



알찬

기출문제집

중3



정답과 해설

수 학



II. 인수분해와 이차방정식

2 이차방정식

핵심잡기 개념check

002~004P

1-1 (1) ○ (2) × 1-2 (1) 해이다. (2) 해가 아니다.

2-1 (1) $x = -2$ 또는 $x = 1$ (2) $x = -\frac{3}{2}$ 또는 $x = -\frac{2}{3}$

(3) $x = -4$ 또는 $x = 1$ (4) $x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = 2$

3-1 (1) 9 (2) ± 1

4-1 (1) $x = \pm 3$ (2) $x = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$ (3) $x = -3 \pm \sqrt{2}$ (4) $x = 4 \pm \sqrt{3}$

4-2 (1) $x = -3 \pm \sqrt{11}$ (2) $x = \frac{3 \pm \sqrt{6}}{3}$

5-1 (1) $x = \frac{7 \pm \sqrt{37}}{2}$ (2) $x = \frac{-5 \pm \sqrt{57}}{4}$ (3) $x = -1 \pm \sqrt{2}$

(4) $x = \frac{4 \pm \sqrt{10}}{3}$

6-1 (1) $x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$ (2) $x = 1$ 또는 $x = 2$ (3) $x = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{4}$

(4) $x = -6$ 또는 $x = -1$

7-1 (1) 2개 (2) 1개 (3) 없다.

8-1 (1) 5, 3 (2) $\frac{3}{2}, \frac{1}{2}$

9-1 (1) $3x^2 + 5x - 2 = 0$ (2) $x^2 - 6x + 9 = 0$

10-1 (1) $x + 1$ (2) 5, 6

1-1 (2) $x^2 - 4x = x^2$ 에서 $-4x = 0$ (일차방정식)

1-2 (1) $x^2 - 3x = 0$ 에 $x = 3$ 을 대입하면 $3^2 - 3 \times 3 = 0$

따라서 $x = 3$ 은 이차방정식 $x^2 - 3x = 0$ 의 해이다.

(2) $x^2 + x - 2 = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면 $2^2 + 2 - 2 = 4 \neq 0$

따라서 $x = 2$ 는 이차방정식 $x^2 + x - 2 = 0$ 의 해가 아니다.

2-1 (1) $x + 2 = 0$ 또는 $x - 1 = 0$

$\therefore x = -2$ 또는 $x = 1$

(2) $2x + 3 = 0$ 또는 $3x + 2 = 0$

$\therefore x = -\frac{3}{2}$ 또는 $x = -\frac{2}{3}$

(3) $x^2 + 3x - 4 = 0$ 에서 $(x + 4)(x - 1) = 0$

$\therefore x = -4$ 또는 $x = 1$

(4) $2x^2 - 5x + 2 = 0$ 에서 $(2x - 1)(x - 2) = 0$

$\therefore x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = 2$

3-1 (1) $k = \left(\frac{-6}{2}\right)^2 = 9$

(2) $\frac{1}{4} = \left(\frac{k}{2}\right)^2, k^2 = 1 \therefore k = \pm 1$

4-1 (2) $4x^2 = 5$ 에서 $x^2 = \frac{5}{4}$ 이므로 $x = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$

(3) $(x + 3)^2 = 2$ 에서 $x + 3 = \pm \sqrt{2}$ 이므로

$x = -3 \pm \sqrt{2}$

(4) $2(x - 4)^2 = 6$ 에서 $(x - 4)^2 = 3$

즉, $x - 4 = \pm \sqrt{3}$ 이므로 $x = 4 \pm \sqrt{3}$

4-2 (1) $x^2 + 6x - 2 = 0$ 에서 $x^2 + 6x = 2$

$x^2 + 6x + 9 = 2 + 9, (x + 3)^2 = 11$

$x + 3 = \pm \sqrt{11}$

$\therefore x = -3 \pm \sqrt{11}$

(2) $3x^2 - 6x + 1 = 0$ 에서

$x^2 - 2x + \frac{1}{3} = 0, x^2 - 2x = -\frac{1}{3}$

$x^2 - 2x + 1 = -\frac{1}{3} + 1, (x - 1)^2 = \frac{2}{3}$

$x - 1 = \pm \sqrt{\frac{2}{3}}, x - 1 = \pm \frac{\sqrt{6}}{3}$

$\therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{6}}{3}$

5-1 (1) $x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 1 \times 3}}{2 \times 1}$

$= \frac{7 \pm \sqrt{37}}{2}$

(2) $x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 2 \times (-4)}}{2 \times 2}$

$= \frac{-5 \pm \sqrt{57}}{4}$

(3) 일차항의 계수가 짝수이므로

$x = -1 \pm \sqrt{1^2 - 1 \times (-1)}$

$= -1 \pm \sqrt{2}$

(4) 일차항의 계수가 짝수이므로

$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 3 \times 2}}{3}$

$= \frac{4 \pm \sqrt{10}}{3}$

6-1 (1) 주어진 이차방정식의 양변에 6을 곱하면

$3x^2 - 6x + 2 = 0$

일차항의 계수가 짝수이므로

$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 3 \times 2}}{3} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$

(2) 주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면

$x^2 - 3x + 2 = 0, (x - 1)(x - 2) = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = 2$

(3) $2x^2 - x - 1 = 3, 2x^2 - x - 4 = 0$

$\therefore x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 2 \times (-4)}}{2 \times 2} = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{4}$

(4) $x + 2 = A$ 로 놓으면 $A^2 + 3A - 4 = 0$

$(A + 4)(A - 1) = 0 \therefore A = -4$ 또는 $A = 1$

즉, $x + 2 = -4$ 또는 $x + 2 = 1$ 이므로

$x = -6$ 또는 $x = -1$



- 7-1** (1) $5x^2 + x - 2 = 0$ 에서
 $b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times 5 \times (-2) = 41 > 0$
 따라서 근의 개수는 2개이다.
- (2) $x^2 + 4x + 4 = 0$ 에서
 $b^2 - 4ac = 2^2 - 1 \times 4 = 0$
 따라서 근의 개수는 1개이다.
- (3) $3x^2 - 2x + 1 = 0$ 에서
 $b^2 - 4ac = (-1)^2 - 3 \times 1 = -2 < 0$
 따라서 근이 없다.

- 8-1** (1) $x^2 - 5x + 3 = 0$ 에서
 (두 근의 합) $= -\frac{-5}{1} = 5$
 (두 근의 곱) $= \frac{3}{1} = 3$
- (2) $2x^2 - 3x + 1 = 0$ 에서
 (두 근의 합) $= -\frac{-3}{2} = \frac{3}{2}$
 (두 근의 곱) $= \frac{1}{2}$

- 9-1** (1) $3(x+2)(x-\frac{1}{3}) = 0$ 에서
 $(x+2)(3x-1) = 0$
 $\therefore 3x^2 + 5x - 2 = 0$
- (2) $(x-3)^2 = 0 \quad \therefore x^2 - 6x + 9 = 0$

- 10-1** (2) $x(x+1) = 30$ 에서 $x^2 + x - 30 = 0$
 $(x+6)(x-5) = 0$
 $\therefore x = -6$ 또는 $x = 5$
 그런데 x 는 자연수이므로 $x = 5$
 따라서 연속하는 두 자연수는 5, 6이다.

- 1-1** ① 일차방정식
 ② 등식이 아니므로 이차방정식이 아니다.
 ③ $x - 2 = 0$ (일차방정식)
 ④ $x^2 - 3x - 3 = 0$ (이차방정식)
 ⑤ $x^2 - 1 + 2x - x^2 = 0$ 에서 $2x - 1 = 0$ (일차방정식)

- 1-2** ① $2x - 2 = 0$ (일차방정식)
 ② $2x - 1 = 0$ (일차방정식)
 ③ $3x^2 - 3x - x^2 + 3 = 0$ 에서 $2x^2 - 3x + 3 = 0$ (이차방정식)
 ④ $2x^2 - 4x - 2 = 0$ (이차방정식)
 ⑤ $2x^2 - 3x + 1 + 4x - 2x^2 = 0$ 에서 $x + 1 = 0$ (일차방정식)

- 2-1** $x^2 - 18x + 80 = 15$ 에서 $x^2 - 18x + 65 = 0$
 $(x-5)(x-13) = 0 \quad \therefore x = 5$ 또는 $x = 13$

- 2-2** $3x^2 - 5x + 6 = 5x + 3$ 에서 $3x^2 - 10x + 3 = 0$
 $(3x-1)(x-3) = 0 \quad \therefore x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = 3$

- 3-1** $x^2 - ax - 4a = 0$ 에 $x = 4$ 를 대입하면
 $4^2 - a \times 4 - 4a = 0, -8a = -16$
 $\therefore a = 2$
 즉, 주어진 이차방정식이 $x^2 - 2x - 8 = 0$ 이므로
 $(x+2)(x-4) = 0$
 $\therefore x = -2$ 또는 $x = 4$
 따라서 다른 한 근은 $x = -2$ 이다.

- 3-2** $x^2 + ax - 2a + 1 = 0$ 에 $x = -3$ 을 대입하면
 $(-3)^2 + a \times (-3) - 2a + 1 = 0, -5a = -10$
 $\therefore a = 2$
 즉, 주어진 이차방정식이 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 이므로
 $(x+3)(x-1) = 0$
 $\therefore x = -3$ 또는 $x = 1$
 따라서 다른 한 근은 $x = 1$ 이다.

- 4-1** $x^2 + 6x - 3 = 0$ 에서 $x^2 + 6x = 3$
 $x^2 + 6x + 9 = 3 + 9, (x+3)^2 = 12$
 따라서 $p = 3, q = 12$ 이므로
 $p + q = 3 + 12 = 15$

- 4-2** $x^2 - 8x + 3 = 0$ 에서 $x^2 - 8x = -3$
 $x^2 - 8x + 16 = -3 + 16, (x-4)^2 = 13$
 따라서 $p = -4, q = 13$ 이므로
 $p + q = -4 + 13 = 9$

- 5-1** $3x^2 - 4x - 1 = 0$ 에서 일차항의 계수가 짝수이므로

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 3 \times (-1)}}{3} = \frac{2 \pm \sqrt{7}}{3}$$

 따라서 $a = 2, b = 7$ 이므로
 $a + b = 2 + 7 = 9$

나오고 또 나오는 문제

005~008P

1-1 ④	1-2 ③, ④	2-1 $x = 5$ 또는 $x = 13$
2-2 $x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = 3$	3-1 ④	3-2 ①
4-1 ③	4-2 9	5-1 9
5-3 13	6-1 $x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$	
6-2 $x = -1$ 또는 $x = \frac{1}{4}$	7-1 -2	7-2 $\frac{5}{2}$
8-1 ①	8-2 ⑤	9-1 15
9-3 28	10-1 10살	10-2 15살
11-1 2초 후 또는 5초 후	11-2 2.5초 후	11-3 4초
12-1 ②	12-2 ④	12-3 ④
13-2 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	14-1 4 m	14-2 2 m

**5-2** $2x^2+3x-1=0$ 에서

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$$

따라서 $a = -3, b = 17$ 이므로

$$a+b = (-3) + 17 = 14$$

5-3 $x^2+10x+2k-3=0$ 에서 일차항의 계수가 짝수이므로

$$x = -5 \pm \sqrt{5^2 - 1 \times (2k-3)} = -5 \pm \sqrt{28-2k}$$

따라서 $28-2k=2$ 이므로 $k=13$ **6-1** 주어진 이차방정식의 양변에 12를 곱하면

$$3x^2 - 4x - 2 = 0$$

일차항의 계수가 짝수이므로

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 3 \times (-2)}}{3} \\ = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$$

6-2 주어진 이차방정식의 양변에 6을 곱하면

$$4x^2 + 3x - 1 = 0, (x+1)(4x-1) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = \frac{1}{4}$$

7-1 $\alpha + \beta = -6, \alpha\beta = 3$ 이므로

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-6}{3} = -2$$

7-2 $\alpha + \beta = 5, \alpha\beta = 2$ 이므로

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{5}{2}$$

8-1 x^2 의 계수가 1이고 두 근이 $-2, 4$ 인 이차방정식은

$$(x+2)(x-4) = 0, x^2 - 2x - 8 = 0$$

따라서 $a = -2, b = -8$ 이므로

$$a+b = -2 + (-8) = -10$$

8-2 x^2 의 계수가 1이고 두 근이 2, 5인 이차방정식은

$$(x-2)(x-5) = 0, x^2 - 7x + 10 = 0$$

따라서 $a = -7, b = 10$ 이므로

$$a+b = -7 + 10 = 3$$

9-1 연속하는 두 자연수를 $x, x+1(x \geq 1)$ 이라 하면

$$x^2 + (x+1)^2 = 113, 2x^2 + 2x - 112 = 0$$

$$x^2 + x - 56 = 0, (x+8)(x-7) = 0$$

$$\therefore x = -8 \text{ 또는 } x = 7$$

그런데 $x \geq 1$ 이므로 $x = 7$ 따라서 연속하는 두 자연수는 7, 8이므로 그 합은 $7+8=15$ **9-2** 연속하는 두 자연수를 $x, x+1(x \geq 1)$ 이라 하면

$$x^2 + (x+1)^2 = 221, 2x^2 + 2x - 220 = 0$$

$$x^2 + x - 110 = 0, (x+11)(x-10) = 0$$

$$\therefore x = -11 \text{ 또는 } x = 10$$

그런데 $x \geq 1$ 이므로 $x = 10$ 따라서 연속하는 두 자연수는 10, 11이므로 그 합은 $10+11=21$ **9-3** 연속하는 두 홀수를 $x, x+2(x \geq 1)$ 라 하면

$$x(x+2) = 195, x^2 + 2x - 195 = 0$$

$$(x+15)(x-13) = 0$$

$$\therefore x = -15 \text{ 또는 } x = 13$$

그런데 $x \geq 1$ 이므로 $x = 13$

따라서 연속하는 두 홀수는 13, 15이므로 그 합은

$$13+15=28$$

[다른 풀이]

연속하는 두 홀수를 $2x-1, 2x+1(x \geq 1)$ 이라 하면

$$(2x-1)(2x+1) = 195, 4x^2 - 1 = 195$$

$$4x^2 = 196, x^2 = 49$$

$$\therefore x = -7 \text{ 또는 } x = 7$$

그런데 $x \geq 1$ 이므로 $x = 7$

따라서 연속하는 두 홀수는 13, 15이므로 그 합은

$$13+15=28$$

10-1 동생의 나이를 x 살이라 하면 형의 나이는 $(x+4)$ 살이므로

$$(x+4)^2 = 2x^2 - 4, x^2 - 8x - 20 = 0$$

$$(x+2)(x-10) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 10$$

그런데 x 는 자연수이므로 $x = 10$

따라서 동생의 나이는 10살이다.

10-2 동생의 나이를 x 살이라 하면 언니의 나이는 $(x+6)$ 살이므로

$$(x+6)^2 = 2x^2 - 9, x^2 - 12x - 45 = 0$$

$$(x+3)(x-15) = 0$$

$$\therefore x = -3 \text{ 또는 } x = 15$$

그런데 x 는 자연수이므로 $x = 15$

따라서 동생의 나이는 15살이다.

10-3 학생 수를 x 명이라 하면 한 학생이 받는 연필 수는 $(x+2)$ 자루

이고, 전체 연필 수가 80자루이므로

$$x(x+2) = 80, x^2 + 2x - 80 = 0$$

$$(x+10)(x-8) = 0$$

$$\therefore x = -10 \text{ 또는 } x = 8$$

그런데 x 는 자연수이므로 $x = 8$

따라서 학생 수는 8명이다.

11-1 물체를 던져 올린 지 t 초 후의 높이가 50 m라 하면

$$35t - 5t^2 = 50 \text{에서 } t^2 - 7t + 10 = 0$$

$$(t-2)(t-5) = 0$$

$$\therefore t = 2 \text{ 또는 } t = 5$$

따라서 물체가 지면으로부터 높이가 50 m인 지점을 지나가는 것은 던져 올린 지 2초 후 또는 5초 후이다.

11-2 공을 던져 올린 지 x 초 후의 높이가 20 m라 하면

$$-0.8x^2 + 10x = 20 \text{에서 } 8x^2 - 100x = -200$$

$$2x^2 - 25x + 50 = 0, (2x-5)(x-10) = 0$$

$$\therefore x = \frac{5}{2} \text{ 또는 } x = 10$$



따라서 공이 달 표면으로부터 높이가 처음으로 20 m인 지점을 지나는 것은 던져 올린 지 2.5초 후이다.

- 11-3** 처음 던진 야구공이 지면에 떨어질 때까지 걸린 시간을 t 초라 하면 지면에 떨어질 때의 높이는 0 m이므로
 $20t - 5t^2 = 0$ 에서 $t^2 - 4t = 0$
 $t(t - 4) = 0$
 $\therefore t = 0$ 또는 $t = 4$
 그런데 $t > 0$ 이므로 $t = 4$
 따라서 야구공이 지면에 떨어질 때까지 걸리는 시간은 4초이다.

- 12-1** 처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면
 $(x+1)(x-2) = 28$, $x^2 - x - 30 = 0$
 $(x+5)(x-6) = 0$
 $\therefore x = -5$ 또는 $x = 6$
 그런데 $x > 2$ 이므로 $x = 6$
 따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는 6 cm이다.

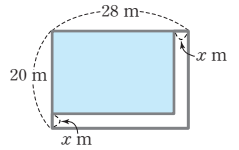
- 12-2** 처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면
 $(x-5)(x+6) = 60$, $x^2 + x - 90 = 0$
 $(x+10)(x-9) = 0$
 $\therefore x = -10$ 또는 $x = 9$
 그런데 $x > 5$ 이므로 $x = 9$
 따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는 9 cm이다.

- 12-3** 처음 직사각형과 넓이가 같아지는 데 걸리는 시간을 x 초라 하면 x 초 후에 직사각형의 가로 길이는 $(9+3x)$ cm, 세로의 길이는 $(15-x)$ cm이므로
 $(9+3x)(15-x) = 9 \times 15$, $x^2 - 12x = 0$
 $x(x-12) = 0$
 $\therefore x = 0$ 또는 $x = 12$
 그런데 $0 < x < 15$ 이므로 $x = 12$
 따라서 12초 후에 처음 직사각형과 넓이가 같아진다.

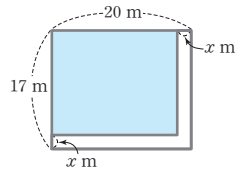
- 13-1** $\square ABCD \sim \square FCDE$ 이므로
 $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{FC} : \overline{CD}$
 이때, $\overline{BC} = x$ 라 하면 $\overline{FC} = \overline{BC} - \overline{BF} = x - 2$ 이므로
 $2 : x = (x-2) : 2$, $x(x-2) = 4$
 $x^2 - 2x - 4 = 0$
 $\therefore x = 1 \pm \sqrt{5}$
 그런데 $x > 2$ 이므로 $x = 1 + \sqrt{5}$
 따라서 $\overline{BC}$ 의 길이는 $1 + \sqrt{5}$ 이다.

- 13-2** $\square ABCD \sim \square FCDE$ 이므로
 $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{FC} : \overline{CD}$
 이때, $\overline{BC} = x$ 라 하면 $\overline{FC} = \overline{BC} - \overline{BF} = x - 1$ 이므로
 $1 : x = (x-1) : 1$, $x(x-1) = 1$
 $x^2 - x - 1 = 0 \quad \therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$
 그런데 $x > 1$ 이므로 $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$
 따라서 $\overline{BC}$ 의 길이는 $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ 이다.

- 14-1** 도로의 폭을 x m라 하면 도로를 제외한 꽃밭의 넓이는 오른쪽 그림의 색칠한 부분의 넓이와 같으므로
 $(28-x)(20-x) = 384$
 $x^2 - 48x + 176 = 0$
 $(x-4)(x-44) = 0$
 $\therefore x = 4$ 또는 $x = 44$
 그런데 $0 < x < 20$ 이므로 $x = 4$
 따라서 도로의 폭은 4 m이다.



- 14-2** 길의 폭을 x m라 하면 길을 제외한 꽃밭의 넓이는 오른쪽 그림의 색칠한 부분의 넓이와 같으므로
 $(20-x)(17-x) = 270$
 $x^2 - 37x + 70 = 0$
 $(x-2)(x-35) = 0$
 $\therefore x = 2$ 또는 $x = 35$
 그런데 $0 < x < 17$ 이므로 $x = 2$
 따라서 길의 폭은 2 m이다.



주제별 알찬 기출 문제

009~015p

1 □, ▢	2 ②	3 ⑤	4 $x=2$	5 -2	6 ①
7 ④	8 ③	9 $\frac{1}{2}$	10 $x = -\frac{4}{3}$	11 ②	
12 2	13 $4\sqrt{5}$	14 11	15 $\frac{2}{3}$	16 ②	17 -3
18 5개	19 ④	20 $x = \frac{4}{3}$ 또는 $x=2$			
21 $x = -\frac{3}{2}$ 또는 $x=-1$	22 0	23 ④			
24 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$	25 2	26 ⑤	27 4	28 -1	
29 $x = -6$ 또는 $x=1$	30 ①	31 ①	32 76		
33 24	34 ⑤	35 15명	36 2초 후	37 8초	38 7 cm
39 10초 후	40 38 cm	41 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$			
42 3 cm	43 ④	44 2 m	45 ③	46 14 cm	47 4초 후

100점 따라잡기

48 12 m	49 $(4-2\sqrt{2})$ m	50 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$
51 P(2, 4)	52 $\frac{3+3\sqrt{5}}{2}$	53 ②



- 1 ㄱ. 이차방정식
 ㄴ. $x^2-4x+4=3$ 에서 $x^2-4x+1=0$ (이차방정식)
 ㄷ. $\frac{1}{4}x^2-1=0$ (이차방정식)
 ㄹ. $4x^2-3x+2=0$ (이차방정식)
 ㅁ. $x^2=x^2+2x-3$ 에서 $2x-3=0$ (일차방정식)
 ㅂ. 분모에 미지수가 있으므로 이차방정식이 아니다.

- 2 $-3ax^2-6x=3x^2-1$ 에서 $(3a+3)x^2+6x-1=0$
 이때, 이차항의 계수가 0이 아니어야 하므로
 $3a+3 \neq 0 \quad \therefore a \neq -1$

- 3 ① $2^2+2 \times 2=8 \neq 0$
 ② $4^2-4=12 \neq 0$
 ③ $(-1)^2-4 \times (-1)+3=8 \neq 0$
 ④ $1^2+5 \times 1-2=4 \neq 0$
 ⑤ $2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2-3 \times \frac{1}{2}+1=0$

- 4 $x=-2$ 일 때, $(-2)^2+(-2)-6=-4 \neq 0$
 $x=-1$ 일 때, $(-1)^2+(-1)-6=-6 \neq 0$
 $x=0$ 일 때, $0^2+0-6=-6 \neq 0$
 $x=1$ 일 때, $1^2+1-6=-4 \neq 0$
 $x=2$ 일 때, $2^2+2-6=0$
 따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=2$ 이다.

- 5 $x^2-6x+2=0$ 에 $x=a$ 를 대입하면
 $a^2-6a+2=0 \quad \therefore a^2-6a=-2$

- 6 $x^2+5x+1=0$ 에 $x=a$ 를 대입하면
 $a^2+5a+1=0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$
 이때, $a=0$ 이면 등식이 성립하지 않으므로 $a \neq 0$
 즉, $\textcircled{1}$ 의 양변을 a 로 나누면 $a+5+\frac{1}{a}=0$
 $\therefore a+\frac{1}{a}=-5$

- 7 $3x^2+2x-1=0$ 에서 $(x+1)(3x-1)=0$
 $\therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

- 8 $x^2-x-2=4$ 에서 $x^2-x-6=0$
 $(x+2)(x-3)=0 \quad \therefore x=-2$ 또는 $x=3$
 이때, $a < b$ 이므로 $a=-2, b=3$
 $\therefore b-a=3-(-2)=5$

- 9 $2x^2+ax-3=0$ 에 $x=-1$ 을 대입하면
 $2 \times (-1)^2+a \times (-1)-3=0, -a=1$
 $\therefore a=-1$
 즉, 주어진 이차방정식이 $2x^2-x-3=0$ 이므로
 $(x+1)(2x-3)=0$
 $\therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{3}{2}$
 따라서 $b=\frac{3}{2}$ 이므로 $a+b=-1+\frac{3}{2}=\frac{1}{2}$

- 10 $(k+1)x^2-(k^2-2)x-2k-4=0$ 에 $x=2$ 를 대입하면
 $(k+1) \times 2^2-(k^2-2) \times 2-2k-4=0$
 $4k+4-2k^2+4-2k-4=0$
 $-2k^2+2k+4=0, k^2-k-2=0$
 $(k+1)(k-2)=0$
 $\therefore k=-1$ 또는 $k=2$
 그런데 $k=-1$ 이면 주어진 방정식이 x 에 대한 이차방정식이 아니므로 $k=2$
 즉, 주어진 이차방정식이 $3x^2-2x-8=0$ 이므로
 $(3x+4)(x-2)=0$
 $\therefore x=-\frac{4}{3}$ 또는 $x=2$
 따라서 다른 한 근은 $x=-\frac{4}{3}$ 이다.

- 11 ① $x=-\frac{9}{2}$ (중근)
 ② $7+x^2=4x+12$ 에서 $x^2-4x-5=0$
 $(x+1)(x-5)=0$
 $\therefore x=-1$ 또는 $x=5$
 ③ $x^2-12x+36=0$ 에서 $(x-6)^2=0$
 $\therefore x=6$ (중근)
 ④ $(2x-1)^2=0$ 에서 $x=\frac{1}{2}$ (중근)
 ⑤ $(x+1)^2=0$ 에서 $x=-1$ (중근)

- 12 주어진 이차방정식의 양변을 3으로 나누면
 $x^2-2x+\frac{2m-1}{3}=0$
 위의 이차방정식이 중근을 가지므로
 $\frac{2m-1}{3}=\left(\frac{-2}{2}\right)^2, 2m-1=3$
 $\therefore m=2$
 [다른 풀이]
 이차방정식 $3x^2-6x+2m-1=0$ 이 중근을 갖고, 일차항의 계수가 짝수이므로
 $b'^2-ac=(-3)^2-3 \times (2m-1)=0$
 $9-6m+3=0, 6m=12$
 $\therefore m=2$

- 13 $(x+3)^2=20$ 에서 $x+3=\pm 2\sqrt{5}$
 $\therefore x=-3 \pm 2\sqrt{5}$
 이때, $a > b$ 이므로 $a=-3+2\sqrt{5}, b=-3-2\sqrt{5}$
 $\therefore a-b=(-3+2\sqrt{5})-(-3-2\sqrt{5})$
 $=4\sqrt{5}$

- 14 이차방정식 $x^2+4x-1=0$ 에서 $x^2+4x=1$ 이므로
 이 식의 양변에 $\left(\frac{4}{2}\right)^2=4$ 를 더하면
 $x^2+4x+4=1+4$
 $(x+2)^2=5, x+2=\pm\sqrt{5}$
 $\therefore x=-2 \pm \sqrt{5}$
 따라서 $a=4, b=2, c=5$ 이므로
 $a+b+c=4+2+5=11$



- 15 $3x^2 - 12x + 4 = 0$ 의 양변을 3으로 나누면

$$x^2 - 4x + \frac{4}{3} = 0 \text{에서 } x^2 - 4x = -\frac{4}{3}$$

$$x^2 - 4x + 4 = -\frac{4}{3} + 4, (x-2)^2 = \frac{8}{3}$$

따라서 $p = -2, q = \frac{8}{3}$ 이므로

$$p+q = -2 + \frac{8}{3} = \frac{2}{3}$$

- 16 $2x^2 + 6x + 1 = 0$ 에서 일차항의 계수가 짝수이므로

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 2 \times 1}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{7}}{2}$$

- 17 $2x^2 - 3x + a = 0$ 에서

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 2 \times a}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{9 - 8a}}{4}$$

따라서 $9 - 8a = 33$ 이므로 $a = -3$

- 18 $x^2 - 4x - 2 = 0$ 에서 일차항의 계수가 짝수이므로

$$x = -(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 1 \times (-2)} = 2 \pm \sqrt{6}$$

$a < b$ 에서 $a = 2 - \sqrt{6}, b = 2 + \sqrt{6}$ 이므로 주어진 부등식은

$$-\sqrt{6} < n < \sqrt{6} \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

이때, $2 < \sqrt{6} < 3, -3 < -\sqrt{6} < -2$ 이므로 $\textcircled{1}$ 을 만족하는 정수 n 은 $-2, -1, 0, 1, 2$ 의 5개이다.

- 19 주어진 이차방정식의 양변에 8을 곱하면

$$3x^2 + 4x - 2 = 0$$

일차항의 계수가 짝수이므로

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 3 \times (-2)}}{3} = \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{3}$$

따라서 $a = -2, b = 10$ 이므로

$$a+b = -2+10=8$$

- 20 주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면

$$3x^2 - 10x + 8 = 0, (3x-4)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = \frac{4}{3} \text{ 또는 } x = 2$$

- 21 주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면

$$2x^2 + 5x + 3 = 0, (2x+3)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2} \text{ 또는 } x = -1$$

- 22 $2x+1=A$ 로 놓으면

$$A^2 - 2A - 35 = 0, (A+5)(A-7) = 0$$

$$\therefore A = -5 \text{ 또는 } A = 7$$

즉, $2x+1 = -5$ 또는 $2x+1 = 7$ 이므로

$$x = -3 \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 두 근의 합은 $-3+3=0$

- 23 이차방정식 $x^2 - 4x + m - 2 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖고, 일차항의 계수가 짝수이므로

$$b^2 - ac = (-2)^2 - (m-2) > 0$$

$$6 - m > 0 \quad \therefore m < 6$$

- 24 이차방정식 $x^2 + 2kx - 2k - 1 = 0$ 이 중근을 갖고, 일차항의 계수가 짝수이므로

$$b^2 - ac = k^2 - (-2k-1) = 0$$

$$k^2 + 2k + 1 = 0, (k+1)^2 = 0$$

$$\therefore k = -1 \text{ (중근)}$$

즉, 이차방정식 $x^2 + 3x + k = 0$ 에서 $x^2 + 3x - 1 = 0$ 이므로

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

- 25 $\alpha + \beta = -\frac{4}{3}, \alpha\beta = -\frac{2}{3}$ 이므로

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \left(-\frac{4}{3}\right) \div \left(-\frac{2}{3}\right)$$

$$= \left(-\frac{4}{3}\right) \times \left(-\frac{3}{2}\right) = 2$$

- 26 ③ $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 3^2 - 2 \times 1 = 7$

$$\textcircled{4} (\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = 3^2 - 4 \times 1 = 5$$

$$\textcircled{5} \frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{7}{1} = 7$$

- 27 이차방정식 $x^2 - 6x + k = 0$ 의 한 근이 $x = 3 - \sqrt{5}$ 이고, k 는 유리수이므로 다른 한 근은 $x = 3 + \sqrt{5}$ 이다.

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$k = (3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5}) = 9 - 5 = 4$$

- 28 x^2 의 계수가 3이고 두 근이 $-\frac{2}{3}, 3$ 인 이차방정식은

$$3\left(x + \frac{2}{3}\right)(x-3) = 0, 3x^2 - 7x - 6 = 0$$

따라서 $a = -7, b = -6$ 이므로

$$a-b = -7 - (-6) = -1$$

- 29 지혜는 두 근이 -2 와 3 으로 나왔으므로 지혜가 푼 이차방정식은 $(x+2)(x-3) = 0$

$$\therefore x^2 - x - 6 = 0$$

그런데 지혜는 상수항을 바르게 보았으므로 처음 이차방정식의 상수항은 -6 이다.

