 나눗셈 (2)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

47~49쪽

31 답 2

$$\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{6}}{2} \quad \therefore a = \frac{3}{2}$$

$$\frac{20}{3\sqrt{5}} = \frac{20 \times \sqrt{5}}{3\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{20\sqrt{5}}{15} = \frac{4\sqrt{5}}{3} \quad \therefore b = \frac{4}{3}$$

$$\therefore ab = \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} = 2$$

32 답 $\frac{12\sqrt{5}}{5}$

$$\begin{aligned} \frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{10}} \div \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{15}} &= \frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{10}} \times \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{15}} = \frac{12}{\sqrt{5}} \\ &= \frac{12 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{12\sqrt{5}}{5} \end{aligned}$$

33 답 3

삼각형의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \sqrt{18} \times \sqrt{10} = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times \sqrt{10} = 3\sqrt{5}$$

직사각형의 넓이는 $x \times \sqrt{5} = \sqrt{5}x$

$$\text{따라서 } \sqrt{5}x = 3\sqrt{5} \text{ 이므로 } x = \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 3$$

34 답 $\frac{1}{21}$

$$\frac{1}{\sqrt{63}} = \frac{1}{3\sqrt{7}} = \frac{1 \times \sqrt{7}}{3\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{21} \quad \therefore k = \frac{1}{21}$$

35 답 ③

$$\textcircled{1} \frac{8}{\sqrt{5}} = \frac{8 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{8\sqrt{5}}{5}$$

$$\textcircled{2} \frac{4}{3\sqrt{2}} = \frac{4 \times \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{6} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\textcircled{3} \frac{10}{\sqrt{2}} = \frac{10 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$$

$$\textcircled{4} \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{6}}{2} = 3\sqrt{6}$$

$$\textcircled{5} \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6} \times \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{30}}{10}$$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

36 답 7

$$\frac{3\sqrt{a}}{4\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{a} \times \sqrt{6}}{4\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6a}}{24} = \frac{\sqrt{6a}}{8}$$

$$\text{즉, } \frac{\sqrt{6a}}{8} = \frac{\sqrt{42}}{8} \text{ 이므로}$$

$$6a = 42 \quad \therefore a = 7$$

37 답 $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}$

$$\frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{1 \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{7}, \quad \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{6} \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{42}}{7}$$

$$\sqrt{7} = \frac{7\sqrt{7}}{7} = \frac{\sqrt{343}}{7}, \quad \frac{6}{7} = \frac{\sqrt{36}}{7} \quad \dots \textcircled{i}$$

따라서 크기가 큰 것부터 차례로 나열하면

$$\sqrt{7}, \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}, \frac{6}{7}, \frac{1}{\sqrt{7}}, \frac{\sqrt{6}}{7} \quad \dots \textcircled{ii}$$

$$\text{이므로 두 번째에 오는 수는 } \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}} \text{ 이다.} \quad \dots \textcircled{iii}$$

채점 기준

(i) 주어진 수를 분모가 7인 분수로 나타내기	40 %
(ii) 크기가 큰 것부터 차례로 나열하기	40 %
(iii) 두 번째에 오는 수 구하기	20 %

38 답 $\frac{4\sqrt{3}}{15}$

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{50}} \times \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \div \sqrt{\frac{3}{5}} &= \frac{2}{5\sqrt{2}} \times \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \frac{4}{5\sqrt{3}} \\ &= \frac{4 \times \sqrt{3}}{5\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{15} \end{aligned}$$

39 답 ③

$$\textcircled{1} 2\sqrt{10} \div \sqrt{2} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{10} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{5} = 10$$

$$\textcircled{2} 8\sqrt{2} \times (-3\sqrt{6}) \div 4\sqrt{3} = 8\sqrt{2} \times (-3\sqrt{6}) \times \frac{1}{4\sqrt{3}} = -12$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} -\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{18}} \div \sqrt{\frac{3}{10}} \times \sqrt{\frac{6}{5}} &= -\frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} \div \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}} \\ &= -\frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}} = -\frac{4}{3} \end{aligned}$$

$$\textcircled{4} \frac{\sqrt{15}}{2\sqrt{2}} \div \sqrt{10} \times 4\sqrt{3} = \frac{\sqrt{15}}{2\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{10}} \times 4\sqrt{3} = 3$$

$$\textcircled{5} \sqrt{\frac{5}{12}} \times \left(-\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{5}}\right) \div (-\sqrt{3}) = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}} \times \left(-\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{5}}\right) \times \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

40 답 8

$$\sqrt{32} \times \sqrt{18} \div \sqrt{6} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{6}} \times \sqrt{2}$$

$$= \frac{24}{\sqrt{3}} = \frac{24 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$$

$$= \frac{24\sqrt{3}}{3} = 8\sqrt{3}$$

$$\therefore a = 8$$

41 답 $\frac{\sqrt{10}}{12}$

$$A = \frac{\sqrt{15}}{3} \times \sqrt{5} \div 2\sqrt{30} = \frac{\sqrt{15}}{3} \times \sqrt{5} \times \frac{1}{2\sqrt{30}}$$

$$= \frac{\sqrt{5}}{6\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{2}}{6\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{12}$$

42 답 ②

평행사변형의 넓이는 $\sqrt{32} \times x = 4\sqrt{2}x$

$$\text{삼각형의 넓이는 } \frac{1}{2} \times \sqrt{48} \times \sqrt{18} = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 3\sqrt{2} = 6\sqrt{6}$$

$$\text{따라서 } 4\sqrt{2}x = 6\sqrt{6} \text{ 이므로 } x = \frac{6\sqrt{6}}{4\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

43 답 $10\sqrt{2}\text{cm}^2$

$$\begin{aligned}\overline{BC} &= \sqrt{10}\text{cm}, \quad \overline{CD} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}\text{cm} \\ \therefore \square ABCD &= \overline{BC} \times \overline{CD} = \sqrt{10} \times 2\sqrt{5} \\ &= 2\sqrt{50} = 2 \times 5\sqrt{2} \\ &= 10\sqrt{2}\text{cm}^2\end{aligned}$$

44 답 $2\sqrt{2}\text{cm}$

직육면체의 높이를 $h\text{cm}$ 라 하면 직육면체의 부피는

$$\sqrt{15} \times \sqrt{6} \times h = 12\sqrt{5} \quad \dots (i)$$

즉, $\sqrt{90}h = 12\sqrt{5}$ 에서 $3\sqrt{10}h = 12\sqrt{5}$

$$\therefore h = \frac{12\sqrt{5}}{3\sqrt{10}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

따라서 직육면체의 높이는 $2\sqrt{2}\text{cm}$ 이다. $\dots (ii)$

채점 기준

(i) 직육면체의 부피를 높이에 대한 식으로 나타내기	40%
(ii) 직육면체의 높이 구하기	60%

45 답 $20\sqrt{2}\pi\text{cm}$

주어진 두 원의 넓이의 합과 넓이가 같은 원의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 라 하면

$$\begin{aligned}\pi r^2 &= \pi \times (5\sqrt{3})^2 + \pi \times (5\sqrt{5})^2 \\ &= 75\pi + 125\pi \\ &= 200\pi\end{aligned}$$

$$\therefore r^2 = 200$$

이때 $r > 0$ 이므로 $r = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$

따라서 구하는 원의 둘레의 길이는

$$2\pi \times 10\sqrt{2} = 20\sqrt{2}\pi(\text{cm})$$

46 답 ③

주어진 전개도로 만들어지는 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 라 하면

$$2\pi r = 4\sqrt{2}\pi \quad \therefore r = 2\sqrt{2}$$

따라서 구하는 원기둥의 부피는

$$\pi \times (2\sqrt{2})^2 \times 3\sqrt{3} = 24\sqrt{3}\pi(\text{cm}^3)$$

47 답 39cm^2

$\triangle EFG$ 에서

$$\begin{aligned}\overline{EG} &= \sqrt{\overline{FG}^2 + \overline{EF}^2} \\ &= \sqrt{9^2 + 6^2} = \sqrt{117} = 3\sqrt{13}(\text{cm})\end{aligned}$$

$\triangle AEG$ 는 $\angle AEG = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로

$$\begin{aligned}\overline{AE} &= \sqrt{\overline{AG}^2 - \overline{EG}^2} \\ &= \sqrt{13^2 - (3\sqrt{13})^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}(\text{cm})\end{aligned}$$

$$\therefore \triangle AEG = \frac{1}{2} \times \overline{EG} \times \overline{AE}$$

$$= \frac{1}{2} \times 3\sqrt{13} \times 2\sqrt{13}$$

$$= 39(\text{cm}^2)$$

03 제곱근의 덧셈과 뺄셈 (1)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

50~54쪽

48 답 ④

① $\sqrt{7} + \sqrt{3}$ 은 더 이상 간단히 할 수 없다.

$$\textcircled{2} \quad 5\sqrt{7} - 2\sqrt{7} = (5-2)\sqrt{7} = 3\sqrt{7}$$

③ $3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$ 은 더 이상 간단히 할 수 없다.

$$\textcircled{4} \quad 2\sqrt{6} - 7\sqrt{6} + 4\sqrt{6} = (2-7+4)\sqrt{6} = -\sqrt{6}$$

$$\textcircled{5} \quad 3\sqrt{5} + \sqrt{7} - \sqrt{5} = (3-1)\sqrt{5} + \sqrt{7} = 2\sqrt{5} + \sqrt{7}$$

따라서 옳은 것은 ④이다.

49 답 ①

$$\begin{aligned}\sqrt{5} - \sqrt{20} - \sqrt{72} + \sqrt{32} &= \sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 6\sqrt{2} + 4\sqrt{2} \\ &= (-6+4)\sqrt{2} + (1-2)\sqrt{5} \\ &= -2\sqrt{2} - \sqrt{5}\end{aligned}$$

따라서 $a = -2$, $b = -1$ 이므로

$$a+b = -2 + (-1) = -3$$

50 답 ②

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{12}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{8}} + \frac{1}{\sqrt{48}} &= \frac{2\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{4\sqrt{3}} \\ &= \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{12} \\ &= \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{12}\right)\sqrt{3} = \frac{7\sqrt{3}}{12}\end{aligned}$$

51 답 ③

$$\begin{aligned}\sqrt{2}(\sqrt{3}-2) - (\sqrt{24}-\sqrt{32}) &= \sqrt{2}(\sqrt{3}-2) - (2\sqrt{6}-4\sqrt{2}) \\ &= \sqrt{6} - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{6} + 4\sqrt{2} \\ &= (-2+4)\sqrt{2} + (1-2)\sqrt{6} \\ &= 2\sqrt{2} - \sqrt{6}\end{aligned}$$

52 답 $\sqrt{3}-3$

$$\begin{aligned}\frac{3-3\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{18}-2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} &= \frac{(3-3\sqrt{2}) \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} - \frac{(3\sqrt{2}-2\sqrt{3}) \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\ &= \frac{3\sqrt{3}-3\sqrt{6}}{3} - \frac{6-2\sqrt{6}}{2} \\ &= \sqrt{3} - \sqrt{6} - 3 + \sqrt{6} \\ &= \sqrt{3} - 3\end{aligned}$$

53 답 $3\sqrt{10}$

$$\begin{aligned}\sqrt{2}(4\sqrt{5}-3) + \frac{6-\sqrt{20}}{\sqrt{2}} &= 4\sqrt{10} - 3\sqrt{2} + \frac{6-2\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \\ &= 4\sqrt{10} - 3\sqrt{2} + \frac{(6-2\sqrt{5}) \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\ &= 4\sqrt{10} - 3\sqrt{2} + \frac{6\sqrt{2}-2\sqrt{10}}{2} \\ &= 4\sqrt{10} - 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - \sqrt{10} \\ &= 3\sqrt{10}\end{aligned}$$

54 **답** ⑤

$$A = 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = (2+4-3)\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

$$B = 4\sqrt{3} - \sqrt{3} + 5\sqrt{3} = (4-1+5)\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

$$\therefore AB = 3\sqrt{2} \times 8\sqrt{3} = 24\sqrt{6}$$

55 **답** $\frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{7}}{2}$

$$\frac{3\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{7}}{3} - \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{5\sqrt{7}}{6} = \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right)\sqrt{2} + \left(\frac{1}{3} - \frac{5}{6}\right)\sqrt{7}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{7}}{2}$$

56 **답** ②

$$a+b = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{2} + \frac{\sqrt{2}-\sqrt{5}}{2}$$

$$= \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{5}) + (\sqrt{2}-\sqrt{5})}{2}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

$$a-b = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{2} - \frac{\sqrt{2}-\sqrt{5}}{2}$$

$$= \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{5}) - (\sqrt{2}-\sqrt{5})}{2}$$

$$= \frac{2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}$$

$$\therefore (a+b)(a-b) = \sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{10}$$

57 **답** $-4+2\sqrt{6}$

$$4 - \sqrt{6} = \sqrt{16} - \sqrt{6} > 0$$

$$3\sqrt{6} - 8 = \sqrt{54} - \sqrt{64} < 0 \quad \dots (i)$$

$$\therefore \sqrt{(4-\sqrt{6})^2} - \sqrt{(3\sqrt{6}-8)^2} = 4 - \sqrt{6} - \{-(3\sqrt{6}-8)\}$$

$$= 4 - \sqrt{6} + 3\sqrt{6} - 8$$

$$= -4 + 2\sqrt{6} \quad \dots (ii)$$

채점 기준

(i) $4 - \sqrt{6}$, $3\sqrt{6} - 8$ 의 부호 정하기	40 %
(ii) 식을 계산하기	60 %

만렙 **예** $4 - \sqrt{6}$, $3\sqrt{6} - 8$ 의 부호를 각각 조사한 후, 제곱근의 성질을 이용하여 근호를 없앤다.

58 **답** -3

$$7\sqrt{3} + \sqrt{96} + 3\sqrt{6} - \sqrt{27} = 7\sqrt{3} + 4\sqrt{6} + 3\sqrt{6} - 3\sqrt{3}$$

$$= (7-3)\sqrt{3} + (4+3)\sqrt{6}$$

$$= 4\sqrt{3} + 7\sqrt{6}$$

따라서 $a=4$, $b=7$ 이므로

$$a-b = 4-7 = -3$$

59 **답** ④

$$4\sqrt{5} + 3\sqrt{20} - \sqrt{45} = 4\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$$

$$= (4+6-3)\sqrt{5} = 7\sqrt{5}$$

60 **답** $-2\sqrt{2} + \sqrt{6}$

$$\frac{\sqrt{32}}{8} - \frac{\sqrt{54}}{3} - \frac{\sqrt{50}}{2} + \sqrt{24} = \frac{4\sqrt{2}}{8} - \frac{3\sqrt{6}}{3} - \frac{5\sqrt{2}}{2} + 2\sqrt{6}$$

$$= \left(\frac{1}{2} - \frac{5}{2}\right)\sqrt{2} + (-1+2)\sqrt{6}$$

$$= -2\sqrt{2} + \sqrt{6}$$

61 **답** 32

$$\sqrt{18} = \sqrt{x} - \sqrt{2} \text{이므로}$$

$$3\sqrt{2} = \sqrt{x} - \sqrt{2}$$

$$\therefore \sqrt{x} = 3\sqrt{2} + \sqrt{2} = 4\sqrt{2} = \sqrt{32}$$

$$\therefore x = 32$$

62 **답** $\frac{\sqrt{2}}{4}$

$$\frac{\sqrt{72}}{3} - \frac{9}{\sqrt{8}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{3} - \frac{9}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= 2\sqrt{2} - \frac{9\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= \left(2 - \frac{9}{4} + \frac{1}{2}\right)\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

63 **답** 1

$$\sqrt{90} - \frac{10}{\sqrt{10}} = 3\sqrt{10} - \sqrt{10} = (3-1)\sqrt{10} = 2\sqrt{10}$$

$$\therefore a = 2 \quad \dots (i)$$

$$\frac{12}{\sqrt{54}} + \sqrt{24} - \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{12}{3\sqrt{6}} + 2\sqrt{6} - \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2\sqrt{6}}{3} + 2\sqrt{6} - \frac{5\sqrt{6}}{3}$$

$$= \left(\frac{2}{3} + 2 - \frac{5}{3}\right)\sqrt{6} = \sqrt{6}$$

$$\therefore b = 1 \quad \dots (ii)$$

$$\therefore a-b = 2-1 = 1 \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) a 의 값 구하기	40 %
(ii) b 의 값 구하기	40 %
(iii) $a-b$ 의 값 구하기	20 %

64 **답** ④

$$a = \sqrt{7} \text{이므로}$$

$$b = a + \frac{1}{a} = \sqrt{7} + \frac{1}{\sqrt{7}} = \sqrt{7} + \frac{\sqrt{7}}{7} = \frac{8\sqrt{7}}{7} = \frac{8}{7}a$$

따라서 b 는 a 의 $\frac{8}{7}$ 배이다.

65 **답** 6

$$ab = 9 \text{이므로}$$

$$\frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{a}} + \frac{b\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{ab}}{a} + \frac{b\sqrt{ab}}{b}$$

$$= \sqrt{ab} + \sqrt{ab} = 2\sqrt{ab}$$

$$= 2\sqrt{9} = 6$$

다른 풀이

$$\begin{aligned}\frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{a}} + \frac{b\sqrt{a}}{\sqrt{b}} &= \sqrt{\frac{a^2 \times b}{a}} + \sqrt{\frac{b^2 \times a}{b}} \\ &= \sqrt{ab} + \sqrt{ab} = 2\sqrt{ab} \\ &= 2\sqrt{9} = 6\end{aligned}$$

66 답 ②

$$\begin{aligned}2(\sqrt{8}-\sqrt{24})-\sqrt{6}(\sqrt{12}-4) &= 2(2\sqrt{2}-2\sqrt{6})-\sqrt{6}(2\sqrt{3}-4) \\ &= 4\sqrt{2}-4\sqrt{6}-6\sqrt{2}+4\sqrt{6} \\ &= (4-6)\sqrt{2}+(-4+4)\sqrt{6} \\ &= -2\sqrt{2}\end{aligned}$$

67 답 $2-2\sqrt{5}$

$$\begin{aligned}\sqrt{3}\left(\frac{4}{\sqrt{6}}-\frac{10}{\sqrt{15}}\right)-\sqrt{8}+\sqrt{(-2)^2} &= \frac{4}{\sqrt{2}}-\frac{10}{\sqrt{5}}-2\sqrt{2}+2 \\ &= 2\sqrt{2}-2\sqrt{5}-2\sqrt{2}+2 \\ &= 2-2\sqrt{5}\end{aligned}$$

68 답 -8

$$\begin{aligned}\sqrt{3}a-\sqrt{5}b &= \sqrt{3}(\sqrt{5}-\sqrt{3})-\sqrt{5}(\sqrt{5}+\sqrt{3}) \\ &= \sqrt{15}-3-5-\sqrt{15} = -8\end{aligned}$$

69 답 ⑤

$$\begin{aligned}\sqrt{2}(\sqrt{3}+3\sqrt{2})-(2\sqrt{3}-\sqrt{2})\sqrt{3} &= \sqrt{6}+6-6+\sqrt{6} \\ &= 2\sqrt{6}=2\times\sqrt{2\times3} \\ &= 2\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}=2ab\end{aligned}$$

70 답 ①

$$\begin{aligned}\frac{10+\sqrt{10}}{\sqrt{5}}-\frac{6+\sqrt{6}}{\sqrt{3}} &= \frac{(10+\sqrt{10})\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}-\frac{(6+\sqrt{6})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} \\ &= \frac{10\sqrt{5}+5\sqrt{2}}{5}-\frac{6\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{3} \\ &= 2\sqrt{5}+\sqrt{2}-2\sqrt{3}-\sqrt{2} \\ &= 2\sqrt{5}-2\sqrt{3}\end{aligned}$$

따라서 $a=2$, $b=-2$ 이므로

$$ab=2\times(-2)=-4$$

71 답 ②

$$\frac{\sqrt{24}-9}{\sqrt{3}}=\frac{(2\sqrt{6}-9)\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{2}-9\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{2}-3\sqrt{3}$$

72 답 $-\frac{\sqrt{14}}{14}$

$$\begin{aligned}A &= \frac{2\sqrt{7}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{(2\sqrt{7}-\sqrt{2})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{14}-2}{2} = \sqrt{14}-1 \\ B &= \frac{7\sqrt{2}+\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{(7\sqrt{2}+\sqrt{7})\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}} = \frac{7\sqrt{14}+7}{7} = \sqrt{14}+1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore A+B &= \sqrt{14}-1+\sqrt{14}+1=2\sqrt{14} \\ A-B &= \sqrt{14}-1-(\sqrt{14}+1)=-2\end{aligned}$$

$$\therefore \frac{A-B}{A+B} = \frac{-2}{2\sqrt{14}} = -\frac{1}{\sqrt{14}} = -\frac{\sqrt{14}}{14}$$

73 답 초속 $(120+60\sqrt{2})$ m

절대 온도가 300K일 때 꽃향기가 퍼져 나가는 속력을 초속 v m라

$$\text{하면 } \sqrt{294} : \sqrt{300} = (84+84\sqrt{2}) : v$$

$$\begin{aligned}\therefore v &= \frac{\sqrt{300}(84+84\sqrt{2})}{\sqrt{294}} = \frac{10\sqrt{3}(84+84\sqrt{2})}{7\sqrt{6}} \\ &= \frac{10\sqrt{3}(84+84\sqrt{2})\times\sqrt{6}}{7\sqrt{6}\times\sqrt{6}} = \frac{30\sqrt{2}(84+84\sqrt{2})}{42} \\ &= \frac{5\sqrt{2}(84+84\sqrt{2})}{7} = \frac{420\sqrt{2}+840}{7} \\ &= 120+60\sqrt{2}\end{aligned}$$

따라서 절대 온도가 300K일 때 꽃향기가 퍼져 나가는 속력은 초속 $(120+60\sqrt{2})$ m이다.

74 답 $-1-2\sqrt{6}$

$$\begin{aligned}\sqrt{12}(\sqrt{2}-\sqrt{3})-\frac{8\sqrt{3}-\sqrt{50}}{\sqrt{2}} &= 2\sqrt{3}(\sqrt{2}-\sqrt{3})-\frac{(8\sqrt{3}-5\sqrt{2})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}} \\ &= 2\sqrt{6}-6-\frac{8\sqrt{6}-10}{2} \\ &= 2\sqrt{6}-6-4\sqrt{6}+5 \\ &= -1-2\sqrt{6}\end{aligned}$$

75 답 ④

$$\text{① } (\sqrt{96}+\sqrt{24})\div\sqrt{3}=\frac{4\sqrt{6}+2\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=6\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned}\text{② } \frac{4}{\sqrt{2}}(\sqrt{2}-\sqrt{3})+\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} &= 4-\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}}+\sqrt{9} \\ &= 4-2\sqrt{6}+3=7-2\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{③ } \sqrt{27}-\frac{12}{\sqrt{3}}-\frac{4}{\sqrt{8}}+\sqrt{72} &= 3\sqrt{3}-4\sqrt{3}-\sqrt{2}+6\sqrt{2} \\ &= 5\sqrt{2}-\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{④ } 2\sqrt{8}+\frac{6}{\sqrt{3}}+\sqrt{2}(\sqrt{6}-3) &= 4\sqrt{2}+2\sqrt{3}+2\sqrt{3}-3\sqrt{2} \\ &= \sqrt{2}+4\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{⑤ } \sqrt{3}(2+4\sqrt{2})-3(2\sqrt{3}-\sqrt{6}) &= 2\sqrt{3}+4\sqrt{6}-6\sqrt{3}+3\sqrt{6} \\ &= -4\sqrt{3}+7\sqrt{6}\end{aligned}$$

따라서 옳은 것은 ④이다.

76 답 ①

$$\begin{aligned}2\sqrt{3}A-4\sqrt{2}B &= 2\sqrt{3}\left(3\sqrt{2}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)-4\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\ &= 6\sqrt{6}-2-8-2\sqrt{6} \\ &= -10+4\sqrt{6}\end{aligned}$$

77 답 $2\sqrt{5}-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$A = \sqrt{\frac{5}{2}} \div \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}} \times \sqrt{\frac{8}{3}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}} \times \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}} = \sqrt{2} \quad \dots(i)$$

$$\begin{aligned}
 B &= \sqrt{5} \left(\sqrt{2} - \frac{4}{\sqrt{5}} \right) + (\sqrt{18} + 2\sqrt{5}) \div \sqrt{2} \\
 &= \sqrt{5} \left(\sqrt{2} - \frac{4}{\sqrt{5}} \right) + \frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \\
 &= \sqrt{10} - 4 + 3 + \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \sqrt{10} - 4 + 3 + \sqrt{10} \\
 &= 2\sqrt{10} - 1 \quad \dots (ii) \\
 \therefore \frac{B}{A} &= \frac{2\sqrt{10} - 1}{\sqrt{2}} = \frac{(2\sqrt{10} - 1) \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = 2\sqrt{5} - \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \dots (iii)
 \end{aligned}$$

채점 기준

(i) A의 값 구하기	30%
(ii) B의 값 구하기	40%
(iii) $\frac{B}{A}$ 의 값 구하기	30%

04 | 제곱근의 덧셈과 뺄셈 (2)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

55~60쪽

78 답 2

$$\begin{aligned}
 3(2 + a\sqrt{7}) + 2a - 6\sqrt{7} &= 6 + 3a\sqrt{7} + 2a - 6\sqrt{7} \\
 &= 6 + 2a + (3a - 6)\sqrt{7}
 \end{aligned}$$

이 식이 유리수가 되려면 $3a - 6 = 0$ 이어야 하므로
 $3a = 6 \quad \therefore a = 2$

79 답 ③

$1 < \sqrt{2} < 2$ 에서 $6 < 5 + \sqrt{2} < 7$ 이므로 $a = 6$

$$\therefore b = (5 + \sqrt{2}) - 6 = \sqrt{2} - 1$$

$$\therefore a - b = 6 - (\sqrt{2} - 1) = 7 - \sqrt{2}$$

80 답 $2\sqrt{15} + 3$

사다리꼴 ABCD의 넓이는

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} \times \{ \sqrt{10} + (\sqrt{10} + \sqrt{6}) \} \times \sqrt{6} &= \frac{\sqrt{6}}{2} (2\sqrt{10} + \sqrt{6}) \\
 &= 2\sqrt{15} + 3
 \end{aligned}$$

81 답 $-1 + 2\sqrt{2}$

$$\overline{CP} = \overline{CA} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \text{이므로}$$

점 P에 대응하는 수는 $1 - \sqrt{2}$

$$\overline{BQ} = \overline{BD} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \text{이므로}$$

점 Q에 대응하는 수는 $\sqrt{2}$

$$\therefore \overline{PQ} = \sqrt{2} - (1 - \sqrt{2}) = -1 + 2\sqrt{2}$$

82 답 ③

$$\textcircled{1} 2\sqrt{3} = \sqrt{12} \text{이고 } \sqrt{12} > \sqrt{8} \text{이므로 } 2\sqrt{3} > \sqrt{8}$$

$$\textcircled{2} (\sqrt{5} + \sqrt{2}) - 3\sqrt{2} = \sqrt{5} - 2\sqrt{2} = \sqrt{5} - \sqrt{8} < 0$$

$$\therefore \sqrt{5} + \sqrt{2} < 3\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} (5 - 2\sqrt{6}) - (5 - \sqrt{26}) &= 5 - 2\sqrt{6} - 5 + \sqrt{26} \\ &= -\sqrt{24} + \sqrt{26} > 0 \end{aligned}$$

$$\therefore 5 - 2\sqrt{6} > 5 - \sqrt{26}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} (5\sqrt{3} - \sqrt{7}) - (3\sqrt{5} - \sqrt{7}) &= 5\sqrt{3} - \sqrt{7} - 3\sqrt{5} + \sqrt{7} \\ &= \sqrt{75} - \sqrt{45} > 0 \end{aligned}$$

$$\therefore 5\sqrt{3} - \sqrt{7} > 3\sqrt{5} - \sqrt{7}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} (5\sqrt{3} - \sqrt{18}) - (\sqrt{2} + \sqrt{12}) &= 5\sqrt{3} - 3\sqrt{2} - \sqrt{2} - 2\sqrt{3} \\ &= 3\sqrt{3} - 4\sqrt{2} = \sqrt{27} - \sqrt{32} < 0 \end{aligned}$$

$$\therefore 5\sqrt{3} - \sqrt{18} < \sqrt{2} + \sqrt{12}$$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

83 답 ⑤

$$\begin{aligned}
 \sqrt{2}(4 + 5\sqrt{2}) - \sqrt{3}(a\sqrt{6} - \sqrt{3}) &= 4\sqrt{2} + 10 - 3a\sqrt{2} + 3 \\
 &= 13 + (4 - 3a)\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

이 식이 유리수가 되려면 $4 - 3a = 0$ 이어야 하므로

$$3a = 4 \quad \therefore a = \frac{4}{3}$$

84 답 4

$$\begin{aligned}
 \sqrt{75} + \frac{3}{\sqrt{3}} - \sqrt{12} - x\sqrt{3} &= 5\sqrt{3} + \sqrt{3} - 2\sqrt{3} - x\sqrt{3} \\
 &= (4 - x)\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

이 식이 유리수가 되려면 $4 - x = 0$ 이어야 하므로 $x = 4$

85 답 (1) $\frac{3}{2}$ (2) $-\frac{13}{4}$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} A &= \sqrt{3} \left(\frac{a\sqrt{3}}{6} - 3 \right) + \sqrt{6} \left(a\sqrt{2} - \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right) \\ &= \frac{a}{2} - 3\sqrt{3} + 2a\sqrt{3} - 4 \end{aligned}$$

$$= \frac{a}{2} - 4 + (-3 + 2a)\sqrt{3}$$

A가 유리수가 되려면 $-3 + 2a = 0$ 이어야 하므로

$$2a = 3 \quad \therefore a = \frac{3}{2}$$

$$\textcircled{2} A = \frac{a}{2} - 4 = \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} - 4 = -\frac{13}{4}$$

86 답 ③

$2 < \sqrt{5} < 3$ 에서 $3 < 1 + \sqrt{5} < 4$ 이므로 $a = 3$

$$\therefore b = (1 + \sqrt{5}) - 3 = \sqrt{5} - 2$$

$$\therefore ab = 3 \times (\sqrt{5} - 2) = 3\sqrt{5} - 6$$

87 답 $-12 + 4\sqrt{15}$

$1 < \sqrt{3} < 2$ 에서 $a = \sqrt{3} - 1$

... (i)

$3 < \sqrt{15} < 4$ 에서 $-4 < -\sqrt{15} < -3$, $2 < 6 - \sqrt{15} < 3$

$$\therefore b = (6 - \sqrt{15}) - 2 = 4 - \sqrt{15}$$

... (ii)

$$\begin{aligned}\therefore \sqrt{3}a + \sqrt{15}b + \sqrt{3} &= \sqrt{3}(\sqrt{3}-1) + \sqrt{15}(4-\sqrt{15}) + \sqrt{3} \\ &= 3 - \sqrt{3} + 4\sqrt{15} - 15 + \sqrt{3} \\ &= -12 + 4\sqrt{15} \quad \dots (iii)\end{aligned}$$

채점 기준

(i) a의 값 구하기	30%
(ii) b의 값 구하기	30%
(iii) $\sqrt{3}a + \sqrt{15}b + \sqrt{3}$ 의 값 구하기	40%

88 답 $\sqrt{3}-1$

$$\begin{aligned}6 &< \sqrt{48} < 7 \text{이므로} \\ f(48) &= \sqrt{48} - 6 = 4\sqrt{3} - 6 \\ 5 &< \sqrt{27} < 6 \text{이므로} \\ f(27) &= \sqrt{27} - 5 = 3\sqrt{3} - 5 \\ \therefore f(48) - f(27) &= 4\sqrt{3} - 6 - (3\sqrt{3} - 5) = \sqrt{3} - 1\end{aligned}$$

89 답 6개

계산 상자에 넣었을 때, 3이 나오는 무리수 $\sqrt{n}$ 은 정수 부분이 3이므로 $3 < \sqrt{n} < 4$, 즉 $9 < n < 16$
따라서 n 은 자연수이므로 무리수 $\sqrt{n}$ 은 $\sqrt{10}, \sqrt{11}, \sqrt{12}, \sqrt{13}, \sqrt{14}, \sqrt{15}$ 의 6개이다.

90 답 1

삼각형의 넓이는

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} \times (2\sqrt{2} + a\sqrt{3}) \times \sqrt{12} &= \frac{1}{2} \times (2\sqrt{2} + a\sqrt{3}) \times 2\sqrt{3} \\ &= \sqrt{3}(2\sqrt{2} + a\sqrt{3}) \\ &= 2\sqrt{6} + 3a(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

$$\text{즉, } 2\sqrt{6} + 3a = 3 + 2\sqrt{6} \text{이므로}$$

$$3a = 3 \quad \therefore a = 1$$

91 답 $15\sqrt{2}\text{cm}$

$$\overline{AB} = \sqrt{8} + \sqrt{50} = 2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 7\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$\overline{BC} = \sqrt{50} + \sqrt{18} = 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 8\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AB} + \overline{BC} = 7\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 15\sqrt{2}(\text{cm})$$

92 답 $50\sqrt{6}\text{m}$

목장의 가로 길이를 $x\text{m}$ 라 하면

$$10\sqrt{6}x = 900$$

$$\therefore x = \frac{900}{10\sqrt{6}} = \frac{90}{\sqrt{6}} = \frac{90\sqrt{6}}{6} = 15\sqrt{6} \quad \dots (i)$$

따라서 목장의 둘레의 길이는

$$2 \times (10\sqrt{6} + 15\sqrt{6}) = 2 \times 25\sqrt{6} = 50\sqrt{6}(\text{m}) \quad \dots (ii)$$

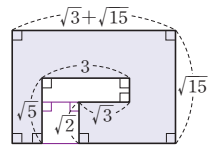
채점 기준

(i) 목장의 가로 길이를 구하기	50%
(ii) 목장의 둘레의 길이를 구하기	50%

93 답 $15 + \sqrt{6}$

오른쪽 그림과 같이 주어진 도형에 보조선을 그어 도형의 넓이를 구하면

$$\begin{aligned}\sqrt{15}(\sqrt{3} + \sqrt{15}) - \sqrt{2}(3 - \sqrt{3}) - 3(\sqrt{5} - \sqrt{2}) \\ &= 3\sqrt{5} + 15 - 3\sqrt{2} + \sqrt{6} - 3\sqrt{5} + 3\sqrt{2} \\ &= 15 + \sqrt{6}\end{aligned}$$



94 답 $(14 + 6\sqrt{10})\text{cm}^2$

직육면체의 가로의 길이를 $x\text{cm}$ 라 하면

$$\sqrt{2}x = 2 + \sqrt{10}$$

$$\therefore x = \frac{2 + \sqrt{10}}{\sqrt{2}} = \frac{(2 + \sqrt{10}) \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \sqrt{2} + \sqrt{5}$$

$\therefore$ (직육면체의 겉넓이)

$$\begin{aligned}&= 2 \times \{(2 + \sqrt{10}) + \sqrt{5} \times (\sqrt{2} + \sqrt{5}) + \sqrt{2} \times \sqrt{5}\} \\ &= 2 \times (2 + \sqrt{10} + \sqrt{10} + 5 + \sqrt{10}) \\ &= 14 + 6\sqrt{10}(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

95 답 $60\sqrt{5}\text{cm}^3$

$$\begin{aligned}(\text{상자의 밑면의 가로의 길이}) &= \sqrt{180} - 2\sqrt{5} = 6\sqrt{5} - 2\sqrt{5} \\ &= 4\sqrt{5}(\text{cm})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\text{상자의 밑면의 세로의 길이}) &= \sqrt{125} - 2\sqrt{5} = 5\sqrt{5} - 2\sqrt{5} \\ &= 3\sqrt{5}(\text{cm})\end{aligned}$$

$$(\text{상자의 높이}) = \sqrt{5}\text{cm}$$

$$\therefore (\text{상자의 부피}) = 4\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 60\sqrt{5}(\text{cm}^3)$$

96 답 $26\sqrt{3}\text{cm}$

세 정사각형의 한 변의 길이를 구

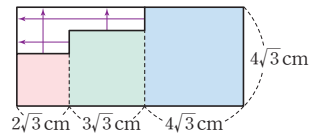
하면 각각 다음과 같다.

$$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}(\text{cm}),$$

$$\sqrt{27} = 3\sqrt{3}(\text{cm}),$$

$$\sqrt{48} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\begin{aligned}\therefore (\text{둘레의 길이}) &= 2(2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3}) + 2 \times 4\sqrt{3} \\ &= 2 \times 9\sqrt{3} + 2 \times 4\sqrt{3} \\ &= 18\sqrt{3} + 8\sqrt{3} = 26\sqrt{3}(\text{cm})\end{aligned}$$



97 답 ⑤

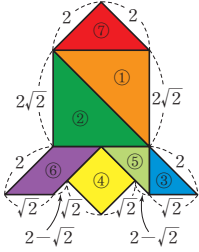
한 변의 길이가 2cm 인 정사각형 안에 그린 세 정사각형의 넓이는 각각 $4 \times \frac{1}{2} = 2(\text{cm}^2)$, $2 \times \frac{1}{2} = 1(\text{cm}^2)$, $1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(\text{cm}^2)$ 이므로

세 정사각형의 한 변의 길이는 각각 $\sqrt{2}\text{cm}$, 1cm , $\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\text{cm})$ 이다.

따라서 색칠한 부분의 둘레의 길이의 합은 세 정사각형의 둘레의 길이의 합과 같으므로

$$4\left(\sqrt{2} + 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 4\left(\frac{3\sqrt{2}}{2} + 1\right) = 6\sqrt{2} + 4(\text{cm})$$

98 ④ $12+6\sqrt{2}$



(로켓 모양의 도형의 둘레의 길이)
 $= 2 + 2\sqrt{2} + 2 + \sqrt{2} + (2 - \sqrt{2}) + \sqrt{2}$
 $+ \sqrt{2} + (2 - \sqrt{2}) + \sqrt{2} + 2 + 2\sqrt{2} + 2$
 $= 12 + 6\sqrt{2}$

99 ④ $5-2\sqrt{2}$

$\overline{AP} = \overline{AC} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ 이므로
 점 P에 대응하는 수는 $-2 + \sqrt{2}$
 $\overline{BQ} = \overline{BD} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ 이므로
 점 Q에 대응하는 수는 $3 - \sqrt{2}$
 $\therefore \overline{PQ} = 3 - \sqrt{2} - (-2 + \sqrt{2}) = 5 - 2\sqrt{2}$

100 ④ $10 + \sqrt{7}$

정사각형 ABCD의 넓이가 7이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{7}$ 이다.
 $\overline{AP} = \overline{AD} = \sqrt{7}$ 이므로
 점 P에 대응하는 수 $p = 2 - \sqrt{7}$
 $\overline{AQ} = \overline{AB} = \sqrt{7}$ 이므로
 점 Q에 대응하는 수 $q = 2 + \sqrt{7}$
 $\therefore 2p + 3q = 2(2 - \sqrt{7}) + 3(2 + \sqrt{7}) = 4 - 2\sqrt{7} + 6 + 3\sqrt{7}$
 $= 10 + \sqrt{7}$

101 ④ $-6\sqrt{5} - 4\sqrt{2}$

$\overline{AP} = \overline{AC} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$ 이므로
 점 P에 대응하는 수 $p = -4 - \sqrt{10}$... (i)
 $\overline{DQ} = \overline{DF} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$ 이므로
 점 Q에 대응하는 수 $q = -1 + \sqrt{10}$... (ii)
 $\therefore \sqrt{5}p - \sqrt{2}q = \sqrt{5}(-4 - \sqrt{10}) - \sqrt{2}(-1 + \sqrt{10})$
 $= -4\sqrt{5} - 5\sqrt{2} + \sqrt{2} - 2\sqrt{5}$
 $= -6\sqrt{5} - 4\sqrt{2}$... (iii)

채점 기준

(i) p 의 값 구하기	30%
(ii) q 의 값 구하기	30%
(iii) $\sqrt{5}p - \sqrt{2}q$ 의 값 구하기	40%

102 ④ $-\frac{\sqrt{2}+3}{2}$

$\overline{PA} = \overline{PQ} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$ 이므로
 $a = -2\sqrt{2}$
 $\overline{RB} = \overline{RS} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$ 이므로
 $b = 2 + 3\sqrt{2}$
 $\therefore \frac{b}{a} = \frac{2 + 3\sqrt{2}}{-2\sqrt{2}} = -\frac{2\sqrt{2} + 6}{4} = -\frac{\sqrt{2} + 3}{2}$

103 ④ ③

$P = \frac{1}{2}\overline{OA}^2 = 9$ 에서 $\overline{OA}^2 = 18$
 $\therefore \overline{OA} = 3\sqrt{2}$ ($\because \overline{OA} > 0$)
 $Q = 2P = 18$ 이므로 $\frac{1}{2}\overline{AB}^2 = 18$ 에서 $\overline{AB}^2 = 36$
 $\therefore \overline{AB} = 6$ ($\because \overline{AB} > 0$)
 $R = 2Q = 36$ 이므로 $\frac{1}{2}\overline{BC}^2 = 36$ 에서 $\overline{BC}^2 = 72$
 $\therefore \overline{BC} = 6\sqrt{2}$ ($\because \overline{BC} > 0$)
 따라서 $a = 3\sqrt{2}$, $b = 6 + 3\sqrt{2}$, $c = 6 + 9\sqrt{2}$ 이므로
 $a + 2b - c = 3\sqrt{2} + 2(6 + 3\sqrt{2}) - (6 + 9\sqrt{2})$
 $= 3\sqrt{2} + 12 + 6\sqrt{2} - 6 - 9\sqrt{2}$
 $= 6$

104 ④ ⑤

① $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$, $3\sqrt{2} = \sqrt{18}$ 이고 $\sqrt{12} < \sqrt{18}$ 이므로
 $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$
 ② $\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}}$ 이고 $\sqrt{\frac{1}{4}} < \sqrt{\frac{1}{2}}$ 이므로 $\frac{1}{2} < \sqrt{\frac{1}{2}}$
 ③ $6 = \sqrt{36}$, $\sqrt{3} + \sqrt{27} = \sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 4\sqrt{3} = \sqrt{48}$ 이고
 $\sqrt{36} < \sqrt{48}$ 이므로 $6 < \sqrt{3} + \sqrt{27}$
 ④ $(\sqrt{3} + 2) - (2\sqrt{3} - 1) = \sqrt{3} + 2 - 2\sqrt{3} + 1$
 $= -\sqrt{3} + 3 = -\sqrt{3} + \sqrt{9} > 0$
 $\therefore \sqrt{3} + 2 > 2\sqrt{3} - 1$
 ⑤ $(3\sqrt{3} + 3) - (5\sqrt{3} - 2) = 3\sqrt{3} + 3 - 5\sqrt{3} + 2$
 $= -2\sqrt{3} + 5 = -\sqrt{12} + \sqrt{25} > 0$
 $\therefore 3\sqrt{3} + 3 > 5\sqrt{3} - 2$
 따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

105 ④ ④

$a - b = (3\sqrt{5} - 1) - 6 = 3\sqrt{5} - 7 = \sqrt{45} - \sqrt{49} < 0$
 $\therefore a < b$
 $a - c = (3\sqrt{5} - 1) - (2\sqrt{5} - 2) = 3\sqrt{5} - 1 - 2\sqrt{5} + 2 = \sqrt{5} + 1 > 0$
 $\therefore a > c$
 $\therefore c < a < b$

106 ④ ④

-6 , $-10 + \sqrt{6}$ 은 음수이고, $2\sqrt{6} + 1$, $3\sqrt{6} - 2$, $\sqrt{24} - 3$ 은 양수이므로
 주어진 수를 크기가 큰 것부터 차례로 나열할 때, 세 번째에 오는
 수는 양수 중에서 가장 작은 수이다.
 $2\sqrt{6} + 1 - (3\sqrt{6} - 2) = -\sqrt{6} + 3 > 0$
 $\therefore 2\sqrt{6} + 1 > 3\sqrt{6} - 2$
 $3\sqrt{6} - 2 - (\sqrt{24} - 3) = 3\sqrt{6} - 2\sqrt{6} + 1 = \sqrt{6} + 1 > 0$
 $\therefore 3\sqrt{6} - 2 > \sqrt{24} - 3$
 따라서 $2\sqrt{6} + 1 > 3\sqrt{6} - 2 > \sqrt{24} - 3$ 이므로 세 번째에 오는 수는
 $\sqrt{24} - 3$ 이다.

107 답 ㄱ, ㄷ

$$\text{ㄱ. } 2\sqrt{3} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{15} = \sqrt{2^2 \times 15} = \sqrt{60}$$

$$\text{ㄴ. } \sqrt{\frac{15}{8}} \times \sqrt{\frac{4}{5}} = \sqrt{\frac{15}{8} \times \frac{4}{5}} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$\text{ㄷ. } \sqrt{5} \div \sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{5} \div \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{5} \times \sqrt{2} = \sqrt{5 \times 2} = \sqrt{10}$$

$$\text{ㄹ. } \sqrt{\frac{1}{5}} \div \sqrt{\frac{5}{3}} = \sqrt{\frac{1}{5} \div \frac{5}{3}} = \sqrt{\frac{1}{5} \times \frac{3}{5}} = \frac{\sqrt{3}}{5}$$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

108 답 -8

$$2\sqrt{15+a} = \sqrt{2^2 \times (15+a)} = \sqrt{60+4a} \text{이고 } 4\sqrt{5} = \sqrt{80} \text{이므로}$$

$$60+4a=80 \text{에서 } 4a=20 \quad \therefore a=5$$

$$2\sqrt{3} = \sqrt{12} \text{이므로 } 25-b=12 \text{에서 } b=13$$

$$\therefore a-b=5-13=-8$$

109 답 2

$$\sqrt{800} = \sqrt{20^2 \times 2} = 20\sqrt{2} \text{이므로 } a=20$$

$$\sqrt{0.002} = \sqrt{\frac{20}{10000}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 5}{100^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{100} = \frac{\sqrt{5}}{50} \text{이므로 } b = \frac{1}{50}$$

$$\therefore 5ab = 5 \times 20 \times \frac{1}{50} = 2$$

110 답 $x=0.5604, y=35.78$

$$\sqrt{0.314} = \sqrt{\frac{31.4}{100}} = \sqrt{\frac{31.4}{10^2}} = \frac{\sqrt{31.4}}{10} = \frac{5.604}{10} = 0.5604$$

$$\therefore x=0.5604$$

$$\sqrt{1280} = \sqrt{3.2 \times 400} = \sqrt{3.2 \times 20^2}$$

$$= 20\sqrt{3.2} = 20 \times 1.789 = 35.78$$

$$\therefore y=35.78$$

111 답 ④

$$212.1 = 100 \times 2.121 = 100\sqrt{4.5}$$

$$= \sqrt{4.5 \times 100^2} = \sqrt{4.5 \times 10000}$$

$$= \sqrt{45000}$$

$$\therefore a=45000$$

112 답 ⑤

$$\sqrt{49}=7 \text{의 양의 제곱근은 } \sqrt{7} \text{이므로 } a=\sqrt{7}$$

$$\sqrt{(-3)^2}=3 \text{의 음의 제곱근은 } -\sqrt{3} \text{이므로 } b=-\sqrt{3}$$

$$\therefore \sqrt{63} = \sqrt{3^2 \times 7} = (\sqrt{3})^2 \times \sqrt{7} = (-\sqrt{3})^2 \times \sqrt{7} = ab^2$$

113 답 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

$$\frac{2}{3\sqrt{12}} = \frac{2}{6\sqrt{3}} = \frac{1}{3\sqrt{3}} = \frac{1 \times \sqrt{3}}{3\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{9}$$

$$\therefore a = \frac{1}{9}$$

$$\frac{15\sqrt{2}}{\sqrt{10}} = \frac{15\sqrt{2} \times \sqrt{10}}{\sqrt{10} \times \sqrt{10}} = \frac{30\sqrt{5}}{10} = 3\sqrt{5}$$

$$\therefore b=3$$

$$\therefore \sqrt{ab} = \sqrt{\frac{1}{9} \times 3} = \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

114 답 $\frac{\sqrt{15}}{10}$

한 대각선에 있는 세 수의 곱은

$$3\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{6}}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{\sqrt{18}}{6} = \frac{3\sqrt{2}}{6} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{따라서 } \sqrt{5} \times \frac{\sqrt{6}}{3} \times A = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{이므로}$$

$$A = \frac{\sqrt{2}}{2} \div \sqrt{5} \div \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{3}{\sqrt{6}} = \frac{3}{2\sqrt{15}}$$

$$= \frac{3 \times \sqrt{15}}{2\sqrt{15} \times \sqrt{15}} = \frac{3\sqrt{15}}{30} = \frac{\sqrt{15}}{10}$$

115 답 ④

$$\textcircled{1} 4\sqrt{12} \div (-2\sqrt{3}) = 8\sqrt{3} \times \left(-\frac{1}{2\sqrt{3}}\right) = -4$$

$$\textcircled{2} 2\sqrt{6} \div \sqrt{2} = 2\sqrt{6} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{3}$$

$$\textcircled{3} \frac{5}{\sqrt{2}} \div \frac{7}{4\sqrt{3}} = \frac{5}{\sqrt{2}} \times \frac{4\sqrt{3}}{7} = \frac{20\sqrt{3}}{7\sqrt{2}} \\ = \frac{20\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{7\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{20\sqrt{6}}{14} = \frac{10\sqrt{6}}{7}$$

$$\textcircled{4} 2\sqrt{12} \div \sqrt{6} \times (-\sqrt{2}) = 4\sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{6}} \times (-\sqrt{2}) = -4$$

$$\textcircled{5} 5\sqrt{2} \times \sqrt{27} \div \sqrt{3} = 5\sqrt{2} \times 3\sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 15\sqrt{2}$$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

116 답 ④

오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{CH} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{6} = 2\sqrt{6} \text{ (cm)}$$

$\triangle AHC$ 에서

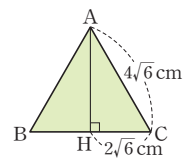
$$\overline{AH} = \sqrt{(4\sqrt{6})^2 - (2\sqrt{6})^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{6} \times 6\sqrt{2} = 24\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

참고 한 변의 길이가 a 인 정삼각형의 높이를 h , 넓이를 S 라 하면

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} a \rightarrow h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4} a^2}$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \rightarrow S = \frac{1}{2} ah = \frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2} a$$



117 답 $\frac{4\sqrt{5}}{5} \text{ cm}$

원기둥의 높이를 x cm라 하면 원기둥의 부피는

$$\pi \times (\sqrt{5})^2 \times x = 5\pi x \text{ (cm}^3\text{)} \quad \dots \textcircled{i}$$

원뿔의 부피는

$$\frac{1}{3} \times \pi \times (\sqrt{6})^2 \times \sqrt{20} = \frac{1}{3} \pi \times 6 \times 2\sqrt{5} = 4\sqrt{5}\pi \text{ (cm}^3\text{)} \quad \dots \textcircled{ii}$$

$$\text{즉, } 5x\pi = 4\sqrt{5}\pi \text{이므로 } x = \frac{4\sqrt{5}}{5}$$

따라서 원기둥의 높이는 $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ cm이다.

... (iii)

채점 기준

(i) 원기둥의 부피를 높이에 대한 식으로 나타내기	30%
(ii) 원뿔의 부피 구하기	30%
(iii) 원기둥의 높이 구하기	40%

118 답 ②

(가)에서 $a = \sqrt{2}$

(나)에서 $b = \sqrt{2} + \sqrt{2} = (1+1)\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

(다)에서 $c = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = (2+2-1)\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

(라)에서 $d = 2\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 12$

(마)에서 $e = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} + 3$

(바)에서 $f = (3\sqrt{2} + 3) - 12 = 3\sqrt{2} - 9$

119 답 6

$$\begin{aligned} \sqrt{32} + \sqrt{24} - \sqrt{6} + \sqrt{18} &= 4\sqrt{2} + 2\sqrt{6} - \sqrt{6} + 3\sqrt{2} \\ &= (4+3)\sqrt{2} + (2-1)\sqrt{6} \\ &= 7\sqrt{2} + \sqrt{6} \end{aligned}$$

따라서 $a=7$, $b=1$ 이므로 $a-b=7-1=6$

120 답 $\frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} \sqrt{4.32} - \frac{3}{\sqrt{3}} + \sqrt{0.27} &= \sqrt{\frac{432}{100}} - \frac{3\sqrt{3}}{3} + \sqrt{\frac{27}{100}} \\ &= \frac{12\sqrt{3}}{10} - \sqrt{3} + \frac{3\sqrt{3}}{10} \\ &= \left(\frac{12}{10} - 1 + \frac{3}{10}\right)\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

$\therefore a = \frac{1}{2}$

121 답 $\frac{1}{4}$

$f(2) + f(3) + \dots + f(7)$

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{4}} - \frac{1}{\sqrt{5}}\right) + \dots + \left(\frac{1}{\sqrt{7}} - \frac{1}{\sqrt{8}}\right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{8}} = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

따라서 $a\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{4}$ 이므로 $a = \frac{1}{4}$

122 답 4

$$\begin{aligned} x &= \frac{\sqrt{7} + \sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{7} + \sqrt{6}) \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{21} + 3\sqrt{2}}{3} \\ y &= \frac{\sqrt{7} - \sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{7} - \sqrt{6}) \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{21} - 3\sqrt{2}}{3} \end{aligned}$$

$$\text{즉, } x-y = \frac{\sqrt{21} + 3\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{21} - 3\sqrt{2}}{3} = \frac{6\sqrt{2}}{3} = 2\sqrt{2} \text{이므로}$$

$$\sqrt{2}(x-y) = \sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 4$$

123 답 1

$$\begin{aligned} \sqrt{3}(4-\sqrt{6}) + \frac{2-\sqrt{6}}{\sqrt{2}} &= 4\sqrt{3} - 3\sqrt{2} + \frac{(2-\sqrt{6}) \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\ &= 4\sqrt{3} - 3\sqrt{2} + \frac{2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{2} \\ &= 4\sqrt{3} - 3\sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{3} \\ &= -2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

... (i)

따라서 $a=-2$, $b=3$ 이므로

... (ii)

$a+b = -2+3=1$

... (iii)

채점 기준

(i) 주어진 등식의 좌변을 간단히 하기	70%
(ii) a, b 의 값 구하기	20%
(iii) $a+b$ 의 값 구하기	10%

124 답 -3, 15

$$\begin{aligned} 3(2+a\sqrt{2}) - \sqrt{3}(a\sqrt{3} - 3\sqrt{6}) &= 6 + 3a\sqrt{2} - 3a + 9\sqrt{2} \\ &= 6 - 3a + (3a+9)\sqrt{2} \end{aligned}$$

이 식이 유리수가 되려면 $3a+9=0$ 이어야 하므로

$3a = -9 \quad \therefore a = -3$

$a = -3$ 일 때, 구하는 식의 값은

$6 - 3a = 6 - 3 \times (-3) = 15$

125 답 ③

$2 < \sqrt{5} < 3$ 에서 $-3 < -\sqrt{5} < -2$ 이므로 $7 < 10 - \sqrt{5} < 8$

$10 - \sqrt{5}$ 의 정수 부분은 7이므로

$a = (10 - \sqrt{5}) - 7 = 3 - \sqrt{5} \quad \dots \textcircled{1}$

$11 < \sqrt{125} < 12$ 에서 $\sqrt{125}$ 의 정수 부분은 11이므로

$\sqrt{125}$ 의 소수 부분은 $\sqrt{125} - 11 = 5\sqrt{5} - 11$

$\textcircled{1}$ 에서 $\sqrt{5} = 3 - a$ 이므로

$5\sqrt{5} - 11 = 5(3 - a) - 11 = 4 - 5a$

126 답 $\frac{\sqrt{5}}{2}$

평면도는 넓이가 80cm^2 인 정사각형이므로 한 변의 길이가 $4\sqrt{5}\text{cm}$

이고, 방 A는 넓이가 20cm^2 인 정사각형이므로 한 변의 길이가

$2\sqrt{5}\text{cm}$ 이다.

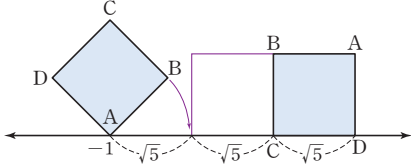
즉, 방 B의 가로와 세로의 길이가 $2\sqrt{5}\text{cm}$ 이므로

(방 B의 세로의 길이) $= \frac{15}{2\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{2} (\text{cm})$

따라서 $x = 4\sqrt{5} - 2\sqrt{5} - \frac{3\sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

127 답 $-1+3\sqrt{5}$

□ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$ 이고, 점 D는 다음 그림과 같이 이동한다.



따라서 점 D가 수직선과 처음으로 만나는 점에 대응하는 수는 $-1+\sqrt{5}+\sqrt{5}+\sqrt{5}=-1+3\sqrt{5}$

만렙 **이완** 정사각형 ABCD가 이동하는 경로를 그린다.

