

확인 문제

p. 6

- 1 (1) $3x^2 - 2yx + y + 1$
(2) $1 + y - 2yx + 3x^2$
- 2 (1) $3x^2 - 2x - 3$
(2) $(x^2 - 5x + 2) - (3x^2 - 4x + 1)$
 $= x^2 - 5x + 2 - 3x^2 + 4x - 1$
 $= -2x^2 - x + 1$
- 3 $(3x - 2)(x^2 + 2x - 1)$
 $= 3x^3 + 6x^2 - 3x - 2x^2 - 4x + 2$
 $= 3x^3 + 4x^2 - 7x + 2$

핵심 유형

교/과/서/속

답은꼴 문제

p. 7

- 1 (1) $A + B = (x^2 - 2xy + 3y^2) + (3x^2 + xy - 2y^2)$
 $= 4x^2 - xy + y^2$
(2) $A - B = (x^2 - 2xy + 3y^2) - (3x^2 + xy - 2y^2)$
 $= x^2 - 2xy + 3y^2 - 3x^2 - xy + 2y^2$
 $= -2x^2 - 3xy + 5y^2$
- 2 (1) $A + B = (x^3 - 2x^2 + 3x + 1) + (x^4 - x^2 + 3x - 5)$
 $= x^4 + x^3 - 3x^2 + 6x - 4$
(2) $A - B = (x^3 - 2x^2 + 3x + 1) - (x^4 - x^2 + 3x - 5)$
 $= x^3 - 2x^2 + 3x + 1 - x^4 + x^2 - 3x + 5$
 $= -x^4 + x^3 - x^2 + 6$
- 3 (1) $(A - B) + (2C - A)$
 $= -B + 2C$
 $= -(-2x^3 + 5x^2 + 3) + 2(x^2 - 4x + 2)$
 $= 2x^3 - 5x^2 - 3 + 2x^2 - 8x + 4$
 $= 2x^3 - 3x^2 - 8x + 1$
(2) $(2A + C) - (B - 2C)$
 $= 2A + C - B + 2C$
 $= 2A - B + 3C$
 $= 2(x^3 - 2x^2 + 3x - 1) - (-2x^3 + 5x^2 + 3) + 3(x^2 - 4x + 2)$
 $= 2x^3 - 4x^2 + 6x - 2 + 2x^3 - 5x^2 - 3 + 3x^2 - 12x + 6$
 $= 4x^3 - 6x^2 - 6x + 1$
- 4 (1) $2A - (B - C)$
 $= 2A - B + C$
 $= 2(2x^2 - 4xy + y^2) - (-x^2 - 5xy + 3y^2) + (3x^2 - 8xy)$
 $= 4x^2 - 8xy + 2y^2 + x^2 + 5xy - 3y^2 + 3x^2 - 8xy$
 $= 8x^2 - 11xy - y^2$

$$\begin{aligned} (2) & (A - 2B) + 2(B - C) \\ &= A - 2B + 2B - 2C \\ &= A - 2C \\ &= (2x^2 - 4xy + y^2) - 2(3x^2 - 8xy) \\ &= 2x^2 - 4xy + y^2 - 6x^2 + 16xy \\ &= -4x^2 + 12xy + y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5 (1) & (4x + y)(2x^2 - xy + 3y^2) \\ &= 8x^3 - 4x^2y + 12xy^2 + 2x^2y - xy^2 + 3y^3 \\ &= 8x^3 - 2x^2y + 11xy^2 + 3y^3 \\ (2) & (x^2 - 2x + 3)(x^2 + 2x - 1) \\ &= x^4 + 2x^3 - x^2 - 2x^3 - 4x^2 + 2x + 3x^2 + 6x - 3 \\ &= x^4 - 2x^2 + 8x - 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6 (1) & (2a^2 - 5a + 6)(a^2 - 3) \\ &= 2a^4 - 6a^2 - 5a^3 + 15a + 6a^2 - 18 \\ &= 2a^4 - 5a^3 + 15a - 18 \\ (2) & (x + 2y - 1)(3x - y + 2) \\ &= 3x^2 - xy + 2x + 6xy - 2y^2 + 4y - 3x + y - 2 \\ &= 3x^2 + 5xy - 2y^2 - x + 5y - 2 \end{aligned}$$