또, 하은이는 두 근이 -1 과 -4 로 나왔으므로 하은이가 푼 이차방정식은 $(x+1)(x+4) = 0$

$$\therefore x^2 + 5x + 4 = 0$$

그런데 하은이는 x 의 계수를 바르게 보았으므로 처음 이차방정식의 x 의 계수는 5 이다.

따라서 처음 이차방정식은 $x^2 + 5x - 6 = 0$ 이므로

$$(x+6)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = -6 \text{ 또는 } x = 1$$



30 연속하는 세 자연수를 $x-1, x, x+1 (x \geq 2)$ 이라 하면
 $(x-1)^2 + x^2 + (x+1)^2 = 302, 3x^2 + 2 = 302$
 $3x^2 = 300, x^2 = 100$
 $\therefore x = -10$ 또는 $x = 10$
 그런데 $x \geq 2$ 이므로 $x = 10$
 따라서 연속하는 세 자연수는 9, 10, 11이므로 그 합은
 $9 + 10 + 11 = 30$

31 $(x+3)^2 = 2(x+3), x^2 + 6x + 9 = 2x + 6$
 $x^2 + 4x + 3 = 0, (x+3)(x+1) = 0$
 $\therefore x = -3$ 또는 $x = -1$

32 연속하는 두 짝수를 $x, x+2 (x \geq 2)$ 라 하면
 $x(x+2) = 360, x^2 + 2x - 360 = 0$
 $(x+20)(x-18) = 0$
 $\therefore x = -20$ 또는 $x = 18$
 그런데 $x \geq 2$ 이므로 $x = 18$
 따라서 연속하는 두 짝수는 18, 20이므로 그 제곱의 차는
 $20^2 - 18^2 = (20+18)(20-18) = 38 \times 2 = 76$
 [다른 풀이]
 연속하는 두 짝수를 $2x, 2x+2 (x \geq 1)$ 라 하면
 $2x(2x+2) = 360, x^2 + x - 90 = 0$
 $(x+10)(x-9) = 0$
 $\therefore x = -10$ 또는 $x = 9$
 그런데 $x \geq 1$ 이므로 $x = 9$
 따라서 연속하는 두 짝수는 18, 20이므로 그 제곱의 차는
 $20^2 - 18^2 = (20+18)(20-18) = 38 \times 2 = 76$

33 연속하는 세 짝수를 $x-2, x, x+2 (x \geq 4)$ 라 하면
 $(x+2)^2 = (x-2)^2 + x^2, x^2 + 4x + 4 = x^2 - 4x + 4 + x^2$
 $x^2 - 8x = 0, x(x-8) = 0$
 $\therefore x = 0$ 또는 $x = 8$
 그런데 $x \geq 4$ 이므로 $x = 8$
 따라서 연속하는 세 짝수는 6, 8, 10이므로 그 합은
 $6 + 8 + 10 = 24$
 [다른 풀이]
 연속하는 세 짝수를 $2x-2, 2x, 2x+2 (x \geq 2)$ 라 하면
 $(2x+2)^2 = (2x-2)^2 + (2x)^2$
 $4x^2 + 8x + 4 = 4x^2 - 8x + 4 + 4x^2$
 $4x^2 - 16x = 0, x(x-4) = 0$
 $\therefore x = 0$ 또는 $x = 4$
 그런데 $x \geq 2$ 이므로 $x = 4$
 따라서 연속하는 세 짝수는 6, 8, 10이므로 그 합은
 $6 + 8 + 10 = 24$

34 딸의 나이를 x 살이라 하면 어머니의 나이는 $(x+20)$ 살이므로
 $x^2 = 4(x+20) + 16, x^2 - 4x - 96 = 0$
 $(x+8)(x-12) = 0$
 $\therefore x = -8$ 또는 $x = 12$
 그런데 x 는 자연수이므로 $x = 12$
 따라서 딸의 나이는 12살이다.

35 학생 수를 x 명이라 하면 한 학생이 받는 사탕 수는 $(x-7)$ 개
 이고, 전체 사탕 수가 120개이므로
 $x(x-7) = 120, x^2 - 7x - 120 = 0$
 $(x+8)(x-15) = 0$
 $\therefore x = -8$ 또는 $x = 15$
 그런데 $x > 7$ 이므로 $x = 15$
 따라서 학생 수는 15명이다.

36 물 로켓을 발사한 지 t 초 후의 높이가 60 m라 하면
 $40t - 5t^2 = 60$ 에서 $t^2 - 8t + 12 = 0$
 $(t-2)(t-6) = 0$
 $\therefore t = 2$ 또는 $t = 6$
 따라서 물 로켓이 지면으로부터의 높이가 처음으로 60 m인
 지점을 지나는 것은 발사한 지 2초 후이다.

37 던져 올린 공이 땅에 떨어질 때까지 걸린 시간을 x 초라 하면
 땅에 떨어질 때의 높이는 0 m이므로
 $-5x^2 + 30x + 80 = 0$ 에서 $x^2 - 6x - 16 = 0$
 $(x+2)(x-8) = 0$
 $\therefore x = -2$ 또는 $x = 8$
 그런데 $x > 0$ 이므로 $x = 8$
 따라서 공이 땅에 떨어질 때까지 걸리는 시간은 8초이다.

38 처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면
 $(x+3)(x-2) = 50, x^2 + x - 56 = 0$
 $(x+8)(x-7) = 0$
 $\therefore x = -8$ 또는 $x = 7$
 그런데 $x > 2$ 이므로 $x = 7$
 따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는 7 cm이다.

39 처음 직사각형과 넓이가 같아지는 데 걸리는 시간을 x 초라 하
 면 x 초 후에 직사각형의 가로의 길이는 $(15-x)$ cm, 세로의
 길이는 $(10+2x)$ cm이므로
 $(15-x)(10+2x) = 15 \times 10, x^2 - 10x = 0$
 $x(x-10) = 0$
 $\therefore x = 0$ 또는 $x = 10$
 그런데 $0 < x < 15$ 이므로 $x = 10$
 따라서 10초 후에 처음 직사각형과 넓이가 같아진다.

40 작은 직사각형의 짧은 변의 길이의 4배와 긴 변의 길이의 3배
 가 같으므로 짧은 변의 길이를 x cm라 하면 긴 변의 길이는
 $\frac{4}{3}x$ cm이다.
 $\therefore \overline{AD} = 4x \text{ cm}, \overline{AB} = \frac{4}{3}x + x = \frac{7}{3}x \text{ (cm)} \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$
 이때, 직사각형 ABCD의 넓이가 84 cm^2 이므로
 $4x \times \frac{7}{3}x = 84, x^2 = 9$
 $\therefore x = -3$ 또는 $x = 3$
 그런데 $x > 0$ 이므로 $x = 3$
 $\textcircled{1}$ 에서 $\overline{AD} = 4 \times 3 = 12 \text{ (cm)}, \overline{AB} = \frac{7}{3} \times 3 = 7 \text{ (cm)}$ 이므로
 $(\square ABCD \text{의 둘레의 길이}) = 2(12+7) = 38 \text{ (cm)}$

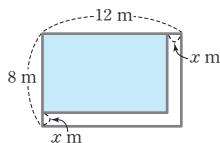


- 41 $\square ABCD \sim \square FCDE$ 이므로
 $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{FC} : \overline{CD}$
 이때, $\overline{AB} = x$ 라 하면 $\overline{BC} = \overline{BF} + \overline{FC} = x + 1$ 이므로
 $x : (x+1) = 1 : x, x^2 = x + 1$
 $x^2 - x - 1 = 0 \quad \therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$
 그런데 $x > 0$ 이므로 $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$
 따라서 $\overline{AB}$ 의 길이는 $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ 이다.

- 42 처음 원의 반지름의 길이를 x cm라 하면 늘어난 원의 반지름의 길이는 $(x+3)$ cm이므로
 $\pi(x+3)^2 = 4 \times \pi x^2, 3x^2 - 6x - 9 = 0$
 $x^2 - 2x - 3 = 0, (x+1)(x-3) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = 3$
 그런데 $x > 0$ 이므로 $x = 3$
 따라서 처음 원의 반지름의 길이는 3 cm이다.

- 43 $\overline{BC} = x$ cm라 하면 $\overline{AC} = (20-x)$ cm이므로 색칠한 부분의 넓이는
 ($\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)
 - ($\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)
 - ($\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)에서
 $\frac{1}{2} \pi \times \left(\frac{20}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} \pi \times \left(\frac{20-x}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} \pi \times \left(\frac{x}{2}\right)^2 = 24\pi$
 $100 - \frac{(20-x)^2}{4} - \frac{x^2}{4} = 48$
 $400 - (400 - 40x + x^2) - x^2 = 192$
 $-2x^2 + 40x = 192, 2x^2 - 40x + 192 = 0$
 $x^2 - 20x + 96 = 0, (x-8)(x-12) = 0$
 $\therefore x = 8$ 또는 $x = 12$
 이때, $\overline{AC} > \overline{BC}$ 에서 $20-x > x$ 이므로 $x < 10$
 $\therefore x = 8$
 따라서 $\overline{BC}$ 의 길이는 8 cm이다.

- 44 길의 폭을 x m라 하면 길을 제외한 꽃밭의 넓이는 오른쪽 그림의 색칠한 부분의 넓이와 같으므로
 $(12-x)(8-x) = 60$
 $x^2 - 20x + 36 = 0$
 $(x-2)(x-18) = 0$
 $\therefore x = 2$ 또는 $x = 18$
 그런데 $0 < x < 8$ 이므로 $x = 2$
 따라서 길의 폭은 2 m이다.



- 45 $\frac{n(n-3)}{2} = 35, n^2 - 3n - 70 = 0$
 $(n+7)(n-10) = 0$
 $\therefore n = -7$ 또는 $n = 10$
 그런데 $n > 3$ 이므로 $n = 10$
 따라서 구하는 다각형은 십각형이다.

- 46 처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이를 x cm라 하면 네 귀퉁이를 잘라 만든 직육면체의 밑면은 한 변의 길이가 $(x-4)$ cm인 정사각형이고, 높이는 2 cm이다.
 이때, 직육면체의 부피가 200 cm^3 이므로
 $(x-4)^2 \times 2 = 200$
 $(x-4)^2 = 100, x-4 = \pm 10$
 $\therefore x = -6$ 또는 $x = 14$
 그런데 $x > 4$ 이므로 $x = 14$
 따라서 처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이는 14 cm이다.

- 47 x 초 후에 $\triangle PBQ$ 의 넓이가 66 cm^2 가 된다고 하면
 $\overline{PB} = (15-x) \text{ cm}, \overline{BQ} = 3x \text{ cm}$ 이므로
 $\frac{1}{2} \times (15-x) \times 3x = 66$
 $-3x^2 + 45x = 132, x^2 - 15x + 44 = 0$
 $(x-4)(x-11) = 0$
 $\therefore x = 4$ 또는 $x = 11$
 그런데 $0 < x \leq \frac{20}{3}$ 이므로 $x = 4$
 따라서 4 초 후에 $\triangle PBQ$ 의 넓이가 66 cm^2 가 된다.

100점 따라잡기

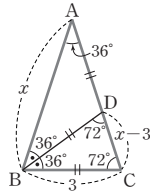
- 48 작은 정사각형의 한 변의 길이를 x m라 하면 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(x+6)$ m이므로
 $x^2 + (x+6)^2 = 468, 2x^2 + 12x - 432 = 0$
 $x^2 + 6x - 216 = 0, (x+18)(x-12) = 0$
 $\therefore x = -18$ 또는 $x = 12$
 그런데 $x > 0$ 이므로 $x = 12$
 따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 12 m이다.
- 49 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x m라 하면 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $\frac{8-4x}{4} = 2-x$ (m)
 두 정사각형의 넓이의 비가 1 : 2이므로
 $(2-x)^2 : x^2 = 1 : 2$
 $2(2-x)^2 = x^2, x^2 - 8x + 8 = 0$
 $\therefore x = -(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 1 \times 8} = 4 \pm 2\sqrt{2}$
 그런데 $0 < x < 2$ 이므로 $x = 4 - 2\sqrt{2}$
 따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(4 - 2\sqrt{2})$ m이다.

- 50 $\overline{BC} = x$ 라 하면 $\overline{AC} = 1+x$ 이고, $\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{BC} : \overline{AB}$ 가 성립하므로
 $(1+x) : x = x : 1$
 $1+x = x^2, x^2 - x - 1 = 0$
 $\therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$
 그런데 $x > 0$ 이므로 $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$
 따라서 $\overline{BC}$ 의 길이는 $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ 이다.



51 점 $P(a, b)$ 가 일차함수 $y = -x + 6$ 의 그래프 위에 있으므로
 $b = -a + 6$
 $\square OQPR = a(-a + 6) = 8$ 에서
 $a^2 - 6a + 8 = 0, (a - 2)(a - 4) = 0$
 $\therefore a = 2$ 또는 $a = 4$
 그런데 $a < b$ 이므로 $a = 2, b = -2 + 6 = 4$
 따라서 점 P 의 좌표는 $P(2, 4)$ 이다.

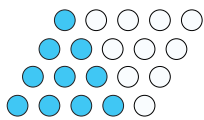
52 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 36^\circ) = 72^\circ$
 $\overline{BD}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이므로
 $\angle ABD = \angle CBD$
 $= \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ$
 $\therefore \overline{AD} = \overline{BD}$ ㉠
 또, $\angle BDC = \angle BAD + \angle ABD$
 $= 36^\circ + 36^\circ$
 $= 72^\circ$
 $\therefore \overline{BC} = \overline{BD}$ ㉡
 ㉠, ㉡에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{BC} = 3$
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle BCD$ 에서 $\angle A = \angle CBD = 36^\circ$ 이고
 $\angle ABC = \angle BCD$ 이므로 $\triangle ABC \sim \triangle BCD$ (AA 닮음)
 $\therefore \overline{AB} : \overline{BC} = \overline{BC} : \overline{CD}$
 이때, $\overline{AB} = \overline{AC} = x$ 라 하면 $\overline{CD} = x - 3$ 이므로
 $x : 3 = 3 : (x - 3)$
 $x(x - 3) = 9, x^2 - 3x - 9 = 0$
 $\therefore x = \frac{3 \pm 3\sqrt{5}}{2}$
 그런데 $x > 3$ 이므로 $x = \frac{3 + 3\sqrt{5}}{2}$
 따라서 $\overline{AB}$ 의 길이는 $\frac{3 + 3\sqrt{5}}{2}$ 이다.



53 4단계의 삼각형 모양 2개를 오른쪽 그림과 같이 붙이면 사각형 모양이 되므로 4단계의 삼각형 모양에서 사용된 바둑돌의 개수는 $\frac{4 \times 5}{2}$ 개이다.

이와 같은 방법으로 n 단계의 삼각형 모양에서 사용된 바둑돌의 개수는 $\frac{n(n+1)}{2}$ 개이다.

따라서 바둑돌 66개로 이루어진 삼각형을 x 단계라 하면
 $\frac{x(x+1)}{2} = 66, x^2 + x - 132 = 0$
 $(x + 12)(x - 11) = 0$
 $\therefore x = -12$ 또는 $x = 11$
 그런데 x 는 자연수이므로 $x = 11$
 따라서 바둑돌 66개로 이루어진 삼각형은 11단계이다.



- 1 (1) 2 (2) $x = -7$
 2 (1) $a = -2, b = -8$ (2) $x = -2$ 또는 $x = 4$
 3 $x = -\frac{1}{3}$ 또는 $x = \frac{1}{2}$ 3-1 $x = 1$ 또는 $x = 2$
 4 $x = \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{2}$ 4-1 $x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$
 5 24 5-1 18 6 22 cm 6-1 13 cm
 7 기본 $x = \frac{7 \pm \sqrt{13}}{6}$ 발전 $x = -\frac{3}{2}$ 또는 $x = 5$
 심화 3개

- 1 (1) $x^2 + 3ax - (4a - 1) = 0$ 에 $x = 1$ 을 대입하면
 $1^2 + 3a \times 1 - (4a - 1) = 0$
 $1 + 3a - 4a + 1 = 0$
 $-a + 2 = 0 \quad \therefore a = 2$
 (2) 주어진 이차방정식이 $x^2 + 6x - 7 = 0$ 이므로
 $(x + 7)(x - 1) = 0$
 $\therefore x = -7$ 또는 $x = 1$
 따라서 다른 한 근은 $x = -7$ 이다.
- 2 (1) 주희는 두 근이 -3 과 5 로 나왔으므로
 주희가 쓴 이차방정식은
 $(x + 3)(x - 5) = 0 \quad \therefore x^2 - 2x - 15 = 0$
 그런데 주희는 x 의 계수를 바르게 보았으므로 $a = -2$
 영선이는 두 근이 -1 과 8 로 나왔으므로
 영선이가 쓴 이차방정식은
 $(x + 1)(x - 8) = 0 \quad \therefore x^2 - 7x - 8 = 0$
 그런데 영선이는 상수항을 바르게 보았으므로 $b = -8$
 (2) 처음 이차방정식은 $x^2 - 2x - 8 = 0$ 이므로
 $(x + 2)(x - 4) = 0$
 $\therefore x = -2$ 또는 $x = 4$

- 3 $(3x - 1)(2x + 1) = 2x$ 에서
 $6x^2 + x - 1 = 2x, 6x^2 - x - 1 = 0$ ①
 $(3x + 1)(2x - 1) = 0$ ②
 $\therefore x = -\frac{1}{3}$ 또는 $x = \frac{1}{2}$ ③

단계	채점 요소	배점
①	$ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타내기	3점
②	인수분해하기	3점
③	이차방정식의 해 구하기	2점

- 3-1 $2x^2 - 2x = (x - 1)(x + 2)$ 에서
 $2x^2 - 2x = x^2 + x - 2, x^2 - 3x + 2 = 0$ ①
 $(x - 1)(x - 2) = 0$ ②
 $\therefore x = 1$ 또는 $x = 2$ ③

단계	채점 요소	배점
①	$ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타내기	3점
②	인수분해하기	3점
③	이차방정식의 해 구하기	2점



4 $2x^2+4x-3=0$ 의 양변을 2로 나누면

$$x^2+2x-\frac{3}{2}=0$$

$$x^2+2x=\frac{3}{2}, x^2+2x+1=\frac{3}{2}+1$$

$$(x+1)^2=\frac{5}{2} \quad \dots\dots ①$$

$$x+1=\pm\sqrt{\frac{5}{2}}=\pm\frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$\therefore x=\frac{-2\pm\sqrt{10}}{2} \quad \dots\dots ②$$

단계	채점 요소	배점
①	$(x+a)^2=b$ 의 꼴로 나타내기	5점
②	이차방정식의 해 구하기	3점

4-1 $3x^2-15x+6=0$ 의 양변을 3으로 나누면

$$x^2-5x+2=0$$

$$x^2-5x=-2, x^2-5x+\frac{25}{4}=-2+\frac{25}{4}$$

$$\left(x-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{17}{4} \quad \dots\dots ①$$

$$x-\frac{5}{2}=\pm\sqrt{\frac{17}{4}}=\pm\frac{\sqrt{17}}{2}$$

$$\therefore x=\frac{5\pm\sqrt{17}}{2} \quad \dots\dots ②$$

단계	채점 요소	배점
①	$(x+a)^2=b$ 의 꼴로 나타내기	5점
②	이차방정식의 해 구하기	3점

5 연속하는 세 자연수를 $x-1, x, x+1(x\geq 2)$ 이라 하면

$$(x-1)^2+x^2+(x+1)^2=194 \quad \dots\dots ①$$

$$3x^2+2=194, 3x^2=192$$

$$x^2=64$$

$$\therefore x=-8 \text{ 또는 } x=8 \quad \dots\dots ②$$

그런데 $x\geq 2$ 이므로 $x=8$

따라서 세 자연수는 7, 8, 9이므로 그 합은

$$7+8+9=24 \quad \dots\dots ③$$

단계	채점 요소	배점
①	이차방정식 세우기	3점
②	이차방정식 풀기	3점
③	연속하는 세 자연수의 합 구하기	2점

5-1 연속하는 세 자연수를 $x-1, x, x+1(x\geq 2)$ 이라 하면

$$(x+1)^2=(x-1)^2+x^2-12 \quad \dots\dots ①$$

$$x^2+2x+1=2x^2-2x-11, x^2-4x-12=0$$

$$(x+2)(x-6)=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=6 \quad \dots\dots ②$$

그런데 $x\geq 2$ 이므로 $x=6$

따라서 세 자연수는 5, 6, 7이므로 그 합은

$$5+6+7=18 \quad \dots\dots ③$$

단계	채점 요소	배점
①	이차방정식 세우기	3점
②	이차방정식 풀기	3점
③	연속하는 세 자연수의 합 구하기	2점

6 처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이를 x cm라 하면 네 귀퉁이를 잘라 만든 직육면체의 밑면은 한 변의 길이가 $(x-10)$ cm인 정사각형이고, 높이는 5 cm이다.

이때, 직육면체의 부피가 720 cm^3 이므로

$$(x-10)^2 \times 5 = 720 \quad \dots\dots ①$$

$$(x-10)^2=144, x-10=\pm 12$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=22 \quad \dots\dots ②$$

그런데 $x>10$ 이므로 $x=22$

따라서 처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이는 22 cm이다. ③

단계	채점 요소	배점
①	이차방정식 세우기	3점
②	이차방정식 풀기	3점
③	처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이 구하기	2점

6-1 처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이를 x cm라 하면 네 귀퉁이를 잘라 만든 직육면체의 밑면은 한 변의 길이가 $(x-6)$ cm인 정사각형이고, 높이는 3 cm이다.

이때, 직육면체의 부피가 147 cm^3 이므로

$$(x-6)^2 \times 3 = 147 \quad \dots\dots ①$$

$$(x-6)^2=49, x-6=\pm 7$$

$$\therefore x=-1 \text{ 또는 } x=13 \quad \dots\dots ②$$

그런데 $x>6$ 이므로 $x=13$

따라서 처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이는 13 cm이다. ③

단계	채점 요소	배점
①	이차방정식 세우기	3점
②	이차방정식 풀기	3점
③	처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이 구하기	2점

7 기본 $x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 3 \times 3}}{2 \times 3} \quad \dots\dots ①$

$$= \frac{7 \pm \sqrt{13}}{6} \quad \dots\dots ②$$

단계	채점 요소	배점
①	근의 공식에 적용하기	3점
②	답 구하기	2점

발전 주어진 이차방정식의 양변에 15를 곱하면

$$3x(x-1)=5(x+1)(x-3) \quad \dots\dots ①$$

$$3x^2-3x=5x^2-10x-15$$

$$2x^2-7x-15=0 \quad \dots\dots ②$$

$$(2x+3)(x-5)=0$$

$$\therefore x=-\frac{3}{2} \text{ 또는 } x=5 \quad \dots\dots ③$$

단계	채점 요소	배점
①	주어진 이차방정식의 양변에 15를 곱하기	2점
②	$ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 나타내기	3점
③	이차방정식의 해 구하기	3점



심화 $2(2x+y)^2 - 15(2x+y) + 7 = 0$ 에서
 $2x+y=A$ 로 놓으면
 $2A^2 - 15A + 7 = 0$ ①
 $(2A-1)(A-7) = 0$
 $\therefore A = \frac{1}{2}$ 또는 $A = 7$
 그런데 x, y 는 자연수이므로 $2x+y=7$ ②
 따라서 주어진 방정식을 만족하는 두 자연수 x, y 의 순서쌍
 (x, y) 는 $(1, 5), (2, 3), (3, 1)$ 의 3개이다. ③

단계	채점 요소	배점
①	공통부분을 찾아 치환하기	3점
②	$2x+y$ 의 값 구하기	4점
③	순서쌍 (x, y) 의 개수 구하기	3점

중단원 **알찬 예상 문제**

018~019P

1 ①	2 ④	3 ⑤	4 ①	5 ③	6 ⑤
7 ①	8 ⑤	9 ④	10 ③		

주관식 문제

11 8	12 $x = -2$ 또는 $x = -1$	13 3	14 48
------	-------------------------	------	-------

- 1 ㄱ. 이차식
 ㄴ. $x^2 - x + 2 = 0$ (이차방정식)
 ㄷ. $x^2 - 3x = x^2$ 에서
 $3x = 0$ (일차방정식)
 ㄹ. $x^2 + 1 = 2x^2 - 2x + 1$ 에서
 $x^2 - 2x = 0$ (이차방정식)
 ㅁ. $x^2 + x^3 = 4 + x^2$ 에서 $x^3 - 4 = 0$
 (x 의 차수가 3이므로 이차방정식이 아니다.)
 ㅂ. $4x^2 = 1 + 4x + 4x^2$ 에서
 $4x + 1 = 0$ (일차방정식)
- 2 ① $(-2)^2 + (-2) - 6 = -4 \neq 0$
 ② $(-1)^2 - 4 \times (-1) + 4 = 9 \neq 0$
 ③ $(-1)^2 - 6 \times (-1) + 5 = 12 \neq 0$
 ④ $1 \times (1+4) = 5 = 1+4$
 ⑤ $(5-1)(5-5) = 0 \neq -3$
- 3 $x^2 + x - 6 = 0$ 에서
 $(x+3)(x-2) = 0$
 $\therefore x = -3$ 또는 $x = 2$
 $3x^2 - 5x - 2 = 0$ 에서
 $(3x+1)(x-2) = 0$
 $\therefore x = -\frac{1}{3}$ 또는 $x = 2$
 따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x = 2$ 이다.

- 4 이차방정식 $2x^2 + 4x - 4 = 0$ 의 양변을 2로 나누면
 $x^2 + 2x - 2 = 0$
 $\therefore x^2 + 2x = 2$
 이 식의 양변에 $\left(\frac{2}{2}\right)^2 = 1$ 을 더하면
 $x^2 + 2x + \left[\frac{2}{2}\right]^2 = 2 + \left[\frac{2}{2}\right]^2$
 $\left(x + \left[\frac{2}{2}\right]\right)^2 = \left[\frac{2}{2}\right]^2 + 2$
 따라서 $x + 1 = \pm\sqrt{3}$ 이므로
 $x = \left[\frac{2}{2}\right] - 1 \pm \sqrt{3}$
 $\Rightarrow$ (가) 1 (나) 1 (다) 3 (라) $-1 \pm \sqrt{3}$
- 5 $ax^2 - 4x - 2 = 0$ 에서 일차항의 계수가 짝수이므로
 $x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - a \times (-2)}}{a}$
 $= \frac{2 \pm \sqrt{4 + 2a}}{a}$
 따라서 $a = 3, b = 4 + 2a$ 이므로 $b = 10$
 $\therefore a + b = 3 + 10 = 13$
- 6 주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면
 $4x^2 + 5x - 5 = 0$
 $\therefore x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 4 \times (-5)}}{2 \times 4}$
 $= \frac{-5 \pm \sqrt{105}}{8}$
- 7 이차방정식 $x^2 - 6x + 2k - 1 = 0$ 이 중근을 가지므로
 $2k - 1 = \left(\frac{-6}{2}\right)^2, 2k = 10$
 $\therefore k = 5$
 즉, 이차방정식 $5x^2 + kx - 1 = 0$ 은 $5x^2 + 5x - 1 = 0$ 이므로
 근과 계수의 관계에 의해 두 근의 합은
 $-\frac{5}{5} = -1$
- 8 $\alpha + \beta = -\frac{-4}{2} = 2, \alpha\beta = -\frac{5}{2}$ 이므로
 $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$
 $= 2^2 - 2 \times \left(-\frac{5}{2}\right) = 9$
- 9 두 근이 $-\frac{3}{2}, \frac{1}{3}$ 이고 x^2 의 계수가 6이므로
 $6\left(x + \frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = 0, 6\left(x^2 + \frac{7}{6}x - \frac{1}{2}\right) = 0$
 $\therefore 6x^2 + 7x - 3 = 0$
- 10 폭죽을 쏘아 올린 지 t 초 후의 높이가 125 m라 하면
 $50t - 5t^2 = 125$ 에서 $t^2 - 10t + 25 = 0$
 $(t-5)^2 = 0$
 $\therefore t = 5$ (중근)
 따라서 폭죽이 지면으로부터의 높이가 125 m인 지점을 지나
 는 것은 쏘아 올린 지 5초 후이다.



주관식 문제

11 $x^2 - ax + a + 1 = 0$ 에 $x=2$ 를 대입하면
 $2^2 - a \times 2 + a + 1 = 0, -a + 5 = 0$
 $\therefore a = 5$
 즉, 주어진 이차방정식이 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 이므로
 $(x-2)(x-3) = 0$
 $\therefore x=2$ 또는 $x=3$
 따라서 다른 한 근은 $x=3$ 이므로 a 의 값과 다른 한 근의 합은
 $5+3=8$

12 $x-1=A$ 로 놓으면
 $A^2 + 5A + 6 = 0, (A+3)(A+2) = 0$
 $\therefore A = -3$ 또는 $A = -2$
 즉, $x-1 = -3$ 또는 $x-1 = -2$ 이므로
 $x = -2$ 또는 $x = -1$

13 늘어난 원의 반지름의 길이는 $(6+x)$ cm이므로
 $45\pi = \pi(6+x)^2 - \pi \times 6^2, x^2 + 12x - 45 = 0$
 $(x+15)(x-3) = 0$
 $\therefore x = -15$ 또는 $x = 3$
 그런데 $x > 0$ 이므로 $x = 3$

14 (가)에서 이 자연수의 일의 자리의 숫자를 x 라 하면 십의 자리의 숫자는 $12-x$ 이므로 처음 자연수는
 $10(12-x) + x = 120 - 9x$ 이다.
 (나)에서 $x(12-x) = (120-9x) - 16$ ①
 $12x - x^2 = 104 - 9x, x^2 - 21x + 104 = 0$
 $(x-8)(x-13) = 0$
 $\therefore x = 8$ 또는 $x = 13$ ②
 그런데 $x < 10$ 이므로 $x = 8$
 따라서 십의 자리의 숫자는 $12-8=4$ 이므로 처음 자연수는
 48이다. ③

단계	채점 요소	배점률
①	이차방정식 세우기	40%
②	이차방정식 풀기	30%
③	답 구하기	30%

1 $x^2 - 5x + 1 = 0$ 에서

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

2 $4x^2 = 3x^2 - 8x - 3$ 에서 $x^2 + 8x + 3 = 0$
 일차항의 계수가 짝수이므로
 $x = -4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 1 \times 3} = -4 \pm \sqrt{13}$
 따라서 $a = -4, b = 13$ 이므로
 $a+b = -4+13=9$

3 주어진 이차방정식의 x 의 계수와 상수항을 서로 바꾸면
 $x^2 + ax + 4a = 0$
 이 이차방정식에 $x=4$ 를 대입하면
 $4^2 + a \times 4 + 4a = 0, 16 + 8a = 0$
 $\therefore a = -2$
 즉, 처음 이차방정식은 $x^2 - 8x - 2 = 0$ 이고 일차항의 계수가
 짝수이므로
 $x = -(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 1 \times (-2)}$
 $= 4 \pm 3\sqrt{2}$

4 처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면
 $(x+4)(x-3) = 60$
 $x^2 + x - 72 = 0, (x+9)(x-8) = 0$
 $\therefore x = -9$ 또는 $x = 8$
 그런데 $x > 3$ 이므로 $x = 8$
 따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는 8 cm이다.