128 답 ③

$$\neg. \sqrt{24}-(2\sqrt{6}+1)=\sqrt{24}-\sqrt{24}-1=-1<0$$

$$\therefore \sqrt{24}<2\sqrt{6}+1$$

$$\begin{aligned} \neg. (1+3\sqrt{3})-(2\sqrt{6}+1) &= 1+3\sqrt{3}-2\sqrt{6}-1 \\ &= 3\sqrt{3}-2\sqrt{6}=\sqrt{27}-\sqrt{24}>0 \end{aligned}$$

$$\therefore 1+3\sqrt{3}>2\sqrt{6}+1$$

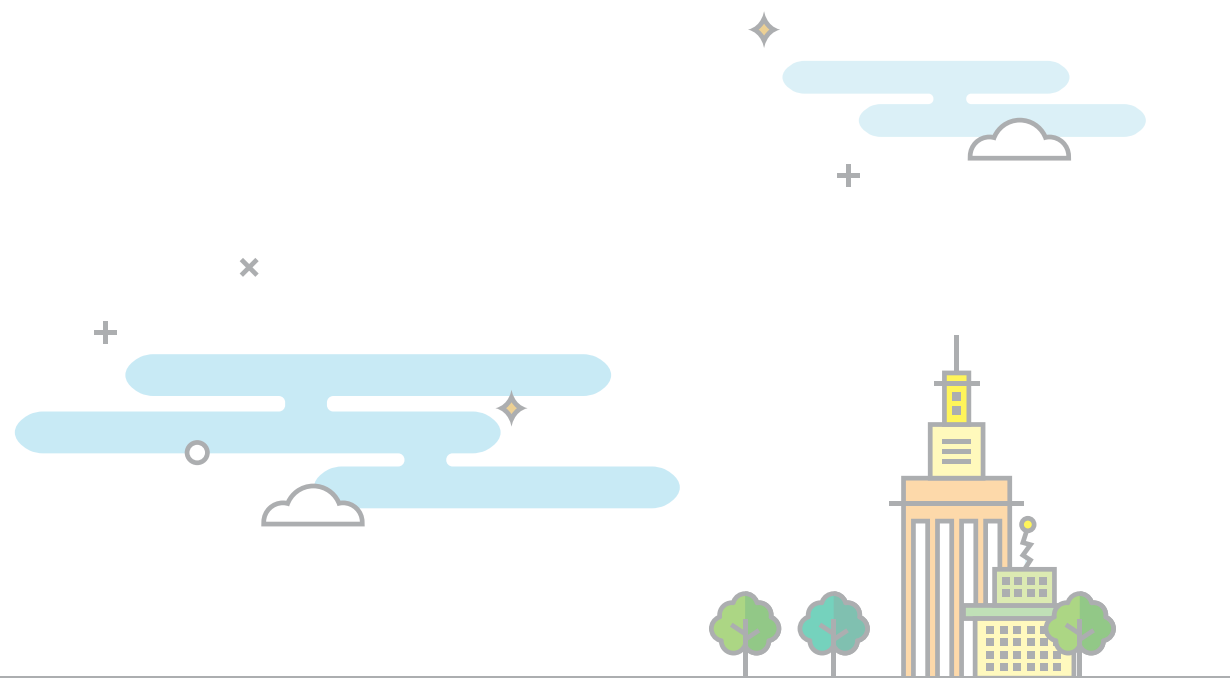
$$\begin{aligned} \neg. (4\sqrt{10}+2)-(2+3\sqrt{17}) &= 4\sqrt{10}+2-2-3\sqrt{17} \\ &= 4\sqrt{10}-3\sqrt{17}=\sqrt{160}-\sqrt{153}>0 \end{aligned}$$

$$\therefore 4\sqrt{10}+2>2+3\sqrt{17}$$

$$\begin{aligned} \neg. (2\sqrt{3}+5)-(3\sqrt{2}+5) &= 2\sqrt{3}+5-3\sqrt{2}-5 \\ &= 2\sqrt{3}-3\sqrt{2}=\sqrt{12}-\sqrt{18}<0 \end{aligned}$$

$$\therefore 2\sqrt{3}+5<3\sqrt{2}+5$$

따라서 옳은 것은 $\neg$, $\neg$ 이다.





다항식의 곱셈

- 01 ⑤ 02 5 03 17 04 ① 05 ②
 06 a^4-16 07 7 08 8 09 5 10 ①
 11 ③ 12 14 13 ⑤ 14 ② 15 -11
 16 -2 17 $\frac{7}{9}$ 18 ② 19 $18\sqrt{3}$ 20 -2
 21 ①, ③ 22 ③, ⑤ 23 12 24 ② 25 5
 26 $\perp, \sqsubset$ 27 2 28 ⑤ 29 ④ 30 17
 31 45 32 ⑤ 33 $\frac{2}{5}$ 34 ③ 35 ③
 36 $20x^2-7x-6$ 37 ① 38 $6x^2-11x-35$
 39 ④ 40 ④ 41 ⑤ 42 ④ 43 ④
 44 ③ 45 2 46 40 47 ⑤
 48 $3x^2+2x-21$ 49 ④ 50 ③
 51 $2a^2-7a-15$ 52 12 53 ③
 54 $8x^2+26x+20$ 55 ③ 56 ① 57 ②
 58 $4x^2+4xy+y^2-9$ 59 $x^4+14x^3+71x^2+154x+120$
 60 ⑤ 61 150
 62 (1) $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ (2) 99,51 63 2022
 64 ③ 65 15 66 ④ 67 $30-10\sqrt{2}$
 68 $-\frac{8}{3}$ 69 5 70 $4+4\sqrt{2}$ 71 -4 72 ①
 73 ④ 74 $\sqrt{3}$ 75 ③
 76 $x^2-6xy+9y^2-x+3y-6$ 77 ② 78 12
 79 15 80 ② 81 ③ 82 ③ 83 23
 84 14 85 ⑤ 86 (1) 44 (2) 52 87 ①
 88 $\frac{10}{3}$ 89 ③ 90 ③ 91 1 92 576m^2
 93 ④ 94 ④ 95 59 96 7 97 4
 98 ② 99 ③ 100 $\pm\sqrt{5}$ 101 ④ 102 61
 103 -5 104 ③ 105 2 106 3 107 ⑤
 108 6 109 2 110 ②, ③ 111 ③ 112 $-\frac{1}{32}$
 113 32 114 ① 115 -8 116 ③, ⑤
 117 $42x^2+36x-2$ 118 ② 119 ⑤ 120 ③
 121 398 122 ③ 123 ④ 124 2
 125 $-1-\sqrt{6}$ 126 ② 127 -6 128 ④
 129 $\sqrt{13}$ 130 5 131 ③ 132 11 133 34
 134 6

01 곱셈 공식(1)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

66~71쪽

01 답 ⑤

$$(x+2y)(2x-3y)=2x^2-3xy+4xy-6y^2 \\ =2x^2+xy-6y^2$$

02 답 5

$(a+2b)(3a-b+4)$ 에서 ab 항이 나오는 부분만 전개하면
 $a \times (-b) + 2b \times 3a = -ab + 6ab = 5ab$
 따라서 ab 의 계수는 5이다.

03 답 17

$$(3x+2y)^2=9x^2+12xy+4y^2$$

따라서 $a=9$, $b=12$, $c=4$ 이므로
 $a+b-c=9+12-4=17$

04 답 ①

$$(4x-3y)^2=16x^2-24xy+9y^2$$

따라서 $a=16$, $b=-24$, $c=9$ 이므로
 $a+b+2c=16+(-24)+2 \times 9=10$

05 답 ②

$$(3x+y)(y-3x)=(y+3x)(y-3x)=y^2-(3x)^2=y^2-9x^2$$

06 답 a^4-16

$$(a-2)(a+2)(a^2+4)=(a^2-4)(a^2+4) \\ =a^4-16$$

07 답 7

$$(x+a)(x-3)=x^2+(a-3)x-3a \\ =x^2+bx-15$$

이므로 $a-3=b$, $-3a=-15$
 따라서 $a=5$, $b=a-3=5-3=2$ 이므로
 $a+b=5+2=7$

08 답 8

$$(3x+a)(5x-2)=15x^2+(-6+5a)x-2a \\ =15x^2+bx+1$$

이므로 $-6+5a=b$, $-2a=1$
 따라서 $a=-\frac{1}{2}$, $b=-6+5a=-6+5 \times \left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{17}{2}$ 이므로
 $a-b=-\frac{1}{2}-\left(-\frac{17}{2}\right)=8$

09 답 5

$$(3x+y)(2x-y)=6x^2-3xy+2xy-y^2 \\ =6x^2-xy-y^2$$

따라서 $a=6$, $b=-1$ 이므로
 $a+b=6-1=5$

10 답 ①

$$(x^2+x+1)(-x+1)=-x^3+x^2-x^2+x-x+1 \\ =-x^3+1$$

11 답 ③

$$(3x+y+2)(4x+y-1) \\ =12x^2+3xy-3x+4xy+y^2-y+8x+2y-2 \\ =12x^2+7xy+5x+y^2+y-2$$

12 답 14

$$(x+5y)(Ax-3y)=Ax^2-3xy+5Axy-15y^2 \\ =Ax^2+(5A-3)xy-15y^2 \\ =2x^2+Bxy-15y^2$$

$$\text{이므로 } A=2, 5A-3=B$$

$$\text{따라서 } A=2, B=5A-3=5 \times 2-3=7 \text{이므로}$$

$$AB=2 \times 7=14$$

13 답 ⑤

$$(-2x^2+3x+1)(x-1) \text{에서 } x^2 \text{항이 나오는 부분만 전개하면} \\ -2x^2 \times (-1)+3x \times x=2x^2+3x^2=5x^2 \quad \therefore a=5 \\ (-2x^2+3x+1)(x-1) \text{에서 } x \text{항이 나오는 부분만 전개하면} \\ 3x \times (-1)+1 \times x=-3x+x=-2x \quad \therefore b=-2 \\ \therefore a-b=5-(-2)=7$$

14 답 ②

$$(2x+y-3)(3x-2y+1) \text{에서 } xy \text{항이 나오는 부분만 전개하면} \\ 2x \times (-2y)+y \times 3x=-4xy+3xy=-xy \\ \text{따라서 } xy \text{의 계수는 } -1 \text{이다.}$$

15 답 -11

$$(x-3y)(2x-7y) \text{에서 } x^2 \text{항이 나오는 부분만 전개하면} \\ x \times 2x=2x^2 \\ (x-3y)(2x-7y) \text{에서 } xy \text{항이 나오는 부분만 전개하면} \\ x \times (-7y)+(-3y) \times 2x=-7xy-6xy=-13xy \\ \text{따라서 } x^2 \text{의 계수는 } 2, xy \text{의 계수는 } -13 \text{이므로} \\ 2+(-13)=-11$$

16 답 -2

$$(2x+3y-5)(3x+ay+4) \text{에서 } xy \text{항이 나오는 부분만 전개하면} \\ 2x \times ay+3y \times 3x=2axy+9xy=(2a+9)xy \quad \dots \text{ (i)} \\ \text{따라서 } xy \text{의 계수가 } 5 \text{이므로 } 2a+9=5 \quad \dots \text{ (ii)} \\ 2a=-4 \quad \therefore a=-2 \quad \dots \text{ (iii)}$$

채점 기준

(i) xy 항이 나오는 부분만 전개하기	50%
(ii) a 의 값을 구하는 식 세우기	30%
(iii) a 의 값 구하기	20%

17 답 $\frac{7}{9}$

$$\left(\frac{1}{3}x+1\right)^2=\frac{1}{9}x^2+\frac{2}{3}x+1=Ax^2+Bx+1$$

$$\text{따라서 } A=\frac{1}{9}, B=\frac{2}{3} \text{이므로}$$

$$A+B=\frac{1}{9}+\frac{2}{3}=\frac{7}{9}$$

18 답 ②

$$\left(-\frac{1}{2}x-3y\right)^2=\left\{-\frac{1}{2}(x+6y)\right\}^2 \\ =\frac{1}{4}(x+6y)^2$$

따라서 전개식이 같은 것은 ②이다.

19 답 $18\sqrt{3}$

$$(x+a)^2=x^2+2ax+a^2=x^2+6x+b \text{이므로} \\ 2a=6, a^2=b \text{에서 } a=3, b=a^2=3^2=9 \quad \dots \text{ (i)} \\ \text{따라서 직각삼각형의 빗변의 길이는 } a+b=3+9=12, \\ \text{밑변의 길이는 } b-a=9-3=6 \text{이므로} \quad \dots \text{ (ii)} \\ (\text{직각삼각형의 높이})=\sqrt{12^2-6^2}=\sqrt{108}=6\sqrt{3} \quad \dots \text{ (iii)} \\ \therefore (\text{직각삼각형의 넓이})=\frac{1}{2} \times 6 \times 6\sqrt{3}=18\sqrt{3} \quad \dots \text{ (iv)}$$

채점 기준

(i) a, b 의 값 구하기	40%
(ii) 직각삼각형의 빗변의 길이와 밑변의 길이 구하기	20%
(iii) 직각삼각형의 높이 구하기	20%
(iv) 직각삼각형의 넓이 구하기	20%

20 답 -2

$$\left(\frac{1}{2}x-2\right)^2=\frac{1}{4}x^2-2x+4$$

$$\text{따라서 } a=\frac{1}{4}, b=-2, c=4 \text{이므로}$$

$$abc=\frac{1}{4} \times (-2) \times 4=-2$$

21 답 ①, ③

$$\neg, \square. (x-y)^2=(-x+y)^2=x^2-2xy+y^2 \\ \neg, \square. -(x-y)^2=-(y-x)^2=-x^2+2xy-y^2 \\ \neg. (-x-y)^2=(x+y)^2=x^2+2xy+y^2 \\ \neg. -(-x-y)^2=-(x+y)^2=-x^2-2xy-y^2$$

따라서 전개한 결과가 같은 것끼리 짝 지은 것은 $\neg$ 과 $\square$, $\neg$ 과 $\square$ 이다.

22 답 ③, ⑤

$$\text{① } (x-3)^2=x^2-6x+9 \\ \text{② } \left(x+\frac{1}{2}\right)^2=x^2+x+\frac{1}{4} \\ \text{③ } \left(\frac{1}{3}x-y\right)^2=\frac{1}{9}x^2-\frac{2}{3}xy+y^2 \\ \text{④ } (-2a+3b)^2=(2a-3b)^2=4a^2-12ab+9b^2 \\ \text{⑤ } (-3x-4y)^2=(3x+4y)^2=9x^2+24xy+16y^2$$

따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

23 답 12

$$(3x-A)^2=9x^2-6Ax+A^2 \quad \dots \text{ (i)}$$

$$\text{따라서 } 9x^2-6Ax+A^2=9x^2-24x+B \text{이므로}$$

$$-6A = -24, A^2 = B$$

$$\therefore A = 4, B = A^2 = 4^2 = 16 \quad \dots (ii)$$

$$\therefore B - A = 16 - 4 = 12 \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) $(3x-A)^2$ 을 전개하기	40%
(ii) A, B 의 값 구하기	40%
(iii) $B-A$ 의 값 구하기	20%

24 답 ②

$$\textcircled{2} (-3+x)(-3-x) = (-3)^2 - x^2 = 9 - x^2$$

25 답 5

$$\left(a - \frac{1}{2}x\right)\left(\frac{1}{2}x + a\right) = \left(a - \frac{1}{2}x\right)\left(a + \frac{1}{2}x\right) = a^2 - \frac{1}{4}x^2$$

$$\text{이므로 } a^2 = 25$$

$$\text{이때 } a > 0 \text{이므로 } a = 5$$

26 답 ㄴ, ㄷ

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

$$\neg. (x+y)(-x+y) = -x^2 + y^2$$

$$\neg. -(x+y)(-x+y) = -(y+x)(y-x) = -(y^2 - x^2) = x^2 - y^2$$

$$\neg. (y-x)(-x-y) = (-x+y)(-x-y) = x^2 - y^2$$

$$\neg. (-x-y)(x+y) = -(x+y)^2 = -x^2 - 2xy - y^2$$

따라서 $(x+y)(x-y)$ 와 전개식이 같은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

27 답 2

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{3}a + \frac{3}{4}b\right)\left(\frac{2}{3}a - \frac{3}{4}b\right) &= \frac{4}{9}a^2 - \frac{9}{16}b^2 \\ &= \frac{4}{9} \times 45 - \frac{9}{16} \times 32 \\ &= 20 - 18 = 2 \end{aligned}$$

28 답 ⑤

$$(3x-1)(3x+1)(9x^2+1) = (9x^2-1)(9x^2+1) = 81x^4 - 1$$

29 답 ④

$$\begin{aligned} (1-x)(1+x)(1+x^2)(1+x^4) &= (1-x^2)(1+x^2)(1+x^4) \\ &= (1-x^4)(1+x^4) \\ &= 1-x^8 \end{aligned}$$

$$\therefore \square = 8$$

30 답 17

$$\begin{aligned} (a-1)(a+1)(a^2+1)(a^4+1)(a^8+1) \\ &= (a^2-1)(a^2+1)(a^4+1)(a^8+1) \\ &= (a^4-1)(a^4+1)(a^8+1) \\ &= (a^8-1)(a^8+1) \\ &= a^{16} - 1 \end{aligned}$$

$$\text{따라서 } m = 16, n = -1 \text{이므로}$$

$$m - n = 16 - (-1) = 17$$

채점 기준

(i) 주어진 식의 좌변을 전개하기	60%
(ii) m, n 의 값 구하기	20%
(iii) $m-n$ 의 값 구하기	20%

31 답 45

$$\begin{aligned} (x-a)(x-4) &= x^2 - (a+4)x + 4a \\ &= x^2 - bx + 20 \end{aligned}$$

$$\text{이므로 } -(a+4) = -b, 4a = 20$$

$$\text{따라서 } a = 5, b = a + 4 = 5 + 4 = 9 \text{이므로}$$

$$ab = 5 \times 9 = 45$$

32 답 ⑤

$$\begin{aligned} 3(x+2)(x-1) - (x+4)(x-3) \\ &= 3(x^2+x-2) - (x^2+x-12) \\ &= 3x^2+3x-6-x^2-x+12 \\ &= 2x^2+2x+6 \end{aligned}$$

33 답 $\frac{2}{5}$

$$(x+2)(x+a) = x^2 + (2+a)x + 2a$$

이때 x 의 계수가 상수항의 3배이므로

$$2+a = 3 \times 2a, 5a = 2 \quad \therefore a = \frac{2}{5}$$

34 답 ③

$$(x+A)(x+B) = x^2 + (A+B)x + AB = x^2 + Cx + 8 \text{이므로}$$

$$A+B=C, AB=8$$

이때 $AB=8$ 을 만족시키는 정수 A, B 의 순서쌍 (A, B) 는

$$(1, 8), (2, 4), (4, 2), (8, 1),$$

$$(-1, -8), (-2, -4), (-4, -2), (-8, -1) \text{이므로}$$

C 의 값은

$$(1, 8), (8, 1) \text{일 때, } C = 1 + 8 = 9$$

$$(2, 4), (4, 2) \text{일 때, } C = 2 + 4 = 6$$

$$(-1, -8), (-8, -1) \text{일 때, } C = -1 + (-8) = -9$$

$$(-2, -4), (-4, -2) \text{일 때, } C = -2 + (-4) = -6$$

따라서 C 의 값이 될 수 없는 것은 ③이다.

35 답 ③

$$\begin{aligned} (2x-5)(3x+A) &= 6x^2 + (2A-15)x - 5A \\ &= 6x^2 + Bx - 15 \end{aligned}$$

$$\text{이므로 } 2A-15=B, -5A=-15$$

$$\text{따라서 } A=3, B=2A-15=2 \times 3-15=-9 \text{이므로}$$

$$A+B=3+(-9)=-6$$

36 답 $20x^2-7x-6$

$$\begin{aligned} (5x+2)(4x-3) &= 20x^2 + (-15+8)x - 6 \\ &= 20x^2 - 7x - 6 \end{aligned}$$

37 답 ①

$$(2x-3)(5x+a)=10x^2+(2a-15)x-3a$$

이때 x 의 계수와 상수항이 같으므로

$$2a-15=-3a, 5a=15 \quad \therefore a=3$$

38 답 $6x^2-11x-35$

$$(2x+a)(5x+3)=10x^2+(6+5a)x+3a$$

$$=10x^2-29x-21$$

$$\text{이므로 } 6+5a=-29, 3a=-21 \quad \therefore a=-7 \quad \dots (i)$$

따라서 바르게 전개한 식은

$$(2x-7)(3x+5)=6x^2-11x-35 \quad \dots (ii)$$

채점 기준

(i) a 의 값 구하기	60%
(ii) 바르게 전개한 식 구하기	40%

02 곱셈 공식 (2)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

72~74쪽

39 답 ④

$$\textcircled{1} (x-2y)^2=x^2-4xy+4y^2$$

$$\textcircled{2} (-x+1)(-x-1)=(-x)^2-1^2=x^2-1$$

$$\textcircled{3} (x+5)(x-6)=x^2-x-30$$

$$\textcircled{5} (4x+5y)^2=16x^2+40xy+25y^2$$

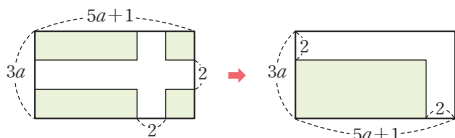
따라서 옳은 것은 ④이다.

40 답 ④

색칠한 직사각형의 가로의 길이는 $x+3$, 세로의 길이는 $x-2$ 이므로 구하는 넓이는

$$(x+3)(x-2)=x^2+x-6$$

41 답 ⑤



$$\begin{aligned} \therefore (\text{길을 제외한 잔디밭의 넓이}) &= (5a+1-4)(3a-2) \\ &= (5a-3)(3a-6) \\ &= 15a^2-13a+2 \end{aligned}$$

42 답 ④

$$\neg. (x-y)^2=x^2-2xy+y^2$$

$$\neg. (-x+2y)(x+2y)=-x^2+4y^2$$

$$\neg. (x+3)(x-4)=x^2-x-12$$

따라서 옳은 것은 ㄷ, ㄹ이다.

43 답 ④

$$\textcircled{1} (2x-5)^2=4x^2-\boxed{20}x+25$$

$$\textcircled{2} (x+4)^2=x^2+8x+\boxed{16}$$

$$\textcircled{3} (x+8)(x-3)=x^2+5x-\boxed{24}$$

$$\textcircled{4} (a+5b)(a-5b)=a^2-\boxed{25}b^2$$

$$\textcircled{5} (5x-7y)(-2x-3y)=-10x^2-xy+\boxed{21}y^2$$

따라서 $\square$ 안의 수가 가장 큰 것은 ④이다.

44 답 ③

$$\begin{aligned} (5x-y)(5x+y)-(4x-3y)^2 &= 25x^2-y^2-(16x^2-24xy+9y^2) \\ &= 25x^2-y^2-16x^2+24xy-9y^2 \\ &= 9x^2+24xy-10y^2 \end{aligned}$$

45 답 2

$$\begin{aligned} (2x-2)(3x-4)+(x+2)^2 &= 6x^2-14x+8+x^2+4x+4 \\ &= 7x^2-10x+12 \end{aligned}$$

따라서 x 의 계수는 -10 , 상수항은 12 이므로 $-10+12=2$

다른 풀이

주어진 식에서 x 항이 나오는 부분만 전개하면

$$2x \times (-4) + (-2) \times 3x + 2 \times x \times 2 = -10x$$

주어진 식에서 상수항이 나오는 부분만 전개하면

$$(-2) \times (-4) + 2^2 = 12$$

따라서 x 의 계수는 -10 , 상수항은 12 이므로 $-10+12=2$

46 답 40

$$\begin{aligned} (3x+5)(x+4)-2(x-1)(x+5) &= 3x^2+17x+20-2(x^2+4x-5) \\ &= 3x^2+17x+20-2x^2-8x+10 \\ &= x^2+9x+30 \end{aligned} \quad \dots (i)$$

$$\text{따라서 } a=1, b=9, c=30 \text{이므로} \quad \dots (ii)$$

$$a+b+c=1+9+30=40 \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) 주어진 식의 좌변을 전개하기	60%
(ii) a, b, c 의 값 구하기	30%
(iii) $a+b+c$ 의 값 구하기	10%

47 답 ⑤

$$\begin{aligned} (2x-a)^2-(3x+1)(x-2) &= 4x^2-4ax+a^2-(3x^2-5x-2) \\ &= 4x^2-4ax+a^2-3x^2+5x+2 \\ &= x^2+(-4a+5)x+a^2+2 \end{aligned}$$

이때 x 의 계수가 13 이므로

$$-4a+5=13, -4a=8 \quad \therefore a=-2$$

따라서 상수항은 $a^2+2=(-2)^2+2=6$

48 답 $3x^2+2x-21$

세 쌍의 마주 보는 면에 적힌 두 일차식의 곱은 각각

$$(-1-2x)(-1+2x)=1-4x^2,$$

$$\begin{aligned}
 (3x+4)(2x-3) &= 6x^2 - x - 12, \\
 (x+5)(x-2) &= x^2 + 3x - 10 \text{이므로} \\
 A+B+C &= 1 - 4x^2 + 6x^2 - x - 12 + x^2 + 3x - 10 \\
 &= 3x^2 + 2x - 21
 \end{aligned}$$

49 답 ④

색칠한 직사각형의 가로의 길이는 $8x+3$, 세로의 길이는 $5x-1$ 이므로 구하는 넓이는

$$(8x+3)(5x-1) = 40x^2 + 7x - 3$$

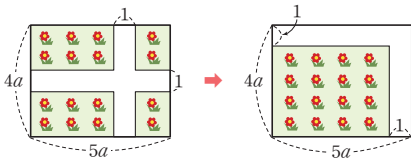
50 답 ③

$A=D$ 이므로
 (색칠한 직사각형의 넓이) $= B+D = B+A$
 이때 $B+D = (a-b)(a+b)$ 이고 $B+A = a^2 - b^2$ 이므로
 주어진 그림으로 설명할 수 있는 가장 적당한 곱셈 공식은
 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 이다.

51 답 $2a^2 - 7a - 15$

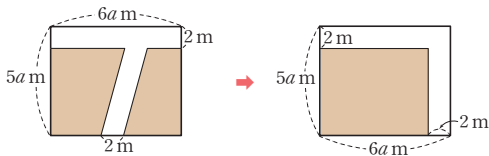
색칠한 직사각형의 가로의 길이는
 $5a+1 - (3a-2) = 2a+3$
 색칠한 직사각형의 세로의 길이는
 $3a-2 - (2a+3) = a-5$
 $\therefore$ (색칠한 직사각형의 넓이) $= (2a+3)(a-5) = 2a^2 - 7a - 15$

52 답 12



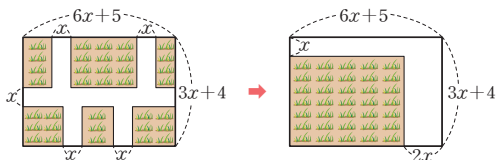
$\therefore$ (길을 제외한 화단의 넓이) $= (5a-1)(4a-1) = 20a^2 - 9a + 1$
 따라서 $p=20, q=-9, r=1$ 이므로
 $p+q+r = 20 - 9 + 1 = 12$

53 답 ③



$\therefore$ (길을 제외한 땅의 넓이) $= (6a-2)(5a-2)$
 $= 30a^2 - 22a + 4(\text{m}^2)$

54 답 $8x^2 + 26x + 20$



$$\begin{aligned}
 \therefore \text{(길을 제외한 밭의 넓이)} &= (6x+5-2x)(3x+4-x) \\
 &= (4x+5)(2x+4) \\
 &= 8x^2 + 26x + 20
 \end{aligned}$$

03 곱셈 공식의 활용

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

75~79쪽

55 답 ③

$103 \times 97 = (100+3)(100-3)$
 따라서 가장 편리한 곱셈 공식은 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 이다.

56 답 ①

$$\begin{aligned}
 (\sqrt{6}-3)(\sqrt{6}+7) &= (\sqrt{6})^2 + (-3+7)\sqrt{6} - 21 \\
 &= 6 + 4\sqrt{6} - 21 \\
 &= -15 + 4\sqrt{6}
 \end{aligned}$$

따라서 $a = -15, b = 4$ 이므로
 $a+b = -15+4 = -11$

57 답 ②

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{3+2\sqrt{2}} - \frac{1}{3-2\sqrt{2}} \\
 &= \frac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})} - \frac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} \\
 &= \frac{3-2\sqrt{2}}{9-8} - \frac{3+2\sqrt{2}}{9-8} \\
 &= 3-2\sqrt{2} - 3-2\sqrt{2} \\
 &= -4\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

58 답 $4x^2 + 4xy + y^2 - 9$

$2x+y=A$ 로 놓으면
 $(2x+y-3)(2x+y+3) = (A-3)(A+3) = A^2 - 9$
 $= (2x+y)^2 - 9$
 $= 4x^2 + 4xy + y^2 - 9$

59 답 $x^4 + 14x^3 + 71x^2 + 154x + 120$

$$\begin{aligned}
 (x+2)(x+3)(x+4)(x+5) &= (x+2)(x+5)(x+3)(x+4) \\
 &= (x^2+7x+10)(x^2+7x+12)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x^2+7x &= A \text{로 놓으면} \\
 (A+10)(A+12) &= A^2 + 22A + 120 \\
 &= (x^2+7x)^2 + 22(x^2+7x) + 120 \\
 &= x^4 + 14x^3 + 49x^2 + 22x^2 + 154x + 120 \\
 &= x^4 + 14x^3 + 71x^2 + 154x + 120
 \end{aligned}$$

60 답 ⑤

① $201^2 = (200+1)^2$ 에서
 $a=200, b=1$ 로 놓으면 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

② $497^2 = (500-3)^2$ 에서

$a=500, b=3$ 으로 놓으면 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

③ $102 \times 98 = (100+2)(100-2)$ 에서

$a=100, b=2$ 로 놓으면 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

④ $82 \times 83 = (80+2)(80+3)$ 에서

$x=80, a=2, b=3$ 으로 놓으면

$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

⑤ $104 \times 98 = (100+4)(100-2)$ 에서

$x=100, a=4, b=-2$ 로 놓으면

$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

따라서 바르게 나타낸 것은 ⑤이다.

61 답 150

$77 \times 83 - 79^2 = (80-3)(80+3) - (80-1)^2$

$= 80^2 - 3^2 - (80^2 - 2 \times 80 + 1)$

$= 80^2 - 3^2 - 80^2 + 2 \times 80 - 1$

$= -9 + 160 - 1$

$= 150$

62 답 (1) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ (2) 99.51

(1) $9.3 \times 10.7 = (10-0.7)(10+0.7)$ 에서

$a=10, b=0.7$ 로 놓고 계산하면

$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ 이 가장 편리한 곱셈 공식이다.

(2) $9.3 \times 10.7 = (10-0.7)(10+0.7)$

$= 10^2 - 0.7^2$

$= 100 - 0.49$

$= 99.51$

63 답 2022

$\frac{2024 \times 2020 + 4}{2022} = \frac{(2022+2)(2022-2) + 4}{2022}$

$= \frac{2022^2 - 2^2 + 4}{2022} = \frac{2022^2}{2022} = 2022$

64 답 ③

$\frac{1009^2 - 1001 \times 1017}{1010^2 - 1008 \times 1012} = \frac{1009^2 - (1009-8)(1009+8)}{1010^2 - (1010-2)(1010+2)}$

$= \frac{1009^2 - (1009^2 - 8^2)}{1010^2 - (1010^2 - 2^2)} = \frac{8^2}{2^2} = 16$

65 답 15

$2999 = 3000 - 1, 5999 = 6000 - 1$ 이므로

$2999^2 + 5999^2 = (3000-1)^2 + (6000-1)^2$

$= 3000^2 - 6000 + 1 + 6000 - 1$

$= 3000^2 = 9 \times 10^6$

... (i)

따라서 $a=9, b=6$ 이므로

... (ii)

$a+b=9+6=15$

... (iii)

채점 기준

(i) 주어진 식의 좌변을 10의 거듭제곱으로 나타내기	70 %
(ii) a, b 의 값 구하기	20 %
(iii) $a+b$ 의 값 구하기	10 %

66 답 ④

$(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$

$= (2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$

$= (2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$

$= (2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$

$= (2^8-1)(2^8+1)(2^{16}+1)$

$= (2^{16}-1)(2^{16}+1)$

$= 2^{32} - 1$

67 답 $30-10\sqrt{2}$

$(4\sqrt{5}+\sqrt{10})(2\sqrt{5}-\sqrt{10})$

$= 8 \times (\sqrt{5})^2 + (-4+2) \times \sqrt{5} \times \sqrt{10} - (\sqrt{10})^2$

$= 40 - 10\sqrt{2} - 10$

$= 30 - 10\sqrt{2}$

68 답 $-\frac{8}{3}$

$(2-3\sqrt{6})(a-4\sqrt{6}) = 2a - (8+3a)\sqrt{6} + 72$

$= 2a + 72 - (8+3a)\sqrt{6}$

... (i)

이 식이 유리수가 되려면 $8+3a=0$ 이어야 하므로

$3a = -8 \quad \therefore a = -\frac{8}{3}$

... (ii)

채점 기준

(i) 주어진 식을 계산하기	60 %
(ii) a 의 값 구하기	40 %

69 답 5

$(\sqrt{5}+2)^6(\sqrt{5}-2)^5 = (\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}+2)^5(\sqrt{5}-2)^5$

$= (\sqrt{5}+2)\{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)\}^5$

$= (\sqrt{5}+2)\{(\sqrt{5})^2 - 2^2\}^5$

$= (\sqrt{5}+2)(5-4)^5$

$= 2 + \sqrt{5}$

따라서 $a=2, b=1$ 이므로

$a^2 + b^2 = 2^2 + 1^2 = 5$

참고 m 이 자연수일 때, $A^m B^m = (AB)^m$ 이다.

70 답 $4+4\sqrt{2}$

오른쪽 그림에서 $\overline{IA}$ 의 길이를 a 라 하면

$\triangle AIB$ 에서

$\sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = \sqrt{2}$ 이므로

$2a^2 = 2, a^2 = 1$

이때 $a > 0$ 이므로 $a=1$

따라서 정사각형 IJKL의 한 변의 길이는

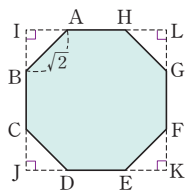
$1 + \sqrt{2} + 1 = 2 + \sqrt{2}$

$\therefore$ (정팔각형의 넓이)

$= (2 + \sqrt{2})^2 - 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 1\right)$

$= 4 + 4\sqrt{2} + 2 - 2$

$= 4 + 4\sqrt{2}$



71 ④ -4

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})} + \frac{2(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})} \\ &= \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2-3} + \frac{2(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{2-3} \\ &= -\sqrt{2}-\sqrt{3}-2\sqrt{2}+2\sqrt{3} \\ &= -3\sqrt{2}+\sqrt{3} \\ &\text{따라서 } a=-3, b=1 \text{이므로} \\ &a-b=-3-1=-4 \end{aligned}$$

72 ①

$$\begin{aligned} & \sqrt{3}+2 \text{의 역수는} \\ & \frac{1}{\sqrt{3}+2} = \frac{\sqrt{3}-2}{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)} = \frac{\sqrt{3}-2}{3-4} = 2-\sqrt{3} \\ & \text{따라서 } a=2, b=-1 \text{이므로} \\ & a+b=2+(-1)=1 \end{aligned}$$

73 ④

$$\begin{aligned} & \frac{2-\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}} - \frac{2+\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}} = \frac{(2-\sqrt{5})^2}{(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})} - \frac{(2+\sqrt{5})^2}{(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})} \\ &= \frac{4-4\sqrt{5}+5}{4-5} - \frac{4+4\sqrt{5}+5}{4-5} \\ &= -9+4\sqrt{5}+9+4\sqrt{5} \\ &= 8\sqrt{5} \end{aligned}$$

74 ③ $\sqrt{3}$

$$\begin{aligned} & \frac{22}{5+\sqrt{3}} = \frac{22(5-\sqrt{3})}{(5+\sqrt{3})(5-\sqrt{3})} = \frac{22(5-\sqrt{3})}{25-3} = 5-\sqrt{3} \\ & 1 < \sqrt{3} < 2 \text{에서 } 3 < 5-\sqrt{3} < 4 \text{이므로 } a=3 \\ & \therefore b=(5-\sqrt{3})-3=2-\sqrt{3} \\ & \therefore \frac{1}{a-b} - \frac{1}{b-1} = \frac{1}{3-(2-\sqrt{3})} - \frac{1}{(2-\sqrt{3})-1} \\ &= \frac{1}{1+\sqrt{3}} - \frac{1}{1-\sqrt{3}} \\ &= \frac{1-\sqrt{3}}{(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})} - \frac{1+\sqrt{3}}{(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})} \\ &= \frac{1-\sqrt{3}}{1-3} - \frac{1+\sqrt{3}}{1-3} \\ &= \frac{\sqrt{3}-1}{2} + \frac{1+\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \end{aligned}$$

75 ③

$$\begin{aligned} & (x+y+2)(x-y+2) = (x+2+y)(x+2-y) \text{이므로} \\ & x+2=A \text{로 놓으면} \\ & (x+y+2)(x-y+2) = (A+y)(A-y) \\ &= A^2-y^2 \\ &= (x+2)^2-y^2 \\ &= x^2+4x+4-y^2 \\ &= x^2-y^2+4x+4 \end{aligned}$$

76 ② $x^2-6xy+9y^2-x+3y-6$

$$\begin{aligned} & x-3y=A \text{로 놓으면} \\ & (x-3y+2)(x-3y-3) = (A+2)(A-3) \\ &= A^2-A-6 \\ &= (x-3y)^2-(x-3y)-6 \\ &= x^2-6xy+9y^2-x+3y-6 \end{aligned}$$

77 ②

$$\begin{aligned} & a+b=A \text{로 놓으면} \\ & (a+b-3)^2 = (A-3)^2 \\ &= A^2-6A+9 \\ &= (a+b)^2-6(a+b)+9 \\ &= a^2+2ab+b^2-6a-6b+9 \end{aligned}$$

78 ② 12

$$\begin{aligned} & 2x-y=A \text{로 놓으면} \\ & (2x-y+4)^2 = (A+4)^2 \\ &= A^2+8A+16 \\ &= (2x-y)^2+8(2x-y)+16 \\ &= 4x^2-4xy+y^2+16x-8y+16 \quad \dots (i) \\ & \text{따라서 } a=-4, b=16 \text{이므로} \quad \dots (ii) \\ & a+b=-4+16=12 \quad \dots (iii) \end{aligned}$$

채점 기준

(i) 주어진 식을 전개하기	70 %
(ii) a, b의 값 구하기	20 %
(iii) a+b의 값 구하기	10 %

79 ② 15

$$\begin{aligned} & (x-1)(x-2)(x+5)(x+6) = (x-1)(x+5)(x-2)(x+6) \\ &= (x^2+4x-5)(x^2+4x-12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & x^2+4x=A \text{로 놓으면} \\ & (A-5)(A-12) = A^2-17A+60 \\ &= (x^2+4x)^2-17(x^2+4x)+60 \\ &= x^4+8x^3+16x^2-17x^2-68x+60 \\ &= x^4+8x^3-x^2-68x+60 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{따라서 } a=8, b=-1, c=-68, d=60 \text{이므로} \\ & a+b-c-d=8+(-1)-(-68)-60=15 \end{aligned}$$

80 ②

$$\begin{aligned} & x(x-2)(x+1)(x+3) = x(x+1)(x-2)(x+3) \\ &= (x^2+x)(x^2+x-6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & x^2+x=A \text{로 놓으면} \\ & A(A-6) = A^2-6A \\ &= (x^2+x)^2-6(x^2+x) \\ &= x^4+2x^3+x^2-6x^2-6x \\ &= x^4+2x^3-5x^2-6x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{따라서 } x^3 \text{의 계수는 } 2, x^2 \text{의 계수는 } -5 \text{이므로} \\ & 2+(-5)=-3 \end{aligned}$$

81 답 ③

$$\begin{aligned} x^2-5x-5=0 \text{에서 } x^2-5x &= 5 \\ (x-1)(x-2)(x-3)(x-4) \\ &= (x-1)(x-4)(x-2)(x-3) \\ &= (x^2-5x+4)(x^2-5x+6) \\ &= (5+4)(5+6) \\ &= 9 \times 11 = 99 \end{aligned}$$

04 곱셈 공식의 변형과 식의 값

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

80~83쪽

82 답 ③

$$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=5^2-2 \times 3=19$$

83 답 23

$$x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=5^2-2=23$$

84 답 14

$$\begin{aligned} x \neq 0 \text{이므로 } x^2-4x+1=0 \text{의 양변을 } x \text{로 나누면} \\ x-4+\frac{1}{x}=0, \quad x+\frac{1}{x}=4 \\ \therefore x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=4^2-2=14 \end{aligned}$$

85 답 ⑤

$$\begin{aligned} x=2+\sqrt{3} \text{에서 } x-2 &= \sqrt{3} \\ \text{양변을 제곱하면} \\ (x-2)^2 &= (\sqrt{3})^2, \quad x^2-4x+4=3 \\ \therefore x^2-4x &= -1 \\ \therefore x^2-4x+5 &= -1+5=4 \end{aligned}$$

다른 풀이

$$\begin{aligned} x^2-4x+5 &= (2+\sqrt{3})^2-4(2+\sqrt{3})+5 \\ &= 4+4\sqrt{3}+3-8-4\sqrt{3}+5=4 \end{aligned}$$

86 답 (1) 44 (2) 52

$$\begin{aligned} (1) \quad a-b=6, \quad ab=4 \text{이므로} \\ a^2+b^2 &= (a-b)^2+2ab=6^2+2 \times 4=44 \\ (2) \quad a-b=6, \quad ab=4 \text{이므로} \\ (a+b)^2 &= (a-b)^2+4ab=6^2+4 \times 4=52 \end{aligned}$$

87 답 ①

$$\begin{aligned} \frac{y}{x}+\frac{x}{y} &= \frac{x^2+y^2}{xy} = \frac{(x+y)^2-2xy}{xy} \\ &= \frac{2^2-2 \times (-2)}{-2} = -4 \end{aligned}$$

88 답 $\frac{10}{3}$

$$\begin{aligned} \frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2} &= \frac{a^2+b^2}{a^2b^2} = \frac{(a-b)^2+2ab}{(ab)^2} \quad \dots (i) \\ &= \frac{(2\sqrt{6})^2+2 \times 3}{3^2} = \frac{10}{3} \quad \dots (ii) \end{aligned}$$

채점 기준

(i) 주어진 식을 변형하기	50%
(ii) 주어진 식의 값 구하기	50%

89 답 ③

$$\begin{aligned} (x-y)^2 &= (x+y)^2-4xy=(2\sqrt{2})^2-4 \times 1 \\ &= 8-4=4 \\ \therefore x-y &= \pm\sqrt{4}=\pm 2 \end{aligned}$$

90 답 ③

$$\begin{aligned} a^2+b^2 &= (a+b)^2-2ab \text{에서} \\ 14 &= (2\sqrt{2})^2-2ab, \quad 14=8-2ab \\ 2ab &= -6 \quad \therefore ab=-3 \\ \therefore (a-b)^2 &= a^2-2ab+b^2 \\ &= 14-2 \times (-3)=20 \end{aligned}$$

91 답 1

$$\begin{aligned} (x-4)(y-4) &= 6 \text{에서 } xy-4(x+y)+16=6 \\ \text{이때 } xy &= 2 \text{이므로 } 2-4(x+y)+16=6 \\ 4(x+y) &= 12 \quad \therefore x+y=3 \\ \therefore \frac{x-1}{y}+\frac{y-1}{x} &= \frac{x(x-1)+y(y-1)}{xy} \\ &= \frac{x^2+y^2-(x+y)}{xy} \\ &= \frac{(x+y)^2-2xy-(x+y)}{xy} \\ &= \frac{3^2-2 \times 2-3}{2}=1 \end{aligned}$$

92 답 576m^2

$$\begin{aligned} a^2+b^2 &= (a+b)^2-2ab \text{에서} \\ 1088 &= 40^2-2ab, \quad 2ab=512 \\ \therefore ab &= 256 \\ \therefore (\text{중앙 홀의 넓이}) &= (a+b)^2-4ab \\ &= 40^2-4 \times 256=576(\text{m}^2) \end{aligned}$$

93 답 ④

$$\begin{aligned} x+y &= (\sqrt{3}+\sqrt{2})+(\sqrt{3}-\sqrt{2})=2\sqrt{3} \\ xy &= (\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})=(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2 \\ &= 3-2=1 \\ \therefore \frac{y}{x}+\frac{x}{y} &= \frac{x^2+y^2}{xy} = \frac{(x+y)^2-2xy}{xy} \\ &= \frac{(2\sqrt{3})^2-2 \times 1}{1}=10 \end{aligned}$$

94 답 ④

$$x = \frac{1}{2\sqrt{6}-5} = \frac{2\sqrt{6}+5}{(2\sqrt{6}-5)(2\sqrt{6}+5)} = \frac{2\sqrt{6}+5}{24-25} = -2\sqrt{6}-5$$

$$y = \frac{1}{2\sqrt{6}+5} = \frac{2\sqrt{6}-5}{(2\sqrt{6}+5)(2\sqrt{6}-5)} = \frac{2\sqrt{6}-5}{24-25} = -2\sqrt{6}+5$$

$$\therefore x+y = (-2\sqrt{6}-5) + (-2\sqrt{6}+5) = -4\sqrt{6}$$

$$xy = (-2\sqrt{6}-5)(-2\sqrt{6}+5) = (-2\sqrt{6})^2 - 5^2 = 24 - 25 = -1$$

$$\therefore x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$$

$$= (-4\sqrt{6})^2 - 2 \times (-1)$$

$$= 96 + 2 = 98$$

95 답 59

$$a = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \frac{5-2\sqrt{15}+3}{5-3}$$

$$= \frac{8-2\sqrt{15}}{2} = 4-\sqrt{15}$$

$$b = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})} = \frac{5+2\sqrt{15}+3}{5-3}$$

$$= \frac{8+2\sqrt{15}}{2} = 4+\sqrt{15} \quad \dots (i)$$

$$\therefore a+b = (4-\sqrt{15}) + (4+\sqrt{15}) = 8$$

$$ab = (4-\sqrt{15})(4+\sqrt{15}) = 4^2 - (\sqrt{15})^2 = 16 - 15 = 1 \quad \dots (ii)$$

$$\therefore a^2 - 3ab + b^2 = (a+b)^2 - 5ab$$

$$= 8^2 - 5 \times 1$$

$$= 64 - 5 = 59 \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) a, b의 분모를 유리화하기	30%
(ii) a+b, ab의 값 구하기	30%
(iii) 주어진 식의 값 구하기	40%

96 답 7

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = (\sqrt{5})^2 + 2 = 7$$

97 답 4

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = (2\sqrt{5})^2 - 4 = 16 \quad \dots (i)$$

그런데 $x > 1$ 이므로 $x - \frac{1}{x} > 0$ $\dots (ii)$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{16} = 4 \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$ 의 값 구하기	40%
(ii) $x - \frac{1}{x}$ 의 부호 정하기	30%
(iii) $x - \frac{1}{x}$ 의 값 구하기	30%

98 답 ②

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 3^2 + 2 = 11$$

$$\therefore x^4 + \frac{1}{x^4} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 = 11^2 - 2 = 119$$

99 답 ③

$x \neq 0$ 이므로 $x^2 - 5x + 2 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x - 5 + \frac{2}{x} = 0 \quad \therefore x + \frac{2}{x} = 5$$

$$\therefore x^2 + \frac{4}{x^2} = \left(x + \frac{2}{x}\right)^2 - 4 = 5^2 - 4 = 21$$

100 답 $\pm\sqrt{5}$

$x \neq 0$ 이므로 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x - 3 + \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\text{즉, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = 3^2 - 4 = 5$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = \pm\sqrt{5}$$

101 답 ④

$x \neq 0$ 이므로 $x^2 - 6x - 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x - 6 - \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x - \frac{1}{x} = 6$$

$$\therefore x^2 - 10 + \frac{1}{x^2} = x^2 + \frac{1}{x^2} - 10$$

$$= \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 - 10$$

$$= 6^2 + 2 - 10 = 28$$

102 답 61

$x \neq 0$ 이므로 $x^2 - 7x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x - 7 + \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x + \frac{1}{x} = 7$$

$$\therefore x^2 + 2x + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 2\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 + 2\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= 7^2 - 2 + 2 \times 7 = 61$$

103 답 -5

$x = 3 + \sqrt{2}$ 에서 $x - 3 = \sqrt{2}$

양변을 제곱하면

$$(x-3)^2 = (\sqrt{2})^2, \quad x^2 - 6x + 9 = 2$$

$$\therefore x^2 - 6x = -7$$

$$\therefore x^2 - 6x + 2 = -7 + 2 = -5$$

다른 풀이

$$x^2 - 6x + 2 = (3 + \sqrt{2})^2 - 6(3 + \sqrt{2}) + 2$$

$$= 9 + 6\sqrt{2} + 2 - 18 - 6\sqrt{2} + 2 = -5$$

104 답 ③

$$x = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{6}+\sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{6}-\sqrt{5})^2}{(\sqrt{6}+\sqrt{5})(\sqrt{6}-\sqrt{5})}$$

$$= \frac{6-2\sqrt{30}+5}{6-5} = 11-2\sqrt{30}$$

즉, $x - 11 = -2\sqrt{30}$ 이므로 양변을 제곱하면

$$(x-11)^2 = (-2\sqrt{30})^2, \quad x^2 - 22x + 121 = 120$$

$$\therefore x^2 - 22x = -1$$

105 답 2

$$x = -4 - 2\sqrt{2} \text{에서 } x + 4 = -2\sqrt{2}$$

양변을 제곱하면

$$(x+4)^2 = (-2\sqrt{2})^2, x^2 + 8x + 16 = 8$$

$$\therefore x^2 + 8x = -8 \quad \dots (i)$$

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{2x^2 + 16x + 20} &= \sqrt{2(x^2 + 8x) + 20} \\ &= \sqrt{2 \times (-8) + 20} \\ &= \sqrt{4} = 2 \quad \dots (ii) \end{aligned}$$

채점 기준

(i) $x^2 + 8x$ 의 값 구하기	60 %
(ii) 주어진 식의 값 구하기	40 %

106 답 3

$$\frac{1}{3-2\sqrt{2}} = \frac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} = \frac{3+2\sqrt{2}}{9-8} = 3+2\sqrt{2}$$

$$2 < 2\sqrt{2} < 3 \text{에서 } 5 < 3+2\sqrt{2} < 6 \text{이므로}$$

$$x = (3+2\sqrt{2}) - 5 = 2\sqrt{2} - 2$$

즉, $x+2=2\sqrt{2}$ 이므로 양변을 제곱하면

$$(x+2)^2 = (2\sqrt{2})^2, x^2 + 4x + 4 = 8$$

$$\therefore x^2 + 4x = 4$$

$$\therefore x^2 + 4x - 1 = 4 - 1 = 3$$

핵심 유형 최종 점검하기

84~87쪽

107 답 ⑤

$$\begin{aligned} (-2a+b)(-a-b) &= 2a^2 + 2ab - ab - b^2 \\ &= 2a^2 + ab - b^2 \end{aligned}$$

따라서 $A=2, B=1, C=-1$ 이므로

$$A+B-C = 2+1-(-1) = 4$$

108 답 6

$(x+3y-4)(2x+ay-3)$ 에서 xy 항이 나오는 부분만 전개하면

$$x \times ay + 3y \times 2x = axy + 6xy = (a+6)xy$$

$(x+3y-4)(2x+ay-3)$ 에서 상수항이 나오는 부분만 전개하면

$$-4 \times (-3) = 12$$

이때 xy 의 계수와 상수항이 같으므로

$$a+6=12 \quad \therefore a=6$$

109 답 2

$$(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2 = x^2 - bx + \frac{4}{9} \text{이므로}$$

$$2a = -b, a^2 = \frac{4}{9}$$

이때 $a > 0$ 이므로

$$a = \frac{2}{3}, b = -2a = -2 \times \frac{2}{3} = -\frac{4}{3}$$

$$\therefore a-b = \frac{2}{3} - \left(-\frac{4}{3}\right) = 2$$

110 답 ②, ③

$$(2x-A)^2 = 4x^2 - 4Ax + A^2 = 4x^2 + Bx + 9 \text{이므로}$$

$$-4A=B, A^2=9$$

$$A^2=9 \text{에서 } A=\pm 3 \text{이므로}$$

$$A=3 \text{일 때, } B=-4A=-4 \times 3 = -12$$

$$A=-3 \text{일 때, } B=-4A=-4 \times (-3) = 12$$

$$\therefore A=3, B=-12 \text{ 또는 } A=-3, B=12$$

111 답 ③

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sqrt{2}}{4}a + \frac{1}{3}b\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{4}a - \frac{1}{3}b\right) &= \left(\frac{\sqrt{2}}{4}a\right)^2 - \left(\frac{1}{3}b\right)^2 \\ &= \frac{1}{8}a^2 - \frac{1}{9}b^2 \\ &= \frac{1}{8} \times 40 - \frac{1}{9} \times 45 \\ &= 0 \end{aligned}$$

112 답 $-\frac{1}{32}$

$$\begin{aligned} \left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x^2 + \frac{1}{4}\right)\left(x^4 + \frac{1}{16}\right) \\ &= \left(x^2 - \frac{1}{4}\right)\left(x^2 + \frac{1}{4}\right)\left(x^4 + \frac{1}{16}\right) \\ &= \left(x^4 - \frac{1}{16}\right)\left(x^4 + \frac{1}{16}\right) \\ &= x^8 - \frac{1}{256} \quad \dots (i) \end{aligned}$$

$$\text{따라서 } a=8, b=-\frac{1}{256} \text{이므로} \quad \dots (ii)$$

$$ab = 8 \times \left(-\frac{1}{256}\right) = -\frac{1}{32} \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) 주어진 식의 좌변을 전개하기	70 %
(ii) a, b 의 값 구하기	20 %
(iii) ab 의 값 구하기	10 %

113 답 32

$$x-y=5 \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} (x+y)(x^2+y^2)(x^4+y^4)(x^8+y^8) \\ &= \frac{1}{5}(x-y)(x+y)(x^2+y^2)(x^4+y^4)(x^8+y^8) \\ &= \frac{1}{5}(x^2-y^2)(x^2+y^2)(x^4+y^4)(x^8+y^8) \\ &= \frac{1}{5}(x^4-y^4)(x^4+y^4)(x^8+y^8) \\ &= \frac{1}{5}(x^8-y^8)(x^8+y^8) \\ &= \frac{1}{5}(x^{16}-y^{16}) \end{aligned}$$

$$\therefore a = \frac{1}{5}, b = 16$$

$$\therefore 10ab = 10 \times \frac{1}{5} \times 16 = 32$$

114 답 ①

$(x+3)(x-A)=x^2+(3-A)x-3A$ 에서
 x 의 계수가 -7 이므로
 $3-A=-7 \quad \therefore A=10$
 따라서 상수항은 $-3A=-3 \times 10=-30$

115 답 -8

$(x+6)(x+A)=x^2+(6+A)x+6A$
 $=x^2+4x+B$
 이므로 $6+A=4, 6A=B$
 $\therefore A=-2, B=6A=6 \times (-2)=-12$
 $(Cx+7)(2x-5)=2Cx^2+(-5C+14)x-35$
 $=Dx^2+4x-35$
 이므로 $2C=D, -5C+14=4$
 $\therefore C=2, D=2C=2 \times 2=4$
 $\therefore A+B+C+D=-2+(-12)+2+4=-8$

116 답 ③, ⑤

- ① $(-x-3y)^2=(x+3y)^2=x^2+6xy+9y^2$
 ② $(y+\frac{1}{3})(y-\frac{1}{3})=y^2-\frac{1}{9}$
 ③ $(-2a+5)(2a+5)=(5-2a)(5+2a)=25-4a^2$
 ④ $(x+6)(x-7)=x^2-x-42$
 ⑤ $(2x+y)(3x-y)-(x+2y)^2$
 $=6x^2+xy-y^2-(x^2+4xy+4y^2)$
 $=6x^2+xy-y^2-x^2-4xy-4y^2$
 $=5x^2-3xy-5y^2$

따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

117 답 $42x^2+36x-2$

(직육면체의 겉넓이)
 $=2\{(2x+3)(3x-1)+(3x-1)(3x+1)+(2x+3)(3x+1)\}$
 $=2\{(6x^2+7x-3)+(9x^2-1)+(6x^2+11x+3)\}$
 $=2(21x^2+18x-1)$
 $=42x^2+36x-2$

118 답 ②

$\overline{AB}$ 를 $\overline{AE}$ 에, $\overline{CF}$ 를 $\overline{GF}$ 에 완전히 겹치도록 접으면 $\square ABFE$ 와 $\square GFCH$ 는 정사각형이고, $\square EGHD$ 는 직사각형이다. 이때

$$\overline{BF}=\overline{AE}=\overline{AB}=b$$

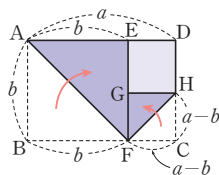
$$\overline{HC}=\overline{GF}=\overline{BC}-\overline{BF}=a-b$$

$$\overline{DH}=\overline{DC}-\overline{HC}=b-(a-b)=-a+2b$$

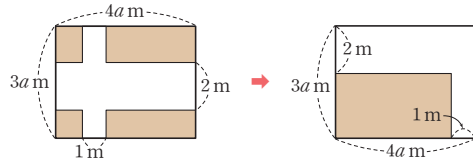
따라서 $\square EGHD$ 는 가로 길이가 $a-b$, 세로 길이가 $-a+2b$ 인 직사각형이므로

$$\square EGHD=(a-b)(-a+2b)$$

$$=-a^2+3ab-2b^2$$



119 답 ⑤



$$\therefore (\text{길이를 제외한 토지의 넓이})=(4a-1)(3a-2)$$

$$=12a^2-11a+2(\text{m}^2)$$

120 답 ③

$199^2=(200-1)^2$ 에서 $a=200, b=1$ 로 놓으면
 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ 이므로 $\hookrightarrow$
 $48 \times 52=(50-2)(50+2)$ 에서 $a=50, b=2$ 로 놓으면
 $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$ 이므로 $\hookrightarrow$

121 답 398

$$\frac{1988^2-1989 \times 1986}{5}=\frac{1988^2-(1988+1)(1988-2)}{5}$$

$$=\frac{1988^2-(1988^2-1988-2)}{5}$$

$$=\frac{1988^2-1988^2+1988+2}{5}$$

$$=\frac{1990}{5}=398$$

122 답 ③

$$\frac{2}{3}A=\frac{2}{3}\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3^2}\right)\left(1+\frac{1}{3^4}\right)\left(1+\frac{1}{3^8}\right)\left(1+\frac{1}{3^{16}}\right)$$

$$=\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3^2}\right)\left(1+\frac{1}{3^4}\right)\left(1+\frac{1}{3^8}\right)\left(1+\frac{1}{3^{16}}\right)$$

$$=\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1+\frac{1}{3^2}\right)\left(1+\frac{1}{3^4}\right)\left(1+\frac{1}{3^8}\right)\left(1+\frac{1}{3^{16}}\right)$$

$$=\left(1-\frac{1}{3^4}\right)\left(1+\frac{1}{3^4}\right)\left(1+\frac{1}{3^8}\right)\left(1+\frac{1}{3^{16}}\right)$$

$$=\left(1-\frac{1}{3^8}\right)\left(1+\frac{1}{3^8}\right)\left(1+\frac{1}{3^{16}}\right)$$

$$=\left(1-\frac{1}{3^{16}}\right)\left(1+\frac{1}{3^{16}}\right)$$

$$=1-\frac{1}{3^{32}}$$

$$\therefore 1-\frac{2}{3}A=1-\left(1-\frac{1}{3^{32}}\right)=\frac{1}{3^{32}}$$

123 답 ④

- ① $(5\sqrt{3}+\sqrt{2})(4\sqrt{3}-\sqrt{2})=20 \times (\sqrt{3})^2+(-5+4)\sqrt{6}-(\sqrt{2})^2$
 $=60-\sqrt{6}-2$
 $=58-\sqrt{6}$
 ② $(\sqrt{7}+4)(\sqrt{7}-3)=(\sqrt{7})^2+(4-3)\sqrt{7}-12$
 $=7+\sqrt{7}-12$
 $=-5+\sqrt{7}$
 ③ $(\sqrt{8}-\sqrt{12})^2=(\sqrt{8})^2-2 \times \sqrt{8} \times \sqrt{12}+(\sqrt{12})^2$
 $=8-8\sqrt{6}+12$
 $=20-8\sqrt{6}$

$$\begin{aligned} ④ (2\sqrt{3}+3)^2 &= (2\sqrt{3})^2 + 2 \times 2\sqrt{3} \times 3 + 3^2 \\ &= 12 + 12\sqrt{3} + 9 \\ &= 21 + 12\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ⑤ (\sqrt{11}+3)(\sqrt{11}-3) &= (\sqrt{11})^2 - 3^2 \\ &= 11 - 9 = 2 \end{aligned}$$

따라서 옳은 것은 ④이다.