확인 문제

p. 8

- 1 (1) $(x + y - z)^2$
 $= x^2 + y^2 + (-z)^2 + 2 \times x \times y + 2 \times y \times (-z) + 2 \times (-z) \times x$
 $= x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 2yz - 2zx$
(2) $(a - 2)^3 = a^3 - 3 \times a^2 \times 2 + 3 \times a \times 2^2 - 2^3$
 $= a^3 - 6a^2 + 12a - 8$
(3) $(x + 2y)(x^2 - 2xy + 4y^2)$
 $= (x + 2y)\{x^2 - x \times 2y + (2y)^2\}$
 $= x^3 + (2y)^3$
 $= x^3 + 8y^3$
(4) $(2a - b)(4a^2 + 2ab + b^2)$
 $= (2a - b)\{(2a)^2 + 2a \times b + b^2\}$
 $= (2a)^3 - b^3$
 $= 8a^3 - b^3$
- 2 (1) $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$
 $= 2^2 - 2 \times (-3)$
 $= 10$
(2) $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$
 $= 2^3 - 3 \times (-3) \times 2$
 $= 26$

1 (1) $(2x-3y+z)^2$
 $= (2x)^2 + (-3y)^2 + z^2 + 2 \times 2x \times (-3y)$
 $\quad + 2 \times (-3y) \times z + 2 \times z \times 2x$
 $= 4x^2 + 9y^2 + z^2 - 12xy - 6yz + 4zx$
 (2) $(3a-2b)(9a^2+6ab+4b^2)$
 $= (3a-2b)\{(3a)^2+3a \times 2b+(2b)^2\}$
 $= (3a)^3 - (2b)^3$
 $= 27a^3 - 8b^3$

2 (1) $(3a+2b)^3$
 $= (3a)^3 + 3 \times (3a)^2 \times 2b + 3 \times 3a \times (2b)^2 + (2b)^3$
 $= 27a^3 + 54a^2b + 36ab^2 + 8b^3$
 (2) $(2x+y)(4x^2-2xy+y^2)$
 $= (2x+y)\{(2x)^2-2x \times y+y^2\}$
 $= (2x)^3 + y^3$
 $= 8x^3 + y^3$

3 (1) $x+y=4, xy=1$ 이므로
 $x^3+y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$
 $= 4^3 - 3 \times 1 \times 4$
 $= 52$
 (2) $x-y=-2\sqrt{3}, xy=1$ 이므로
 $x^3-y^3 = (x-y)^3 + 3xy(x-y)$
 $= (-2\sqrt{3})^3 + 3 \times 1 \times (-2\sqrt{3})$
 $= -30\sqrt{3}$

4 (1) $a^2+b^2+c^2$
 $= (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca)$
 $= 2^2 - 2 \times (-1)$
 $= 6$
 (2) $a^3+b^3+c^3$
 $= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) + 3abc$
 $= 2 \times \{6 - (-1)\} + 3 \times (-2)$
 $= 8$

5 (1) $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2$
 $= (-3)^2 - 2 = 7$
 (2) $x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right)$
 $= (-3)^3 - 3 \times (-3) = -18$

6 (1) $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2$
 $= 2^2 + 2 = 6$
 (2) $x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3\left(x - \frac{1}{x}\right)$
 $= 2^3 + 3 \times 2 = 14$

1 (1)
$$\begin{array}{r} x^2-6x+8 \\ x+1 \overline{) x^3-5x^2+2x+7} \\ \underline{x^3+x^2} \\ -6x^2+2x \\ \underline{-6x^2-6x} \\ 8x+7 \\ \underline{8x+8} \\ -1 \end{array}$$

따라서 몫은 x^2-6x+8 이고 나머지는 -1 이다.

(2)
$$\begin{array}{r} x^2-5x+7 \\ x^2+x+1 \overline{) x^4-4x^3+3x^2-x-1} \\ \underline{x^4+x^3+x^2} \\ -5x^3+2x^2-x \\ \underline{-5x^3-5x^2-5x} \\ 7x^2+4x-1 \\ \underline{7x^2+7x+7} \\ -3x-8 \end{array}$$

따라서 몫은 x^2-5x+7 이고 나머지는 $-3x-8$ 이다.

2 (1)
$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -2 & 3 & -5 \\ & & 1 & -1 & 2 \\ \hline & 1 & -1 & 2 & -3 \end{array}$$

따라서 몫은 x^2-x+2 이고 나머지는 -3 이다.

(2)
$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & 2 & -3 & -2 & 1 \\ & & -1 & -1 & 4 & -2 \\ \hline & 1 & 1 & -4 & 2 & -1 \end{array}$$

따라서 몫은 x^3+x^2-4x+2 이고 나머지는 -1 이다.