5 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 작은 정사각형의
 한 변의 길이는 $(12-x)$ cm이므로
 $x^2 + (12-x)^2 = 74, 2x^2 - 24x + 70 = 0$
 $x^2 - 12x + 35 = 0, (x-5)(x-7) = 0$
 $\therefore x = 5$ 또는 $x = 7$
 그런데 $6 < x < 12$ 이므로 $x = 7$
 따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 7 cm이다.

6 $\triangle ABC \sim \triangle AQP$ (AA 닮음)이므로
 $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AQ} : \overline{QP} = 8 : 12 = 2 : 3$
 따라서 $\overline{AQ} = 2x$ 라 하면 $\overline{QP} = 3x$ 이고
 $\overline{PR} = \overline{QB} = \overline{AB} - \overline{AQ} = 8 - 2x$ 이므로 $\triangle PQR$ 의 넓이에서
 $\frac{1}{2} \times 3x \times (8-2x) = 12$
 $6x^2 - 24x + 24 = 0, x^2 - 4x + 4 = 0$
 $(x-2)^2 = 0$
 $\therefore x = 2$ (중근)
 $\therefore \overline{PR} = 8 - 2x = 8 - 2 \times 2 = 4$ (cm)



중단원 10분 마무리

020~021P

1 ② 2 ① 3 $x = 4 \pm 3\sqrt{2}$ 4 ④ 5 7 cm
 6 4 cm



Ⅲ. 이차함수

1 이차함수와 그 그래프



핵심잡기 개념check

022~023P

1-1 (1), (3), (4)

2-1 (1) (0, 0), 위 (2) y (3) 증가 (4) $y=x^2$

2-2 (1) $\neg$, $\subset$ (2) $\supset$ (3) $\neg$ 과 $\supset$

3-1 (1) $y=3x^2-2$, (0, -2), $x=0$

(2) $y=-\frac{1}{2}x^2+1$, (0, 1), $x=0$

4-1 (1) $y=\frac{1}{3}(x-3)^2$, (3, 0), $x=3$

(2) $y=-4(x+2)^2$, (-2, 0), $x=-2$

5-1 (1) $y=\frac{3}{2}(x-1)^2-2$, (1, -2), $x=1$

(2) $y=-2(x+\frac{1}{2})^2+1$, $(-\frac{1}{2}, 1)$, $x=-\frac{1}{2}$

6-1 (1) $y=-(x-2)^2-4$ (2) $y=2(x-1)^2+3$

1-1 (2) $y=x^3+2x-2$ 에서 x^3+2x-2 는 x 에 대한 이차식이 아니므로 이차함수가 아니다.

(3) $y=(x+1)^2=x^2+2x+1$ (이차함수)

(4) $y=-x(x-3)=-x^2+3x$ (이차함수)

2-2 (1) 아래로 볼록한 그래프는 이차항의 계수가 양수인 $\neg$, $\subset$ 이다.

(2) 그래프의 폭이 가장 넓은 것은 이차항의 계수의 절댓값이 가장 작은 $\supset$ 이다.

(3) x 축에 서로 대칭인 그래프는 이차항의 계수의 절댓값이 같고 부호가 반대인 $\neg$ 과 $\supset$ 이다.

6-1 (1) 꼭짓점의 좌표가 (2, -4)이므로 구하는 이차함수의 식을

$y=a(x-2)^2-4$ 로 놓을 수 있다.

이 함수의 그래프가 점 (3, -5)를 지나므로

$-5=a-4$

$\therefore a=-1$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=-(x-2)^2-4$

(2) 축의 방정식이 $x=1$ 이므로 구하는 이차함수의 식을

$y=a(x-1)^2+q$ 로 놓을 수 있다.

이 함수의 그래프가 두 점 (-1, 11), (0, 5)를 지나므로

$11=4a+q$, $5=a+q$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$a=2$, $q=3$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=2(x-1)^2+3$



나오고 또 나오는 문제

024~027P

1-1 ④

1-2 ③

2-1 ③, ④

2-2 ②

3-1 ③

3-2 ④

4-1 ③

4-2 ⑤

4-3 ③

5-1 ⑤

5-2 ⑤

5-3 ④

6-1 ⑤

6-2 ①

6-3 ①

7-1 ③

7-2 ④

7-3 ③

8-1 $\neg$, $\square$

8-2 ②, ④

8-3 13

9-1 $a < 0$, $p > 0$, $q > 0$

9-2 $a > 0$, $p < 0$, $q < 0$

10-1 $\frac{3}{2}$

10-2 $\frac{37}{4}$

1-1 ③ $y=x^2-(x-2)^2=x^2-(x^2-4x+4)$
 $=4x-4$ (일차함수)

④ $y=x(3-x)=3x-x^2$ (이차함수)

⑤ 분모에 이차항이 있으므로 이차함수가 아니다.

1-2 ② $y=\frac{x(1-x)}{2}=-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x$ (이차함수)

③ 분모에 이차항이 있으므로 이차함수가 아니다.

④ $y=(x+2)^2-2x=x^2+2x+4$ (이차함수)

⑤ $y=x(x^2+1)-x^2(x+1)=-x^2+x$ (이차함수)

2-1 ① $y=2\pi x$ (일차함수)

② (거리)=(속력)×(시간)이므로 $y=60x$ (일차함수)

③ $y=\frac{1}{2} \times x \times (x+3)=\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x$ (이차함수)

④ 동생의 나이는 $(x-2)$ 살이므로

$y=x(x-2)=x^2-2x$ (이차함수)

⑤ $y=\frac{1}{2} \times (x+2x) \times 4=6x$ (일차함수)

2-2 $\neg$. $y=500x$ (일차함수)

$\supset$. $y=(2x-1)(2x+1)=4x^2-1$ (이차함수)

$\subset$. $y=4x$ (일차함수)

$\square$. $y=200 \times \frac{x}{100}=2x$ (일차함수)

$\square$. $y=\pi x^2 \times 5=5\pi x^2$ (이차함수)

3-1 $f(-1)=(-1)^2+3 \times (-1)-1=1-3-1=-3$

$f(1)=1^2+3 \times 1-1=1+3-1=3$

$\therefore f(-1)+f(1)=-3+3=0$

3-2 $f(-2)=-2 \times (-2)^2-(-2)+3=-8+2+3=-3$

$f(1)=-2 \times 1^2-1+3=-2-1+3=0$

$\therefore f(-2)-f(1)=-3-0=-3$

4-1 이차항의 계수의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓어지므로 폭이 가장 넓은 것은 ③ $y=-\frac{1}{5}x^2$ 이다.

4-2 이차항의 계수의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아지므로 폭이 가장 좁은 것은 ⑤ $y=3x^2$ 이다.



4-3 주어진 이차함수의 그래프 중에서 아래로 볼록한 것은 이차항의 계수가 양수인 $y=\frac{1}{5}x^2$, $y=\frac{1}{3}x^2$, $y=4x^2$ 이다.

이 중 이차항의 계수의 절댓값이 가장 작은 것은 $y=\frac{1}{5}x^2$ 이므로 아래로 볼록하면서 폭이 가장 넓은 것은 $y=\frac{1}{5}x^2$ 의 그래프이다.

5-1 ⑤ $x>0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

5-2 ⑤ $y=3x^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭이다.

5-3 ④ 그래프의 폭이 가장 넓은 것은 이차항의 계수의 절댓값이 가장 작은 ㉠ 이다.

6-1 ① 점 $(0, 6)$ 을 지난다.

② 축의 방정식은 $x=0$ 이다.

③ 위로 볼록한 포물선이다.

④ $x>0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

6-2 ① y 축에 대칭이다.

6-3 $y=2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=2x^2+q$

이 함수의 그래프가 점 $(-1, -3)$ 을 지나므로

$$-3=2 \times (-1)^2+q \quad \therefore q=-5$$

7-1 ③ $x=0$ 을 $y=2(x-3)^2$ 에 대입하면 $y=18$ 이므로 y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 18)$ 이다.

7-2 ① 직선 $x=-4$ 에 대칭이다.

② 위로 볼록한 포물선이다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(-4, 0)$ 이다.

⑤ $x>-4$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

7-3 $y=-x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-(x+2)^2$

이 함수의 그래프가 점 $(1, m)$ 을 지나므로

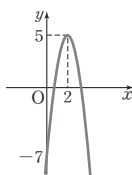
$$m=-(1+2)^2=-9$$

8-1 ㄴ. 꼭짓점의 좌표는 $(2, 5)$ 이다.

ㄷ. $x<2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

ㄹ. $x=0$ 을 $y=-3(x-2)^2+5$ 에 대입하면 $y=-7$ 이므로 그래프가 오른쪽 그림과 같다.

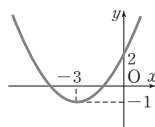
따라서 제1, 3, 4사분면을 지난다.



8-2 ② 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -1)$ 이다.

④ $x=0$ 을 $y=\frac{1}{3}(x+3)^2-1$ 에 대입하면 $y=2$ 이므로 그래프가 오른쪽 그림과 같다.

따라서 제1, 2, 3사분면을 지난다.



8-3 $y=3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -4 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=3(x+4)^2+1$ 이 함수의 그래프가 점 $(-2, m)$ 을 지나므로 $m=3(-2+4)^2+1=12+1=13$

9-1 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

꼭짓점 (p, q) 가 제1사분면 위에 있으므로 $p>0, q>0$

9-2 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

꼭짓점 (p, q) 가 제3사분면 위에 있으므로 $p<0, q<0$

10-1 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 4)$ 이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+4$ 로 놓을 수 있다.

$$\therefore p=-2, q=4$$

이 함수의 그래프가 점 $(0, 2)$ 를 지나므로

$$2=a(0+2)^2+4, 4a=-2 \quad \therefore a=-\frac{1}{2}$$

$$\therefore a+p+q=-\frac{1}{2}+(-2)+4=\frac{3}{2}$$

10-2 꼭짓점의 좌표가 $(6, 3)$ 이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-6)^2+3$ 으로 놓을 수 있다.

$$\therefore p=6, q=3$$

이 함수의 그래프가 점 $(0, 12)$ 를 지나므로

$$12=a(0-6)^2+3, 36a=9 \quad \therefore a=\frac{1}{4}$$

$$\therefore a+p+q=\frac{1}{4}+6+3=\frac{37}{4}$$



주제별 알찬 기출 문제

028~033p

1 ㄷ, ㄹ	2 ③, ④	3 ㄴ	4 ①	5 ②	6 ④
7 ③	8 -12	9 ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㄱ	10 ①	11 ㉠	
12 ④	13 ④	14 ④	15 ④	16 ①	17 ②
18 12	19 ㄴ, ㄷ	20 ②	21 ③, ④	22 ⑤	23 ②
24 2	25 $y=-(x+3)^2-2$	26 2			
27 $x=4, (4, -3)$	28 ②, ③	29 -11	30 ④		

31 $a<0, p<0, q>0$ 32 ③ 33 $y=\frac{1}{2}(x-1)^2-5$

34 1 35 3 36 $y=3(x-1)^2-2$

100점 따라잡기

37 B($\frac{2}{3}, \frac{1}{9}$) 38 A(-1, 1) 39 15 40 ②

41 3 42 3

1 ㄱ. 이차방정식

$$\text{ㄴ. } y=(x+3)^2-x^2=6x+9 \text{ (일차함수)}$$

$$\text{ㄷ. } y=(x-1)(x+2)=x^2+x-2 \text{ (이차함수)}$$

$$\text{ㄹ. } y=2x(x-1)-x^2=x^2-2x \text{ (이차함수)}$$

ㄴ. 일차함수

ㅂ. 분모에 이차항이 있으므로 이차함수가 아니다.



- 2 ① $y=x \times 2x=2x^2$ (이차함수)
 ② $y=\pi \times (4x)^2=16\pi x^2$ (이차함수)
 ③ (거리)=(속력) $\times$ (시간)이므로 $y=5x$ (일차함수)
 ④ $y=3x \times 3x \times 3x=27x^3$
 ⑤ $y=x \times 2x=2x^2$ (이차함수)
- 3 $\neg$. $y=\frac{x(x-3)}{2}=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x$ (이차함수)
 $\neg$. $y=24-x$ (일차함수)
 $\cap$. $y=\frac{1}{2} \times x \times x=\frac{1}{2}x^2$ (이차함수)
 $\cap$. (직사각형의 둘레의 길이)
 $=2 \times \{(\text{가로의 길이})+(\text{세로의 길이})\}$ 이므로
 $20=2 \times \{x+(\text{세로의 길이})\}$
 즉, (세로의 길이)=($10-x$)cm이므로
 $y=x(10-x)=-x^2+10x$ (이차함수)
- 4 $y=4x^2-5-ax(2-x)$
 $=4x^2-5-2ax+ax^2$
 $=(4+a)x^2-2ax-5$
 이 함수가 이차함수가 되려면
 $4+a \neq 0 \quad \therefore a \neq -4$
- 5 $f(1)=2(1-1)^2+3=3$
 $f(2)=2(2-1)^2+3=5$
 $\therefore 3f(1)-f(2)=3 \times 3-5=4$
- 6 $f(2)=7$ 이므로 $7=-2^2+4 \times 2+k \quad \therefore k=3$
 따라서 $f(x)=-x^2+4x+3$ 이므로
 $f(-1)=-(-1)^2+4 \times (-1)+3$
 $=-1-4+3=-2$
- 7 ① $\frac{1}{2} \neq \frac{1}{2} \times 0^2$ ② $-\frac{1}{2} \neq \frac{1}{2} \times (-1)^2$
 ③ $2 = \frac{1}{2} \times 2^2$ ④ $9 \neq \frac{1}{2} \times 3^2$
 ⑤ $4 \neq \frac{1}{2} \times (-4)^2$
- 8 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프가 두 점 (3, -3), (6, k)를 지나므로
 $y=ax^2$ 에 $x=3, y=-3$ 을 대입하면
 $-3=a \times 3^2 \quad \therefore a=-\frac{1}{3}$
 $y=-\frac{1}{3}x^2$ 에 $x=6, y=k$ 를 대입하면
 $k=-\frac{1}{3} \times 6^2=-12$
- 9 이차항의 계수의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓다.
 따라서 보기의 이차함수에서 이차항의 계수의 절댓값이 작은 것부터 차례로 나열하면 $\neg$, $\cap$, $\cap$, $\neg$ 이다.

- 10 주어진 이차함수의 그래프 중에서 위로 볼록한 것은 이차항의 계수가 음수인 $y=-2x^2, y=-\frac{1}{2}x^2, y=-\frac{1}{3}x^2$ 이다.
 이 중 이차항의 계수의 절댓값이 가장 큰 것은 $y=-2x^2$ 이므로 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은 $y=-2x^2$ 의 그래프이다.
- 11 $y=-\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프는 위로 볼록하고 $y=-x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓은 포물선이므로 $\cap$ 이다.
- 12 $y=ax^2$ 의 그래프는 폭이 $y=3x^2$ 의 그래프보다 넓고 $y=\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프보다 좁으므로
 $\frac{1}{2} < |a| < 3$
 이때, $a > 0$ 이므로 $\frac{1}{2} < a < 3$
 따라서 상수 a 의 값이 될 수 있는 것은 ④ $\frac{2}{3}$ 이다.
- 13 ④ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소하고,
 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
- 14 ① 축의 방정식은 모두 $x=0$ 이다.
 ② 위로 볼록한 그래프는 이차항의 계수가 음수인 $\neg$, $\cap$, $\cap$ 이다.
 ③ 그래프의 폭이 가장 좁은 것은 이차항의 계수의 절댓값이 가장 큰 $\cap$ 이다.
 ⑤ x 축에 서로 대칭인 그래프는 이차항의 계수의 절댓값이 같고 부호가 반대인 $\neg$ 과 $\cap$ 이다.
- 15 $y=3x^2$ 의 그래프가 점 $(-2, a)$ 를 지나므로
 $a=3 \times (-2)^2=12$
 $y=3x^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭인 그래프의 식은
 $y=-3x^2$ 이므로 $b=-3$
 $\therefore a+b=12+(-3)=9$
- 16 $\overline{PQ}$ 와 y 축과의 교점을 R라 하면 $y=\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프는 y 축에 대칭이므로
 $\overline{PR}=\overline{QR}=\frac{1}{2}\overline{PQ}=\frac{1}{2} \times 6=3$
 따라서 점 Q의 x 좌표는 3이므로 점 Q의 y 좌표는
 $\frac{1}{2} \times 3^2=\frac{9}{2}$
- 17 $\square ABCO$ 는 정사각형이므로 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BO}$ 는 서로 다른 것을 수직이등분한다.
 이때, 점 A의 좌표를 $A(k, k)$ ($k > 0$)라 하면
 점 A는 이차함수 $y=\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프 위의 점이므로 $k=\frac{1}{3}k^2$
 $k^2-3k=0, k(k-3)=0$
 $\therefore k=3$ ($\because k > 0$)



따라서 $\overline{AC} = \overline{BO} = 6$ 이므로

$$\square ABCO = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18$$

- 18 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프가 두 점 $A(-2, a)$, $B(b, -8)$ 을 지나므로

$$y = -\frac{1}{2}x^2 \text{에 } x = -2, y = a \text{를 대입하면}$$

$$a = -\frac{1}{2} \times (-2)^2 = -2$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2 \text{에 } x = b, y = -8 \text{를 대입하면}$$

$$-8 = -\frac{1}{2} \times b^2, b^2 = 16$$

$$\therefore b = 4 (\because b > 0)$$

두 점 A, B에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하면

$\triangle ABO$

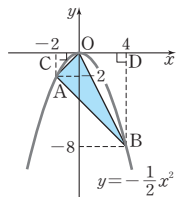
$$= \square ABDC - \triangle OCA - \triangle ODB$$

$$= \frac{1}{2} \times (2+8) \times 6 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2$$

$$- \frac{1}{2} \times 4 \times 8$$

$$= 30 - 2 - 16$$

$$= 12$$



- 19 ㄱ. 꼭짓점의 좌표는 $(0, -\frac{1}{4})$ 이다.

ㄴ. $y = x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 $-\frac{1}{4}$ 만큼 평행이동한 것이다.

- 20 $y = -\frac{3}{2}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한

$$\text{그래프의 식은 } y = -\frac{3}{2}x^2 + q$$

이 함수의 그래프가 점 $(-4, -30)$ 을 지나므로

$$-30 = -\frac{3}{2} \times (-4)^2 + q$$

$$\therefore q = -6$$

- 21 ① 점 $(4, -2)$ 를 지난다.

② 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.

- ⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

- 22 $y = -2x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포개어지려면 이 차항의 계수가 -2 이어야 한다.

- 23 $y = -2(x-1)^2$ 의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(1, 0)$ 이고 $x=0$ 을 $y = -2(x-1)^2$ 에 대입하면 $y = -2$ 이므로 점 $(0, -2)$ 를 지나는 위로 볼록한 포물선이다.

- 24 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래

$$\text{프의 식은 } y = \frac{1}{2}(x-3)^2$$

이 함수의 그래프가 점 $(5, k)$ 를 지나므로

$$k = \frac{1}{2}(5-3)^2 = 2$$

- 26 $y = 3(x+4)^2 + 6$ 의 그래프는 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -4 만큼, y 축의 방향으로 6 만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $a = -4$, $b = 6$ 이므로

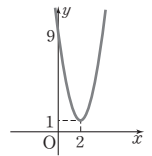
$$a + b = -4 + 6 = 2$$

- 28 ② 꼭짓점의 좌표는 $(2, 1)$ 이다.

③ $x > 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

④ $x = 0$ 을 $y = 2(x-2)^2 + 1$ 에 대입하면 $y = 9$ 이므로 그래프가 오른쪽 그림과 같다.

따라서 제1, 2사분면을 지난다.



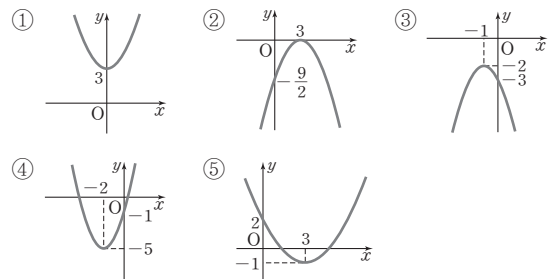
- 29 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = -2(x-1)^2 - 3$$

이 함수의 그래프가 점 $(3, m)$ 을 지나므로

$$m = -2(3-1)^2 - 3 = -8 - 3 = -11$$

- 30 그래프를 각각 그려 보면 다음과 같으므로 모든 사분면을 지나는 것은 ④이다.



- 31 그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$

꼭짓점 (p, q) 가 제2사분면 위에 있으므로 $p < 0, q > 0$

- 32 주어진 일차함수의 그래프가 오른쪽 아래로 향하므로

$$(기울기) < 0 \quad \therefore a < 0$$

또, x 축보다 위쪽에서 y 축과 만나므로

$$(y절편) > 0 \quad \therefore b > 0$$

즉, $y = ax^2 + b$ 의 그래프는 $a < 0$ 이므로 위로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표 $(0, b)$ 에서 $b > 0$ 이므로 꼭짓점은 y 축 위의 점이며 x 축보다 위쪽에 있다.

- 33 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = \frac{1}{2}(x-3+2)^2 - 3 - 2 = \frac{1}{2}(x-1)^2 - 5$$



- 34 $y=4(x-1)^2+2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y=4(x+1-1)^2+2+2=4x^2+4$
 이 함수의 그래프가 점 $(a, 8)$ 을 지나므로
 $8=4a^2+4, 4a^2=4, a^2=1$
 $\therefore a=1 (\because a>0)$

- 35 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 0)$ 이므로 $p=-2$
 즉, $y=a(x+2)^2$ 의 그래프가 점 $(0, 4)$ 를 지나므로
 $4=4a \quad \therefore a=1$
 $\therefore a-p=1-(-2)=3$

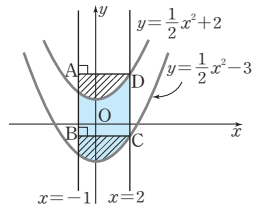
- 36 꼭짓점의 좌표가 $(1, -2)$ 이므로 구하는 이차함수의 식은
 $y=a(x-1)^2-2$ 로 놓을 수 있다.
 이 함수의 그래프가 점 $(0, 1)$ 을 지나므로
 $1=a(0-1)^2-2 \quad \therefore a=3$
 $\therefore y=3(x-1)^2-2$

100점 따라잡기

- 37 점 A의 좌표를 $A(k, k^2) (k>0)$ 이라 하면 $D(k, 4k^2)$
 점 C의 y 좌표가 $4k^2$ 이고, 점 C는 $y=x^2$ 의 그래프 위의 점이므로
 $4k^2=x^2 \quad \therefore x=2k (\because x>0)$
 $\therefore C(2k, 4k^2)$
 $\overline{AD}=4k^2-k^2=3k^2, \overline{CD}=2k-k=k$ 이고 $\square ABCD$ 가 정사각형이므로
 $3k^2=k, 3k^2-k=0, k(3k-1)=0$
 $\therefore k=\frac{1}{3} (\because k>0)$
 이때, 점 B의 x 좌표는 점 C의 x 좌표와 같고, 점 B의 y 좌표는 점 A의 y 좌표와 같다.
 즉, $B(2k, k^2)$ 이므로 점 B의 좌표는
 $B(\frac{2}{3}, \frac{1}{9})$

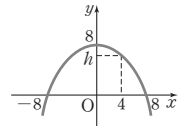
- 38 점 B, C의 x 좌표를 $k (k>0)$ 라 하면
 점 B는 $y=x^2$ 의 그래프 위의 점이므로 $B(k, k^2)$
 두 점 A, B는 y 축에 서로 대칭이므로 $A(-k, k^2)$
 $\therefore \overline{AB}=k-(-k)=2k$
 또, 점 C는 $y=-\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프 위의 점이므로
 $C(k, -\frac{1}{3}k^2)$
 $\therefore \overline{BC}=k^2-(-\frac{1}{3}k^2)=\frac{4}{3}k^2$
 이때, $\overline{AB}:\overline{BC}=3:2$ 이므로 $2k:\frac{4}{3}k^2=3:2$
 $4k^2=4k, k^2-k=0, k(k-1)=0$
 $\therefore k=1 (\because k>0)$
 따라서 점 A의 좌표는 $A(-1, 1)$

- 39 오른쪽 그림에서 빗금친 부분의 넓이는 서로 같으므로 구하는 부분의 넓이는 직사각형 ABCD의 넓이와 같다.
 이때, $D(2, 4), C(2, -1)$ 이므로



$$\begin{aligned} \square ABCD &= \overline{AD} \times \overline{CD} \\ &= [2 - (-1)] \times [4 - (-1)] \\ &= 3 \times 5 = 15 \end{aligned}$$

- 40 터널의 바닥을 x 축, 터널의 바닥의 중양을 원점으로 하는 좌표평면을 생각하면 터널의 모양을 나타내는 포물선은 이차함수 $y=ax^2+8$ 의 그래프의 일부이다.
 이 식에 $x=8, y=0$ 을 대입하면



$$0 = a \times 8^2 + 8 \quad \therefore a = -\frac{1}{8}$$

따라서 포물선의 식은 $y = -\frac{1}{8}x^2 + 8$ 이므로

$$h = -\frac{1}{8} \times 4^2 + 8 = -2 + 8 = 6$$

- 41 $y=a(x-p)^2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(p, 0)$
 $y=-x^2+4$ 의 그래프가 점 $(p, 0)$ 을 지나므로
 $0=-p^2+4, p^2=4 \quad \therefore p=2 (\because p>0)$
 $y=-x^2+4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, 4)$
 따라서 $y=a(x-2)^2$ 의 그래프가 점 $(0, 4)$ 를 지나므로
 $4=4a \quad \therefore a=1$
 $\therefore a+p=1+2=3$

- 42 $y=-3(x-p)^2+2p^2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(p, 2p^2)$
 이 점이 $y=5x+3$ 의 그래프 위에 있으므로
 $2p^2=5p+3, 2p^2-5p-3=0$
 $(2p+1)(p-3)=0 \quad \therefore p=3 (\because p>0)$



유형별 서술형 문제

034~035P

1 (1) $\angle$, $\square$, $\triangle$ (2) $\square$ (3) $\angle$ 과 $\square$

2 (1) $y=\frac{2}{3}(x+2)^2$ (2) $(-2, 0)$ (3) $x=-2$

3 A(4, 4) 3-1 A(3, 3) 4 $-\frac{1}{2}$ 4-1 -1

5 해설 참조 5-1 해설 참조

6 기본 $y=-\frac{1}{3}x^2$ 발전 $\frac{47}{2}$ 심화 $\frac{9}{4}$



- 1 (1) 위로 볼록한 그래프는 이차항의 계수가 음수인 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.
 (2) 그래프의 폭이 가장 넓은 것은 이차항의 계수의 절댓값이 가장 작은 ㄹ이다.
 (3) x 축에 서로 대칭인 그래프는 이차항의 계수의 절댓값이 같고 부호가 반대인 ㄴ과 ㄹ이다.

- 2 (1) $y=ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=a(x+2)^2$
 이 함수의 그래프가 점 $(1, 6)$ 을 지나므로
 $6=a(1+2)^2, 6=9a \quad \therefore a=\frac{2}{3}$
 따라서 구하는 이차함수의 식은
 $y=\frac{2}{3}(x+2)^2$
 (2) 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 0)$
 (3) 축의 방정식은 $x=-2$

- 3 점 A의 좌표를 $A(k, \frac{1}{4}k^2)$ ($k>0$)이라 하면
 $\triangle AOB = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{1}{4}k^2 = 12$ ①
 $\frac{3}{4}k^2 = 12, k^2 = 16$
 $\therefore k=4$ ($\because k>0$) ②
 따라서 점 A의 좌표는 $A(4, 4)$ ③

단계	채점 요소	배점
①	$\triangle AOB$ 의 넓이를 k 에 대한 식으로 나타내기	3점
②	k 의 값 구하기	3점
③	점 A의 좌표 구하기	2점

- 3-1 점 A의 좌표를 $A(k, \frac{1}{3}k^2)$ ($k>0$)이라 하면
 $\triangle AOB = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{1}{3}k^2 = 6$ ①
 $\frac{2}{3}k^2 = 6, k^2 = 9$
 $\therefore k=3$ ($\because k>0$) ②
 따라서 점 A의 좌표는 $A(3, 3)$ ③

단계	채점 요소	배점
①	$\triangle AOB$ 의 넓이를 k 에 대한 식으로 나타내기	3점
②	k 의 값 구하기	3점
③	점 A의 좌표 구하기	2점

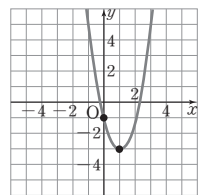
- 4 꼭짓점의 좌표는 $(0, 8)$ 이므로 $A(0, 8)$ ①
 $B(-k, 0), C(k, 0)$ ($k>0$)이라 하면
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2k \times 8 = 32 \quad \therefore k=4$ ②
 즉, 이차함수 $y=ax^2+8$ 의 그래프가 점 $C(4, 0)$ 을 지나므로
 $0=16a+8 \quad \therefore a=-\frac{1}{2}$ ③

단계	채점 요소	배점
①	꼭짓점 A의 좌표 구하기	2점
②	점 C의 x 좌표 구하기	3점
③	a 의 값 구하기	3점

- 4-1 꼭짓점의 좌표는 $(0, 4)$ 이므로 $A(0, 4)$ ①
 $B(-k, 0), C(k, 0)$ ($k>0$)이라 하면
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2k \times 4 = 8 \quad \therefore k=2$ ②
 즉, 이차함수 $y=ax^2+4$ 의 그래프가 점 $C(2, 0)$ 을 지나므로
 $0=4a+4 \quad \therefore a=-1$ ③

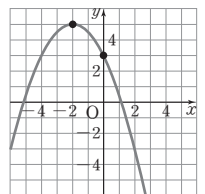
단계	채점 요소	배점
①	꼭짓점 A의 좌표 구하기	2점
②	점 C의 x 좌표 구하기	3점
③	a 의 값 구하기	3점

- 5 이차함수 $y=2(x-1)^2-3$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는
 $(1, -3)$ ①
 $y=2(x-1)^2-3$ 에 $x=0$ 을 대입하면
 $y=2-3=-1$
 즉, y 축과 만나는 점의 좌표는
 $(0, -1)$ ②
 따라서 그래프를 그려 보면 오른쪽
 그림과 같다. ③



단계	채점 요소	배점
①	꼭짓점의 좌표 구하기	2점
②	y 축과 만나는 점의 좌표 구하기	3점
③	그래프 그리기	3점

- 5-1 이차함수 $y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+5$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는
 $(-2, 5)$ ①
 $y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+5$ 에 $x=0$ 을 대입
 하면 $y=-\frac{1}{2} \times 2^2 + 5 = 3$
 즉, y 축과 만나는 점의 좌표는
 $(0, 3)$ ②
 따라서 그래프를 그려 보면 오른쪽
 그림과 같다. ③



단계	채점 요소	배점
①	꼭짓점의 좌표 구하기	2점
②	y 축과 만나는 점의 좌표 구하기	3점
③	그래프 그리기	3점

- 6 기본 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2$ 으로 놓을 수 있다. ①
 이 함수의 그래프가 점 $(6, -12)$ 를 지나므로
 $-12=a \times 6^2 \quad \therefore a=-\frac{1}{3}$
 따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-\frac{1}{3}x^2$ ②

단계	채점 요소	배점
①	이차함수의 식을 $y=ax^2$ 으로 놓기	2점
②	이차함수의 식 구하기	3점

- 발전 꼭짓점의 좌표가 $(-2, -1)$ 이고 $y=ax^2$ 의 그래프를 평행이동한 그래프이므로 주어진 그래프의 식을
 $y=a(x+2)^2-1$ 로 놓을 수 있다. ①



이 함수의 그래프가 점 (0, 1)을 지나므로

$$1 = a(0+2)^2 - 1, 4a = 2 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 1 \quad \dots\dots ②$$

이 함수의 그래프가 점 (5, k)를 지나므로

$$k = \frac{1}{2}(5+2)^2 - 1 = \frac{49}{2} - 1 = \frac{47}{2} \quad \dots\dots ③$$

단계	채점 요소	배점
①	꼭짓점의 좌표를 이용하여 이차함수의 식 세우기	3점
②	이차함수의 식 구하기	3점
③	k의 값 구하기	2점

심화 $2\overline{PA} = 3\overline{PD}$ 이고 $\overline{PB} = \overline{PA}$ 이므로

점 D의 x좌표를 $2k (k > 0)$ 라 하면

점 B의 x좌표는 $3k \quad \dots\dots ①$

이때, 점 D의 y좌표는 점 B의 y좌표와 같고, 점 D는 $y = ax^2$ 의 그래프 위의 점이므로

$$a \times (2k)^2 = (3k)^2 \quad \therefore a = \frac{9}{4} \quad \dots\dots ②$$

단계	채점 요소	배점
①	두 점 D, B의 x좌표를 각각 미지수 k에 대한 식으로 나타내기	5점
②	a의 값 구하기	5점

중단원

알찬 예상 문제

036~037P

1 ④	2 ④	3 ③, ④	4 ③	5 ④, ⑤	6 ①
7 ①	8 ②	9 ③	10 ③	11 ④	12 ③

주관식 문제

13 3	14 24	15 4	16 81
------	-------	------	-------

- 1**
- ① 일차함수
 - ② 분모에 이차항이 있으므로 이차함수가 아니다.
 - ③ $y = x(x+1)^2 = x(x^2+2x+1) = x^3+2x^2+x$ 이므로 이차함수가 아니다.
 - ④ $y = x^2 + (1-x)^2 = x^2 + (x^2 - 2x + 1) = 2x^2 - 2x + 1$ (이차함수)
 - ⑤ $y = 3x^2 - 3(x^2+1) = 3x^2 - 3x^2 - 3 = -3$ 이므로 이차함수가 아니다.
- 2**
- ① y는 x에 대한 함수이지만 관계식으로 나타낼 수 없다.
 - ② $y = \frac{4}{3}\pi x^3$ 이므로 이차함수가 아니다.
 - ③ $y = 3 \times 3x = 9x$ (일차함수)
 - ④ $y = 6x^2$ (이차함수)
 - ⑤ $y = 5000 - 4x$ (일차함수)

3

$$y = a^2x^2 - 2x(ax-3) + 4$$

$$= (a^2 - 2a)x^2 + 6x + 4$$

이 함수가 이차함수가 되려면

$$a^2 - 2a \neq 0, a(a-2) \neq 0$$

$$\therefore a \neq 0 \text{ 그리고 } a \neq 2$$

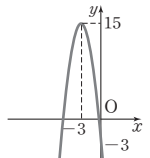
4 ㉠의 그래프는 위로 볼록하고 $y = -x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓으므로 ㉠의 그래프의 식을 $y = ax^2$ 이라 하면 $-1 < a < 0$ 따라서 ㉠의 그래프를 나타내는 이차함수의 식이 될 수 있는 것은 ③ $y = -\frac{1}{3}x^2$ 이다.