124 답 2

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \sqrt{2}-1 \\ \therefore \frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1} &= \frac{\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-2} \\ &= \frac{(\sqrt{2}-2)\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+2)}{(\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}+2)} \\ &= \frac{2-2\sqrt{2}}{2} - \frac{2+2\sqrt{2}}{2-4} \\ &= 1 - \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} \\ &= 2 \end{aligned}$$

125 답 $-1-\sqrt{6}$

$$\begin{aligned} f(1)-f(2)+f(3)-f(4)+f(5) &= \frac{1}{1-\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}-2} - \frac{1}{2-\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{6}} \\ &= \frac{1+\sqrt{2}}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})} - \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})} + \frac{\sqrt{3}+2}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)} \\ &\quad - \frac{2+\sqrt{5}}{(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})} + \frac{\sqrt{5}+\sqrt{6}}{(\sqrt{5}-\sqrt{6})(\sqrt{5}+\sqrt{6})} \\ &= -(1+\sqrt{2}) + (\sqrt{2}+\sqrt{3}) - (\sqrt{3}+2) + (2+\sqrt{5}) - (\sqrt{5}+\sqrt{6}) \\ &= -1 - \sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{3} - 2 + 2 + \sqrt{5} - \sqrt{5} - \sqrt{6} \\ &= -1 - \sqrt{6} \end{aligned}$$

126 답 ②

$$\begin{aligned} (2+x-3y)(2-x+3y) &= \{2+(x-3y)\}\{2-(x-3y)\} \text{이므로} \\ x-3y &= A \text{로 놓으면} \\ (2+x-3y)(2-x+3y) &= (2+A)(2-A) \\ &= 2^2 - A^2 \\ &= 4 - (x-3y)^2 \\ &= 4 - (x^2 - 6xy + 9y^2) \\ &= 4 - x^2 + 6xy - 9y^2 \end{aligned}$$

127 답 -6

$$\begin{aligned} (x-1)(x-2)(x+2)(x+3) &= (x-1)(x+2)(x-2)(x+3) \\ &= (x^2+x-2)(x^2+x-6) \end{aligned}$$

$x^2+x=A$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} (A-2)(A-6) &= A^2 - 8A + 12 \\ &= (x^2+x)^2 - 8(x^2+x) + 12 \\ &= x^4 + 2x^3 + x^2 - 8x^2 - 8x + 12 \\ &= x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12 \end{aligned}$$

따라서 x^3 의 계수는 2, x 의 계수는 -8이므로

$$2 + (-8) = -6$$

128 답 ④

$$\begin{aligned} ① a^2+b^2 &= (a-b)^2 + 2ab = 4^2 + 2 \times (-3) = 10 \\ ② (a+b)^2 &= (a-b)^2 + 4ab = 4^2 + 4 \times (-3) = 4 \\ ③ (a-3)(b+3) &= ab + 3(a-b) - 9 = -3 + 3 \times 4 - 9 = 0 \\ ④ \frac{b}{a} + \frac{a}{b} &= \frac{a^2+b^2}{ab} = \frac{10}{-3} = -\frac{10}{3} \\ ⑤ (2a+b)(a+2b) &= 2a^2 + 4ab + ab + 2b^2 = 2(a^2+b^2) + 5ab \\ &= 2 \times 10 + 5 \times (-3) = 5 \end{aligned}$$

따라서 식의 값이 가장 작은 것은 ④이다.

129 답 $\sqrt{13}$

$$(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy = 7^2 - 4 \times 9 = 13$$

그런데 $x > y$, 즉 $x-y > 0$ 이므로

$$\begin{aligned} x-y &= \sqrt{13} \\ \therefore \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} &= \frac{(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2}{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})} = \frac{x+y+2\sqrt{xy}}{x-y} \\ &= \frac{7+2\sqrt{9}}{\sqrt{13}} = \frac{13}{\sqrt{13}} = \sqrt{13} \end{aligned}$$

130 답 5

$$\begin{aligned} 4a+4b &= 60 \quad \therefore a+b=15 \\ a^2+b^2 &= 125 \text{이고 } a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab \text{이므로} \\ 125 &= 15^2 - 2ab, 2ab=100 \\ \therefore ab &= 50 \\ (a-b)^2 &= (a+b)^2 - 4ab = 15^2 - 4 \times 50 = 25 \\ \text{그런데 } a > b, \text{ 즉 } a-b > 0 \text{이므로} \\ a-b &= \sqrt{25} = 5 \end{aligned}$$

131 답 ③

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{\sqrt{3}-2} = \frac{\sqrt{3}+2}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)} = \frac{\sqrt{3}+2}{3-4} = -\sqrt{3}-2 \\ y &= \frac{1}{\sqrt{3}+2} = \frac{\sqrt{3}-2}{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)} = \frac{\sqrt{3}-2}{3-4} = -\sqrt{3}+2 \\ \therefore x+y &= (-\sqrt{3}-2) + (-\sqrt{3}+2) = -2\sqrt{3} \\ xy &= (-\sqrt{3}-2)(-\sqrt{3}+2) = (-\sqrt{3})^2 - 2^2 = 3-4 = -1 \\ \therefore x^2+y^2+3xy &= (x+y)^2 + xy \\ &= (-2\sqrt{3})^2 - 1 = 12-1 = 11 \end{aligned}$$

132 답 11

$$(x-3)\left(\frac{1}{x}+3\right) = 1 \text{에서 } 1+3x-\frac{3}{x}-9=1, 3\left(x-\frac{1}{x}\right)=9$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = 3 \quad \dots (i)$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 3^2 + 2 = 11 \quad \dots (ii)$$

채점 기준

(i) $x - \frac{1}{x}$ 의 값 구하기	60%
(ii) $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값 구하기	40%

133 답 34

$x \neq 0$ 이므로 $x^2 - 5x - 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x - 5 - \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x - \frac{1}{x} = 5$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 5^2 + 2 = 27$$

$$\begin{aligned} \therefore 2x^2 - 4x + \frac{4}{x} + \frac{2}{x^2} &= 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 4\left(x - \frac{1}{x}\right) \\ &= 2 \times 27 - 4 \times 5 \\ &= 54 - 20 = 34 \end{aligned}$$

134 답 6

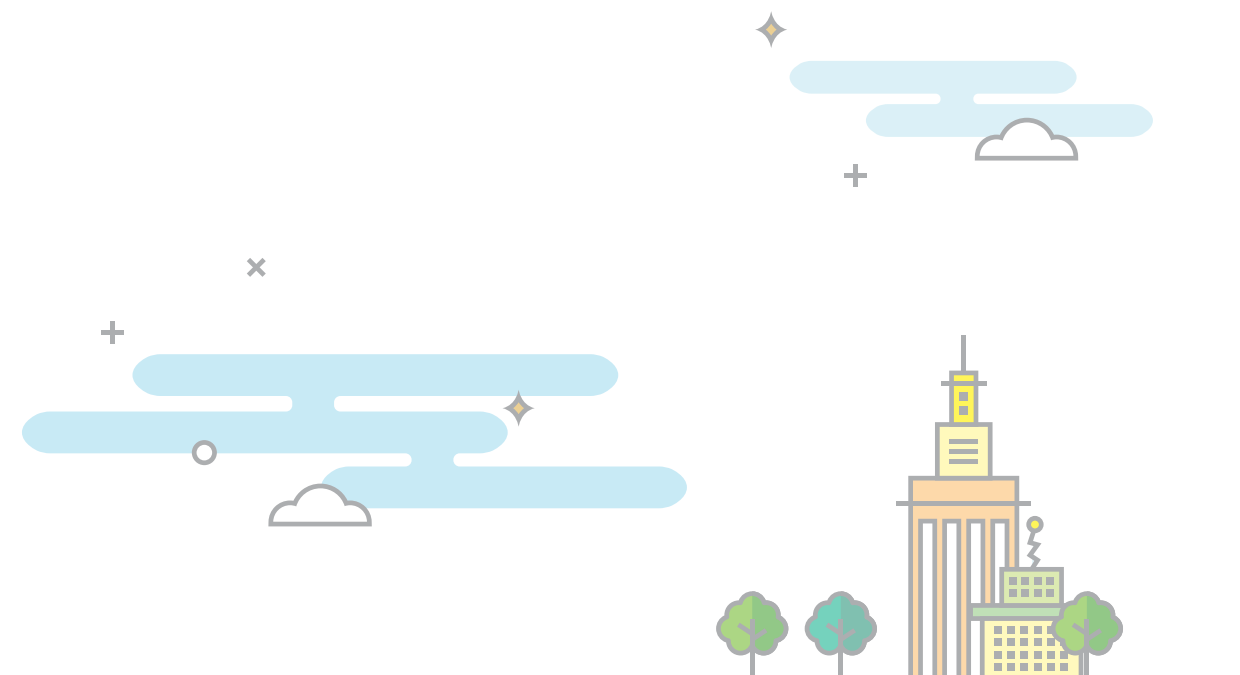
$$a = \frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} = \frac{(1+\sqrt{2})^2}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})} = \frac{1+2\sqrt{2}+2}{1-2} = -3-2\sqrt{2}$$

즉, $a+3 = -2\sqrt{2}$ 이므로 양변을 제곱하면

$$(a+3)^2 = (-2\sqrt{2})^2, \quad a^2 + 6a + 9 = 8$$

$$\therefore a^2 + 6a = -1$$

$$\therefore a^2 + 6a + 7 = -1 + 7 = 6$$





다항식의 인수분해

- 01 ④ 02 ⑤ 03 ④ 04 84
 05 ② 06 (1) $(a+2)(a-2)$ (2) $(4x+3)(4x-3)$
 07 $\neg, \perp, \supset, \square$ 08 ⑤
 09 $3x^2-10x-8$ 10 ④ 11 ④
 12 ③ 13 $2x-3$ 14 ④ 15 ②
 16 11 17 8 18 ④ 19 1
 20 4개 21 $-2x+6$ 22 $a-6$ 23 ①
 24 ⑤ 25 ①, ⑤ 26 ③ 27 2
 28 ④ 29 ④ 30 8 31 ⑤
 32 ① 33 -1
 34 (1) -3 (2) -2 (3) $(x+1)(x-3)$ 35 9
 36 ④ 37 ② 38 5 39 ④
 40 20 41 6 42 ②, ③ 43 $3x-2$
 44 ②, ⑤ 45 ① 46 3 47 ③
 48 $\neg, \perp, \square$ 49 ⑤ 50 ④ 51 $x+3, 12$
 52 ② 53 ⑤ 54 -9
 55 $(x-2)(x+5)$ 56 $2(x+1)(x-2)$
 57 $(2x-3)(2x+5)$ 58 $3x+4$ 59 $8a+20$
 60 10000 61 -55 62 $4x+12$ 63 ③
 64 ② 65 $10x+6$ 66 $8a+20b$ 67 $8x$
 68 60 69 1600 70 ①, ② 71 ①
 72 2500 73 ⑤ 74 2020 75 ③
 76 $\frac{21}{40}$ 77 ⑤ 78 ①, ⑤ 79 ②
 80 18 81 ⑤ 82 4 83 $\neg, \perp$
 84 ④ 85 19 86 ①, ⑤ 87 7
 88 ⑤ 89 ② 90 $x-5y$ 91 -5
 92 36 93 $(x+1)(x-6)$ 94 $8x+10$
 95 ④ 96 ④ 97 $x+4$ 98 1
 99 460 100 4개

01 다항식의 인수분해 (1)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

90~94쪽

01 답 ④

$$\begin{aligned} x(x+2)(x-1) &= \overset{①}{x} \times \overset{②}{(x+2)} \times \overset{③}{(x-1)} \\ &= 1 \times \overset{⑤}{x(x+2)(x-1)} \end{aligned}$$

따라서 $x(x+2)(x-1)$ 의 인수가 아닌 것은 ④이다.

02 답 ⑤

$x^3-5x^2y=x^2(x-5y)$ 이므로 인수가 아닌 것은 ⑤이다.

03 답 ④

$$\begin{aligned} ④ \quad 16x^2-24xy+9y^2 &= (4x)^2-2 \times 4x \times 3y + (3y)^2 \\ &= (4x-3y)^2 \end{aligned}$$

04 답 84

$$\begin{aligned} x^2-12x+a &= x^2-2 \times x \times 6 + a \text{이므로} \\ a &= 6^2 = 36 \\ \text{또 } 9x^2+bx+64 &= (3x)^2+bx+(\pm 8)^2 \text{이므로} \\ b &= 2 \times 3 \times (\pm 8) = \pm 48 \\ \text{이때 } b > 0 \text{이므로 } b &= 48 \\ \therefore a+b &= 36+48=84 \end{aligned}$$

05 답 ②

$$\begin{aligned} 1 < a < 3 \text{에서 } a-3 < 0, a-1 > 0 \text{이므로} \\ \sqrt{a^2-6a+9} - \sqrt{a^2-2a+1} &= \sqrt{(a-3)^2} - \sqrt{(a-1)^2} \\ &= -(a-3) - (a-1) \\ &= -a+3-a+1 \\ &= -2a+4 \end{aligned}$$

06 답 (1) $(a+2)(a-2)$ (2) $(4x+3)(4x-3)$

$$\begin{aligned} (1) \quad a^2-4 &= a^2-2^2 = (a+2)(a-2) \\ (2) \quad 16x^2-9 &= (4x)^2-3^2 = (4x+3)(4x-3) \end{aligned}$$

07 답 $\neg, \perp, \supset, \square$

$$\begin{aligned} a^2(a+3) &= \overset{①}{a} \times \overset{②}{a(a+3)} = a^2 \times \overset{③}{(a+3)} \\ &= 1 \times \overset{④}{a^2(a+3)} \end{aligned}$$

따라서 $a^2(a+3)$ 의 인수는 $\neg, \perp, \supset, \square$ 이다.

08 답 ⑤

⑤ $x(x+2)$ 는 x^2+3x+2 의 인수가 아니다.

09 답 $3x^2-10x-8$

$$(3x+2)(x-4) \xrightarrow[\text{인수분해}]{\text{전개}} 3x^2-10x-8$$

10 답 ④

$-5a^3x + 10a^2y = -5a^2(ax - 2y)$ 이므로 인수가 아닌 것은 ④이다.

11 답 ④

① $4xy + y^2 = y(4x + y)$

② $2x^2 - 6x = 2x(x - 3)$

③ $4x^3 - 2x^2y = 2x^2(2x - y)$

⑤ $(x+1)y - x(x+1) = (x+1)(y-x)$

따라서 인수분해를 바르게 한 것은 ④이다.

12 답 ③

$$\begin{aligned} a(x-2y) - b(2y-x) &= a(x-2y) + b(x-2y) \\ &= (a+b)(x-2y) \end{aligned}$$

13 답 $2x-3$

$$\begin{aligned} (x-2)(x+4) - 5(x-2) &= (x-2)\{(x+4)-5\} \\ &= (x-2)(x-1) \end{aligned}$$

따라서 두 일차식의 합은

$$(x-2) + (x-1) = 2x-3$$

14 답 ④

① $4x^2 - 20x + 25 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 5 + 5^2 = (2x-5)^2$

② $18a^2 + 12a + 2 = 2(9a^2 + 6a + 1)$
 $= 2\{(3a)^2 + 2 \times 3a \times 1 + 1^2\}$
 $= 2(3a+1)^2$

③ $a^2 - \frac{2}{3}a + \frac{1}{9} = a^2 - 2 \times a \times \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(a - \frac{1}{3}\right)^2$

⑤ $x^2 - 12xy + 36y^2 = x^2 - 2 \times x \times 6y + (6y)^2 = (x-6y)^2$
 따라서 완전제곱식으로 인수분해할 수 없는 것은 ④이다.

15 답 ②

$$\frac{1}{4}x^2 - 3x + 9 = \left(\frac{1}{2}x\right)^2 - 2 \times \frac{1}{2}x \times 3 + 3^2 = \left(\frac{1}{2}x - 3\right)^2$$

따라서 $\frac{1}{4}x^2 - 3x + 9$ 의 인수는 ②이다.

16 답 11

$$ax^2 - 30x + b = (3x+c)^2 \text{에서}$$

$$ax^2 - 30x + b = 9x^2 + 6cx + c^2 \quad \dots (i)$$

따라서 $a=9$, $-30=6c$, $b=c^2$ 이므로

$$a=9, c=-5, b=(-5)^2=25 \quad \dots (ii)$$

$$\therefore -a+b+c = -9+25+(-5)=11 \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) $(3x+c)^2$ 을 전개하기	30%
(ii) a, b, c 의 값 구하기	50%
(iii) $-a+b+c$ 의 값 구하기	20%

17 답 8

$$25x^2 + 20x + a = (5x)^2 + 2 \times 5x \times \frac{2}{5} + \frac{a}{25} \text{이므로}$$

$$a = 2^2 = 4$$

$$\text{또 } 4x^2 + bxy + \frac{1}{4}y^2 = (2x)^2 + bxy + \left(\pm \frac{1}{2}y\right)^2 \text{이므로}$$

$$b = 2 \times 2 \times \left(\pm \frac{1}{2}\right) = \pm 2$$

이때 $b > 0$ 이므로 $b=2$

$$\therefore ab = 4 \times 2 = 8$$

18 답 ④

① $a^2 - 3a + \square = a^2 - 2 \times a \times \frac{3}{2} + \square$ 이므로
 (제곱)

$$\square = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow \text{절댓값은 } \frac{9}{4}$$

② $a^2 - 4a + 1 = \square a^2 - 2 \times 2a \times 1 + 1^2$ 이므로
 (제곱)

$$\square = 2^2 = 4 \Rightarrow \text{절댓값은 } 4$$

③ $a^2 + ab + \square b^2 = a^2 + 2 \times a \times \frac{1}{2}b + \square b^2$ 이므로
 (제곱)

$$\square = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \text{절댓값은 } \frac{1}{4}$$

④ $9a^2 + \square a + 1 = (3a)^2 + \square a + (\pm 1)^2$ 이므로

$$\square = 2 \times 3 \times (\pm 1) = \pm 6 \Rightarrow \text{절댓값은 } 6$$

⑤ $\frac{1}{16}a^2 + \square a + \frac{1}{9} = \left(\frac{1}{4}a\right)^2 + \square a + \left(\pm \frac{1}{3}\right)^2$ 이므로

$$\square = 2 \times \frac{1}{4} \times \left(\pm \frac{1}{3}\right) = \pm \frac{1}{6} \Rightarrow \text{절댓값은 } \frac{1}{6}$$

따라서 절댓값이 가장 큰 것은 ④이다.

19 답 1

$$\begin{aligned} (2x+1)(2x+3) + k &= 4x^2 + 8x + 3 + k \\ &= (2x)^2 + 2 \times 2x \times \frac{3}{2} + \frac{k}{2} \end{aligned}$$

$$\text{이므로 } 3+k=2^2 \quad \therefore k=1$$

20 답 4개

$$\begin{aligned} (x^2 - 7ax + 2b) + (ax + b) &= x^2 - 6ax + 3b \\ &= x^2 - 2 \times x \times \frac{3a}{2} + \frac{3b}{2} \end{aligned}$$

이 식이 완전제곱식이 되려면 $3b = (3a)^2$, 즉 $b = 3a^2$ 이어야 하므로 이를 만족시키는 50 이하의 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 는 $(1, 3), (2, 12), (3, 27), (4, 48)$ 의 4개이다.

21 답 $-2x+6$

$2 < x < 4$ 에서 $x-4 < 0$, $x-2 > 0$ 이므로

$$\begin{aligned} \sqrt{x^2 - 8x + 16} - \sqrt{x^2 - 4x + 4} &= \sqrt{(x-4)^2} - \sqrt{(x-2)^2} \\ &= -(x-4) - (x-2) \\ &= -x+4-x+2 \\ &= -2x+6 \end{aligned}$$

22 답 $a-6$

$0 < a < \frac{1}{2}$ 에서 $0 < 2a < 1$ 이므로 $a+5 > 0$, $2a-1 < 0$

$$\begin{aligned} \therefore -\sqrt{a^2 + 10a + 25} - \sqrt{4a^2 - 4a + 1} \\ &= -\sqrt{(a+5)^2} - \sqrt{(2a-1)^2} \\ &= -(a+5) - \{-(2a-1)\} \\ &= -a-5+2a-1 \\ &= a-6 \end{aligned}$$

23 답 ①

$b < a < 0$ 에서 $a + b < 0$, $a - b > 0$ 이므로

$$\begin{aligned}\sqrt{a^2+2ab+b^2}-\sqrt{a^2-2ab+b^2} &= \sqrt{(a+b)^2}-\sqrt{(a-b)^2} \\ &= -(a+b)-(a-b) \\ &= -a-b-a+b \\ &= -2a\end{aligned}$$

24 답 ⑤

$0 < a < 1$ 에서 $\frac{1}{a} > 1$ 이므로 $0 < a < \frac{1}{a}$

$$\text{즉, } a - \frac{1}{a} < 0, a + \frac{1}{a} > 0$$

$$\begin{aligned}\therefore \sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-4}+\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+4} \\ &= \sqrt{a^2+2+\frac{1}{a^2}-4}+\sqrt{a^2-2+\frac{1}{a^2}+4} \\ &= \sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2}+\sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2} \\ &= -\left(a-\frac{1}{a}\right)+\left(a+\frac{1}{a}\right) \\ &= -a+\frac{1}{a}+a+\frac{1}{a}=\frac{2}{a}\end{aligned}$$

25 답 ①, ⑤

- ① $x^2-49=x^2-7^2=(x+7)(x-7)$
 ② $64x^2-9=(8x)^2-3^2=(8x+3)(8x-3)$
 ③ $4x^2-36=4(x^2-3^2)=4(x+3)(x-3)$
 ④ $\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{9}y^2=\left(\frac{1}{2}x\right)^2-\left(\frac{1}{3}y\right)^2=\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y\right)\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}y\right)$
 ⑤ $25x^2-16y^2=(5x)^2-(4y)^2=(5x+4y)(5x-4y)$
 따라서 인수분해를 바르게 한 것은 ①, ⑤이다.

26 답 ③

$$49x^2-9=(7x)^2-3^2=(7x+3)(7x-3)$$

따라서 두 일차식의 합은

$$(7x+3)+(7x-3)=14x$$

27 답 2

$$\begin{aligned}-12x^2+27y^2 &= -3(4x^2-9y^2) \\ &= -3\{(2x)^2-(3y)^2\} \\ &= -3(2x+3y)(2x-3y)\end{aligned}\quad \dots \text{ (i)}$$

$$\text{따라서 } a=-3, b=2, c=3 \text{이므로} \quad \dots \text{ (ii)}$$

$$a+b+c=-3+2+3=2 \quad \dots \text{ (iii)}$$

채점 기준

(i) 주어진 식의 좌변을 인수분해하기	50%
(ii) a, b, c 의 값 구하기	30%
(iii) $a+b+c$ 의 값 구하기	20%

28 답 ④

$$\begin{aligned}x^8-1 &= (x^4+1)(x^4-1) \\ &= (x^4+1)(x^2+1)(x^2-1) \\ &= (x^4+1)(x^2+1)(x+1)(x-1)\end{aligned}$$

따라서 x^8-1 의 인수가 아닌 것은 ④이다.

02 다항식의 인수분해 (2)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

95~99쪽

29 답 ④

$$x^2+3xy-18y^2=(x-3y)(x+6y)$$

30 답 8

$$3x^2-x-4=(x+1)(3x-4)$$

$$\begin{array}{rcl}x & \nearrow & 1 \rightarrow 3x \\ 3x & \searrow & -4 \rightarrow -4x \quad (+) \\ & & -x\end{array}$$

따라서 $a=1, b=3, c=-4$ 이므로

$$a+b-c=1+3-(-4)=8$$

31 답 ⑤

$$\text{① } 4x^2-4xy+y^2=(2x)^2-2 \times 2x \times y+y^2=(2x-y)^2$$

$$\text{② } -x^2+y^2=-(x^2-y^2)=-(x+y)(x-y)$$

$$\text{③ } x^2-5x-6=(x+1)(x-6)$$

$$\text{④ } 3x^2+7x-6=(3x-2)(x+3)$$

$$\begin{array}{rcl}3x & \nearrow & -2 \rightarrow -2x \\ x & \searrow & 3 \rightarrow 9x \quad (+) \\ & & 7x\end{array}$$

$$\text{⑤ } 12x^2-x-1=(3x-1)(4x+1)$$

$$\begin{array}{rcl}3x & \nearrow & -1 \rightarrow -4x \\ 4x & \searrow & 1 \rightarrow 3x \quad (+) \\ & & -x\end{array}$$

따라서 인수분해를 바르게 한 것은 ⑤이다.

32 답 ①

$$x^2-4x+3=(x-1)(x-3)$$

$$2x^2-3x-9=(2x+3)(x-3)$$

따라서 두 다항식의 공통인 인수는 ①이다.

33 답 -1

$$x^2-ax-6=(x-2)(x+m) \quad (m \text{은 상수}) \text{으로 놓으면}$$

$$x^2-ax-6=x^2+(-2+m)x-2m$$

$$\text{따라서 } -2+m=-a, -2m=-6 \text{이므로}$$

$$m=3, a=-1$$

34 답 (1) -3 (2) -2 (3) $(x+1)(x-3)$

(1) 동욱이는 상수항을 제대로 보았으므로

$$(x-1)(x+3)=x^2+2x-3$$

에서 처음 이차식의 상수항은 -3이다.

(2) 민아는 x 의 계수를 제대로 보았으므로

$$(x+3)(x-5)=x^2-2x-15$$

에서 처음 이차식의 x 의 계수는 -2이다.

(3) 처음 이차식은 x^2-2x-3 이므로 바르게 인수분해하면

$$x^2-2x-3=(x+1)(x-3)$$

35 답 9

$$x^2+x-20=(x-4)(x+5)$$

따라서 $a=-4$, $b=5$ 또는 $a=5$, $b=-4$ 이므로
 $|a-b|=9$

36 답 ④

$$④ x^2-10xy+24y^2=(x-4y)(x-6y)$$

37 답 ②

$$x^2+3x-28=(x-4)(x+7)$$

따라서 두 일차식의 합은
 $(x-4)+(x+7)=2x+3$

38 답 5

$$x^2-7x+a=(x-2)(x-b)에서$$

$$x^2-7x+a=x^2-(2+b)x+2b$$

따라서 $-7=-(2+b)$, $a=2b$ 이므로

$$b=5, a=10$$

$$\therefore a-b=10-5=5$$

39 답 ④

$$(x+2)(x-5)-8=x^2-3x-10-8$$

$$=x^2-3x-18$$

$$=(x+3)(x-6)$$

40 답 20

$$x^2-11x+k=(x-a)(x-b)에서 -(a+b)=-11$$

즉, $a+b=11$ 을 만족시키는 자연수 a , b 는 다음과 같다.

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
b	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

이때 $ab=k$ 이므로 k 의 값이 될 수 있는 수는

10, 18, 24, 28, 30

따라서 k 의 값 중 가장 큰 값은 30, 가장 작은 값은 10이므로 구하는
 차는 $30-10=20$

41 답 6

$$2x^2+5xy-3y^2=(x+3y)(2x-y)$$

$$\begin{array}{rcl} x & \rightarrow & 3y \rightarrow 6xy \\ 2x & \rightarrow & -y \rightarrow -xy \end{array} \quad (+)$$

$$\quad \quad \quad 5xy$$

따라서 $a=1$, $b=3$, $c=2$ 이므로

$$a+b+c=1+3+2=6$$

42 답 ②, ③

$$6x^2-7xy+2y^2=(2x-y)(3x-2y)$$

$$\begin{array}{rcl} 2x & \rightarrow & -y \rightarrow -3xy \\ 3x & \rightarrow & -2y \rightarrow -4xy \end{array} \quad (+)$$

$$\quad \quad \quad -7xy$$

따라서 $6x^2-7xy+2y^2$ 의 인수인 ②, ③이다.

43 답 $3x-2$

$$2x^2-7x-15=(2x+3)(x-5)$$

$$\begin{array}{rcl} 2x & \rightarrow & 3 \rightarrow 3x \\ x & \rightarrow & -5 \rightarrow -10x \end{array} \quad (+)$$

$$\quad \quad \quad -7x$$

따라서 두 일차식의 합은

$$(2x+3)+(x-5)=3x-2$$

44 답 ②, ⑤

$$① 2x^2+5x+2=(2x+1)(x+2)$$

$$\begin{array}{rcl} 2x & \rightarrow & 1 \rightarrow x \\ x & \rightarrow & 2 \rightarrow 2x \end{array} \quad (+)$$

$$\quad \quad \quad 5x$$

$$② 3x^2-7x+2=(3x-1)(x-2)$$

$$\begin{array}{rcl} 3x & \rightarrow & -1 \rightarrow -x \\ x & \rightarrow & -2 \rightarrow -2x \end{array} \quad (+)$$

$$\quad \quad \quad -7x$$

$$③ 4x^2-4x-15=(2x+3)(2x-5)$$

$$\begin{array}{rcl} 2x & \rightarrow & 3 \rightarrow 6x \\ 2x & \rightarrow & -5 \rightarrow -10x \end{array} \quad (+)$$

$$\quad \quad \quad -4x$$

$$④ 6x^2+5x-4=(2x-1)(3x+4)$$

$$\begin{array}{rcl} 2x & \rightarrow & -1 \rightarrow -3x \\ 3x & \rightarrow & 4 \rightarrow 8x \end{array} \quad (+)$$

$$\quad \quad \quad 5x$$

$$⑤ 6x^2-11x+3=(2x-3)(3x-1)$$

$$\begin{array}{rcl} 2x & \rightarrow & -3 \rightarrow -9x \\ 3x & \rightarrow & -1 \rightarrow -2x \end{array} \quad (+)$$

$$\quad \quad \quad -11x$$

따라서 $3x-1$ 을 인수로 갖는 것은 ②, ⑤이다.

45 답 ①

$$3x^2+Ax-20=(3x-4)(x+B)에서$$

$$3x^2+Ax-20=3x^2+(3B-4)x-4B$$

따라서 $A=3B-4$, $-20=-4B$ 이므로

$$B=5, A=11$$

$$\therefore A-B=11-5=6$$

46 답 3

$$5x^2+(3a-5)x-24=(x-4)(5x+b)에서$$

$$5x^2+(3a-5)x-24=5x^2+(b-20)x-4b \quad \dots (i)$$

따라서 $3a-5=b-20$, $-24=-4b$ 이므로 $b=6$

$$3a-5=-14, 3a=-9 \quad \therefore a=-3 \quad \dots (ii)$$

$$\therefore a+b=-3+6=3 \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) 주어진 식을 전개하기	40%
(ii) a , b 의 값 구하기	40%
(iii) $a+b$ 의 값 구하기	20%

47 답 ③

$$③ x^2+x-30=(x-5)(x+6)$$

48 답 ㄱ, ㄴ, ㄹ

ㄱ. $3x^2+6x=3x(x+2)$

ㄴ. $x^2-4=(x+2)(x-2)$

ㄷ. $3x^2-12x+12=3(x^2-4x+4)=3(x-2)^2$

ㄹ. $x^2+8x-20=(x-2)(x+10)$

ㅁ. $3x^2+10x+8=(x+2)(3x+4)$

따라서 $x+2$ 를 인수로 갖는 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.

49 답 ⑤

$9x^2-49=(3x+7)(3x-7)$

$3x^2+4x-7=(3x+7)(x-1)$

따라서 두 다항식의 공통인 인수는 ⑤이다.

50 답 ④

① $2x^2-2=2(x^2-1)=2(x+1)(x-1)$

② $x^2+2x+1=(x+1)^2$

③ $x^2-2x-3=(x+1)(x-3)$

④ $3x^2+7x+2=(3x+1)(x+2)$

⑤ $7x^2+3x-4=(7x-4)(x+1)$

따라서 나머지 넷과 일차 이상의 공통인 인수를 갖지 않는 것은 ④이다.

51 답 $x+3, 12$

$x^2+7x+a=(x+4)(x+m)$ (m 은 상수)으로 놓으면

$x^2+7x+a=x^2+(4+m)x+4m$

즉, $4+m=7, 4m=a$ 이므로

$m=3, a=12$

따라서 다른 한 인수는 $x+3$ 이고, 상수 a 의 값은 12이다.

52 답 ②

$2x^2+ax-6$ 이 $x-3$ 으로 나누어떨어지므로

$2x^2+ax-6=(x-3)(2x+m)$ (m 은 상수)으로 놓으면

$2x^2+ax-6=2x^2+(m-6)x-3m$

따라서 $m-6=a, -3m=-6$ 이므로

$m=2, a=-4$

참고 다항식이 $ax+b$ 로 나누어떨어지면 그 다항식은 $ax+b$ 를 인수로 가진다.

53 답 ⑤

$x+3$ 이 두 다항식의 인수이므로

$x^2+4x+a=(x+3)(x+m)$ (m 은 상수)으로 놓으면

$x^2+4x+a=x^2+(3+m)x+3m$

즉, $3+m=4, 3m=a$ 이므로 $m=1, a=3$

또 $2x^2+bx-9=(x+3)(2x+n)$ (n 은 상수)으로 놓으면

$2x^2+bx-9=2x^2+(n+6)x+3n$

즉, $n+6=b, 3n=-9$ 이므로 $n=-3, b=3$

$\therefore a+b=3+3=6$

54 답 -9

$4x^2-1=(2x+1)(2x-1)$

$6x^2-x-2=(2x+1)(3x-2)$

즉, 위의 두 다항식의 공통인 인수는 $2x+1$ 이므로 $2x^2+ax-5$ 도 $2x+1$ 을 인수로 가진다.

$2x^2+ax-5=(2x+1)(x+m)$ (m 은 상수)으로 놓으면

$2x^2+ax-5=2x^2+(2m+1)x+m$

따라서 $2m+1=a, m=-5$ 이므로

$a=-9$

55 답 $(x-2)(x+5)$

윤이는 상수항을 제대로 보았으므로

$(x+1)(x-10)=x^2-9x-10$

에서 처음 이차식의 상수항은 -10 이다. $\therefore B=-10$

신영이는 x 의 계수를 제대로 보았으므로

$(x-3)(x+6)=x^2+3x-18$

에서 처음 이차식의 x 의 계수는 3이다. $\therefore A=3$

따라서 처음 이차식은 $x^2+3x-10$ 이므로 바르게 인수분해하면

$x^2+3x-10=(x-2)(x+5)$

56 답 $2(x+1)(x-2)$

수현이는 x 의 계수를 제대로 보았으므로

$2(x+3)(x-4)=2(x^2-x-12)$

$=2x^2-2x-24$

에서 처음 이차식의 x 의 계수는 -2 이다. ... (i)

인성이는 상수항을 제대로 보았으므로

$2(x-1)(x+2)=2(x^2+x-2)$

$=2x^2+2x-4$

에서 처음 이차식의 상수항은 -4 이다. ... (ii)

따라서 처음 이차식은 $2x^2-2x-4$ 이므로 ... (iii)

바르게 인수분해하면

$2x^2-2x-4=2(x^2-x-2)$

$=2(x+1)(x-2)$

... (iv)

채점 기준

(i) 처음 이차식의 x 의 계수 구하기	30 %
(ii) 처음 이차식의 상수항 구하기	30 %
(iii) 처음 이차식 구하기	10 %
(iv) 처음 이차식을 인수분해하기	30 %

57 답 $(2x-3)(2x+5)$

소호는 x 의 계수와 상수항을 제대로 보았으므로

$(3x-5)(x+3)=3x^2+4x-15$

에서 처음 이차식의 x 의 계수는 4, 상수항은 -15 이다.

세린이는 x^2 의 계수와 x 의 계수를 제대로 보았으므로

$(2x+1)^2=4x^2+4x+1$

에서 처음 이차식의 x^2 의 계수는 4, x 의 계수는 4이다.

따라서 처음 이차식은 $4x^2+4x-15$ 이므로 바르게 인수분해하면

$4x^2+4x-15=(2x-3)(2x+5)$

03 다항식의 인수분해의 활용

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

100~102쪽

58 답 $3x+4$

주어진 모든 직사각형의 넓이의 합은

$$2x^2+5x+3=(2x+3)(x+1)$$

따라서 새로 만든 직사각형의 가로와 세로의 길이의 합은

$$(2x+3)+(x+1)=3x+4$$

59 답 $8a+20$

$$4a^2+20a+25=(2a+5)^2$$

따라서 정사각형의 한 변의 길이는 $2a+5$ 이므로 둘레의 길이는

$$4 \times (2a+5)=8a+20$$

60 답 10000

$$\begin{aligned} 54^2+2 \times 54 \times 46+46^2 &= (54+46)^2 \\ &= 100^2=10000 \end{aligned}$$

61 답 -55

$$\begin{aligned} 1^2-2^2+3^2-4^2+5^2-6^2+7^2-8^2+9^2-10^2 \\ &= (1^2-2^2)+(3^2-4^2)+(5^2-6^2)+(7^2-8^2)+(9^2-10^2) \\ &= (1+2)(1-2)+(3+4)(3-4)+(5+6)(5-6) \\ &\quad + (7+8)(7-8)+(9+10)(9-10) \\ &= -(1+2)-(3+4)-(5+6)-(7+8)-(9+10) \\ &= -(1+2+3+4+5+6+7+8+9+10) \\ &= -55 \end{aligned}$$

62 답 $4x+12$

주어진 모든 직사각형의 넓이의 합은

$$x^2+6x+8=(x+2)(x+4)$$

따라서 새로 만든 직사각형의 둘레의 길이는

$$2 \times \{(x+2)+(x+4)\}=4x+12$$

63 답 ③

[그림 1]의 도형의 넓이는 a^2-b^2

[그림 2]의 도형의 넓이는 $(a+b)(a-b)$

따라서 두 도형의 넓이가 같으므로

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$$

64 답 ②

다항식이 정사각형의 넓이를 나타내려면 x 에 대한 완전제곱식 꼴이어야 한다.

① $x^2+2x+1=(x+1)^2$

② x^2+3x+9 는 완전제곱식으로 인수분해할 수 없다.

③ $x^2+4x+4=(x+2)^2$

④ $x^2+10x+25=(x+5)^2$

⑤ $x^2+12x+36=(x+6)^2$

따라서 주어진 막대들을 여러 개 사용하여 만든 정사각형의 넓이가 될 수 없는 것은 ②이다.

65 답 $10x+6$

$2x+5$ 는 $6x^2+ax-10$ 의 인수이므로

$$6x^2+ax-10=(2x+5)(3x+m) \quad (m \text{은 상수}) \text{으로 놓으면}$$

$$6x^2+ax-10=6x^2+(2m+15)x+5m$$

$$\text{따라서 } 5m=-10 \text{이므로 } m=-2$$

즉, $6x^2+ax-10=(2x+5)(3x-2)$ 이므로 이 직사각형의 세로의 길이는 $3x-2$ 이다.

따라서 직사각형의 둘레의 길이는

$$2 \times \{(2x+5)+(3x-2)\}=10x+6$$

66 답 $8a+20b$

$$3a^2b+6ab^2=3ab(a+2b)=a \times 3b \times (a+2b) \text{이므로}$$

직육면체의 높이는 $a+2b$ 이다.

$$\begin{aligned} \therefore (\text{모든 모서리의 길이의 합}) &= 4 \times \{a+3b+(a+2b)\} \\ &= 8a+20b \end{aligned}$$

67 답 $8x$

$$3x^2+2x-1=(3x-1)(x+1)$$

따라서 □ABCD의 가로, 세로의 길이는 $3x-1$, $x+1$ 이다.

이때 색칠한 부분의 둘레의 길이는 □ABCD의 둘레의 길이와 같으므로

$$(\text{색칠한 부분의 둘레의 길이})=2 \times \{(3x-1)+(x+1)\}=8x$$

68 답 60

두 정사각형의 둘레의 길이의 차가 8이므로

$$4x-4y=8, 4(x-y)=8$$

$$\therefore x-y=2 \quad \dots \textcircled{1} \quad \dots \textcircled{i}$$

두 정사각형의 넓이의 차가 30이므로

$$x^2-y^2=30, (x+y)(x-y)=30$$

이때 ①에서 $x-y=2$ 이므로

$$2(x+y)=30 \quad \therefore x+y=15 \quad \dots \textcircled{2} \quad \dots \textcircled{ii}$$

따라서 두 정사각형의 둘레의 길이의 합은

$$4x+4y=4(x+y)$$

$$=4 \times 15=60 \quad \dots \textcircled{iii} \quad \dots \textcircled{iii}$$

채점 기준

(i) 둘레의 길이의 차를 이용하여 $x-y$ 의 값 구하기	30 %
(ii) 넓이의 차를 이용하여 $x+y$ 의 값 구하기	40 %
(iii) 둘레의 길이의 합 구하기	30 %

69 답 1600

$$\begin{aligned} 64^2 - 48 \times 64 + 24^2 &= 64^2 - 2 \times 64 \times 24 + 24^2 \\ &= (64 - 24)^2 \\ &= 40^2 = 1600 \end{aligned}$$

70 답 ①, ②

$$\begin{aligned} 3 \times 29^2 + 6 \times 29 + 3 &= 3 \times 29^2 + 2 \times 3 \times 29 + 3 \\ &= 3 \times (29^2 + 2 \times 29 + 1) \rightarrow ma + mb = m(a+b) \\ &= 3 \times (29^2 + 2 \times 29 \times 1 + 1^2) \\ &= 3 \times (29 + 1)^2 \rightarrow a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2 \\ &= 3 \times 30^2 = 2700 \end{aligned}$$

따라서 주어진 식을 계산하는 데 가장 알맞은 인수분해 공식은 ①, ②이다.

71 답 ①

$$\begin{aligned} \frac{1972 \times 8 + 6 \times 1972}{987^2 - 985^2} &= \frac{1972 \times (8 + 6)}{(987 + 985)(987 - 985)} \\ &= \frac{1972 \times 14}{1972 \times 2} = 7 \end{aligned}$$

72 답 2500

$$\begin{aligned} 53.5^2 - 7 \times 53.5 + 3.5^2 &= 53.5^2 - 2 \times 53.5 \times 3.5 + 3.5^2 \\ &= (53.5 - 3.5)^2 \\ &= 50^2 = 2500 \end{aligned}$$

73 답 ⑤

$$\begin{aligned} \sqrt{36 \times 74^2 - 70^2 \times 36} &= \sqrt{36 \times (74^2 - 70^2)} \\ &= \sqrt{36 \times (74 + 70)(74 - 70)} \\ &= \sqrt{36 \times 144 \times 4} = \sqrt{6^2 \times 12^2 \times 2^2} \\ &= 6 \times 12 \times 2 = 144 \end{aligned}$$

74 답 2020

$$\begin{aligned} 2018 \times 2022 + 4 &= 2018 \times (2018 + 4) + 4 \\ &= 2018^2 + 4 \times 2018 + 4 \\ &= 2018^2 + 2 \times 2018 \times 2 + 2^2 \\ &= (2018 + 2)^2 \\ &= 2020^2 \end{aligned}$$

따라서 $2018 \times 2022 + 4$ 는 2020^2 과 같으므로 구하는 자연수는 2020이다.

75 답 ③

$$\begin{aligned} (2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 12^2) - (1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + 11^2) \\ &= (2^2 - 1^2) + (4^2 - 3^2) + (6^2 - 5^2) + \dots + (12^2 - 11^2) \\ &= (2+1)(2-1) + (4+3)(4-3) + (6+5)(6-5) \\ &\quad + (8+7)(8-7) + (10+9)(10-9) + (12+11)(12-11) \\ &= (2+1) + (4+3) + (6+5) + \dots + (12+11) \\ &= 1+2+3+4+5+6+\dots+11+12 \\ &= 78 \end{aligned}$$

따라서 주어진 식을 계산하는 데 가장 알맞은 인수분해 공식은 ③이다.

76 답 $\frac{21}{40}$

$$\begin{aligned} &\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \times \dots \times \left(1 - \frac{1}{20^2}\right) \\ &= \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 + \frac{1}{4}\right) \\ &\quad \times \dots \times \left(1 - \frac{1}{19}\right) \left(1 + \frac{1}{19}\right) \left(1 - \frac{1}{20}\right) \left(1 + \frac{1}{20}\right) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{4} \times \dots \times \frac{18}{19} \times \frac{20}{19} \times \frac{19}{20} \times \frac{21}{20} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{21}{20} = \frac{21}{40} \end{aligned}$$

핵심 유형 최종 점검하기

103~105쪽

77 답 ⑤

③ $(x+1)+x=2x+1$ 이므로 $x-2$ 를 인수로 갖지 않는다.
따라서 $x-2$ 를 인수로 갖는 것은 ⑤이다.

78 답 ①, ⑤

$$\begin{aligned} a(x-3) + b(3-x) - c(3x-9) \\ &= a(x-3) - b(x-3) - 3c(x-3) \\ &= (x-3)(a-b-3c) \end{aligned}$$

따라서 주어진 식의 인수는 ①, ⑤이다.

79 답 ②

$$\begin{aligned} ① \quad x^2 + 6x + 9 &= x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 = (x+3)^2 \\ ② \quad 2x^2 - 3x + 1 &= (2x-1)(x-1) \\ ③ \quad 4a^2 + 4a + 1 &= (2a)^2 + 2 \times 2a \times 1 + 1^2 \\ &= (2a+1)^2 \\ ④ \quad 9a^2 - 24ab + 16b^2 &= (3a)^2 - 2 \times 3a \times 4b + (4b)^2 \\ &= (3a-4b)^2 \\ ⑤ \quad \frac{1}{25}x^2 + \frac{2}{5}xy + y^2 &= \left(\frac{1}{5}x\right)^2 + 2 \times \frac{1}{5}x \times y + y^2 \\ &= \left(\frac{1}{5}x+y\right)^2 \end{aligned}$$

따라서 완전제곱식으로 인수분해할 수 없는 것은 ②이다.

80 답 18

$$\begin{aligned} x(x+a) + 36 &= (x+b)^2 \text{에서} \\ x^2 + ax + 36 &= x^2 + 2bx + b^2 \quad \dots (i) \\ \text{따라서 } a &= 2b, 36 = b^2 \text{이므로} \\ b &= 6, a = 12 \text{ 또는 } b = -6, a = -12 \\ \text{이때 } a > 0 \text{이므로 } a &= 12, b = 6 \quad \dots (ii) \\ \therefore a+b &= 12+6=18 \quad \dots (iii) \end{aligned}$$

채점 기준

(i) 주어진 식을 전개하기	30 %
(ii) a, b의 값 구하기	50 %
(iii) a+b의 값 구하기	20 %

81 답 ⑤

① $x^2-6x+9=x^2-2 \times x \times 3+3^2=(x-3)^2$

② $x^2-2x+1=x^2-2 \times x \times 1+1^2=(x-1)^2$

③ $x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{16}=x^2-2 \times x \times \frac{1}{4}+(\frac{1}{4})^2=(x-\frac{1}{4})^2$

④ $x^2+x+\frac{1}{4}=x^2+2 \times x \times \frac{1}{2}+(\frac{1}{2})^2=(x+\frac{1}{2})^2$

⑤ $x^2+5x+25$ 에서 $25 \neq (\frac{5}{2})^2$ 이므로 완전제곱식으로 인수분해되지 않는다.
 $\downarrow 2 \times x \times \frac{5}{2}$

따라서 완전제곱식이 되도록 하는 m, n 의 값이 아닌 것은 ⑤이다.

82 답 4

$\frac{1}{4}x^2+(k-2)x+81=(\frac{1}{2}x)^2+(k-2)x+(\pm 9)^2$ 이므로

$k-2=2 \times \frac{1}{2} \times (\pm 9)=\pm 9$

즉, $k-2=9$ 에서 $k=11$, $k-2=-9$ 에서 $k=-7$

따라서 모든 k 의 값의 합은

$11+(-7)=4$

83 답 ㄱ, ㄴ

$A=\sqrt{x^2+4x+4}+\sqrt{x^2-6x+9}$
 $=\sqrt{(x+2)^2}+\sqrt{(x-3)^2}$

ㄱ. $x < -2$ 에서 $x+2 < 0$, $x-3 < 0$ 이므로

$A=-(x+2)-(x-3)$
 $=-x-2-x+3=-2x+1$

ㄴ. $-2 \leq x < 3$ 에서 $x+2 \geq 0$, $x-3 < 0$ 이므로

$A=(x+2)-(x-3)$
 $=x+2-x+3=5$

ㄷ. $x > 3$ 에서 $x+2 > 0$, $x-3 > 0$ 이므로

$A=(x+2)+(x-3)$
 $=2x-1$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

84 답 ④

$x^3-x=x(x^2-1)$

$=x(x+1)(x-1)$

따라서 x^3-x 의 인수가 아닌 것은 ④이다.

85 답 19

$n^2-10n-56=(n+4)(n-14)$ 이고 자연수 n 에 대하여 이 식의 값이 소수가 되려면 $n+4, n-14$ 의 값 중 하나는 1이어야 한다.

그런데 $n-14 < n+4$ 이므로 $n-14=1 \quad \therefore n=15$

따라서 구하는 소수는

$n^2-10n-56=(n+4)(n-14)=(15+4)(15-14)=19$

참고 자연수 A, B 에 대하여 $AB=(\text{소수})$ 이라면

$\Rightarrow A=1$ 또는 $B=1$

86 답 ①, ⑤

$9+(7x+2)(2x-3)=9+14x^2-17x-6$
 $=14x^2-17x+3$
 $=(14x-3)(x-1)$

따라서 $9+(7x+2)(2x-3)$ 의 인수는 ①, ⑤이다.

87 답 7

$3x^2-axy+8y^2=(3x+by)(cx-2y)$ 에서

$3x^2-axy+8y^2=3cx^2+(-6+bc)xy-2by^2$

즉, $3=3c, -a=-6+bc, 8=-2b$ 이므로 $c=1, b=-4$

$-a=-6+(-4) \times 1=-10 \quad \therefore a=10$

$\therefore a+b+c=10+(-4)+1=7$

88 답 ⑤

⑤ $-3x^2+12y^2=-3(x^2-4y^2)=-3(x+2y)(x-2y)$

89 답 ②

$x^2+\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}=(x+\frac{1}{3})^2$ 이므로 $a=\frac{1}{3}$

$6x^2-11x+4=(3x-4)(2x-1)$ 이므로 $b=-4, c=-1$

$\therefore 3a+b+c=3 \times \frac{1}{3}+(-4)+(-1)=-4$

90 답 $x-5y$

$2xy-10y^2=2y(x-5y) \quad \dots (i)$

$4x^2-17xy-15y^2=(4x+3y)(x-5y) \quad \dots (ii)$

따라서 두 다항식의 1이 아닌 공통인 인수는 $x-5y$ 이다. $\dots (iii)$

채점 기준

(i) $2xy-10y^2$ 인수분해하기	40%
(ii) $4x^2-17xy-15y^2$ 인수분해하기	40%
(iii) 공통인 인수 구하기	20%

91 답 -5

$x^2+2x-3=(x-1)(x+3)$ 이므로 x^2+ax+4 는 $x-1$ 또는 $x+3$ 을 인수로 가진다.

(i) $x^2+ax+4=(x-1)(x+m)$ (m 은 상수)으로 놓으면

$x^2+ax+4=x^2+(-1+m)x-m$

즉, $-1+m=a, -m=4$ 이므로 $m=-4, a=-5$

(ii) $x^2+ax+4=(x+3)(x+n)$ (n 은 상수)으로 놓으면

$x^2+ax+4=x^2+(3+n)x+3n$

즉, $3+n=a, 3n=4$ 이므로 $n=\frac{4}{3}, a=\frac{13}{3}$

이때 a 는 정수이므로 $a=-5$

92 답 36

$ax^2-3x-5b$ 가 $x+2$ 와 $2x-5$ 로 나누어떨어지므로

$ax^2-3x-5b=c(x+2)(2x-5)$ (c 는 상수)로 놓으면

$ax^2-3x-5b=c(2x^2-x-10)=2cx^2-cx-10c$

즉, $a=2c, -3=-c, -5b=-10c$ 이므로 $c=3, a=6, b=6$

$\therefore ab=6 \times 6=36$

93 답 $(x+1)(x-6)$

민혁이는 상수항을 제대로 보았으므로

$$(x-2)(x+3)=x^2+x-6$$

에서 처음 이차식의 상수항은 -6 이다.

준호는 x 의 계수를 제대로 보았으므로

$$(x-2)(x-3)=x^2-5x+6$$

에서 처음 이차식의 x 의 계수는 -5 이다.

따라서 처음 이차식은 x^2-5x-6 이므로 바르게 인수분해하면

$$x^2-5x-6=(x+1)(x-6)$$

94 답 $8x+10$

주어진 모든 직사각형의 넓이의 합은

$$3x^2+7x+4=(3x+4)(x+1)$$

따라서 새로 만든 직사각형의 둘레의 길이는

$$2 \times \{(3x+4)+(x+1)\}=8x+10$$

95 답 ④

$$(x+2)(x-4)-16=x^2-2x-8-16$$

$$=x^2-2x-24$$

$$=(x+4)(x-6)$$

따라서 넓이가 $(x+2)(x-4)-16$ 인 직사각형의 한 변의 길이가 될 수 있는 것은 ④이다.

96 답 ④

주어진 사다리꼴의 높이를 h 라 하면 사다리꼴의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \{(x+2)+2x\} \times h = \frac{1}{2}(3x+2)h$$

이때 $3x^2+5x+2=(3x+2)(x+1)$ 이므로

$$\frac{1}{2}(3x+2)h=(3x+2)(x+1)$$

$$\text{즉, } \frac{1}{2}h=x+1 \text{에서 } h=2(x+1)=2x+2$$

97 답 $x+4$

(직사각형의 넓이)=(가로 길이)×(세로 길이)이고 ㉠의 가로의 길이가 $x+6$ 이므로 x^2+8x+a 는 $x+6$ 을 인수로 가진다.

$x^2+8x+a=(x+6)(x+m)$ (m 은 상수)으로 놓으면

$$x^2+8x+a=x^2+(6+m)x+6m$$

따라서 $6+m=8$, $6m=a$ 이므로

$$m=2, a=12 \quad \dots (i)$$

즉, $x^2+8x+12=(x+6)(x+2)$ 이므로 ㉠의 둘레의 길이는

$$2 \times \{(x+6)+(x+2)\}=4x+16$$

$$=4(x+4) \quad \dots (ii)$$

이때 두 직사각형 ㉠, ㉡의 둘레의 길이가 서로 같고, ㉡는 정사각형

이므로 ㉡의 한 변의 길이는 $x+4$ 이다. $\dots (iii)$

채점 기준

(i) a 의 값 구하기	40%
(ii) ㉠의 둘레의 길이 구하기	40%
(iii) ㉡의 한 변의 길이 구하기	20%

98 답 1

$$\frac{998 \times 999 + 998}{999^2 - 1} = \frac{998 \times (999 + 1)}{(999 + 1)(999 - 1)}$$

$$= \frac{998 \times 1000}{1000 \times 998} = 1$$

99 답 460

$$6^2 - 4^2 + 11^2 - 9^2 + 101^2 - 99^2$$

$$= (6^2 - 4^2) + (11^2 - 9^2) + (101^2 - 99^2)$$

$$= (6+4)(6-4) + (11+9)(11-9) + (101+99)(101-99)$$

$$= 10 \times 2 + 20 \times 2 + 200 \times 2$$

$$= 20 + 40 + 400 = 460$$

100 답 4개

$$2^{16} - 1 = (2^8 + 1)(2^8 - 1)$$

$$= (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^4 - 1)$$

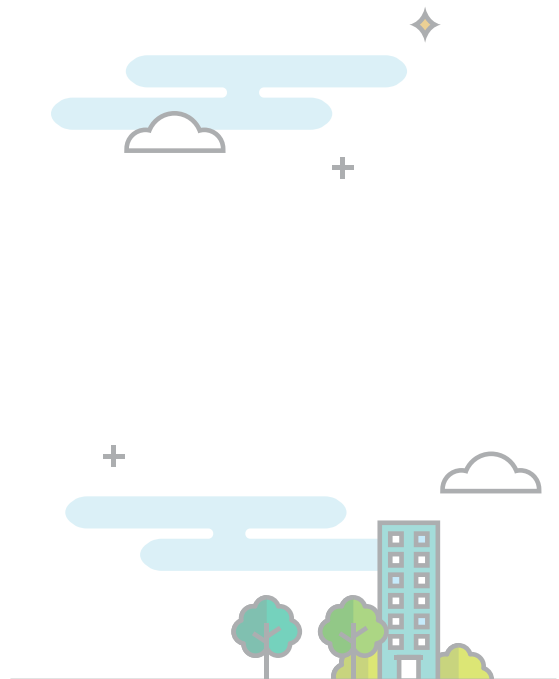
$$= (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^2 + 1)(2^2 - 1)$$

$$= (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^2 + 1)(2 + 1)(2 - 1)$$

$$= 257 \times 17 \times 5 \times 3 \times 1$$

따라서 $2^{16}-1$ 의 약수 중에서 10보다 크고 100보다 작은 자연수는 15, 17, 51, 85의 4개이다.

만점 비법 인수분해 공식을 이용하여 $2^{16}-1$ 을 소인수분해한다.