1
$$\begin{array}{r} 2x^2+5x+20 \\ x-3 \overline{) 2x^3-x^2+5x-8} \\ \underline{2x^3-6x^2} \\ 5x^2+5x \\ \underline{5x^2-15x} \\ 20x-8 \\ \underline{20x-60} \\ 52 \end{array}$$

따라서 $Q=2x^2+5x+20$ 이고 $R=52$ 이므로
 $2x^3-x^2+5x-8 = (x-3)(2x^2+5x+20) + 52$

2

$$\begin{array}{r} x-3 \\ x^2+2x-5 \overline{) x^3-x^2-4x+13} \\ \underline{x^3+2x^2-5x} \\ -3x^2+x+13 \\ \underline{-3x^2-6x+15} \\ 7x-2 \end{array}$$

따라서 $Q=x-3$ 이고 $R=7x-2$ 이므로

$$x^3-x^2-4x+13=(x^2+2x-5)(x-3)+7x-2$$

3

다항식 A 를 $4x^2+2x+1$ 로 나누었을 때의 몫이 $2x-1$ 이고 나머지가 $3x-4$ 이므로

$$\begin{aligned} A &= (4x^2+2x+1)(2x-1)+3x-4 \\ &= 8x^3-4x^2+4x^2-2x+2x-1+3x-4 \\ &= 8x^3+3x-5 \end{aligned}$$

4

구하는 다항식을 $P(x)$ 라고 하면 $P(x)$ 를 $2x+1$ 로 나누었을 때의 몫이 $-2x^2+x-1$ 이고 나머지가 6 이므로

$$\begin{aligned} P(x) &= (2x+1)(-2x^2+x-1)+6 \\ &= -4x^3+2x^2-2x-2x^2+x-1+6 \\ &= -4x^3-x+5 \end{aligned}$$

5

$2x-1=2\left(x-\frac{1}{2}\right)$ 이므로 다항식 $2x^4-x^3-8x+3$ 을 $x-\frac{1}{2}$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면

$$\frac{1}{2} \left| \begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & 0 & -8 & 3 \\ & 1 & 0 & 0 & -4 \\ 2 & 0 & 0 & -8 & -1 \end{array} \right|$$

$$\begin{aligned} \therefore 2x^4-x^3-8x+3 &= \left(x-\frac{1}{2}\right)(2x^3-8)-1 \\ &= (2x-1) \times \frac{1}{2} \times (2x^3-8)-1 \\ &= (2x-1)(x^3-4)-1 \end{aligned}$$

따라서 다항식 $2x^4-x^3-8x+3$ 을 $2x-1$ 로 나누었을 때의 몫은 x^3-4 이고 나머지는 -1 이다.

6

$3x+2=3\left(x+\frac{2}{3}\right)$ 이므로 다항식 $3x^3-4x^2-x+3$ 을 $x+\frac{2}{3}$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면

$$-\frac{2}{3} \left| \begin{array}{ccc|c} 3 & -4 & -1 & 3 \\ & -2 & 4 & -2 \\ 3 & -6 & 3 & 1 \end{array} \right|$$

$$\begin{aligned} \therefore 3x^3-4x^2-x+3 &= \left(x+\frac{2}{3}\right)(3x^2-6x+3)+1 \\ &= (3x+2) \times \frac{1}{3} \times (3x^2-6x+3)+1 \\ &= (3x+2)(x^2-2x+1)+1 \end{aligned}$$

따라서 $3x^3-4x^2-x+3$ 을 $3x+2$ 로 나누었을 때의 몫은 x^2-2x+1 이고 나머지는 1 이다.

계산력 다지기

p. 12~13

1

- (1) $4x^2-4x-5$
- (2) $-3x^2-3x-8$
- (3) $3x^2+10x-29$
- (4) $2x^3+2x^2-5x+1$
- (5) $-3x^4+x^3+2x^2-6x+8$
- (6) $-x^4+5x^3-x^2+3x+1$

2

- (1) $-2x^2+4$
- (2) $5x^2-6x-13$
- (3) x^3-2x^2-4x+4
- (4) $x^3-7x^2+2x+17$
- (5) $(2A+3C)-(B+3A)$
 $= 2A+3C-B-3A$
 $= -A-B+3C$
 $= -(x^2-2x-3)-(-3x^2+2x+7)+3(x^3-4x)$
 $= -x^2+2x+3+3x^2-2x-7+3x^3-12x$
 $= 3x^3+2x^2-12x-4$
- (6) $(4C+B)+2(2A-C)$
 $= 4C+B+4A-2C$
 $= 4A+B+2C$
 $= 4(x^2-2x-3)+(-3x^2+2x+7)+2(x^3-4x)$
 $= 4x^2-8x-12-3x^2+2x+7+2x^3-8x$
 $= 2x^3+x^2-14x-5$