5

- ④ a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.
- ⑤ $a < 0$ 이고 $x > 0$ 일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

6 $y = -4x^2$ 의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = -4x^2 + 3$ 이 함수의 그래프가 점 (2, a)를 지나므로 $a = -4 \times 2^2 + 3 = -13$

7 $y = -2(x+3)^2 + 15$ 의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 (-3, 15)이고 위로 볼록한 포물선이다. 또, $x=0$ 을 $y = -2(x+3)^2 + 15$ 에 대입하면 $y = -2 \times 3^2 + 15 = -3$ 이므로 점 (0, -3)을 지난다. 따라서 주어진 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제1사분면을 지나지 않는다.



8 $y = 3(x-1)^2 - 2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포개어지려면 이차항의 계수가 3이어야 한다.

9 ③ $x=0$ 을 $y = -2(x-4)^2 + 7$ 에 대입하면 $y = -32 + 7 = -25$ 따라서 y축과 만나는 점의 좌표는 (0, -25)이다.

10 그래프가 아래로 볼록하므로 ① $a > 0$ 꼭짓점 $(-p, q)$ 가 제4사분면 위에 있으므로 $p < 0, q < 0$ ② $ap < 0$ ④ $aq < 0$ ⑤ $pq > 0$

11 $y = \frac{1}{3}(x+2)^2 - 1$ 의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = \frac{1}{3}(x-m+2)^2 - 1 + n$



이 함수의 그래프가 $y = \frac{1}{3}(x-3)^2 - 4$ 의 그래프와 일치하므로
 $-m+2=-3, -1+n=-4 \quad \therefore m=5, n=-3$
 $\therefore m+n=5+(-3)=2$

- 12 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 6)$ 이므로 구하는 이차함수의 식을
 $y=a(x+1)^2+6$ 으로 놓을 수 있다.
 이 함수의 그래프가 점 $(1, -2)$ 를 지나므로
 $-2=a(1+1)^2+6, 4a=-8 \quad \therefore a=-2$
 $\therefore y=-2(x+1)^2+6$

주관식 문제

- 13 $f(0)=-2 \times 0^2+5 \times 0+3=3$
 $f\left(-\frac{1}{2}\right)=-2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2+5 \times \left(-\frac{1}{2}\right)+3$
 $=-\frac{1}{2}-\frac{5}{2}+3=0$
 $\therefore f(0)+f\left(-\frac{1}{2}\right)=3+0=3$
- 14 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이므로 이차함수의 식을
 $y=ax^2$ 으로 놓을 수 있다.
 이 함수의 그래프가 점 $(-3, 6)$ 을 지나므로
 $6=a \times (-3)^2 \quad \therefore a=\frac{2}{3}$
 $y=\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프가 점 $(6, k)$ 를 지나므로
 $k=\frac{2}{3} \times 6^2=24$
- 15 $y=-2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼 평행이동한 그
 래프의 식은 $y=-2(x-m)^2$
 이 함수의 그래프가 점 $(1, -18)$ 을 지나므로
 $-18=-2(1-m)^2, (1-m)^2=9, 1-m=\pm 3$
 $\therefore m=-2$ 또는 $m=4$
 그런데 $m>0$ 이므로 $m=4$
- 16 $y=ax^2$ 의 그래프가 점 $D(3, -3)$ 을 지나므로
 $-3=a \times 3^2 \quad \therefore a=-\frac{1}{3}$ ①
 $\overline{BC}=12$ 이고 두 점 B, C는 y 축에 서로 대칭이므로
 점 C의 x 좌표는 $12 \times \frac{1}{2}=6$
 점 C의 y 좌표는 $y=-\frac{1}{3} \times 6^2=-12$
 $\therefore C(6, -12)$ ②
 따라서 $\square ABCD$ 의 높이는 $-3-(-12)=9$ 이므로
 $\square ABCD=\frac{1}{2} \times (6+12) \times 9=81$ ③

단계	채점 요소	배점률
①	a 의 값 구하기	20%
②	점 C의 좌표 구하기	40%
③	$\square ABCD$ 의 넓이 구하기	40%

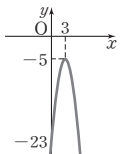


중단원 10분 마무리

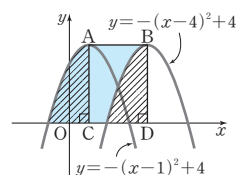
038~039p

1 (1) $\neg, \cup, \square$ (2) $\square$ (3) $\neg$ 과 $\cup$ 2 ④ 3 B(0, 8)
 4 ④ 5 ③ 6 12

- 1 (1) 아래로 볼록한 그래프는 이차항의 계수가 양수인 $\neg, \cup,$
 $\square$ 이다.
 (2) 그래프의 폭이 가장 좁은 것은 이차항의 계수의 절댓값이
 가장 큰 $\square$ 이다.
 (3) x 축에 서로 대칭인 그래프는 이차항의 계수의 절댓값이
 같고 부호가 반대인 $\neg$ 과 $\cup$ 이다.
- 2 $y=ax^2$ 의 그래프는 폭이 $y=4x^2$ 의 그래프보다 넓고 $y=\frac{1}{3}x^2$
 의 그래프보다 좁으므로
 $\frac{1}{3} < |a| < 4$
 이때, $a>0$ 이므로 $\frac{1}{3} < a < 4$
 따라서 상수 a 의 값이 될 수 있는 것은 ④ 2이다.
- 3 $\square ABCO$ 는 정사각형이므로 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BO}$ 는 서로 다른 것을
 수직이등분한다.
 이때, 점 A의 좌표를 $A(k, k)$ ($k>0$)라 하면
 점 A는 $y=\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프 위의 점이므로 $k=\frac{1}{4}k^2$
 $k^2-4k=0, k(k-4)=0$
 $\therefore k=4$ ($\because k>0$)
 따라서 $\overline{AC}=\overline{BO}=2 \times 4=8$ 이므로 점 B의 좌표는 B(0, 8)
- 4 $y=3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으
 로 4만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=3(x+2)^2+4$
- 5 ① 위로 볼록한 포물선이다.
 ② 꼭짓점의 좌표는 $(3, -5)$ 이다.
 ④ $x=0$ 을 $y=-2(x-3)^2-5$ 에 대입하면
 $y=-23$ 이므로 그래프가 오른쪽 그림과
 같다.
 따라서 제3, 4사분면을 지난다.
 ⑤ $y=-2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으
 로 -5 만큼 평행이동한 것이다.



- 6 오른쪽 그림에서 빗금친 부분의
 넓이는 서로 같으므로 구하는 부
 분의 넓이는 직사각형 ACDB의
 넓이와 같다.
 이때, A(1, 4), B(4, 4)이므로
 $\square ACDB=\overline{AB} \times \overline{AC}$



$$=(4-1) \times 4$$

$$=12$$



2 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프



핵심잡기

개념 check

040~041P

1-1 (1) $y=2(x+2)^2-5$, $x=-2$, $(-2, -5)$

(2) $y=-(x-5)^2+34$, $x=5$, $(5, 34)$

1-2 (1) $(0, 5)$ (2) $(0, -11)$ 2-1 (1) $>$ (2) $<$, $<$ (3) $<$

3-1 (1) $y=3x^2-4x+1$ (2) $y=-x^2-2x+3$

4-1 (1) $x=0$ 에서 최댓값은 1이고, 최솟값은 없다.

(2) $x=4$ 에서 최솟값은 0이고, 최댓값은 없다.

(3) $x=3$ 에서 최솟값은 -10 이고, 최댓값은 없다.

(4) $x=-2$ 에서 최댓값은 3이고, 최솟값은 없다.

5-1 (1) $y=-x^2+8x$ (2) 16

1-1 (1) $y=2x^2+8x+3$

$=2(x^2+4x)+3$

$=2(x^2+4x+4-4)+3$

$=2(x+2)^2-5$

따라서 축의 방정식은 $x=-2$, 꼭짓점의 좌표는 $(-2, -5)$

(2) $y=-x^2+10x+9$

$=(x^2-10x)+9$

$=(x^2-10x+25-25)+9$

$=(x-5)^2+34$

따라서 축의 방정식은 $x=5$, 꼭짓점의 좌표는 $(5, 34)$

1-2 (1) $y=3x^2+6x+5$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y=5$ 이므로 y 축과의 교점의 좌표는 $(0, 5)$

(2) $y=-2x^2+12x-11$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y=-11$ 이므로 y 축과의 교점의 좌표는 $(0, -11)$

3-1 (1) 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$ 로 놓고 세 점 $(-1, 8)$, $(2, 5)$, $(0, 1)$ 의 좌표를 각각 대입하면

$8=a-b+c$, $5=4a+2b+c$, $1=c$

위의 세 식을 연립하여 풀면

$a=3$, $b=-4$, $c=1$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=3x^2-4x+1$

(2) x 축과 두 점 $(-3, 0)$, $(1, 0)$ 에서 만나므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+3)(x-1)$ 로 놓을 수 있다.

이 함수의 그래프가 점 $(2, -5)$ 를 지나므로

$-5=a(2+3)(2-1)$, $5a=-5$

$\therefore a=-1$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=-(x+3)(x-1)$

$=-x^2-2x+3$

4-1 (3) $y=2x^2-12x+8$

$=2(x^2-6x)+8$

$=2(x^2-6x+9-9)+8$

$=2(x-3)^2-10$

따라서 $x=3$ 에서 최솟값은 -10 이고 최댓값은 없다.

(4) $y=-\frac{1}{2}x^2-2x+1$

$=-\frac{1}{2}(x^2+4x)+1$

$=-\frac{1}{2}(x^2+4x+4-4)+1$

$=-\frac{1}{2}(x+2)^2+3$

따라서 $x=-2$ 에서 최댓값은 3이고, 최솟값은 없다.

5-1 (1) 두 수 중 한 수를 x 라 하면 다른 한 수는 $8-x$ 이므로 $y=x(8-x)=-x^2+8x$

(2) $y=-x^2+8x$

$=(x^2-8x+16-16)$

$=(x-4)^2+16$

이므로 $x=4$ 일 때, 최댓값은 16이다.



나오고 또 나오는 문제

042~045P

1-1 ②

1-2 ④

2-1 ③

2-2 ⑤

2-3 ⑤

3-1 9

3-2 -2

4-1 ④

4-2 ①

5-1 ②

5-2 ②

5-3 ④

6-1 ⑤

6-2 ③

7-1 ②

7-2 ④

8-1 9

8-2 9

8-3 ②

9-1 ③

9-2 $-\frac{4}{9} < a < 0$

10-1 ③

10-2 $\frac{1}{8}$

11-1 20 m

11-2 195 m

12-1 20

12-2 34

1-1 $y=x^2+4x+5$

$=(x^2+4x+4-4)+5$

$=(x+2)^2+1$

이므로 축의 방정식은 $x=-2$, 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 1)$

1-2 $y=-2x^2+8x-2$

$=-2(x^2-4x+4-4)-2$

$=-2(x-2)^2+6$

이므로 축의 방정식은 $x=2$, 꼭짓점의 좌표는 $(2, 6)$

2-1 이차항의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁아지므로 폭이 가장 좁은 것은 이차항의 계수의 절댓값이 가장 큰 ③이다.

2-2 이차항의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어지므로 폭이 가장 넓은 것은 이차항의 계수의 절댓값이 가장 작은 ⑤이다.

2-3 $y=-x^2+3x$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포개어지려면 이차항의 계수가 -1 이어야 한다.

② $y=-(x-4)^2+2=-x^2+8x-14$

④ $y=-(x+1)(x-2)=-x^2+x+2$

⑤ $y=2x^2-x(x+2)=x^2-2x$



3-1 $y = -x^2 - 4x + 3 = -(x+2)^2 + 7$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = -(x-p+2)^2 + 7+q$
 이때, $y = -x^2 - 8x + 2 = -(x+4)^2 + 18$
 즉, $-p+2=4$, $7+q=18$ 이므로
 $p=-2$, $q=11$
 $\therefore p+q = -2+11=9$

3-2 $y = 2x^2 - 4x + 5 = 2(x-1)^2 + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = 2(x-p-1)^2 + 3+q$
 이때, $y = 2x^2 + 12x + 23 = 2(x+3)^2 + 5$
 즉, $-p-1=3$, $3+q=5$ 이므로
 $p=-4$, $q=2$
 $\therefore p+q = -4+2 = -2$

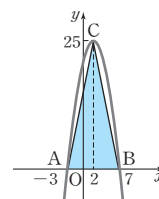
4-1 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x + 1$
 $= -\frac{1}{2}(x-4)^2 + 9$
 이므로 그래프는 꼭짓점의 좌표가 (4, 9), y 축과의 교점의 좌표가 (0, 1)인 위로 볼록한 포물선이다.

4-2 $y = \frac{1}{3}x^2 + 2x + 4$
 $= \frac{1}{3}(x+3)^2 + 1$
 이므로 그래프는 꼭짓점의 좌표가 (-3, 1), y 축과의 교점의 좌표가 (0, 4)인 아래로 볼록한 포물선이다.

5-1 $y = x^2 - x - 6$ 에 $y=0$ 을 대입하면
 $x^2 - x - 6 = 0$, $(x+2)(x-3) = 0$
 $\therefore x = -2$ 또는 $x = 3$
 $A(-2, 0)$, $B(3, 0)$ 이므로
 $\overline{AB} = 3 - (-2) = 5$
 $y = x^2 - x - 6$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y = -6$
 $C(0, -6)$ 이므로 $\overline{OC} = 6$
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{OC}$
 $= \frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15$

5-2 $y = -x^2 - 3x + 4$ 에 $y=0$ 을 대입하면
 $-x^2 - 3x + 4 = 0$
 $x^2 + 3x - 4 = 0$, $(x+4)(x-1) = 0$
 $\therefore x = -4$ 또는 $x = 1$
 $A(-4, 0)$, $B(1, 0)$ 이므로
 $\overline{AB} = 1 - (-4) = 5$
 $y = -x^2 - 3x + 4$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y = 4$
 $C(0, 4)$ 이므로 $\overline{OC} = 4$
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{OC}$
 $= \frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10$

5-3 $y = -x^2 + 4x + 21$ 에 $y=0$ 을 대입하면
 $-x^2 + 4x + 21 = 0$
 $x^2 - 4x - 21 = 0$
 $(x+3)(x-7) = 0$
 $\therefore x = -3$ 또는 $x = 7$
 $A(-3, 0)$, $B(7, 0)$ 이므로
 $\overline{AB} = 7 - (-3) = 10$
 $y = -x^2 + 4x + 21 = -(x-2)^2 + 25$
 이므로 $C(2, 25)$
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times 25$
 $= \frac{1}{2} \times 10 \times 25$
 $= 125$



6-1 그래프의 모양이 위로 볼록하므로 $a < 0$
 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0 \quad \therefore b < 0$
 y 축과의 교점이 x 축보다 위쪽에 있으므로 $c > 0$

6-2 그래프의 모양이 아래로 볼록하므로 $a > 0$
 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0 \quad \therefore b < 0$
 y 축과의 교점이 x 축보다 위쪽에 있으므로 $c > 0$

7-1 $y = -3x^2 - 6x - 6 = -3(x+1)^2 - 3$
 따라서 $x = -1$ 일 때, 최댓값은 -3 이다.

7-2 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3 = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 1$
 따라서 $x = 2$ 일 때, 최솟값은 1 이다.

8-1 주어진 이차함수는 이차항의 계수가 2 이고
 $x = -1$ 일 때, 최솟값이 3 이므로
 $y = 2(x+1)^2 + 3 = 2x^2 + 4x + 5$
 따라서 $a = 4$, $b = 5$ 이므로
 $a + b = 4 + 5 = 9$

8-2 주어진 이차함수는 이차항의 계수가 -1 이고
 $x = 3$ 일 때, 최댓값이 12 이므로
 $y = -(x-3)^2 + 12 = -x^2 + 6x + 3$
 따라서 $a = 6$, $b = 3$ 이므로
 $a + b = 6 + 3 = 9$

8-3 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 일 때, 최댓값이 -3 이므로
 $y = a(x-2)^2 - 3$
 이 함수의 그래프가 점 (3, -5)를 지나므로
 $-5 = a(3-2)^2 - 3$
 $\therefore a = -2$
 따라서 $y = -2(x-2)^2 - 3 = -2x^2 + 8x - 11$ 이므로
 $a = -2$, $b = 8$, $c = -11$
 $\therefore a + b + c = -2 + 8 + (-11) = -5$



9-1 $y=ax^2+bx+c$ 는 $x=2$ 일 때, 최솟값이 -4 이므로

$$y=a(x-2)^2-4$$

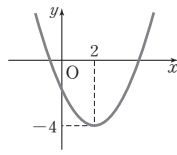
최솟값을 가지려면 $a>0$ ㉠

이 함수의 그래프가 모든 사분면을 지나려면 오른쪽 그림과 같이 y 축과의 교점의 y 좌표가 0보다 작아야 한다.

즉, $y=a(x-2)^2-4$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y=4a-4$ 이므로

$$4a-4<0 \quad \therefore a<1 \quad \dots\dots ㉡$$

㉠, ㉡에 의하여 $0<a<1$



9-2 $y=ax^2+bx+c$ 는 $x=3$ 일 때, 최댓값이 4이므로

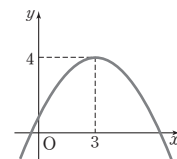
$$y=a(x-3)^2+4$$

최댓값을 가지려면 $a<0$ ㉠

이 함수의 그래프가 모든 사분면을 지나려면 오른쪽 그림과 같이 y 축과의 교점의 y 좌표가 0보다 커야 한다.

즉, $y=a(x-3)^2+4$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $9a+4>0 \quad \therefore a>-\frac{4}{9}$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $-\frac{4}{9}<a<0$



10-1 $y=-x^2+2kx+2k=-(x-k)^2+k^2+2k$

$$\therefore M=k^2+2k=(k+1)^2-1$$

따라서 M 은 $k=-1$ 일 때, 최솟값이 -1 이다.

10-2 $y=2x^2-4kx+k=2(x-k)^2-2k^2+k$

$$\therefore m=-2k^2+k=-2\left(k-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{1}{8}$$

따라서 m 은 $k=\frac{1}{4}$ 일 때, 최댓값이 $\frac{1}{8}$ 이다.

11-1 $y=-5t^2+20t$

$$=-5(t-2)^2+20$$

따라서 $t=2$ 일 때, 최댓값이 20이므로 물로켓이 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 20 m이다.

11-2 $y=-5t^2+30t+150$

$$=-5(t-3)^2+195$$

따라서 $t=3$ 일 때, 최댓값이 195이므로 물체가 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 195 m이다.

12-1 $y=-x^2+2x+8$

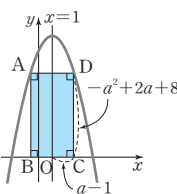
$$=-(x-1)^2+9$$

이므로 그래프의 축의 방정식은 $x=1$ 이다.

점 C의 x 좌표를 a 라 하면 직선 $x=1$ 에서 점 C까지 거리는 $a-1$ 이므로

$$\overline{BC}=2(a-1)=2a-2$$

점 D의 x 좌표는 점 C와 같은 a 이므로 점 D의 y 좌표는 $-a^2+2a+8 \quad \therefore \overline{CD}=-a^2+2a+8$



$\therefore (\square ABCD \text{의 둘레의 길이})$

$$=2(\overline{BC}+\overline{CD})$$

$$=2\{(2a-2)+(-a^2+2a+8)\}$$

$$=2(-a^2+4a+6)$$

$$=-2a^2+8a+12$$

$$=-2(a^2-4a+4-4)+12$$

$$=-2(a-2)^2+20$$

따라서 $a=2$ 일 때, $\square ABCD$ 의 둘레의 길이의 최댓값은 20이다.

12-2 $y=-x^2-6x+7$

$$=-(x+3)^2+16$$

이므로 그래프의 축의 방정식은

$$x=-3 \text{이다.}$$

점 B의 x 좌표를 a 라 하면 직선

$$x=-3 \text{에서 점 B까지 거리는}$$

$$-3-a \text{이므로}$$

$$\overline{BC}=2(-3-a)=-2a-6$$

점 A의 x 좌표는 점 B와 같은 a 이므로 점 A의 y 좌표는

$$-a^2-6a+7 \quad \therefore \overline{AB}=-a^2-6a+7$$

$\therefore (\square ABCD \text{의 둘레의 길이})$

$$=2(\overline{AB}+\overline{BC})$$

$$=2\{(-a^2-6a+7)+(-2a-6)\}$$

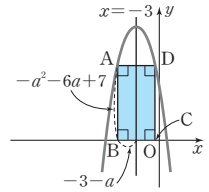
$$=2(-a^2-8a+1)$$

$$=-2a^2-16a+2$$

$$=-2(a^2+8a+16-16)+2$$

$$=-2(a+4)^2+34$$

따라서 $a=-4$ 일 때, $\square ABCD$ 의 둘레의 길이의 최댓값은 34이다.



주제별 알찬 기출 문제

046~053p

1 ④	2 ③	3 ③	4 -5	5 (2, 4)	6 -12
7 ④	8 ②	9 ②	10 3	11 0, 4	12 ③
13 -8	14 ②	15 ③	16 ②	17 ⑤	18 48
19 64	20 ②	21 24	22 $a<0, b>0, c=0$		
23 ④	24 ③	25 ②	26 12	27 ①	28 ③
29 ②	30 ②, ⑤	31 -4	32 -9	33 ⑤	34 ②
35 ②	36 ①	37 $y=-3x^2-18x-7$			38 6
39 $a \leq -\frac{5}{9}$	40 $-\frac{3}{2}$	41 -11, -1			
42 6 m, 1초	43 4초 후	44 18	45 $\frac{81}{2}$	46 34	
47 3	48 64 cm ²	49 700원			

100점 따라잡기

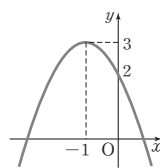
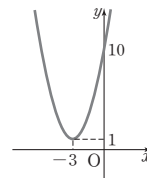
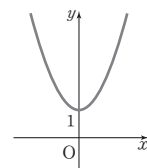
50 64	51 81	52 ③	53 $\frac{5}{3}$	54 10
55 (1) $y=-\frac{1}{2}x+500$	(2) 500원, 125000원			



- 2 $y = -2x^2 - 12x + 3$
 $= -2(x^2 + 6x + 9 - 9) + 3$
 $= -2(x+3)^2 + 21$
 이므로 축의 방정식은 $x = -3$, 꼭짓점의 좌표는 $(-3, 21)$
- 3 $y = x^2 + ax + 8$ 의 그래프가 점 $(1, 5)$ 를 지나므로
 $5 = 1 + a + 8 \quad \therefore a = -4$
 $\therefore y = x^2 - 4x + 8 = (x^2 - 4x + 4 - 4) + 8 = (x-2)^2 + 4$
 따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, 4)$ 이다.
- 4 $y = 2x^2 + ax + 11$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(3, b)$ 이므로
 $y = 2(x-3)^2 + b = 2x^2 - 12x + b + 18$
 따라서 $-12 = a, b + 18 = 11$ 이므로
 $a = -12, b = -7$
 $\therefore a - b = -12 - (-7) = -5$
- 5 $y = ax + b$ 의 그래프가 두 점 $(6, 0), (0, 8)$ 을 지나므로
 $a = (\text{기울기}) = \frac{0-8}{6-0} = -\frac{8}{6} = -\frac{4}{3}$
 $b = (y\text{절편}) = 8$
 $\therefore y = x^2 + 3ax + b = x^2 - 4x + 8$
 $= (x^2 - 4x + 4 - 4) + 8 = (x-2)^2 + 4$
 따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, 4)$ 이다.
- 6 $y = -3x^2 + 12x + k$
 $= -3(x^2 - 4x + 4 - 4) + k$
 $= -3(x-2)^2 + k + 12$
 에서 꼭짓점의 좌표는 $(2, k+12)$ 이고, 꼭짓점이 x 축 위에 있으므로
 $k + 12 = 0 \quad \therefore k = -12$
- 7 이차항의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁아지므로 폭이 가장 좁은 것은 이차항의 계수의 절댓값이 가장 큰 ④이다.
- 8 그래프의 모양이 위로 볼록한 것은 이차항의 계수가 음수인 ②, ④, ⑤이다.
 이 중에서 그래프의 폭이 가장 넓은 것은 이차항의 계수의 절댓값이 가장 작은 ②이다.
- 9 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 4x + 2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포개
 어지려면 이차항의 계수가 $-\frac{1}{3}$ 이어야 한다.
 ② $y = -\frac{1}{3}x(x-3) = -\frac{1}{3}x^2 + x$
 ③ $y = 3(x+2)^2 - \frac{1}{3} = 3x^2 + 12x + \frac{35}{3}$
- 10 $y = x^2 - 2x - 2 = (x-1)^2 - 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y = (x-p-1)^2 - 3 + q$
 이때, $y = x^2 - 6x + 5 = (x-3)^2 - 4$
 즉, $-p-1 = -3, -3+q = -4$ 이므로 $p=2, q=-1$
 $\therefore p-q = 2 - (-1) = 3$

- 11 $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 5 = \frac{1}{2}(x-4)^2 - 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y = \frac{1}{2}(x+2-4)^2 - 3 + 2 = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 1$
 이 함수의 그래프가 점 $(a, 1)$ 을 지나므로
 $1 = \frac{1}{2}(a-2)^2 - 1, (a-2)^2 = 4$
 $a-2 = \pm 2 \quad \therefore a=0 \text{ 또는 } a=4$
- 12 $y = 2x^2 + 3x - 2$ 에 $y=0$ 을 대입하면
 $2x^2 + 3x - 2 = 0, (x+2)(2x-1) = 0$
 $\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$
 $\therefore a = -2, b = \frac{1}{2} \text{ 또는 } a = \frac{1}{2}, b = -2$
 $y = 2x^2 + 3x - 2$ 에 $x=0$ 을 대입하면
 $y = -2 \quad \therefore c = -2$
 $\therefore abc = -2 \times \frac{1}{2} \times (-2) = 2$
- 13 $y = x^2 - 2x + k = (x-1)^2 + k - 1$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x=1$ 이다.
 $\overline{AB}=6$ 이므로 그래프의 축에서 두 점 A, B까지의 거리는 각각 3이다.
 $\therefore A(-2, 0), B(4, 0)$
 따라서 $y = x^2 - 2x + k$ 에 $x = -2, y = 0$ 을 대입하면
 $0 = 4 + 4 + k \quad \therefore k = -8$
- 14 $y = -x^2 + 4x - 5 = -(x-2)^2 - 1$
 이므로 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(2, -1)$, y 축과의 교점의 좌표가 $(0, -5)$ 인 위로 볼록한 포물선이다.

- 15 ① $y = 2x^2 + 1$
 (i) 모양: $\cup$
 (ii) 꼭짓점의 좌표: $(0, 1)$
 (iii) y 축과의 교점의 좌표: $(0, 1)$
 따라서 그래프는 제3사분면과 제4사분면을 지나지 않는다.
- ② $y = (x+3)^2 + 1$
 (i) 모양: $\cup$
 (ii) 꼭짓점의 좌표: $(-3, 1)$
 (iii) y 축과의 교점의 좌표: $(0, 10)$
 따라서 그래프는 제3사분면과 제4사분면을 지나지 않는다.
- ③ $y = -x^2 - 2x + 2 = -(x+1)^2 + 3$
 (i) 모양: $\cap$
 (ii) 꼭짓점의 좌표: $(-1, 3)$
 (iii) y 축과의 교점의 좌표: $(0, 2)$
 따라서 그래프는 모든 사분면을 지난다.