여러 가지 인수분해

- 01 $(x-y)(a+b)(a-b)$ 02 ② 03 ②
 04 ⑤ 05 ③ 06 $3ab(a-b)^2$
 07 ②, ④ 08 ① 09 $2x-6$ 10 -2
 11 ⑤ 12 $(a+b-1)(a+b+6)$ 13 ④
 14 12 15 $(2x-1)(x+1)(2x-5)(x+3)$
 16 $(3x+2y+1)(3x-2y-3)$
 17 ㉠, $-7x(3x+10)$ 18 $-4(x-7)$
 19 10 20 $(x-2)(x+3)(x^2+x-8)$
 21 ④ 22 1 23 ③ 24 -10
 25 ②, ④ 26 36 27 ②
 28 $(x+y)^2(x-y)$ 29 ③ 30 2개
 31 ① 32 ①, ④ 33 $2x+6y$ 34 -1
 35 $x-1$ 36 ②, ⑤ 37 0
 38 $(2x+y+1)(x+y-1)$ 39 $-4\sqrt{2}$ 40 6
 41 $x+8$ 42 ① 43 ① 44 5
 45 $2\sqrt{2}$ 46 $-24\sqrt{3}$ 47 ② 48 -3
 49 ④ 50 24 51 $2x+1$ 52 $500\pi\text{cm}^3$
 53 $4x+4y-2$ 54 4 55 4
 56 $(-72, -84)$ 57 $(a+b)(x+2)(x-6)$
 58 ④ 59 5개 60 $x+y-3$ 61 8
 62 $(2x+7)(3x-2)$ 63 4 64 ④
 65 ③ 66 -16 67 ⑤
 68 $(x+y-5)(x-y+3)$ 69 ③ 70 ①, ④
 71 ④ 72 $44\sqrt{6}$ 73 $7+4\sqrt{3}$ 74 42
 75 51 76 49 77 ab 78 3cm

01 복잡한 식의 인수분해 (1)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

108~110쪽

01 답 ① $(x-y)(a+b)(a-b)$

$$\begin{aligned} a^2(x-y) + b^2(y-x) &= a^2(x-y) - b^2(x-y) \\ &= (x-y)(a^2 - b^2) \\ &= (x-y)(a+b)(a-b) \end{aligned}$$

02 답 ②

$x-4=A$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} (x-4)^2 + 3(x-4) - 10 &= A^2 + 3A - 10 \\ &= (A+5)(A-2) \\ &= (x-4+5)(x-4-2) \\ &= (x+1)(x-6) \end{aligned}$$

따라서 $a=1$, $b=-6$ 이므로

$$a+b=1+(-6)=-5$$

03 답 ②

$2x+y=A$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} (2x+y)(2x+y-1) - 6 &= A(A-1) - 6 \\ &= A^2 - A - 6 \\ &= (A+2)(A-3) \\ &= (2x+y+2)(2x+y-3) \end{aligned}$$

04 답 ⑤

$a-1=A$, $b-1=B$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} (a-1)^2 - (b-1)^2 &= A^2 - B^2 \\ &= (A+B)(A-B) \\ &= \{(a-1) + (b-1)\} \{(a-1) - (b-1)\} \\ &= (a+b-2)(a-b) \end{aligned}$$

05 답 ③

$$\begin{aligned} x^3 + x^2 - 9(x+1) &= x^2(x+1) - 9(x+1) \\ &= (x+1)(x^2 - 9) \\ &= (x+1)(x+3)(x-3) \end{aligned}$$

06 답 ⑥ $3ab(a-b)^2$

$$\begin{aligned} 3a^3b - 6a^2b^2 + 3ab^3 &= 3ab(a^2 - 2ab + b^2) \\ &= 3ab(a-b)^2 \end{aligned}$$

07 답 ②, ④

$$\begin{aligned} (y-3)x^2 + (-y+3)x - 2y + 6 \\ &= (y-3)x^2 - (y-3)x - 2(y-3) \\ &= (y-3)(x^2 - x - 2) \\ &= (y-3)(x+1)(x-2) \end{aligned}$$

따라서 주어진 식의 인수는 ②, ④이다.

08 답 ①

$$\begin{aligned} A &= 3a^2(a-2b) + 4ab(2b-a) + b^2(a-2b) \\ &= 3a^2(a-2b) - 4ab(a-2b) + b^2(a-2b) \\ &= (a-2b)(3a^2 - 4ab + b^2) \\ &= (a-2b)(a-b)(3a-b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= a(a-b) - b(a-b) - a + b \\ &= a(a-b) - b(a-b) - (a-b) \\ &= (a-b)(a-b-1) \end{aligned}$$

따라서 두 다항식 A, B 의 공통인 인수는 ①이다.

09 답 $2x-6$

$$\begin{aligned} x-2 &= A \text{로 놓으면} \\ (x-2)^2 - 2(x-2) - 24 &= A^2 - 2A - 24 \\ &= (A+4)(A-6) \\ &= (x-2+4)(x-2-6) \\ &= (x+2)(x-8) \end{aligned}$$

따라서 두 일차식의 합은

$$(x+2) + (x-8) = 2x-6$$

10 답 -2

$$\begin{aligned} 2(x-4y)^2 + 12x - 48y + 18 &= 2(x-4y)^2 + 12(x-4y) + 18 \text{에서} \\ x-4y &= A \text{로 놓으면} \\ 2(x-4y)^2 + 12(x-4y) + 18 &= 2A^2 + 12A + 18 \quad \dots (i) \\ &= 2(A^2 + 6A + 9) \\ &= 2(A+3)^2 \quad \dots (ii) \\ &= 2(x-4y+3)^2 \quad \dots (iii) \end{aligned}$$

따라서 $a=2, b=-4$ 이므로

$$a+b = 2 + (-4) = -2 \quad \dots (iv)$$

채점 기준

(i) 공통부분을 한 문자로 놓기	30 %
(ii) 인수분해하기	30 %
(iii) 문자에 식을 대입하여 정리하기	20 %
(iv) $a+b$ 의 값 구하기	20 %

11 답 ⑤

$$\begin{aligned} x^2 - 2x &= A \text{로 놓으면} \\ (x^2 - 2x)^2 - 11(x^2 - 2x) + 24 &= A^2 - 11A + 24 \\ &= (A-3)(A-8) \\ &= (x^2 - 2x - 3)(x^2 - 2x - 8) \\ &= (x+1)(x-3)(x+2)(x-4) \end{aligned}$$

따라서 주어진 식의 인수가 아닌 것은 ⑤이다.

12 답 $(a+b-1)(a+b+6)$

$$\begin{aligned} a+b &= A \text{로 놓으면} \\ (a+b)(a+b+5) - 6 &= A(A+5) - 6 \\ &= A^2 + 5A - 6 \\ &= (A-1)(A+6) \\ &= (a+b-1)(a+b+6) \end{aligned}$$

13 답 ④

$$\begin{aligned} 3a+b &= A \text{로 놓으면} \\ (3a+b)^2 + 4(3a+b-2) + 12 &= A^2 + 4(A-2) + 12 \\ &= A^2 + 4A + 4 = (A+2)^2 \\ &= (3a+b+2)^2 \end{aligned}$$

따라서 주어진 식의 인수인 것은 ④이다.

14 답 12

$$\begin{aligned} 2x-5y &= A \text{로 놓으면} \\ (2x-5y)(2x-5y+6) - 27 &= A(A+6) - 27 \quad \dots (i) \\ &= A^2 + 6A - 27 \\ &= (A-3)(A+9) \quad \dots (ii) \\ &= (2x-5y-3)(2x-5y+9) \quad \dots (iii) \end{aligned}$$

따라서 $p=-3, q=9$ 또는 $p=9, q=-3$ 에서

$$\begin{aligned} p-q &= -3-9 = -12 \text{ 또는 } p-q = 9-(-3) = 12 \text{이므로} \\ |p-q| &= 12 \quad \dots (iv) \end{aligned}$$

채점 기준

(i) 공통부분을 한 문자로 놓기	30 %
(ii) 인수분해하기	30 %
(iii) 문자에 식을 대입하여 정리하기	20 %
(iv) $ p-q $ 의 값 구하기	20 %

15 답 $(2x-1)(x+1)(2x-5)(x+3)$

$$\begin{aligned} 2x^2+x &= A \text{로 놓으면} \\ (2x^2+x-3)(2x^2+x-13) - 24 &= (A-3)(A-13) - 24 \\ &= A^2 - 16A + 15 \\ &= (A-1)(A-15) \\ &= (2x^2+x-1)(2x^2+x-15) \\ &= (2x-1)(x+1)(2x-5)(x+3) \end{aligned}$$

16 답 $(3x+2y+1)(3x-2y-3)$

$$\begin{aligned} 3x-1 &= A, y+1 = B \text{로 놓으면} \\ (3x-1)^2 - 4(y+1)^2 &= A^2 - 4B^2 = A^2 - (2B)^2 \\ &= (A+2B)(A-2B) \\ &= \{(3x-1)+2(y+1)\} \{(3x-1)-2(y+1)\} \\ &= (3x+2y+1)(3x-2y-3) \end{aligned}$$

17 답 ㉠, $-7x(3x+10)$

$$\begin{aligned} 5x-2 &= A, x+1 = B \text{로 놓으면} \\ (5x-2)^2 - 6(5x-2)(x+1) - 16(x+1)^2 &= A^2 - 6AB - 16B^2 \\ &= (A+2B)(A-8B) \\ &= \{(5x-2)+2(x+1)\} \{(5x-2)-8(x+1)\} \\ &= 7x(-3x-10) = -7x(3x+10) \end{aligned}$$

따라서 처음으로 잘못된 부분은 ㉠이고, 바르게 인수분해하면 $-7x(3x+10)$ 이다.

18 **답** $-4(x-7)$

$x+1=A$, $x-3=B$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} & (x+1)^2 - 3(x+1)(x-3) + 2(x-3)^2 \\ &= A^2 - 3AB + 2B^2 \\ &= (A-B)(A-2B) \\ &= \{(x+1)-(x-3)\} \{(x+1)-2(x-3)\} \\ &= 4(-x+7) \\ &= -4(x-7) \end{aligned}$$

19 **답** 10

$3x+y=A$, $x-y=B$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} & 2(3x+y)^2 + (3x+y)(x-y) - 3(x-y)^2 \\ &= 2A^2 + AB - 3B^2 \\ &= (2A+3B)(A-B) \\ &= \{2(3x+y)+3(x-y)\} \{(3x+y)-(x-y)\} \\ &= (9x-y)(2x+2y) \\ &= 2(9x-y)(x+y) \\ &\text{따라서 } a=2, b=9, c=1 \text{이므로} \\ &a+b-c=2+9-1=10 \end{aligned}$$

02 복잡한 식의 인수분해 (2)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

111~113쪽

20 **답** $(x-2)(x+3)(x^2+x-8)$

$$\begin{aligned} & (x-1)(x-3)(x+2)(x+4) + 24 \\ &= \{(x-1)(x+2)\} \{(x-3)(x+4)\} + 24 \\ &= \frac{(x^2+x-2)}{A} \frac{(x^2+x-12)}{A} + 24 \\ &= (A-2)(A-12) + 24 \\ &= A^2 - 14A + 48 \\ &= (A-6)(A-8) \\ &= (x^2+x-6)(x^2+x-8) \\ &= (x-2)(x+3)(x^2+x-8) \end{aligned}$$

21 **답** ④

$$\begin{aligned} x^2y^2 - x^2 - y^2 + 1 &= x^2(y^2-1) - (y^2-1) \\ &= (x^2-1)(y^2-1) \\ &= (x+1)(x-1)(y+1)(y-1) \end{aligned}$$

따라서 주어진 식의 인수인 것은 ④이다.

22 **답** 1

$$\begin{aligned} x^2 + 2xy + y^2 - 16 &= (x^2 + 2xy + y^2) - 16 \\ &= (x+y)^2 - 4^2 \\ &= (x+y+4)(x+y-4) \end{aligned}$$

따라서 $a=1$, $b=4$, $c=-4$ 이므로

$$a+b+c=1+4+(-4)=1$$

23 **답** ③

x, y 중 차수가 낮은 y 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned} x^2 - xy - 4x + 2y + 4 &= y(-x+2) + (x^2 - 4x + 4) \\ &= -y(x-2) + (x-2)^2 \\ &= (x-2)(x-y-2) \end{aligned}$$

24 **답** -10

$$\begin{aligned} & (x+1)(x+2)(x-4)(x-5) + 9 \\ &= \{(x+1)(x-4)\} \{(x+2)(x-5)\} + 9 \\ &= \frac{(x^2-3x-4)}{A} \frac{(x^2-3x-10)}{A} + 9 \\ &= (A-4)(A-10) + 9 \\ &= A^2 - 14A + 49 \\ &= (A-7)^2 \\ &= (x^2-3x-7)^2 \\ &\text{따라서 } a=-3, b=-7 \text{이므로} \\ &a+b=-3+(-7)=-10 \end{aligned}$$

25 **답** ②, ④

$$\begin{aligned} & (x-1)(x+1)(x-2)(x+2) - 40 \\ &= \{(x-1)(x+1)\} \{(x-2)(x+2)\} - 40 \\ &= \frac{(x^2-1)}{A} \frac{(x^2-4)}{A} - 40 \\ &= (A-1)(A-4) - 40 \\ &= A^2 - 5A - 36 \\ &= (A-9)(A+4) \\ &= (x^2-9)(x^2+4) \\ &= (x+3)(x-3)(x^2+4) \end{aligned}$$

따라서 주어진 식의 인수인 것은 ②, ④이다.

26 **답** 36

$$\begin{aligned} & (x+1)(x+3)(x-3)(x-5) + k \\ &= \{(x+1)(x-3)\} \{(x+3)(x-5)\} + k \\ &= \frac{(x^2-2x-3)}{A} \frac{(x^2-2x-15)}{A} + k \\ &= (A-3)(A-15) + k \\ &= A^2 - 18A + 45 + k \end{aligned}$$

이 식이 완전제곱식으로 인수분해되려면

$$45+k=\left(\frac{-18}{2}\right)^2, 45+k=81 \quad \therefore k=36$$

참고 x^2+ax+b 가 완전제곱식이 되기 위한 조건

$$\textcircled{1} b=\left(\frac{a}{2}\right)^2 \quad \textcircled{2} a=\pm 2\sqrt{b}$$

27 **답** ②

$$\begin{aligned} a^2b - a^2 - 9b + 9 &= a^2(b-1) - 9(b-1) \\ &= (a^2-9)(b-1) \\ &= (a+3)(a-3)(b-1) \end{aligned}$$

따라서 주어진 식의 인수인 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.

28 답 $(x+y)^2(x-y)$

$$\begin{aligned} x^3 + x^2y - xy^2 - y^3 &= x^2(x+y) - y^2(x+y) & \cdots (i) \\ &= (x+y)(x^2 - y^2) & \cdots (ii) \\ &= (x+y)(x+y)(x-y) \\ &= (x+y)^2(x-y) & \cdots (iii) \end{aligned}$$

채점 기준

(i) 공통인 인수가 생길도록 두 항씩 묶기	40%
(ii) 공통인 인수로 묶어 내기	30%
(iii) 인수분해하여 정리하기	30%

29 답 ③

$$\begin{aligned} ab - a - b + 1 &= a(b-1) - (b-1) \\ &= (a-1)(b-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 - ab - a + b &= a(a-b) - (a-b) \\ &= (a-1)(a-b) \end{aligned}$$

따라서 두 다항식의 공통인 인수는 ③이다.

30 답 2개

$$6xy - 3x + 2y - 1 = 5 \text{에서 } 3x(2y-1) + (2y-1) = 5$$

$$\therefore (3x+1)(2y-1) = 5$$

x, y 가 정수이므로 $3x+1, 2y-1$ 도 정수이다.

$3x+1$	1	5	-1	-5
$2y-1$	5	1	-5	-1

 $\Rightarrow$

x	0	$\frac{4}{3}$	$-\frac{2}{3}$	-2
y	3	1	-2	0

따라서 정수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 는 $(0, 3), (-2, 0)$ 의 2개이다.

31 답 ①

$$\begin{aligned} x^2 + 4x - 9y^2 + 4 &= (x^2 + 4x + 4) - 9y^2 \\ &= (x+2)^2 - (3y)^2 \\ &= (x+2+3y)(x+2-3y) \\ &= (x+3y+2)(x-3y+2) \end{aligned}$$

32 답 ①, ④

$$\begin{aligned} x^2 - y^2 + 12y - 36 &= x^2 - (y^2 - 12y + 36) \\ &= x^2 - (y-6)^2 \\ &= (x+y-6)(x-y+6) \end{aligned}$$

따라서 주어진 식의 인수는 ①, ④이다.

33 답 $2x+6y$

$$\begin{aligned} x^2 - 25 + 6xy + 9y^2 &= (x^2 + 6xy + 9y^2) - 25 \\ &= (x+3y)^2 - 5^2 & \cdots (i) \\ &= (x+3y+5)(x+3y-5) & \cdots (ii) \end{aligned}$$

따라서 두 일차식의 합은

$$(x+3y+5) + (x+3y-5) = 2x+6y \quad \cdots (iii)$$

채점 기준

(i) (3항)+(1항)으로 묶어 $A^2 - B^2$ 꼴로 만들기	40%
(ii) 인수분해하기	30%
(iii) 두 일차식의 합 구하기	30%

34 답 -1

$$\begin{aligned} x^2 + 4y^2 - 1 - 4xy &= (x^2 - 4xy + 4y^2) - 1 \\ &= (x-2y)^2 - 1^2 \\ &= (x-2y+1)(x-2y-1) \\ (x-2y)^2 + (2y-x) - 2 &= \underbrace{(x-2y)^2}_A - \underbrace{(x-2y)}_A - 2 \\ &= A^2 - A - 2 = (A+1)(A-2) \\ &= (x-2y+1)(x-2y-2) \end{aligned}$$

따라서 두 다항식의 공통인 인수는 $x-2y+1$ 이므로

$$a = -2, b = 1$$

$$\therefore a+b = -2+1 = -1$$

35 답 $x-1$

x, y 중 차수가 낮은 y 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned} x^2 + 5xy + 2x - 5y - 3 &= y(5x-5) + (x^2 + 2x - 3) \\ &= 5y(x-1) + (x-1)(x+3) \\ &= (x-1)(x+5y+3) \end{aligned}$$

따라서 다항식 A 는 $x-1$ 이다.

36 답 ②, ⑤

a, b, c 중 차수가 가장 낮은 c 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned} a^2 - 2b^2 + ab + 3bc - 3ca \\ &= c(3b-3a) + (a^2 + ab - 2b^2) \\ &= -3c(a-b) + (a+2b)(a-b) \\ &= (a-b)(a+2b-3c) \end{aligned}$$

따라서 주어진 식의 인수는 ②, ⑤이다.

37 답 0

x 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + 2xy + y^2 - 2y - 3 \\ &= x^2 + (2y-2)x + (y^2 - 2y - 3) \\ &= x^2 + (2y-2)x + (y+1)(y-3) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ccc} x & \nearrow & y+1 \rightarrow (y+1)x \\ x & \searrow & y-3 \rightarrow \frac{(y-3)x}{(2y-2)x} \end{array}$$

$$= (x+y+1)(x+y-3)$$

따라서 $a=1, b=1, c=1, d=-3$ 또는 $a=1, b=-3, c=1, d=1$ 이므로

$$a+b+c+d = 1+1+1+(-3) = 0$$

38 답 $(2x+y+1)(x+y-1)$

x 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned} 2x^2 + 3xy - x + y^2 - 1 \\ &= 2x^2 + (3y-1)x + (y^2 - 1) \\ &= 2x^2 + (3y-1)x + (y+1)(y-1) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ccc} 2x & \nearrow & y+1 \rightarrow (y+1)x \\ x & \searrow & y-1 \rightarrow \frac{2(y-1)x}{(3y-1)x} \end{array}$$

$$= (2x+y+1)(x+y-1)$$

03 인수분해 공식의 활용

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

114~116쪽

39 답 $-4\sqrt{2}$

$$x = \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \sqrt{2}-1$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \sqrt{2}+1$$

따라서 $x+y=2\sqrt{2}$, $x-y=-2$ 이므로

$$x^2-y^2=(x+y)(x-y)=2\sqrt{2} \times (-2) = -4\sqrt{2}$$

40 답 6

$$x^2-y^2+2x-2y=(x^2-y^2)+2(x-y)$$

$$=(x+y)(x-y)+2(x-y)$$

$$=(x-y)(x+y+2)$$

$$=1 \times (4+2)=6$$

41 답 $x+8$

주어진 나무 판자의 넓이는

$$(x+6)^2-2^2=(x+6+2)(x+6-2)$$

$$=(x+8)(x+4)$$

이때 주어진 나무 판자와 넓이가 같은 직사각형의 세로의 길이가 $x+4$ 이므로 가로의 길이는 $x+8$ 이다.

42 답 ①

$$x = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = 2-\sqrt{3}$$

$$y = \frac{1}{2-\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = 2+\sqrt{3}$$

따라서 $xy=1$, $x+y=4$, $x-y=-2\sqrt{3}$ 이므로

$$x^3y-xy^3=xy(x^2-y^2)$$

$$=xy(x+y)(x-y)$$

$$=1 \times 4 \times (-2\sqrt{3}) = -8\sqrt{3}$$

43 답 ①

$$2x^2-4xy-6y^2=2(x^2-2xy-3y^2)$$

$$=2(x+y)(x-3y)$$

$$=2 \times (7.25+2.75)(7.25-3 \times 2.75)$$

$$=2 \times 10 \times (-1) = -20$$

44 답 5

$x+3=A$ 로 놓으면

$$(x+3)^2-2(x+3)+1=A^2-2A+1 \quad \dots \textcircled{i}$$

$$=(A-1)^2 \quad \dots \textcircled{ii}$$

$$=(x+3-1)^2$$

$$=(x+2)^2 \quad \dots \textcircled{iii}$$

$$=(\sqrt{5}-2+2)^2$$

$$=(\sqrt{5})^2=5 \quad \dots \textcircled{iv}$$

채점 기준

(i) 공통부분을 한 문자로 놓기	30%
(ii) 인수분해하기	30%
(iii) 문자에 식을 대입하여 정리하기	20%
(iv) 식의 값 구하기	20%

45 답 $2\sqrt{2}$

$2 < 2\sqrt{2} < 3$ 에서 $5 < 3+2\sqrt{2} < 6$ 이므로 $3+2\sqrt{2}$ 의 소수 부분은

$$x=(3+2\sqrt{2})-5=2\sqrt{2}-2$$

$$\therefore \frac{x^3-x^2-4x+4}{x^2-3x+2} = \frac{x^2(x-1)-4(x-1)}{(x-1)(x-2)}$$

$$= \frac{(x-1)(x^2-4)}{(x-1)(x-2)}$$

$$= \frac{(x-1)(x+2)(x-2)}{(x-1)(x-2)}$$

$$= x+2$$

$$= (2\sqrt{2}-2)+2$$

$$= 2\sqrt{2}$$

46 답 $-24\sqrt{3}$

$$(3x+y)^2-(x+3y)^2$$

$$= \{(3x+y)+(x+3y)\} \{(3x+y)-(x+3y)\}$$

$$= (4x+4y)(2x-2y)$$

$$= 8(x+y)(x-y)$$

$$= 8 \times 3\sqrt{3} \times (-1) = -24\sqrt{3}$$

47 답 ②

$$x^3y+x^2y^2+xy^3=xy(x^2+xy+y^2)$$

$$=xy\{(x+y)^2-xy\}$$

$$=-2 \times \{3^2-(-2)\} = -22$$

48 답 -3

$$x^2+4xy-2x+4y^2-4y-3=(x^2+4xy+4y^2)-2x-4y-3$$

$$=(x+2y)^2-2(x+2y)-3$$

$$=2^2-2 \times 2-3=-3$$

다른 풀이

x 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$x^2+4xy-2x+4y^2-4y-3$$

$$=x^2+(4y-2)x+(4y^2-4y-3)$$

$$=x^2+(4y-2)x+(2y-3)(2y+1)$$

$$\begin{array}{l} x \quad \quad \quad \rightarrow 2y-3 \rightarrow (2y-3)x \\ x \quad \quad \quad \rightarrow 2y+1 \rightarrow \frac{(2y+1)x}{(4y-2)x} \end{array}$$

$$=(x+2y-3)(x+2y+1)$$

$$=(2-3)(2+1)=-3$$

49 답 ④

$$x^2-y^2-2x+1=(x^2-2x+1)-y^2$$

$$=(x-1)^2-y^2$$

$$=(x-1+y)(x-1-y)$$

$$=(x+y-1)(x-y-1)$$

$$\begin{aligned} &\text{즉, } (x+y-1)(x-y-1)=60 \text{이므로} \\ &(5-1)(x-y-1)=60 \\ &x-y-1=15 \quad \therefore x-y=16 \end{aligned}$$

50 답 24

$$\begin{aligned} &(a+2)(b+2)=4 \text{에서} \\ &ab+2a+2b+4=4, \quad -4+2(a+b)+4=4 \\ &\therefore a+b=2 \\ &\therefore a^3+b^3+a^2b+ab^2=a^2(a+b)+b^2(a+b) \\ &\quad = (a+b)(a^2+b^2) \\ &\quad = (a+b)\{(a+b)^2-2ab\} \\ &\quad = 2 \times \{2^2-2 \times (-4)\}=24 \end{aligned}$$

51 답 $2x+1$

$$\begin{aligned} &\text{도형 A의 넓이는} \\ &(3x+4)^2-(x+3)^2=(3x+4+x+3)(3x+4-x-3) \\ &\quad = (4x+7)(2x+1) \\ &\text{이때 두 도형 A, B의 넓이가 서로 같고, 도형 B의 가로의 길이가} \\ &4x+7 \text{이므로 도형 B의 세로의 길이는 } 2x+1 \text{이다.} \end{aligned}$$

52 답 $500\pi \text{ cm}^3$

$$\begin{aligned} &(\text{화장지의 부피}) \\ &= (\text{큰 원기둥의 부피}) - (\text{작은 원기둥의 부피}) \\ &= \pi \times 7.5^2 \times 10 - \pi \times 2.5^2 \times 10 \\ &= 10\pi(7.5^2 - 2.5^2) \\ &= 10\pi(7.5+2.5)(7.5-2.5) \\ &= 10\pi \times 10 \times 5 \\ &= 500\pi(\text{cm}^3) \end{aligned}$$

53 답 $4x+4y-2$

$$\begin{aligned} x^2+2xy+y^2-x-y-12 &= (x^2+2xy+y^2)-x-y-12 \\ &= \underbrace{(x+y)}_A^2 - \underbrace{(x+y)}_A - 12 \\ &= A^2 - A - 12 \\ &= (A+3)(A-4) \\ &= (x+y+3)(x+y-4) \end{aligned}$$

따라서 직사각형의 둘레의 길이는

$$2 \times \{(x+y+3)+(x+y-4)\} = 4x+4y-2$$

54 답 4

$$\begin{aligned} &\text{연못을 제외한 광장의 넓이가 } 56\pi \text{ m}^2 \text{이므로} \\ &\pi a^2 - \pi b^2 = 56\pi, \quad \pi(a^2 - b^2) = 56\pi \\ &\therefore (a+b)(a-b) = 56 \quad \cdots \textcircled{1} \\ &\text{광장과 연못의 둘레의 길이의 합이 } 28\pi \text{ m이므로} \\ &2\pi a + 2\pi b = 28\pi, \quad 2\pi(a+b) = 28\pi \\ &\therefore a+b = 14 \quad \cdots \textcircled{2} \\ &\text{따라서 } \textcircled{1} \text{에서 } 14(a-b) = 56 \text{이므로} \\ &a-b = 4 \quad \cdots \textcircled{3} \end{aligned}$$

채점 기준

(i) 연못을 제외한 광장의 넓이에 대한 식 나타내기	40%
(ii) 둘레의 길이의 합을 이용하여 $a+b$ 의 값 구하기	40%
(iii) $a-b$ 의 값 구하기	20%

55 답 4

산책로의 한가운데를 지나는 원의 반지름의 길이를 $r \text{ m}$ 라 하면
 $2\pi r = 24\pi$ 에서 $r = 12$

$$\begin{aligned} (\text{산책로의 넓이}) &= \pi \left(12 + \frac{a}{2}\right)^2 - \pi \left(12 - \frac{a}{2}\right)^2 \\ &= \pi \left\{ \left(12 + \frac{a}{2}\right)^2 - \left(12 - \frac{a}{2}\right)^2 \right\} \\ &= \pi \left(12 + \frac{a}{2} + 12 - \frac{a}{2}\right) \left(12 + \frac{a}{2} - 12 + \frac{a}{2}\right) \\ &= 24a\pi(\text{m}^2) \end{aligned}$$

따라서 $24a\pi = 96\pi$ 이므로 $a = 4$

56 답 $(-72, -84)$

$$\begin{aligned} &\text{출발한 지 12일 후의 토끼의 위치의 } x \text{좌표는} \\ &1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2 \\ &= (1+3)(1-3) + (5+7)(5-7) + (9+11)(9-11) \\ &= 4 \times (-2) + 12 \times (-2) + 20 \times (-2) \\ &= -2 \times (4+12+20) \\ &= -2 \times 36 = -72 \\ &\text{출발한 지 12일 후의 토끼의 위치의 } y \text{좌표는} \\ &2^2 - 4^2 + 6^2 - 8^2 + 10^2 - 12^2 \\ &= (2+4)(2-4) + (6+8)(6-8) + (10+12)(10-12) \\ &= 6 \times (-2) + 14 \times (-2) + 22 \times (-2) \\ &= -2 \times (6+14+22) \\ &= -2 \times 42 = -84 \\ &\text{따라서 출발한 지 12일 후의 토끼의 위치를 좌표로 나타내면} \\ &(-72, -84) \text{이다.} \end{aligned}$$

핵심 유형 최종 점검하기

117~119쪽

57 답 $(a+b)(x+2)(x-6)$

$$\begin{aligned} (a+b)(x^2-12)-4(a+b)x &= (a+b)(x^2-4x-12) \\ &= (a+b)(x+2)(x-6) \end{aligned}$$

58 답 ④

$$\begin{aligned} x-3 &= A \text{로 놓으면} \\ (x-3)^2-4(x-3)-32 &= A^2-4A-32 \\ &= (A+4)(A-8) \\ &= (x-3+4)(x-3-8) \\ &= (x+1)(x-11) \end{aligned}$$

따라서 주어진 식의 인수인 것은 ④이다.

59 답 5개

$x+y=A$ 로 놓으면

$$\begin{aligned}(x+y)^2+2(x+y)-35 &= A^2+2A-35 \\ &= (A-5)(A+7) \\ &= (x+y-5)(x+y+7) \quad \dots (i)\end{aligned}$$

자연수 x, y 에 대하여 주어진 식의 값이 소수가 되려면

$x+y-5=1$ 이고 $x+y+7$ 은 소수이어야 한다. $\dots (ii)$

$x+y=6$ 이면 $x+y+7=13$ 은 소수이므로 $x+y=6$ 을 만족시키는

자연수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 는

$(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)$ 의 5개이다. $\dots (iii)$

채점 기준

(i) 주어진 식을 인수분해하기	40%
(ii) 주어진 식의 값이 소수가 되기 위한 조건 구하기	40%
(iii) 순서쌍 (x, y) 의 개수 구하기	20%

60 답 $x+y-3$

$x+y=X$ 로 놓으면

$$\begin{aligned}(x+y)(x+y-4)+3 &= X(X-4)+3 \\ &= X^2-4X+3 \\ &= (X-3)(X-1) \\ &= (x+y-3)(x+y-1)\end{aligned}$$

따라서 다항식 A 는 $x+y-3$ 이다.

61 답 8

$x^2-2x=X$ 로 놓으면

$$\begin{aligned}A &= (x^2-2x)^2+3x^2-6x+a \\ &= (x^2-2x)^2+3(x^2-2x)+a \\ &= X^2+3X+a\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B &= (x^2-2x)(x^2-2x+1)+b \\ &= X(X+1)+b \\ &= X^2+X+b\end{aligned}$$

이때 두 다항식 A, B 는 $X-1$ 을 인수로 가져야 한다.

$A=X^2+3X+a=(X-1)(X+m)$ (m 은 상수)으로 놓으면

$$X^2+3X+a=X^2+(-1+m)X-m$$

즉, $-1+m=3, -m=a$ 이므로 $m=4, a=-4$

$B=X^2+X+b=(X-1)(X+n)$ (n 은 상수)으로 놓으면

$$X^2+X+b=X^2+(-1+n)X-n$$

즉, $-1+n=1, -n=b$ 이므로 $n=2, b=-2$

$$\therefore ab=-4 \times (-2)=8$$

62 답 $(2x+7)(3x-2)$

$x+1=A, x-4=B$ 로 놓으면

$$\begin{aligned}6(x+1)^2+(x+1)(x-4)-(x-4)^2 \\ &= 6A^2+AB-B^2 \\ &= (3A-B)(2A+B) \\ &= \{3(x+1)-(x-4)\}\{2(x+1)+(x-4)\} \\ &= (2x+7)(3x-2)\end{aligned}$$

63 답 4

$$\begin{aligned}(x^2-3x-4)(x^2+x-6)-144 \\ &= (x+1)(x-4)(x-2)(x+3)-144 \\ &= \{(x+1)(x-2)\}\{(x+3)(x-4)\}-144 \\ &= \underbrace{(x^2-x-2)}_A \underbrace{(x^2-x-12)}_A -144 \\ &= (A-2)(A-12)-144 \\ &= A^2-14A-120 \\ &= (A-20)(A+6) \\ &= (x^2-x-20)(x^2-x+6) \\ &= (x+4)(x-5)(x^2-x+6)\end{aligned}$$

따라서 $a=4, b=-5, c=-1, d=6$ 이므로

$$a+b+c+d=4+(-5)+(-1)+6=4$$

64 답 ④

$$\begin{aligned}(x+1)(x+2)(x+3)(x+6)-15x^2 \\ &= \{(x+1)(x+6)\}\{(x+2)(x+3)\}-15x^2 \\ &= (x^2+7x+6)(x^2+5x+6)-15x^2 \\ &= \underbrace{(x^2+6+7x)}_A \underbrace{(x^2+6+5x)}_A -15x^2 \\ &= (A+7x)(A+5x)-15x^2 \\ &= A^2+12Ax+20x^2 \\ &= (A+2x)(A+10x) \\ &= (x^2+2x+6)(x^2+10x+6)\end{aligned}$$

65 답 ③

$$\begin{aligned}x^3+3x^2-4x-12 &= x^2(x+3)-4(x+3) \\ &= (x+3)(x^2-4) \\ &= (x+3)(x+2)(x-2)\end{aligned}$$

따라서 세 일차식의 합은

$$(x+3)+(x+2)+(x-2)=3x+3$$

66 답 -16

$$xy+5x-y=8 \text{에서 } x(y+5)-(y+5)=8-5$$

$$\therefore (x-1)(y+5)=3$$

x, y 가 정수이므로 $x-1, y+5$ 도 정수이다.

$x-1$	1	3	-1	-3
$y+5$	3	1	-3	-1

 $\Rightarrow$

x	2	4	0	-2
y	-2	-4	-8	-6

따라서 xy 의 값은 $-4, -16, 0, 12$ 이므로 가장 작은 값은 -16 이다.

만렙 비법 두 다항식의 곱이 정수가 되도록 양변에서 같은 수를 뺀다.

67 답 ⑤

$$\begin{aligned}1-x^2+4xy-4y^2 &= 1-(x^2-4xy+4y^2) \\ &= 1-(x-2y)^2 \\ &= (1+x-2y)(1-x+2y)\end{aligned}$$

68 **답** $(x+y-5)(x-y+3)$

$$\begin{aligned}(x-1)^2 - y^2 + 8y - 16 &= (x-1)^2 - (y^2 - 8y + 16) \\ &= (x-1)^2 - (y-4)^2 \\ \text{이때 } x-1 &= A, y-4 = B \text{로 놓으면} \\ (x-1)^2 - y^2 + 8y - 16 &= (x-1)^2 - (y-4)^2 \\ &= A^2 - B^2 \\ &= (A+B)(A-B) \\ &= \{(x-1) + (y-4)\} \{(x-1) - (y-4)\} \\ &= (x+y-5)(x-y+3)\end{aligned}$$

69 **답** ③

x, y 중 차수가 낮은 y 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned}x^2 - xy - 3x + 2y + 2 &= y(-x+2) + (x^2 - 3x + 2) \\ &= -y(x-2) + (x-1)(x-2) \\ &= (x-2)(x-y-1)\end{aligned}$$

따라서 $a = -2, b = -1$ 이므로

$$a^2 + b^2 = (-2)^2 + (-1)^2 = 5$$

70 **답** ①, ④

a 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned}3a^2 - 2b^2 - 5ab + a + 5b - 2 \\ &= 3a^2 + (-5b+1)a - (2b^2 - 5b + 2) \\ &= 3a^2 + (-5b+1)a - (2b-1)(b-2) \\ &\quad \begin{array}{l} a \quad \quad \quad \rightarrow -(2b-1) \rightarrow -3(2b-1)a \\ 3a \quad \quad \quad \rightarrow b-2 \rightarrow \frac{(b-2)a}{(-5b+1)a} \end{array} + \end{aligned}$$

$$= \{a - (2b-1)\} \{3a + (b-2)\}$$

$$= (a-2b+1)(3a+b-2)$$

따라서 주어진 식의 인수 ①, ④이다.

71 **답** ④

$x+y=A$ 로 놓으면

$$\begin{aligned}(x+y)^2 - 6(x+y) + 8 &= A^2 - 6A + 8 \\ &= (A-2)(A-4) \\ &= (x+y-2)(x+y-4) \\ &= (\sqrt{2}+3-2)(\sqrt{2}+3-4) \\ &= (\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1) = 1\end{aligned}$$

72 **답** $44\sqrt{6}$

$$\begin{aligned}x &= \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})} \\ &= \frac{2+2\sqrt{6}+3}{-1} = -5-2\sqrt{6} \\ y &= \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})} \\ &= \frac{2-2\sqrt{6}+3}{-1} = -5+2\sqrt{6}\end{aligned}$$

따라서 $x+y=-10, x-y=-4\sqrt{6}$ 이므로

$$\begin{aligned}x(x-1) - y(y-1) &= x^2 - x - y^2 + y \\ &= (x^2 - y^2) - (x-y) \\ &= (x+y)(x-y) - (x-y) \\ &= (x-y)(x+y-1) \\ &= (-4\sqrt{6}) \times (-10-1) \\ &= 44\sqrt{6}\end{aligned}$$

73 **답** $7+4\sqrt{3}$

$1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로 $\sqrt{3}$ 의 소수 부분은 $x = \sqrt{3} - 1$... (i)

$x+5=A$ 로 놓으면

$$\begin{aligned}(x+5)^2 - 4(x+5) + 4 &= A^2 - 4A + 4 \\ &= (A-2)^2 \\ &= (x+5-2)^2 \\ &= (x+3)^2 \quad \dots \text{(ii)} \\ &= (\sqrt{3}-1+3)^2 \\ &= (\sqrt{3}+2)^2 \\ &= 3 + 4\sqrt{3} + 4 \\ &= 7 + 4\sqrt{3} \quad \dots \text{(iii)}\end{aligned}$$

재점 기준

(i) x 의 값 구하기	30 %
(ii) 주어진 식을 인수분해하기	50 %
(iii) 식의 값 구하기	20 %

74 **답** 42

정사각형 ABCD의 넓이가 5이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$ 이다.

따라서 $a=4-\sqrt{5}, b=4+\sqrt{5}$ 이므로 $a+b=8$

주어진 식을 a 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned}a^2 + b^2 + 2ab - 3a - 3b + 2 \\ &= a^2 + (2b-3)a + (b^2 - 3b + 2) \\ &= a^2 + (2b-3)a + (b-1)(b-2) \\ &\quad \begin{array}{l} a \quad \quad \quad \rightarrow b-1 \rightarrow (b-1)a \\ a \quad \quad \quad \rightarrow b-2 \rightarrow \frac{(b-2)a}{(2b-3)a} \end{array} + \\ &= (a+b-1)(a+b-2) \\ &= (8-1)(8-2) \\ &= 42\end{aligned}$$

75 **답** 51

$$\begin{aligned}(x-y)^2 &= (x+y)^2 - 4xy \\ &= 3^2 - 4 \times (-2) = 17 \\ \therefore x^2(x-y) - y^2(x-y) &= (x-y)(x^2 - y^2) \\ &= (x-y)(x+y)(x-y) \\ &= (x-y)^2(x+y) \\ &= 17 \times 3 \\ &= 51\end{aligned}$$

76 **답** 49

$a-b=5$, $c-a=3$ 이므로

$$(a-b)+(c-a)=8 \quad \therefore b-c=-8$$

$$\therefore a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$$

$$=\frac{1}{2} \times 2(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$$

$$=\frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca)$$

$$=\frac{1}{2}\{(a^2-2ab+b^2)+(b^2-2bc+c^2)+(c^2-2ca+a^2)\}$$

$$=\frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}$$

$$=\frac{1}{2} \times \{5^2+(-8)^2+3^2\}=\frac{1}{2} \times (25+64+9)$$

$$=\frac{1}{2} \times 98=49$$

77 **답** ab

$\overline{AC}+\overline{CD}=a+b$ 이고, 점 B는 $\overline{AD}$ 의 중점이므로 $\overline{AB}=\frac{a+b}{2}$

$$\therefore \overline{BC}=\overline{AC}-\overline{AB}=a-\frac{a+b}{2}=\frac{a-b}{2}$$

따라서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{BC}$ 를 각각 한 변으로 하는 두 정사각형의 넓이의 차는

$$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2=\left(\frac{a+b}{2}+\frac{a-b}{2}\right)\left(\frac{a+b}{2}-\frac{a-b}{2}\right)$$

$$=\frac{2a}{2} \times \frac{2b}{2}=ab$$

78 **답** 3cm

$\overline{AD}$ 를 지름으로 하는 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$2\pi r=8\pi \quad \therefore r=4$$

$$\therefore \overline{AD}=2r=2 \times 4=8(\text{cm})$$

이때 색칠한 부분의 넓이는 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 원의 넓이에서

$\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 원의 넓이를 뺀 것과 같다.

$\overline{CD}=a$ cm라 하면 $\overline{BD}=\overline{CD}$ 이므로 색칠한 부분의 넓이는

$$\pi\left(\frac{8+a}{2}\right)^2-\pi\left(\frac{8-a}{2}\right)^2=\pi\left(\frac{8+a}{2}+\frac{8-a}{2}\right)\left(\frac{8+a}{2}-\frac{8-a}{2}\right)$$

$$=\pi \times \frac{16}{2} \times \frac{2a}{2}$$

$$=\pi \times 8 \times a$$

$$=8a\pi(\text{cm}^2)$$

즉, $8a\pi=24\pi$ 이므로 $a=3$

따라서 $\overline{CD}$ 의 길이는 3cm이다.





이차방정식의 뜻과 풀이

- 01 ①, ④ 02 ⑤ 03 -25 04 ② 05 3개
 06 ③, ⑥, ⑦ 07 ② 08 $a \neq 1$ 09 ④
 10 51 11 $x=4$ 12 -2 13 -7 14 6
 15 2 16 ③, ⑤ 17 ④ 18 ③ 19 2
 20 ② 21 ③ 22 $x=4$ 23 ②, ④ 24 -6
 25 $x=1$ 26 $\frac{7}{4}$ 27 $\frac{11}{5}$ 28 ② 29 ②
 30 ④ 31 ④ 32 -4 33 ③ 34 25
 35 $x=-3$ 또는 $x=1$ 36 2 37 $\frac{1}{2}$
 38 6, $x=-3$ 39 $\frac{3}{2}$ 40 ④ 41 -24
 42 $\neg$, $\square$ 43 $\frac{1}{12}$ 44 ④ 45 ①, ④ 46 -9
 47 68 48 ④ 49 $x=-2$ 또는 $x=8$ 50 ⑤
 51 $x=1$ 52 -3 53 5 54 $\frac{5}{4}$ 55 ④
 56 $x=-1$ 57 $-\frac{8}{3}$ 58 ④ 59 4 60 3
 61 16 62 ⑤ 63 $A=16, B=4, C=10$
 64 $x=\frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$ 65 -6
 66 (1) $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=4$ (2) $x=-1$ 또는 $x=\frac{4}{3}$
 67 $x=\frac{5}{2}$ 또는 $x=\frac{7}{3}$ 68 ④ 69 -19 70 ④
 71 9 72 2 73 15 74 ⑤ 75 ②
 76 -26 77 ⑤ 78 (바), (나), (기), (라), (마), (다)
 79 -9 80 27 81 2 82 -35
 83 $x=\frac{-3 \pm \sqrt{21}}{6}$ 84 ④ 85 $x=4$ 또는 $x=6$
 86 ① 87 20 88 ③
 89 $x=-1$ 또는 $x=-\frac{2}{3}$ 90 4
 91 $x=-5$ 또는 $x=6$ 92 ④ 93 $x=3, y=2$
 94 $-2\sqrt{2}$ 95 ② 96 5 97 -12 98 7
 99 ⑤ 100 $\frac{3}{4}$ 101 $-\frac{5}{2}$ 102 ①, ④
 103 $x=-5$ 또는 $x=-1$ 104 ③ 105 ②
 106 $x=4$ 또는 $x=6$ 107 ①, ⑤ 108 ② 109 $\frac{26}{3}$
 110 5 111 ② 112 -30 113 $k < 1$ 114 27
 115 ② 116 ③ 117 $-\sqrt{17}$ 118 3, 8, 11, 12
 119 $x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=6$ 120 58 121 $x=\frac{1}{2}, y=\frac{9}{2}$

01 이차방정식과 그 해

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

122~124쪽

01 답 ①, ④

- ① $(x+2)(x-2)=4$ 에서 $x^2-4=4$
 $x^2-8=0 \Rightarrow$ 이차방정식
 ② $x^2+3x+5 \Rightarrow$ 등식이 아니므로 이차방정식이 아니다.
 ③ $2x^2+3=2(x+1)^2$ 에서 $2x^2+3=2x^2+4x+2$
 $-4x+1=0 \Rightarrow$ 일차방정식
 ④ $4x^2+x=3x^2-2x+1$ 에서 $x^2+3x-1=0 \Rightarrow$ 이차방정식
 ⑤ $x^2-\frac{1}{x}=x^2-4$ 에서 $-\frac{1}{x}+4=0$
 $\Rightarrow$ 분모에 미지수가 있으므로 이차방정식이 아니다.
 따라서 x 에 대한 이차방정식은 ①, ④이다.

02 답 ⑤

- 각 방정식에 $x=-1$ 을 대입하여 등식이 성립하지 않는 것을 찾는다.
 ① $(-1)^2+2 \times (-1)+1=0$
 ② $3 \times (-1+1) \times (-1-4)=0$
 ③ $(-1)^2+10 \times (-1)+9=0$
 ④ $4 \times (-1)^2-4=0$
 ⑤ $-(-1-1) \times (-1-3)=-8 \neq 0$
 따라서 $x=-1$ 을 근으로 갖는 이차방정식이 아닌 것은 ⑤이다.

03 답 -25

- $2x^2-5x+a-8=0$ 에 $x=-3$ 을 대입하면
 $2 \times (-3)^2-5 \times (-3)+a-8=0$
 $18+15+a-8=0 \quad \therefore a=-25$

04 답 ②

- $x^2-4x+2=0$ 에 $x=a$ 를 대입하면
 $a^2-4a+2=0 \quad \therefore a^2-4a=-2$
 $\therefore a^2-4a+6=-2+6=4$

05 답 3개

- ㄱ. $-2x+3=2x^2$ 에서 $2x^2+2x-3=0 \Rightarrow$ 이차방정식
 ㄴ. $(x-1)(x+2) \Rightarrow$ 등식이 아니므로 이차방정식이 아니다.
 ㄷ. $(x+1)^2=-x^2+2$ 에서 $x^2+2x+1=-x^2+2$
 $2x^2+2x-1=0 \Rightarrow$ 이차방정식
 ㄹ. $2x(x+1)=5+2x^2$ 에서 $2x^2+2x=5+2x^2$
 $2x-5=0 \Rightarrow$ 일차방정식
 ㅁ. $\frac{1}{x^2}+\frac{2}{x}+4=0 \Rightarrow$ 분모에 미지수가 있으므로 이차방정식이 아니다.
 ㅂ. $x^2(x+1)=x^3-x+5$ 에서 $x^3+x^2=x^3-x+5$
 $x^2+x-5=0 \Rightarrow$ 이차방정식
 따라서 x 에 대한 이차방정식은 ㄱ, ㄷ, ㅂ의 3개이다.

06 답 ③, ⑥, ⑦

- ① $x^2=3x$ 에서 $x^2-3x=0 \Rightarrow$ 이차방정식
 ② $(x+1)(x-2)=0$ 에서 $x^2-x-2=0 \Rightarrow$ 이차방정식
 ③ $(3x-2)(x+3)=3x^2+1$ 에서 $3x^2+7x-6=3x^2+1$
 $7x-7=0 \Rightarrow$ 일차방정식
 ④ $x^3+x^2-2=x^3-5x$ 에서 $x^2+5x-2=0 \Rightarrow$ 이차방정식
 ⑤ $2x^2+x-3=(x-3)(x+2)$ 에서 $2x^2+x-3=x^2-x-6$
 $x^2+2x+3=0 \Rightarrow$ 이차방정식
 ⑥ $x+2y-1=0 \Rightarrow$ 미지수가 2개인 일차방정식
 ⑦ $5-\frac{1}{2x}=0 \Rightarrow$ 분모에 미지수가 있으므로 이차방정식이 아니다.
 따라서 x 에 대한 이차방정식이 아닌 것은 ③, ⑥, ⑦이다.

07 답 ②

주어진 식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면
 $(a+3)x^2+4x=0$
 이때 이차항의 계수가 0이 아니어야 하므로
 $a+3 \neq 0 \quad \therefore a \neq -3$
 따라서 상수 a 의 값이 될 수 없는 것은 -3이다.

08 답 $a \neq 1$

$(ax+4)(4x-3)=x^2+3x(x-1)$ 에서
 $4ax^2-3ax+16x-12=x^2+3x^2-3x$
 $\therefore (4a-4)x^2+(-3a+19)x-12=0$
 이때 이차항의 계수가 0이 아니어야 하므로
 $4a-4 \neq 0 \quad \therefore a \neq 1$

09 답 ④

각 방정식에 주어진 수를 대입하여 등식이 성립하는 것을 찾는다.
 ① $x=0$ 을 대입하면 $2 \times 0^2-0-15=-15 \neq 0$
 ② $x=2$ 를 대입하면 $(2-3) \times (2+2)=-4 \neq 0$
 ③ $x=-1$ 을 대입하면 $3 \times (-1)^2+(-1)=2 \neq 0$
 ④ $x=\sqrt{2}$ 를 대입하면 $(\sqrt{2})^2+\sqrt{2} \times \sqrt{2}-4=0$
 ⑤ $x=\frac{1}{2}$ 을 대입하면 $6 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}-1=1 \neq 0$
 따라서 [] 안의 수가 주어진 이차방정식의 해인 것은 ④이다.

10 답 51

각 방정식에 x 의 값을 대입하여 등식이 성립하는 것을 찾는다.
 (1) $x=0$ 일 때, $0^2-0=0$
 $x=1$ 일 때, $1^2-1=0$
 $x=2$ 일 때, $2^2-2=2 \neq 0$
 따라서 주어진 이차방정식의 해인 것은 0, 1이다.
 (2) $x=-2$ 일 때, $3 \times (-2)^2-12=0$
 $x=-1$ 일 때, $3 \times (-1)^2-12=-9 \neq 0$
 $x=0$ 일 때, $3 \times 0^2-12=-12 \neq 0$
 $x=1$ 일 때, $3 \times 1^2-12=-9 \neq 0$
 $x=2$ 일 때, $3 \times 2^2-12=0$
 따라서 주어진 이차방정식의 해인 것은 -2, 2이다.

- (3) $x=-3$ 일 때, $-3 \times (-3+6)=-9$
 $x=3$ 일 때, $3 \times (3+6)=27 \neq -9$
 따라서 주어진 이차방정식의 해인 것은 -3이다.
 (4) $x=-1$ 일 때, $(-1)^2-4 \times (-1)=5 \neq -3$
 $x=0$ 일 때, $0^2-4 \times 0=0 \neq -3$
 $x=1$ 일 때, $1^2-4 \times 1=-3$
 $x=2$ 일 때, $2^2-4 \times 2=-4 \neq -3$
 $x=3$ 일 때, $3^2-4 \times 3=-3$
 따라서 주어진 이차방정식의 해인 것은 1, 3이다.
 (5) $x=1$ 일 때, $1^2-5 \times 1+4=0$
 $x=3$ 일 때, $3^2-5 \times 3+4=-2 \neq 0$
 $x=4$ 일 때, $4^2-5 \times 4+4=0$
 따라서 주어진 이차방정식의 해인 것은 1, 4이다.

따라서 주어진 이차방정식의 해를 찾아
 빗금 치면 오른쪽 그림과 같으므로 나타
 나는 수는 51이다.

	0	1	2	
-2	-1	0	1	2
-3			3	
-1	0	1	2	3
	1		3	4

11 답 $x=4$

$5x-3 \leq 4x+1$ 에서 $x \leq 4$
 x 의 값이 1, 2, 3, 4이므로 이를 이차방정식 $x^2-3x-4=0$ 에 대입
 하여 등식이 성립하는 것을 찾는다.
 $x=1$ 일 때, $1^2-3 \times 1-4=-6 \neq 0$
 $x=2$ 일 때, $2^2-3 \times 2-4=-6 \neq 0$
 $x=3$ 일 때, $3^2-3 \times 3-4=-4 \neq 0$
 $x=4$ 일 때, $4^2-3 \times 4-4=0$
 따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=4$ 이다.

12 답 -2

$3x^2-2x+4a+3=0$ 에 $x=-1$ 을 대입하면
 $3 \times (-1)^2-2 \times (-1)+4a+3=0$
 $3+2+4a+3=0, 4a+8=0 \quad \therefore a=-2$

13 답 -7

$(a+2)x^2-ax+2a=0$ 에 $x=1$ 을 대입하면
 $a+2-a+2a=0, 2a+2=0 \quad \therefore a=-1$
 $x^2+x+b=0$ 에 $x=-3$ 을 대입하면
 $(-3)^2+(-3)+b=0, 9-3+b=0 \quad \therefore b=-6$
 $\therefore a+b=-1+(-6)=-7$

14 답 6

$x^2-ax-b=0$ 에 $x=3$ 을 대입하면
 $3^2-a \times 3-b=0, 3a+b=9 \quad \cdots \textcircled{㉠} \quad \cdots \textcircled{(i)}$
 $9x^2+bx-a=0$ 에 $x=\frac{1}{3}$ 을 대입하면
 $9 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2+b \times \frac{1}{3}-a=0, -3a+b=-3 \quad \cdots \textcircled{㉡} \quad \cdots \textcircled{(ii)}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면 $a=2, b=3 \quad \cdots \textcircled{(iii)}$
 $\therefore ab=2 \times 3=6 \quad \cdots \textcircled{(iv)}$

(i) $x^2 - ax - b = 0$ 에 $x=3$ 을 대입하기	30%
(ii) $9x^2 + bx - a = 0$ 에 $x = \frac{1}{3}$ 을 대입하기	30%
(iii) a, b 의 값 구하기	30%
(iv) ab 의 값 구하기	10%

15 답 2

$x^2 + (a-5)x - (3a-1) = 0$ 에 $x=4$ 를 대입하면
 $4^2 + 4(a-5) - (3a-1) = 0, a-3=0 \quad \therefore a=3$
 $kx^2 - 5x - 3 = 0$ 에 $x=3$ 을 대입하면
 $9k - 15 - 3 = 0, 9k = 18 \quad \therefore k=2$

16 답 ③, ⑤

① $x^2 - 2x - 1 = 0$ 에 $x=a$ 를 대입하면 $a^2 - 2a - 1 = 0$
 ② $a^2 - 2a - 1 = 0$ 에서 $a^2 - 2a = 1$ 이므로
 $2a^2 - 4a = 2(a^2 - 2a) = 2 \times 1 = 2$
 ③ $5 - a^2 + 2a = 5 - (a^2 - 2a) = 5 - 1 = 4$
 ④ $a^2 - 2a - 1 = 0$ 에서 $a=0$ 이면 등식이 성립하지 않으므로 $a \neq 0$
 등식의 양변을 a 로 나누면
 $a - 2 - \frac{1}{a} = 0 \quad \therefore a - \frac{1}{a} = 2$
 ⑤ $a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2 = 2^2 + 2 = 6$
 따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.

17 답 ④

$x^2 - 5x + 5 = 0$ 에 $x=m$ 을 대입하면
 $m^2 - 5m + 5 = 0 \quad \therefore m^2 - 5m = -5$
 $x^2 - 2x - 4 = 0$ 에 $x=n$ 을 대입하면
 $n^2 - 2n - 4 = 0 \quad \therefore n^2 - 2n = 4$
 $\therefore m^2 - 5m + 3n^2 - 6n = m^2 - 5m + 3(n^2 - 2n)$
 $= -5 + 3 \times 4 = 7$

18 답 ③

$x^2 - 3x + 1 = 0$ 에 $x=a$ 를 대입하면
 $a^2 - 3a + 1 = 0 \quad \cdots \textcircled{1}$
 이때 $a=0$ 이면 등식이 성립하지 않으므로 $a \neq 0$
 ①의 양변을 a 로 나누면
 $a - 3 + \frac{1}{a} = 0 \quad \therefore a + \frac{1}{a} = 3$
 $\therefore a^2 + a + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a} = \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) + \left(a + \frac{1}{a}\right)$
 $= \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 + \left(a + \frac{1}{a}\right)$
 $= 3^2 - 2 + 3 = 10$

19 답 2

$x^2 + x - 1 = 0$ 에 $x=a$ 를 대입하면
 $a^2 + a - 1 = 0$
 $\therefore a^5 + a^4 - a^3 + a^2 + a + 1 = a^3(a^2 + a - 1) + (a^2 + a - 1) + 2 = 2$

02 이차방정식의 풀이(1)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

125~131쪽

20 답 ②

$(3x+2)(2x-1)=0$ 에서 $3x+2=0$ 또는 $2x-1=0$
 $\therefore x = -\frac{2}{3}$ 또는 $x = \frac{1}{2}$

21 답 ③

$x^2 + 2x - 15 = 0$ 에서 $(x+5)(x-3)=0$
 $\therefore x = -5$ 또는 $x = 3$

22 답 $x=4$

$x^2 - 2ax + a + 5 = 0$ 에 $x=2$ 를 대입하면
 $2^2 - 2a \times 2 + a + 5 = 0, 9 - 3a = 0 \quad \therefore a = 3$
 즉, 주어진 이차방정식은 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 이므로
 $(x-2)(x-4) = 0 \quad \therefore x = 2$ 또는 $x = 4$
 따라서 다른 한 근은 $x=4$ 이다.

23 답 ②, ④

① $x^2 - 6x = 16$ 에서 $x^2 - 6x - 16 = 0$
 $(x+2)(x-8) = 0 \quad \therefore x = -2$ 또는 $x = 8$
 ② $2x^2 - 8x + 8 = 0$ 에서 $x^2 - 4x + 4 = 0$
 $(x-2)^2 = 0 \quad \therefore x = 2$
 ③ $x^2 - 64 = 0$ 에서 $(x+8)(x-8) = 0$
 $\therefore x = -8$ 또는 $x = 8$
 ④ $(x+2)(x-4) = -9$ 에서 $x^2 - 2x - 8 = -9$
 $x^2 - 2x + 1 = 0, (x-1)^2 = 0 \quad \therefore x = 1$
 ⑤ $x^2 - 3x = -5x + 15$ 에서 $x^2 + 2x - 15 = 0$
 $(x+5)(x-3) = 0 \quad \therefore x = -5$ 또는 $x = 3$
 따라서 중근을 갖는 이차방정식은 ②, ④이다.

24 답 -6

$x^2 + 8x + 10 - a = 0$ 이 중근을 가지므로
 $10 - a = \left(\frac{8}{2}\right)^2 = 16 \quad \therefore a = -6$

25 답 $x=1$

$x^2 + 4x - 5 = 0$ 에서 $(x+5)(x-1) = 0$
 $\therefore x = -5$ 또는 $x = 1$
 $2x^2 - 5x + 3 = 0$ 에서 $(x-1)(2x-3) = 0$
 $\therefore x = 1$ 또는 $x = \frac{3}{2}$
 따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=1$ 이다.