3

- (1) x^3-5x^2+5x+2
- (2) $3a^3-4a^2b+b^3$
- (3) $-6x^3+11x^2y-y^3$
- (4) $a^2-b^2+a+7b-12$
- (5) $x^2-4y^2-4x+4y+3$
- (6) $2a^2-2b^2-3ab+a-7b-3$

4

- (1) $x^2+4y^2+4z^2-4xy-8yz+4zx$
- (2) $4a^2+9b^2+c^2-12ab+6bc-4ca$
- (3) $x^3+9x^2y+27xy^2+27y^3$
- (4) $8a^3-12a^2b+6ab^2-b^3$
- (5) x^3-8
- (6) $27a^3+8b^3$

5

- (1) $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=6^2-2 \times 7=22$
- (2) $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab=6^2-4 \times 7=8$
 $a>b$ 이므로 $a-b=2\sqrt{2}$
- (3) $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)=6^3-3 \times 7 \times 6=90$
- (4) $a^3-b^3=(a-b)^3+3ab(a-b)$
 $= (2\sqrt{2})^3+3 \times 7 \times 2\sqrt{2}=58\sqrt{2}$

6

- (1) $x^2-3x-1=0$ 에서 $x \neq 0$ 이므로 양변을 x 로 나누면
 $x-3-\frac{1}{x}=0 \quad \therefore x-\frac{1}{x}=3$

$$(2) \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4 = 3^2 + 4 = 13$$

$$(3) x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 3^2 + 2 = 11$$

$$(4) x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3\left(x - \frac{1}{x}\right) = 3^3 + 3 \times 3 = 36$$

- 7 (1) 몫: $x^2 - x - 2$, 나머지: -3
 (2) 몫: $2x^2 - 4x + 4$, 나머지: -5
 (3) 몫: $2x^2 - 2x + 4$, 나머지: 1
 (4) 몫: $-2x^2 + 1$, 나머지: -3
 (5) 몫: $x - 3$, 나머지: $-x + 2$
 (6) 몫: $-2x + 1$, 나머지: $2x + 3$
 (7) 몫: $x^2 + 5x + 9$, 나머지: $8x - 19$
 (8) 몫: $-3x^2 - x - 5$, 나머지: $11x + 17$

- 8 (1) 몫: $x^2 + 2$, 나머지: 3
 (2) 몫: $x^2 - 3$, 나머지: 10
 (3) 몫: $2x^2 - 5x + 5$, 나머지: -4
 (4) 몫: $-x^2 + 2x + 3$, 나머지: 9
 (5) 몫: $3x^2 - 2x - 2$, 나머지: 8
 (6) 몫: $2x^2 - 2x$, 나머지: -3

01~03장 **즉집게** 기출문제

p. 14~17

1 ⑤	2 ③	3 ④	4 ④	5 -3
6 ③	7 ④	8 ⑤	9 ②	10 ③
11 ①	12 ①	13 ⑤	14 ②	15 ④
16 ③	17 ②	18 ①	19 ③	20 ②
21 ③	22 4	23 ②	24 ①	25 ⑤
26 (1) 6 (2) 232	27 8	28 $2x^2 + 5x - 3$		

1 $3A - 2(A - B) = 3A - 2A + 2B = A + 2B$
 $= (x^2 + 2xy) + 2(2x^2 - xy + y^2)$
 $= x^2 + 2xy + 4x^2 - 2xy + 2y^2$
 $= 5x^2 + 2y^2$

2 $A + 2X = B$ 에서 $2X = B - A$
 $\therefore X = \frac{1}{2}(B - A)$
 $= \frac{1}{2}\{(3x^2 - 5y^2) - (x^2 - 2xy + y^2)\}$
 $= \frac{1}{2}(3x^2 - 5y^2 - x^2 + 2xy - y^2)$
 $= \frac{1}{2}(2x^2 + 2xy - 6y^2) = x^2 + xy - 3y^2$

3 $A + B = -x^2 - x + 4$ ㉠
 $2A - B = 4x^2 + 4x - 7$ ㉡
 ㉠ + ㉡을 하면 $3A = 3x^2 + 3x - 3$
 $\therefore A = x^2 + x - 1$ ㉢

㉢을 ㉠에 대입하면
 $x^2 + x - 1 + B = -x^2 - x + 4$
 $\therefore B = -x^2 - x + 4 - x^2 - x + 1$
 $= -2x^2 - 2x + 5$

4 주어진 다항식의 전개식에서 x^2 항은
 $2x^2 \times 3 + (-3x) \times (-x) = 6x^2 + 3x^2 = 9x^2$
 따라서 x^2 의 계수는 9

5 주어진 다항식의 전개식에서 x 항은
 $3x \times (-2a) + (-1) \times (-ax) = -6ax + ax = -5ax$
 따라서 $-5a = 15$ 이므로 $a = -3$