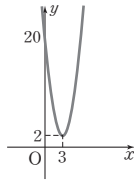
④ $y=2x^2-12x+20=2(x-3)^2+2$

(i) 모양 : $\cup$

(ii) 꼭짓점의 좌표 : (3, 2)

(iii) y 축과의 교점의 좌표 : (0, 20)

따라서 그래프는 제3사분면과 제4사분면을 지나지 않는다.



⑤ $y=-\frac{1}{2}x^2+2x-1$

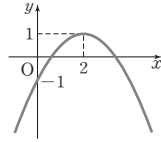
$=-\frac{1}{2}(x-2)^2+1$

(i) 모양 : $\cap$

(ii) 꼭짓점의 좌표 : (2, 1)

(iii) y 축과의 교점의 좌표 : (0, -1)

따라서 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다.

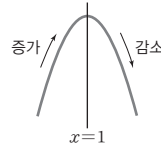


16 $y=2x^2-8x+3=2(x-2)^2-5$

② 이차항의 계수의 절댓값이 같으므로 폭이 같다.

17 $y=-x^2+2x-3=-(x-1)^2-2$

이 함수의 그래프는 위로 볼록한 포물선이고 축의 방정식은 $x=1$ 이다.
따라서 $x>1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.



18 $y=x^2+4x-12$ 에 $y=0$ 을 대입하면

$x^2+4x-12=0, (x+6)(x-2)=0$

$\therefore x=-6$ 또는 $x=2$

$A(-6, 0), B(2, 0)$ 이므로 $\overline{AB}=2-(-6)=8$

$y=x^2+4x-12$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y=-12$

$C(0, -12)$ 이므로 $\overline{OC}=12$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{OC}=\frac{1}{2} \times 8 \times 12=48$

19 $y=-x^2+6x+7$ 에 $y=0$ 을 대입하면

$-x^2+6x+7=0, x^2-6x-7=0$

$(x+1)(x-7)=0 \therefore x=-1$ 또는 $x=7$

$A(-1, 0), B(7, 0)$ 이므로 $\overline{AB}=7-(-1)=8$

$y=-x^2+6x+7=-(x-3)^2+16$

이므로 $C(3, 16)$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times 16=\frac{1}{2} \times 8 \times 16=64$

20 $y=x^2-2x-3$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y=-3$

$A(0, -3)$ 이므로 $\overline{OA}=3$

$y=x^2-2x-3$ 에 $y=0$ 을 대입하면

$x^2-2x-3=0, (x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=3 \therefore B(-1, 0), C(3, 0)$

$y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$ 이므로 직선 l 의 방정식은 $x=1$

따라서 직선 l 과 x 축의 교점 P 의 좌표는 $P(1, 0)$

즉, $\overline{PC}=3-1=2$

$\therefore \triangle ACP=\frac{1}{2} \times \overline{PC} \times \overline{OA}=\frac{1}{2} \times 2 \times 3=3$

21 $y=-\frac{1}{2}x^2-4x+2=-\frac{1}{2}(x+4)^2+10$

에서 $A(-4, 10), B(-4, 0)$ 이므로 $\overline{AB}=10, \overline{BO}=4$

$y=-\frac{1}{2}x^2-4x+2$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y=2$

$C(0, 2)$ 이므로 $\overline{CO}=2$

$\therefore \square ABOC=\frac{1}{2} \times (\overline{AB}+\overline{CO}) \times \overline{BO}$

$=\frac{1}{2} \times (10+2) \times 4=24$

22 그래프의 모양이 위로 볼록하므로 $a<0$

축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0 \therefore b>0$

y 축과의 교점이 원점이므로 $c=0$

23 그래프의 모양이 아래로 볼록하므로 $a>0$

축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0 \therefore b<0$

y 축과의 교점이 x 축보다 아래쪽에 있으므로 $c<0$

① $ab<0$ ② $ac<0$ ③ $\frac{b}{c}>0$

④ $x=-1$ 일 때, $y>0$ 이므로 $a-b+c>0$

⑤ $x=2$ 일 때, $y<0$ 이므로 $4a+2b+c<0$

24 $a>0$ 이므로 그래프의 모양이 아래로 볼록하고 a, b 의 부호가 같으므로 축이 y 축의 왼쪽에 있다. 또, $c<0$ 이므로 y 축과의 교점이 x 축보다 아래쪽에 있다.

따라서 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프로 가장 알맞은 것은 ③이다.

25 $y=ax+b$ 의 그래프에서 (기울기) $<0, (y절편)>0$ 이므로

$a<0, b>0$

따라서 $y=bx^2+ax+b-a$ 의 그래프는 $b>0$ 이므로 그래프의 모양이 아래로 볼록하고 a, b 의 부호가 다르므로 축이 y 축의 오른쪽에 있다. 또, y 축과의 교점의 좌표가 $(0, b-a)$ 이고 $b-a>0$ 이므로 x 축보다 위쪽에 있다.

따라서 $y=bx^2+ax+b-a$ 의 그래프로 가장 알맞은 것은 ②이다.

26 꼭짓점의 좌표가 $(-2, -3)$ 이므로 이차함수의 식을

$y=a(x+2)^2-3$ 으로 놓을 수 있다.

이 함수의 그래프가 점 $(0, 3)$ 을 지나므로

$3=a(0+2)^2-3, 4a=6 \therefore a=\frac{3}{2}$

$\therefore y=\frac{3}{2}(x+2)^2-3=\frac{3}{2}x^2+6x+3$

따라서 $a=\frac{3}{2}, b=6, c=3$ 이므로

$2a+b+c=3+6+3=12$

27 조건 (가)에서 직선 $x=-1$ 을 축으로 하므로 꼭짓점의 x 좌표는 -1 이다.

조건 (나)에서 꼭짓점은 직선 $y=3x+5$ 위에 있으므로 꼭짓점의 y 좌표는 $y=3 \times (-1)+5=2$



따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 2)$ 이고, 조건 (다)에서 이차함수의 계수는 -2 이므로 구하는 이차함수의 식은

$$y = -2(x+1)^2 + 2 = -2x^2 - 4x$$

즉, $a = -2, b = -4, c = 0$ 이므로

$$a + b + c = -2 + (-4) + 0 = -6$$

- 28** 구하는 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 로 놓고 세 점 $(0, 3), (-1, 11), (2, -1)$ 의 좌표를 각각 대입하면

$$3 = c, 11 = a - b + c, -1 = 4a + 2b + c$$

위의 세 식을 연립하여 풀면 $a = 2, b = -6, c = 3$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y = 2x^2 - 6x + 3$

[다른 풀이]

구하는 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 로 놓고 $x = 0, y = 3$ 을 대입하면 $c = 3$

즉, $y = ax^2 + bx + 3$ 에 두 점 $(-1, 11), (2, -1)$ 의 좌표를 각각 대입하면

$$11 = a - b + 3, -1 = 4a + 2b + 3$$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a = 2, b = -6$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y = 2x^2 - 6x + 3$

- 29** x 축과 두 점 $(-2, 0), (3, 0)$ 에서 만나므로 구하는 이차함수의 식을 $y = a(x+2)(x-3)$ 으로 놓을 수 있다.

이 함수의 그래프가 점 $(0, 6)$ 을 지나므로

$$6 = a(0+2)(0-3), -6a = 6 \quad \therefore a = -1$$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$$y = -(x+2)(x-3) = -x^2 + x + 6$$

- 30** 이차함의 계수가 음수인 이차함수는 최댓값이 존재하고 최솟값은 없다.

31 $y = 2x^2 - 12x + 11 = 2(x-3)^2 - 7$

따라서 $x = 3$ 일 때, 최솟값은 -7 이므로 $m = 3, n = -7$

$$\therefore m + n = 3 + (-7) = -4$$

- 32** $y = -3x^2 + 12x - 12 = -3(x-2)^2$ 이므로 $x = 2$ 일 때, 최댓값은 0 이다.

$$\therefore a = 0$$

$y = x^2 - 6x = (x-3)^2 - 9$ 이므로 $x = 3$ 일 때 최솟값은 -9 이다.

$$\therefore b = -9$$

$$\therefore a + b = 0 + (-9) = -9$$

33 $y = 3x^2 - 6x + 2 = 3(x-1)^2 - 1$

⑤ $x = 1$ 일 때, 최솟값이 -1 이다.

- 34** $y = -x^2 - 2kx + k = -(x+k)^2 + k^2 + k$ 이므로 $x = -k$ 일 때, 최댓값은 $k^2 + k$ 이다.

최댓값이 6 이므로 $k^2 + k = 6$

$$k^2 + k - 6 = 0, (k+3)(k-2) = 0 \quad \therefore k = 2 (\because k > 0)$$

- 35** 주어진 이차함수는 이차항의 계수가 $\frac{1}{2}$ 이고

$x = 2$ 일 때, 최솟값이 $-\frac{3}{2}$ 이므로

$$y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}x^2 - 2x + \frac{1}{2}$$

따라서 $a = -2, b = \frac{1}{2}$ 이므로

$$ab = -2 \times \frac{1}{2} = -1$$

- 36** $y = -x^2 + 2(a-1)x - 14$ 는 $x = 4$ 일 때, 최댓값이 b 이므로

$$y = -(x-4)^2 + b = -x^2 + 8x + b - 16$$

따라서 $2(a-1) = 8, -14 = b - 16$ 이므로

$$a = 5, b = 2$$

$$\therefore a + b = 5 + 2 = 7$$

- 37** $x = -3$ 일 때, 최댓값이 20 이므로

$$y = a(x+3)^2 + 20$$

이 함수의 그래프가 점 $(-1, 8)$ 을 지나므로

$$8 = a(-1+3)^2 + 20, 4a = -12 \quad \therefore a = -3$$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$$y = -3(x+3)^2 + 20 = -3x^2 - 18x - 7$$

- 38** $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(2, 0), (4, 0)$ 에서 만나므로 축의 방정식은

$$x = \frac{2+4}{2} = 3$$

이때, 최솟값이 -2 이므로 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3, -2)$ 이다.

따라서 $y = a(x-3)^2 - 2$ 에 $x = 2, y = 0$ 을 대입하면

$$0 = a(2-3)^2 - 2 \quad \therefore a = 2$$

$$y = 2(x-3)^2 - 2 = 2x^2 - 12x + 16 \text{에서}$$

$$a = 2, b = -12, c = 16 \text{이므로}$$

$$a + b + c = 2 + (-12) + 16 = 6$$

- 39** $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = -3$ 일 때, 최댓값이 5 이므로

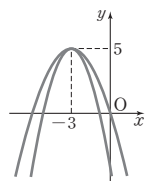
$$y = a(x+3)^2 + 5$$

최댓값을 가지려면 $a < 0$ ㉠

이 함수의 그래프가 제1사분면을 지나지 않으려면 오른쪽 그림과 같이 원점을 지나거나 y 축과의 교점의 y 좌표가 0 보다 작아야 한다. 즉, $y = a(x+3)^2 + 5$ 에 $x = 0$ 을 대입하면 $y = 9a + 5$ 이므로

$$9a + 5 \leq 0 \quad \therefore a \leq -\frac{5}{9} \quad \dots\dots ㉡$$

㉠, ㉡에 의하여 $a \leq -\frac{5}{9}$





40 $y = 2x^2 + 2kx + k - 2 = 2\left(x + \frac{k}{2}\right)^2 - \frac{k^2}{2} + k - 2$

$\therefore m = -\frac{1}{2}k^2 + k - 2 = -\frac{1}{2}(k-1)^2 - \frac{3}{2}$

따라서 m 은 $k=1$ 일 때, 최댓값이 $-\frac{3}{2}$ 이다.

41 $y = -x^2 - 4ax + 8a - 7 = -(x+2a)^2 + 4a^2 + 8a - 7$

$\therefore M = 4a^2 + 8a - 7 = 4(a+1)^2 - 11$

따라서 M 의 최솟값은 -11 이고, 그때의 a 의 값은 -1 이다.

42 $y = -5t^2 + 10t + 1 = -5(t-1)^2 + 6$

따라서 $t=1$ 일 때, 최댓값이 6이므로 야구공이 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 6 m이고, 그때까지 걸린 시간은 1초이다.

43 $y = -5x^2 + 40x = -5(x-4)^2 + 80$ 이므로 4초 후에 물로켓은 최고 높이에 도달한다.

물로켓이 x 초 후에 다시 지면에 떨어진다고 하면

$-5x^2 + 40x = 0, x(x-8) = 0$

$\therefore x = 8 (\because x > 0)$

따라서 최고 높이에 도달한 지 4초 후에 다시 지면에 떨어진다.

44 점 P의 좌표를 $P(x, -2x+12)$ 라 하고 $\square OQPR$ 의 넓이를 y 라 하면

$y = x(-2x+12)$

$= -2x^2 + 12x$

$= -2(x-3)^2 + 18$ (단, $0 < x < 6$)

따라서 $x=3$ 일 때, $\square OQPR$ 의 넓이의 최댓값은 18이다.

45 오른쪽 그림에서 $\triangle BED$ 와 $\triangle CFG$ 는 합동인 직각이등변삼각형이므로 $\overline{BE} = x$ 라 하면 $\overline{DE} = x, \overline{EF} = 18 - 2x$

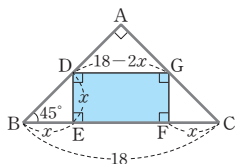
$\square DEFG$ 의 넓이를 y 라 하면

$y = x(18 - 2x)$

$= -2x^2 + 18x$

$= -2\left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + \frac{81}{2}$ (단, $0 < x < 9$)

따라서 $x = \frac{9}{2}$ 일 때, $\square DEFG$ 의 넓이의 최댓값은 $\frac{81}{2}$ 이다.



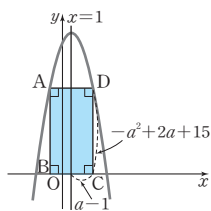
46 $y = -x^2 + 2x + 15$
 $= -(x^2 - 2x + 1 - 1) + 15$
 $= -(x-1)^2 + 16$

이므로 그래프의 축의 방정식은 $x=1$ 이다.

점 C의 x 좌표를 a 라 하면

직선 $x=1$ 에서 점 C까지 거리는 $a-1$ 이므로

$\overline{BC} = 2(a-1) = 2a-2$



점 D의 x 좌표는 점 C와 같은 a 이므로 점 D의 y 좌표는 $-a^2 + 2a + 15$

$\therefore \overline{CD} = -a^2 + 2a + 15$

$\therefore (\square ABCD \text{의 둘레의 길이})$

$= 2(\overline{BC} + \overline{CD})$

$= 2\{(2a-2) + (-a^2 + 2a + 15)\}$

$= 2(-a^2 + 4a + 13)$

$= -2(a-2)^2 + 34$

따라서 $a=2$ 일 때, $\square ABCD$ 의 둘레의 길이의 최댓값은 34이다.

47 $3x + y = 6$ 에서 $y = 6 - 3x$ 이므로

$xy = x(6 - 3x) = -3x^2 + 6x = -3(x-1)^2 + 3$

따라서 $x=1$ 일 때, xy 의 최댓값은 3이다.

48 직사각형의 가로의 길이를 x cm라 하면 세로의 길이는 $(16-x)$ cm이다.

직사각형의 넓이를 y cm²라 하면

$y = x(16-x) = -x^2 + 16x$

$= -(x-8)^2 + 64$ (단, $0 < x < 16$)

따라서 $x=8$ 일 때, 직사각형의 최대 넓이는 64 cm²이다.

49 총 판매 금액을 y 원이라 하면 가격을 한 개당 x 원 올릴 때 $3x$ 개 적게 팔리므로

$y = (400+x)(3000-3x)$

$= -3x^2 + 1800x + 1200000$

$= -3(x-300)^2 + 1470000$

따라서 $x=300$ 일 때, 총 판매 금액이 최대가 되므로 아이스크림 한 개의 판매 가격은

$400 + 300 = 700$ (원)

100점 따라잡기

50 $y = x^2 - 8x = (x-4)^2 - 16$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x=4$ 이고 꼭짓점의 좌표는 $(4, -16)$ 이다.

즉, $y = x^2 - 8x$ 의 그래프는 직선

$x=4$ 에 대칭이므로 오른쪽 그림에서

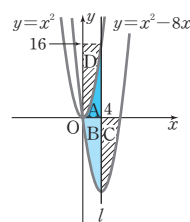
두 부분 B, C의 넓이는 서로 같다.

또, $y = x^2 - 8x$ 의 그래프를 평행이동하면 $y = x^2$ 의 그래프와 포개어지므로 두 부분 C, D의 넓이는 서로 같다.

$\therefore (\text{색칠한 부분의 넓이}) = (\text{두 부분 A, B의 넓이의 합})$

$= (\text{두 부분 A, D의 넓이의 합})$

$= 4 \times 16 = 64$



51 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 2x + 9 = -\frac{1}{3}(x-3)^2 + 12$

에서 A(3, 12)

$y = -\frac{1}{3}x^2 + 2x + 9$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y=9$

$\therefore B(0, 9)$



$y = -\frac{1}{3}x^2 + 2x + 9$ 에 $y=0$ 을 대입하면

$$-\frac{1}{3}x^2 + 2x + 9 = 0, x^2 - 6x - 27 = 0$$

$$(x+3)(x-9) = 0 \quad \therefore x = -3 \text{ 또는 } x = 9$$

$$\therefore C(-3, 0), D(9, 0)$$

$$\therefore \square ABCD = \triangle BCO + \triangle ABO + \triangle AOD$$

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 9 + \frac{1}{2} \times 9 \times 3 + \frac{1}{2} \times 9 \times 12$$

$$= \frac{27}{2} + \frac{27}{2} + 54 = 81$$

- 52 $y = x^2 + 2kx + 3 = (x+k)^2 - k^2 + 3$ 에서 최솟값은 $x = -k$ 일 때, $-k^2 + 3$ 이다. 이때, 최솟값이 양수가 되려면 $-k^2 + 3 > 0, k^2 < 3$ 따라서 최솟값이 양수가 되도록 하는 정수 k 는 $-1, 0, 1$ 의 3개이다.

- 53 점 A의 x 좌표를 a 라 하면 두 점 A, B의 y 좌표는 각각 $\frac{3}{4}a^2 + 3a + 5, a + 2$ 이므로

$$\overline{AB} = \left(\frac{3}{4}a^2 + 3a + 5 \right) - (a + 2) = \frac{3}{4}a^2 + 2a + 3$$

$$= \frac{3}{4} \left(a^2 + \frac{8}{3}a + \frac{16}{9} - \frac{16}{9} \right) + 3 = \frac{3}{4} \left(a + \frac{4}{3} \right)^2 + \frac{5}{3}$$

따라서 $a = -\frac{4}{3}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이의 최솟값은 $\frac{5}{3}$ 이다.

- 54 색칠한 부분의 세로의 길이가 x cm이므로 가로의 길이는 $(40 - 2x)$ cm이다.

색칠한 부분의 넓이를 y cm²이라 하면

$$y = x(40 - 2x) = -2x^2 + 40x$$

$$= -2(x - 10)^2 + 200 \quad (\text{단, } 0 < x < 20)$$

따라서 $x = 10$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이가 200 cm²로 최대가 된다.

- 55 (1) 주어진 그래프는 직선이므로 일차함수의 식을 $y = ax + b$ 로 놓을 수 있다.

이 그래프가 두 점 (500, 250), (600, 200)을 지나므로

$$250 = 500a + b \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$200 = 600a + b \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{을 연립하여 풀면 } a = -\frac{1}{2}, b = 500$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x + 500$$

- (2) 하루 판매 수입을 S 원이라 하면

$$S = xy = x \left(-\frac{1}{2}x + 500 \right)$$

$$= -\frac{1}{2}x^2 + 500x$$

$$= -\frac{1}{2}(x - 500)^2 + 125000$$

따라서 상품의 단가가 500원일 때, 하루 최대 수입액은 125000원이다.



1 (1) $y = -(x-1)^2 + 3$ (2) (1, 3) (3) (0, 2) (4) 해설 참조

2 (1) $y = -2x^2 + 200x + 40000$ (2) 45000원 (3) 150원

3 5 3-1 -20

4 $y = 2x^2 + 12x + 20$ 4-1 $y = 3x^2 - 18x + 10$

5 30 5-1 6 6 $0 < a < 4$ 6-1 $-2 < a < 0$

7 기본 $x = 1$ 일 때 최솟값은 5이다. 발전 7 심화 4

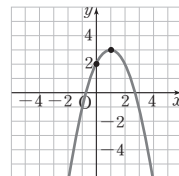
- 1 (1) $y = -x^2 + 2x + 2$
 $= -(x^2 - 2x + 1 - 1) + 2$
 $= -(x-1)^2 + 3$

(2) 꼭짓점의 좌표는 (1, 3)이다.

(3) $y = -x^2 + 2x + 2$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y=2$

따라서 y 축과 만나는 점의 좌표는 (0, 2)이다.

(4) 꼭짓점의 좌표가 (1, 3), y 축과 만나는 점의 좌표가 (0, 2)이고 위로 볼록한 포물선이므로 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같다.



- 2 (1) 가격을 한 개당 x 원 올리면 $2x$ 개 적게 팔리므로
 $y = (100 + x)(400 - 2x) = -2x^2 + 200x + 40000$

(2) $y = -2x^2 + 200x + 40000$

$$= -2(x^2 - 100x + 2500 - 2500) + 40000$$

$$= -2(x - 50)^2 + 45000$$

따라서 총 판매 금액의 최댓값은 45000원이다.

(3) $x = 50$ 일 때, 총 판매 금액이 최대가 되므로 상품 한 개의 판매 가격은 $100 + 50 = 150$ (원)

- 3 $y = x^2 - 2x + m$
 $= (x^2 - 2x + 1 - 1) + m$
 $= (x-1)^2 + m - 1$

이므로 꼭짓점의 좌표는 (1, $m-1$) ①

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + nx + \frac{5}{2}$$

$$= -\frac{1}{2}(x^2 - 2nx + n^2 - n^2) + \frac{5}{2}$$

$$= -\frac{1}{2}(x-n)^2 + \frac{1}{2}n^2 + \frac{5}{2}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(n, \frac{1}{2}n^2 + \frac{5}{2} \right)$ ②

두 그래프의 꼭짓점이 일치하므로

$$n = 1, m - 1 = \frac{1}{2}n^2 + \frac{5}{2} \text{에서 } m = 4$$

$$\therefore m + n = 4 + 1 = 5 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

단계	채점 요소	배점
①	$y = x^2 - 2x + m$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표 구하기	3점
②	$y = -\frac{1}{2}x^2 + nx + \frac{5}{2}$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표 구하기	3점
③	$m+n$ 의 값 구하기	2점



3-1 $y = -x^2 + 6x + m$
 $= -(x^2 - 6x + 9 - 9) + m$
 $= -(x-3)^2 + m + 9$
 이므로 꼭짓점의 좌표는
 $(3, m+9)$ ①

$y = 2x^2 + nx + 19$
 $= 2\left(x^2 + \frac{n}{2}x + \frac{n^2}{16} - \frac{n^2}{16}\right) + 19$
 $= 2\left(x + \frac{1}{4}n\right)^2 - \frac{1}{8}n^2 + 19$
 이므로 꼭짓점의 좌표는
 $\left(-\frac{1}{4}n, -\frac{1}{8}n^2 + 19\right)$ ②

두 그래프의 꼭짓점이 일치하므로
 $3 = -\frac{1}{4}n, m+9 = -\frac{1}{8}n^2 + 19$
 $\therefore m = -8, n = -12$
 $\therefore m+n = -8 + (-12) = -20$ ③

단계	채점 요소	배점
①	$y = -x^2 + 6x + m$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표 구하기	3점
②	$y = 2x^2 + nx + 19$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표 구하기	3점
③	$m+n$ 의 값 구하기	2점

4 $y = 2x^2 + 4x + 1$
 $= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) + 1$
 $= 2(x+1)^2 - 1$ ①
 이 그래프를 x 축의 방향으로 -2만큼, y 축의 방향으로 3만큼
 평행이동한 그래프의 식은
 $y = 2(x+2+1)^2 - 1 + 3$
 $= 2(x+3)^2 + 2$
 $= 2(x^2 + 6x + 9) + 2$
 $= 2x^2 + 12x + 20$ ②

단계	채점 요소	배점
①	주어진 이차함수의 식을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 나타내기	3점
②	평행이동한 그래프의 식 구하기	5점

4-1 $y = 3x^2 - 12x - 2$
 $= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) - 2$
 $= 3(x-2)^2 - 14$ ①
 이 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -3만큼
 평행이동한 그래프의 식은
 $y = 3(x-1-2)^2 - 14 - 3$
 $= 3(x-3)^2 - 17$
 $= 3(x^2 - 6x + 9) - 17$
 $= 3x^2 - 18x + 10$ ②

단계	채점 요소	배점
①	주어진 이차함수의 식을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 나타내기	3점
②	평행이동한 그래프의 식 구하기	5점

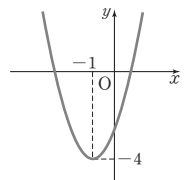
5 $y = -\frac{5}{32}x^2 + \frac{5}{8}x + 5$ 에 $y=0$ 을 대입하면
 $-\frac{5}{32}x^2 + \frac{5}{8}x + 5 = 0, x^2 - 4x - 32 = 0$
 $(x+4)(x-8) = 0 \quad \therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 8$
 $A(-4, 0), B(8, 0)$ 이므로
 $\overline{AB} = 8 - (-4) = 12$ ①
 $y = -\frac{5}{32}x^2 + \frac{5}{8}x + 5$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y=5$
 $C(0, 5)$ 이므로 $\overline{OC} = 5$ ②
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{OC}$
 $= \frac{1}{2} \times 12 \times 5$
 $= 30$ ③

단계	채점 요소	배점
①	$\overline{AB}$ 의 길이 구하기	4점
②	$\overline{OC}$ 의 길이 구하기	2점
③	$\triangle ABC$ 의 넓이 구하기	2점

5-1 $y = \frac{2}{5}x^2 + \frac{8}{5}x - 2$ 에 $y=0$ 을 대입하면
 $\frac{2}{5}x^2 + \frac{8}{5}x - 2 = 0, x^2 + 4x - 5 = 0$
 $(x+5)(x-1) = 0 \quad \therefore x = -5 \text{ 또는 } x = 1$
 $A(-5, 0), B(1, 0)$ 이므로
 $\overline{AB} = 1 - (-5) = 6$ ①
 $y = \frac{2}{5}x^2 + \frac{8}{5}x - 2$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y=-2$
 $C(0, -2)$ 이므로 $\overline{OC} = 2$ ②
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{OC}$
 $= \frac{1}{2} \times 6 \times 2$
 $= 6$ ③

단계	채점 요소	배점
①	$\overline{AB}$ 의 길이 구하기	4점
②	$\overline{OC}$ 의 길이 구하기	2점
③	$\triangle ABC$ 의 넓이 구하기	2점

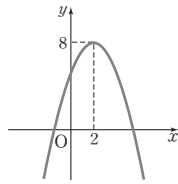
6 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = -1$ 일 때, 최솟값이 -4이므로
 $y = a(x+1)^2 - 4$ ①
 최솟값을 가지려면 $a > 0$ ㉠
 이 함수의 그래프가 모든 사분면을 지나
 려면 오른쪽 그림과 같이 y 축과의 교점
 의 y 좌표가 0보다 작아야 한다. ②
 즉, $y = a(x+1)^2 - 4$ 에 $x=0$ 을 대입
 하면
 $y = a - 4$ 이므로
 $a - 4 < 0 \quad \therefore a < 4$ ㉡
 ㉠, ㉡에 의하여 $0 < a < 4$ ③



단계	채점 요소	배점
①	$y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 나타내기	2점
②	y 축과의 교점의 위치 구하기	3점
③	a 의 값의 범위 구하기	3점



6-1 $y=ax^2+bx+c$ 는 $x=2$ 일 때, 최댓값이 8이므로
 $y=a(x-2)^2+8$ ①
 최댓값을 가지려면 $a<0$ ㉠
 이 함수의 그래프가 모든 사분면을 지나
 려면 오른쪽 그림과 같이 y 축과의 교점
 의 y 좌표가 0보다 커야 한다. ②
 즉, $y=a(x-2)^2+8$ 에 $x=0$ 을 대입
 하면
 $y=4a+8$ 이므로
 $4a+8>0 \quad \therefore a>-2$ ㉡
 ㉠, ㉡에 의하여 $-2<a<0$ ③



단계	채점 요소	배점
①	$y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 나타내기	2점
②	y 축과의 교점의 위치 구하기	3점
③	a 의 값의 범위 구하기	3점

7 기본 $y=3x^2-6x+8$
 $=3(x^2-2x+1-1)+8$
 $=3(x-1)^2+5$ ①
 따라서 $x=1$ 일 때, 최솟값은 5이다. ②

단계	채점 요소	배점
①	$y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 나타내기	3점
②	최솟값과 그때의 x 의 값 구하기	2점

발전 $y=-2x^2+16x-2k-5$
 $=-2(x^2-8x+16-16)-2k-5$
 $=-2(x-4)^2+27-2k$
 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(4, 27-2k)$ ①
 $2x-y=1$ 에 $x=4, y=27-2k$ 를 대입하면
 $2 \times 4 - (27-2k) = 1, 2k=20 \quad \therefore k=10$ ②
 따라서 구하는 이차함수의 최댓값은
 $27-2k=27-2 \times 10=7$ ③

단계	채점 요소	배점
①	꼭짓점의 좌표 구하기	2점
②	k 의 값 구하기	3점
③	이차함수의 최댓값 구하기	3점

심화 $y=\frac{1}{2}x^2+4x+a$
 $=\frac{1}{2}(x^2+8x+16-16)+a$
 $=\frac{1}{2}(x+4)^2+a-8$ ①
 이 그래프의 축의 방정식은 $x=-4$ 이고, $\overline{AB}=4$ 이므로 그
 래프의 축에서 두 점 A, B까지의 거리는 각각 2이다.
 $\therefore A(-6, 0), B(-2, 0)$ ②
 $y=\frac{1}{2}x^2+4x+a$ 에 $x=-2, y=0$ 을 대입하면
 $0=\frac{1}{2} \times (-2)^2+4 \times (-2)+a$
 $0=-6+a \quad \therefore a=6$
 $x=-4$ 일 때, 최댓값은 $a-8$ 이므로
 $m=a-8=6-8=-2$
 $\therefore a+m=6+(-2)=4$ ③

단계	채점 요소	배점
①	$y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 나타내기	4점
②	두 점 A, B의 좌표 구하기	3점
③	$a+m$ 의 값 구하기	3점

중단원 말한 예상 문제

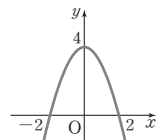
056~057P

1 ⑤ 2 ② 3 ③ 4 ⑤ 5 ⑤ 6 ③
 7 ④ 8 ② 9 ② 10 ② 11 ④

주관식 문제

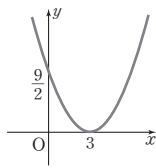
12 9 13 4 14 해설 참조

- $y=ax+b$ 의 그래프가 두 점 $(-2, 0), (0, 4)$ 를 지나므로
 $a=(기울기)=\frac{4-0}{0-(-2)}=\frac{4}{2}=2$
 $b=(y절편)=4$
 $\therefore y=x^2-ax+b=x^2-2x+4$
 $= (x^2-2x+1-1)+4=(x-1)^2+3$
 따라서 꼭짓점의 좌표는 $(1, 3)$ 이다.
- ㄷ. $y=\frac{3}{5}(x-4)^2=\frac{3}{5}x^2-\frac{24}{5}x+\frac{48}{5}$
 ㄴ. $y=-2(x-1)^2+6=-2x^2+4x+4$
 이차항의 계수의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓어지므로 폭이 넓은 것부터 차례로 나열하면
 ㄱ, ㄷ, ㄴ, ㄹ
- $y=2x^2-12x+10$
 $=2(x^2-6x+9-9)+10$
 $=2(x-3)^2-8$
 이므로 이 그래프는 $y=2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -8 만큼 평행이동한 것이다.
 즉, $m=3, n=-8$ 이므로
 $m+n=3+(-8)=-5$
- $y=x^2-4x+k=(x-2)^2+k-4$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x=2$ 이다.
 $\overline{AB}=8$ 이므로 그래프의 축에서 두 점 A, B까지의 거리는 각각 4이다.
 $\therefore A(-2, 0), B(6, 0)$
 따라서 $y=x^2-4x+k$ 에 $x=-2, y=0$ 을 대입하면
 $0=4+8+k \quad \therefore k=-12$
- ① $y=-x^2+4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, 4)$ 이고 x 축과의 교점의 좌표는 $(-2, 0), (2, 0)$ 이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



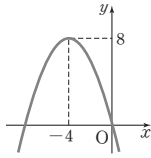


- ② $y = \frac{1}{2}(x-3)^2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 (3, 0)이고 y 축과의 교점의 좌표는 $(0, \frac{9}{2})$ 이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



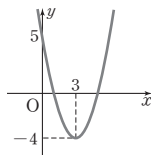
③ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 4x$
 $= -\frac{1}{2}(x+4)^2 + 8$

의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 (-4, 8)이고 y 축과의 교점의 좌표는 (0, 0)이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



④ $y = x^2 - 6x + 5$
 $= (x-3)^2 - 4$

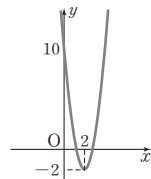
의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 (3, -4)이고 y 축과의 교점의 좌표는 (0, 5)이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



⑤ $y = -2x^2 - 8x + 7$
 $= -2(x+2)^2 + 15$

의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 (-2, 15)이고 y 축과의 교점의 좌표는 (0, 7)이므로 그래프는 주어진 그림과 같다.