26 답 $\frac{7}{4}$

$2x^2 - 9x - 5 = 0$ 에서 $(2x+1)(x-5) = 0$
 $\therefore x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 5$

이때 두 근 중 작은 근은 $x = -\frac{1}{2}$ 이므로

$x^2 + 4x + k = 0$ 에 $x = -\frac{1}{2}$ 을 대입하면

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + k = 0, \quad \frac{1}{4} - 2 + k = 0$$

$$\therefore k = \frac{7}{4}$$

27 답 11

$(5x-1)(x-2)=0$ 에서 $5x-1=0$ 또는 $x-2=0$

$$\therefore x = \frac{1}{5} \text{ 또는 } x = 2$$

따라서 두 근의 합은

$$\frac{1}{5} + 2 = \frac{11}{5}$$

28 답 2

① $x(x+3)=0$ 에서 $x=0$ 또는 $x+3=0$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=-3$$

② $(2x+1)(x-3)=0$ 에서 $2x+1=0$ 또는 $x-3=0$

$$\therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=3$$

③ $x(2x-1)=0$ 에서 $x=0$ 또는 $2x-1=0$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=\frac{1}{2}$$

④ $(x+3)(2x-1)=0$ 에서 $x+3=0$ 또는 $2x-1=0$

$$\therefore x=-3 \text{ 또는 } x=\frac{1}{2}$$

⑤ $(x+4)(3x-2)=0$ 에서 $x+4=0$ 또는 $3x-2=0$

$$\therefore x=-4 \text{ 또는 } x=\frac{2}{3}$$

따라서 이차방정식의 해가 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$ 인 것은 ②이다.

29 답 2

① $(1+2x)(1-3x)=0$ 에서 $1+2x=0$ 또는 $1-3x=0$

$$\therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = \frac{1}{3}$$

② $(1+3x)(x-2)=0$ 에서 $1+3x=0$ 또는 $x-2=0$

$$\therefore x = -\frac{1}{3} \text{ 또는 } x=2$$

③ $\left(\frac{1}{2}+x\right)\left(2x-\frac{2}{3}\right)=0$ 에서 $\frac{1}{2}+x=0$ 또는 $2x-\frac{2}{3}=0$

$$\therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = \frac{1}{3}$$

④ $(2x+1)(3x-1)=0$ 에서 $2x+1=0$ 또는 $3x-1=0$

$$\therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = \frac{1}{3}$$

⑤ $\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)=0$ 에서 $x+\frac{1}{2}=0$ 또는 $x-\frac{1}{3}=0$

$$\therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = \frac{1}{3}$$

따라서 이차방정식의 해가 나머지 넷과 다른 하나는 ②이다.

30 답 4

① $2x(x-3)=0$ 에서 $2x=0$ 또는 $x-3=0$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=3$$

$$\therefore (\text{두 근의 차}) = 3-0=3$$

② $(x+1)(x-3)=0$ 에서 $x+1=0$ 또는 $x-3=0$

$$\therefore x=-1 \text{ 또는 } x=3$$

$$\therefore (\text{두 근의 차}) = 3-(-1)=4$$

③ $3x(x-2)=0$ 에서 $3x=0$ 또는 $x-2=0$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=2$$

$$\therefore (\text{두 근의 차}) = 2-0=2$$

④ $(x-1)(x+4)=0$ 에서 $x-1=0$ 또는 $x+4=0$

$$\therefore x=1 \text{ 또는 } x=-4$$

$$\therefore (\text{두 근의 차}) = 1-(-4)=5$$

⑤ $(x+3)(x+2)=0$ 에서 $x+3=0$ 또는 $x+2=0$

$$\therefore x=-3 \text{ 또는 } x=-2$$

$$\therefore (\text{두 근의 차}) = -2-(-3)=1$$

따라서 이차방정식의 두 근의 차이가 5인 것은 ④이다.

31 답 4

$2x^2+13x-24=0$ 에서 $(x+8)(2x-3)=0$

$$\therefore x = -8 \text{ 또는 } x = \frac{3}{2}$$

따라서 두 근의 차는

$$\frac{3}{2} - (-8) = \frac{19}{2}$$

32 답 -4

$(x-2)(x-3)=2x^2$ 에서

$$x^2-5x+6=2x^2, \quad x^2+5x-6=0$$

$$(x+6)(x-1)=0 \quad \therefore x=-6 \text{ 또는 } x=1$$

이때 $a > b$ 이므로 $a=1, b=-6$

$$\therefore 2a+b=2 \times 1 + (-6) = -4$$

33 답 3

$6x^2-5x-56=0$ 에서 $(3x+8)(2x-7)=0$

$$\therefore x = -\frac{8}{3} \text{ 또는 } x = \frac{7}{2}$$

따라서 두 근 사이에 있는 정수는 $-2, -1, 0, 1, 2, 3$ 이므로
구하는 합은

$$-2 + (-1) + 0 + 1 + 2 + 3 = 3$$

34 답 25

$(x+2)(x+5)=-x(x+2)$ 에서

$$x^2+7x+10=-x^2-2x, \quad 2x^2+9x+10=0$$

$$(2x+5)(x+2)=0 \quad \therefore x = -\frac{5}{2} \text{ 또는 } x = -2$$

이때 두 근 중 큰 근이 $x = -2$ 이므로 $a = -2$

$$\therefore (2a-1)^2 = \{2 \times (-2) - 1\}^2 = (-5)^2 = 25$$

35 ④ $x=-3$ 또는 $x=1$

$$\begin{aligned}(x+1)(x-2) &= -2x+4 \text{에서} \\ x^2-x-2 &= -2x+4, x^2+x-6=0 \\ (x+3)(x-2) &= 0 \quad \therefore x=-3 \text{ 또는 } x=2 \quad \dots (i) \\ \text{이때 } a > b &\text{이므로 } a=2, b=-3 \quad \dots (ii) \\ \text{따라서 이차방정식 } x^2+ax+b=0 &\text{은 } x^2+2x-3=0 \text{이므로} \\ (x+3)(x-1) &= 0 \quad \therefore x=-3 \text{ 또는 } x=1 \quad \dots (iii)\end{aligned}$$

채점 기준

(i) $(x+1)(x-2)=-2x+4$ 의 해 구하기	40%
(ii) a, b 의 값 구하기	20%
(iii) $x^2+ax+b=0$ 의 해 구하기	40%

36 ② 2

마방진의 가운데의 수를 A 라 하면

$$\begin{aligned}(2x^2+1)+A+(x-1) &= (2x+2)+A+x^2 \text{에서} \\ x^2-x-2 &= 0, (x+1)(x-2)=0 \\ \therefore x &= -1 \text{ 또는 } x=2 \\ \text{이때 } x-1 &\text{은 자연수이므로 } x=2\end{aligned}$$

37 ① $\frac{1}{2}$

$y=ax+3$ 에 $x=a-2$, $y=-a^2-5a+5$ 를 각각 대입하면

$$\begin{aligned}-a^2-5a+5 &= a(a-2)+3, 2a^2+3a-2=0 \\ (a+2)(2a-1) &= 0 \quad \therefore a=-2 \text{ 또는 } a=\frac{1}{2} \\ \text{이때 일차함수 } y &= ax+3 \text{의 그래프가 제4사분면을 지나지 않으므로} \\ a > 0 &\text{이어야 한다.} \\ \therefore a &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

만능 ④ 일차함수의 식에 주어진 점의 좌표를 대입하여 a 의 값을 구한 후, a 의 부호에 따라 일차함수 $y=ax+3$ 의 그래프가 어떤 사분면을 지나는지 생각한다.

38 ⑥ 6, $x=-3$

$$\begin{aligned}x^2-ax-4a-3 &= 0 \text{에 } x=9 \text{를 대입하면} \\ 9^2-a \times 9-4a-3 &= 0 \\ 78-13a &= 0 \quad \therefore a=6 \\ \text{즉, 주어진 이차방정식은 } x^2-6x-27 &= 0 \text{이므로} \\ (x+3)(x-9) &= 0 \quad \therefore x=-3 \text{ 또는 } x=9 \\ \text{따라서 다른 한 근은 } x &= -3 \text{이다.}\end{aligned}$$

39 ③ $\frac{3}{2}$

$$\begin{aligned}(a+1)x^2-3x+a &= 0 \text{에 } x=1 \text{을 대입하면} \\ a+1-3+a &= 0, 2a-2=0 \quad \therefore a=1 \\ \text{즉, 주어진 이차방정식은 } 2x^2-3x+1 &= 0 \text{이므로} \\ (2x-1)(x-1) &= 0 \quad \therefore x=\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=1 \\ \text{따라서 } a=1, b &= \frac{1}{2} \text{이므로} \\ a+b &= 1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}\end{aligned}$$

40 ④ ④

$$\begin{aligned}(a-1)x^2-(a^2+1)x+2(a+1) &= 0 \text{에 } x=2 \text{를 대입하면} \\ (a-1) \times 2^2-(a^2+1) \times 2+2(a+1) &= 0 \\ 4a-4-2a^2-2+2a+2 &= 0 \\ 2a^2-6a+4 &= 0, a^2-3a+2=0 \\ (a-1)(a-2) &= 0 \quad \therefore a=1 \text{ 또는 } a=2 \\ \text{이때 주어진 이차방정식의 } x^2 \text{의 계수가 } 0 &\text{이 아니어야 하므로} \\ a-1 \neq 0 &\text{에서 } a \neq 1 \\ \therefore a &= 2 \\ \text{즉, 주어진 이차방정식은 } x^2-5x+6 &= 0 \text{이므로} \\ (x-2)(x-3) &= 0 \quad \therefore x=2 \text{ 또는 } x=3 \\ \text{따라서 다른 한 근은 } x &= 3 \text{이다.}\end{aligned}$$

41 ⑤ -24

$$\begin{aligned}3x^2-2x+a &= 0 \text{에 } x=-\frac{4}{3} \text{를 대입하면} \\ 3 \times \left(-\frac{4}{3}\right)^2-2 \times \left(-\frac{4}{3}\right)+a &= 0 \\ 8+a &= 0 \quad \therefore a=-8 \quad \dots (i) \\ \text{즉, 주어진 이차방정식은 } 3x^2-2x-8 &= 0 \text{이므로} \\ (3x+4)(x-2) &= 0 \quad \therefore x=-\frac{4}{3} \text{ 또는 } x=2 \\ \text{따라서 다른 한 근은 } x &= 2 \text{이므로} \quad \dots (ii) \\ x^2+bx-10 &= 0 \text{에 } x=2 \text{를 대입하면} \\ 2^2+b \times 2-10 &= 0, 2b-6=0 \quad \therefore b=3 \quad \dots (iii) \\ \therefore ab &= -8 \times 3 = -24 \quad \dots (iv)\end{aligned}$$

채점 기준

(i) a 의 값 구하기	30%
(ii) $3x^2-2x+a=0$ 의 다른 한 근 구하기	30%
(iii) b 의 값 구하기	30%
(iv) ab 의 값 구하기	10%

42 ⑤ $\neg, \square$

$$\begin{aligned}\neg. x^2=1 &\text{에서 } x^2-1=0, (x+1)(x-1)=0 \\ \therefore x &= -1 \text{ 또는 } x=1 \\ \sqcup. x^2 &= \frac{2}{5}x-\frac{1}{25} \text{에서} \\ x^2-\frac{2}{5}x+\frac{1}{25} &= 0, \left(x-\frac{1}{5}\right)^2=0 \quad \therefore x=\frac{1}{5} \\ \sqsubset. 4x^2+4x+1 &= 0 \text{에서} \\ (2x+1)^2 &= 0 \quad \therefore x=-\frac{1}{2} \\ \rceil. x(x-3) &= -5x-1 \text{에서} \\ x^2-3x &= -5x-1, x^2+2x+1=0 \\ (x+1)^2 &= 0 \quad \therefore x=-1 \\ \square. (x+1)^2 &= 5x^2+7x+2 \text{에서} \\ x^2+2x+1 &= 5x^2+7x+2, 4x^2+5x+1=0 \\ (x+1)(4x+1) &= 0 \quad \therefore x=-1 \text{ 또는 } x=-\frac{1}{4} \\ \text{따라서 증근을 갖지 않는 것은 } \neg, \square &\text{이다.}\end{aligned}$$

43 **답** $\frac{1}{12}$

$$x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} = 0 \text{에서 } \left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = 0 \quad \therefore x = -\frac{1}{4}$$

$$9x^2 - 6x + 1 = 0 \text{에서 } (3x - 1)^2 = 0 \quad \therefore x = \frac{1}{3}$$

$$\text{따라서 } a = -\frac{1}{4}, b = \frac{1}{3} \text{이므로}$$

$$a + b = -\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

44 **답** ④

$x=5$ 를 중근으로 갖고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은

$$(x-5)^2=0, \text{ 즉 } x^2-10x+25=0$$

따라서 $a=-10, b=25$ 이므로

$$b-a=25-(-10)=35$$

45 **답** ①, ④

$x^2+2ax-5a+14=0$ 이 중근을 가지므로

$$-5a+14=\left(\frac{2a}{2}\right)^2, a^2+5a-14=0$$

$$(a+7)(a-2)=0 \quad \therefore a=-7 \text{ 또는 } a=2$$

46 **답** -9

$x^2-3x+a=0$ 이 중근을 가지므로

$$a=\left(\frac{-3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$$

$x^2+4x-b=0$ 이 중근을 가지므로

$$-b=\left(\frac{4}{2}\right)^2=4 \quad \therefore b=-4$$

$$\therefore ab=\frac{9}{4} \times (-4) = -9$$

47 **답** 68

$-x(x+8)+1-m=0$ 에서 $-x^2-8x+1-m=0$

즉, $x^2+8x+m-1=0$ 이 중근을 가지므로

$$m-1=\left(\frac{8}{2}\right)^2=16 \quad \therefore m=17 \quad \dots (i)$$

주어진 이차방정식은 $x^2+8x+16=0$ 이므로

$$(x+4)^2=0 \quad \therefore x=-4$$

따라서 $n=4$ 이므로 $\dots (ii)$

$$mn=17 \times 4=68 \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) m 의 값 구하기	50%
(ii) n 의 값 구하기	30%
(iii) mn 의 값 구하기	20%

48 **답** ④

$(x+2)(x-2)=2(k-1)x-8$ 에서

$$x^2-4=2(k-1)x-8$$

즉, $x^2-2(k-1)x+4=0$ 이 중근을 가지므로

$$4=\left[\frac{-2(k-1)}{2}\right]^2, 4=k^2-2k+1$$

$$k^2-2k-3=0, (k+1)(k-3)=0 \quad \therefore k=-1 \text{ 또는 } k=3$$

이때 $k < 0$ 이므로 $k=-1$

49 **답** $x=-2$ 또는 $x=8$

$2x^2+12x+3k=0$ 의 양변을 2로 나누면

$$x^2+6x+\frac{3}{2}k=0$$

이때 중근을 가지므로

$$\frac{3}{2}k=\left(\frac{6}{2}\right)^2=9 \quad \therefore k=6 \quad \dots (i)$$

$x^2-kx-16=0$ 에 $k=6$ 을 대입하면

$$x^2-6x-16=0, (x+2)(x-8)=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=8 \quad \dots (ii)$$

채점 기준

(i) k 의 값 구하기	50%
(ii) $x^2-kx-16=0$ 의 해 구하기	50%

50 **답** ⑤

서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$

$$x^2-\frac{2}{3}ax+b=0 \text{이 중근을 가지려면}$$

$$b=\left(-\frac{1}{3}a\right)^2 \quad \therefore a^2=9b$$

$a^2=9b$ 를 만족시키는 a, b 의 순서쌍 (a, b) 는 $(3, 1), (6, 4)$ 의 2가지이므로 구하는 확률은

$$\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

만렙 비법 중근을 가질 조건을 이용하여 a, b 사이의 관계를 식으로 나타낸다.

51 **답** $x=1$

$x^2-7x+6=0$ 에서 $(x-1)(x-6)=0$

$$\therefore x=1 \text{ 또는 } x=6$$

$3x^2-4x+1=0$ 에서 $(3x-1)(x-1)=0$

$$\therefore x=\frac{1}{3} \text{ 또는 } x=1$$

따라서 두 이차방정식을 동시에 만족시키는 해는 $x=1$ 이다.

52 **답** -3

$5x^2-8x+3=0$ 에서

$$(5x-3)(x-1)=0 \quad \therefore x=\frac{3}{5} \text{ 또는 } x=1$$

$2(x^2+2x)-1=x^2+4$ 에서

$$2x^2+4x-1=x^2+4, x^2+4x-5=0$$

$$(x+5)(x-1)=0 \quad \therefore x=-5 \text{ 또는 } x=1$$

따라서 두 이차방정식의 공통인 근이 $x=1$ 이므로 공통이 아닌 두 근의 곱은

$$\frac{3}{5} \times (-5) = -3$$

53 **답** 5

$$x^2-14x+49=0, (x-7)^2=0 \quad \therefore x=7$$

즉, $x^2-mx-(3m-1)=0$ 의 한 근이 $x=7$ 이므로

$$7^2-m \times 7-(3m-1)=0, -10m=-50 \quad \therefore m=5$$

54 답 $\frac{5}{4}$

$x^2 - 3x + ab = 0$ 에 $x = -2$ 를 대입하면
 $(-2)^2 - 3 \times (-2) + ab = 0$
 $10 + ab = 0 \quad \therefore ab = -10$
 $x^2 + bx - 20 = 0$ 에 $x = -2$ 를 대입하면
 $(-2)^2 + b \times (-2) - 20 = 0$
 $-16 - 2b = 0 \quad \therefore b = -8$
 따라서 $ab = -10$ 에서
 $-8a = -10 \quad \therefore a = \frac{5}{4}$

55 답 ④

$x^2 - 4x = 0$ 에서 $x(x - 4) = 0$
 $\therefore x = 0$ 또는 $x = 4$
 $x^2 - 5x + 4 = 0$ 에서 $(x - 1)(x - 4) = 0$
 $\therefore x = 1$ 또는 $x = 4$
 즉, 두 이차방정식의 공통인 근은 $x = 4$ 이므로
 $x^2 - 2ax - 5 = 0$ 에 $x = 4$ 를 대입하면
 $4^2 - 2a \times 4 - 5 = 0$
 $11 - 8a = 0 \quad \therefore a = \frac{11}{8}$

56 답 $x = -1$

이차방정식 $2x^2 - 4x + a = 0$, 즉 $x^2 - 2x + \frac{a}{2} = 0$ 이 중근을 가지므로
 $\frac{a}{2} = \left(\frac{-2}{2}\right)^2$ 에서 $a = 2$... (i)
 $x^2 - (3a - 4)x - 3 = 0$ 에 $a = 2$ 를 대입하면
 $x^2 - 2x - 3 = 0$, $(x + 1)(x - 3) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = 3$
 $ax^2 + x - a + 1 = 0$ 에 $a = 2$ 를 대입하면
 $2x^2 + x - 1 = 0$, $(x + 1)(2x - 1) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = \frac{1}{2}$... (ii)
 따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x = -1$ 이다. ... (iii)

채점 기준

(i) a 의 값 구하기	30%
(ii) 두 이차방정식 풀기	60%
(iii) 공통인 근 구하기	10%

57 답 $-\frac{8}{3}$

$x^2 + 2ax + 2a - 1 = 0$ 에서 $(x + 1)(x + 2a - 1) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = -2a + 1$
 $x^2 - (a + 5)x + 5a = 0$ 에서 $(x - 5)(x - a) = 0$
 $\therefore x = 5$ 또는 $x = a$
 (i) 공통인 근이 $x = -1$ 일 때, $a = -1$
 (ii) 공통인 근이 $x = 5$ 일 때,
 $-2a + 1 = 5, -2a = 4 \quad \therefore a = -2$
 (iii) 공통인 근이 $x = -2a + 1$ 또는 $x = a$ 일 때,
 $-2a + 1 = a, 3a = 1 \quad \therefore a = \frac{1}{3}$

따라서 (i)~(iii)에 의해 모든 a 의 값의 합은
 $-1 + (-2) + \frac{1}{3} = -\frac{8}{3}$

58 답 ④

$x^2 + 6 = 5x$ 에서 $x^2 - 5x + 6 = 0$
 $(x - 2)(x - 3) = 0 \quad \therefore x = 2$ 또는 $x = 3$
 이때 두 근 중 큰 근은 $x = 3$ 이므로
 $x^2 - ax - 6a = 0$ 에 $x = 3$ 을 대입하면
 $3^2 - a \times 3 - 6a = 0, 9 - 9a = 0 \quad \therefore a = 1$

59 답 4

$x^2 - 7x - 18 = 0$ 에서 $(x + 2)(x - 9) = 0$
 $\therefore x = -2$ 또는 $x = 9$
 이때 음수인 근 $x = -2$ 가 두 이차방정식의 공통인 근이므로
 $x^2 + ax + 4 = 0$ 에 $x = -2$ 를 대입하면
 $(-2)^2 + a \times (-2) + 4 = 0, -2a + 8 = 0 \quad \therefore a = 4$

60 답 3

$3x^2 - 5x - 2 = 0$ 에서 $(3x + 1)(x - 2) = 0$
 $\therefore x = -\frac{1}{3}$ 또는 $x = 2$
 이때 $x > 1$ 을 만족시키는 근은 $x = 2$ 이므로
 $3x^2 + (a - 5)x - 8 = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면
 $3 \times 2^2 + (a - 5) \times 2 - 8 = 0$
 $2a - 6 = 0 \quad \therefore a = 3$

61 답 16

$2x^2 - 7x = -3$ 에서 $2x^2 - 7x + 3 = 0$
 $(2x - 1)(x - 3) = 0 \quad \therefore x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = 3$
 따라서 $x^2 - (a - 1)x + a + 4 = 0$ 의 한 근이 $x = 3$ 이므로
 $3^2 - (a - 1) \times 3 + a + 4 = 0, -2a + 16 = 0 \quad \therefore a = 8$
 또 $4x^2 - bx - 5 = 0$ 의 한 근이 $x = \frac{1}{2}$ 이므로
 $4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 - b \times \frac{1}{2} - 5 = 0, -\frac{1}{2}b - 4 = 0 \quad \therefore b = -8$
 $\therefore a - b = 8 - (-8) = 16$

03 이차방정식의 풀이 (2)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

132~137쪽

62 답 ⑤

$3(x - 2)^2 = 15$ 에서 $(x - 2)^2 = 5$
 $x - 2 = \pm\sqrt{5} \quad \therefore x = 2 \pm\sqrt{5}$

63 답 A=16, B=4, C=10

$$x^2-8x+6=0 \text{에서 } x^2-8x=-6$$

$$x^2-8x+16=-6+16$$

$$(x-4)^2=10$$

$$\therefore A=16, B=4, C=10$$

64 답 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$

$$2x^2+2x-1=0 \text{에서 } x^2+x-\frac{1}{2}=0$$

$$x^2+x=\frac{1}{2}, x^2+x+\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{4}, x+\frac{1}{2}=\pm\sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$\therefore x=\frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$$

65 답 -6

$$3x^2-7x+3=0 \text{에서}$$

$$x=\frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2-4 \times 3 \times 3}}{2 \times 3}=\frac{7 \pm \sqrt{13}}{6}$$

따라서 $A=7, B=13$ 이므로

$$A-B=7-13=-6$$

66 답 (1) $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=4$ (2) $x=-1$ 또는 $x=\frac{4}{3}$

(1) 주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면

$$2x^2=9x-4, 2x^2-9x+4=0$$

$$(2x-1)(x-4)=0 \quad \therefore x=\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=4$$

(2) 주어진 이차방정식의 양변에 6을 곱하면

$$3x(x+1)=2(2x-1)+6$$

$$3x^2+3x=4x-2+6, 3x^2-x-4=0$$

$$(x+1)(3x-4)=0 \quad \therefore x=-1 \text{ 또는 } x=\frac{4}{3}$$

67 답 $x=\frac{5}{2}$ 또는 $x=\frac{7}{3}$

$$x-2=A \text{로 놓으면}$$

$$6A^2-5A+1=0, (2A-1)(3A-1)=0$$

$$\therefore A=\frac{1}{2} \text{ 또는 } A=\frac{1}{3}$$

즉, $x-2=\frac{1}{2}$ 또는 $x-2=\frac{1}{3}$ 이므로

$$x=\frac{5}{2} \text{ 또는 } x=\frac{7}{3}$$

68 답 ④

$$2(x-3)^2=20 \text{에서 } (x-3)^2=10$$

$$x-3=\pm\sqrt{10} \quad \therefore x=3\pm\sqrt{10}$$

따라서 $a=3, b=10$ 이므로

$$a+b=3+10=13$$

69 답 -19

$$5(x+a)^2=b \text{에서 } (x+a)^2=\frac{b}{5}$$

$$x+a=\pm\sqrt{\frac{b}{5}} \quad \therefore x=-a\pm\sqrt{\frac{b}{5}} \quad \dots (i)$$

즉, $-a\pm\sqrt{\frac{b}{5}}=4\pm\sqrt{3}$ 이므로

$$-a=4, \frac{b}{5}=3 \quad \therefore a=-4, b=15 \quad \dots (ii)$$

$$\therefore a-b=-4-15=-19 \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) $5(x+a)^2=b$ 의 해 구하기	50%
(ii) a, b 의 값 구하기	40%
(iii) $a-b$ 의 값 구하기	10%

70 답 ④

ㄱ. $k=-2$ 이면 $(x+2)^2=4, x+2=\pm 2$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=-4$$

따라서 정수인 서로 다른 두 근을 가진다.

ㄴ. $k=0$ 이면 $(x+2)^2=2, x+2=\pm\sqrt{2}$

$$\therefore x=-2\pm\sqrt{2}$$

따라서 서로 다른 두 근을 가진다.

ㄷ. $k=3$ 이면 $(x+2)^2=-1$ 이므로 근을 갖지 않는다.

ㄹ. 이차방정식 $(x+2)^2=2-k$ 가 근을 가질 조건은

$$2-k \geq 0 \quad \therefore k \leq 2$$

따라서 옳은 것을 모두 고르면 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.

71 답 9

$$4(x-5)^2=a \text{의 양변을 4로 나누면}$$

$$(x-5)^2=\frac{a}{4}, x-5=\pm\sqrt{\frac{a}{4}} \quad \therefore x=5\pm\sqrt{\frac{a}{4}}$$

이때 두 근의 차가 3이므로

$$\left(5+\sqrt{\frac{a}{4}}\right)-\left(5-\sqrt{\frac{a}{4}}\right)=3, \sqrt{\frac{a}{4}}=3 \quad \therefore a=9$$

72 답 2

$$2(x-1)^2=6 \text{에서 } (x-1)^2=3$$

$$x-1=\pm\sqrt{3} \quad \therefore x=1\pm\sqrt{3}$$

따라서 두 근 중 작은 근은 $x=1-\sqrt{3}$ 이므로

$$ax^2-2ax+2a-8=0 \text{에 } x=1-\sqrt{3} \text{을 대입하면}$$

$$a(1-\sqrt{3})^2-2a(1-\sqrt{3})+2a-8=0$$

$$a(4-2\sqrt{3})-2a(1-\sqrt{3})+2a-8=0$$

$$4a-2\sqrt{3}a-2a+2\sqrt{3}a+2a-8=0$$

$$4a-8=0 \quad \therefore a=2$$

다른 풀이

$$2(x-1)^2=6 \text{에서 } (x-1)^2=3$$

$$x^2-2x+1=3 \quad \therefore x^2-2x=2$$

$$ax^2-2ax+2a-8=0 \text{에서 } a(x^2-2x)+2a-8=0$$

$$2a+2a-8=0, 4a-8=0 \quad \therefore a=2$$

73 답 15

$(x-4)^2=15k$ 에서 $x-4=\pm\sqrt{15k}$ $\therefore x=4\pm\sqrt{15k}$
 $x=4\pm\sqrt{15k}$ 가 정수가 되려면 $\sqrt{15k}$ 가 정수이어야 한다.
 즉, k 는 0 또는 $15 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
 이때 k 는 자연수이므로 $k=15 \times 1^2, 15 \times 2^2, 15 \times 3^2, \dots$
 따라서 가장 작은 자연수 k 의 값은 15이다.

74 답 ⑤

$(x-1)(x-3)=8$ 에서 $x^2-4x+3=8, x^2-4x=5$
 $x^2-4x+(-2)^2=5+(-2)^2 \therefore (x-2)^2=9$
 따라서 $p=2, q=9$ 이므로 $p+q=2+9=11$

75 답 ②

$4x^2+12x-12=0$ 에서
 $x^2+3x-3=0, x^2+3x=3$
 $x^2+3x+\left(\frac{3}{2}\right)^2=3+\left(\frac{3}{2}\right)^2$
 $\therefore \left(x+\frac{3}{2}\right)^2=\frac{21}{4} \therefore k=\frac{21}{4}$

76 답 -26

$\frac{1}{2}x^2-5x-3=0$ 의 양변에 2를 곱하면
 $x^2-10x-6=0, x^2-10x=6, x^2-10x+(-5)^2=6+(-5)^2$
 $\therefore (x-5)^2=31$
 따라서 $a=5, b=31$
 $\therefore a-b=5-31=-26$

77 답 ⑤

⑤ $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$

78 답 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤, ㉥

$2x^2-12x-4=0$ 에서
 $x^2-6x-2=0$
 $x^2-6x=2$
 $x^2-6x+9=2+9$
 $(x-3)^2=11$
 $x-3=\pm\sqrt{11}$
 $\therefore x=3\pm\sqrt{11}$
 따라서 풀이 순서대로 나열하면 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤, ㉥이다.

79 답 -9

$x^2-8x+4^2=a+4^2, (x-4)^2=a+16$
 $x-4=\pm\sqrt{a+16} \therefore x=4\pm\sqrt{a+16}$
 즉, $4\pm\sqrt{a+16}=4\pm\sqrt{7}$ 이므로
 $a+16=7 \therefore a=-9$

다른 풀이

$x=4\pm\sqrt{7}$ 에서 $x-4=\pm\sqrt{7}$
 양변을 제곱하면 $(x-4)^2=7$
 $x^2-8x+16=7 \therefore x^2-8x=-9$
 $\therefore a=-9$

80 답 27

$x^2-16x=(2x-1)^2$ 에서
 $x^2-16x=4x^2-4x+1$
 즉, $3x^2+12x+1=0$ 에서 일차항의 계수가 짝수이므로
 $x=\frac{-6 \pm \sqrt{6^2-3 \times 1}}{3}=\frac{-6 \pm \sqrt{33}}{3}$
 따라서 $p=-6, q=33$ 이므로
 $p+q=-6+33=27$

81 답 2

$x^2+7x+4k+1=0$ 에서
 $x=\frac{-7 \pm \sqrt{7^2-4 \times 1 \times (4k+1)}}{2 \times 1}=\frac{-7 \pm \sqrt{45-16k}}{2}$
 즉, $\frac{-7 \pm \sqrt{45-16k}}{2}=\frac{-7 \pm \sqrt{13}}{2}$ 이므로
 $45-16k=13 \therefore k=2$

다른 풀이

$x=\frac{-7 \pm \sqrt{13}}{2}$ 에서
 $2x=-7 \pm \sqrt{13}, 2x+7=\pm\sqrt{13}$
 양변을 제곱하면
 $(2x+7)^2=13, 4x^2+28x+49=13$
 $4x^2+28x+36=0 \therefore x^2+7x+9=0$
 즉, $4k+1=9$ 이므로
 $4k=8 \therefore k=2$

82 답 -35

$3x^2-5x+p=0$ 에서
 $x=\frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2-4 \times 3 \times p}}{2 \times 3}=\frac{5 \pm \sqrt{25-12p}}{6}$
 즉, $\frac{5 \pm \sqrt{25-12p}}{6}=\frac{q \pm \sqrt{109}}{6}$ 이므로
 $25-12p=109, -12p=84 \therefore p=-7, q=5$
 $\therefore pq=-7 \times 5=-35$

83 답 $x=\frac{-3 \pm \sqrt{21}}{6}$

$x^2-x+5k=0$ 에 $x=k$ 를 대입하면
 $k^2-k+5k=0, k^2+4k=0$
 $k(k+4)=0 \therefore k=0$ 또는 $k=-4$
 이때 $k \neq 0$ 이므로 $k=-4$
 따라서 이차방정식 $3x^2-(k+1)x-1=0$ 은 $3x^2+3x-1=0$ 이므로
 $x=\frac{-3 \pm \sqrt{3^2-4 \times 3 \times (-1)}}{2 \times 3}=\frac{-3 \pm \sqrt{21}}{6}$

84 답 ④

$x^2-4x-1=0$ 에서 일차항의 계수가 짝수이므로
 $x=\frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2-1 \times (-1)}}{1}=2 \pm \sqrt{5}$
 이때 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $4 < 2+\sqrt{5} < 5$
 $-3 < -\sqrt{5} < -2$ 에서 $-1 < 2-\sqrt{5} < 0$
 따라서 $2-\sqrt{5}$ 와 $2+\sqrt{5}$ 사이에 있는 정수는 0, 1, 2, 3, 4의 5개이다.

85 **답** $x=4$ 또는 $x=6$

주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면

$$3(x-2)^2=2(x+2)(x-3)$$

$$3(x^2-4x+4)=2(x^2-x-6)$$

$$3x^2-12x+12=2x^2-2x-12$$

$$x^2-10x+24=0, (x-4)(x-6)=0$$

$$\therefore x=4 \text{ 또는 } x=6$$

86 **답** ①

주어진 이차방정식의 양변에 5를 곱하면

$$5x^2-x=4, 5x^2-x-4=0$$

$$(5x+4)(x-1)=0$$

$$\therefore x=-\frac{4}{5} \text{ 또는 } x=1$$

$$\text{이때 } \alpha > \beta \text{ 이므로 } \alpha=1, \beta=-\frac{4}{5}$$

$$\therefore \alpha+5\beta=1+5\times\left(-\frac{4}{5}\right)=-3$$

87 **답** 20

주어진 이차방정식의 양변에 6을 곱하면

$$6x-2(x^2+1)=3(x-1)$$

$$6x-2x^2-2=3x-3$$

$$\text{즉, } 2x^2-3x-1=0 \text{에서}$$

$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times 2\times(-1)}}{2\times 2}=\frac{3\pm\sqrt{17}}{4} \quad \dots \text{(i)}$$

$$\text{따라서 } p=3, q=17 \text{ 이므로}$$

$$p+q=3+17=20 \quad \dots \text{(iii)}$$

채점 기준

(i) 이차방정식을 정리하기	40%
(ii) 근의 공식을 이용하여 이차방정식 풀기	40%
(iii) $p+q$ 의 값 구하기	20%

88 **답** ③

주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면

$$3(x+1)(x-1)=(x+3)^2-2(x+5)$$

$$3(x^2-1)=(x^2+6x+9)-2(x+5)$$

$$2x^2-4x-2=0$$

$$\text{즉, } x^2-2x-1=0 \text{에서 일차항의 계수가 짝수이므로}$$

$$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\times(-1)}}{1}=1\pm\sqrt{2}$$

89 **답** $x=-1$ 또는 $x=-\frac{2}{3}$

주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면

$$6x^2-3x=5(2x-1), 6x^2-3x=10x-5$$

$$6x^2-13x+5=0, (2x-1)(3x-5)=0$$

$$\therefore x=\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=\frac{5}{3}$$

$$\text{이때 } a > b \text{ 이므로 } a=\frac{5}{3}, b=\frac{1}{2}$$

$$\text{따라서 이차방정식 } x^2+ax+\frac{4}{3}b=0 \text{은 } x^2+\frac{5}{3}x+\frac{2}{3}=0 \text{이므로}$$

이 이차방정식의 양변에 3을 곱하면

$$3x^2+5x+2=0, (x+1)(3x+2)=0$$

$$\therefore x=-1 \text{ 또는 } x=-\frac{2}{3}$$

90 **답** 4

주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면 $2x^2-10x+7=0$

이 이차방정식의 일차항의 계수가 짝수이므로

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-2\times 7}}{2}=\frac{5\pm\sqrt{11}}{2}$$

$$\text{이때 두 근 중 큰 근은 } a=\frac{5+\sqrt{11}}{2} \text{이므로 } 3<\sqrt{11}<4 \text{에서}$$

$$8<5+\sqrt{11}<9 \quad \therefore 4<\frac{5+\sqrt{11}}{2}<\frac{9}{2}$$

$$\text{따라서 } n<\frac{5+\sqrt{11}}{2}<n+1 \text{을 만족시키는 정수 } n \text{의 값은 4이다.}$$

91 **답** $x=-5$ 또는 $x=6$

$x+1=A$ 로 놓으면

$$A^2-3A=28, A^2-3A-28=0$$

$$(A+4)(A-7)=0 \quad \therefore A=-4 \text{ 또는 } A=7$$

$$\text{즉, } x+1=-4 \text{ 또는 } x+1=7 \text{이므로}$$

$$x=-5 \text{ 또는 } x=6$$

92 **답** ④

$$x-2=A \text{로 놓으면 } 0.1A^2+\frac{1}{2}A=\frac{3}{5}$$

이 이차방정식의 양변에 10을 곱하면

$$A^2+5A=6, A^2+5A-6=0$$

$$(A+6)(A-1)=0 \quad \therefore A=-6 \text{ 또는 } A=1$$

$$\text{즉, } x-2=-6 \text{ 또는 } x-2=1 \text{이므로}$$

$$x=-4 \text{ 또는 } x=3$$

$$\text{이때 } x < 0 \text{이므로 } x=-4$$

93 **답** $x=3, y=2$

(㉞)에서 $x-y=A$ 로 놓으면

$$A(A+2)-3=0, A^2+2A-3=0$$

$$(A+3)(A-1)=0 \quad \therefore A=-3 \text{ 또는 } A=1$$

$$\text{즉, } x-y=-3 \text{ 또는 } x-y=1$$

$$(㉞)에서 x > y, \text{ 즉 } x-y > 0 \text{이므로 } x-y=1 \quad \dots \text{㉟}$$

$$(㉞)에서 x+y=5 \text{이므로 ㉟과 연립하여 풀면}$$

$$x=3, y=2$$

94 **답** $-2\sqrt{2}$

$$(x-y)^2-2x+2y-7=0 \text{에서}$$

$$(x-y)^2-2(x-y)-7=0$$

$$\text{이때 } x-y=A \text{로 놓으면 } A^2-2A-7=0$$

이 이차방정식의 일차항의 계수가 짝수이므로

$$A=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\times(-7)}}{1}=1\pm 2\sqrt{2}$$

$$\text{즉, } x-y=1+2\sqrt{2} \text{ 또는 } x-y=1-2\sqrt{2}$$

$$\text{이때 } x < y \text{에서 } x-y < 0 \text{이므로 } x-y=1-2\sqrt{2}$$

$$\therefore x-y-1=(1-2\sqrt{2})-1=-2\sqrt{2}$$

95 답 ②

ㄱ. $x^2=3(x+1)$ 에서 $x^2=3x+3$
 $x^2-3x-3=0 \Rightarrow$ 이차방정식
 ㄴ. $(2x-1)^2=4x^2+3x+1$ 에서 $4x^2-4x+1=4x^2+3x+1$
 $-7x=0 \Rightarrow$ 일차방정식
 ㄷ. $x^2+2x=-x^2+3$ 에서 $2x^2+2x-3=0 \Rightarrow$ 이차방정식
 ㄹ. $x(x+2)=(x+1)(x-1)$ 에서 $x^2+2x=x^2-1$
 $2x+1=0 \Rightarrow$ 일차방정식
 ㅁ. $x^2-4x-2 \Rightarrow$ 등식이 아니므로 이차방정식이 아니다.
 ㅂ. $\frac{1}{x^2}+2x^2+3=2x^2$ 에서
 $\frac{1}{x^2}+3=0 \Rightarrow$ 분모에 미지수가 있으므로 이차방정식이 아니다.
 따라서 x 에 대한 이차방정식은 ㄱ, ㄷ의 2개이다.

96 답 5

$x^2-6x+k+2=0$ 에 $x=3-\sqrt{2}$ 를 대입하면
 $(3-\sqrt{2})^2-6(3-\sqrt{2})+k+2=0$
 $9-6\sqrt{2}+2-18+6\sqrt{2}+k+2=0, k-5=0 \quad \therefore k=5$

다른 풀이

$x=3-\sqrt{2}$ 에서 $x-3=-\sqrt{2}$
 양변을 제곱하면 $(x-3)^2=2$
 $x^2-6x+9=2 \quad \therefore x^2-6x+7=0$
 따라서 $k+2=7$ 이므로 $k=5$

97 답 -12

$6x^2-4x-a=0$ 에 $x=1$ 을 대입하면
 $6-4-a=0 \quad \therefore a=2 \quad \dots (i)$
 $3x^2-11x-b=0$ 에 $x=3$ 을 대입하면
 $3 \times 3^2-11 \times 3-b=0$
 $-6-b=0 \quad \therefore b=-6 \quad \dots (ii)$
 $\therefore ab=2 \times (-6)=-12 \quad \dots (iii)$

채점 기준

(i) a 의 값 구하기	40%
(ii) b 의 값 구하기	40%
(iii) ab 의 값 구하기	20%

98 답 7

$x^2-x-3=0$ 에 $x=a$ 를 대입하면
 $a^2-a-3=0 \quad \dots ㉠$
 이때 $a=0$ 이면 등식이 성립하지 않으므로 $a \neq 0$
 ㉠의 양변을 a 로 나누면
 $a-1-\frac{3}{a}=0 \quad \therefore a-\frac{3}{a}=1$
 $\therefore a^2+\frac{9}{a^2}=a^2+\left(\frac{3}{a}\right)^2=\left(a-\frac{3}{a}\right)^2+6$
 $=1^2+6=7$

99 답 ⑤

① $(x-3)(x+2)=0$ 에서 $x-3=0$ 또는 $x+2=0$
 $\therefore x=3$ 또는 $x=-2$
 ② $3x(5x-3)=0$ 에서 $3x=0$ 또는 $5x-3=0$
 $\therefore x=0$ 또는 $x=\frac{3}{5}$
 ③ $(3x-5)(2x+7)=0$ 에서 $3x-5=0$ 또는 $2x+7=0$
 $\therefore x=\frac{5}{3}$ 또는 $x=-\frac{7}{2}$
 ④ $(4x-1)(6x+1)=0$ 에서 $4x-1=0$ 또는 $6x+1=0$
 $\therefore x=\frac{1}{4}$ 또는 $x=-\frac{1}{6}$
 ⑤ $(x-7)(3x+5)=0$ 에서 $x-7=0$ 또는 $3x+5=0$
 $\therefore x=7$ 또는 $x=-\frac{5}{3}$
 따라서 이차방정식을 바르게 푼 것은 ⑤이다.

100 답 $\frac{3}{4}$

$x(x-2)-(3x+1)(3x-1)=0$ 에서
 $x^2-2x-(9x^2-1)=0, 8x^2+2x-1=0$
 $(2x+1)(4x-1)=0 \quad \therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{4}$
 따라서 두 해의 차는 $\frac{1}{4}-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{4}$

101 답 $-\frac{5}{2}$

$(2a-3)x^2+2a(a-2)x+4a-3=0$ 에 $x=2$ 를 대입하면
 $4(2a-3)+4a(a-2)+4a-3=0$
 $4a^2+4a-15=0, (2a+5)(2a-3)=0$
 $\therefore a=-\frac{5}{2}$ 또는 $a=\frac{3}{2}$
 이때 x^2 의 계수가 0이 아니어야 하므로 $2a-3 \neq 0$, 즉 $a \neq \frac{3}{2}$
 $\therefore a=-\frac{5}{2}$

102 답 ①, ④

주어진 식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면
 $(a^2+3a-4)x^2+(a-1)x-1=0$
 이때 이차항의 계수가 0이 아니어야 하므로
 $a^2+3a-4 \neq 0, (a+4)(a-1) \neq 0$
 $\therefore a \neq -4$ 그리고 $a \neq 1$

103 답 $x=-5$ 또는 $x=-1$

주어진 이차방정식의 일차항의 계수와 상수항을 바꾸면
 $x^2+(k-1)x+k=0$
 이 이차방정식에 $x=-2$ 를 대입하면
 $(-2)^2+(k-1) \times (-2)+k=0$
 $4-2k+2+k=0, 6-k=0 \quad \therefore k=6$
 즉, 처음 이차방정식은 $x^2+6x+5=0$ 이므로
 $(x+5)(x+1)=0 \quad \therefore x=-5$ 또는 $x=-1$

104 **답** ③

$ax^2 - \frac{1}{2}bx + a - b = 0$ 에 $x=3$ 을 대입하면

$$a \times 3^2 - \frac{1}{2}b \times 3 + a - b = 0$$

$$10a - \frac{5}{2}b = 0 \quad \therefore b = 4a$$

$ax^2 - \frac{1}{2}bx + a - b = 0$ 에 $b=4a$ 를 대입하면

$$ax^2 - \frac{1}{2} \times 4a \times x + a - 4a = 0$$

$$ax^2 - 2ax - 3a = 0, \quad a(x^2 - 2x - 3) = 0$$

$$a(x+1)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 다른 한 근은 $x = -1$ 이다.

만렙 **예** 방정식에 $x=3$ 을 대입하여 a, b 사이의 관계를 식으로 나타낸다.

105 **답** ②

① $x^2 + x - 42 = 0$ 에서 $(x+7)(x-6) = 0$

$$\therefore x = -7 \text{ 또는 } x = 6$$

② $(4x+1)(x+3) = x-6$ 에서

$$4x^2 + 13x + 3 = x - 6, \quad 4x^2 + 12x + 9 = 0$$

$$(2x+3)^2 = 0 \quad \therefore x = -\frac{3}{2}$$

③ $x^2 - 6x + 8 = 0$ 에서 $(x-2)(x-4) = 0$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 4$$

④ $x^2 - 10x - 25 = 0$ 에서 $x^2 - 10x = 25$

$$x^2 - 10x + (-5)^2 = 25 + (-5)^2$$

$$(x-5)^2 = 50, \quad x-5 = \pm 5\sqrt{2}$$

$$\therefore x = 5 \pm 5\sqrt{2}$$

⑤ $5x(x-1) = 25 - 5x$ 에서

$$5x^2 - 5x = 25 - 5x, \quad 5x^2 = 25$$

$$x^2 = 5 \quad \therefore x = \pm\sqrt{5}$$

따라서 중근을 갖는 것은 ②이다.

106 **답** $x=4$ 또는 $x=6$

$x=-4$ 를 중근으로 갖고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은

$$(x+4)^2 = 0, \text{ 즉 } x^2 + 8x + 16 = 0$$

$$2a=8, \quad 8b=16 \quad \therefore a=4, \quad b=2$$

이차방정식 $x^2 - 10x + 24 = 0$ 에서

$$(x-4)(x-6) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = 6$$

107 **답** ①, ⑤

$x^2 - kx + \frac{4}{9} = 0$ 이 중근을 가지므로

$$\frac{4}{9} = \left(\frac{-k}{2}\right)^2, \quad k^2 = \frac{16}{9} \quad \therefore k = \pm\frac{4}{3}$$

108 **답** ②

$x^2 + ax + 9b = 0$ 이 중근을 가지므로

$$9b = \left(\frac{a}{2}\right)^2 \quad \therefore a^2 = 36b$$

이때 $a^2 = 36b = 6^2 \times b$ 이므로 b 는 (자연수)² 꼴이어야 하고, b 의 값이 최소일 때 a 의 값도 최소가 된다.

두 자리의 자연수 중 가장 작은 (자연수)² 꼴인 수는 16이므로 $b=16$

$$a^2 = 6^2 \times 16 = (6 \times 4)^2 = 24^2 \text{이므로 } a = 24$$

$$\therefore a+b = 24+16 = 40$$

109 **답** $\frac{26}{3}$

$$-3x^2 + 2x + 16 = 0 \text{에서}$$

$$3x^2 - 2x - 16 = 0, \quad (x+2)(3x-8) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = \frac{8}{3}$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0 \text{에서 } (x+2)(x-6) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 6$$

따라서 두 이차방정식의 공통인 근이 $x = -2$ 이므로 공통이 아닌 두 근의 합은

$$\frac{8}{3} + 6 = \frac{26}{3}$$

110 **답** 5

$3x^2 - ax - 6 = 0$ 에 $x = -3$ 을 대입하면

$$3 \times (-3)^2 - a \times (-3) - 6 = 0$$

$$3a + 21 = 0 \quad \therefore a = -7$$

$x^2 - x + b = 0$ 에 $x = -3$ 을 대입하면

$$(-3)^2 - (-3) + b = 0$$

$$12 + b = 0 \quad \therefore b = -12$$

$$\therefore a - b = -7 - (-12) = 5$$

111 **답** ②

$$(x+1)(x-8) = -18 \text{에서}$$

$$x^2 - 7x - 8 = -18, \quad x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$(x-2)(x-5) = 0 \quad \therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 5$$

이때 $x > 2$ 를 만족시키는 근은 $x = 5$ 이므로

$x^2 - 3x + a = 0$ 에 $x = 5$ 를 대입하면

$$5^2 - 3 \times 5 + a = 0, \quad 10 + a = 0 \quad \therefore a = -10$$

112 **답** -30

$$4(x+a)^2 = 24 \text{에서 } (x+a)^2 = 6$$

$$x+a = \pm\sqrt{6} \quad \therefore x = -a \pm\sqrt{6} \quad \dots (i)$$

$$\text{즉, } -a \pm\sqrt{6} = 5 \pm\sqrt{b} \text{이므로}$$

$$a = -5, \quad b = 6 \quad \dots (ii)$$

$$\therefore ab = -5 \times 6 = -30 \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) 주어진 이차방정식의 해를 a 를 사용하여 나타내기	50 %
(ii) a, b 의 값 구하기	30 %
(iii) ab 의 값 구하기	20 %

113 **답** $k < 1$

$(x+2)^2 = \frac{4k-4}{3}$ 가 근을 갖지 않으려면

$$\frac{4k-4}{3} < 0, \quad 4k-4 < 0, \quad 4k < 4 \quad \therefore k < 1$$

114 답 27

$$x^2+10x+3=0 \text{에서 } x^2+10x=-3$$

$$x^2+10x+5^2=-3+5^2$$

$$\therefore (x+5)^2=22$$

따라서 $a=5$, $b=22$ 이므로

$$a+b=5+22=27$$

115 답 ②

$$x^2-7x+3=0 \text{에서 } x^2-7x=-3$$

$$x^2-7x+\left(\frac{-7}{2}\right)^2=-3+\left(\frac{-7}{2}\right)^2$$

$$x^2-7x+\frac{49}{4}=-3+\frac{49}{4}$$

$$\left(x-\frac{7}{2}\right)^2=\frac{37}{4}, x-\frac{7}{2}=\pm\sqrt{\frac{37}{4}}$$

$$\therefore x=\frac{7}{2}\pm\sqrt{\frac{37}{4}}$$

따라서 $A=\frac{49}{4}$, $B=\frac{7}{2}$, $C=\frac{37}{4}$ 이므로

$$A+B+C=\frac{49}{4}+\frac{7}{2}+\frac{37}{4}=25$$

116 답 ③

$$ax^2+bx+c=0 (a \neq 0)$$

$$\Rightarrow x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

$$\Rightarrow x^2+\frac{b}{a}x=\boxed{-\frac{c}{a}}$$

$$\Rightarrow x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=\boxed{-\frac{c}{a}}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

$$\Rightarrow \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\boxed{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$$

$$\Rightarrow x+\frac{b}{2a}=\boxed{\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$$

$$\Rightarrow \therefore x=\boxed{\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$$

따라서 옳은 것은 ③이다.

117 답 $-\sqrt{17}$

$$2x^2+3x-1=0 \text{에서}$$

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times 2\times (-1)}}{2\times 2}=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{4}$$

이때 두 근 중 작은 근은 $k=\frac{-3-\sqrt{17}}{4}$ 이므로

$$4k+3=4\times\frac{-3-\sqrt{17}}{4}+3=-\sqrt{17}$$

118 답 3, 8, 11, 12

$$x^2-6x+a-3=0 \text{에서 일차항의 계수가 짝수이므로}$$

$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-1\times(a-3)}}{1}=3\pm\sqrt{12-a}$$

따라서 주어진 이차방정식의 해가 유리수가 되려면 $12-a$ 가 0 또는 12보다 작은 (자연수)² 꼴인 수이어야 하므로

$$12-a=0, 1, 4, 9 \quad \therefore a=3, 8, 11, 12$$

119 답 $x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=6$

주어진 이차방정식의 양변에 6을 곱하면

$$2x^2-15x+18=0$$

$$(2x-3)(x-6)=0 \quad \therefore x=\frac{3}{2} \text{ 또는 } x=6$$

120 답 58

주어진 이차방정식의 양변에 6을 곱하면

$$2x(x+2)-3(x-2)(x+1)=2x-1$$

$$2x^2+4x-3x^2+3x+6=2x-1$$

즉, $x^2-5x-7=0$ 에서

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times 1\times (-7)}}{2\times 1}=\frac{5\pm\sqrt{53}}{2}$$

따라서 $p=5$, $q=53$ 이므로

$$p+q=5+53=58$$

121 답 $x=\frac{1}{2}$, $y=\frac{9}{2}$

$$(x+y-2)(x+y+4)=27 \text{에서 } x+y=A \text{라 하면}$$

$$(A-2)(A+4)=27, A^2+2A-8=27$$

$$A^2+2A-35=0, (A+7)(A-5)=0$$

$$\therefore A=-7 \text{ 또는 } A=5$$

즉, $x+y=-7$ 또는 $x+y=5$

이때 x, y 가 모두 양수이므로 $x+y=5 \quad \dots \textcircled{1}$

따라서 ①과 $x-y=-4$ 를 연립하여 풀면

$$x=\frac{1}{2}, y=\frac{9}{2}$$





이차방정식의 활용

- 01 ⑤ 02 ④ 03 $\frac{1}{4}$ 04 ③
 05 ㄱ, ㄹ 06 ④ 07 ⑤ 08 5
 09 $\frac{3}{8}$ 10 4 11 ③ 12 -3
 13 $\frac{13}{11}$ 14 $x=-4$ 또는 $x=2$ 15 ②
 16 3 17 ① 18 ⑤ 19 ③
 20 $a=-1, b=-6$ 21 1 22 27
 23 (1) $p=2, q=-3$ (2) $\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 3 = 0$ 24 ④
 25 $x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=3$ 26 $6x^2 + 13x + 6 = 0$
 27 ① 28 32 29 0 30 1
 31 28 32 $x=-6$ 또는 $x=4$ 33 48
 34 ④ 35 (1) $x^2 + x - 30 = 0$ (2) 5 36 72
 37 9살 38 ② 39 6cm 40 30cm
 41 ② 42 9팀
 43 (1) $(n^2 + 2n)$ 개 (2) 12단계 44 ③
 45 7, 10 46 76 47 13 48 ②
 49 18 50 ① 51 15명 52 12줄
 53 민제: 7월 9일, 은지: 7월 16일 54 3초 후
 55 5초 56 ④ 57 11초 동안 58 6cm
 59 12m 60 18m 61 $(-6 + 6\sqrt{2})$ cm
 62 $(4 - \sqrt{2})$ cm 63 $(-2 + 2\sqrt{5})$ cm
 64 3m 65 2cm 66 3초 후 67 5cm
 68 4m 69 9cm 70 4cm 71 1cm
 72 3cm 73 6cm 74 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ 75 63cm^2
 76 5m 77 3 78 2m 79 19cm
 80 2cm 81 5cm 82 ㄱ, ㄴ 83 ⑤
 84 -12, $x=6$ 85 ③ 86 ②
 87 ① 88 ③ 89 $x=-2$ 또는 $x=6$
 90 10명 91 9 92 ④ 93 16마리
 94 300 95 ③ 96 3 97 P(6, 3)
 98 8cm^2 99 $(10 + 2\sqrt{30})$ m
 100 $(14 - 7\sqrt{2})$ cm 101 5 102 26cm

01 이차방정식의 근의 개수

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

144~146쪽

01 답 ⑤

주어진 이차방정식을 $ax^2 + bx + c = 0$ 또는 $ax^2 + 2b'x + c = 0$ 이라 하면

① $x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$ 에서

$$b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times 1 \times \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow \text{중근}$$

② $9x^2 - 12x + 4 = 0$ 에서

$$b^2 - 4ac = (-6)^2 - 9 \times 4 = 0 \Rightarrow \text{중근}$$

③ $4x^2 + x + 4 = 0$ 에서

$$b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times 4 \times 4 = -63 < 0 \Rightarrow \text{근이 없다.}$$

④ $3x^2 - 2x + 1 = 0$ 에서

$$b^2 - 4ac = (-1)^2 - 3 \times 1 = -2 < 0 \Rightarrow \text{근이 없다.}$$

⑤ $x^2 + 3x - 5 = 0$ 에서

$$b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times 1 \times (-5) = 29 > 0 \Rightarrow \text{서로 다른 두 근}$$

따라서 서로 다른 두 근을 갖는 것은 ⑤이다.

02 답 ④

$2x^2 + 4x - 1 + m = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖고 일차항의 계수가 짝수이므로

$$2^2 - 2 \times (-1 + m) > 0, 4 + 2 - 2m > 0$$

$$6 - 2m > 0 \quad \therefore m < 3$$

03 답 $\frac{1}{4}$

$x^2 + 5x + a + 6 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$5^2 - 4 \times 1 \times (a + 6) = 0, 25 - 4a - 24 = 0$$

$$1 - 4a = 0 \quad \therefore a = \frac{1}{4}$$

다른 풀이

$x^2 + 5x + a + 6 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$a + 6 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} \quad \therefore a = \frac{1}{4}$$

04 답 ③

주어진 이차방정식을 $ax^2 + bx + c = 0$ 또는 $ax^2 + 2b'x + c = 0$ 이라 하면

① $3x^2 - 4x = 0$ 에서

$$b^2 - 4ac = (-2)^2 - 3 \times 0 = 4 > 0 \Rightarrow \text{서로 다른 두 근} \Rightarrow \text{근이 2개}$$

② $x^2 - 5x - 6 = 0$ 에서

$$b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 49 > 0$$

$\Rightarrow$ 서로 다른 두 근 $\Rightarrow$ 근이 2개

③ $x^2 + 5x + 10 = 0$ 에서

$$b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \times 1 \times 10 = -15 < 0 \Rightarrow \text{근이 없다.} \Rightarrow \text{근이 0개}$$

④ $4x^2 + 9x + 2 = 0$ 에서

$$b^2 - 4ac = 9^2 - 4 \times 4 \times 2 = 49 > 0$$

$\Rightarrow$ 서로 다른 두 근 $\Rightarrow$ 근이 2개

⑤ $4x^2+12x+5=0$ 에서

$b^2-ac=6^2-4\times 5=16>0 \Rightarrow$ 서로 다른 두 근 $\Rightarrow$ 근이 2개
따라서 근의 개수가 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.