6 $P(x) = (3x^2 - x + 2)(4x^3 - 5x^2 + x + 1)$
 $= ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$
 (a, b, c, d, e, f 는 상수)

라고 하면 $P(x)$ 의 모든 계수와 상수항의 합은
 $a + b + c + d + e + f = P(1)$
 $= (3 - 1 + 2)(4 - 5 + 1 + 1)$
 $= 4$

7 ③ $(a + b - c)(a - b + c) = \{a + (b - c)\}\{a - (b - c)\}$
 $= a^2 - (b - c)^2$
 $= a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$
 ④ $(x - y - z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$
 ⑤ $(x - 1)(x + 3)(x - 5)$
 $= x^3 + (-1 + 3 - 5)x^2$
 $+ \{(-1) \times 3 + 3 \times (-5) + (-5) \times (-1)\}x$
 $+ (-1) \times 3 \times (-5)$
 $= x^3 - 3x^2 - 13x + 15$
 따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

8 ㉠. $(x - 3y + 2z)^2 = x^2 + 9y^2 + 4z^2 - 6xy - 12yz + 4zx$
 ㉡. $(3x - 1)(9x^2 + 3x + 1) = (3x)^3 - 1^3 = 27x^3 - 1$
 ㉢. $(a + b - 1)(a^2 + b^2 - ab + a + b + 1)$
 $= \{a + b + (-1)\}\{a^2 + b^2 + (-1)^2 - a \times b$
 $- b \times (-1) - (-1) \times a\}$
 $= a^3 + b^3 + (-1)^3 - 3 \times a \times b \times (-1)$
 $= a^3 + b^3 + 3ab - 1$
 ㉣. $(4x^2 + 2xy + y^2)(4x^2 - 2xy + y^2)$
 $= \{(2x)^2 + 2x \times y + y^2\}\{(2x)^2 - 2x \times y + y^2\}$
 $= (2x)^4 + (2x)^2 \times y^2 + y^4 = 16x^4 + 4x^2y^2 + y^4$
 따라서 보기 중 옳은 것은 ㉠, ㉢, ㉣이다.

$$\begin{aligned}
 9 \quad & (x-1)(x-2)(x+4)(x+5) \\
 &= \{(x-1)(x+4)\} \{(x-2)(x+5)\} \\
 &= (x^2+3x-4)(x^2+3x-10) \\
 & \quad x^2+3x=X \text{로 놓으면} \\
 & \quad (\text{주어진 식}) = (X-4)(X-10) = X^2-14X+40 \\
 & \quad = (x^2+3x)^2-14(x^2+3x)+40 \\
 & \quad = x^4+6x^3+9x^2-14x^2-42x+40 \\
 & \quad = x^4+6x^3-5x^2-42x+40
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 10 \quad & (a-b)(a^2+ab+b^2)(a^3+b^3)(a^6+b^6) \\
 &= (a^3-b^3)(a^3+b^3)(a^6+b^6) \\
 &= (a^6-b^6)(a^6+b^6) = a^{12}-b^{12}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 11 \quad & (1+2)(1+2^2)(1+2^4)(1+2^8) \\
 &= (2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) \\
 &= (2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) \\
 &= (2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) \\
 &= (2^4-1)(2^4+1)(2^8+1) = (2^8-1)(2^8+1) = 2^{16}-1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 12 \quad & x-y=-2, \quad xy=1 \text{이므로} \\
 & x^3-y^3 = (x-y)^3+3xy(x-y) \\
 & \quad = (-2)^3+3 \times 1 \times (-2) = -14
 \end{aligned}$$