- 6 $y = 3x^2 - 12x + 10 = 3(x-2)^2 - 2$
 이므로 그래프의 꼭짓점의 좌표는 (2, -2)이고 y 축과의 교점의 좌표는 (0, 10)이다.
 따라서 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제3사분면을 지나지 않는다.



- 7 그래프의 모양이 아래로 볼록하므로 $a > 0$
 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $a \times (-b) > 0 \quad \therefore b < 0$
 y 축과의 교점이 x 축보다 아래쪽에 있으므로 $c < 0$
 ① $a > 0$ ② $ac < 0$ ③ $abc > 0$
 ④ $x = -1$ 일 때, $y < 0$ 이므로 $a + b + c < 0$
 ⑤ $x = -2$ 일 때, $y = 0$ 이므로 $4a + 2b + c = 0$

- 8 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 5 = -\frac{1}{2}(x-2)^2 - 3$
 ① 축의 방정식은 $x=2$ 이다.
 ③ $y=2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다.
 ④ $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 포갤 수 있다.
 ⑤ $x > 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

- 9 $y = -x^2 + 6x + q - 1 = -(x-3)^2 + q + 8$
 따라서 $x=3$ 일 때, 최댓값이 $q+8$ 이므로
 $p=3, q+8=4 \quad \therefore p=3, q=-4$
 $\therefore p+q=3+(-4)=-1$

- 10 $y = ax^2 + bx + c$ 에 세 점 (-1, 2), (0, -1), (1, -6)의 좌표를 각각 대입하면

$2 = a - b + c, -1 = c, -6 = a + b + c$
 위의 세 식을 연립하여 풀면 $a = -1, b = -4, c = -1$
 따라서 주어진 이차함수의 식은
 $y = -x^2 - 4x - 1 = -(x+2)^2 + 3$
 이므로 $x = -2$ 일 때, 최댓값은 3이다.

- 11 닭장의 세로의 길이를 x m라 하면 가로 길이는 $(12-2x)$ m이다.
 닭장의 넓이를 y m²라 하면
 $y = x(12-2x)$
 $= -2x^2 + 12x$
 $= -2(x-3)^2 + 18$ (단, $0 < x < 6$)
 따라서 $x=3$ 일 때, 닭장의 최대 넓이는 18 m²이다.

주관식 문제

- 12 $y = 2x^2 + ax + b = 2(x+1)^2 + 3 = 2x^2 + 4x + 5$
 따라서 $a=4, b=5$ 이므로
 $a+b=4+5=9$

- 13 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + k = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + k + 2$
 이므로 A(2, $k+2$) ①
 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + k$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y=k$ 이므로
 B(0, k) ②
 $\triangle ABO$ 의 넓이가 4이므로
 $\triangle ABO = \frac{1}{2} \times k \times 2 = 4$
 $\therefore k=4$ ③

단계	채점 요소	배점율
①	점 A의 좌표를 k 에 대한 식으로 나타내기	40%
②	점 B의 좌표를 k 에 대한 식으로 나타내기	30%
③	k 의 값 구하기	30%

- 14 **예시답안** (i) 단면의 모양이 직사각형인 경우
 직사각형의 가로의 길이를 x cm, 넓이를 y cm²라 하면
 세로의 길이는 $(16-x)$ cm이므로
 $y = x(16-x) = -x^2 + 16x$
 $= -(x^2 - 16x + 64 - 64) = -(x-8)^2 + 64$
 따라서 가로와 세로의 길이를 각각 8 cm로 할 때 단면의 넓이가 최대가 되고, 이때의 단면의 넓이는 64 cm²이다.
 (ii) 단면의 모양이 원인 경우
 원의 반지름의 길이를 x cm라 하면 원주의 길이가 32 cm이므로
 $2\pi x = 32, x = \frac{16}{\pi}$
 따라서 원의 반지름의 길이는 $\frac{16}{\pi}$ cm이고, 원의 넓이는
 $\pi \times \left(\frac{16}{\pi}\right)^2 = \frac{256}{\pi}$ (cm²)이므로 약 82 cm²이다.
 (i), (ii)에 의해 배수관의 단면의 모양이 원일 때의 단면의 넓이가 직사각형일 때의 단면의 넓이보다 더 넓다.



1 ③

2 ⑤

3 ②

4 ④

5 14

6 ④

$$1 \quad y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 1$$

$$= \frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4 - 4) - 1$$

$$= \frac{1}{2}(x-2)^2 - 3$$

이므로 축의 방정식은 $x=2$, 꼭짓점의 좌표는 $(2, -3)$

$$2 \quad y = x^2 - 8x + m = (x-4)^2 + m - 16$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(4, m-16)$

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + nx - 14 = -\frac{1}{2}(x-n)^2 + \frac{1}{2}n^2 - 14$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(n, \frac{1}{2}n^2 - 14)$

두 그래프의 꼭짓점이 일치하므로

$$4 = n, m - 16 = \frac{1}{2}n^2 - 14$$

$$\therefore m = 10, n = 4$$

$$\therefore m + n = 10 + 4 = 14$$

$$3 \quad y = x^2 - 2kx + k^2 + 2k + 6 = (x-k)^2 + 2k + 6$$

에서 꼭짓점의 좌표는 $(k, 2k+6)$ 이고, 꼭짓점이 제2사분면 위에 있으므로

$$k < 0 \text{이고 } 2k+6 > 0 \quad \therefore -3 < k < 0$$

따라서 정수 k 는 $-2, -1$ 의 2개이다.

$$4 \quad y = -2x^2 + 4x - 1 = -2(x-1)^2 + 1$$

따라서 $x=1$ 일 때, 최댓값은 1이다.

5 그래프가 두 점 $(0, 12), (-6, 0)$ 을 지나므로

$$y = -x^2 + ax + b \text{에 두 점의 좌표를 각각 대입하면}$$

$$12 = b, 0 = -36 - 6a + b$$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a = -4, b = 12$

따라서 주어진 이차함수의 식은

$$y = -x^2 - 4x + 12 = -(x+2)^2 + 16$$

이므로 이 함수는 $x = -2$ 일 때, 최댓값이 16이다.

$$\text{즉, } p = -2, q = 16 \text{이므로}$$

$$p + q = -2 + 16 = 14$$

6 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x=2$ 일 때, 최솟값이 -6 이므로

$$y = a(x-2)^2 - 6$$

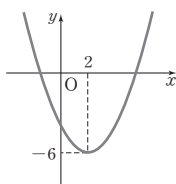
최솟값을 가지려면 $a > 0$ ㉠

이 함수의 그래프가 모든 사분면을 지나려면 오른쪽 그림과 같이 y 축과의 교점의 y 좌표가 0보다 작아야 한다.

즉, $y = a(x-2)^2 - 6$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y = 4a - 6$ 이므로

$$4a - 6 < 0 \quad \therefore a < \frac{3}{2} \quad \dots\dots ㉡$$

㉠, ㉡에 의하여 $0 < a < \frac{3}{2}$



IV. 통계

1 대푯값과 산포도



핵심잡기 개념check

060P

1-1 (1) 평균 : 4, 중앙값 : 4, 최빈값 : 6

(2) 평균 : 9, 중앙값 : 9, 최빈값 : 8, 10

1-2 중앙값 : 75점, 최빈값 : 85점

2-1 분산 : 2, 표준편차 : $\sqrt{2}$ 회

2-2 분산 : 3.2, 표준편차 : $\sqrt{3.2}$ 시간

$$1-1 \quad (1) (\text{평균}) = \frac{6+4+6+3+1}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

주어진 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 3, 4, 6, 6이므로

(중앙값) = 4

(최빈값) = 6

$$(2) (\text{평균}) = \frac{8+10+8+11+7+10}{6} = \frac{54}{6} = 9$$

주어진 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

7, 8, 8, 10, 10, 11이므로

$$(\text{중앙값}) = \frac{8+10}{2} = 9$$

(최빈값) = 8, 10

1-2 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 13번째 자료의 값은 70점 이상 80점 미만인 계급에 속하므로 중앙값은 이 계급의 계급값인 75점이다.

또, 도수가 가장 큰 계급은 80점 이상 90점 미만이므로 최빈값은 이 계급의 계급값인 85점이다.

$$2-1 \quad (\text{평균}) = \frac{3+6+5+2+4}{5} = \frac{20}{5} = 4(\text{회}) \text{이므로}$$

$$(\text{분산}) = \frac{(-1)^2 + 2^2 + 1^2 + (-2)^2 + 0^2}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

$$(\text{표준편차}) = \sqrt{2}(\text{회})$$

2-2

계급(시간)	도수(명)	계급값	(계급값) $\times$ (도수)	(편차)	(편차) $^2 \times$ (도수)
0이상 ~ 2미만	1	1	1	-4	16
2 ~ 4	1	3	3	-2	4
4 ~ 6	5	5	25	0	0
6 ~ 8	3	7	21	2	12
합계	10		50		32

$$(\text{평균}) = \frac{50}{10} = 5(\text{시간}) \text{이므로}$$

$$(\text{분산}) = \frac{32}{10} = 3.2$$

$$(\text{표준편차}) = \sqrt{3.2}(\text{시간})$$



1-1 중앙값 : 4시간, 최빈값 : 5시간

1-2 중앙값 : 19.5권, 최빈값 : 20권

2-1 4

2-2 25

2-3 2

3-1 ①, ②

3-2 ①, ⑤

4-1 73점

4-2 168 cm

5-1 ③

5-2 $\sqrt{14.8}$

5-3 11

6-1 $2\sqrt{30}$ 점

6-2 $8\sqrt{3}$ 분

7-1 11

7-2 $\frac{21}{2}$

1-1 주어진 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 5, 8이므로

(중앙값)=4시간, (최빈값)=5시간

1-2 주어진 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

8, 11, 18, 19, 20, 20, 25, 32이므로

(중앙값)= $\frac{19+20}{2}=19.5$ (권), (최빈값)=20권

2-1 x 를 제외한 자료에서 17의 도수가 3이고 그 이외의 자료의 값의 도수는 모두 1이므로 최빈값은 17이다.

즉, 평균이 17이므로 $\frac{17+19+17+x+30+15+17}{7}=17$

$\frac{x+115}{7}=17, x+115=119 \quad \therefore x=4$

2-2 x 를 제외한 자료에서 15의 도수가 3이고 그 이외의 자료의 값의 도수는 모두 1이므로 최빈값은 15이다.

즉, 평균이 15이므로 $\frac{5+15+x+10+15+20+15}{7}=15$

$\frac{x+80}{7}=15, x+80=105 \quad \therefore x=25$

2-3 평균이 0이므로

$\frac{-4+7+(-5)+a+0+b+4}{7}=0, a+b+2=0$

$\therefore a+b=-2$

그런데 최빈값이 0이고, a, b 를 제외한 자료에서 0의 도수는 1이므로 a, b 중 적어도 하나는 0이어야 한다.

이때, $a > b$ 이므로 $a=0, b=-2$

$\therefore a-b=0-(-2)=2$

3-1 ① 표준편차는 분산의 음이 아닌 제곱근이므로 음수일 수 없다.

② 대푯값에는 평균, 중앙값, 최빈값 등이 있고, 산포도에는 분산, 표준편차 등이 있다.

3-2 ② 중앙값은 주어진 자료 중에 없을 수도 있다.

③ 분산은 편차를 제곱한 값의 평균이고, 표준편차는 분산의 음이 아닌 제곱근이다.

④ 편차의 합은 산포도가 아니다.

4-1 편차의 합은 항상 0이므로

$3+5+x+(-2)+(-1)=0 \quad \therefore x=-5$

(변량)=(평균)+(편차)이므로 수학 성적은

$78+(-5)=73$ (점)

4-2 편차의 합은 항상 0이므로

$3+(-5)+1+x+(-2)=0 \quad \therefore x=3$

(변량)=(평균)+(편차)이므로 학생 D의 키는

$165+3=168$ (cm)

5-1 (평균)= $\frac{4+2+6+1+7}{5}=\frac{20}{5}=4$ 이므로

(분산)= $\frac{0^2+(-2)^2+2^2+(-3)^2+3^2}{5}=\frac{26}{5}=5.2$

$\therefore$ (표준편차)= $\sqrt{5.2}$

5-2 (평균)= $\frac{4+15+10+13+8}{5}=\frac{50}{5}=10$ 이므로

(분산)= $\frac{(-6)^2+5^2+0^2+3^2+(-2)^2}{5}=\frac{74}{5}=14.8$

$\therefore$ (표준편차)= $\sqrt{14.8}$

5-3 편차의 합은 항상 0이므로

$(-5)+x+2+1+(-1)=0 \quad \therefore x=3$

$\therefore$ (분산)= $\frac{(-5)^2+3^2+2^2+1^2+(-1)^2}{5}=\frac{40}{5}=8$

따라서 $y=8$ 이므로 $x+y=3+8=11$

6-1 (평균)= $\frac{55 \times 1 + 65 \times 7 + 75 \times 5 + 85 \times 5 + 95 \times 2}{20}$

$=\frac{1500}{20}=75$ (점)

(분산)= $\frac{(-20)^2 \times 1 + (-10)^2 \times 7 + 0^2 \times 5 + 10^2 \times 5 + 20^2 \times 2}{20}$

$=\frac{2400}{20}=120$

$\therefore$ (표준편차)= $\sqrt{120}=2\sqrt{30}$ (점)

6-2 (평균)= $\frac{10 \times 5 + 20 \times 4 + 30 \times 7 + 40 \times 4 + 50 \times 5}{25}$

$=\frac{750}{25}=30$ (분)

(분산)= $\frac{(-20)^2 \times 5 + (-10)^2 \times 4 + 0^2 \times 7 + 10^2 \times 4 + 20^2 \times 5}{25}$

$=\frac{4800}{25}=192$

$\therefore$ (표준편차)= $\sqrt{192}=8\sqrt{3}$ (분)

7-1 평균이 3이므로

$\frac{1+3+a+b}{4}=3, a+b+4=12$

$\therefore a+b=8 \quad \dots\dots \textcircled{1}$

분산이 4이므로

$\frac{(-2)^2+0^2+(a-3)^2+(b-3)^2}{4}=4$

$(a-3)^2+(b-3)^2+4=16, a^2+b^2-6(a+b)+22=16$

$\therefore a^2+b^2=6(a+b)-6 \quad \dots\dots \textcircled{2}$

①을 ②에 대입하면

$a^2+b^2=6 \times 8 - 6 = 42$

이때, $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$ 이므로

$8^2=42+2ab \quad \therefore ab=11$



7-2 평균이 4이므로

$$\frac{4+2+5+a+b}{5}=4, a+b+11=20$$

$$\therefore a+b=9 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

분산이 5이므로

$$\frac{0^2+(-2)^2+1^2+(a-4)^2+(b-4)^2}{5}=5$$

$$(a-4)^2+(b-4)^2+5=25, a^2+b^2-8(a+b)+37=25$$

$$\therefore a^2+b^2=8(a+b)-12 \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

⑦을 ⑧에 대입하면

$$a^2+b^2=8 \times 9 - 12 = 60$$

$$\text{이때, } (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab \text{이므로}$$

$$9^2 = 60 + 2ab \quad \therefore ab = \frac{21}{2}$$

$$\begin{aligned} 4 \quad (\text{평균}) &= \frac{10 \times 1 + 20 \times 4 + 30 \times 3 + 40 \times 5 + 50 \times 2}{15} \\ &= \frac{480}{15} = 32(\text{회}) \end{aligned}$$

자료를 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 8번째 자료의 값이 중앙값이므로

$$(\text{중앙값}) = 30 \text{회}$$

또, 40회의 도수가 5명으로 가장 크므로

$$(\text{최빈값}) = 40 \text{회}$$

$$\text{따라서 } a=32, b=30, c=40 \text{이므로 } b < a < c$$

5 나, 자료 B에는 다른 변량에 비해 매우 큰 200이 있으므로 대푯값으로 평균보다는 중앙값이 적절하다.

다, 자료 C는 중앙값과 최빈값이 모두 10으로 같다.

6 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 15번째와 16번째 자료의 값은 70점 이상 80점 미만인 계급에 속하므로 중앙값은 이 계급의 계급값인 75점이다.

$$\therefore a=75$$

또, 도수가 가장 큰 계급은 80점 이상 90점 미만이므로 최빈값은 이 계급의 계급값인 85점이다.

$$\therefore b=85$$

$$\therefore a+b=75+85=160$$

$$\begin{aligned} 7 \quad (\text{평균}) &= \frac{1 \times 3 + 3 \times 4 + 5 \times 10 + 7 \times 6 + 9 \times 2}{25} \\ &= \frac{125}{25} = 5(\text{시간}) \end{aligned}$$

자료를 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 13번째 자료의 값은 4시간 이상 6시간 미만인 계급에 속하므로 중앙값은 이 계급의 계급값인 5시간이다.

또, 도수가 가장 큰 계급은 4시간 이상 6시간 미만이므로 최빈값은 이 계급의 계급값인 5시간이다.

8 평균이 30초이므로

$$\frac{28+36+42+16+x+33}{6}=30, x+155=180$$

$$\therefore x=25$$

9 중앙값이 12이므로 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 5, 8, x, 13, 15, 16이어야 한다.

$$\text{따라서 } \frac{x+13}{2}=12 \text{이므로}$$

$$x+13=24 \quad \therefore x=11$$

10 4, 8, a의 중앙값이 8이므로 $a \geq 8$ $\dots\dots \textcircled{7}$

11, 15, a의 중앙값이 11이므로 $a \leq 11$ $\dots\dots \textcircled{8}$

⑦, ⑧에서 $8 \leq a \leq 11$ 이므로 보기에서 a의 값이 될 수 없는 것은 ⑤ 12이다.

11 x를 제외한 자료에서 7의 도수가 3이고 그 이외의 자료의 값의 도수는 모두 1이므로 최빈값은 7이다.

$$\text{즉, 평균이 7이므로 } \frac{5+8+7+6+10+7+x+7}{8}=7$$

$$\frac{x+50}{8}=7, x+50=56 \quad \therefore x=6$$

주제별 알찬 기출 문제

063~067P

1 75점	2 6	3 11.5	4 $b < a < c$	5 $\neg, \sqsubset$
6 160	7 평균: 5시간, 중앙값: 5시간, 최빈값: 5시간			
8 25	9 11	10 ⑤	11 6	12 3
13 ④, ⑤				
14 $\sqsubset, \square$	15 -5	16 3시간	17 $\frac{12}{7}$	18 ⑤
19 58				
20 $\sqrt{1.84}$ 초	21 175			
22 평균: 16 km, 표준편차: $\sqrt{13.6}$ km	23 12	24 20		
25 3	26 11	27 4.5	28 $\neg, \sqsubset$	
29 평균: 7, 분산: 16	30 ⑤	31 ⑤		
100점 따라잡기				
32 3	33 $\neg, \sqsubset$	34 6, 9, 15	35 $\sqrt{7.6}$ 편	

$$1 \quad (\text{평균}) = \frac{65+90+85+60+75}{5} = \frac{375}{5} = 75(\text{점})$$

2 a, b, c, d의 평균이 5이므로

$$\frac{a+b+c+d}{4}=5$$

$$\therefore a+b+c+d=20$$

따라서 a+6, b-3, c+2, d-1의 평균은

$$\frac{(a+6)+(b-3)+(c+2)+(d-1)}{4}$$

$$= \frac{a+b+c+d+4}{4} = \frac{20+4}{4} = 6$$

3 주어진 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

2, 3, 4, 4, 5, 7, 7, 7이므로

$$(\text{중앙값}) = \frac{4+5}{2} = 4.5, (\text{최빈값}) = 7$$

따라서 a=4.5, b=7이므로

$$a+b=4.5+7=11.5$$



12 평균이 5이므로

$$\frac{2+9+a+3+b+7+5+1}{8}=5, a+b+27=40$$

$$\therefore a+b=13$$

그런데 최빈값이 5이고, a, b 를 제외한 자료에서 5의 도수는 1이므로 a, b 중 적어도 하나는 5이어야 한다.

이때, $a > b$ 이므로 $a=8, b=5$

$$\therefore a-b=8-5=3$$

13 ① 분산은 편차의 제곱의 평균이다.

② (편차)=(변량)-(평균)이므로 평균보다 작은 변량의 편차는 음수이다.

③ 편차의 절댓값이 작을수록 변량은 평균에 가깝다.

14 ㄱ. (편차)=(변량)-(평균)

ㄴ. 자료의 개수와 표준편차의 크기는 서로 관계가 없다.

ㄷ. 각 자료의 값의 도수가 모두 같으면 최빈값은 없다.

15 편차의 합은 항상 0이므로

$$-3+1+5+0+x+4+(-2)=0 \quad \therefore x=-5$$

16 편차의 합은 항상 0이므로

$$-2+4+5+x+(-3)+(-1)=0 \quad \therefore x=-3$$

(변량)=(평균)+(편차)이므로 학생 D의 취미 활동 시간은 $6+(-3)=3$ (시간)

17 (평균) = $\frac{1+4+2+3+4+2+5}{7} = \frac{21}{7} = 3$ (시간)이므로

$$(분산) = \frac{(-2)^2+1^2+(-1)^2+0^2+1^2+(-1)^2+2^2}{7} = \frac{12}{7}$$

18 ① 편차의 합은 항상 0이므로

$$-2+4+x+1+0=0 \quad \therefore x=-3$$

② 점수가 가장 높은 학생은 편차가 가장 큰 B이다.

③ 평균을 a 점이라 하면 A의 점수는 $(a-2)$ 점, D의 점수는 $(a+1)$ 점이므로 두 학생의 점수의 차는 $(a+1)-(a-2)=3$ (점)

④ 평균보다 점수가 낮은 학생은 편차가 음수인 A와 C의 2명이다.

$$\textcircled{5} (분산) = \frac{(-2)^2+4^2+(-3)^2+1^2+0^2}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

19 $A=25-(4+5+4+3+1)=8$

$$(평균) = \frac{6 \times 4 + 7 \times 5 + 8 \times 8 + 9 \times 4 + 10 \times 3 + 11 \times 1}{25}$$

$$= \frac{200}{25} = 8(\text{초})$$

이므로

$$B=7-8=-1$$

$$C=(-1)^2 \times 5=5$$

$$D=(-2)^2 \times 4 + (-1)^2 \times 5 + 0^2 \times 8 + 1^2 \times 4 + 2^2 \times 3 + 3^2 \times 1 = 46$$

$$\therefore A+B+C+D=8+(-1)+5+46=58$$

$$20 (분산) = \frac{D}{25} = \frac{46}{25} = 1.84$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{1.84}(\text{초})$$

$$21 (평균) = \frac{5 \times 1 + 15 \times 2 + 25 \times 3 + 35 \times 2 + 45 \times 4}{12}$$

$$= \frac{360}{12} = 30(\text{점})$$

$\therefore$ (분산)

$$= \frac{(-25)^2 \times 1 + (-15)^2 \times 2 + (-5)^2 \times 3 + 5^2 \times 2 + 15^2 \times 4}{12}$$

$$= \frac{2100}{12} = 175$$

$$22 (평균) = \frac{10 \times 2 + 14 \times 2 + 18 \times 5 + 22 \times 1}{10}$$

$$= \frac{160}{10} = 16(\text{km})$$

$$(분산) = \frac{(-6)^2 \times 2 + (-2)^2 \times 2 + 2^2 \times 5 + 6^2 \times 1}{10}$$

$$= \frac{136}{10} = 13.6$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{13.6}(\text{km})$$

$$23 (분산) = \frac{(a-4)^2 + (b-4)^2 + (c-4)^2}{3} = 2^2 \text{이므로}$$

$$(a-4)^2 + (b-4)^2 + (c-4)^2 = 12$$

24 평균이 5이므로

$$\frac{6+a+8+b+5}{5}=5, a+b+19=25$$

$$\therefore a+b=6 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

분산이 4이므로

$$\frac{1^2 + (a-5)^2 + 3^2 + (b-5)^2 + 0^2}{5} = 4$$

$$(a-5)^2 + (b-5)^2 + 10 = 20, a^2 + b^2 - 10(a+b) + 60 = 20$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 10(a+b) - 40 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$a^2 + b^2 = 10 \times 6 - 40 = 20$$

$$25 (평균) = \frac{(15-a)+15+(15+a)}{3} = \frac{45}{3} = 15 \text{이므로}$$

$$(분산) = \frac{(15-a-15)^2 + (15-15)^2 + (15+a-15)^2}{3}$$

$$= \frac{(-a)^2 + 0^2 + a^2}{3} = \frac{2a^2}{3} = (\sqrt{6})^2$$

$$2a^2=18, a^2=9 \quad \therefore a=3(\because a>0)$$

$$26 \text{ 평균이 3이므로 } \frac{a+b+c+d}{4}=3$$

$$\therefore a+b+c+d=12 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

분산이 2이므로

$$\frac{(a-3)^2 + (b-3)^2 + (c-3)^2 + (d-3)^2}{4} = 2$$

$$(a-3)^2 + (b-3)^2 + (c-3)^2 + (d-3)^2 = 8$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - 6(a+b+c+d) + 36 = 8$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 6(a+b+c+d) - 28 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$



㉞을 ㉝에 대입하면

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 6 \times 12 - 28 = 44$$

따라서 a^2, b^2, c^2, d^2 의 평균은

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}{4} = \frac{44}{4} = 11$$

27 잘못 본 두 개의 변량의 합과 실제 변량의 합이

$4+6=3+7=10$ 으로 같으므로 4개의 변량의 실제 평균도 6이다.

이때, 제대로 본 두 개의 변량의 (편차)²의 합을 a 라 하면

$$\frac{a + (4-6)^2 + (6-6)^2}{4} = 3$$

$$a + 4 = 12 \quad \therefore a = 8$$

따라서 실제 분산은

$$\frac{8 + (3-6)^2 + (7-6)^2}{4} = \frac{18}{4} = 4.5$$

28 ㄱ. (A의 평균) = $\frac{1+3+5+7+9}{5} = \frac{25}{5} = 5$,

$$(B의 평균) = \frac{4+6+8+10+12}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

이므로 (B의 평균) = (A의 평균) + 3

ㄴ. (A의 중앙값) = 5, (B의 중앙값) = 8이므로

(B의 중앙값) = (A의 중앙값) + 3

$$ㄷ. (A의 분산) = \frac{(-4)^2 + (-2)^2 + 0^2 + 2^2 + 4^2}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

이므로

$$(A의 표준편차) = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$(B의 분산) = \frac{(-4)^2 + (-2)^2 + 0^2 + 2^2 + 4^2}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

이므로

$$(B의 표준편차) = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore (B의 표준편차) = (A의 표준편차)$$

[다른 풀이]

자료 B는 자료 A의 각각의 값에 3을 더한 것과 같으므로

ㄱ, ㄴ. 자료 B의 평균, 중앙값은 각각 자료 A의 평균, 중앙값에 3을 더한 값과 같다.

ㄷ. 자료 B의 표준편차는 자료 A의 표준편차와 같다.

29 a, b, c 의 평균이 3이고 분산이 4이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 3, \quad \frac{(a-3)^2 + (b-3)^2 + (c-3)^2}{3} = 4$$

$2a+1, 2b+1, 2c+1$ 에 대하여

$$(평균) = \frac{(2a+1) + (2b+1) + (2c+1)}{3}$$

$$= 2 \times \frac{a+b+c}{3} + 1 = 2 \times 3 + 1 = 7$$

$$(분산) = \frac{(2a+1-7)^2 + (2b+1-7)^2 + (2c+1-7)^2}{3}$$

$$= 2^2 \times \frac{(a-3)^2 + (b-3)^2 + (c-3)^2}{3} = 4 \times 4 = 16$$

[다른 풀이]

$$(구하는 평균) = 2 \times (a, b, c의 평균) + 1 = 2 \times 3 + 1 = 7$$

$$(구하는 분산) = 2^2 \times (a, b, c의 분산) = 4 \times 4 = 16$$

30 ① 편차의 합은 항상 0이므로 4개의 반 모두 같다.

② 점수가 가장 낮은 학생이 속한 반은 알 수 없다.

③ 과학 성적이 가장 우수한 반은 평균이 가장 높은 2반이다.

④ 점수가 평균으로부터 가장 멀리 흩어져 있는 반은 표준편차가 가장 큰 1반이다.

⑤ 편차가 더 작은 2반의 점수가 1반의 점수보다 고르게 분포되어 있다.

31 ① A반의 표준편차가 B반의 표준편차보다 더 크다.

② 각 반의 학생 수가 많은지 적은지 알 수 없다.

③ B반의 그래프가 A반의 그래프보다 오른쪽에 더 치우쳐 있으므로 B반이 A반보다 성적이 더 우수하다.

④, ⑤ B반의 그래프가 A반의 그래프보다 평균에 더 집중되어 있으므로 B반이 A반보다 성적의 분포 상태가 더 고르다.

100점 따라잡기

32 x 가 자연수이므로 $3x$ 가 중앙값이 되도록 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$$x, x^2, 3x, x^2+2x, x^2+3x$$

이때, 최빈값도 $3x$ 이므로 $x^2=3x$ 또는 $x^2+2x=3x$ 이다.