05 답 ㄱ, ㄴ

주어진 이차방정식을 $ax^2+bx+c=0$ 또는 $ax^2+2b'x+c=0$ 이라 하면

ㄱ. $x^2+4=0$ 에서

$$b^2-4ac=0^2-4\times 1\times 4=-16<0$$

$\Rightarrow$ 근이 없다. $\Rightarrow$ 근이 0개

ㄴ. $3x^2-2x+\frac{1}{3}=0$ 에서

$$b^2-ac=(-1)^2-3\times\frac{1}{3}=0$$

$\Rightarrow$ 중근 $\Rightarrow$ 근이 1개

ㄷ. $x^2+3x-18=0$ 에서

$$b^2-4ac=3^2-4\times 1\times (-18)=81>0$$

$\Rightarrow$ 서로 다른 두 근 $\Rightarrow$ 근이 2개

ㄹ. $2x^2-x+7=0$ 에서

$$b^2-4ac=(-1)^2-4\times 2\times 7=-55<0$$

$\Rightarrow$ 근이 없다. $\Rightarrow$ 근이 0개

ㅁ. $(x-1)(x-7)=0 \quad \therefore x=1$ 또는 $x=7$

$\Rightarrow$ 서로 다른 두 근 $\Rightarrow$ 근이 2개

ㅂ. $2x^2-5x-3=0$ 에서

$$b^2-4ac=(-5)^2-4\times 2\times (-3)=49>0$$

$\Rightarrow$ 서로 다른 두 근 $\Rightarrow$ 근이 2개

따라서 근이 존재하지 않는 것은 ㄱ, ㄹ이다.

06 답 ④

① $a=16$ 이면 $x^2-8x+16=0$ 에서 일차항의 계수가 짝수이므로
 $(-4)^2-1\times 16=0$

따라서 중근을 가진다.

② $a=8$ 이면 $x^2-8x+8=0$ 에서 일차항의 계수가 짝수이므로
 $(-4)^2-1\times 8=8>0$

따라서 서로 다른 두 근을 가진다.

③ $a=12$ 이면 $x^2-8x+12=0$ 에서 일차항의 계수가 짝수이므로
 $(-4)^2-1\times 12=4>0$

따라서 서로 다른 두 근을 가진다.

④ $a=-9$ 이면 $x^2-8x-9=0$ 에서 일차항의 계수가 짝수이므로
 $(-4)^2-1\times (-9)=25>0$

따라서 서로 다른 두 근을 가진다.

⑤ $a=20$ 이면 $x^2-8x+20=0$ 에서 일차항의 계수가 짝수이므로
 $(-4)^2-1\times 20=-4<0$

따라서 근을 갖지 않는다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

07 답 ⑤

$2x^2+3x+\frac{k+1}{8}=0$ 이 근을 갖지 않으므로

$$3^2-4\times 2\times\frac{k+1}{8}<0$$

$$9-(k+1)<0, 8-k<0 \quad \therefore k>8$$

08 답 5

$2x^2-5x+k-2=0$ 이 근을 가지려면

$$(-5)^2-4\times 2\times (k-2)\geq 0$$

$$25-8k+16\geq 0, 41-8k\geq 0 \quad \therefore k\leq \frac{41}{8}(=5.125)$$

따라서 가장 큰 정수 k 의 값은 5이다.

09 답 $\frac{3}{8}$

일어날 수 있는 모든 경우의 수는 8

원판을 돌려 멈춘 칸에 적힌 수를 k 라 할 때,

이차방정식 $x^2-4x+k=0$ 이 서로 다른 두 근을 가지려면 일차항의 계수가 짝수이므로

$$(-2)^2-1\times k=4-k>0 \quad \therefore k<4$$

따라서 원판을 한 번 돌려서 1, 2, 3이 적힌 칸에 멈추는 경우의 수는 3이므로 구하는 확률은 $\frac{3}{8}$ 이다.

10 답 4

$3x^2+12x+8=2k-12$ 에서 $3x^2+12x+20-2k=0$

이 이차방정식이 중근을 갖고 일차항의 계수가 짝수이므로

$$6^2-3\times (20-2k)=0, 36-60+6k=0$$

$$-24+6k=0 \quad \therefore k=4$$

11 답 ③

$x^2+2(k-2)x+k=0$ 이 중근을 갖고 일차항의 계수가 짝수이므로

$$(k-2)^2-1\times k=0, k^2-4k+4-k=0$$

$$k^2-5k+4=0, (k-1)(k-4)=0 \quad \therefore k=1 \text{ 또는 } k=4$$

따라서 모든 k 의 값의 합은 $1+4=5$

12 답 -3

$(x-1)(x-2)=a$ 에서 $x^2-3x+2-a=0$

이 이차방정식이 중근을 가지므로

$$(-3)^2-4\times 1\times (2-a)=0$$

$$9-8+4a=0, 1+4a=0 \quad \therefore a=-\frac{1}{4}$$

$x^2-3x+2-a=0$ 에 $a=-\frac{1}{4}$ 을 대입하면

$$x^2-3x+\frac{9}{4}=0, \left(x-\frac{3}{2}\right)^2=0 \quad \therefore x=\frac{3}{2}$$

따라서 $a=-\frac{1}{4}, b=\frac{3}{2}$ 이므로

$$8ab=8\times\left(-\frac{1}{4}\right)\times\frac{3}{2}=-3$$

13 답 $\frac{13}{11}$

$(k^2-1)x^2-(k+1)x+3=0$ 이 중근을 가지므로

$$\{-(k+1)\}^2-4\times (k^2-1)\times 3=0 \quad \dots (i)$$

$$k^2+2k+1-12k^2+12=0$$

$$11k^2-2k-13=0, (k+1)(11k-13)=0$$

$$\therefore k=-1 \text{ 또는 } k=\frac{13}{11} \quad \dots (ii)$$

그런데 $k = -1$ 이면 주어진 방정식이 이차방정식이 아니므로 $k \neq -1$ 이다.

$$\therefore k = \frac{13}{11} \quad \dots \text{(iii)}$$

채점 기준

(i) 중근을 가질 조건 알기	40%
(ii) k 에 대한 이차방정식 풀기	30%
(iii) k 의 값 구하기	30%

14 답 $x = -4$ 또는 $x = 2$

$x^2 + 2kx + 2k - 1 = 0$ 이 중근을 갖고 일차항의 계수가 짝수이므로 $k^2 - 1 \times (2k - 1) = 0$

$$k^2 - 2k + 1 = 0, (k - 1)^2 = 0 \quad \therefore k = 1$$

따라서 이차방정식 $x^2 + 2kx - 8 = 0$ 은 $x^2 + 2x - 8 = 0$ 이므로

$$(x + 4)(x - 2) = 0 \quad \therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 2$$

15 답 ②

$(k - 1)x^2 - 2(k + 1)x + k + 1 = 0$ 이 중근을 갖고 일차항의 계수가 짝수이므로

$$\{-(k + 1)\}^2 - (k - 1)(k + 1) = 0$$

$$k^2 + 2k + 1 - k^2 + 1 = 0, 2k + 2 = 0 \quad \therefore k = -1$$

$x^2 - 4x + a = 0$ 에 $x = -1$ 을 대입하면

$$(-1)^2 - 4 \times (-1) + a = 0$$

$$1 + 4 + a = 0 \quad \therefore a = -5$$

16 답 3

$x^2 + (a - 1)x + 1 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$(a - 1)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$$

$$a^2 - 2a + 1 - 4 = 0, a^2 - 2a - 3 = 0$$

$$(a + 1)(a - 3) = 0 \quad \therefore a = -1 \text{ 또는 } a = 3 \quad \dots \text{(i)}$$

$x^2 - 2x + a = 0$ 이 근을 갖지 않으므로

$$(-2)^2 - 4 \times 1 \times a < 0, 4 - 4a < 0 \quad \therefore a > 1 \quad \dots \text{(ii)}$$

$$\text{(i), (ii)에 의해 } a = 3 \quad \dots \text{(iii)}$$

채점 기준

(i) $x^2 + (a - 1)x + 1 = 0$ 이 중근을 가질 조건 구하기	40%
(ii) $x^2 - 2x + a = 0$ 이 근을 갖지 않을 조건 구하기	40%
(iii) a 의 값 구하기	20%

17 답 ①

$x^2 - (k + 4)x + 1 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$\{-(k + 4)\}^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$$

$$k^2 + 8k + 16 - 4 = 0, k^2 + 8k + 12 = 0$$

$$(k + 6)(k + 2) = 0 \quad \therefore k = -6 \text{ 또는 } k = -2$$

이때 k 의 값 중 큰 값은 -2 이므로

$$-x^2 - ax + a^2 + 1 = 0 \text{에 } x = -2 \text{를 대입하면}$$

$$-(-2)^2 - a \times (-2) + a^2 + 1 = 0$$

$$-4 + 2a + a^2 + 1 = 0, a^2 + 2a - 3 = 0$$

$$(a + 3)(a - 1) = 0 \quad \therefore a = -3 \text{ 또는 } a = 1$$

이때 $a > 0$ 이므로 $a = 1$

02 이차방정식 구하기

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

147~149쪽

18 답 ⑤

$$3(x + 4)(x - 2) = 0, 3(x^2 + 2x - 8) = 0$$

$$\therefore 3x^2 + 6x - 24 = 0$$

19 답 ③

두 근을 $a, a + 3$ 이라 하면

$$(x - a)\{x - (a + 3)\} = 0, x^2 - (2a + 3)x + a(a + 3) = 0$$

이때 x 의 계수가 -5 이므로

$$-(2a + 3) = -5 \quad \therefore a = 1$$

$$\therefore k = a(a + 3) = 1 \times 4 = 4$$

20 답 $a = -1, b = -6$

진행이가 푼 이차방정식은

$$(x + 6)(x - 1) = 0 \quad \therefore x^2 + 5x - 6 = 0$$

그런데 진행이는 상수항을 제대로 보았으므로 처음 이차방정식의 상수항은 -6 이다.

유진이가 푼 이차방정식은

$$(x + 3)(x - 4) = 0 \quad \therefore x^2 - x - 12 = 0$$

그런데 유진이는 x 의 계수를 제대로 보았으므로 처음 이차방정식의 x 의 계수는 -1 이다.

따라서 처음 이차방정식은 $x^2 - x - 6 = 0$ 이므로

$$a = -1, b = -6$$

21 답 1

두 근이 $\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}$ 이고 x^2 의 계수가 12인 이차방정식은

$$12\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{4}\right) = 0, 12\left(x^2 - \frac{1}{12}x - \frac{1}{12}\right) = 0$$

$$\therefore 12x^2 - x - 1 = 0$$

따라서 $a = -1, b = -1$ 이므로

$$\frac{b}{a} = \frac{-1}{-1} = 1$$

22 답 27

두 근이 $-5, 2$ 이고 x^2 의 계수가 a 인 이차방정식은

$$a(x + 5)(x - 2) = 0, a(x^2 + 3x - 10) = 0$$

$$\therefore ax^2 + 3ax - 10a = 0$$

$$\text{즉, } 3a = b, -10a = -30 \text{이므로 } a = 3, b = 9$$

$$\therefore ab = 3 \times 9 = 27$$

23 답 (1) $p = 2, q = -3$ (2) $\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 3 = 0$

(1) 두 근이 $-3, 1$ 이고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은

$$(x + 3)(x - 1) = 0 \quad \therefore x^2 + 2x - 3 = 0$$

따라서 $p = 2, q = -3$ 이다.

... (i)

(2) 두 근이 2, -3이고 x^2 의 계수가 $\frac{1}{2}$ 인 이차방정식은

$$\frac{1}{2}(x-2)(x+3)=0 \quad \therefore \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 3 = 0 \quad \dots (ii)$$

채점 기준

(i) p, q 의 값 구하기	50%
(ii) 두 근이 p, q 이고 x^2 의 계수가 $\frac{1}{2}$ 인 이차방정식 구하기	50%

24 답 ④

일차함수 $y=ax+b$ 의 그래프에서 a 는 기울기이므로 $a=\frac{5}{3}$

b 는 y 절편이므로 $b=5$

따라서 $\frac{5}{3}, 5$ 를 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 3인 이차방정식은

$$3\left(x-\frac{5}{3}\right)(x-5)=0 \quad \therefore 3x^2-20x+25=0$$

25 답 $x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=3$

$$3(x-1)^2=0, 3x^2-6x+3=0 \quad \therefore p=-6, q=3$$

따라서 $qx^2-7x+p=0$ 에서

$$3x^2-7x-6=0, (3x+2)(x-3)=0$$

$$\therefore x=-\frac{2}{3} \text{ 또는 } x=3$$

26 답 $6x^2+13x+6=0$

$$6x^2+x-1=0, (2x+1)(3x-1)=0$$

$$\therefore x=-\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=\frac{1}{3}$$

즉, $-\frac{1}{2}-1=-\frac{3}{2}, \frac{1}{3}-1=-\frac{2}{3}$ 를 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 6인 이차방정식은

$$6\left(x+\frac{3}{2}\right)\left(x+\frac{2}{3}\right)=0, 6\left(x^2+\frac{13}{6}x+1\right)=0$$

$$\therefore 6x^2+13x+6=0$$

27 답 ①

두 근을 $a, a+6$ 이라 하면

$$3(x-a)\{x-(a+6)\}=0$$

$$3x^2-3(2a+6)x+3a(a+6)=0$$

$$\text{이때 } -3(2a+6)=-6 \text{이므로 } a=-2$$

$$\therefore k=3a(a+6)=3 \times (-2) \times (-2+6)=-24$$

28 답 32

두 근을 $k, 4k$ 라 하면

$$2(x-k)(x-4k)=0, 2x^2-10kx+8k^2=0$$

$$\text{이때 } -10k=-20 \text{이므로 } k=2$$

$$\therefore a=8k^2=8 \times 2^2=32$$

29 답 0

두 근을 $k, 2k$ 라 하면

$$2k-k=3 \quad \therefore k=3$$

따라서 두 근이 3, 6이므로

$$(x-3)(x-6)=0, x^2-9x+18=0$$

$$\therefore a=-9, b=18$$

$$\therefore 2a+b=2 \times (-9)+18=0$$

다른 풀이

두 근 중 작은 근을 k 라 하면 큰 근은 $k+3$ 이므로

$$k+3=2k \quad \therefore k=3$$

따라서 두 근이 3, 6이므로

$$(x-3)(x-6)=0, x^2-9x+18=0$$

$$\therefore a=-9, b=18$$

$$\therefore 2a+b=2 \times (-9)+18=0$$

30 답 1

두 근의 비가 1:3이므로 두 근을 $a, 3a(a \neq 0)$ 라 하면

$$(x-a)(x-3a)=0, x^2-4ax+3a^2=0$$

$$\text{이때 } -4a=-4(m+1) \text{이므로 } a=m+1 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$3a^2=12m \quad \therefore a^2=4m \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} \text{에 } \textcircled{1} \text{을 대입하면 } (m+1)^2=4m$$

$$m^2+2m+1=4m, m^2-2m+1=0, (m-1)^2=0 \quad \therefore m=1$$

31 답 28

시현이가 푼 이차방정식은

$$(x+5)(x-4)=0 \quad \therefore x^2+x-20=0$$

그런데 시현이는 상수항을 제대로 보았으므로 처음 이차방정식의 상수항은 -20 이다.

민서가 푼 이차방정식은

$$(x+4)^2=0 \quad \therefore x^2+8x+16=0$$

그런데 민서는 x 의 계수를 제대로 보았으므로 처음 이차방정식의 x 의 계수는 8이다.

따라서 처음 이차방정식은 $x^2+8x-20=0$ 이므로

$$a=8, b=-20 \quad \therefore a-b=8-(-20)=28$$

32 답 $x=-6$ 또는 $x=4$

혜리가 푼 이차방정식은

$$(x+3)(x-8)=0 \quad \therefore x^2-5x-24=0$$

그런데 혜리는 상수항을 제대로 보았으므로 처음 이차방정식의 상수항은 -24 이다. ... (i)

또 미혜가 푼 이차방정식은

$$(x+5)(x-3)=0 \quad \therefore x^2+2x-15=0$$

그런데 미혜는 x 의 계수를 제대로 보았으므로 처음 이차방정식의 x 의 계수는 2이다. ... (ii)

따라서 처음 이차방정식은 $x^2+2x-24=0$ 이므로

$$(x+6)(x-4)=0 \quad \therefore x=-6 \text{ 또는 } x=4 \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) 처음 이차방정식의 상수항 구하기	40%
(ii) 처음 이차방정식의 x 의 계수 구하기	40%
(iii) 처음 이차방정식의 해 구하기	20%

33 답 48

수지가 푼 이차방정식은

$$(x+1)(x-8)=0 \quad \therefore x^2-7x-8=0$$

그런데 수지는 상수항을 제대로 보았으므로 처음 이차방정식의 상수항은 -8 이다.

정우가 푼 이차방정식은

$$\{x - (3 + \sqrt{2})\} \{x - (3 - \sqrt{2})\} = 0 \quad \therefore x^2 - 6x + 7 = 0$$

그런데 정우는 x 의 계수를 제대로 보았으므로 처음 이차방정식의 x 의 계수는 -6 이다.

따라서 처음 이차방정식은 $x^2 - 6x - 8 = 0$ 이므로

$$a = -6, b = -8$$

$$\therefore ab = -6 \times (-8) = 48$$

03 이차방정식의 활용 (1)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

150~155쪽

34 답 ④

$$\frac{n(n-3)}{2} = 54 \text{에서}$$

$$n^2 - 3n = 108, n^2 - 3n - 108 = 0$$

$$(n+9)(n-12) = 0 \quad \therefore n = -9 \text{ 또는 } n = 12$$

이때 $n > 3$ 이므로 $n = 12$

따라서 구하는 다각형은 십이각형이다.

35 답 ① $x^2 + x - 30 = 0$ ② 5

$$(1) x + x^2 = 30 \text{에서 } x^2 + x - 30 = 0$$

$$(2) x^2 + x - 30 = 0 \text{에서}$$

$$(x+6)(x-5) = 0 \quad \therefore x = -6 \text{ 또는 } x = 5$$

이때 x 는 자연수이므로 $x = 5$

36 답 72

연속하는 두 자연수를 $x, x+1$ 이라 하면

$$x^2 + (x+1)^2 = 145, x^2 + x^2 + 2x + 1 = 145$$

$$2x^2 + 2x - 144 = 0, x^2 + x - 72 = 0$$

$$(x+9)(x-8) = 0 \quad \therefore x = -9 \text{ 또는 } x = 8$$

이때 x 는 자연수이므로 $x = 8$

따라서 연속하는 두 자연수는 8, 9이므로 그 곱은

$$8 \times 9 = 72$$

37 답 9살

동생의 나이를 x 살이라 하면 누나의 나이는 $(x+6)$ 살이므로

$$(x+6)^2 = 3x^2 - 18, x^2 + 12x + 36 = 3x^2 - 18$$

$$2x^2 - 12x - 54 = 0, x^2 - 6x - 27 = 0$$

$$(x+3)(x-9) = 0 \quad \therefore x = -3 \text{ 또는 } x = 9$$

이때 x 는 자연수이므로 $x = 9$

따라서 동생의 나이는 9살이다.

38 답 ②

물 로켓을 발사한 지 x 초 후의 높이가 70m이므로

$$-5x^2 + 40x + 10 = 70, 5x^2 - 40x + 60 = 0$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0, (x-2)(x-6) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 6$$

따라서 물 로켓의 높이가 처음으로 70m가 되는 것은 물 로켓을 발사한 지 2초 후이다.

39 답 6cm

가로의 길이를 x cm라 하면 세로의 길이는 $(x+8)$ cm이므로

$$x(x+8) = 84, x^2 + 8x - 84 = 0$$

$$(x+14)(x-6) = 0$$

$$\therefore x = -14 \text{ 또는 } x = 6$$

이때 $x > 0$ 이므로 $x = 6$

따라서 직사각형의 가로의 길이는 6cm이다.

40 답 30cm

처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$$(x+1)(x-2) = 868, x^2 - x - 2 = 868$$

$$x^2 - x - 870 = 0, (x+29)(x-30) = 0$$

$$\therefore x = -29 \text{ 또는 } x = 30$$

이때 $x > 2$ 이므로 $x = 30$

따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는 30cm이다.

41 답 ②

$$\frac{n(n+1)}{2} = 136 \text{에서}$$

$$n^2 + n = 272, n^2 + n - 272 = 0$$

$$(n+17)(n-16) = 0 \quad \therefore n = -17 \text{ 또는 } n = 16$$

이때 n 은 자연수이므로 $n = 16$

따라서 합이 136이 되려면 1부터 16까지의 수를 더해야 한다.

42 답 9팀

$$\frac{n(n-1)}{2} = 36 \text{에서}$$

$$n^2 - n = 72, n^2 - n - 72 = 0$$

$$(n+8)(n-9) = 0 \quad \therefore n = -8 \text{ 또는 } n = 9$$

이때 n 은 자연수이므로 $n = 9$

따라서 경기에 참가한 배구 팀의 수는 9팀이다.

43 답 ① (n^2+2n) 개 ② 12단계

(1) 사용된 바둑돌의 개수는

$$1\text{단계에는 } (1 \times 3)\text{개}$$

$$2\text{단계에는 } (2 \times 4)\text{개}$$

$$3\text{단계에는 } (3 \times 5)\text{개}$$

$$4\text{단계에는 } (4 \times 6)\text{개}$$

⋮

이므로 n 단계에 사용된 바둑돌은 $n(n+2)$ 개, 즉 (n^2+2n) 개이다.

$$(2) n^2 + 2n = 168 \text{에서 } n^2 + 2n - 168 = 0$$

$$(n+14)(n-12)=0 \quad \therefore n=-14 \text{ 또는 } n=12$$

이때 n 은 자연수이므로 $n=12$

따라서 168개의 바둑돌로 만든 직사각형 모양은 12단계이다.

44 답 ③

어떤 자연수를 x 라 하면

$$2x = x^2 - 24, \quad x^2 - 2x - 24 = 0$$

$$(x+4)(x-6)=0 \quad \therefore x=-4 \text{ 또는 } x=6$$

이때 x 는 자연수이므로 $x=6$

45 답 7, 10

두 자연수 중 작은 수를 x 라 하면 큰 수는 $x+3$ 이므로

$$x^2 + (x+3)^2 = 149, \quad x^2 + x^2 + 6x + 9 = 149$$

$$2x^2 + 6x - 140 = 0, \quad x^2 + 3x - 70 = 0$$

$$(x+10)(x-7)=0 \quad \therefore x=-10 \text{ 또는 } x=7$$

이때 x 는 자연수이므로 $x=7$

따라서 두 자연수 중 작은 수는 7이므로 두 자연수는 7, 10이다.

46 답 76

십의 자리 숫자를 x 라 하면 일의 자리 숫자는 $13-x$ 이므로

$$x(13-x) = (10x+13-x) - 34$$

$$13x - x^2 = 9x - 21$$

$$x^2 - 4x - 21 = 0, \quad (x+3)(x-7) = 0$$

$$\therefore x = -3 \text{ 또는 } x = 7$$

이때 $1 \leq x \leq 9$ 이므로 $x=7$

따라서 십의 자리 숫자는 7, 일의 자리 숫자는 $13-7=6$ 이므로 구하는 자연수는 76이다.

다른 풀이

일의 자리 숫자를 x 라 하면 십의 자리 숫자는 $13-x$ 이므로

$$x(13-x) = \{10(13-x) + x\} - 34$$

$$13x - x^2 = 130 - 10x + x - 34$$

$$x^2 - 22x + 96 = 0, \quad (x-6)(x-16) = 0$$

$$\therefore x = 6 \text{ 또는 } x = 16$$

이때 $0 \leq x \leq 9$ 이므로 $x=6$

따라서 일의 자리 숫자는 6, 십의 자리 숫자는 $13-6=7$ 이므로 구하는 자연수는 76이다.

참고 십의 자리 숫자가 a , 일의 자리 숫자가 b 인 두 자리의 자연수는 $10a+b$ 이다. (단, $1 \leq a \leq 9, 0 \leq b \leq 9$)

47 답 13

연속하는 두 홀수를 $x, x+2$ 라 하면

$$x(x+2) = 195, \quad x^2 + 2x - 195 = 0$$

$$(x+15)(x-13) = 0 \quad \therefore x = -15 \text{ 또는 } x = 13$$

이때 x 는 자연수이므로 $x=13$

따라서 연속하는 두 홀수는 13, 15이므로 두 홀수 중 작은 수는 13이다.

48 답 ②

택견 캠프가 시작되는 날을 8월 x 일이라 하면 택견 캠프는 8월 x 일, 8월 $(x+1)$ 일, 8월 $(x+2)$ 일의 3일 동안 진행된다.

이 사흘의 날짜의 제곱의 합이 245이므로

$$x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 = 245$$

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 + x^2 + 4x + 4 = 245$$

$$3x^2 + 6x - 240 = 0, \quad x^2 + 2x - 80 = 0$$

$$(x+10)(x-8) = 0 \quad \therefore x = -10 \text{ 또는 } x = 8$$

이때 x 는 자연수이므로 $x=8$

따라서 택견 캠프가 시작되는 날은 8월 8일이다.

49 답 18

연속하는 세 짝수를 $x-2, x, x+2$ 라 하면

$$(x+2)(x-2) = 5x+2 \quad \dots (i)$$

$$x^2 - 4 = 5x+2, \quad x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$(x+1)(x-6) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 6 \quad \dots (ii)$$

이때 x 는 자연수이므로 $x=6$

따라서 연속하는 세 짝수는 4, 6, 8이므로 구하는 합은

$$4+6+8=18 \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) 이차방정식 세우기	40%
(ii) 이차방정식 풀기	30%
(iii) 세 짝수의 합 구하기	30%

50 답 ①

x 년 후에 아버지의 나이의 3배와 아들의 나이의 제곱이 같아진다면

$$3(46+x) = (10+x)^2, \quad 138+3x = 100+20x+x^2$$

$$x^2 + 17x - 38 = 0, \quad (x+19)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -19 \text{ 또는 } x = 2$$

이때 x 는 자연수이므로 $x=2$

따라서 2년 후이다.

51 답 15명

학생 수를 x 명이라 하면 사과를 한 학생에게 $(x-3)$ 개씩 나누어 주었으므로

$$x(x-3) = 180, \quad x^2 - 3x - 180 = 0$$

$$(x+12)(x-15) = 0 \quad \therefore x = -12 \text{ 또는 } x = 15$$

이때 x 는 자연수이므로 $x=15$

따라서 학생 수는 15명이다.

52 답 12줄

가로줄 수를 x 줄이라 하면 세로줄 수는 $(22-x)$ 줄이므로

$$x(22-x) = 120, \quad x^2 - 22x + 120 = 0$$

$$(x-10)(x-12) = 0 \quad \therefore x = 10 \text{ 또는 } x = 12$$

이때 가로줄 수가 세로줄 수보다 많으므로

$$x > 22-x \text{에서 } x > 11 \quad \therefore x = 12$$

따라서 가로줄 수는 12줄이다.

53 **답** 민제: 7월 9일, 은지: 7월 16일

민제의 생일을 7월 x 일이라 하면 은지의 생일은 7월 $(x+7)$ 일이므로
 $x(x+7)=144$, $x^2+7x-144=0$
 $(x+16)(x-9)=0$
 $\therefore x=-16$ 또는 $x=9$
 이때 x 는 자연수이므로 $x=9$
 따라서 민제의 생일은 7월 9일이고, 은지의 생일은 7월 16일이다.

54 **답** 3초 후

물체를 던져 올린 지 x 초 후의 높이가 45m이므로
 $30x-5x^2=45$, $5x^2-30x+45=0$
 $x^2-6x+9=0$, $(x-3)^2=0$
 $\therefore x=3$
 따라서 물체의 높이가 45m가 되는 것은 물체를 던져 올린 지 3초 후이다.

55 **답** 5초

공을 차 올린 지 t 초 후에 지면에 떨어진다고 하면
 공이 지면에 떨어질 때의 높이는 0m이므로
 $-5t^2+24t+5=0$, $5t^2-24t-5=0$
 $(5t+1)(t-5)=0$ $\therefore t=-\frac{1}{5}$ 또는 $t=5$
 이때 $t>0$ 이므로 $t=5$
 따라서 공이 지면에 떨어질 때까지 걸리는 시간은 5초이다.

56 **답** ④

물체를 쏘아 올린 지 x 초 후의 물체의 높이가 20m이므로
 $25x-5x^2=20$, $5x^2-25x+20=0$
 $x^2-5x+4=0$, $(x-1)(x-4)=0$
 $\therefore x=1$ 또는 $x=4$
 따라서 1초 후와 4초 후의 물체의 높이가 20m이므로 물체가 지면으로부터의 높이가 20m인 지점을 두 번째로 지나가는 것은 물체를 쏘아 올린 지 4초 후이다.

57 **답** 11초 동안

물체를 쏘아 올린 지 t 초 후의 높이가 60m이므로
 $65t-5t^2=60$, $5t^2-65t+60=0$
 $t^2-13t+12=0$, $(t-1)(t-12)=0$
 $\therefore t=1$ 또는 $t=12$
 따라서 물체가 지면으로부터 60m 이상 떠 있는 시간은 쏘아 올린 지 1초 후부터 12초 후까지이므로 11초 동안이다.

58 **답** 6cm

$\overline{AD}=x$ cm라 하면 $\overline{CD}=x$ cm이므로
 $\frac{1}{2} \times (x+8) \times x=42$, $x^2+8x-84=0$
 $(x+14)(x-6)=0$
 $\therefore x=-14$ 또는 $x=6$
 이때 $x>0$ 이므로 $x=6$
 따라서 $\overline{AD}$ 의 길이는 6cm이다.

59 **답** 12m

작은 정사각형의 한 변의 길이를 x m라 하면 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(x+6)$ m이므로
 $x^2+(x+6)^2=468$, $x^2+x^2+12x+36=468$
 $2x^2+12x-432=0$, $x^2+6x-216=0$
 $(x+18)(x-12)=0$
 $\therefore x=-18$ 또는 $x=12$
 이때 $x>0$ 이므로 $x=12$
 따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 12m이다.

60 **답** 18m

전시관의 한 변의 길이를 x m라 하면 전시관의 넓이는 x^2 m²
 세 전시 부스 A, B, C의 넓이의 합은
 $2 \times \left(\frac{1}{3}x \times \frac{1}{3}x\right) + \frac{1}{3}x \times \frac{2}{3}x = \frac{4}{9}x^2$ (m²)
 전시 부스를 제외한 통로의 넓이가 180m²이므로
 $x^2 - \frac{4}{9}x^2 = 180$, $x^2 = 324$
 $\therefore x = \pm 18$
 이때 $x>0$ 이므로 $x=18$
 따라서 전시관의 한 변의 길이는 18m이다.

61 **답** $(-6+6\sqrt{2})$ cm

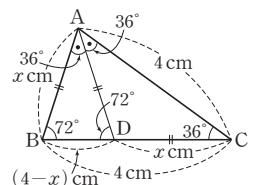
작은 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 큰 정사각형의 한 변의 길이는
 $\frac{24-4x}{4} = 6-x$ (cm)
 두 정사각형의 넓이의 비가 1:2이므로
 $x^2 : (6-x)^2 = 1 : 2$ 에서 $2x^2 = (6-x)^2$
 $2x^2 = 36 - 12x + x^2$, $x^2 + 12x - 36 = 0$
 $\therefore x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 1 \times (-36)}}{1} = -6 \pm 6\sqrt{2}$
 이때 $0 < x < 3$ 이므로 $x = -6 + 6\sqrt{2}$
 따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $(-6+6\sqrt{2})$ cm이다.

62 **답** $(4-\sqrt{2})$ cm

$\overline{AH}=x$ cm라 하면 $\overline{DH}=(8-x)$ cm, $\overline{DG}=x$ cm이므로
 직각삼각형 HGD에서 피타고라스 정리에 의해
 $(8-x)^2 + x^2 = 6^2$, $64 - 16x + x^2 + x^2 = 36$
 $2x^2 - 16x + 28 = 0$, $x^2 - 8x + 14 = 0$
 $\therefore x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 1 \times 14}}{1} = 4 \pm \sqrt{2}$
 이때 $\overline{AH} < \overline{DH}$, 즉 $0 < x < 4$ 이므로 $x = 4 - \sqrt{2}$
 따라서 $\overline{AH}$ 의 길이는 $(4-\sqrt{2})$ cm이다.

63 **답** $(-2+2\sqrt{5})$ cm

$\overline{AB}=x$ cm라 하면 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 가
 모두 이등변삼각형이므로
 $\overline{CD}=\overline{AD}=\overline{AB}=x$ cm
 $\overline{BD}=\overline{BC}-\overline{CD}=(4-x)$ cm
 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAD=\angle CAD$ 이므로



$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 에서 $\rightarrow$ 삼각형의 내각의 이등분선의 성질

$$x : 4 = (4 - x) : x$$

$$x^2 = 4(4 - x), x^2 = 16 - 4x$$

$$x^2 + 4x - 16 = 0$$

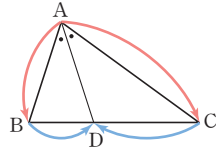
$$\therefore x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 1 \times (-16)}}{1} = -2 \pm 2\sqrt{5}$$

이때 $0 < x < 4$ 이므로 $x = -2 + 2\sqrt{5}$

따라서 $\overline{AB}$ 의 길이는 $(-2 + 2\sqrt{5})$ cm이다.

참고 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D라 하면

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$$



64 답 3m

처음 정사각형 모양의 꽃밭의 한 변의 길이를 x m라 하면

$$(x + 2)(x + 4) = 35, x^2 + 6x + 8 = 35$$

$$x^2 + 6x - 27 = 0, (x + 9)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = -9 \text{ 또는 } x = 3$$

이때 $x > 0$ 이므로 $x = 3$

따라서 처음 정사각형 모양의 꽃밭의 한 변의 길이는 3m이다.

65 답 2cm

반지름의 길이를 x cm만큼 늘었다고 하면

$$\pi(11 + x)^2 = \pi \times 11^2 + 48\pi$$

$$x^2 + 22x + 121 = 121 + 48$$

$$x^2 + 22x - 48 = 0, (x + 24)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -24 \text{ 또는 } x = 2$$

이때 $x > 0$ 이므로 $x = 2$

따라서 반지름의 길이를 2cm만큼 늘었다.

66 답 3초 후

점 P는 매초 3cm씩 움직이므로 점 P가 출발한 지 x 초 후에

$$\overline{AP} = 3x \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{PB} = 18 - 3x \text{ (cm)}$$

점 Q는 매초 2cm씩 움직이므로 점 Q가 출발한 지 x 초 후에

$$\overline{BQ} = 2x \text{ cm} \quad \dots (i)$$

$\triangle PBQ$ 의 넓이가 27 cm^2 가 된다고 하면

$$\frac{1}{2} \times (18 - 3x) \times 2x = 27 \quad \dots (ii)$$

$$3x^2 - 18x + 27 = 0, x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(x - 3)^2 = 0 \quad \therefore x = 3 \quad \dots (iii)$$

따라서 $\triangle PBQ$ 의 넓이가 27 cm^2 가 되는 것은 출발한 지 3초 후이다.

$\dots (iv)$

채점 기준

(i) $\overline{PB}$, $\overline{BQ}$ 를 x 에 대한 식으로 나타내기	30%
(ii) 이차방정식 세우기	20%
(iii) 이차방정식 풀기	30%
(iv) $\triangle PBQ$ 의 넓이가 27 cm^2 가 되는 것은 출발한 지 몇 초 후인지 구하기	20%

04 이차방정식의 활용 (2)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

156~158쪽

67 답 5cm

작은 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면

큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(12 - x)$ cm이므로

$$x^2 + (12 - x)^2 = 74, x^2 + 144 - 24x + x^2 = 74$$

$$2x^2 - 24x + 70 = 0, x^2 - 12x + 35 = 0$$

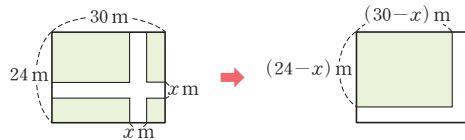
$$(x - 5)(x - 7) = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ 또는 } x = 7$$

이때 $0 < x < 6$ 이므로 $x = 5$

따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 5cm이다.

68 답 4m



도로의 폭을 x m라 하면 도로를 제외한 땅의 넓이가 520 m^2 이므로

$$(30 - x)(24 - x) = 520, 720 - 54x + x^2 = 520$$

$$x^2 - 54x + 200 = 0, (x - 4)(x - 50) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = 50$$

이때 $0 < x < 24$ 이므로 $x = 4$

따라서 도로의 폭은 4m이다.

69 답 9cm

처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이를 x cm라 하면 네 귀퉁

이를 잘라 만든 직육면체의 가로, 세로의 길이는 모두 $(x - 4)$ cm,

높이는 2cm이므로

$$2(x - 4)^2 = 50, (x - 4)^2 = 25$$

$$x^2 - 8x + 16 = 25, x^2 - 8x - 9 = 0$$

$$(x + 1)(x - 9) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 9$$

이때 $x > 4$ 이므로 $x = 9$

따라서 처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이는 9cm이다.

70 답 4cm

$\overline{AP} = x$ cm라 하면

$\overline{BP} = (10 - x)$ cm이므로

$$x^2 + \frac{1}{2}(10 - x)^2 = 34$$

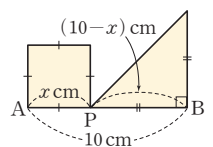
$$2x^2 + (10 - x)^2 = 68$$

$$2x^2 + 100 - 20x + x^2 = 68, 3x^2 - 20x + 32 = 0$$

$$(3x - 8)(x - 4) = 0 \quad \therefore x = \frac{8}{3} \text{ 또는 } x = 4$$

이때 x 는 자연수이므로 $x = 4$

따라서 $\overline{AP}$ 의 길이는 4cm이다.



71 답 1cm

작은 삼각형의 빗변이 아닌 한 변의 길이를 x cm 라 하면 큰 삼각형의 빗변이 아닌 한 변의 길이는 $(6-x)$ cm 이므로

$$\frac{1}{2}(6-x)^2 + \frac{1}{2}x^2 = 13$$

$$(6-x)^2 + x^2 = 26$$

$$36 - 12x + x^2 + x^2 = 26$$

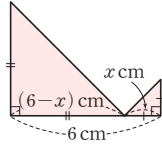
$$2x^2 - 12x + 10 = 0$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0, (x-1)(x-5) = 0$$

$$\therefore x=1 \text{ 또는 } x=5$$

이때 $0 < x < 3$ 이므로 $x=1$

따라서 작은 삼각형의 빗변이 아닌 한 변의 길이는 1cm이다.



72 답 3cm

$\overline{AP} = x$ cm 라 하면

$\overline{BP} = (11-x)$ cm 이므로

$$x^2 = 3(11-x)^2 + 1$$

$$x^2 = 3(121 - 22x + x^2) + 1$$

$$2x^2 - 66x + 364 = 0$$

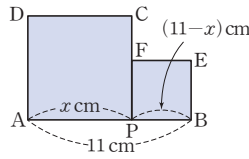
$$x^2 - 33x + 182 = 0$$

$$(x-7)(x-26) = 0 \quad \therefore x=7 \text{ 또는 } x=26$$

이때 $\frac{11}{2} < x < 11$ 이므로 $x=7$

즉, $\overline{CP} = 7$ cm, $\overline{FP} = 4$ cm 이므로

$$\overline{CF} = \overline{CP} - \overline{FP} = 7 - 4 = 3 \text{ (cm)}$$



73 답 6cm

$\overline{AC} = x$ cm 라 하면 $\overline{BC} = (8-x)$ cm 이므로

$$\frac{1}{2}\pi \times \left(\frac{8}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}\pi \times \left(\frac{x}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}\pi \times \left(\frac{8-x}{2}\right)^2 = 3\pi$$

양변에 $\frac{8}{\pi}$ 을 곱하면

$$64 - x^2 - (64 - 16x + x^2) = 24$$

$$2x^2 - 16x + 24 = 0$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$(x-2)(x-6) = 0 \quad \therefore x=2 \text{ 또는 } x=6$$

이때 $4 < x < 8$ 이므로 $x=6$

따라서 $\overline{AC}$ 의 길이는 6cm이다.

74 답 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$\overline{BC} = x$ 라 하면 $\overline{DE} = \overline{CF} = x-1$

$\square ABCD \sim \square DEFC$ 이므로 $\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{EF}$ 에서

$$1 : (x-1) = x : 1$$

$$x(x-1) = 1, x^2 - x - 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

이때 $x > 1$ 이므로 $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

따라서 $\overline{BC}$ 의 길이는 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ 이다.

75 답 63 cm^2

엽서 한 장의 짧은 변의 길이를 x cm 라 하면

$$\text{긴 변의 길이는 } \frac{1}{2}(3x-3) = \frac{3}{2}x - \frac{3}{2} \text{ (cm)}$$

판의 넓이가 336 cm^2 이므로

$$3x \times \left(\frac{3}{2}x - \frac{3}{2} + x\right) = 336, 5x^2 - 3x - 224 = 0$$

$$(5x+32)(x-7) = 0 \quad \therefore x = -\frac{32}{5} \text{ 또는 } x=7$$

이때 $x > 0$ 이므로 $x=7$

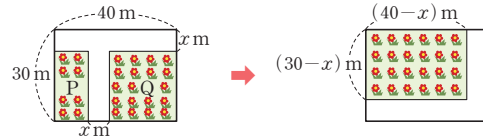
따라서 엽서 한 장의 짧은 변의 길이는 7cm, 긴 변의 길이는

$$\frac{3}{2} \times 7 - \frac{3}{2} = 9 \text{ (cm)} \text{ 이므로 엽서 한 장의 넓이는}$$

$$7 \times 9 = 63 \text{ (cm}^2\text{)}$$

만렙 해법 엽서의 긴 변 2개의 길이의 합은 짧은 변 3개의 길이의 합보다 3cm만큼 짧음을 이용하여 식을 세운다.

76 답 5m



길의 폭을 x m 라 하면 꽃밭 P, Q의 넓이의 합이 875 m^2 이므로

$$(40-x)(30-x) = 875, 1200 - 70x + x^2 = 875$$

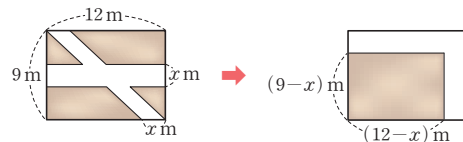
$$x^2 - 70x + 325 = 0, (x-5)(x-65) = 0$$

$$\therefore x=5 \text{ 또는 } x=65$$

이때 $0 < x < 30$ 이므로 $x=5$

따라서 길의 폭은 5m이다.

77 답 3



길을 제외한 땅의 넓이가 54 m^2 이므로

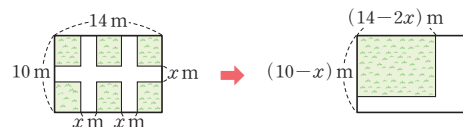
$$(12-x)(9-x) = 54, 108 - 21x + x^2 = 54$$

$$x^2 - 21x + 54 = 0, (x-3)(x-18) = 0$$

$$\therefore x=3 \text{ 또는 } x=18$$

이때 $0 < x < 9$ 이므로 $x=3$

78 답 2m



길의 폭을 x m 라 하면 길을 제외한 잔디밭의 넓이가 80 m^2 이므로

$$(14-2x)(10-x) = 80, 140 - 34x + 2x^2 = 80$$

$$2x^2 - 34x + 60 = 0, x^2 - 17x + 30 = 0$$

$$(x-2)(x-15) = 0 \quad \therefore x=2 \text{ 또는 } x=15$$

이때 $0 < x < 7$ 이므로 $x=2$

따라서 길의 폭은 2m이다.

79 답 19cm

처음 직사각형 모양의 종이의 가로 길이 x cm라 하면 세로 길이는 $(x-5)$ cm이다.

네 귀퉁이를 잘라 만든 직육면체의 가로 길이는 $(x-4)$ cm, 세로 길이는 $(x-5)-4=x-9$ (cm), 높이는 2cm이므로

$$2(x-4)(x-9)=300, x^2-13x+36=150$$

$$x^2-13x-114=0, (x+6)(x-19)=0$$

$$\therefore x=-6 \text{ 또는 } x=19$$

이때 $x>9$ 이므로 $x=19$

따라서 처음 직사각형 모양의 종이의 가로 길이는 19cm이다.

80 답 2cm

잘라 낸 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 네 귀퉁이를 잘라 만든 직육면체의 가로, 세로 길이는 각각 $(9-2x)$ cm,

$(11-2x)$ cm이므로

$$(9-2x)(11-2x)=35, 99-40x+4x^2=35$$

$$4x^2-40x+64=0, x^2-10x+16=0$$

$$(x-2)(x-8)=0 \quad \therefore x=2 \text{ 또는 } x=8$$

이때 $0<x<\frac{9}{2}$ 이므로 $x=2$

따라서 잘라 낸 정사각형의 한 변의 길이는 2cm이다.

81 답 5cm

빗금 친 부분의 세로 길이를 x cm라 하면 가로의 길이는 $(80-2x)$ cm이므로

$$x(80-2x)=350 \quad \dots (i)$$

$$2x^2-80x+350=0, x^2-40x+175=0$$

$$(x-5)(x-35)=0 \quad \therefore x=5 \text{ 또는 } x=35 \quad \dots (ii)$$

이때 빗금 친 부분의 가로의 길이가 세로의 길이보다 길므로

$$80-2x>x, 3x<80 \quad \therefore x<\frac{80}{3}$$

따라서 $0<x<\frac{80}{3}$ 이므로 물받이의 높이는 5cm이다. $\dots (iii)$

채점 기준

(i) 이차방정식 세우기	30%
(ii) 이차방정식 풀기	40%
(iii) 물받이의 높이 구하기	30%

핵심 유형 최종 점검하기

159~161쪽

82 답 ㄱ, ㄴ

ㄱ. $k=1$ 이면 $x^2-4x+1=0$ 에서 일차항의 계수가 짝수이므로 $(-2)^2-1 \times 1=3>0$

따라서 서로 다른 두 근을 가진다.

ㄴ. $k=4$ 이면 $x^2-4x+4=0$ 에서 일차항의 계수가 짝수이므로 $(-2)^2-1 \times 4=0$

따라서 중근을 가진다.

ㄷ. $k=0$ 이면 $x^2-4x=0$ 에서 일차항의 계수가 짝수이므로 $(-2)^2-1 \times 0=4>0$

따라서 서로 다른 두 근을 가진다.

ㄹ. $k=-5$ 이면 $x^2-4x-5=0$ 에서

$$(x+1)(x-5)=0 \quad \therefore x=-1 \text{ 또는 } x=5$$

따라서 한 근은 음수, 다른 한 근은 양수인 두 근을 가진다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

83 답 ⑤

$mx^2-2x-1=0$ 이 서로 다른 두 근을 갖고 일차항의 계수가 짝수이므로

$$(-1)^2-m \times (-1)>0, 1+m>0 \quad \therefore m>-1$$

그런데 $m=0$ 이면 주어진 방정식이 이차방정식이 아니므로 $m \neq 0$ 이다.

따라서 구하는 m 의 값의 범위는 $-1<m<0$ 또는 $m>0$ 이다.

84 답 -12, $x=6$

$x^2+mx+36=0$ 이 중근을 가지려면

$$m^2-4 \times 1 \times 36=0, m^2=144 \quad \therefore m=\pm 12$$

(i) $m=12$ 일 때,

$$x^2+12x+36=0, (x+6)^2=0 \quad \therefore x=-6$$

(ii) $m=-12$ 일 때,

$$x^2-12x+36=0, (x-6)^2=0 \quad \therefore x=6$$

따라서 양수인 중근을 갖도록 하는 상수 m 의 값은 -12이고, 이때의 중근은 $x=6$ 이다.

85 답 ③

(가)에서 $x^2+2x-k+3=0$ 이 근을 갖지 않고 일차항의 계수가 짝수이므로

$$1^2-1 \times (-k+3)<0$$

$$1+k-3<0 \quad \therefore k<2$$

(나)에서 $x^2+(k-1)x+4=0$ 이 중근을 가지므로

$$(k-1)^2-4 \times 1 \times 4=0, k^2-2k+1-16=0$$

$$k^2-2k-15=0, (k+3)(k-5)=0$$

$$\therefore k=-3 \text{ 또는 } k=5$$

따라서 (가), (나)를 모두 만족시키는 k 의 값은 -3이다.

86 답 ②

두 근이 -2, 3이고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은

$$(x+2)(x-3)=0, x^2-x-6=0$$

$$\therefore a=-1, b=-6$$

따라서 이차방정식 $bx^2+ax+1=0$ 은

$$-6x^2-x+1=0, 6x^2+x-1=0$$

$$(2x+1)(3x-1)=0 \quad \therefore x=-\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=\frac{1}{3}$$

87 ①

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 1 \times 2}}{1} = 2 \pm \sqrt{2}$$

따라서 두 근이 $(2 + \sqrt{2}) - 2 = \sqrt{2}$, $(2 - \sqrt{2}) - 2 = -\sqrt{2}$ 이고 x^2 의 계수가 3인 이차방정식은

$$3(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0, 3(x^2 - 2) = 0$$

$$\therefore 3x^2 - 6 = 0$$

88 ③

두 근을 a , $a+1$ 이라 하면

$$(x-a)\{x-(a+1)\} = 0, x^2 - (2a+1)x + a(a+1) = 0$$

이때 $2a+1=25$ 이므로 $a=12$

$$\therefore n = a(a+1) = 12 \times 13 = 156$$

89 ② $x = -2$ 또는 $x = 6$

x 의 계수를 잘못 보고 쓴 이차방정식은

$$(x+3)(x-4) = 0 \quad \therefore x^2 - x - 12 = 0$$

이때 상수항은 제대로 보았으므로 처음 이차방정식의 상수항은 -12 이다.

상수항을 잘못 보고 쓴 이차방정식은

$$(x-1)(x-3) = 0 \quad \therefore x^2 - 4x + 3 = 0$$

이때 x 의 계수는 제대로 보았으므로 처음 이차방정식의 x 의 계수는 -4 이다.

따라서 처음 이차방정식은 $x^2 - 4x - 12 = 0$ 이므로

$$(x+2)(x-6) = 0 \quad \therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 6$$

90 ② 10명

$$\frac{n(n-1)}{2} = 45 \text{에서}$$

$$n^2 - n = 90, n^2 - n - 90 = 0 \quad \dots (i)$$

$$(n+9)(n-10) = 0 \quad \therefore n = -9 \text{ 또는 } n = 10 \quad \dots (ii)$$

이때 n 은 자연수이므로 $n = 10$

따라서 모임에 참가한 학생 수는 10명이다. $\dots (iii)$

채점 기준

(i) 이차방정식을 세워 정리하기	30%
(ii) 이차방정식 풀기	40%
(iii) 모임에 참가한 학생 수 구하기	30%

91 ② 9

어떤 자연수를 x 라 하면

$$(x-3)^2 = 3(x+3), x^2 - 6x + 9 = 3x + 9$$

$$x^2 - 9x = 0, x(x-9) = 0 \quad \therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 9$$

이때 x 는 자연수이므로 $x = 9$

따라서 어떤 자연수는 9이다.

92 ④

연속하는 두 짝수를 x , $x+2$ 라 하면

$$x^2 + (x+2)^2 = x(x+2) + 52$$

$$x^2 + x^2 + 4x + 4 = x^2 + 2x + 52$$

$$x^2 + 2x - 48 = 0, (x+8)(x-6) = 0$$

$$\therefore x = -8 \text{ 또는 } x = 6$$

이때 x 는 자연수이므로 $x = 6$

따라서 연속하는 두 짝수는 6, 8이므로 구하는 합은

$$6 + 8 = 14$$

93 ② 16마리

원숭이의 수를 x 마리라 하면

$$x - \left(\frac{1}{8}x\right)^2 = 12, x - \frac{1}{64}x^2 = 12$$

$$x^2 - 64x + 768 = 0, (x-16)(x-48) = 0$$

$$\therefore x = 16 \text{ 또는 } x = 48$$

이때 $0 < x \leq 20$ 이므로 $x = 16$

따라서 원숭이는 모두 16마리이다.

94 ② 300

인상된 입장료는 $(900+x)$ 원, 감소한 입장객 수는 $\left(400 - \frac{x}{3}\right)$ 명이고

하루 평균 입장료 총수입은 $900 \times 400 = 360000$ (원)으로 변함없으므로

$$(900+x)\left(400 - \frac{x}{3}\right) = 360000, 360000 + 100x - \frac{x^2}{3} = 360000$$

$$x^2 - 300x = 0, x(x-300) = 0 \quad \therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 300$$

이때 x 는 양수이므로 $x = 300$

95 ③

야구공을 던져 올린 지 t 초 후에 지면에 떨어진다고 하면 야구공이 지면에 떨어질 때의 높이는 0m이므로

$$-5t^2 + 10t + 15 = 0, t^2 - 2t - 3 = 0$$

$$(t+1)(t-3) = 0 \quad \therefore t = -1 \text{ 또는 } t = 3$$

이때 $t > 0$ 이므로 $t = 3$

따라서 야구공이 지면에 떨어지는 것은 야구공을 던져 올린 지 3초 후이다.

96 ② 3

$$(x+9)^2 + (2x)^2 = (6\sqrt{5})^2, x^2 + 18x + 81 + 4x^2 = 180$$

$$5x^2 + 18x - 99 = 0, (5x+33)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{33}{5} \text{ 또는 } x = 3$$

이때 $2x > 0$, 즉 $x > 0$ 이므로 $x = 3$

97 ② P(6, 3)

점 P(a , b)가 일차함수 $y = -2x + 15$ 의 그래프 위에 있으므로

$$b = -2a + 15 \quad \dots \textcircled{1}$$

□OQPR의 넓이가 18이므로

$$a(-2a + 15) = 18$$

$$2a^2 - 15a + 18 = 0, (2a-3)(a-6) = 0$$

$$\therefore a = \frac{3}{2} \text{ 또는 } a = 6$$

이때 a , b 는 정수이므로 $a = 6$

①에 $a = 6$ 을 대입하면

$$b = -2 \times 6 + 15 = 3$$

따라서 점 P의 좌표는 P(6, 3)이다.

98 **답** 8cm^2

처음 삼각형의 밑변의 길이를 $x\text{cm}$ 라 하면 높이는 $x\text{cm}$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times (x+4) \times (x+2) = 3 \times \left(\frac{1}{2} \times x \times x \right) \quad \dots (i)$$

$$x^2 + 6x + 8 = 3x^2, \quad 2x^2 - 6x - 8 = 0$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0, \quad (x+1)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 4 \quad \dots (ii)$$

이때 $x > 0$ 이므로 $x = 4$

따라서 처음 삼각형의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8(\text{cm}^2) \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) 이차방정식 세우기	30 %
(ii) 이차방정식 풀기	40 %
(iii) 처음 삼각형의 넓이 구하기	30 %

99 **답** $(10+2\sqrt{30})\text{m}$

공원의 반지름의 길이를 $x\text{m}$ 라 하면

$$\pi x^2 = 5\{\pi(x+2)^2 - \pi x^2\}, \quad x^2 - 20x - 20 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 1 \times (-20)}}{1} = 10 \pm 2\sqrt{30}$$

이때 $x > 0$ 이므로 $x = 10 + 2\sqrt{30}$

따라서 공원의 반지름의 길이는 $(10+2\sqrt{30})\text{m}$ 이다.

100 **답** $(14-7\sqrt{2})\text{cm}$

$\overline{AC} = x\text{cm}$ 라 하면

$\overline{BC} = (7-x)\text{cm}$ 이므로

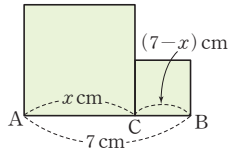
$$x^2 = 2(7-x)^2$$

$$x^2 = 98 - 28x + 2x^2, \quad x^2 - 28x + 98 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-(-14) \pm \sqrt{(-14)^2 - 1 \times 98}}{1} = 14 \pm 7\sqrt{2}$$

이때 $\frac{7}{2} < x < 7$ 이므로 $x = 14 - 7\sqrt{2}$

따라서 $\overline{AC}$ 의 길이는 $(14-7\sqrt{2})\text{cm}$ 이다.



101 **답** 5



오려 내고 남은 나머지 네 조각의 넓이의 합이 700cm^2 이므로

$$(40-x)(25-x) = 700, \quad x^2 - 65x + 1000 = 700$$

$$x^2 - 65x + 300 = 0, \quad (x-5)(x-60) = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ 또는 } x = 60$$

이때 $0 < x < 25$ 이므로 $x = 5$

102 **답** 26cm

처음 정사각형 모양의 색종이의 한 변의 길이를 $x\text{cm}$ 라 하면 네 귀

푹이를 잘라 만든 직육면체의 가로, 세로의 길이는 모두 $(x-6)\text{cm}$

이고, 높이는 3cm 이므로

$$3(x-6)^2 = 1200, \quad (x-6)^2 = 400$$

$$x^2 - 12x + 36 = 400, \quad x^2 - 12x - 364 = 0$$

$$(x+14)(x-26) = 0$$

$$\therefore x = -14 \text{ 또는 } x = 26$$

이때 $x > 6$ 이므로 $x = 26$

따라서 처음 정사각형 모양의 색종이의 한 변의 길이는 26cm 이다.

참고 만든 직육면체의 높이가 3cm 이므로 네 귀푼이에서 잘라 낸 정사각형의 한 변의 길이는 3cm 이다.





이차함수와 그 그래프

- 01 ① 02 10 03 $\perp, \square$ 04 $\frac{2}{3}$
 05 ④ 06 $y = -x^2$ 07 81 08 ②
 09 ④, ⑦ 10 $k \neq -1$ 11 ② 12 2
 13 2 14 4 15 ④, ⑤ 16 ④, ⑤
 17 ③ 18 ③ 19 ① 20 ①
 21 ① 22 $\frac{5}{2}$ 23 $y = \frac{5}{3}x^2$ 24 6
 25 ③ 26 $-\frac{3}{4}$ 27 16 28 3
 29 ④ 30 $y = \frac{4}{9}x^2$ 31 20 32 -2
 33 ③ 34 64 35 $\frac{5}{9}$
 36 A $(-\frac{3}{4}, \frac{9}{16})$ 37 $\frac{1}{9}$ 38 ③
 39 11 40 9 41 -4 42 ①
 43 1 44 ②, ④, ⑥ 45 (0, -6) 46 0
 47 $\frac{4}{3}$ 48 ③ 49 -9 50 ③, ⑤
 51 -3 52 $y = 2(x-3)^2$ 53 7
 54 ② 55 ① 56 $\square, \square$ 57 -2
 58 1 59 $-\frac{1}{2}, 3$ 60 ① 61 ③
 62 ① 63 ① 64 $\perp, \square$ 65 $x < 3$
 66 $a < 0, p > 0, q > 0$ 67 ④ 68 ⑤
 69 ②
 70 제1사분면, 제2사분면, 제3사분면, 제4사분면
 71 -7 72 1 73 -3 74 ③
 75 ③ 76 ③ 77 -1 78 ②
 79 $\neg$ - (라), $\perp$ - (나), $\square$ - (가), $\square$ - (다) 80 ②, ③
 81 1 82 -4 83 ③ 84 ④
 85 $\frac{1}{4}$ 86 -5 87 9 88 15
 89 ① 90 2 91 ② 92 3
 93 ④ 94 ③ 95 제1사분면, 제2사분면
 96 ⑤ 97 (0, 4)

01 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

164~170쪽

01 답 ①

- ① $y = x(2x+3) - 5 = 2x^2 + 3x - 5 \Rightarrow$ 이차함수
 ② $x^2 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow$ 이차방정식
 ③ $y = \frac{1}{2}x + 5 \Rightarrow$ 일차함수
 ④ $y = x^2 - x(x+4) = x^2 - x^2 - 4x = -4x \Rightarrow$ 일차함수
 ⑤ $y = (2x+4)(x^2-2)$
 $= 2x^3 + 4x^2 - 4x - 8 \rightarrow x$ 에 대한 이차식이 아니다.
 $\Rightarrow$ 이차함수가 아니다.
 따라서 y 가 x 에 대한 이차함수인 것은 ①이다.