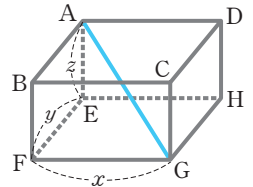
$$\begin{aligned}
 13 \quad & x^2+y^2 = (x+y)^2-2xy \text{에서} \\
 & 12=4^2-2xy \quad \therefore xy=2 \\
 & \therefore \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} = \frac{x^3+y^3}{xy} = \frac{(x+y)^3-3xy(x+y)}{xy} \\
 & \quad = \frac{4^3-3 \times 2 \times 4}{2} = \frac{64-24}{2} = 20
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 14 \quad & a>0, b>0 \text{이므로 한 면의 넓이가 각각 } a^2, b^2 \text{인 두 정육면} \\
 & \text{체의 한 모서리의 길이는 각각 } a, b \text{이다.} \\
 & \text{두 정육면체의 모든 모서리의 길이의 합이 36이므로} \\
 & 12a+12b=36 \quad \therefore a+b=3 \\
 & \text{또 } a^2+b^2=(a+b)^2-2ab \text{에서} \\
 & 5=3^2-2ab \quad \therefore ab=2 \\
 & \text{따라서 두 정육면체의 부피의 합은} \\
 & a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b) \\
 & \quad = 3^3-3 \times 2 \times 3 = 9
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 15 \quad & x>1 \text{이므로 } x^2-4x+1=0 \text{의 양변을 } x \text{로 나누면} \\
 & x-4+\frac{1}{x}=0 \quad \therefore x+\frac{1}{x}=4 \\
 & \left(x-\frac{1}{x}\right)^2 = \left(x+\frac{1}{x}\right)^2 - 4 = 4^2-4=12 \\
 & \text{그런데 } x>1 \text{이므로} \\
 & x-\frac{1}{x}>0 \quad \therefore x-\frac{1}{x}=2\sqrt{3} \\
 & \therefore x^3-\frac{1}{x^3} = \left(x-\frac{1}{x}\right)^3 + 3\left(x-\frac{1}{x}\right) \\
 & \quad = (2\sqrt{3})^3 + 3 \times 2\sqrt{3} = 30\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 16 \quad & (a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca) \text{에서} \\
 & ab+bc+ca = \frac{1}{2}\{(a+b+c)^2-(a^2+b^2+c^2)\} \\
 & \quad = \frac{1}{2}(0-2) = -1
 \end{aligned}$$

17 오른쪽 그림과 같이 직육면체의
가로의 길이, 세로의 길이, 높이를
각각 x, y, z 라고 하면 직육
면체의 모든 모서리의 길이의
합이 28이므로



$$4x+4y+4z=28$$

$$\therefore x+y+z=7$$

대각선 AG의 길이가 5이므로

$$\sqrt{x^2+y^2+z^2}=5 \quad \therefore x^2+y^2+z^2=25$$

따라서 $(x+y+z)^2 = x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)$ 에서
구하는 직육면체의 겉넓이는

$$\begin{aligned}
 2(xy+yz+zx) &= (x+y+z)^2 - (x^2+y^2+z^2) \\
 &= 7^2-25=24
 \end{aligned}$$

$$18 \quad a-b=2 \quad \dots\dots \textcircled{A}$$

$$b-c=3 \quad \dots\dots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A}+\textcircled{B}$ 을 하면

$$a-c=5 \quad \therefore c-a=-5$$

$$\therefore a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$$

$$= \frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca)$$

$$= \frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}$$

$$= \frac{1}{2}\{2^2+3^2+(-5)^2\}=19$$

$$\begin{array}{r}
 19 \quad \quad \quad 2x^2-3x+3 \\
 x+2 \overline{) 2x^3 + x^2-3x-5} \\
 \underline{2x^3+4x^2} \\
 -3x^2-3x \\
 \underline{-3x^2-6x} \\
 3x-5 \\
 \underline{3x+6} \\
 -11
 \end{array}$$

따라서 몫은 $2x^2-3x+3$ 이고 나머지는 -11 이다.

$$\begin{array}{r}
 20 \quad \quad \quad x-1 \\
 x^2+x+1 \overline{) x^3 - 2x+1} \\
 \underline{x^3+x^2+x} \\
 -x^2-3x+1 \\
 \underline{-x^2-x-1} \\
 -2x+2
 \end{array}$$

따라서 $Q(x)=x-1, R(x)=-2x+2$ 이므로

$$Q(2)+R(1)=1+0=1$$

21 $3x^3-4x^2+4x+2=P(x)(3x^2-x+3)+5$ 이므로
 $3x^3-4x^2+4x-3=P(x)(3x^2-x+3)$
 $\therefore P(x)=(3x^3-4x^2+4x-3)\div(3x^2-x+3)$

$$\begin{array}{r} x-1 \\ 3x^2-x+3 \overline{) 3x^3-4x^2+4x-3} \\ \underline{3x^3-x^2+3x} \\ -3x^2+x-3 \\ \underline{-3x^2+x-3} \\ 0 \end{array}$$

$\therefore P(x)=x-1$

22 다항식 x^3+2x^2-5x-8 을 $x-2$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & 2 & -5 & -8 \\ & & 2 & 8 & 6 \\ \hline & 1 & 4 & 3 & -2 \end{array}$$

따라서 $a=2$, $b=4$, $c=-2$ 이므로

$a+b+c=4$

23 $(3x^2+2xy+y^2)(x^2-2xy+2y^2)$ 의 전개식에서 x^2y^2 항은
 $3x^2 \times 2y^2 + 2xy \times (-2xy) + y^2 \times x^2 = 6x^2y^2 - 4x^2y^2 + x^2y^2$
 $= 3x^2y^2$