(i) $x^2=3x$ 인 경우

$$x^2-3x=0, x(x-3)=0 \quad \therefore x=3 (\because x는 자연수)$$

이때, 주어진 자료는 3, 9, 9, 15, 18이므로 중앙값과 최빈값이 모두 9가 되어 주어진 조건을 만족한다.

(ii) $x^2+2x=3x$ 인 경우

$$x^2-x=0, x(x-1)=0 \quad \therefore x=1 (\because x는 자연수)$$

이때, 주어진 자료는 1, 1, 3, 3, 4이므로 중앙값은 3이지만 최빈값은 1, 3이 되어 주어진 조건을 만족하지 않는다.

(i), (ii)에서 $x=3$

33 주어진 8개의 자료에서 (중앙값) = $\frac{4+4}{2} = 4$, (최빈값) = 4

ㄱ. 추가되는 변량을 a 라 하고 9개의 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

(i) $a < 4$ 인 경우 $\Rightarrow$ 중앙값은 5번째 자료의 값인 4

(ii) $a = 4$ 인 경우 $\Rightarrow$ 중앙값은 5번째 자료의 값인 4

(iii) $a > 4$ 인 경우 $\Rightarrow$ 중앙값은 5번째 자료의 값인 4

즉, a 의 값에 관계없이 9개의 자료의 중앙값은 4로 같으므로 변하지 않는다.

ㄴ. 주어진 8개의 자료에서 4의 도수가 3이고 그 이외의 자료의 값의 도수는 모두 1이므로 한 개의 변량이 추가되어도 주어진 자료의 최빈값은 4로 변하지 않는다.

ㄷ. 추가되는 변량의 값에 따라 주어진 자료의 평균은 변한다.

34 중앙값이 9이므로 세 자연수 중 하나는 9이다.

나머지 두 수를 a, b 라 하면 세 수의 평균이 10이므로

$$\frac{a+b+9}{3} = 10, a+b+9=30$$

$$\therefore b=21-a$$

또, 분산이 14이므로

$$\frac{(a-10)^2 + (21-a-10)^2 + (-1)^2}{3} = 14$$



$$(a-10)^2 + (11-a)^2 + 1 = 42$$

$$2a^2 - 42a + 180 = 0, a^2 - 21a + 90 = 0$$

$$(a-6)(a-15) = 0 \quad \therefore a=6 \text{ 또는 } a=15$$

$a=6$ 일 때 $b=15$ 이고, $a=15$ 일 때 $b=6$ 이므로 구하는 세 자연수는 6, 9, 15이다.

35 영화를 6편 이상 8편 미만으로 본 회원 수는

$$40 - (3+6+8+6+4) = 13(\text{명})$$

$$(\text{평균}) = \frac{3 \times 3 + 5 \times 6 + 7 \times 13 + 9 \times 8 + 11 \times 6 + 13 \times 4}{40}$$

$$= \frac{320}{40} = 8(\text{편}) \text{이므로}$$

(분산)

$$= \frac{(-5)^2 \times 3 + (-3)^2 \times 6 + (-1)^2 \times 13 + 1^2 \times 8 + 3^2 \times 6 + 5^2 \times 4}{40}$$

$$= \frac{304}{40} = 7.6$$

$\therefore$ (표준편차) $= \sqrt{7.6}$ (편)



유형별 서술형 문제

068~069P

- 1** (1) 5 (2) 163 cm
2 (1) 승규 : 5.2, 성수 : 4.4 (2) 성수
3 평균 : 3, 중앙값 : 3, 최빈값 : 4
3-1 평균 : 4.7, 중앙값 : 4.5, 최빈값 : 4, 5
4 $\sqrt{5}$ 시간 **4-1** $2\sqrt{30}$ kg **5** 87 **5-1** 124
6 평균 : 14, 분산 : 18 **6-1** 평균 : 19, 분산 : 48
7 기본 평균 : 6회, 분산 : 2, 표준편차 : $\sqrt{2}$ 회 발전 $\sqrt{23}$ 점
 심화 $\sqrt{2.5}$ 권

- 1** (1) 편차의 합은 항상 0이므로
 $-4 + 8 + x + (-10) + 1 = 0 \quad \therefore x = 5$
 (2) (변량) = (평균) + (편차)이므로 준호의 키는
 $158 + 5 = 163(\text{cm})$
- 2** (1) (승규의 점수의 평균)
 $= \frac{4+7+10+5+9}{5} = \frac{35}{5} = 7(\text{점}) \text{이므로}$
 (승규의 점수의 분산)
 $= \frac{(-3)^2 + 0^2 + 3^2 + (-2)^2 + 2^2}{5} = \frac{26}{5} = 5.2$
 (성수의 점수의 평균)
 $= \frac{10+4+9+8+9}{5} = \frac{40}{5} = 8(\text{점}) \text{이므로}$
 (성수의 점수의 분산)
 $= \frac{2^2 + (-4)^2 + 1^2 + 0^2 + 1^2}{5} = \frac{22}{5} = 4.4$
 (2) 분산의 크기가 더 작은 성수의 점수가 더 고르다.

3 (평균) $= \frac{4+1+4+0+3+4+8+1+2}{9}$
 $= \frac{27}{9} = 3 \quad \dots\dots \textcircled{1}$

주어진 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
 0, 1, 1, 2, 3, 4, 4, 4, 8이므로
 중앙값은 5번째 자료의 값인 3 $\dots\dots \textcircled{2}$
 최빈값은 도수가 3으로 가장 큰 4 $\dots\dots \textcircled{3}$

단계	채점 요소	배점
①	평균 구하기	4점
②	중앙값 구하기	2점
③	최빈값 구하기	2점

3-1 (평균) $= \frac{5+8+3+4+2+7+5+4+5+4}{10}$
 $= \frac{47}{10} = 4.7 \quad \dots\dots \textcircled{1}$

주어진 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
 2, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 7, 8이므로
 중앙값은 5번째 자료와 6번째 자료의 값의 평균인
 $\frac{4+5}{2} = 4.5 \quad \dots\dots \textcircled{2}$
 최빈값은 도수가 3으로 가장 큰 4, 5 $\dots\dots \textcircled{3}$

단계	채점 요소	배점
①	평균 구하기	4점
②	중앙값 구하기	2점
③	최빈값 구하기	2점

4 (평균) $= \frac{1 \times 4 + 3 \times 7 + 5 \times 5 + 7 \times 3 + 9 \times 1}{20}$
 $= \frac{80}{20} = 4(\text{시간}) \quad \dots\dots \textcircled{1}$
 (분산) $= \frac{(-3)^2 \times 4 + (-1)^2 \times 7 + 1^2 \times 5 + 3^2 \times 3 + 5^2 \times 1}{20}$
 $= \frac{100}{20} = 5 \quad \dots\dots \textcircled{2}$
 $\therefore$ (표준편차) $= \sqrt{5}(\text{시간}) \quad \dots\dots \textcircled{3}$

단계	채점 요소	배점
①	평균 구하기	3점
②	분산 구하기	3점
③	표준편차 구하기	2점

4-1 (평균) $= \frac{30 \times 1 + 40 \times 2 + 50 \times 4 + 60 \times 2 + 70 \times 1}{10}$
 $= \frac{500}{10} = 50(\text{kg}) \quad \dots\dots \textcircled{1}$
 (분산) $= \frac{(-20)^2 \times 1 + (-10)^2 \times 2 + 0^2 \times 4 + 10^2 \times 2 + 20^2 \times 1}{10}$
 $= \frac{1200}{10} = 120 \quad \dots\dots \textcircled{2}$
 $\therefore$ (표준편차) $= \sqrt{120} = 2\sqrt{30}(\text{kg}) \quad \dots\dots \textcircled{3}$

단계	채점 요소	배점
①	평균 구하기	3점
②	분산 구하기	3점
③	표준편차 구하기	2점



5 평균이 4이므로

$$\frac{2+3+5+a+b}{5}=4, a+b+10=20$$

$$\therefore a+b=10 \quad \dots\dots \textcircled{1} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

표준편차가 3, 즉 분산이 9이므로

$$\frac{(-2)^2+(-1)^2+1^2+(a-4)^2+(b-4)^2}{5}=9$$

$$(a-4)^2+(b-4)^2+6=45, a^2+b^2-8(a+b)+38=45$$

$$\therefore a^2+b^2=8(a+b)+7 \quad \dots\dots \textcircled{2} \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

①을 ②에 대입하면

$$a^2+b^2=8 \times 10+7=87 \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

단계	채점 요소	배점
①	$a+b$ 의 값 구하기	2점
②	a^2+b^2 을 $a+b$ 에 대한 식으로 나타내기	4점
③	a^2+b^2 의 값 구하기	2점

5-1 평균이 5이므로

$$\frac{1+4+8+a+b}{5}=5, a+b+13=25$$

$$\therefore a+b=12 \quad \dots\dots \textcircled{1} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

표준편차가 4, 즉 분산이 16이므로

$$\frac{(-4)^2+(-1)^2+3^2+(a-5)^2+(b-5)^2}{5}=16$$

$$(a-5)^2+(b-5)^2+26=80, a^2+b^2-10(a+b)+76=80$$

$$\therefore a^2+b^2=10(a+b)+4 \quad \dots\dots \textcircled{2} \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

①을 ②에 대입하면

$$a^2+b^2=10 \times 12+4=124 \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

단계	채점 요소	배점
①	$a+b$ 의 값 구하기	2점
②	a^2+b^2 을 $a+b$ 에 대한 식으로 나타내기	4점
③	a^2+b^2 의 값 구하기	2점

6 a, b, c, d 의 평균이 4이고 분산이 2이므로

$$\frac{a+b+c+d}{4}=4$$

$$\frac{(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2+(d-4)^2}{4}=2$$

$3a+2, 3b+2, 3c+2, 3d+2$ 에 대하여

$$(\text{평균})=\frac{(3a+2)+(3b+2)+(3c+2)+(3d+2)}{4}$$

$$=3 \times \frac{a+b+c+d}{4}+2$$

$$=3 \times 4+2=14 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

(분산)

$$=\frac{(3a+2-14)^2+(3b+2-14)^2+(3c+2-14)^2+(3d+2-14)^2}{4}$$

$$=3^2 \times \frac{(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2+(d-4)^2}{4}$$

$$=9 \times 2=18 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

단계	채점 요소	배점
①	평균 구하기	3점
②	분산 구하기	5점

6-1 a, b, c, d 의 평균이 5이고 분산이 3이므로

$$\frac{a+b+c+d}{4}=5$$

$$\frac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2}{4}=3$$

$4a-1, 4b-1, 4c-1, 4d-1$ 에 대하여

$$(\text{평균})=\frac{(4a-1)+(4b-1)+(4c-1)+(4d-1)}{4}$$

$$=4 \times \frac{a+b+c+d}{4}-1$$

$$=4 \times 5-1=19 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

(분산)

$$=\frac{(4a-1-19)^2+(4b-1-19)^2+(4c-1-19)^2+(4d-1-19)^2}{4}$$

$$=4^2 \times \frac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2}{4}$$

$$=16 \times 3=48 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

단계	채점 요소	배점
①	평균 구하기	3점
②	분산 구하기	5점

7 기본 $(\text{평균})=\frac{8+6+5+4+7}{5}=\frac{30}{5}=6(\text{회}) \quad \dots\dots \textcircled{1}$

$$(\text{분산})=\frac{2^2+0^2+(-1)^2+(-2)^2+1^2}{5}=\frac{10}{5}=2 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$(\text{표준편차})=\sqrt{2}(\text{회}) \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

단계	채점 요소	배점
①	평균 구하기	2점
②	분산 구하기	2점
③	표준편차 구하기	1점

발전 편차의 합은 항상 0이므로

$$8+(-6)+(-3)+2+x+(-4)=0$$

$$\therefore x=3 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$(\text{분산})=\frac{8^2+(-6)^2+(-3)^2+2^2+3^2+(-4)^2}{6}$$

$$=\frac{138}{6}=23 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{23}(\text{점}) \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

단계	채점 요소	배점
①	x 의 값 구하기	2점
②	분산 구하기	4점
③	표준편차 구하기	2점

심화 도수분포표에서 (편차) $\times$ (도수)의 총합은 항상 0이므로

$$(-3) \times 1+(-2) \times x+0 \times 5+1 \times 5+2 \times 4=0$$

$$-2x+10=0 \quad \therefore x=5 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$(\text{분산})=\frac{(-3)^2 \times 1+(-2)^2 \times 5+0^2 \times 5+1^2 \times 5+2^2 \times 4}{1+5+5+5+4}$$

$$=\frac{50}{20}=2.5 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{2.5}(\text{권}) \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

단계	채점 요소	배점
①	x 의 값 구하기	3점
②	분산 구하기	5점
③	표준편차 구하기	2점



1 ⑤ 2 ④ 3 ④ 4 ② 5 ⑤ 6 ②
7 ④ 8 ② 9 ⑤ 10 ④

주관식 문제

11 8 12 $\sqrt{19.2}$ 회 13 B, 해설 참조

1 (평균)

$$= \frac{92+88+84+88+90+88+90+90+86+84}{10}$$

$$= \frac{880}{10}$$

$$= 88(\text{회})$$

주어진 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

84, 84, 86, 88, 88, 88, 90, 90, 90, 92이므로

$$(\text{중앙값}) = \frac{88+88}{2} = 88(\text{회})$$

$$(\text{최빈값}) = 88\text{회}, 90\text{회}$$

2 평균이 5이므로

$$\frac{4+8+7+a+b+6+1}{7} = 5, a+b+26=35$$

$$\therefore a+b=9$$

그런데 최빈값이 6이고, a, b 를 제외한 자료에서 6의 도수는 1이므로 a, b 중 적어도 하나는 6이어야 한다.

이때, $a > b$ 이므로

$$a=6, b=3$$

따라서 주어진 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 3, 4, 6, 6, 7, 8이므로

$$(\text{중앙값}) = 6$$

$$3 (\text{평균}) = \frac{5 \times 2 + 15 \times 4 + 25 \times 7 + 35 \times 4 + 45 \times 3}{20}$$

$$= \frac{520}{20}$$

$$= 26(\text{점})$$

자료를 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 10번째와 11번째 자료의 값은 20점 이상 30점 미만인 계급에 속하므로 중앙값은 이 계급의 계급값인 25점이다.

또, 도수가 가장 큰 계급은 20점 이상 30점 미만이므로 최빈값은 이 계급의 계급값인 25점이다.

따라서 $a=26, b=25, c=25$ 이므로

$$a-b+c=26-25+25=26$$

4 ① (편차) = (변량) - (평균)이므로 평균보다 큰 변량의 편차는 양수, 평균과 같은 변량의 편차는 0, 평균보다 작은 변량의 편차는 음수이다.

③ 분산의 음이 아닌 제곱근을 표준편차라고 한다.

④ 자료의 개수와 분산의 크기는 서로 관계가 없다.

⑤ 산포도에는 분산, 표준편차 등이 있고, 최빈값은 대푯값의 한 종류이다.

5 ① 편차의 합은 항상 0이므로

$$-3+1+x+(-5)+3=0 \quad \therefore x=4$$

② A의 나이는 $22+(-3)=19(\text{살})$

③ B의 편차는 양수이므로 B는 평균보다 나이가 많다.

④ D의 편차가 가장 작으므로 D의 나이가 가장 적다.

⑤ 평균보다 나이가 많은 학생은 편차가 양수인 B, C, E의 3명이다.

$$6 (\text{평균}) = \frac{1+3+2+7+2+4+3+2}{8} = \frac{24}{8} = 3(\text{권}) \text{이므로}$$

$$(\text{분산}) = \frac{(-2)^2+0^2+(-1)^2+4^2+(-1)^2+1^2+0^2+(-1)^2}{8}$$

$$= \frac{24}{8} = 3$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{3}(\text{권})$$

7 편차의 합은 항상 0이므로

$$-1+2+3+x+y=0$$

$$\therefore x+y=-4 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

$$(\text{분산}) = \frac{(-1)^2+2^2+3^2+x^2+y^2}{5} = 5.2 \text{에서}$$

$$x^2+y^2+14=26$$

$$\therefore x^2+y^2=12 \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

이때, $(x+y)^2 = x^2+y^2+2xy$ 이므로 이 식에 $\textcircled{7}, \textcircled{8}$ 을 대입하면

$$(-4)^2 = 12+2xy, 2xy=4$$

$$\therefore xy=2$$

8 남학생과 여학생의 과학 성적의 평균이 같고, 남학생 6명의 (편차)²의 총합은 $4 \times 6 = 24$, 여학생 8명의 (편차)²의 총합은 $11 \times 8 = 88$ 이다.

따라서 구하는 분산은

$$\frac{24+88}{6+8} = \frac{112}{14} = 8$$

$$9 (A \text{의 평균}) = \frac{8+7+10+9+6}{5} = \frac{40}{5} = 8(\text{점})$$

$$(B \text{의 평균}) = \frac{9+7+9+8+7}{5} = \frac{40}{5} = 8(\text{점})$$

$$(A \text{의 분산}) = \frac{0^2+(-1)^2+2^2+1^2+(-2)^2}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

$$(B \text{의 분산}) = \frac{1^2+(-1)^2+1^2+0^2+(-1)^2}{5} = \frac{4}{5} = 0.8$$

①, ② A, B의 평균이 같으므로 두 선수의 기록은 똑같이 우수하다.

③, ④, ⑤ B의 분산이 A의 분산보다 더 작으므로 B의 기록이 A의 기록보다 분포 상태가 더 고르다.

10 각 자료의 평균은 모두 5로 같다. 따라서 분산이 가장 작은 것은 평균 5를 중심으로 자료가 흩어져 있는 정도가 가장 작은 ④이다.

주관식 문제

- 11 a, b, c, d, e 의 평균이 6이므로

$$\begin{aligned}\frac{a+b+c+d+e}{5} &= 6 \\ \therefore a+b+c+d+e &= 30 \\ \text{따라서 } a+3, b-2, c-4, d+7, e+6 \text{의 평균은} \\ \frac{(a+3)+(b-2)+(c-4)+(d+7)+(e+6)}{5} \\ &= \frac{a+b+c+d+e+10}{5} \\ &= \frac{30+10}{5} \\ &= 8\end{aligned}$$

- 12 (평균) $= \frac{2 \times 1 + 6 \times 2 + 10 \times 4 + 14 \times 2 + 18 \times 1}{10}$

$$\begin{aligned}&= \frac{100}{10} \\ &= 10(\text{회}) \quad \dots\dots ① \\ (\text{분산}) &= \frac{(-8)^2 \times 1 + (-4)^2 \times 2 + 0^2 \times 4 + 4^2 \times 2 + 8^2 \times 1}{10} \\ &= \frac{192}{10} \\ &= 19.2 \quad \dots\dots ② \\ \therefore (\text{표준편차}) &= \sqrt{19.2}(\text{회}) \quad \dots\dots ③\end{aligned}$$

단계	채점 요소	배점률
①	평균 구하기	40%
②	분산 구하기	40%
③	표준편차 구하기	20%

- 13 예시 답안 (A의 평균)

$$\begin{aligned}&= \frac{1 \times 2 + 4 \times 1 + 5 \times 3 + 6 \times 1 + 7 \times 2 + 9 \times 1}{10} \\ &= \frac{50}{10} = 5(\text{점}) \\ \text{이므로} \\ (\text{A의 분산}) \\ &= \frac{(-4)^2 \times 2 + (-1)^2 \times 1 + 0^2 \times 3 + 1^2 \times 1 + 2^2 \times 2 + 4^2 \times 1}{10} \\ &= \frac{58}{10} \\ &= 5.8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\text{B의 평균}) &= \frac{2 \times 2 + 3 \times 2 + 5 \times 1 + 6 \times 2 + 7 \times 1 + 8 \times 2}{10} \\ &= \frac{50}{10} = 5(\text{점})\end{aligned}$$

이므로

$$\begin{aligned}(\text{B의 분산}) \\ &= \frac{(-3)^2 \times 2 + (-2)^2 \times 2 + 0^2 \times 1 + 1^2 \times 2 + 2^2 \times 1 + 3^2 \times 2}{10} \\ &= \frac{50}{10} \\ &= 5\end{aligned}$$

따라서 A, B 중 점수의 분포 상태가 더 고른 사람은 분산의 크기가 더 작은 B이다.

중단원 10분 마무리

072P

- 1 ④ 2 ③, ⑤ 3 ⑤

- 1 주어진 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
11, 11, 13, 15, 16, 18이므로

$$\textcircled{1} (\text{중앙값}) = \frac{13+15}{2} = 14$$

$$\textcircled{2} (\text{최빈값}) = 11$$

$$\begin{aligned}\textcircled{3} (\text{평균}) &= \frac{11+11+13+15+16+18}{6} \\ &= \frac{84}{6} = 14\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\textcircled{4} (\text{분산}) &= \frac{(-3)^2 + (-3)^2 + (-1)^2 + 1^2 + 2^2 + 4^2}{6} \\ &= \frac{40}{6} = \frac{20}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\textcircled{5} (\text{표준편차}) &= \sqrt{\frac{20}{3}} \\ &= \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{15}}{3}\end{aligned}$$

- 2 ① (편차) = (변량) - (평균)이고, D의 편차는 0이므로 D의 키는 평균과 같다.

$$\begin{aligned}\textcircled{2} \text{ 편차의 합은 항상 } 0 \text{이므로} \\ -7+4+x+0+(-2)=0 \\ \therefore x=5\end{aligned}$$

따라서 키가 가장 큰 학생은 편차가 가장 큰 C이다.

- ③ E의 키는 평균보다 2 cm 작다.

$$\begin{aligned}\textcircled{4} \text{ 평균을 } a \text{ cm라 하면} \\ \text{A의 키는 } (a-7) \text{ cm, B의 키는 } (a+4) \text{ cm} \\ \text{이므로 두 학생의 키의 차는} \\ (a+4) - (a-7) = 11(\text{cm})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\textcircled{5} (\text{분산}) &= \frac{(-7)^2 + 4^2 + 5^2 + 0^2 + (-2)^2}{5} \\ &= \frac{94}{5} \\ &= 18.8\end{aligned}$$

이므로 표준편차는 $\sqrt{18.8}$ cm이다.

- 3 잘못 본 두 개의 변량의 값의 합과 실제 값의 합이
 $5+10=6+9=15$ 로 같으므로 5개의 변량의 실제 평균도 8이다.

이때, 제대로 본 3개의 변량의 (편차)²의 합을 a 라 하면

$$\frac{a + (5-8)^2 + (10-8)^2}{5} = 4$$

$$a + 13 = 20$$

$$\therefore a = 7$$

따라서 실제 분산은

$$\frac{7 + (6-8)^2 + (9-8)^2}{5} = \frac{12}{5} = 2.4$$

단원별 모의고사

II. 인수분해와 이차방정식

074~075P

- 1 ② 2 ⑤ 3 ① 4 ⑤ 5 ② 6 ④
7 ② 8 ① 9 ③ 10 ⑤

주관식 문제

- 11 $x = \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{2}$ 12 8 13 $x = -6$ 또는 $x = 4$
14 6초 후

- 1 ① $x^2 + x - 4 = 0$ (이차방정식) ② $x - 4 = 0$ (일차방정식)
③ $2x^2 - 2x = x^2 - 8x + 16$, $x^2 + 6x - 16 = 0$ (이차방정식)
④ $-2x^2 - 5x = 0$ (이차방정식)
⑤ $3x^2 + x = 2x^2 + 5x - 3$, $x^2 - 4x + 3 = 0$ (이차방정식)
- 2 각 방정식에 주어진 값을 대입하여 등식이 성립하는 것을 찾는다.
① $x = -2$ 를 대입하면 $(-2-2)^2 - 9 = 7 \neq 0$
② $x = -1$ 을 대입하면 $(-1+2)(-1-1) = -2 \neq 0$
③ $x = -1$ 을 대입하면 $2 \times (-1)^2 + (-1) - 3 = -2 \neq 0$
④ $x = -2$ 를 대입하면 $3 \times (-2) \times (-2-2) - 4 = 20 \neq 0$
⑤ $x = \frac{1}{2}$ 을 대입하면 $4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \times \frac{1}{2} + 1 = 0$
- 3 $2x^2 + 5x + 2 = 5$, $2x^2 + 5x - 3 = 0$
 $(x+3)(2x-1) = 0$ $\therefore x = -3$ 또는 $x = \frac{1}{2}$
- 4 $ax^2 + (2a-1)x + 3 = 0$ 에 $x=1$ 을 대입하면
 $a + 2a - 1 + 3 = 0$, $3a = -2$ $\therefore a = -\frac{2}{3}$
즉, 주어진 이차방정식이 $-\frac{2}{3}x^2 - \frac{7}{3}x + 3 = 0$ 이므로
 $2x^2 + 7x - 9 = 0$, $(2x+9)(x-1) = 0$
 $\therefore x = -\frac{9}{2}$ 또는 $x = 1$
따라서 $b = -\frac{9}{2}$ 이므로 $ab = -\frac{2}{3} \times \left(-\frac{9}{2}\right) = 3$
- 5 $x^2 + 10x - 1 = 0$ 에서 $x^2 + 10x = 1$
 $x^2 + 10x + 25 = 1 + 25$ $\therefore (x+5)^2 = 26$
따라서 $p=5$, $q=26$ 이므로 $q-p=26-5=21$
- 6 $x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 3 \times (-4)}}{3} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{3}$
따라서 $A=1$, $B=13$ 이므로 $A+B=1+13=14$
- 7 이차방정식 $x^2 + 2kx + 2k - 1 = 0$ 이 중근을 갖고, 일차항의 계수가 짝수이므로 $k^2 - 1 \times (2k - 1) = 0$
 $k^2 - 2k + 1 = 0$, $(k-1)^2 = 0$ $\therefore k=1$ (중근)
즉, 이차방정식 $x^2 + 3x + 2k = 0$ 에서 $x^2 + 3x + 2 = 0$ 이므로
 $(x+2)(x+1) = 0$ $\therefore x = -2$ 또는 $x = -1$

- 8 두 근이 $-1, 4$ 이고 x^2 의 계수가 2인 이차방정식은
 $2(x+1)(x-4) = 0$, $2(x^2 - 3x - 4) = 0$
 $\therefore 2x^2 - 6x - 8 = 0$
따라서 $a = -6$, $b = -8$ 이므로 $a+b = -14$
- 9 한 모둠의 학생 수를 x 명이라 하면 한 학생이 받는 사과 수는 $(x-2)$ 개이고, 전체 사과 수는 80개이므로
 $x(x-2) = 80$, $x^2 - 2x - 80 = 0$
 $(x+8)(x-10) = 0$ $\therefore x = -8$ 또는 $x = 10$
그런데 $x > 2$ 이므로 $x = 10$
따라서 학생 수는 10명이다.
- 10 처음 직사각형과 넓이가 같아지는 데 걸리는 시간을 x 초라 하면 $(8+2x)(12-x) = 8 \times 12$
 $x^2 - 8x = 0$, $x(x-8) = 0$ $\therefore x = 0$ 또는 $x = 8$
그런데 $0 < x < 12$ 이므로 $x = 8$
따라서 8초 후에 처음 직사각형과 넓이가 같아진다.

주관식 문제

- 11 주어진 이차방정식의 양변에 12를 곱하면 $2x^2 + 4x - 3 = 0$
 $\therefore x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 2 \times (-3)}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{2}$
- 12 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해
 $\alpha + \beta = 1$, $\alpha\beta = -\frac{7}{2}$ 이므로
 $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 1^2 - 2 \times \left(-\frac{7}{2}\right) = 8$
- 13 소연이는 -3 과 8 을 해로 얻었으므로 소연이가 풀 이차방정식은 $(x+3)(x-8) = 0$ $\therefore x^2 - 5x - 24 = 0$
그런데 소연이는 상수항을 바르게 보았으므로 원래의 이차방정식의 상수항은 -24 이다. ①
또, 민호는 -5 와 3 을 해로 얻었으므로 민호가 풀 이차방정식은 $(x+5)(x-3) = 0$ $\therefore x^2 + 2x - 15 = 0$
그런데 민호는 x 의 계수를 바르게 보았으므로 원래의 이차방정식의 x 의 계수는 2 이다. ②
따라서 처음 이차방정식은 $x^2 + 2x - 24 = 0$ 이므로
 $(x+6)(x-4) = 0$ $\therefore x = -6$ 또는 $x = 4$ ③

단계	채점 요소	배점
①	처음 이차방정식의 상수항 구하기	4점
②	처음 이차방정식의 x 의 계수 구하기	4점
③	처음 이차방정식 풀기	2점

- 14 물체를 쏘아 올린 지 t 초 후의 높이가 180 m라 하면
 $60t - 5t^2 = 180$ ①
 $t^2 - 12t + 36 = 0$, $(t-6)^2 = 0$ $\therefore t = 6$ ②
따라서 지면으로부터의 높이가 180 m일 때는 물체를 쏘아 올린 지 6초 후이다. ③

단계	채점 요소	배점
①	이차방정식 세우기	4점
②	이차방정식 풀기	4점
③	답 구하기	2점



III. 이차함수

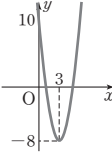
076~078P

1 ②	2 ④	3 ③	4 ③, ⑤	5 ③	6 ③
7 ①	8 ④	9 ③	10 ⑤	11 ②	12 ④
13 ②	14 ⑤	15 ④	16 ③	17 ①	18 ③

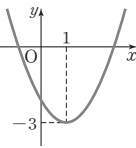
주관식 문제

19 6 20 -2 21 -6 22 10

- ㄱ. $y=3x^2-15x$ (이차함수) ㄴ. 이차방정식
 ㄷ. $y=2x^2-2x-2x^2=-2x$ (일차함수)
 ㄹ. 분모에 이차항이 있으므로 이차함수가 아니다.
- $f(2)=-\frac{1}{2} \times 2^2+2=0, f(4)=-\frac{1}{2} \times 4^2+4=-4$
 $\therefore 3f(2)-\frac{1}{2}f(4)=3 \times 0-\frac{1}{2} \times (-4)=2$
- 이차항의 계수의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓어지므로 폭이 가장 넓은 것은 ③ $y=\frac{1}{4}x^2$ 이다.
- ③ 축의 방정식은 $x=0$ 이다.
 ⑤ $x>0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
- $y=-\frac{3}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-\frac{3}{4}x^2+2$
 이 함수의 그래프가 점 $(-2, k)$ 를 지나므로
 $k=-\frac{3}{4} \times (-2)^2+2=-1$
- 꼭짓점의 좌표가 $(3, 0)$ 이므로 $p=3$
 $y=a(x-3)^2$ 의 그래프가 점 $(0, -3)$ 을 지나므로
 $-3=9a \quad \therefore a=-\frac{1}{3} \quad \therefore ap=-\frac{1}{3} \times 3=-1$
- $y=4(x-1)^2-5$ 의 그래프는 $y=4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 것이다.
 따라서 $a=1, b=-5$ 이므로 $a+b=-4$
- ④ 꼭짓점의 좌표는 $(3, -8)$ 이고 y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 10)$ 이므로 그래프가 오른쪽 그림과 같다.
 따라서 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.