02 답 10

- $f(x) = 2x^2 - 5x - 3$ 에서
 $f(-1) = 2 \times (-1)^2 - 5 \times (-1) - 3 = 4$
 $f(1) = 2 \times 1^2 - 5 \times 1 - 3 = -6$
 $\therefore f(-1) - f(1) = 4 - (-6) = 10$

03 답 $\perp, \square$

- $\neg$. $a > 0$ 이면 아래로 볼록하다.
 $\square$. $a < 0$ 이면, $x > 0$ 일 때 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

04 답 $\frac{2}{3}$

- $y = -\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭인 그래프의 식은 $y = \frac{2}{3}x^2$
 $\therefore a = \frac{2}{3}$

05 답 ④

- $y = ax^2$ 에 $x=2, y=-8$ 을 대입하면
 $-8 = a \times 2^2, -8 = 4a \quad \therefore a = -2$
 $y = -2x^2$ 에 $x=1, y=b$ 를 대입하면
 $b = -2 \times 1^2 = -2$
 $\therefore a+b = -2 + (-2) = -4$

06 답 $y = -x^2$

- 그래프의 꼭짓점이 원점이므로 구하는 이차함수의 식을 $y = ax^2$ 으로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 점 (2, -4)를 지나므로
 $y = ax^2$ 에 $x=2, y=-4$ 를 대입하면
 $-4 = a \times 2^2, -4 = 4a \quad \therefore a = -1$
 따라서 구하는 이차함수의 식은 $y = -x^2$ 이다.

07 답 81

- A(-3, 3)은 $y = ax^2$ 의 그래프 위의 점이므로
 $3 = a \times (-3)^2 \quad \therefore a = \frac{1}{3}$

이때 $y = \frac{1}{3}x^2$ 의 그래프는 y 축에 대칭이고, $\overline{CD} = 12$ 이므로 점 C의 x 좌표는 6이다.

즉, 점 C의 y 좌표는 $y = \frac{1}{3} \times 6^2 = 12$

따라서 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AB} = 6$, $\overline{CD} = 12$ 이고
높이가 $12 - 3 = 9$ 이므로

(사다리꼴 ABCD의 넓이) $= \frac{1}{2} \times (6 + 12) \times 9 = 81$

08 답 ②

ㄱ. $y = 2x + 3 \Rightarrow$ 일차함수

ㄴ. $y = x(10 - x) = -x^2 + 10x \Rightarrow$ 이차함수

ㄷ. $y = 1 \Rightarrow$ 이차항이 없으므로 이차함수가 아니다.

ㄹ. $y = (x - 2)(x + 3) - x^2 = x^2 + x - 6 - x^2 = x - 6 \Rightarrow$ 일차함수

ㅁ. $y = x^2 + 5x \Rightarrow$ 이차함수

ㅂ. $y = \frac{1}{x^2} \Rightarrow$ 분모에 미지수가 있으므로 이차함수가 아니다.

따라서 y 가 x 에 대한 이차함수인 것은 ㄴ, ㅁ이다.

09 답 ④, ⑦

① (거리) $=$ (속력) $\times$ (시간)이므로 $y = 100x \Rightarrow$ 일차함수

② (정육면체의 부피) $=$ (가로의 길이) $\times$ (세로의 길이) $\times$ (높이)
 $=$ (한 모서리의 길이)³

이므로 $y = x^3 \rightarrow x$ 에 대한 이차식이 아니다.

$\Rightarrow$ 이차함수가 아니다.

③ (정삼각형의 둘레의 길이) $= 3 \times$ (한 변의 길이)이므로

$y = 3x \Rightarrow$ 일차함수

④ (원기둥의 부피) $=$ (밑면인 원의 넓이) $\times$ (높이)

$= \pi \times$ (밑면의 반지름의 길이)² $\times$ (높이)

이므로 $y = 10\pi x^2 \Rightarrow$ 이차함수

⑤ (직사각형의 둘레의 길이) $= 2 \times \{$ (가로의 길이) $+$ (세로의 길이) $\}$

이므로

$20 = 2(y + x)$, $10 = y + x \quad \therefore y = 10 - x \Rightarrow$ 일차함수

⑥ (밤의 길이) $= 24 -$ (낮의 길이)이므로

$y = 24 - x \Rightarrow$ 일차함수

⑦ (직사각형의 넓이) $=$ (가로의 길이) $\times$ (세로의 길이)이므로

$y = x(x + 4) = x^2 + 4x \Rightarrow$ 이차함수

따라서 y 가 x 에 대한 이차함수인 것은 ④, ⑦이다.

10 답 $k \neq -1$

$y = kx^2 + (x - 3)(x - 1)$

$= kx^2 + x^2 - 4x + 3$

$= (k + 1)x^2 - 4x + 3$

이때 이차항의 계수가 0이 아니어야 하므로

$k + 1 \neq 0 \quad \therefore k \neq -1$

11 답 ②

$f(x) = x^2 + 2x - 3$ 에서

$f(2) = 2^2 + 2 \times 2 - 3 = 5$

$f(-2) = (-2)^2 + 2 \times (-2) - 3 = -3$

$\therefore f(2) + f(-2) = 5 + (-3) = 2$

12 답 2

$f(x) = ax^2 - 4x + 5$ 에서

$f(3) = a \times 3^2 - 4 \times 3 + 5 = 9a - 7$

즉, $9a - 7 = 11$ 이므로 $9a = 18 \quad \therefore a = 2$

13 답 2

$f(x) = 2x^2 - 3x - 1$ 에서

$f(a) = 2a^2 - 3a - 1$

즉, $2a^2 - 3a - 1 = 1$ 이므로

$2a^2 - 3a - 2 = 0$, $(2a + 1)(a - 2) = 0$

$\therefore a = -\frac{1}{2}$ 또는 $a = 2$

이때 a 가 정수이므로 $a = 2$

14 답 4

$f(x) = -x^2 + ax + 5$ 에서 $f(-1) = 2$ 이므로

$-(-1)^2 + a \times (-1) + 5 = 2$

$-1 - a + 5 = 2 \quad \therefore a = 2$

... (i)

즉, $f(x) = -x^2 + 2x + 5$ 에서 $f(3) = b$ 이므로

$-3^2 + 2 \times 3 + 5 = b \quad \therefore b = 2$

... (ii)

$\therefore ab = 2 \times 2 = 4$

... (iii)

채점 기준

(i) a 의 값 구하기	40%
(ii) b 의 값 구하기	40%
(iii) ab 의 값 구하기	20%

15 답 ④, ⑤

④ 제3사분면과 제4사분면을 지난다.

⑤ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

16 답 ④, ⑤

주어진 이차함수의 그래프 중 아래로 볼록한 것은 이차항의 계수가

양수인 $y = \frac{1}{4}x^2$, $y = 4x^2$ 이다.

17 답 ③

① 각 그래프의 꼭짓점은 원점 (0, 0)으로 모두 같다.

③ $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소하는 그래프는 ㄷ,
ㅁ, ㅂ의 3개이다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

18 답 ③

주어진 이차함수의 그래프 중 아래로 볼록한 것은 이차항의 계수가
양수인

$y = \frac{1}{2}x^2$, $y = \frac{5}{6}x^2$, $y = 2x^2$

이때 $\left| \frac{1}{2} \right| < \left| \frac{5}{6} \right| < |2|$ 이므로 그래프의 폭이 가장 넓은 것은 이차항

의 계수의 절댓값이 가장 작은 $y = \frac{1}{2}x^2$ 이다.

따라서 아래로 볼록하면서 폭이 가장 넓은 것은 ③이다.

19 답 ①

$y=ax^2$ 의 그래프의 폭이 $y=-3x^2$ 의 그래프보다 넓고 $y=-\frac{3}{4}x^2$ 의 그래프보다 좁으므로

$$\left| -\frac{3}{4} \right| < |a| < |-3|, \quad \frac{3}{4} < |a| < 3$$

이때 $a < 0$ 이므로 $-3 < a < -\frac{3}{4}$

따라서 a 의 값이 될 수 없는 것은 ①이다.

20 답 ①

$y=ax^2$ 의 그래프가 색칠한 부분을 지나려면

(i) $a > 0$ 인 경우

$y=ax^2$ 의 그래프의 폭이 $y=3x^2$ 의 그래프보다 넓어야 하므로
 $0 < a < 3$

(ii) $a < 0$ 인 경우

$y=ax^2$ 의 그래프의 폭이 $y=-x^2$ 의 그래프보다 넓어야 하므로
 $-1 < a < 0$

(i), (ii)에 의해 $-1 < a < 0$ 또는 $0 < a < 3$

따라서 그래프가 색칠한 부분을 지나지 않는 것은 ①이다.

만렙 **예** $y=ax^2$ 에서 $a > 0$ 인 경우와 $a < 0$ 인 경우로 나누어 a 의 값의 범위를 구한다.

21 답 ①

$y=5x^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭인 그래프의 식은 $y=-5x^2$

22 답 $\frac{5}{2}$

$y=\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭인 그래프의 식은

$$y=-\frac{1}{2}x^2 \quad \therefore a=-\frac{1}{2}$$

$y=-3x^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭인 그래프의 식은

$$y=3x^2 \quad \therefore b=3$$

$$\therefore a+b=-\frac{1}{2}+3=\frac{5}{2}$$

23 답 $y=\frac{5}{3}x^2$

그래프가 x 축에 서로 대칭인 두 이차함수는

$$y=6x^2 \text{과 } y=-6x^2, \quad y=-\frac{3}{5}x^2 \text{과 } y=\frac{3}{5}x^2,$$

$$y=-\frac{1}{6}x^2 \text{과 } y=\frac{1}{6}x^2, \quad y=\frac{2}{3}x^2 \text{과 } y=-\frac{2}{3}x^2$$

이므로 마지막에 남는 카드에 적힌 이차함수의 식은 $y=\frac{5}{3}x^2$ 이다.

24 답 6

$y=ax^2$ 에 $x=3$, $y=6$ 을 대입하면

$$6=a \times 3^2, \quad 6=9a \quad \therefore a=\frac{2}{3}$$

$y=\frac{2}{3}x^2$ 에 $x=b$, $y=24$ 를 대입하면

$$24=\frac{2}{3}b^2, \quad b^2=36 \quad \therefore b=\pm 6$$

이때 $b > 0$ 이므로 $b=6$

25 답 ③

주어진 점의 좌표를 각각 대입하면

$$\textcircled{1} \quad 0=2 \times 0^2$$

$$\textcircled{2} \quad 2=2 \times 1^2$$

$$\textcircled{3} \quad 1 \neq 2 \times \left(-\frac{1}{4}\right)^2$$

$$\textcircled{4} \quad 8=2 \times 2^2$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{1}{2}=2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

따라서 $y=2x^2$ 의 그래프 위의 점이 아닌 것은 ③이다.

26 답 $-\frac{3}{4}$

$y=-4x^2$ 에 $x=a$, $y=3a$ 를 대입하면

$$3a=-4a^2, \quad 4a^2+3a=0$$

$$a(4a+3)=0 \quad \therefore a=0 \text{ 또는 } a=-\frac{3}{4}$$

이때 $a \neq 0$ 이므로 $a=-\frac{3}{4}$

27 답 16

$y=\frac{4}{3}x^2$ 에 $x=-2$, $y=a$ 를 대입하면

$$a=\frac{4}{3} \times (-2)^2 \quad \therefore a=\frac{16}{3}$$

$y=\frac{4}{3}x^2$ 에 $x=b$, $y=12$ 를 대입하면

$$12=\frac{4}{3}b^2, \quad b^2=9 \quad \therefore b=\pm 3$$

이때 $b > 0$ 이므로 $b=3$

$$\therefore ab=\frac{16}{3} \times 3=16$$

28 답 3

$y=ax^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭인 그래프의 식은 $y=-ax^2$

이 그래프가 점 $(3, -27)$ 을 지나므로

$y=-ax^2$ 에 $x=3$, $y=-27$ 을 대입하면

$$-27=-a \times 3^2, \quad 9a=27 \quad \therefore a=3$$

29 답 ④

$y=ax^2$ 에 $x=-2$, $y=6$ 을 대입하면

$$6=a \times (-2)^2 \quad \therefore a=\frac{3}{2}$$

$y=\frac{3}{2}x^2$ 에 $x=6$, $y=b$ 를 대입하면

$$b=\frac{3}{2} \times 6^2 \quad \therefore b=54$$

두 점 $(-2, 6)$, $(6, 54)$ 를 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{54-6}{6-(-2)}=6$$

즉, 직선의 방정식을 $y=6x+k$ 로 놓고 $x=-2$, $y=6$ 을 대입하면

$$6=6 \times (-2)+k \quad \therefore k=18$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$y=6x+18$$

참고 서로 다른 두 점 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 를 지나는 직선의 방정식 구하기

- ① 기울기 a 를 구한다. $\Rightarrow a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ (단, $x_1 \neq x_2$)
 ② $y = ax + b$ 에 한 점의 좌표를 대입하여 b 의 값을 구한다.

30 답 $y = \frac{4}{9}x^2$

그래프의 꼭짓점이 원점이므로 구하는 이차함수의 식을 $y = ax^2$ 으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(-3, 4)$ 를 지나므로

$y = ax^2$ 에 $x = -3, y = 4$ 를 대입하면

$$4 = a \times (-3)^2, 4 = 9a \quad \therefore a = \frac{4}{9}$$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y = \frac{4}{9}x^2$ 이다.

31 답 20

이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 꼭짓점이 원점이므로 이차함수의 식을 $y = ax^2$ 으로 놓을 수 있다. ... (i)

이 그래프가 점 $(2, 5)$ 를 지나므로

$y = ax^2$ 에 $x = 2, y = 5$ 를 대입하면

$$5 = a \times 2^2, 5 = 4a \quad \therefore a = \frac{5}{4}$$

따라서 $y = \frac{5}{4}x^2$, 즉 $f(x) = \frac{5}{4}x^2$ 이므로 ... (ii)

$$f(-4) = \frac{5}{4} \times (-4)^2 = 20 \quad \dots \text{(iii)}$$

채점 기준

(i) 이차함수의 식을 $y = ax^2$ 으로 놓기	20 %
(ii) 이차함수의 식 구하기	40 %
(iii) $f(-4)$ 의 값 구하기	40 %

32 답 -2

그래프의 꼭짓점이 원점이므로 이차함수의 식을 $y = ax^2$ 으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(3, -18)$ 을 지나므로

$$-18 = a \times 3^2, -18 = 9a \quad \therefore a = -2$$

$y = -2x^2$ 의 그래프가 점 $(p, -8)$ 을 지나므로

$$-8 = -2p^2, p^2 = 4 \quad \therefore p = \pm 2$$

이때 $p < 0$ 이므로 $p = -2$

33 답 ③

그래프의 꼭짓점이 원점이므로 이차함수의 식을 $y = ax^2$ 으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(-6, 12)$ 를 지나므로

$$12 = a \times (-6)^2, 12 = 36a \quad \therefore a = \frac{1}{3}$$

$y = \frac{1}{3}x^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭인 그래프의 식은

$$y = -\frac{1}{3}x^2$$

이 그래프가 점 $(m, -27)$ 을 지나므로

$$-27 = -\frac{1}{3}m^2, m^2 = 81 \quad \therefore m = \pm 9$$

이때 $m > 0$ 이므로 $m = 9$

34 답 64

점 $A(-2, -1)$ 은 $y = ax^2$ 의 그래프 위의 점이므로

$$-1 = a \times (-2)^2, -1 = 4a \quad \therefore a = -\frac{1}{4}$$

이때 $y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프는 y 축에 대칭이고, $\overline{BC} = 12$ 이므로

점 C 의 x 좌표는 6이다.

$$\text{즉, 점 } C \text{의 } y \text{좌표는 } y = -\frac{1}{4} \times 6^2 = -9$$

따라서 사다리꼴 $ABCD$ 에서 $\overline{AD} = 4, \overline{BC} = 12$ 이고

높이가 $-1 - (-9) = 8$ 이므로

$$\square ABCD = \frac{1}{2} \times (4 + 12) \times 8 = 64$$

35 답 $\frac{5}{9}$

$y = -5x^2$ 에 $x = 1$ 을 대입하면 $y = -5 \times 1^2 = -5$ 이므로 점 B 의 좌

표가 $(1, -5)$ 이고, 이차함수 $y = -5x^2$ 의 그래프는 y 축에 대칭이므로 점 A 의 좌표는 $(-1, -5)$... (i)

$y = ax^2$ 의 그래프는 y 축에 대칭이고, $\overline{CD} = 3\overline{AB} = 6$ 이므로 두 점 C, D 의 좌표는 각각 $(3, 9a), (-3, 9a)$... (ii)

이때 $\square ABCD$ 는 사다리꼴이고, 그 넓이가 40이므로

$$\frac{1}{2} \times (6 + 2) \times \{9a - (-5)\} = 40$$

$$4(9a + 5) = 40, 9a + 5 = 10, 9a = 5 \quad \therefore a = \frac{5}{9} \quad \dots \text{(iii)}$$

채점 기준

(i) 점 A 의 좌표 구하기	30 %
(ii) 두 점 C, D 의 좌표 구하기	40 %
(iii) a 의 값 구하기	30 %

36 답 $A(-\frac{3}{4}, \frac{9}{16})$

점 B 의 x 좌표를 a 라 하면 $B(a, a^2)$ 이고,

$y = x^2$ 의 그래프는 y 축에 대칭이므로 $A(-a, a^2)$

이때 점 C 는 점 B 와 x 좌표가 같고, $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프 위의 점이

$$\text{므로 } C(a, -\frac{1}{3}a^2)$$

$$\text{즉, } \overline{AB} = a - (-a) = 2a, \overline{BC} = a^2 - (-\frac{1}{3}a^2) = \frac{4}{3}a^2 \text{이므로}$$

$$2a : \frac{4}{3}a^2 = 2 : 1, \frac{8}{3}a^2 = 2a$$

$$4a^2 - 3a = 0, a(4a - 3) = 0 \quad \therefore a = 0 \text{ 또는 } a = \frac{3}{4}$$

이때 점 B 가 제1사분면 위의 점이므로 $a > 0 \quad \therefore a = \frac{3}{4}$

$$\therefore A(-\frac{3}{4}, \frac{9}{16})$$

37 답 $\frac{1}{9}$

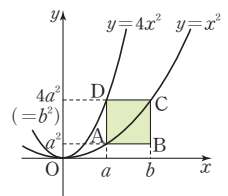
점 A 의 x 좌표를 a , 점 B 의 x 좌표를 b 라

하면

$$A(a, a^2), B(b, a^2),$$

$$C(b, b^2), D(a, 4a^2)$$

두 점 C, D 의 y 좌표가 같으므로



$$b^2=4a^2 \quad \therefore b=\pm 2a$$

이때 $\square ABCD$ 가 제1사분면 위에 있으므로

$$a>0, b>0 \quad \therefore b=2a$$

$$\overline{AB}=b-a, \overline{AD}=4a^2-a^2=3a^2 \text{이고 } \overline{AB}=\overline{AD} \text{이므로}$$

$$b-a=3a^2$$

이 식에 $b=2a$ 를 대입하면

$$2a-a=3a^2, 3a^2-a=0$$

$$a(3a-1)=0 \quad \therefore a=0 \text{ 또는 } a=\frac{1}{3}$$

이때 $a>0$ 이므로 $a=\frac{1}{3}$

$$\therefore b=2a=2 \times \frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$

$$\text{따라서 } \overline{AB}=b-a=\frac{2}{3}-\frac{1}{3}=\frac{1}{3} \text{이므로}$$

$$\square ABCD \text{의 넓이는 } \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}=\frac{1}{9}$$

02 이차함수의 그래프의 성질 (1)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

171~174쪽

38 답 ③

$y=2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=2x^2-1$

이 그래프가 점 $(-1, k)$ 를 지나므로

$$k=2 \times (-1)^2-1=1$$

39 답 11

$y=x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 k 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=(x-k)^2$

이 그래프가 점 $(5, 36)$ 을 지나므로

$$36=(5-k)^2, 5-k=\pm 6 \quad \therefore k=-1 \text{ 또는 } k=11$$

이때 $k>0$ 이므로 $k=11$

40 답 9

$y=-\frac{1}{2}(x-5)^2-4$ 의 그래프는 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 5 만큼, y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $p=5, q=-4$ 이므로

$$p-q=5-(-4)=9$$

41 답 -4

$y=\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동한 그래프의 식

$$\text{은 } y=\frac{2}{3}x^2+k$$

이 그래프가 점 $(-3, 2)$ 를 지나므로

$$2=\frac{2}{3} \times (-3)^2+k, 2=6+k$$

$$\therefore k=-4$$

42 답 ①

$y=\frac{1}{3}x^2-1$ 의 그래프는 아래로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표가 $(0, -1)$ 이므로 그래프로 적당한 것은 ①이다.

43 답 1

$y=\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 그래프의 식

$$\text{은 } y=\frac{1}{2}x^2+3$$

이 그래프가 점 $(a, 11)$ 을 지나므로

$$11=\frac{1}{2}a^2+3, a^2=16 \quad \therefore a=\pm 4$$

이때 $a<0$ 이므로 $a=-4$

또 $y=\frac{1}{2}x^2+3$ 의 그래프가 점 $(-2, b)$ 를 지나므로

$$b=\frac{1}{2} \times (-2)^2+3=5$$

$$\therefore a^2+2ab+b^2=(a+b)^2 \\ =(-4+5)^2=1$$

44 답 ②, ④, ⑥

② 축의 방정식은 $x=0$ 이다.

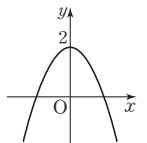
④ $y=-\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 것이다.

⑤ $y=-\frac{1}{2}x^2+2$ 의 그래프는 위로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표가 $(0, 2)$ 이므로 오른쪽 그림과 같다.

따라서 모든 사분면을 지난다.

⑥ $x<0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

따라서 옳지 않은 것은 ②, ④, ⑥이다.



45 답 (0, -6)

$y=3x^2+q$ 의 그래프가 점 $(2, 6)$ 을 지나므로

$$6=3 \times 2^2+q, 6=12+q \quad \therefore q=-6$$

$$\therefore y=3x^2-6$$

따라서 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, -6)$ 이다.

46 답 0

그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(0, 1)$ 이므로 $q=1$

즉, $y=ax^2+1$ 의 그래프가 점 $(1, 2)$ 를 지나므로

$$2=a \times 1^2+1 \quad \therefore a=1$$

$$\therefore a-q=1-1=0$$

47 답 $\frac{4}{3}$

$y=ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=a(x+3)^2$

이 그래프가 점 $(-6, 12)$ 를 지나므로

$$12=a(-6+3)^2, 9a=12 \quad \therefore a=\frac{4}{3}$$

48 답 ③

$y = -2(x+1)^2$ 의 그래프는 위로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이므로 그래프로 적당한 것은 ③이다.

49 답 -9

$y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = -(x-a)^2$... (i)

이 그래프가 점 $(2, -4)$ 를 지나므로

$$-4 = -(2-a)^2, -4 = -4 + 4a - a^2$$

$$a^2 - 4a = 0, a(a-4) = 0$$

$$\therefore a = 0 \text{ 또는 } a = 4$$

이때 $a > 0$ 이므로 $a = 4$... (ii)

즉, $y = -(x-4)^2$ 의 그래프가 점 $(1, k)$ 를 지나므로

$$k = -(1-4)^2 = -9 \quad \dots \text{(iii)}$$

채점 기준

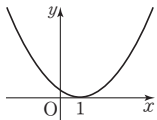
(i) 평행이동한 그래프의 식 구하기	30%
(ii) a 의 값 구하기	40%
(iii) k 의 값 구하기	30%

50 답 ③, ⑤

③ $y = \frac{1}{3}(x-1)^2$ 의 그래프는 아래로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표가 $(1, 0)$ 이므로 오른쪽

그림과 같다.

따라서 제1사분면과 제2사분면을 지난다.



⑤ 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

51 답 -3

그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 0)$ 이므로 $p = -2$

즉, $y = a(x+2)^2$ 의 그래프가 점 $(0, -4)$ 를 지나므로

$$-4 = a \times (0+2)^2, -4 = 4a \quad \therefore a = -1$$

$$\therefore a + p = -1 + (-2) = -3$$

52 답 $y = 2(x-3)^2$

꼭짓점이 x 축 위에 있고, 축의 방정식이 $x = 3$ 이므로 이차함수의 식을 $y = a(x-3)^2$ 으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(5, 8)$ 을 지나므로

$$8 = a \times (5-3)^2, 8 = 4a \quad \therefore a = 2$$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y = 2(x-3)^2$ 이다.

53 답 7

$y = a(x-3)^2 - 1$ 의 그래프는 $y = 5x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $a = 5, b = 3, c = -1$ 이므로

$$a + b + c = 5 + 3 + (-1) = 7$$

54 답 ②

$y = -(x-2)^2 - 1$ 의 그래프는 위로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표가 $(2, -1)$ 이므로 그래프로 적당한 것은 ②이다.

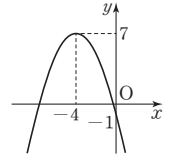
55 답 ①

$y = -\frac{1}{2}(x+4)^2 + 7$ 의 그래프는 위로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표가 $(-4, 7)$ 이다.

또 $x = 0$ 일 때 $y = -1$ 이므로 점 $(0, -1)$ 을 지난다.

따라서 $y = -\frac{1}{2}(x+4)^2 + 7$ 의 그래프는 오른쪽

그림과 같으므로 이 그래프가 지나지 않는 사분면은 제1사분면이다.



56 답 ㄷ, ㄹ

ㄴ. $y = \frac{1}{3}(x+2)^2 - 1$ 에 $x = 0$ 을 대입하면

$$y = \frac{1}{3} \times (0+2)^2 - 1 = \frac{1}{3}$$

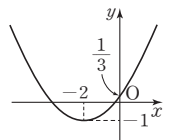
따라서 점 $(0, \frac{1}{3})$ 을 지난다.

ㄷ. 아래로 볼록한 포물선이다.

ㄹ. $y = \frac{1}{3}(x+2)^2 - 1$ 의 그래프는 오른쪽 그림

과 같으므로 제1, 2, 3사분면만을 지난다.

따라서 옳지 않은 것은 ㄷ, ㄹ이다.



57 답 -2

$y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3만큼, y 축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = 2(x+3)^2 - 4 \quad \dots \text{(i)}$$

이 그래프가 점 $(-4, a)$ 를 지나므로

$$a = 2(-4+3)^2 - 4 \quad \therefore a = -2 \quad \dots \text{(ii)}$$

채점 기준

(i) 평행이동한 그래프의 식 구하기	50%
(ii) a 의 값 구하기	50%

58 답 1

그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(2, 1)$ 이므로 $p = 2, q = 1$

즉, $y = a(x-2)^2 + 1$ 의 그래프가 점 $(0, 3)$ 을 지나므로

$$3 = a \times (0-2)^2 + 1, 3 = 4a + 1 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

$$\therefore apq = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$$

59 답 $-\frac{1}{2}, 3$

그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(p, 2p^2)$ 이고, 이 점이 직선 $y = 5x + 3$ 위에 있으므로

$$2p^2 = 5p + 3, 2p^2 - 5p - 3 = 0$$

$$(2p+1)(p-3) = 0 \quad \therefore p = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } p = 3$$

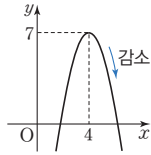
03 이차함수의 그래프의 성질 (2)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

175~177쪽

60 답 ①

$y = -3(x-4)^2 + 7$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 $x > 4$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.



61 답 ③

그래프가 아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$

꼭짓점 (p, q) 가 제3사분면 위에 있으므로 $p < 0, q < 0$

62 답 ①

$y = -3(x-2)^2 + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = -3(x-a-2)^2 + 3 + b$$

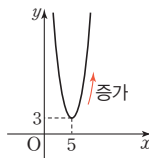
이 그래프가 $y = -3x^2$ 의 그래프와 일치하므로

$$-a-2=0, 3+b=0 \quad \therefore a=-2, b=-3$$

$$\therefore a+b = -2+(-3) = -5$$

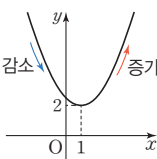
63 답 ①

$y = 2(x-5)^2 + 3$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 $x > 5$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.



64 답 ㄴ, ㄷ

$y = \frac{1}{2}(x-1)^2 + 2$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 $x < 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소하고 $x > 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.



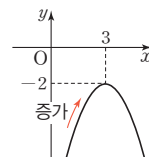
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

65 답 $x < 3$

$y = -\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = -\frac{2}{3}(x-3)^2 - 2$$

이 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 $x < 3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.



66 답 $a < 0, p > 0, q > 0$

그래프가 위로 볼록한 포물선이므로 $a < 0$

꼭짓점 $(-p, q)$ 가 제2사분면 위에 있으므로

$$-p < 0, q > 0 \quad \therefore p > 0, q > 0$$

67 답 ④

그래프가 위로 볼록한 포물선이므로 $a < 0$

꼭짓점 (p, q) 가 제1사분면 위에 있으므로 $p > 0, q > 0$

68 답 ⑤

① 그래프가 아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$

② 꼭짓점 $(0, q)$ 가 x 축보다 아래쪽에 있으므로 $q < 0$

③ $a+q$ 의 부호는 알 수 없다.

④ $a > 0, q < 0$ 이므로 $aq < 0$

⑤ $a > 0, q < 0$ 이므로 $a-q > 0$

따라서 항상 옳은 것은 ⑤이다.

69 답 ②

$y = ax + b$ 의 그래프가 오른쪽 위로 향하므로

$$(기울기) > 0 \quad \therefore a > 0$$

또 x 축보다 아래쪽에서 y 축과 만나므로

$$(y절편) < 0 \quad \therefore b < 0$$

즉, $y = a(x-b)^2$ 의 그래프는 $a > 0$ 이므로 아래로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표 $(b, 0)$ 에서 $b < 0$ 이므로 꼭짓점은 x 축 위의 점이며 y 축보다 왼쪽에 있다.

따라서 $y = a(x-b)^2$ 의 그래프로 적당한 것은 ②이다.

70 답 제1사분면, 제2사분면, 제3사분면, 제4사분면

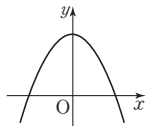
$y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$

꼭짓점 (p, q) 가 제4사분면 위에 있으므로 $p > 0, q < 0$

$$\therefore aq < 0, p > 0$$

즉, $y = aqx^2 + p$ 의 그래프는 $aq < 0$ 이므로 위로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표 $(0, p)$ 에서 $p > 0$ 이므로 꼭짓점은 y 축 위의 점이며 x 축보다 위쪽에 있다.

따라서 $y = aqx^2 + p$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 모든 사분면을 지난다.



71 답 -7

$y = (x+3)^2 - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2만큼, y 축의 방향으로 5만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = (x+2+3)^2 - 2 + 5 = (x+5)^2 + 3$$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-5, 3)$ 이므로 $p = -5, q = 3$

축의 방정식은 $x = -5$ 이므로 $m = -5$

$$\therefore p+q+m = -5+3+(-5) = -7$$

72 답 1

$y = 4x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 k 만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = 4(x-k)^2 + 1 + 2 = 4(x-k)^2 + 3$$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(k, 3)$ 이고,
이 점이 직선 $y = -2x + 5$ 위에 있으므로
 $3 = -2k + 5, 2k = 2 \quad \therefore k = 1$

73 답 -3

$y = -3(x-2)^2 + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = -3(x-1-2)^2 + 5 - 5$$

$$\therefore y = -3(x-3)^2 \quad \dots (i)$$

이 그래프가 점 $(4, k)$ 를 지나므로

$$k = -3 \times (4-3)^2 = -3 \quad \dots (ii)$$

채점 기준

(i) 평행이동한 그래프의 식 구하기	50%
(ii) k 의 값 구하기	50%

핵심 유형 최종 점검하기

178~181쪽

74 답 ③

ㄱ. $y = 200x \Rightarrow$ 일차함수
 ㄴ. (소금의 양) = $\frac{(\text{소금물의 농도})}{100} \times (\text{소금물의 양})$ 이므로
 $y = \frac{x}{100}(200 + x) = \frac{1}{100}x^2 + 2x \Rightarrow$ 이차함수
 ㄷ. (구의 겉넓이) = $4\pi \times (\text{반지름의 길이})^2$ 이므로
 $y = 4\pi x^2 \Rightarrow$ 이차함수
 ㄹ. $y = x(x+30) = x^2 + 30x \Rightarrow$ 이차함수
 ㅁ. (사다리꼴의 넓이)
 $= \frac{1}{2} \times \{(\text{윗변의 길이}) + (\text{아랫변의 길이})\} \times (\text{높이})$
 이므로 $y = \frac{1}{2} \times \{x + (x+2)\} \times 4 = 4x + 4 \Rightarrow$ 일차함수
 따라서 y 가 x 에 대한 이차함수인 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.

75 답 ③

$$y = (x+4)^2 - ax^2 - 1 = x^2 + 8x + 16 - ax^2 - 1$$

$$= (1-a)x^2 + 8x + 15$$

이때 이차항의 계수가 0이 아니어야 하므로

$$1-a \neq 0 \quad \therefore a \neq 1$$

76 답 ③

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - 6 \text{에서 } f(p) = p \text{이므로}$$

$$\frac{1}{2}p^2 - p - 6 = p, \frac{1}{2}p^2 - 2p - 6 = 0$$

$$p^2 - 4p - 12 = 0, (p+2)(p-6) = 0$$

$$\therefore p = -2 \text{ 또는 } p = 6$$

이때 $p > 0$ 이므로 $p = 6$

77 답 -1

$$f(x) = x^2 + ax - b \text{에서 } f(-2) = -7 \text{이므로}$$

$$(-2)^2 + a \times (-2) - b = -7$$

$$2a + b = 11 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$f(x) = x^2 + ax - b \text{에서 } f(2) = 5 \text{이므로}$$

$$2^2 + a \times 2 - b = 5$$

$$2a - b = 1 \quad \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a = 3, b = 5$
 따라서 $f(x) = x^2 + 3x - 5$ 이므로
 $f(1) = 1^2 + 3 \times 1 - 5 = -1$

78 답 ②

ㄴ. $y = 4x^2$ 에 $x = -3$ 을 대입하면
 $y = 4 \times (-3)^2 = 36$
 따라서 점 $(-3, 36)$ 을 지난다.
 ㄹ. $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
 따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

79 답 ㄱ - (ㄹ), ㄴ - (ㄴ), ㄷ - (ㄱ), ㄹ - (ㄹ)

$y = ax^2$ 의 그래프는 $a > 0$ 이면 아래로 볼록하고, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다. 또 a 의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.
 ㄱ, ㄹ에서 이차항의 계수가 음수이고 $\left| -\frac{3}{2} \right| > \left| -\frac{1}{3} \right|$ 이므로
 ㄱ의 그래프는 (ㄹ), ㄹ의 그래프는 (ㄱ)이다.
 ㄴ, ㄷ에서 이차항의 계수가 양수이고 $\left| \frac{3}{2} \right| > \left| \frac{3}{4} \right|$ 이므로
 ㄴ의 그래프는 (ㄴ), ㄷ의 그래프는 (ㄱ)이다.
 따라서 ㄱ - (ㄹ), ㄴ - (ㄴ), ㄷ - (ㄱ), ㄹ - (ㄹ)이다.

80 답 ②, ③

x 축에 서로 대칭인 그래프는 ㄱ과 ㄷ, ㄴ과 ㄹ이다.

81 답 1

$$y = ax^2 \text{에 } x = -3, y = 18 \text{을 대입하면}$$

$$18 = a \times (-3)^2, 18 = 9a \quad \therefore a = 2$$

$$y = 2x^2 \text{에 } x = \frac{1}{2}, y = b \text{를 대입하면}$$

$$b = 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$\therefore ab = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

82 답 -4

$$y = \frac{3}{2}x^2 \text{의 그래프와 } x \text{축에 서로 대칭인 그래프의 식은}$$

$$y = -\frac{3}{2}x^2 \quad \dots (i)$$

이 그래프가 점 $(k, -6)$ 을 지나므로

$$-6 = -\frac{3}{2}k^2, k^2 = 4 \quad \therefore k = \pm 2 \quad \dots (ii)$$

따라서 구하는 모든 k 의 값의 곱은

$$-2 \times 2 = -4 \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) x 축에 서로 대칭인 그래프의 식 구하기	40%
(ii) k 의 값 구하기	40%
(iii) 모든 k 의 값의 곱 구하기	20%

83 답 ③

(가)에서 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2$ 으로 놓을 수 있다.

(나)에서 그래프가 아래로 볼록하고 (다)에서 $y=-x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓으므로 $0 < a < 1$

따라서 주어진 조건을 모두 만족시키는 이차함수의 식은 ③ $y=\frac{1}{3}x^2$ 이다.

84 답 ④

이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 꼭짓점이 원점이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2$ 으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(4, -6)$ 을 지나므로

$$-6 = a \times 4^2, -6 = 16a \quad \therefore a = -\frac{3}{8}$$

$y = -\frac{3}{8}x^2$ 의 그래프가 점 $(-2, k)$ 를 지나므로

$$k = -\frac{3}{8} \times (-2)^2 = -\frac{3}{2}$$

85 답 $\frac{1}{4}$

$\square ABCD$ 는 평행사변형이므로 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 에서 $\overline{AD}$ 는 x 축에 평행하므로 두 점 A, D의 y 좌표는 4이다.

또 $\overline{AD} = \overline{BC}$ 에서 $\overline{BC} = 8$ 이므로

$$\overline{AD} = 8$$

이때 $y=ax^2$ 의 그래프는 y 축에 대칭이므로

$$A(-4, 4), D(4, 4)$$

따라서 점 D(4, 4)가 $y=ax^2$ 의 그래프 위의 점이므로

$$4 = a \times 4^2, 4 = 16a \quad \therefore a = \frac{1}{4}$$

86 답 -5

그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(0, 3)$ 이고, $y=-2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 평행이동한 것이므로 이차함수의 식은

$$y = -2x^2 + 3$$

이 그래프가 점 $(2, k)$ 를 지나므로

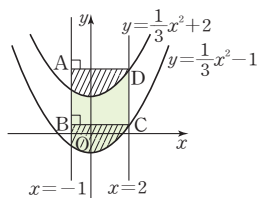
$$k = -2 \times 2^2 + 3 = -5$$

87 답 9

두 이차함수 $y=\frac{1}{3}x^2+2$ 와 $y=\frac{1}{3}x^2-1$ 의 x^2 의 계수가 같으므로 두 그래프의 폭이 같다.

즉, 오른쪽 그림에서 빗금 친 두 부분의 넓이는 서로 같으므로 구하는 넓이는 직사각형 ABCD의 넓이와 같다.

점 C는 $y=\frac{1}{3}x^2-1$ 의 그래프 위의 점이고, x 좌표가 2이므로



$$C\left(2, \frac{1}{3}\right)$$

또 점 D는 $y=\frac{1}{3}x^2+2$ 의 그래프 위의 점이고, x 좌표가 2이므로

$$D\left(2, \frac{10}{3}\right)$$

$$\therefore \square ABCD = \overline{BC} \times \overline{CD}$$

$$= \{2 - (-1)\} \times \left(\frac{10}{3} - \frac{1}{3}\right) = 3 \times 3 = 9$$

만렙 대비 평행이동한 두 이차함수의 그래프의 모양이 같음을 이용하여 넓이가 같은 부분을 찾는다.

88 답 15

$y=ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = a(x-p)^2 \quad \dots (i)$$

이 그래프의 축의 방정식이 $x=3$ 이므로 $p=3$ $\dots (ii)$

$y=a(x-3)^2$ 의 그래프가 점 $(2, 5)$ 를 지나므로

$$5 = a \times (2-3)^2 \quad \therefore a = 5 \quad \dots (iii)$$

$$\therefore ap = 5 \times 3 = 15 \quad \dots (iv)$$

채점 기준

(i) 평행이동한 그래프의 식 구하기	30%
(ii) p 의 값 구하기	30%
(iii) a 의 값 구하기	30%
(iv) ap 의 값 구하기	10%

89 답 ①

① x^2 의 계수의 절댓값이 같으므로 그래프의 폭이 같다.

② $y=2x^2-3$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x=0$,

$y=-2(x-3)^2$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x=3$

③ $y=2x^2-3$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, -3)$,

$y=-2(x-3)^2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3, 0)$

④ $y=-2(x-3)^2$ 의 그래프는 위로 볼록한 포물선이다.

⑤ $y=-2(x-3)^2$ 의 그래프는 $y=-2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

따라서 옳은 것은 ①이다.

90 답 2

$y=a(x-b)^2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(b, 0)$ 이고,

$y=x^2-9$ 의 그래프가 점 $(b, 0)$ 을 지나므로

$$0 = b^2 - 9, b^2 = 9 \quad \therefore b = \pm 3$$

이때 $b > 0$ 이므로 $b=3$

$y=x^2-9$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, -9)$ 이고,

$y=a(x-3)^2$ 의 그래프가 점 $(0, -9)$ 를 지나므로

$$-9 = a \times (0-3)^2, -9 = 9a \quad \therefore a = -1$$

$$\therefore a+b = -1+3 = 2$$

91 답 ②

$y=-x^2+3$ 의 그래프는 $y=-x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이고, $y=-(x-4)^2$ 의 그래프는 $y=-x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $y=-x^2+3$ 과 $y=-(x-4)^2$ 의 그래프는 평행이동하여 완전히 포갤 수 있다.

92 답 3

$y=3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 7 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y=3(x+2)^2+7$$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 7)$ 이므로

$$m=-2, n=7$$

축의 방정식은 $x=-2$ 이므로 $k=-2$

$$\therefore m+n+k=-2+7+(-2)=3$$

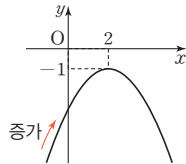
93 답 4

$y=3(x+1)^2+2$ 의 그래프는 아래로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점 $(-1, 2)$ 는 제2사분면 위에 있다.

따라서 이 그래프는 제3사분면과 제4사분면을 지나지 않는다.

94 답 3

$y=-\frac{1}{3}(x-2)^2-1$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 $x<2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.



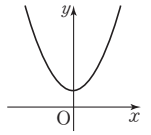
95 답 제1사분면, 제2사분면

$y=a(x-p)^2$ 의 그래프가 위로 볼록한 포물선이므로 $a<0$

꼭짓점 $(p, 0)$ 이 y 축보다 오른쪽에 있으므로 $p>0$

즉, $y=px^2-a$ 의 그래프는 $p>0$ 이므로 아래로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표 $(0, -a)$ 에서 $-a>0$ 이므로 꼭짓점은 y 축 위의 점이며 x 축보다 위쪽에 있다.

따라서 $y=px^2-a$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제1사분면과 제2사분면을 지난다.



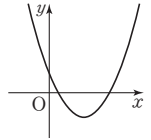
96 답 5

$y=-a(x+p)^2+q$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 아래로 볼록하고 꼭짓점 $(-p, q)$ 가 제4사분면에 있어야 하므로

$$-a>0, -p>0, q<0$$

$$\therefore a<0, p<0, q<0$$

만렙 **레벨** 제1, 2, 4사분면만을 지나는 이차함수의 그래프를 그린 후 a, p, q 의 부호를 각각 조사한다.



97 답 (0, 4)

$y=2(x-1)^2+3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y=2(x+1-1)^2+3+q$$

$$\therefore y=2x^2+3+q$$

... (i)

이 그래프가 점 $(-1, 6)$ 을 지나므로

$$6=2 \times (-1)^2+3+q$$

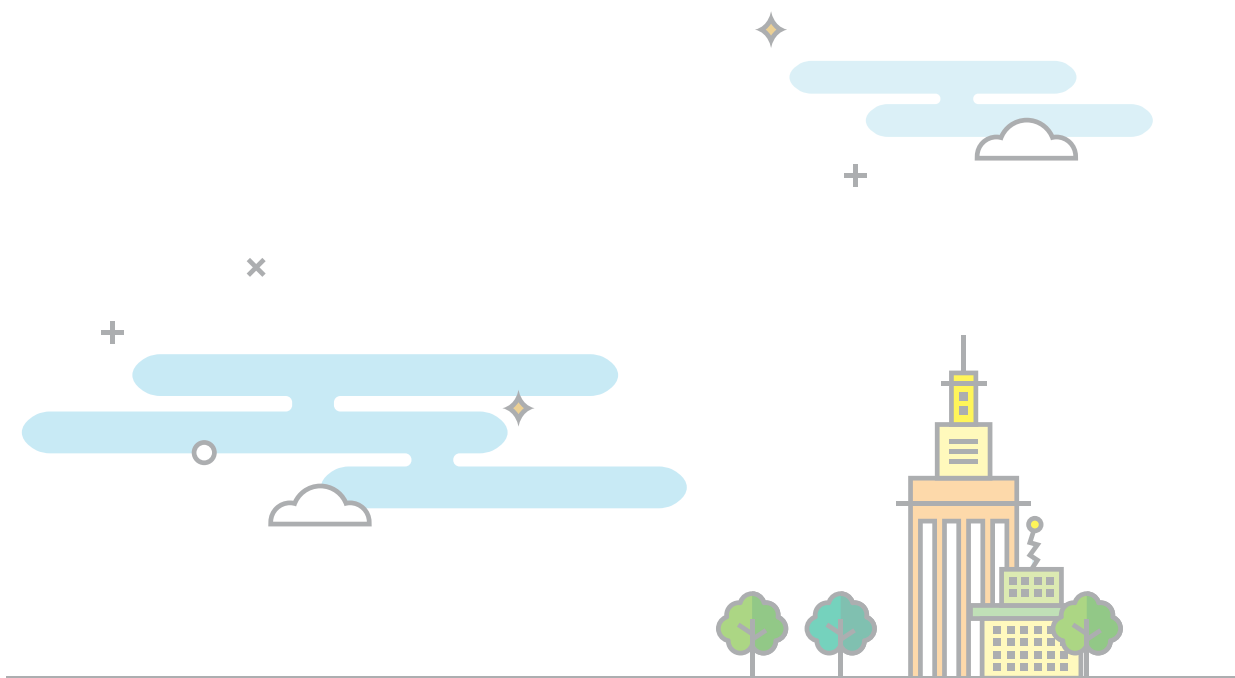
$$6=5+q \quad \therefore q=1$$

... (ii)

따라서 $y=2x^2+4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, 4)$ 이다. ... (iii)

채점 기준

(i) 평행이동한 그래프의 식 구하기	40%
(ii) q 의 값 구하기	30%
(iii) 꼭짓점의 좌표 구하기	30%





이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프

- | | | | |
|---|---------------------------------|------------------------|----------------------------------|
| 01 ① | 02 -9 | 03 ② | 04 ② |
| 05 4 | 06 3 | 07 -12 | 08 ④ |
| 09 ① | 10 ② | 11 ② | 12 (2, -5) |
| 13 -3 | 14 ④ | 15 (-1, 4) | 16 ⑤ |
| 17 ④ | 18 ⑤ | 19 $x < 3$ | 20 ③ |
| 21 (-3, -6) | 22 8 | 23 ④ | |
| 24 7 | 25 5 | 26 3 | 27 6 |
| 28 5 | 29 (1, -7) | 30 5 | 31 12 |
| 32 ⑤ | 33 ② | 34 64 | |
| 35 (1) A(2, 9) (2) C(5, 0) (3) 15 | 36 25m | | |
| 37 ④ | 38 ④, ⑥ | 39 $\neg, \equiv$ | 40 ③ |
| 41 ④ | 42 제3사분면 | 43 ③ | 44 $\perp, \sqsubset, \sqsupset$ |
| 45 ⑤ | 46 ④ | 47 15 | 48 ② |
| 49 27 | 50 3 | 51 4 | 52 30 |
| 53 4.25m | 54 (1) $y = -2x^2 + 20x$ (2) 5m | | |
| 55 (1) $a=3, b=-3$ (2) 61개 | | | |
| 56 (1) $y = \frac{1}{150}x^2$ (2) 58.5m | 57 ② | | |
| 58 $y = -x^2 - 4x - 1$ | 59 11 | | |
| 60 $y = -x^2 + 2x + 3$ | 61 -6 | 62 (0, -2) | |
| 63 -1 | 64 -5 | 65 ① | |
| 66 $y = -2x^2 - 4x + 1$ | 67 8m | 68 6 | |
| 69 3 | 70 27 | 71 $y = 4x^2 + 8x + 3$ | |
| 72 10 | 73 ② | 74 6 | 75 2 |
| 76 -2 | 77 ⑤ | 78 ① | 79 28 |
| 80 ③ | 81 1 | 82 ① | 83 ③ |
| 84 5 | 85 ② | 86 $x < 3$ | 87 ② |
| 88 5 | 89 1 | 90 ④ | 91 ① |
| 92 3 | 93 ④ | 94 ⑤ | 95 $\perp, \sqsubset, \sqsupset$ |
| 96 ② | 97 3 | 98 6 | 99 122.5m |
| 100 -3 | 101 -7 | 102 ⑤ | 103 ④ |
| 104 (2, 3) | 105 ⑤ | 106 -2 | |

01 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프 (1)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

184~189쪽

01 답 ①

$$\begin{aligned}
 y &= -3x^2 + 2x + 1 \\
 &= -3\left(x^2 - \frac{2}{3}x\right) + 1 \\
 &= -3\left(x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} - \frac{1}{9}\right) + 1 \\
 &= -3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{4}{3}
 \end{aligned}$$

따라서 $p = \frac{1}{3}, q = \frac{4}{3}$ 이므로

$$p - q = \frac{1}{3} - \frac{4}{3} = -1$$

02 답 -9

$$\begin{aligned}
 y &= 2x^2 - 8x - 5 \\
 &= 2(x^2 - 4x) - 5 \\
 &= 2(x^2 - 4x + 4 - 4) - 5 \\
 &= 2(x - 2)^2 - 13
 \end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 (2, -13) $\therefore a=2, b=-13$

축의 방정식은 $x=2$ $\therefore c=2$

$$\therefore a + b + c = 2 + (-13) + 2 = -9$$

03 답 ②

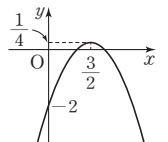
$$y = -x^2 + 3x - 2 = -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$$

(i) 꼭짓점의 좌표: $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{4}\right)$

(ii) 모양: $\cap$

(iii) y 축과의 교점의 좌표: (0, -2)

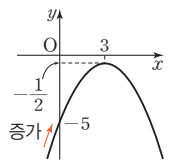
따라서 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다.



04 답 ②

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - 5 = -\frac{1}{2}(x - 3)^2 - \frac{1}{2}$$

는 오른쪽 그림과 같으므로 $x < 3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.



05 답 4

$$\begin{aligned}
 y &= x^2 + x - 2 \text{에 } y=0 \text{을 대입하면} \\
 x^2 + x - 2 &= 0, (x+2)(x-1) = 0
 \end{aligned}$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 1$$

이때 $p < q$ 이므로 $p = -2, q = 1$

$$y = x^2 + x - 2 \text{에 } x=0 \text{을 대입하면}$$

$$y = -2 \therefore r = -2$$

$$\therefore pqr = -2 \times 1 \times (-2) = 4$$

06 답 3

$y = -2x^2 - 12x - 19 = -2(x+3)^2 - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = -2(x-a+3)^2 - 1 + b \quad \cdots \textcircled{1}$$

$y = -2x^2 - 8x - 7 = -2(x+2)^2 + 1$ 의 그래프가 $\textcircled{1}$ 의 그래프와 일치해야 한다.

$$\text{즉, } -a+3=2, -1+b=1 \quad \therefore a=1, b=2$$

$$\therefore a+b=1+2=3$$

07 답 -12

$$y = \frac{1}{2}x^2 + 4x - 1 = \frac{1}{2}(x^2 + 8x) - 1$$

$$= \frac{1}{2}(x^2 + 8x + 16 - 16) - 1$$

$$= \frac{1}{2}(x+4)^2 - 9$$

따라서 $a = \frac{1}{2}, p = -4, q = -9$ 이므로

$$2a + p + q = 2 \times \frac{1}{2} - 4 - 9 = -12$$

08 답 ④

$$y = -\frac{1}{3}x^2 + 2x + 5$$

$$= -\frac{1}{3}(x^2 - \boxed{6}x) + 5$$

$$= -\frac{1}{3}(x^2 - \boxed{6}x + \boxed{9} - \boxed{9}) + 5$$

$$= -\frac{1}{3}(x - \boxed{3})^2 + \boxed{3} + 5$$

$$= -\frac{1}{3}(x - \boxed{3})^2 + \boxed{8}$$

따라서 $\square$ 안에 들어갈 수로 옳지 않은 것은 ④이다.

09 답 ①

$$y = 3x^2 - 4x + k = 3\left(x^2 - \frac{4}{3}x\right) + k$$

$$= 3\left(x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{9} - \frac{4}{9}\right) + k$$

$$= 3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{4}{3} + k$$

이 그래프가 $y = a(x+b)^2 - \frac{4}{3}$ 의 그래프와 일치해야 하므로

$$a=3, b=-\frac{2}{3}, k=0$$

$$\therefore ab+k=3 \times \left(-\frac{2}{3}\right) + 0 = -2$$

10 답 ②

$$\textcircled{1} y = 4x^2 - 8x = 4(x^2 - 2x)$$

$$= 4(x^2 - 2x + 1 - 1)$$

$$= 4(x-1)^2 - 4$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, -4) \Rightarrow$ 제4사분면

$$\textcircled{2} y = -3x^2 - 6x - 2 = -3(x^2 + 2x) - 2$$

$$= -3(x^2 + 2x + 1 - 1) - 2$$

$$= -3(x+1)^2 + 1$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 1) \Rightarrow$ 제2사분면

$$\textcircled{3} y = x^2 + 4x + 1 = (x^2 + 4x) + 1$$

$$= (x^2 + 4x + 4 - 4) + 1$$

$$= (x+2)^2 - 3$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2, -3) \Rightarrow$ 제3사분면

$$\textcircled{4} y = -2x^2 + 4x + 1 = -2(x^2 - 2x) + 1$$

$$= -2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 1$$

$$= -2(x-1)^2 + 3$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, 3) \Rightarrow$ 제1사분면

$$\textcircled{5} y = -(x+1)(x-2) = -(x^2 - x - 2)$$

$$= -(x^2 - x) + 2 = -\left(x^2 - x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\right) + 2$$

$$= -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{1}{2}, \frac{9}{4}\right) \Rightarrow$ 제1사분면

따라서 꼭짓점이 제2사분면 위에 있는 것은 ②이다.

11 답 ②

$$y = -\frac{1}{4}x^2 + 2px + 1 = -\frac{1}{4}(x^2 - 8px) + 1$$

$$= -\frac{1}{4}(x^2 - 8px + 16p^2 - 16p^2) + 1$$

$$= -\frac{1}{4}(x - 4p)^2 + 4p^2 + 1$$

따라서 축의 방정식은 $x = 4p$ 이므로

$$4p = -2 \quad \therefore p = -\frac{1}{2}$$

12 답 (2, -5)

$y = 2x^2 + ax + 3$ 의 그래프가 점 $(1, -3)$ 을 지나므로

$$-3 = 2 + a + 3 \quad \therefore a = -8$$

$$\therefore y = 2x^2 - 8x + 3 = 2(x^2 - 4x) + 3$$

$$= 2(x^2 - 4x + 4 - 4) + 3$$

$$= 2(x-2)^2 - 5$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, -5)$ 이다.

13 답 -3

$$y = -x^2 + 4x + a = -(x^2 - 4x) + a$$

$$= -(x^2 - 4x + 4 - 4) + a$$

$$= -(x-2)^2 + a + 4$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2, a+4)$ 이다.

$$y = \frac{1}{2}x^2 - bx + 1 = \frac{1}{2}(x^2 - 2bx) + 1$$

$$= \frac{1}{2}(x^2 - 2bx + b^2 - b^2) + 1$$

$$= \frac{1}{2}(x-b)^2 - \frac{1}{2}b^2 + 1$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(b, -\frac{1}{2}b^2 + 1\right)$ 이다.

두 그래프의 꼭짓점이 일치하므로 $b=2$

즉, 꼭짓점의 좌표는 $(2, -1)$ 이므로

$$a+4=-1 \quad \therefore a=-5$$

$$\therefore a+b=-5+2=-3$$

14 답 ④

$$y=x^2+4x+2m-1$$

$$=(x^2+4x+4-4)+2m-1$$

$$=(x+2)^2+2m-5$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 2m-5)$ 이다.

$$2x+y=7 \text{에 } x=-2, y=2m-5 \text{를 대입하면}$$

$$2 \times (-2) + 2m - 5 = 7, 2m = 16 \quad \therefore m = 8$$

15 답 $(-1, 4)$

$y=ax+b$ 의 그래프가 두 점 $(0, 2), (2, 0)$ 을 지나므로

$$a=(\text{기울기})=\frac{0-2}{2-0}=-1, b=(y\text{절편})=2$$

$$\therefore y=-x^2-2x+3=-(x^2+2x)+3$$

$$=-(x^2+2x+1-1)+3$$

$$=-(x+1)^2+4$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 4)$ 이다.

16 답 ⑤

$$\textcircled{1} y=-x^2-4x-2=-(x+2)^2+2$$

(i) 꼭짓점의 좌표: $(-2, 2)$

(ii) 모양: $\cap$

(iii) y 축과의 교점의 좌표: $(0, -2)$

따라서 그래프는 제1사분면을 지나지 않는다.

$$\textcircled{2} y=x^2-4x=(x-2)^2-4$$

(i) 꼭짓점의 좌표: $(2, -4)$

(ii) 모양: $\cup$

(iii) 원점을 지난다.