$\therefore a=3$

$(2x^4-5x^3+2x^2+x-3)^2$, 즉

$(2x^4-5x^3+2x^2+x-3)(2x^4-5x^3+2x^2+x-3)$ 의 전개식에서 x^4 항은

$2x^4 \times (-3) + (-5x^3) \times x + 2x^2 \times 2x^2 + x \times (-5x^3) + (-3) \times 2x^4$

$= -6x^4 - 5x^4 + 4x^4 - 5x^4 - 6x^4$

$= -18x^4$

$\therefore b=-18 \quad \therefore \frac{b}{a}=-6$

24 $98(10004+200)-102(10004-200)$
 $= (100-2)(10000+200+4) - (100+2)(10000-200+4)$
 $= (100^3-2^3) - (100^3+2^3)$
 $= -8-8=-16$

25 $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$
 $= a^3+b^3+c^3-3abc=24-3 \times 8=0$

이때 $a+b+c \neq 0$ 이므로

$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$

$\frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}=0$

$\therefore a=b=c$

$abc=8$ 이므로 $a^3=8$

$\therefore (a+b)(b+c)(c+a)=2a \times 2a \times 2a=8a^3$
 $= 8 \times 8=64$

26 (1) $\frac{1}{x}=\frac{1}{3-2\sqrt{2}}=3+2\sqrt{2}$ 이므로

$x+\frac{1}{x}=(3-2\sqrt{2})+(3+2\sqrt{2})=6$ (가)

(2) $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2$
 $= 6^2-2=34$ (나)

$x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3\left(x+\frac{1}{x}\right)$
 $= 6^3-3 \times 6=198$ (다)

$\therefore x^3+x^2+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^3}=34+198=232$ (라)

채점 기준	배점
(가) $x+\frac{1}{x}$ 의 값을 구한다.	2점
(나) $x^2+\frac{1}{x^2}$ 의 값을 구한다.	1점
(다) $x^3+\frac{1}{x^3}$ 의 값을 구한다.	1점
(라) $x^3+x^2+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^3}$ 의 값을 구한다.	2점

27 0이 아닌 세 수를 각각 a, b, c 라고 하면

$a+b+c=2$, $abc=-2$, $a^2+b^2+c^2=6$ (가)

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$ 에서
 $2^2=6+2(ab+bc+ca)$

$\therefore ab+bc+ca=-1$ (나)

따라서 구하는 각각의 세제곱의 합은 $a^3+b^3+c^3$ 이므로

$a^3+b^3+c^3$
 $= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc$
 $= (a+b+c)\{a^2+b^2+c^2-(ab+bc+ca)\}+3abc$
 $= 2\{6-(-1)\}+3 \times (-2)=8$ (다)

채점 기준	배점
(가) 세 수를 a, b, c 로 놓고 각 조건을 식으로 나타낸다.	2점
(나) $ab+bc+ca$ 의 값을 구한다.	2점
(다) $a^3+b^3+c^3$ 의 값을 구한다.	3점

28
$$\begin{array}{r} 2x^2-x-2 \\ 2x^2+x-1 \overline{) 4x^4-7x^2+5x+1} \\ \underline{4x^4+2x^3-2x^2} \\ -2x^3-5x^2+5x \\ \underline{-2x^3-x^2+x} \\ -4x^2+4x+1 \\ \underline{-4x^2-2x+2} \\ 6x-1 \end{array}$$

따라서 몫은 $2x^2-x-2$ 이고 나머지는 $6x-1$ (가)

이므로 몫과 나머지의 합은

$(2x^2-x-2)+(6x-1)=2x^2+5x-3$ (나)

채점 기준	배점
(가) 몫과 나머지를 구한다.	3점
(나) 몫과 나머지의 합을 구한다.	2점

확인 문제

p. 18

- 1 $\neg, \vee, \wedge$
- 2 $a-1=0, b+2=0, c=0$ 이므로
 $a=1, b=-2, c=0$
- 3 $P(2)=2 \times 2^4 - 3 \times 2^3 + 2 - 1 = 9$