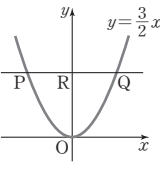

- 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$
 꼭짓점 (p, q) 가 제 3 사분면 위에 있으므로 $p<0, q<0$
- $y=-x^2+6x-7=-(x-3)^2+2$
 이므로 축의 방정식은 $x=3$, 꼭짓점의 좌표는 $(3, 2)$
- $y=2x^2-3x+2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포개어지려면 이차항의 계수가 2이어야 한다.
 ② $y=2x^2-3x$ ③ $y=-2x^2+8x-5$

- $y=\frac{1}{4}x^2+x+4=\frac{1}{4}(x+2)^2+3$
 이므로 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 3)$, y 축과 만나는 점의 좌표가 $(0, 4)$ 인 아래로 볼록한 포물선이다.
- $y=-2x^2-4x+6$ 에 $y=0$ 을 대입하면
 $-2x^2-4x+6=0, x^2+2x-3=0, (x+3)(x-1)=0$
 $\therefore x=-3$ 또는 $x=1$
 $A(-3, 0), B(1, 0)$ 이므로 $\overline{AB}=1-(-3)=4$
 $y=-2x^2-4x+6=-2(x+1)^2+8$ 이므로 $C(-1, 8)$
 $\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times 8=\frac{1}{2} \times 4 \times 8=16$
- 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-4)^2-3$ 으로 놓으면 이 함수의 그래프가 점 $(0, 1)$ 을 지나므로
 $1=16a-3 \quad \therefore a=\frac{1}{4}$
 $\therefore y=\frac{1}{4}(x-4)^2-3=\frac{1}{4}x^2-2x+1$
- $y=3x^2-2x+1=3\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{2}{3}$
 따라서 $x=\frac{1}{3}$ 일 때, 최솟값은 $\frac{2}{3}$ 이다.
- $y=ax^2+bx+c$ 는 $x=1$ 일 때, 최솟값이 -3이므로
 $y=a(x-1)^2-3$
 최솟값을 가지려면 $a>0$ 이어야 하고 그래프가 모든 사분면을 지나려면 오른쪽 그림과 같이 y 축과 만나는 점의 y 좌표가 0보다 작아야 한다. 즉, $y=a(x-1)^2-3$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y=a-3$ 이므로
 $a-3<0 \quad \therefore a<3$
 $\therefore 0<a<3$


- $y=-2x^2+4kx-6k+1$
 $=-2(x^2-2kx+k^2-k^2)-6k+1$
 $=-2(x-k)^2+2k^2-6k+1$
 $\therefore M=2k^2-6k+1=2\left(k^2-3k+\frac{9}{4}-\frac{9}{4}\right)+1$
 $=2\left(k-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{7}{2}$
 따라서 $k=\frac{3}{2}$ 일 때, 최솟값이 $-\frac{7}{2}$ 이다.
- $2x+y=8$ 에서 $y=8-2x$
 $\therefore xy=x(8-2x)=-2x^2+8x=-2(x-2)^2+8$
 따라서 xy 의 최댓값은 8이고, 그때의 x 의 값은 2이다.

주관식 문제

- $\overline{PQ}$ 와 y 축의 교점을 R라 하면
 $y=\frac{3}{2}x^2$ 의 그래프는 y 축에 대칭이므로
 $\overline{PR}=\overline{QR}=\frac{1}{2}\overline{PQ}=\frac{1}{2} \times 4=2$
 따라서 점 P의 x 좌표는 -2이므로
 점 P의 y 좌표는 $\frac{3}{2} \times (-2)^2=6$





20 $y = -\frac{1}{3}x^2 + ax + b$ 는 $x=3$ 일 때, 최댓값이 2이므로
 $y = -\frac{1}{3}(x-3)^2 + 2 = -\frac{1}{3}x^2 + 2x - 1$
 따라서 $a=2, b=-1$ 이므로 $ab=2 \times (-1) = -2$

21 $y = -3x^2 + 6x + 1 = -3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 1$
 $= -3(x-1)^2 + 4$ ①
 이 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼
 평행이동한 그래프의 식은
 $y = -3(x-p-1)^2 + 4 + q$ ②
 이때, $y = -3x^2 - 12x - 11 = -3(x^2 + 4x + 4 - 4) - 11$
 $= -3(x+2)^2 + 1$ ③
 따라서 $-p-1=2, 4+q=1$ 이므로 $p=-3, q=-3$
 $\therefore p+q = -3 + (-3) = -6$ ④

단계	채점 요소	배점
①	$y = -3x^2 + 6x + 1$ 을 $y = a(x-m)^2 + n$ 꼴로 변형하기	2점
②	평행이동한 그래프의 식 구하기	2점
③	$y = -3x^2 - 12x - 11$ 을 $y = a(x-m)^2 + n$ 꼴로 변형하기	2점
④	$p+q$ 의 값 구하기	1점

22 $y = -x^2 + 8x - 12 = -(x-4)^2 + 4$
 이므로 그래프의 축의 방정식은 $x=4$ 이다.
 점 B의 x 좌표를 a 라 하면 직선 $x=4$ 에서 점 B까지의 거리
 는 $4-a$ 이므로 $\overline{BC} = 2(4-a) = 8-2a$ ①
 점 A의 x 좌표는 점 B와 같은 a 이므로 점 A의 y 좌표는
 $-a^2 + 8a - 12$ $\therefore \overline{AB} = -a^2 + 8a - 12$ ②
 직사각형 ABCD의 둘레의 길이를 y 라 하면
 $y = 2\{(-a^2 + 8a - 12) + (8 - 2a)\} = 2(-a^2 + 6a - 4)$
 $= -2a^2 + 12a - 8 = -2(a-3)^2 + 10$
 따라서 직사각형 ABCD의 둘레의 길이의 최댓값은 10이다.
 ③

단계	채점 요소	배점
①	BC의 길이를 a 에 대한 식으로 나타내기	3점
②	AB의 길이를 a 에 대한 식으로 나타내기	1점
③	직사각형 ABCD의 둘레의 길이의 최댓값 구하기	3점

IV. 통계

079~080P

1 ①	2 ⑤	3 ④	4 ②, ③	5 ⑤	6 ①
7 ②	8 ④	9 ⑤	10 ⑤		
주관식 문제					
11 172	12 63	13 $\sqrt{10.8}$ 명	14 9		

1 (평균) $= \frac{9+4+8+2+9+1+8+6+4+9}{10} = \frac{60}{10} = 6$
 주어진 자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열하면
 1, 2, 4, 4, 6, 8, 8, 9, 9, 9이므로
 (중앙값) $= \frac{6+8}{2} = 7$, (최빈값) $= 9$
 따라서 $a=6, b=7, c=9$ 이므로 $a+b-c=4$

2 3, 6, a 의 중앙값이 6이므로 $a \geq 6$ ㉠
 9, 10, a 의 중앙값이 9이므로 $a \leq 9$ ㉡
 따라서 ㉠, ㉡에서 $6 \leq a \leq 9$

3 평균이 0이므로
 $\frac{-5+7+(-2)+a+4+b+0}{7} = 0 \therefore a+b = -4$
 그런데 최빈값이 0이고, a, b 를 제외한 자료에서 0의 도수는
 1이므로 a, b 중 적어도 하나는 0이어야 한다.
 이때, $a > b$ 이므로 $a=0, b=-4$
 $\therefore a-b = 0 - (-4) = 4$

4 ② 중앙값은 자료의 값 중에 없을 수도 있다.
 ③ 편차는 변량에서 평균을 뺀 값이다.

5 편차의 합은 항상 0이므로
 $1+x+(-3)+1+(-4)+3=0 \therefore x=2$
 평균이 20시간이므로 인영이의 봉사활동 시간은
 $20+2=22$ (시간)

6 (평균) $= \frac{2+5+3+1+3+4+0+6}{8} = \frac{24}{8} = 3$ (시간)이므로
 (분산) $= \frac{(-1)^2+2^2+0^2+(-2)^2+0^2+1^2+(-3)^2+3^2}{8}$
 $= \frac{28}{8} = 3.5$

7 (평균) $= \frac{10 \times 1 + 20 \times 5 + 30 \times 12 + 40 \times 7}{25} = \frac{750}{25} = 30$ (개)
 (분산) $= \frac{(-20)^2 \times 1 + (-10)^2 \times 5 + 0^2 \times 12 + 10^2 \times 7}{25}$
 $= \frac{1600}{25} = 64$
 $\therefore$ (표준편차) $= \sqrt{64} = 8$ (개)

8 a, b, c, d 의 평균이 8이므로
 $\frac{a+b+c+d}{4} = 8 \therefore a+b+c+d = 32$
 a, b, c, d 의 분산이 5이므로
 $\frac{(a-8)^2 + (b-8)^2 + (c-8)^2 + (d-8)^2}{4} = 5$
 $\therefore (a-8)^2 + (b-8)^2 + (c-8)^2 + (d-8)^2 = 20$
 (평균) $= \frac{(3a+1) + (3b+1) + (3c+1) + (3d+1)}{4}$
 $= \frac{3(a+b+c+d) + 4}{4} = \frac{3 \times 32 + 4}{4} = 25$
 (분산) $= \frac{\{(3a+1)-25\}^2 + \{(3b+1)-25\}^2 + \{(3c+1)-25\}^2 + \{(3d+1)-25\}^2}{4}$
 $= \frac{\{3(a-8)\}^2 + \{3(b-8)\}^2 + \{3(c-8)\}^2 + \{3(d-8)\}^2}{4}$
 $= \frac{9\{(a-8)^2 + (b-8)^2 + (c-8)^2 + (d-8)^2\}}{4}$
 $= \frac{9 \times 20}{4} = 45$
 따라서 구하는 평균과 분산의 합은 $25+45=70$



- 9 ① 성적이 평균적으로 가장 우수한 반은 5반이다.
②, ③, ④ 알 수 없다.
⑤ 2반의 표준편차가 3반의 표준편차보다 작으므로 2반 성적이 3반 성적보다 더 고르다.
- 10 각 자료에 대한 평균은 모두 3이므로 표준편차가 가장 큰 자료는 평균을 중심으로 변량의 흩어진 정도가 가장 큰 ⑤이다.

주관식 문제

- 11 자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열할 때, 25번째와 26번째 자료의 값은 86 cm 이상 90 cm 미만인 계급에 속하므로 중앙값은 이 계급의 계급값인 88 cm이다. $\therefore a=88$
또, 도수가 가장 큰 계급은 82 cm 이상 86 cm 미만이므로 최빈값은 이 계급의 계급값인 84 cm이다. $\therefore b=84$
 $\therefore a+b=88+84=172$

- 12 평균이 10이므로 $\frac{10+11+a+b+13}{5}=10$
 $\therefore a+b=16$ ㉠
표준편차가 2이므로
 $\frac{0^2+1^2+(a-10)^2+(b-10)^2+3^2}{5}=2^2$
 $(a-10)^2+(b-10)^2+10=20$
 $a^2+b^2-20(a+b)+210=20$
 $\therefore a^2+b^2=20(a+b)-190$ ㉡
㉠을 ㉡에 대입하면 $a^2+b^2=20 \times 16-190=130$
이때, $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$ 이므로
 $16^2=130+2ab \quad \therefore ab=63$

- 13 편차의 합은 항상 0이므로
 $4+x+(-2)+0+3=0 \quad \therefore x=-5$ ①
(분산) $=\frac{4^2+(-5)^2+(-2)^2+0^2+3^2}{5}$
 $=\frac{54}{5}=10.8$ ②
 $\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{10.8}(\text{명})$ ③

단계	채점 요소	배점
①	x의 값 구하기	4점
②	분산 구하기	4점
③	표준편차 구하기	2점

- 14 잘못 측정한 두 개의 자료의 실제의 값의 합은 $9+11=20$ 이고 잘못 측정한 자료의 값의 합도 $12+8=20$ 으로 같으므로 실제 평균도 12이다. 제대로 측정한 4개 자료의 (편차)²의 총합을 a 라 하면 잘못 측정한 결과의 분산이 10이므로
 $\frac{a+(12-12)^2+(8-12)^2}{6}=10$
 $a+16=60 \quad \therefore a=44$ ①
 $\therefore (\text{자료의 실제 분산})=\frac{44+(9-12)^2+(11-12)^2}{6}$
 $=\frac{54}{6}=9$ ②

단계	채점 요소	배점
①	제대로 측정한 4개 자료의 (편차) ² 의 총합 구하기	7점
②	자료의 실제 분산 구하기	3점

실전 모의고사

1회

081~084P

1 ⑤	2 ⑤	3 ①	4 ④	5 ⑤	6 ①
7 ②, ③	8 ③	9 ③	10 ③	11 ⑤	12 ⑤
13 ①, ⑤	14 ⑤	15 ⑤	16 ④	17 ①	18 ③, ⑤
19 ①	20 ②				

주관식 문제

21 $x=7$	22 (1, 5)	23 7	24 125원	25 6점
----------	-----------	------	---------	-------

- 1 ① 일차방정식 ② 이차식
③ $x^2+2x-3=x^2, 2x-3=0$ (일차방정식)
④ 분모에 미지수가 있으므로 이차방정식이 아니다.
⑤ $3x^2-x+2=2x^2+4x+2, x^2-5x=0$ (이차방정식)
- 2 $3x^2+4x-3=0$ 의 양변을 3으로 나누면
 $x^2+\frac{4}{3}x-\boxed{1^{①}}=0$
 $x^2+\frac{4}{3}x=\boxed{1^{①}}$ 의 양변에 $\boxed{\frac{4}{9}^{②}}$ 를 더하면
 $x^2+\frac{4}{3}x+\boxed{\frac{4}{9}^{②}}=\boxed{1^{①}}+\boxed{\frac{4}{9}^{②}}$
 $\left(x+\frac{2}{3}\right)^2=\boxed{\frac{13}{9}^{③}}$
 $x+\frac{2}{3}=\boxed{\pm\frac{\sqrt{13}}{3}^{④}} \quad \therefore x=\boxed{\frac{-2\pm\sqrt{13}}{3}^{⑤}}$
- 3 양변에 6을 곱하면 $3x^2-6x+2=0$
 $\therefore x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-3\times 2}}{3}=\frac{3\pm\sqrt{3}}{3}$
- 4 연속하는 세 짝수를 $x-2, x, x+2(x\geq 4)$ 라 하면
 $(x+2)^2=(x-2)^2+x^2-20$
 $x^2-8x-20=0, (x+2)(x-10)=0$
 $\therefore x=-2$ 또는 $x=10$
그런데 $x\geq 4$ 이므로 $x=10$
따라서 연속하는 세 짝수는 8, 10, 12이므로 그 합은
 $8+10+12=30$
- 5 ① $y=36\pi x^3$ (이차함수가 아니다.)
② $y=\frac{10}{x}$ (분모에 미지수가 있으므로 이차함수가 아니다.)
③ $y=5000-3x$ (일차함수) ④ $y=25-x$ (일차함수)
⑤ $y=\frac{1}{2}x^2+2x$ (이차함수)
- 6 $y=ax^2$ 에 $x=2, y=-3$ 을 대입하면 $-3=4a \quad \therefore a=-\frac{3}{4}$
 $y=-\frac{3}{4}x^2$ 에 $x=-4, y=k$ 를 대입하면
 $k=-\frac{3}{4}\times(-4)^2=-12$



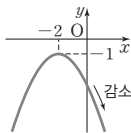
- 7 ② 위로 볼록한 그래프는 이차항의 계수가 음수인 ㄴ, ㄷ이다.
 ③ 폭이 가장 넓은 그래프는 이차항의 계수의 절댓값이 가장 작은 ㄷ이다.

- 8 $\square ABCO$ 는 정사각형이므로 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BO}$ 는 서로 다른 것을 수직이등분한다.
 이때, 점 A의 좌표를 $A(k, k) (k > 0)$ 라 하면 점 A는 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위의 점이므로 $k = \frac{1}{2}k^2$
 $k^2 - 2k = 0, k(k-2) = 0 \quad \therefore k = 2 (\because k > 0)$
 따라서 $\overline{AC} = \overline{BO} = 4$ 이므로 $\square ABCO = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$

- 9 $y = -2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = -2x^2 + a$
 이 함수의 그래프가 점 $(2, -10)$ 을 지나므로
 $-10 = -2 \times 2^2 + a, -10 = -8 + a \quad \therefore a = -2$

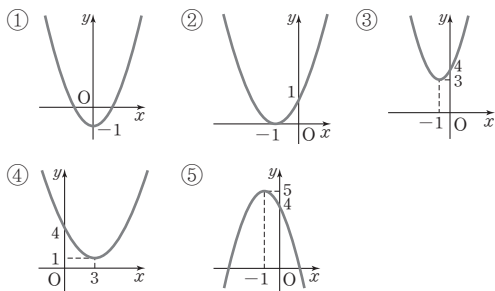
- 10 ③ 점 $(2, 27)$ 을 지난다.

- 11 $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2 - 1$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 $x > -2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.



- 12 그래프의 모양이 위로 볼록한 것은 이차항의 계수가 음수인 ③, ④, ⑤이고, 이 중에서 그래프의 폭이 가장 넓은 것은 이차항의 계수의 절댓값이 가장 작은 ⑤이다.

- 13 이차함수의 그래프를 각각 그리면 다음 그림과 같으므로 모든 사분면을 지나는 것은 ①, ⑤이다.



- 14 $y = -2x^2 + 4x - 1 = -2(x-1)^2 + 1$
 이므로 $x=1$ 일 때, 최댓값은 1이다. $\therefore a=1$
 $y = 3x^2 + 2x + 1 = 3\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{2}{3}$
 이므로 $x = -\frac{1}{3}$ 일 때, 최솟값은 $\frac{2}{3}$ 이다. $\therefore b = \frac{2}{3}$
 $\therefore a+b = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$

- 15 이차함수의 그래프가 두 점 $(-1, 0), (5, 0)$ 을 지나므로 구하는 이차함수의 식을 $y = a(x+1)(x-5)$ 로 놓을 수 있다.
 $y = a(x+1)(x-5) = a(x^2 - 4x - 5) = a(x-2)^2 - 9a$
 최댓값이 18이므로 $-9a = 18 \quad \therefore a = -2$
 $\therefore y = -2x^2 + 8x + 10$

- 16 점 P의 x 좌표를 a 라 하면 두 점 P, Q의 y 좌표가 각각 $\frac{1}{2}a^2 + 3, a$ 이므로

$$\overline{PQ} = \frac{1}{2}a^2 + 3 - a = \frac{1}{2}(a-1)^2 + \frac{5}{2}$$

따라서 $\overline{PQ}$ 의 길이의 최솟값은 $\frac{5}{2}$ 이다.

- 17 x 의 값에 관계없이 8의 도수가 3이므로 최빈값은 8이다.
 즉, 평균이 8이므로 $\frac{8+10+13+8+x+8+4+3}{8} = 8$

$$\frac{x+54}{8} = 8, x+54 = 64 \quad \therefore x = 10$$

- 18 ① 편차의 합은 항상 0이므로

$$-1 + x + (-2) + 2 + 4 = 0 \quad \therefore x = -3$$

- ② A의 성적은 $55 + (-1) = 54$ (점)이다.

- ③ 평균보다 성적이 좋은 학생은 편차가 양수인 D, E의 2명이다.

- ④ A의 성적이 C의 성적보다 1점이 높다.

$$\textcircled{5} (\text{분산}) = \frac{(-1)^2 + (-3)^2 + (-2)^2 + 2^2 + 4^2}{5} = \frac{34}{5} = 6.8$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{6.8} (\text{점})$$

- 19 (평균) $= \frac{(5-3a) + 5 + (5+3a)}{3} = \frac{15}{3} = 5$ 이고

분산은 $(6\sqrt{6})^2 = 216$ 이므로

$$(\text{분산}) = \frac{(5-3a-5)^2 + (5-5)^2 + (5+3a-5)^2}{3}$$

$$= \frac{(-3a)^2 + 0^2 + (3a)^2}{3} = \frac{18a^2}{3} = 6a^2 = 216$$

$$a^2 = 36 \quad \therefore a = 6 (\because a > 0)$$

- 20 사과와 무가 가장 고른 상자는 표준편차가 가장 작은 B상자이다.

주관식 문제

- 21 $x^2 + 2ax - (4a-1) = 0$ 에 $x=3$ 을 대입하면
 $9 + 6a - (4a-1) = 0, 2a = -10 \quad \therefore a = -5$
 즉, 주어진 이차방정식이 $x^2 - 10x + 21 = 0$ 이므로
 $(x-3)(x-7) = 0 \quad \therefore x = 3$ 또는 $x = 7$
 따라서 다른 한 근은 $x=7$ 이다.

- 22 $y = -4x^2 + ax + 1$ 의 그래프가 점 $(2, 1)$ 을 지나므로
 $1 = -4 \times 2^2 + a \times 2 + 1 \quad \therefore a = 8$
 $\therefore y = -4x^2 + 8x + 1 = -4(x-1)^2 + 5$
 따라서 꼭짓점의 좌표는 $(1, 5)$ 이다.

- 23 a, b, c, d, e 의 평균이 3이므로 $\frac{a+b+c+d+e}{5} = 3$
 $\therefore a+b+c+d+e = 15$
 따라서 $2a+5, 2b+4, 2c-3, 2d-2, 2e+1$ 의 평균은
 $\frac{(2a+5) + (2b+4) + (2c-3) + (2d-2) + (2e+1)}{5}$
 $= \frac{2(a+b+c+d+e) + 5}{5} = \frac{35}{5} = 7$



- 24 총 판매 금액을 y 원이라 하면 가격을 x 원 올릴 때, 상품이 $2x$ 개 적게 팔렸으므로
 $y = (100+x)(300-2x)$ ①
 $= -2x^2 + 100x + 30000$
 $= -2(x-25)^2 + 31250$ ②
따라서 $x=25$ 일 때, 총 판매 금액이 최대가 되므로 상품 한 개의 판매 가격은 $100+25=125$ (원) ③

단계	채점 요소	배점
①	이차함수의 식 구하기	2점
②	$y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 변형하기	1점
③	답 구하기	1점

- 25 나머지 5명의 수학 성적의 평균은
 $\frac{70 \times 6 - 70}{5} = \frac{350}{5} = 70$ (점) ①
학생 6명의 (편차)²의 총합은 $30 \times 6 = 180$ 이고 빠진 학생의 편차는 0이므로 나머지 5명의 분산은
 $\frac{180}{5} = 36$ ②
따라서 나머지 5명의 수학 성적의 표준편차는
 $\sqrt{36} = 6$ (점) ③

단계	채점 요소	배점
①	나머지 5명의 수학 성적의 평균 구하기	1점
②	나머지 5명의 수학 성적의 분산 구하기	2점
③	나머지 5명의 수학 성적의 표준편차 구하기	1점

2회

085~088P

- 1 ④ 2 ⑤ 3 ⑤ 4 ⑤ 5 ③ 6 ③
7 ④ 8 ⑤ 9 ③ 10 ③ 11 ④ 12 ⑤
13 ④ 14 ④ 15 ⑤ 16 ⑤ 17 ② 18 ①, ③
19 ④ 20 ⑤

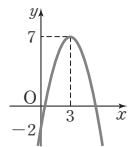
주관식 문제

- 21 -1 22 $A=2, B=-3, C=25, D=10, E=100, \sqrt{5}$ 시간
23 69 24 2 m 25 $\frac{9}{4}$

- 1 $x^2-4=4x+8, x^2-4x-12=0$
 $(x+2)(x-6)=0 \quad \therefore x=-2 \text{ 또는 } x=6$
2 $x^2+8x+2k+3=0$ 에서 일차항의 계수가 짝수이므로
 $x = -4 \pm \sqrt{4^2 - 1 \times (2k+3)} = -4 \pm \sqrt{13-2k}$
따라서 $13-2k=3$ 이므로 $k=5$
3 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해
① $\alpha+\beta=6$ ② $\alpha\beta=2$
③ $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=6^2-2 \times 2=32$
④ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = \frac{6}{2} = 3$
⑤ $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta} = \frac{32}{2} = 16$

- 4 $\frac{1}{2}(x+4)(x-6)=0, \frac{1}{2}x^2-x-12=0$
따라서 $a=-1, b=-12$ 이므로 $\frac{b}{a}=12$
5 $y=(2-x)^2-ax^2+3x=(1-a)x^2-x+4$
이 함수가 x 에 대한 이차함수가 되려면 $1-a \neq 0$ 이어야 한다.
 $\therefore a \neq 1$
6 $y=ax^2$ 의 그래프는 $y=-2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓고
 $y=-\frac{4}{5}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁으므로 $\frac{4}{5} < |a| < 2$
이때, $a < 0$ 이므로 $-2 < a < -\frac{4}{5}$
7 ④ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
8 $y=\frac{3}{4}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-\frac{3}{4}(x+1)^2$
이 함수의 그래프가 점 $(1, k)$ 를 지나므로
 $k=\frac{3}{4}(1+1)^2=3$
9 꼭짓점의 좌표가 $(-2, -1)$ 이므로 구하는 이차함수의 식을
 $y=a(x+2)^2-1$ 로 놓으면
이 함수의 그래프가 점 $(0, 0)$ 을 지나므로
 $0=a(0+2)^2-1 \quad \therefore a=\frac{1}{4}$
 $\therefore y=\frac{1}{4}(x+2)^2-1$
10 $y=-(x+2)^2+3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y=-(x-p+2)^2+3+4=-(x-p+2)^2+7$
이 그래프가 $y=a(x-1)^2+q$ 의 그래프와 일치하므로
 $a=-1, -p+2=-1, q=7$
따라서 $a=-1, p=3, q=7$ 이므로 $a+p+q=9$

- 11 $y=-x^2+6x-2=-(x-3)^2+7$
④ 그래프가 오른쪽 그림과 같으므로
제 1, 3, 4 사분면을 지난다.



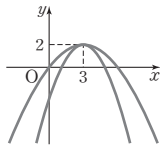
- 12 $y=x^2-3x-10$ 에 $y=0$ 을 대입하면
 $x^2-3x-10=0, (x+2)(x-5)=0$
 $\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=5 \quad \therefore A(-2, 0), B(5, 0)$
또한 $y=x^2-3x-10$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y=-10$
 $\therefore C(0, -10)$
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 7 \times 10 = 35$
13 그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$
축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a, b 는 다른 부호, 즉 $b < 0$
그래프와 y 축의 교점이 x 축보다 위쪽에 있으므로 $c > 0$
② $\frac{c}{a} > 0$ ③ $bc < 0$



- ④ $x=1$ 일 때, $y<0$ 이므로 $a+b+c<0$
 ⑤ $x=2$ 일 때, $y>0$ 이므로 $4a+2b+c>0$

14 $y=x^2-2kx+2k+3$
 $= (x^2-2kx+k^2-k^2)+2k+3$
 $= (x-k)^2-k^2+2k+3$
 $\therefore m=-k^2+2k+3$
 $= -(k^2-2k+1-1)+3$
 $= -(k-1)^2+4$
 따라서 m 은 $k=1$ 일 때, 최댓값이 4이다.

15 $y=ax^2+bx+c$ 는 $x=3$ 일 때, 최댓값이 2이므로
 $y=a(x-3)^2+2$
 최댓값을 가지려면 $a<0$ 이어야 하고
 그래프가 제 2사분면을 지나지 않으려
 면 오른쪽 그림과 같이 원점을 지나거
 나 y 축과의 교점의 y 좌표가 0보다 작
 아야 한다.
 즉, $y=a(x-3)^2+2$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y=9a+2$ 이므로
 $9a+2\leq 0$
 $\therefore a\leq -\frac{2}{9}$



16 $y=-5t^2+60t$
 $= -5(t^2-12t+36-36)$
 $= -5(t-6)^2+180$
 따라서 $t=6$ (초)일 때, 최고 높이는 180 m이다.

17 주어진 자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열하면
 8, 10, 10, 10, 13, 14, 14, 15, 16, 17이므로
 (중앙값) $= \frac{13+14}{2} = 13.5$, (최빈값) $= 10$

- 18 ② 각 자료의 값의 도수가 모두 같으면 최빈값은 없다.
 ④ 편차의 절댓값이 작을수록 평균에 가깝다.
 ⑤ 평균이 서로 다른 두 집단은 표준편차가 같을 수도 있다.

19 편차의 합은 항상 0이므로
 $-2.1+x+(-1.3)+0.2+0.8+y+1.4=0$
 $\therefore x+y=1$

20 (평균) $= \frac{4 \times 2 + 8 \times 5 + 12 \times 6 + 16 \times 5 + 20 \times 2}{20}$
 $= \frac{240}{20}$
 $= 12$ (권)
 (분산) $= \frac{(-8)^2 \times 2 + (-4)^2 \times 5 + 0^2 \times 6 + 4^2 \times 5 + 8^2 \times 2}{20}$
 $= \frac{416}{20}$
 $= 20.8$
 $\therefore$ (표준편차) $= \sqrt{20.8}$ (권)

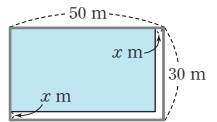
주관식 문제

21 $y=\frac{1}{2}x^2+ax+b$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(2, -3)$ 이
 므로
 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2-3=\frac{1}{2}(x^2-4x+4)-3=\frac{1}{2}x^2-2x-1$
 따라서 $a=-2$, $b=-1$ 이므로 $a-b=-2-(-1)=-1$

22 $A=20-(1+4+10+3)=2$
 평균이 6시간이므로 $B=3-6=-3$
 $C=(1-6)^2 \times 1=25$, $D=(7-6)^2 \times 10=10$
 $E=25+(3-6)^2 \times 4+(5-6)^2 \times 2+10+(9-6)^2 \times 3$
 $=100$
 (분산) $= \frac{100}{20}=5$ $\therefore$ (표준편차) $= \sqrt{5}$ (시간)

23 평균이 8이므로 $\frac{a+b+c+d}{4}=8$
 $\therefore a+b+c+d=32$ ㉠
 분산이 5이므로
 $\frac{(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2+(d-8)^2}{4}=5$
 $\therefore (a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2+(d-8)^2=20$
 $a^2+b^2+c^2+d^2-16(a+b+c+d)+256=20$
 $\therefore a^2+b^2+c^2+d^2=16(a+b+c+d)-236$ ㉡
 ㉠을 ㉡에 대입하면 $a^2+b^2+c^2+d^2=16 \times 32-236=276$
 $\therefore (a^2, b^2, c^2, d^2$ 의 평균) $= \frac{276}{4}=69$

24 산책로의 폭을 x m 라 하면 산책로를
 제외한 공원의 넓이는 오른쪽 그림의
 색칠한 부분의 넓이와 같으므로
 $(50-x)(30-x)=1344$ ㉠
 $x^2-80x+156=0$, $(x-2)(x-78)=0$
 $\therefore x=2$ 또는 $x=78$ ㉡
 그런데 $0<x<30$ 이므로 $x=2$
 따라서 산책로의 폭은 2 m이다. ㉢



단계	채점 요소	배점
①	이차방정식 세우기	2점
②	이차방정식 풀기	1점
③	산책로의 폭 구하기	1점

25 점 P의 좌표를 $(x, -2x+6)$ 이라 하고 $\triangle PQR$ 의 넓이를
 y 라 하면
 $y=\frac{1}{2}x(-2x+6)$ ㉠
 $= -\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{4}$ (단, $0<x<3$) ㉡
 따라서 $\triangle PQR$ 의 넓이의 최댓값은 $\frac{9}{4}$ 이다. ㉢

단계	채점 요소	배점
①	이차함수의 식 구하기	2점
②	$y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 변형하기	1점
③	$\triangle PQR$ 의 넓이의 최댓값 구하기	1점