따라서 그래프는 제3사분면을 지나지 않는다.

$$\textcircled{3} y=3(x+2)^2-4$$

(i) 꼭짓점의 좌표: $(-2, -4)$

(ii) 모양: $\cup$

(iii) y 축과의 교점의 좌표: $(0, 8)$

따라서 그래프는 제4사분면을 지나지 않는다.

$$\textcircled{4} y=-2x^2+8x-10=-2(x-2)^2-2$$

(i) 꼭짓점의 좌표: $(2, -2)$

(ii) 모양: $\cap$

(iii) y 축과의 교점의 좌표: $(0, -10)$

따라서 그래프는 제1, 2사분면을 지나지 않는다.

$$\textcircled{5} y=2x^2-4x-1=2(x-1)^2-3$$

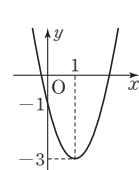
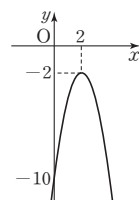
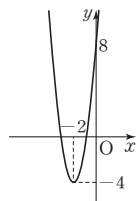
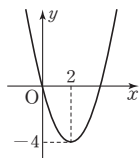
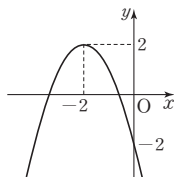
(i) 꼭짓점의 좌표: $(1, -3)$

(ii) 모양: $\cup$

(iii) y 축과의 교점의 좌표: $(0, -1)$

따라서 그래프는 모든 사분면을 지난다.

따라서 그래프가 모든 사분면을 지나는 이차함수는 ⑤이다.



17 답 ④

$$y=x^2-2x+2=(x-1)^2+1$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$ 이고 아래로 볼록하며, y 축과의 교점의 좌표가 $(0, 2)$ 이므로 주어진 이차함수의 그래프는 ④이다.

18 답 ⑤

$y=-x^2+3x+7a+1$ 의 그래프의 모양이 위로 볼록한 포물선이므로 이 그래프가 모든 사분면을 지나려면

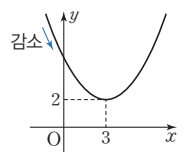
(y 축과의 교점의 y 좌표) > 0 이어야 한다.

$$7a+1 > 0 \text{에서 } a > -\frac{1}{7}$$

19 답 $x < 3$

$$y=\frac{1}{3}x^2-2x+5=\frac{1}{3}(x-3)^2+2 \text{의 그래프는}$$

오른쪽 그림과 같으므로 $x < 3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.



20 답 ③

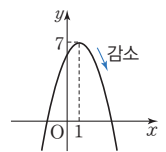
$y=-x^2+kx+6$ 의 그래프가 점 $(4, -2)$ 를 지나므로

$$-2 = -4^2 + k \times 4 + 6$$

$$4k = 8 \quad \therefore k = 2$$

즉, $y=-x^2+2x+6=-(x-1)^2+7$ 의 그래프는

오른쪽 그림과 같으므로 $x > 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.



21 답 $(-3, -6)$

$$y=x^2+2kx+k=(x^2+2kx+k^2-k^2)+k$$

$$=(x+k)^2-k^2+k \quad \cdots \textcircled{1}$$

이 그래프가 $x < -3$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소하고, $x > -3$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하므로 축의 방정식은 $x = -3$ 이다.

①에서 그래프의 축의 방정식이 $x = -k$ 이므로

$$-k = -3 \quad \therefore k = 3$$

즉, $y=x^2+6x+3=(x+3)^2-6$ 이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -6)$ 이다.

만렙 비법 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프는 축 $x=p$ 를 기준으로 증가, 감소가 바뀔을 이용한다.

22 답 8

$$y=x^2+2x-15 \text{에 } y=0 \text{을 대입하면}$$

$$x^2+2x-15=0, (x+5)(x-3)=0$$

$$\therefore x=-5 \text{ 또는 } x=3$$

따라서 $A(-5, 0), B(3, 0)$ 이므로

$$\overline{AB}=3-(-5)=8$$

23 답 ④

$y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 6$ 에 $y=0$ 을 대입하면

$$\frac{1}{2}x^2 - 2x - 6 = 0, x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x+2)(x-6) = 0 \quad \therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 6$$

$$\therefore A(-2, 0), E(6, 0)$$

$y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 6$ 에 $x=0$ 을 대입하면

$$y = -6 \quad \therefore B(0, -6)$$

$$\text{또 } y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 6 = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 8 \text{이므로}$$

꼭짓점의 좌표는 $C(2, -8)$ 이다.

축의 방정식은 $x=2$ 이고, 그래프의 축에서 두 점 B, D까지의 거리가 같으므로 점 D의 x 좌표는 4이다.

이때 점 B의 y 좌표와 점 D의 y 좌표가 같으므로 $D(4, -6)$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

24 답 7

$y = -3x^2 + ax + b$ 의 그래프가 점 $(-1, 0)$ 을 지나므로

$$0 = -3 \times (-1)^2 + a \times (-1) + b$$

$$0 = -3 - a + b \quad \therefore a - b = -3 \quad \dots \textcircled{1}$$

또 점 $(2, 3)$ 을 지나므로

$$3 = -3 \times 2^2 + a \times 2 + b$$

$$3 = -12 + 2a + b \quad \therefore 2a + b = 15 \quad \dots \textcircled{2}$$

①, ②을 연립하여 풀면 $a=4, b=7$

즉, $y = -3x^2 + 4x + 7$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y=7$

따라서 그래프가 y 축과 만나는 점의 y 좌표는 7이다.

25 답 5

$y = x^2 + ax - 4$ 의 그래프가 점 $(3, -4)$ 를 지나므로

$$-4 = 3^2 + a \times 3 - 4, 3a = -9 \quad \therefore a = -3$$

즉, $y = x^2 - 3x - 4$ 에 $y=0$ 을 대입하면

$$x^2 - 3x - 4 = 0, (x+1)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 4$$

따라서 $m=4, n=-1$ 이므로

$$m - n = 4 - (-1) = 5$$

26 답 3

$y = -x^2 + 2x + k = -(x-1)^2 + k+1$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x=1$ 이다. ... (i)

$\overline{AB}=4$ 이므로 그래프의 축에서 두 점 A, B까지의 거리는 각각 2이다.

$$\therefore A(-1, 0), B(3, 0) \quad \dots \textcircled{ii}$$

따라서 $y = -x^2 + 2x + k$ 에 $x=-1, y=0$ 을 대입하면

$$0 = -(-1)^2 + 2 \times (-1) + k$$

$$0 = -3 + k \quad \therefore k = 3 \quad \dots \textcircled{iii}$$

채점 기준

(i) 축의 방정식 구하기	30%
(ii) 두 점 A, B의 좌표 구하기	40%
(iii) k의 값 구하기	30%

27 답 6

오른쪽 그림과 같이 $y = -x^2 + 8x$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점 중 원점이 아닌 점을 E라 하자.

$y = -x^2 + 8x$ 에 $y=0$ 을 대입하면

$$-x^2 + 8x = 0, x(x-8) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 8 \quad \therefore E(8, 0)$$

점 B의 좌표를 $(k, 0)$ 이라 하면 $\overline{OB} = \overline{CE} = k$ 이므로

$$\overline{BC} = 8 - 2k \text{ (단, } 0 < k < 4\text{)}$$

$$\text{또 } A(k, -k^2 + 8k) \text{이므로}$$

$$\overline{AB} = -k^2 + 8k$$

$\square ABCD$ 의 둘레의 길이가 26이므로

$$2\{(8-2k) + (-k^2 + 8k)\} = 26$$

$$(8-2k) + (-k^2 + 8k) = 13$$

$$k^2 - 6k + 5 = 0, (k-1)(k-5) = 0$$

$$\therefore k = 1 \text{ 또는 } k = 5$$

이때 $0 < k < 4$ 이므로 $k=1$

$$\therefore \overline{BC} = 8 - 2k = 8 - 2 \times 1 = 6$$

다른 풀이

점 B의 좌표를 $(k, 0)$ 이라 하면 점 A의 좌표는 $(k, -k^2 + 8k)$ 이므로 $\overline{AB} = -k^2 + 8k$

한편 $y = -x^2 + 8x = -(x-4)^2 + 16$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x=4$ 이고, 그래프의 축에서 두 점 B, C까지의 거리는 같으므로

$$\overline{BC} = 2(4-k) = 8 - 2k \text{ (단, } 0 < k < 4\text{)}$$

$\square ABCD$ 의 둘레의 길이가 26이므로

$$2\{(8-2k) + (-k^2 + 8k)\} = 26$$

$$(8-2k) + (-k^2 + 8k) = 13$$

$$k^2 - 6k + 5 = 0, (k-1)(k-5) = 0$$

$$\therefore k = 1 \text{ 또는 } k = 5$$

이때 $0 < k < 4$ 이므로 $k=1$

$$\therefore \overline{BC} = 8 - 2k = 8 - 2 \times 1 = 6$$

28 답 5

$y = -x^2 + 4x + 2 = -(x-2)^2 + 6$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = -(x-m-2)^2 + 6 + n \quad \dots \textcircled{1}$$

$y = -x^2 + 8x - 7 = -(x-4)^2 + 9$ 의 그래프가 ①의 그래프와 일치해야 한다.

$$\text{즉, } -m-2 = -4, 6+n = 9 \quad \therefore m=2, n=3$$

$$\therefore m+n = 2+3 = 5$$

29 답 (1, -7)

$$y = x^2 + 6x + 3 = (x^2 + 6x + 9 - 9) + 3$$

$$= (x+3)^2 - 6 \quad \dots \textcircled{i}$$

이 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = (x-4+3)^2 - 6 - 1 \quad \therefore y = (x-1)^2 - 7 \quad \dots \textcircled{ii}$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(1, -7)$ 이다. ... (iii)

채점 기준

(i) 주어진 이차함수를 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 나타내기	40%
(ii) 평행이동한 이차함수의 식 구하기	40%
(iii) 꼭짓점의 좌표 구하기	20%

30 답 5

$y=ax^2+bx+c$ 의 그래프는 $y=\frac{1}{2}x^2-2x+1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -4 만큼, y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 것과 같다.

$y=\frac{1}{2}x^2-2x+1=\frac{1}{2}(x-2)^2-1$ 이므로 이 그래프를 평행이동한 그래프의 식은

$$y=\frac{1}{2}(x+4-2)^2-1+4=\frac{1}{2}(x+2)^2+3$$

$$=\frac{1}{2}x^2+2x+5$$

따라서 $a=\frac{1}{2}$, $b=2$, $c=5$ 이므로

$$abc=\frac{1}{2}\times 2\times 5=5$$

31 답 12

$$y=-x^2+2x+2=-(x-1)^2+3$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 A(1, 3)

$$y=-x^2+10x-22=-(x-5)^2+3$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 B(5, 3)

이때 $y=-x^2+10x-22$ 의 그래프는

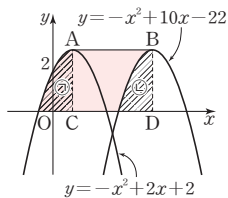
$y=-x^2+2x+2$ 의 그래프를 x 축의

방향으로 4 만큼 평행이동한 것이다.

따라서 ㉠, ㉡의 넓이가 같으므로 구하는 넓이는 직사각형 ACDB의 넓이와 같다.

$$\therefore \square ACDB = \overline{AB} \times \overline{BD} = (5-1) \times 3 = 12$$

만렙 비평 평행이동한 두 이차함수의 그래프의 모양이 같음을 이용하여 넓이가 같은 부분을 찾는다.



02 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프 (2)

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

190~195쪽

32 답 ⑤

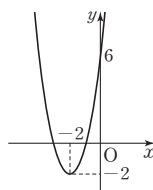
$y=2x^2+8x+6=2(x+2)^2-2$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

① 아래로 볼록한 포물선이다.

② 꼭짓점의 좌표는 $(-2, -2)$ 이다.

③ 축의 방정식은 $x=-2$ 이다.

④ 제1, 2, 3사분면을 지난다.



⑤ $y=2x^2+8x+6$ 에 $y=0$ 을 대입하면

$$2x^2+8x+6=0, x^2+4x+3=0$$

$$(x+3)(x+1)=0 \quad \therefore x=-3 \text{ 또는 } x=-1$$

즉, x 축과의 교점의 좌표는 $(-3, 0)$, $(-1, 0)$ 이다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

33 답 ②

그래프의 모양이 아래로 볼록하므로 $a>0$

그래프의 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로

$$ab>0 \quad \therefore b>0$$

y 축과의 교점이 x 축보다 아래쪽에 있으므로 $c<0$

34 답 64

$$y=-x^2+6x+7=-(x-3)^2+16$$

꼭짓점 C의 좌표는 (3, 16)이다.

$y=-x^2+6x+7$ 에 $y=0$ 을 대입하면

$$-x^2+6x+7=0, x^2-6x-7=0$$

$$(x+1)(x-7)=0 \quad \therefore x=-1 \text{ 또는 } x=7$$

따라서 A(-1, 0), B(7, 0)이므로

$$\overline{AB}=7-(-1)=8$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 16 = 64$$

35 답 (1) A(2, 9) (2) C(5, 0) (3) 15

(1) $y=-x^2+4x+5=-(x-2)^2+9$ 이므로

꼭짓점 A의 좌표는 (2, 9)이다.

(2) $y=-x^2+4x+5$ 에 $y=0$ 을 대입하면

$$-x^2+4x+5=0, x^2-4x-5=0$$

$$(x+1)(x-5)=0 \quad \therefore x=-1 \text{ 또는 } x=5$$

$$\therefore C(5, 0)$$

(3) $y=-x^2+4x+5$ 에 $x=0$ 을 대입하면

$$y=5 \quad \therefore B(0, 5)$$

$$\therefore \triangle ABC = \triangle ABO + \triangle AOC - \triangle BOC$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 2 + \frac{1}{2} \times 5 \times 9 - \frac{1}{2} \times 5 \times 5$$

$$= 5 + \frac{45}{2} - \frac{25}{2} = 15$$

36 답 25m

$y=-5x^2+20x+10$ 에 $x=3$ 을 대입하면

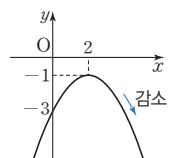
$$y=-5 \times 3^2 + 20 \times 3 + 10 = 25$$

따라서 쏘아 올린 지 3초 후의 물체의 지면으로부터의 높이는 25m이다.

37 답 ④

$y=-\frac{1}{2}x^2+2x-3=-\frac{1}{2}(x-2)^2-1$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

④ $x>2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.



⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 3$ 은 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이고
 $|\frac{-1}{2}| > |\frac{1}{3}|$ 이므로 $y = \frac{1}{3}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.
 따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

38 답 ④, ⑥

$$\begin{aligned} \text{④ } y = ax^2 + bx + c &= a\left\{x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right\} + c \\ &= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$ 이다.

⑥ $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프는 평행이동하여 $y = ax^2$ 의 그래프와
 포개어진다.

39 답 ㄱ, ㄴ

$y = -2x^2 + 4x - 5 = -2(x-1)^2 - 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로
 -2 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = -2(x+2-1)^2 - 3 - 1 = -2(x+1)^2 - 4$$

ㄱ. 축의 방정식은 $x = -1$ 이다.

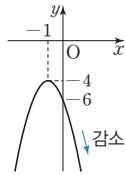
ㄴ. $y = -2(x+1)^2 - 4$ 에 $x=0$ 을 대입하면
 $y = -2 \times 1^2 - 4 = -6$

따라서 y 축과의 교점의 좌표는 $(0, -6)$ 이다.

ㄷ. 이 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제3사분면과
 제4사분면을 지난다.

ㄹ. $x > -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소
 한다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.



40 답 ③

그래프의 모양이 위로 볼록하므로 $a < 0$

그래프의 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로

$$ab < 0 \quad \therefore b > 0$$

y 축과의 교점이 x 축보다 위쪽에 있으므로 $c > 0$

41 답 ④

그래프의 모양이 위로 볼록하므로 $a < 0$

그래프의 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로

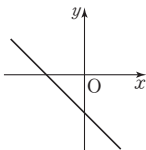
$$ab > 0 \quad \therefore b < 0$$

y 축과의 교점이 x 축보다 아래쪽에 있으므로 $c < 0$

$$ax + by + c = 0 \text{에서 } y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

따라서 (기울기) $= -\frac{a}{b} < 0$, (y 절편) $= -\frac{c}{b} < 0$

이므로 $ax + by + c = 0$ 의 그래프는 오른쪽 그림과
 같다.



42 답 제3사분면

$y = ax + b$ 의 그래프에서 (기울기) > 0 , (y 절편) < 0 이므로

$$a > 0, b < 0$$

$y = x^2 + ax + b$ 의 그래프는

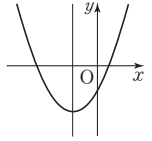
(i) 이차항의 계수가 $1 > 0$ 이므로 그래프의 모양이 아래로 볼록하다.

(ii) $a > 0$ 이므로 그래프의 축은 y 축의 왼쪽에 있다.

(iii) $b < 0$ 이므로 y 축과의 교점은 x 축보다 아래쪽에 있다.

(i)~(iii)에 의해 $y = x^2 + ax + b$ 의 그래프는 오른쪽
 그림과 같다.

따라서 꼭짓점은 제3사분면 위에 있다.



43 답 ③

$a + b < 0$ 이고 $ab > 0$ 이므로 $a < 0, b < 0$

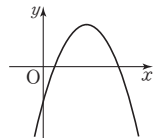
$y = ax^2 + x + b$ 의 그래프는

(i) $a < 0$ 이므로 그래프의 모양이 위로 볼록하다.

(ii) 일차항의 계수가 $1 > 0$ 이므로 그래프의 축은 y 축의 오른쪽에 있다.

(iii) $b < 0$ 이므로 y 축과의 교점은 x 축보다 아래쪽에 있다.

(i)~(iii)에 의해 $y = ax^2 + x + b$ 의 그래프는 오른쪽
 그림과 같다.



44 답 ㄴ, ㄷ, ㄹ

ㄱ. $x=1$ 일 때, $y < 0$ 이므로 $a + b + c < 0$

ㄴ. $x=-1$ 일 때, $y > 0$ 이므로 $a - b + c > 0$

ㄷ. 그래프의 모양이 아래로 볼록하므로 $a > 0$

그래프의 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로

$$ab < 0 \quad \therefore b < 0$$

$$\therefore a - b > 0$$

ㄹ. y 축과의 교점이 x 축보다 위쪽에 있으므로 $c > 0$

$$\therefore ac > 0$$

ㄱ. $x=-2$ 일 때, $y > 0$ 이므로 $4a - 2b + c > 0$

ㄴ. $abc < 0$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.

45 답 ⑤

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 제3사분면만을 지나지
 않으므로 오른쪽 그림과 같이 그릴 수 있다.

그래프의 모양이 아래로 볼록하므로 $a > 0$

그래프의 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로

$$ab < 0 \quad \therefore b < 0$$

y 축과의 교점이 x 축보다 위쪽에 있으므로 $c > 0$

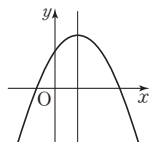
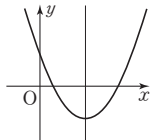
$y = bx^2 + cx + a$ 의 그래프는

(i) $b < 0$ 이므로 그래프의 모양이 위로 볼록하다.

(ii) $bc < 0$ 이므로 그래프의 축은 y 축의 오른쪽에 있다.

(iii) $a > 0$ 이므로 y 축과의 교점은 x 축보다 위쪽에 있다.

(i)~(iii)에 의해 $y = bx^2 + cx + a$ 의 그래프는 오른쪽
 그림과 같다.



46 답 ④

$y=ax^2+bx+c$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

ㄱ. 그래프의 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로

$$ab > 0$$

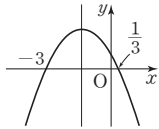
ㄴ. y 축과의 교점이 x 축보다 위쪽에 있으므로

$$c > 0 \quad \therefore abc > 0 \rightarrow \text{ㄱ에서 } ab > 0$$

ㄷ. $x=1$ 일 때, $y < 0$ 이므로 $a+b+c < 0$

ㄹ. $x=-\frac{1}{2}$ 일 때, $y > 0$ 이므로 $\frac{1}{4}a - \frac{1}{2}b + c > 0$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.



47 답 15

$y=x^2-x-6$ 에 $y=0$ 을 대입하면

$$x^2-x-6=0, (x+2)(x-3)=0$$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=3$

따라서 A(-2, 0), B(3, 0)이므로 $\overline{AB}=3-(-2)=5$

$y=x^2-x-6$ 에 $x=0$ 을 대입하면

$$y=-6 \quad \therefore C(0, -6)$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15$$

48 답 ②

$y=-2x^2+4x+4$ 에 $x=0$ 을 대입하면

$$y=4 \quad \therefore C(0, 4)$$

또 $y=-2x^2+4x+4=-2(x-1)^2+6$ 이므로

꼭짓점의 좌표는 P(1, 6)이다.

이때 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ABP$ 의 밑변을 모두 $\overline{AB}$ 로 정하면 두 삼각형의 밑변의 길이가 같으므로 두 삼각형의 넓이의 비는 높이의 비와 같다.

따라서 두 삼각형의 높이의 비가 4 : 6 = 2 : 3이므로

$$\triangle ABC : \triangle ABP = 2 : 3$$

49 답 27

$y=x^2-ax-b$ 의 그래프가 점 (0, -5)를 지나므로

$$-5 = -b \quad \therefore b = 5$$

$y=x^2-ax-5$ 의 그래프가 점 B(5, 0)을 지나므로

$$0 = 5^2 - a \times 5 - 5, 5a = 20 \quad \therefore a = 4 \quad \dots (i)$$

즉, $y=x^2-4x-5$ 에 $y=0$ 을 대입하면

$$x^2-4x-5=0, (x+1)(x-5)=0$$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=5$

따라서 A(-1, 0)이므로

$$\overline{AB}=5-(-1)=6 \quad \dots (ii)$$

또 $y=x^2-4x-5=(x-2)^2-9$ 이므로

꼭짓점의 좌표는 C(2, -9)이다. $\dots (iii)$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27 \quad \dots (iv)$$

채점 기준

(i) a, b 의 값 구하기	20%
(ii) $\overline{AB}$ 의 길이 구하기	30%
(iii) 꼭짓점 C의 좌표 구하기	20%
(iv) $\triangle ABC$ 의 넓이 구하기	30%

50 답 3

$y=-x^2+2x+3=-(x-1)^2+4$ 이므로

꼭짓점의 좌표는 A(1, 4)이다.

$y=-x^2+2x+3$ 에 $x=0$ 을 대입하면

$$y=3 \quad \therefore B(0, 3)$$

$y=-x^2+2x+3$ 에 $y=0$ 을 대입하면

$$-x^2+2x+3=0, x^2-2x-3=0, (x+1)(x-3)=0$$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=3 \quad \therefore C(3, 0)$

$$\therefore \triangle ABC = \triangle ABO + \triangle AOC - \triangle BOC$$

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 1 + \frac{1}{2} \times 3 \times 4 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3$$

$$= \frac{3}{2} + 6 - \frac{9}{2} = 3$$

51 답 4

$y=\frac{1}{4}x^2-x-4$ 에 $x=0$ 을 대입하면

$$y=-4 \quad \therefore A(0, -4)$$

또 $y=\frac{1}{4}x^2-x-4=\frac{1}{4}(x-2)^2-5$ 이므로

꼭짓점의 좌표는 B(2, -5)이다.

$$\therefore \triangle OAB = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$

52 답 30

$y=-\frac{1}{2}x^2+2x+6=-\frac{1}{2}(x-2)^2+8$ 이므로

꼭짓점의 좌표는 A(2, 8)이다.

$y=-\frac{1}{2}x^2+2x+6$ 에 $x=0$ 을 대입하면

$$y=6 \quad \therefore B(0, 6)$$

$y=-\frac{1}{2}x^2+2x+6$ 에 $y=0$ 을 대입하면

$$-\frac{1}{2}x^2+2x+6=0, x^2-4x-12=0, (x+2)(x-6)=0$$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=6 \quad \therefore C(6, 0)$

$$\therefore \square ABOC = \triangle ABO + \triangle AOC$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 2 + \frac{1}{2} \times 6 \times 8$$

$$= 6 + 24 = 30$$

53 답 4.25 m

$h=-5t^2+5t+3$ 에 $t=0.5$ 를 대입하면

$$h=-5 \times 0.5^2 + 5 \times 0.5 + 3 = 4.25$$

따라서 도약한 지 0.5초 후의 선수의 수면으로부터의 높이는 4.25m이다.

54 답 (1) $y=-2x^2+20x$ (2) 5 m

(1) 닭장의 세로의 길이는 x m, 가로 길이는 $(20-2x)$ m이므로

$$y=x(20-2x)=-2x^2+20x$$

- (2) $y = -2x^2 + 20x$ 에 $y = 50$ 을 대입하면
 $-2x^2 + 20x = 50, x^2 - 10x + 25 = 0$
 $(x-5)^2 = 0 \quad \therefore x = 5$
 따라서 닭장의 세로의 길이는 5 m이다.

55 답 (1) $a=3, b=-3$ (2) 61개

- (1) 1단계에서 정육각형 모양의 별집의 개수는 1개이므로
 $y = ax^2 + bx + 1$ 에 $x=1, y=1$ 을 대입하면
 $1 = a + b + 1 \quad \therefore a + b = 0 \quad \dots \textcircled{1}$
 2단계에서 정육각형 모양의 별집의 개수는 7개이므로
 $y = ax^2 + bx + 1$ 에 $x=2, y=7$ 을 대입하면
 $7 = 4a + 2b + 1 \quad \therefore 2a + b = 3 \quad \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a=3, b=-3$
 (2) $y = 3x^2 - 3x + 1$ 에 $x=5$ 를 대입하면
 $y = 3 \times 5^2 - 3 \times 5 + 1 = 61$
 따라서 5단계에서 별집의 개수는 61개이다.

56 답 (1) $y = \frac{1}{150}x^2$ (2) 58.5 m

- (1) y 는 x^2 에 정비례하므로 $y = ax^2$ 으로 놓을 수 있다.
 $y = ax^2$ 에 $x=30, y=6$ 을 대입하면
 $6 = a \times 30^2 \quad \therefore a = \frac{1}{150}$
 따라서 $y = \frac{1}{150}x^2$ 이다.
 (2) 감독이 사인을 보낸 후 브레이크를 밟을 때까지 1초 동안 자동차가 움직인 거리는
 $0.28 \times 75 \times 1 = 21(\text{m})$
 또 시속 75 km로 달리는 자동차의 제동 거리는
 $\frac{1}{150} \times 75^2 = 37.5(\text{m})$
 따라서 감독이 사인을 보낸 후부터 자동차가 완전히 멈출 때까지 움직인 거리는
 $21 + 37.5 = 58.5(\text{m})$

03 이차함수의 식 구하기

핵심 유형 & 핵심 유형 완성하기

196~200쪽

57 답 ②

꼭짓점의 좌표가 $(-1, -9)$ 이므로 이차함수의 식을
 $y = a(x+1)^2 - 9$ 로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 점 $(2, 9)$ 를 지나므로
 $9 = a(2+1)^2 - 9, 9a = 18 \quad \therefore a = 2$
 $\therefore y = 2(x+1)^2 - 9 = 2x^2 + 4x - 7$

58 답 $y = -x^2 - 4x - 1$

축의 방정식이 $x = -2$ 이므로 구하는 이차함수의 식을
 $y = a(x+2)^2 + q$ 로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 두 점 $(1, -6), (-2, 3)$ 을 지나므로
 $-6 = 9a + q, 3 = q$
 위의 두 식을 연립하여 풀면 $a = -1, q = 3$
 $\therefore y = -(x+2)^2 + 3 = -x^2 - 4x - 1$

59 답 11

$y = ax^2 + bx + c$ 에 $x=0, y=-2$ 를 대입하면
 $c = -2$
 즉, $y = ax^2 + bx - 2$ 에
 (i) $x=-1, y=7$ 을 대입하면
 $7 = a - b - 2 \quad \dots \textcircled{1}$
 (ii) $x=1, y=-5$ 를 대입하면
 $-5 = a + b - 2 \quad \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a=3, b=-6$
 따라서 $a=3, b=-6, c=-2$ 이므로
 $a - b - c = 3 - (-6) - (-2) = 11$

60 답 $y = -x^2 + 2x + 3$

그래프가 x 축과 두 점 $(-1, 0), (3, 0)$ 에서 만나므로 구하는 이차함수의 식을 $y = a(x+1)(x-3)$ 으로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 점 $(0, 3)$ 을 지나므로
 $3 = -3a \quad \therefore a = -1$
 $\therefore y = -(x+1)(x-3) = -x^2 + 2x + 3$

61 답 -6

꼭짓점의 좌표가 $(1, -2)$ 이므로 구하는 이차함수의 식을
 $y = a(x-1)^2 - 2$ 로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 점 $(0, -5)$ 를 지나므로
 $-5 = a(0-1)^2 - 2 \quad \therefore a = -3$
 $\therefore y = -3(x-1)^2 - 2 = -3x^2 + 6x - 5$
 $\therefore b = 6, c = -5$
 $\therefore a + 2b + 3c = -3 + 2 \times 6 + 3 \times (-5) = -6$

62 답 (0, -2)

꼭짓점의 좌표가 (2, -3)이므로 이차함수의 식을

$y=a(x-2)^2-3$ 으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 (-2, 1)을 지나므로

$$1=a(-2-2)^2-3, 16a=4 \quad \therefore a=\frac{1}{4}$$

$$\therefore y=\frac{1}{4}(x-2)^2-3 \quad \dots (i)$$

이 식에 $x=0$ 을 대입하면

$$y=\frac{1}{4} \times (0-2)^2-3=-2$$

따라서 y 축과 만나는 점의 좌표는 (0, -2)이다. $\dots (ii)$

채점 기준

(i) 이차함수의 식 구하기	60%
(ii) y 축과 만나는 점의 좌표 구하기	40%

63 답 -1

꼭짓점의 좌표가 (6, 0)이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-6)^2$ 으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 (0, 6)을 지나므로

$$6=a(0-6)^2, 6=36a \quad \therefore a=\frac{1}{6}$$

$$\therefore y=\frac{1}{6}(x-6)^2=\frac{1}{6}x^2-2x+6$$

따라서 $a=\frac{1}{6}, b=-2, c=6$ 이므로

$$ac+b=\frac{1}{6} \times 6+(-2)=-1$$

64 답 -5

꼭짓점의 좌표가 (2, 3)이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2+3$ 으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 (0, 1)을 지나므로

$$1=a(0-2)^2+3, 4a=-2 \quad \therefore a=-\frac{1}{2}$$

따라서 $y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+3$ 의 그래프가 점 (6, k)를 지나므로

$$k=-\frac{1}{2} \times (6-2)^2+3=-5$$

65 답 ①

$y=3(x+2)^2+4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (-2, 4)이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+4$ 로 놓을 수 있다.

$$y=\frac{1}{2}x^2-x-4 \text{의 그래프와 } y\text{축의 교점의 좌표는 } (0, -4)$$

즉, $y=a(x+2)^2+4$ 의 그래프가 점 (0, -4)를 지나므로

$$-4=a(0+2)^2+4, 4a=-8 \quad \therefore a=-2$$

$$\therefore y=-2(x+2)^2+4=-2x^2-8x-4$$

66 답 $y=-2x^2-4x+1$

꼭짓점은 두 직선 $x=-1, y=x+4$ 위에 있으므로 꼭짓점의 좌표는 두 직선의 교점인 (-1, 3)이다.

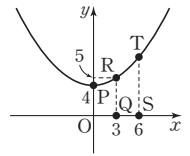
즉, $y=a(x+1)^2+3$ 의 그래프가 점 (-4, -15)를 지나므로

$$-15=a(-4+1)^2+3, 9a=-18 \quad \therefore a=-2$$

$$\therefore y=-2(x+1)^2+3=-2x^2-4x+1$$

67 답 8m

오른쪽 그림과 같이 지점 O가 원점, 지면이 x 축, 선분 OP가 y 축 위에 있도록 좌표평면 위에 나타내면



P(0, 4), Q(3, 0), R(3, 5), S(6, 0)

꼭짓점의 좌표가 P(0, 4)이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2+4$ 와 같이 나타낼 수 있다.

이 이차함수의 그래프가 점 R(3, 5)를 지나므로

$$5=a \times 3^2+4, 9a=1 \quad \therefore a=\frac{1}{9}$$

즉, 이차함수의 식은

$$y=\frac{1}{9}x^2+4$$

이때 점 T의 x 좌표는 6이므로

$$y=\frac{1}{9} \times 6^2+4=8$$

따라서 지점 S에서 지점 T까지의 높이는 8m이다.

68 답 6

축의 방정식이 $x=2$ 이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2+q$ 로 놓을 수 있다.

이 그래프가 두 점 (1, -4), (-1, 4)를 지나므로

$$-4=a+q, 4=9a+q$$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=1, q=-5$

$$\therefore y=(x-2)^2-5=x^2-4x-1$$

따라서 $a=1, b=-4, c=-1$ 이므로

$$a-b-c=1-(-4)-(-1)=6$$

69 답 3

축의 방정식이 $x=2$ 이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2+q$ 로 놓을 수 있다.

이 그래프가 두 점 (0, -1), (1, 2)를 지나므로

$$-1=4a+q, 2=a+q$$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=-1, q=3$

$$\therefore y=-(x-2)^2+3$$

즉, 꼭짓점의 좌표가 (2, 3)이므로 꼭짓점의 y 좌표는 3이다.

70 답 27

축의 방정식이 $x=3$ 이므로 이차함수의 식을

$$y=-2(x-3)^2+q \text{로 놓을 수 있다.}$$

이 그래프가 점 (1, -5)를 지나므로

$$-5=-2 \times (1-3)^2+q, -5=-8+q \quad \therefore q=3$$

$$\therefore y=-2(x-3)^2+3=-2x^2+12x-15$$

따라서 $a=12, b=-15$ 이므로

$$a-b=12-(-15)=27$$

71 답 $y=4x^2+8x+3$

(나)에서 $a=4$ 이고, (다)에서 축의 방정식은 $x=-1$ 이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=4(x+1)^2+q$ 로 놓을 수 있다.

(㉞)에서 이 그래프가 점 $(1, 15)$ 를 지나므로
 $15=4 \times (1+1)^2+q, 15=16+q \quad \therefore q=-1$
 $\therefore y=4(x+1)^2-1=4x^2+8x+3$

72 답 10

$y=ax^2+bx+c$ 에 $x=0, y=1$ 을 대입하면 $c=1$
 즉, $y=ax^2+bx+1$ 에

(i) $x=-2, y=3$ 을 대입하면

$$3=4a-2b+1 \quad \cdots \textcircled{1}$$

(ii) $x=1, y=-6$ 을 대입하면

$$-6=a+b+1 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a=-2, b=-5$

$$\therefore abc=-2 \times (-5) \times 1=10$$

73 답 ②

$y=ax^2+bx+c$ 에 $x=0, y=-5$ 를 대입하면 $c=-5$
 즉, $y=ax^2+bx-5$ 에

(i) $x=2, y=3$ 을 대입하면

$$3=4a+2b-5 \quad \cdots \textcircled{1}$$

(ii) $x=6, y=1$ 을 대입하면

$$1=36a+6b-5 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a=-\frac{3}{4}, b=\frac{11}{2}$

$$\therefore 4a-2b-c=4 \times \left(-\frac{3}{4}\right)-2 \times \frac{11}{2}-(-5)=-9$$

74 답 6

$y=ax^2-2x+b$ 에 $x=0, y=1$ 을 대입하면 $b=1$

즉, $y=ax^2-2x+1$ 에 $x=-1, y=6$ 을 대입하면

$$6=a+2+1 \quad \therefore a=3$$

따라서 $y=3x^2-2x+1$ 의 그래프가 점 $(1, c)$ 를 지나므로

$$c=3-2+1=2$$

$$\therefore a+b+c=3+1+2=6$$

75 답 2

이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$ 로 놓고 $x=0, y=-3$ 을 대입하면
 $c=-3$

즉, $y=ax^2+bx-3$ 에

(i) $x=-4, y=-3$ 을 대입하면

$$-3=16a-4b-3 \quad \cdots \textcircled{1}$$

(ii) $x=1, y=-8$ 을 대입하면

$$-8=a+b-3 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a=-1, b=-4$

이때 $y=-x^2-4x-3$ 에 $y=0$ 을 대입하면

$$x^2+4x+3=0, (x+3)(x+1)=0$$

$$\therefore x=-3 \text{ 또는 } x=-1$$

따라서 그래프가 x 축과 만나는 두 점은 $(-3, 0), (-1, 0)$ 이므로

$$\overline{AB}=-1-(-3)=2$$

76 답 -2

그래프가 x 축과 두 점 $(1, 0), (5, 0)$ 에서 만나므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-1)(x-5)$ 로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(4, 3)$ 을 지나므로

$$3=-3a \quad \therefore a=-1$$

$$\therefore y=-(x-1)(x-5)=-x^2+6x-5$$

따라서 $a=-1, b=6, c=-5$ 이므로

$$a-b-c=-1-6-(-5)=-2$$

77 답 ⑤

$y=5x^2$ 의 그래프를 평행이동하면 완전히 포개어지고, x 축과 두 점 $(2, 0), (-4, 0)$ 에서 만나므로 이차함수의 식은

$$y=5(x-2)(x+4)=5x^2+10x-40$$

따라서 y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, -40)$ 이다.

78 답 ①

그래프가 x 축과 두 점 $(1, 0), (-3, 0)$ 에서 만나므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-1)(x+3)$ 으로 놓을 수 있다.

$$y=a(x-1)(x+3)=a(x^2+2x-3)$$

$$=a(x+1)^2-4a$$

이때 꼭짓점의 y 좌표가 8이므로

$$-4a=8 \quad \therefore a=-2$$

$$\therefore y=-2(x^2+2x-3)=-2x^2-4x+6$$

다른 풀이

축의 방정식이 $x=\frac{1+(-3)}{2}=-1$ 이므로

그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 8)$

즉, 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+1)^2+8$ 로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(1, 0)$ 을 지나므로

$$0=a(1+1)^2+8, 4a=-8 \quad \therefore a=-2$$

$$\therefore y=-2(x+1)^2+8=-2x^2-4x+6$$

참고 이차함수의 그래프가 x 축과 만나는 두 점의 좌표가 $(m, 0), (n, 0)$

일 때, 이 두 점은 축에 대칭이므로 축의 방정식은 $x=\frac{m+n}{2}$ 이다.

79 답 28

그래프가 x 축과 두 점 $(-5, 0), (1, 0)$ 에서 만나므로

이차함수의 식을 $y=a(x+5)(x-1)$ 로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(0, -4)$ 를 지나므로

$$-4=-5a \quad \therefore a=\frac{4}{5}$$

$$\therefore y=\frac{4}{5}(x+5)(x-1)=\frac{4}{5}x^2+\frac{16}{5}x-4=\frac{4}{5}(x+2)^2-\frac{36}{5}$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $\left(-2, -\frac{36}{5}\right)$ 이므로

$$p=-2, q=-\frac{36}{5}$$

$$\therefore 4p-5q=4 \times (-2)-5 \times \left(-\frac{36}{5}\right)=28$$

80 답 ③

$y=x^2+ax+b$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(-5, 0)$, $(5, 0)$ 에서 만나므로

$$y=(x+5)(x-5)=x^2-25$$

따라서 $a=0$, $b=-25$ 이므로

$$a-b=0-(-25)=25$$

81 답 1

그래프가 x 축과 두 점 $(2, 0)$, $(4, 0)$ 에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)(x-4)$ 로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(1, -3)$ 을 지나므로

$$-3=3a \quad \therefore a=-1 \quad \dots (i)$$

$$\therefore y=-(x-2)(x-4)=-x^2+6x-8 \quad \dots (ii)$$

이 그래프가 점 $(k, -k^2-2)$ 를 지나므로

$$-k^2-2=-k^2+6k-8, 6k=6$$

$$\therefore k=1 \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) a 의 값 구하기	40%
(ii) 이차함수의 식 구하기	30%
(iii) k 의 값 구하기	30%

핵심 유형 최종 점검하기

201~204쪽

82 답 ①

$$y=3x^2+6x-2=3(x^2+2x)-2$$

$$=3(x^2+2x+1-1)-2$$

$$=3(x+1)^2-5$$

따라서 이 그래프는 $y=3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼,

y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동한 것이므로

$$a=3, p=-1, q=-5$$

$$\therefore a+p+q=3+(-1)+(-5)=-3$$

83 답 ③

$$\textcircled{1} y=-(x+4)(x-4)=-(x^2-16)=-x^2+16$$

이므로 축의 방정식은 $x=0$ 이다.

$$\textcircled{2} y=x^2+4x+3=(x^2+4x+4-4)+3=(x+2)^2-1$$

이므로 축의 방정식은 $x=-2$ 이다.

$$\textcircled{3} y=-3x^2+2x=-3\left(x^2-\frac{2}{3}x\right)$$

$$=-3\left(x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}-\frac{1}{9}\right)=-3\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1}{3}$$

이므로 축의 방정식은 $x=\frac{1}{3}$ 이다.

$$\textcircled{4} y=x^2+2x+1=(x+1)^2 \text{이므로 축의 방정식은 } x=-1 \text{이다.}$$

$$\textcircled{5} y=x^2+x+2=\left(x^2+x+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\right)+2=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}$$

이므로 축의 방정식은 $x=-\frac{1}{2}$ 이다.

따라서 그래프의 축이 좌표평면에서 가장 오른쪽에 있는 것은 ③이다.

84 답 5

$y=x^2-2ax+b$ 의 그래프가 점 $(4, 7)$ 을 지나므로

$$7=16-8a+b \quad \therefore b=8a-9 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$y=x^2-2ax+b$$

$$=(x^2-2ax+a^2-a^2)+b$$

$$=(x-a)^2-a^2+b$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(a, -a^2+b)$

이때 꼭짓점이 직선 $y=2x$ 위의 점이므로

$$-a^2+b=2a \quad \therefore b=a^2+2a \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } 8a-9=a^2+2a$$

$$a^2-6a+9=0, (a-3)^2=0 \quad \therefore a=3$$

$a=3$ 을 ①에 대입하면

$$b=8a-9=8 \times 3-9=15$$

$$\therefore \frac{b}{a}=\frac{15}{3}=5$$

85 답 ②

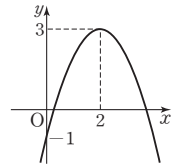
$$y=-x^2+4x-1=-(x-2)^2+3$$

(i) 꼭짓점의 좌표: $(2, 3)$

(ii) 모양: $\cap$

(iii) y 축과의 교점의 좌표: $(0, -1)$

따라서 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다.



86 답 $x < 3$

$y=-\frac{2}{3}x^2+kx-8$ 의 그래프가 점 $(3, -2)$ 를 지나므로

$$-2=-\frac{2}{3} \times 3^2+k \times 3-8$$

$$-2=-6+3k-8, 3k=12 \quad \therefore k=4 \quad \dots (i)$$

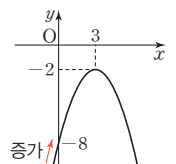
$$y=-\frac{2}{3}x^2+4x-8$$

$$=-\frac{2}{3}(x^2-6x)-8$$

$$=-\frac{2}{3}(x^2-6x+9-9)-8$$

$$=-\frac{2}{3}(x-3)^2-2 \quad \dots (ii)$$

이 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 $x < 3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다. $\dots (iii)$



채점 기준

(i) k 의 값 구하기	30%
(ii) $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 나타내기	40%
(iii) x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위 구하기	30%

87 답 ②

$y = -2x^2 + 5x + 3$ 에 $y=0$ 을 대입하면
 $-2x^2 + 5x + 3 = 0, 2x^2 - 5x - 3 = 0$
 $(2x+1)(x-3) = 0 \quad \therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 3$
 이때 $p < q$ 이므로 $p = -\frac{1}{2}, q = 3$
 $y = -2x^2 + 5x + 3$ 에 $x=0$ 을 대입하면
 $y = 3 \quad \therefore r = 3$
 $\therefore p + q - r = -\frac{1}{2} + 3 - 3 = -\frac{1}{2}$

88 답 5

$y = -x^2 + ax + 4$ 의 그래프가 점 $(1, 6)$ 을 지나므로
 $6 = -1 + a + 4 \quad \therefore a = 3 \quad \dots (i)$
 즉, $y = -x^2 + 3x + 4$ 이므로 이 식에 $y=0$ 을 대입하면
 $-x^2 + 3x + 4 = 0, x^2 - 3x - 4 = 0$
 $(x+1)(x-4) = 0 \quad \therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 4$
 따라서 $A(-1, 0), B(4, 0)$ 이므로 $\dots (ii)$
 $\overline{AB} = 4 - (-1) = 5 \quad \dots (iii)$

채점 기준

(i) a 의 값 구하기	30%
(ii) 두 점 A, B의 좌표 구하기	50%
(iii) $\overline{AB}$ 의 길이 구하기	20%

89 답 1

$y = 2x^2 - 8x + 9 = 2(x-2)^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼,
 y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y = 2(x-1-2)^2 + 1 - 2 = 2(x-3)^2 - 1$
 이 그래프가 점 $(2, k)$ 를 지나므로
 $k = 2 \times (2-3)^2 - 1 = 1$

90 답 ④

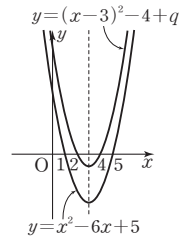
$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프는 $y = x^2 - 6x + 11$ 의 그래프를 x 축의 방
 향으로 -3만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것과 같다.
 $y = x^2 - 6x + 11 = (x-3)^2 + 2$ 이므로 이 그래프를 평행이동한 그래
 프의 식은
 $y = (x+3-3)^2 + 2 - 2 = x^2$
 따라서 $a=1, b=0, c=0$ 이므로
 $a+b+c=1$

91 답 ①

$y = 2x^2 - 4x + 7 = 2(x-1)^2 + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 k 만큼
 평행이동한 그래프의 식은
 $y = 2(x-k-1)^2 + 5 \quad \dots \textcircled{1}$
 이 그래프가 $x < -4$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소하고,
 $x > -4$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하므로 축의 방정식
 은 $x = -4$ 이다.
 $\textcircled{1}$ 에서 그래프의 축의 방정식이 $x = k+1$ 이므로
 $k+1 = -4 \quad \therefore k = -5$

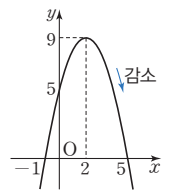
92 답 3

$y = x^2 - 6x + 5$ 에 $y=0$ 을 대입하면
 $x^2 - 6x + 5 = 0, (x-1)(x-5) = 0 \quad \therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 5$
 따라서 $y = x^2 - 6x + 5$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점 $(1, 0), (5, 0)$
 사이의 거리는 $5 - 1 = 4$ 이다.
 $y = x^2 - 6x + 5 = (x-3)^2 - 4$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평
 행이동한 그래프의 식은
 $y = (x-3)^2 - 4 + q \quad \dots \textcircled{1}$
 이 그래프의 축의 방정식은 $x=3$ 이고, 이 그래
 프가 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리는 2이다.
 즉, $\textcircled{1}$ 의 그래프의 축에서 x 축과 만나는 두 점까
 지의 거리는 각각 1이므로 $\textcircled{1}$ 의 그래프가 x 축
 과 만나는 두 점의 좌표는 $(2, 0), (4, 0)$ 이다.
 $y = (x-3)^2 - 4 + q$ 에 $x=2, y=0$ 을 대입하면
 $0 = (2-3)^2 - 4 + q \quad \therefore q = 3$



93 답 ④

$y = -x^2 + 4x + 5 = -(x-2)^2 + 9$
 ① 꼭짓점의 좌표는 $(2, 9)$ 이다.
 ②, ⑤ 이 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 $x > 2$
 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소하고,
 모든 사분면을 지난다.
 ③ $y = -x^2 + 4x + 5$ 에 $y=0$ 을 대입하면
 $-x^2 + 4x + 5 = 0, x^2 - 4x - 5 = 0$
 $(x+1)(x-5) = 0 \quad \therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 5$
 즉, x 축과의 교점의 좌표는 $(-1, 0), (5, 0)$ 이므로 두 점 사이
 의 거리는 $5 - (-1) = 6$ 이다.
 ④ $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 9만
 큼 평행이동한 것이다.
 따라서 옳지 않은 것은 ④이다.



94 답 ⑤

그래프의 모양이 위로 볼록하므로 $a < 0$
 그래프의 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로
 $ab > 0 \quad \therefore b < 0$
 y 축과의 교점이 x 축보다 위쪽에 있으므로
 $-c > 0 \quad \therefore c < 0$

95 답 ㄴ, ㄷ, ㄹ

그래프의 모양이 아래로 볼록하므로 $a > 0$
 그래프의 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로
 $ab < 0 \quad \therefore b < 0$
 y 축과의 교점이 x 축보다 위쪽에 있으므로 $c > 0$
 $\therefore ac > 0$
 ㄴ. $x=1$ 일 때, $y < 0$ 이므로 $a+b+c < 0$
 ㄷ. $abc < 0$
 ㄹ. $x=-1$ 일 때, $y > 0$ 이므로 $a-b+c > 0$
 ㄱ. $2a-b > 0$

ㄴ, 축의 방정식이 $x = -\frac{b}{2a}$ 이고, $-\frac{b}{2a} > 1$ 에서 $a > 0$ 이므로
 $-b > 2a \quad \therefore 2a + b < 0$
 따라서 그 값이 항상 음수인 것은 ㄴ, ㄷ, ㄴ이다.

96 답 ②

그래프의 모양이 아래로 볼록하므로 $a > 0$

그래프의 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로

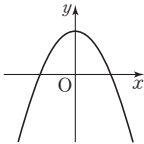
$$-ab > 0 \quad \therefore b < 0$$

그래프가 원점을 지나므로 $c = 0$

따라서 $y = bx^2 + cx + a = bx^2 + a$ 의 그래프는

$b < 0$ 이므로 그래프의 모양이 위로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표가 $(0, a)$ 이다.

이때 꼭짓점의 y 좌표 a 는 양수이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



97 답 3

$y = -x^2 - x + 2$ 에 $y = 0$ 을 대입하면

$$-x^2 - x + 2 = 0, \quad x^2 + x - 2 = 0$$

$$(x+2)(x-1) = 0 \quad \therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 A(-2, 0), B(1, 0)이므로

$$\overline{AB} = 1 - (-2) = 3$$

$y = -x^2 - x + 2$ 에 $x = 0$ 을 대입하면

$$y = 2 \quad \therefore C(0, 2)$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 3$$

98 답 6

$y = -x^2 - bx + 8$ 의 그래프가 점 $(-2, 0)$ 을 지나므로

$$0 = -(-2)^2 - b \times (-2) + 8, \quad 2b = -4 \quad \therefore b = -2$$

즉, $y = -x^2 + 2x + 8 = -(x-1)^2 + 9$ 이므로

꼭짓점의 좌표는 A(1, 9)이다.

$y = -x^2 + 2x + 8$ 에 $x = 0$ 을 대입하면

$$y = 8 \quad \therefore B(0, 8)$$

$y = -x^2 + 2x + 8$ 에 $y = 0$ 을 대입하면

$$-x^2 + 2x + 8 = 0, \quad x^2 - 2x - 8 = 0, \quad (x+2)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 4 \quad \therefore C(4, 0)$$

$$\therefore \triangle ABC = \triangle ABO + \triangle AOC - \triangle BOC$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 1 + \frac{1}{2} \times 4 \times 9 - \frac{1}{2} \times 4 \times 8$$

$$= 4 + 18 - 16 = 6$$

99 답 122.5 m

y 는 x^2 에 정비례하므로 $y = ax^2$ 으로 놓을 수 있다.

물체가 1초 동안 낙하한 거리가 4.9 m이므로

$$4.9 = a \times 1^2 \quad \therefore a = 4.9$$

즉, $y = 4.9x^2$ 이므로 $x = 5$ 를 대입하면

$$y = 4.9 \times 5^2 = 122.5(\text{m})$$

100 답 -3

꼭짓점의 좌표가 $(3, -7)$ 이므로 이차함수의 식을

$$y = a(x-3)^2 - 7 \text{로 놓을 수 있다.}$$

이 그래프가 점 $(-1, 9)$ 를 지나므로

$$9 = a(-1-3)^2 - 7, \quad 16a = 16 \quad \therefore a = 1$$

따라서 $y = (x-3)^2 - 7$ 의 그래프가 점 $(1, k)$ 를 지나므로

$$k = (1-3)^2 - 7 = -3$$

101 답 -7

꼭짓점의 좌표가 $(-2, -6)$ 이므로 이차함수의 식을

$$y = a(x+2)^2 - 6 \text{으로 놓을 수 있다.}$$

이 그래프가 $(0, -2)$ 를 지나므로

$$-2 = a(0+2)^2 - 6, \quad 4a = 4 \quad \therefore a = 1$$

$$\therefore y = (x+2)^2 - 6$$

이 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행 이동한 그래프의 식은

$$y = (x-3+2)^2 - 6 - 2 = (x-1)^2 - 8$$

이 식에 $x = 0$ 을 대입하면

$$y = (0-1)^2 - 8 = -7$$

따라서 y 축과 만나는 점의 y 좌표는 -7이다.

102 답 ⑤

(가), (나)에서 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 0)$ 이므로 이차함수의 식을 $y = a(x+2)^2$ 으로 놓을 수 있다.

(다)에서 이 그래프가 점 $(-4, 6)$ 을 지나므로

$$6 = a(-4+2)^2 \quad \therefore a = \frac{3}{2}$$

$$\therefore y = \frac{3}{2}(x+2)^2$$

$$\textcircled{1} \quad x = -3 \text{을 대입하면 } y = \frac{3}{2} \times (-3+2)^2 = \frac{3}{2} \neq -\frac{3}{2}$$

$$\textcircled{2} \quad x = -1 \text{을 대입하면 } y = \frac{3}{2} \times (-1+2)^2 = \frac{3}{2} \neq \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{3} \quad x = 0 \text{을 대입하면 } y = \frac{3}{2} \times (0+2)^2 = 6 \neq 3$$

$$\textcircled{4} \quad x = 1 \text{을 대입하면 } y = \frac{3}{2} \times (1+2)^2 = \frac{27}{2} \neq \frac{9}{2}$$

$$\textcircled{5} \quad x = 2 \text{를 대입하면 } y = \frac{3}{2} \times (2+2)^2 = 24$$

따라서 $y = \frac{3}{2}(x+2)^2$ 의 그래프 위의 점인 것은 ⑤이다.

103 답 ④

축의 방정식이 $x = 1$ 이므로 구하는 이차함수의 식을

$$y = a(x-1)^2 + q \text{로 놓을 수 있다.}$$

이 그래프가 두 점 $(0, 3)$, $(3, 0)$ 을 지나므로

$$3 = a + q, \quad 0 = 4a + q$$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a = -1$, $q = 4$

$$\therefore y = -(x-1)^2 + 4 = -x^2 + 2x + 3$$

104 **답** (2, 3)

$f(x)=ax^2+bx+c$ 로 놓으면 $f(0)=5$ 이므로 $c=5$... (i)

$\therefore f(x)=ax^2+bx+5$

이때 $f(2)=3$, $f(4)=5$ 이므로

$4a+2b+5=3$, $2a+b=-1$... ㉠

$16a+4b+5=5$, $4a+b=0$... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=\frac{1}{2}$, $b=-2$... (ii)

$\therefore f(x)=\frac{1}{2}x^2-2x+5=\frac{1}{2}(x-2)^2+3$

따라서 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 (2, 3)이다. ... (iii)

채점 기준

(i) c 의 값 구하기	30%
(ii) a , b 의 값 구하기	30%
(iii) 꼭짓점의 좌표 구하기	40%

105 **답** ⑤

$y=2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고, x 축과 두 점 $(-3, 0)$, $(1, 0)$ 에서 만나므로 구하는 이차함수의 식은

$y=2(x+3)(x-1)=2x^2+4x-6$

106 **답** -2

그래프가 x 축과 두 점 $(-4, 0)$, $(2, 0)$ 에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x+4)(x-2)$ 로 놓을 수 있다.

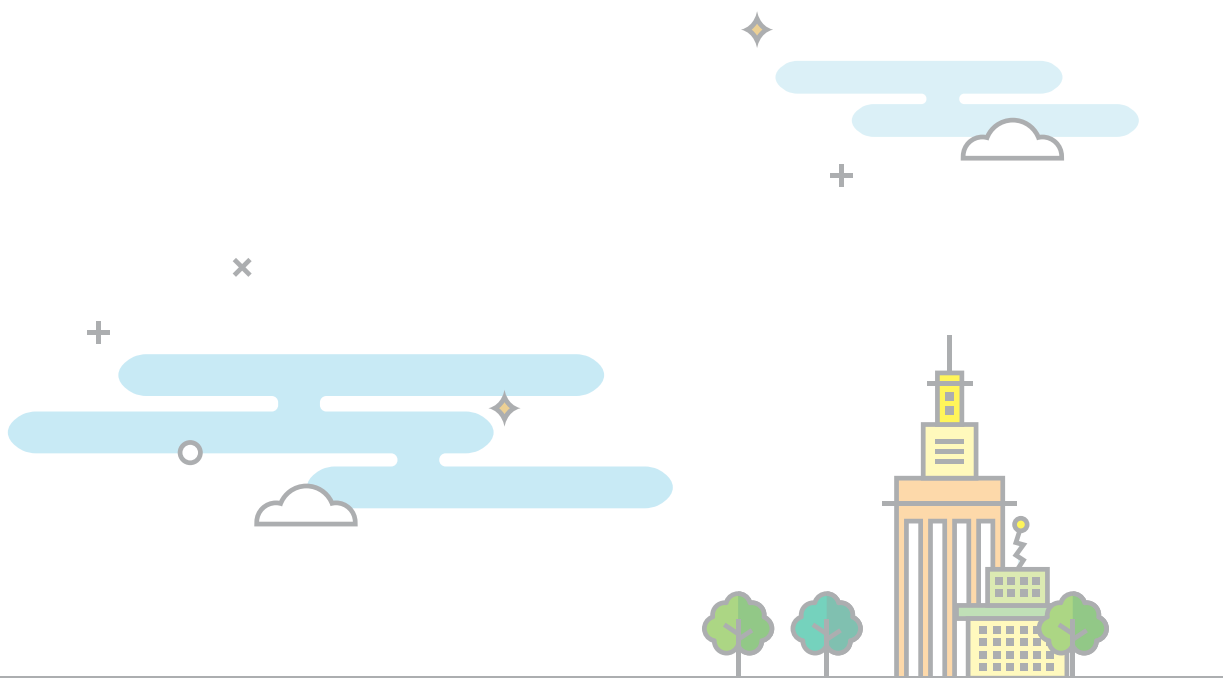
이 그래프가 점 $(0, -4)$ 를 지나므로

$-4=-8a \quad \therefore a=\frac{1}{2}$

$\therefore y=\frac{1}{2}(x+4)(x-2)=\frac{1}{2}x^2+x-4$

따라서 $a=\frac{1}{2}$, $b=1$, $c=-4$ 이므로

$abc=\frac{1}{2} \times 1 \times (-4)=-2$



[illegible]

This image shows a blank memo template. At the top, there is a yellow header bar with rounded corners. Inside this bar, the word "MEMO" is written in a large, bold, black sans-serif font. Below the header, the rest of the page is white and filled with horizontal dotted lines, providing space for handwritten notes. The entire page is framed by a thin grey border.