핵심 유형

답은꼴 문제

교/과/서/속

p. 19

- 1 주어진 등식이 x 에 대한 항등식이므로 양변에 $x=1, x=0, x=-1$ 을 각각 대입하면
 $c=0, a-b+c=-3, 4a-2b+c=-4$
 $a-b=-3, 2a-b=-2$ 이므로 두 식을 연립하여 풀면
 $a=1, b=4$
 $\therefore a=1, b=4, c=0$
다른 풀이
주어진 등식을 정리하면
 $ax^2 + (-2a+b)x + a-b+c = x^2 + 2x - 3$
이 등식이 x 에 대한 항등식이므로
 $a=1, -2a+b=2, a-b+c=-3$
 $\therefore a=1, b=4, c=0$
- 2 주어진 등식을 정리하면
 $2x^2 - ax + 5 = cx^2 + (1-bc)x - b + 2$
이 등식이 x 에 대한 항등식이므로
 $2=c, -a=1-bc, 5=-b+2$
 $\therefore a=-7, b=-3, c=2$
- 3 $P\left(\frac{1}{3}\right) = 3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 2 \times \frac{1}{3} + 2 = \frac{4}{3}$
- 4 $P\left(-\frac{1}{2}\right) = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 1$
 $= -\frac{7}{4}$
- 5 다항식 $P(x)$ 를 $x+1, x-3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 각각 3, -1이므로 나머지정리에 의하여
 $P(-1)=3, P(3)=-1$
다항식 $P(x)$ 를 $(x+1)(x-3)$ 으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b 는 상수)라고 하면
 $P(x) = (x+1)(x-3)Q(x) + ax+b$
이 식의 양변에 $x=-1, x=3$ 을 각각 대입하면

$$P(-1) = -a+b, P(3) = 3a+b$$

$$\therefore -a+b=3, 3a+b=-1$$

$$\text{두 식을 연립하여 풀면 } a=-1, b=2$$

따라서 구하는 나머지는 $-x+2$ 이다.

- 6 다항식 $P(x)$ 를 $x+2, x-2$ 로 나누었을 때의 나머지가 각각 -3, 5이므로 나머지정리에 의하여
 $P(-2)=-3, P(2)=5$
다항식 $P(x)$ 를 x^2-4 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b 는 상수)라고 하면
 $P(x) = (x^2-4)Q(x) + ax+b$
 $= (x+2)(x-2)Q(x) + ax+b$
이 식의 양변에 $x=-2, x=2$ 를 각각 대입하면
 $P(-2) = -2a+b, P(2) = 2a+b$
 $\therefore -2a+b=-3, 2a+b=5$
두 식을 연립하여 풀면 $a=2, b=1$
따라서 구하는 나머지는 $2x+1$ 이다.
- 7 $P(x) = x^3 - 4x^2 + 3x + k$ 가 $x-2$ 로 나누어떨어지므로 인수정리에 의하여
 $P(2)=0$
즉, $8-16+6+k=0$
 $k-2=0 \quad \therefore k=2$
- 8 $P(x) = x^3 - 5x^2 - ax + 7$ 이 $x+1$ 로 나누어떨어지므로 인수정리에 의하여
 $P(-1)=0$
즉, $-1-5+a+7=0$
 $a+1=0 \quad \therefore a=-1$

확인 문제

p. 20

- 1 (1) $a^3 + 3a^2 + 3a + 1 = a^3 + 3 \times a^2 \times 1 + 3 \times a \times 1^2 + 1^3$
 $= (a+1)^3$
(2) $8x^3 - 1 = (2x)^3 - 1^3$
 $= (2x-1)\{(2x)^2 + 2x \times 1 + 1^2\}$
 $= (2x-1)(4x^2 + 2x + 1)$
- 2 $a+b=X$ 로 놓으면
 $(a+b)^2 - 3(a+b) + 2 = X^2 - 3X + 2$
 $= (X-2)(X-1)$
 $= (a+b-2)(a+b-1)$

- 1 (1) $a^3 + 64b^3 = a^3 + (4b)^3$
 $= (a+4b)\{a^2 - a \times 4b + (4b)^2\}$
 $= (a+4b)(a^2 - 4ab + 16b^2)$
- (2) $27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$
 $= (3x)^3 - 3 \times (3x)^2 \times 2y + 3 \times 3x \times (2y)^2 - (2y)^3$
 $= (3x - 2y)^3$
- (3) $a^2 + 4b^2 + 4c^2 - 4ab - 8bc + 4ca$
 $= a^2 + (-2b)^2 + (2c)^2 + 2 \times a \times (-2b)$
 $\quad + 2 \times (-2b) \times 2c + 2 \times 2c \times a$
 $= (a - 2b + 2c)^2$

- 2 (1) $27x^3 - 8y^3 = (3x)^3 - (2y)^3$
 $= (3x - 2y)\{(3x)^2 + 3x \times 2y + (2y)^2\}$
 $= (3x - 2y)(9x^2 + 6xy + 4y^2)$
- (2) $a^3 + 6a^2b + 12ab^2 + 8b^3$
 $= a^3 + 3 \times a^2 \times 2b + 3 \times a \times (2b)^2 + (2b)^3$
 $= (a + 2b)^3$
- (3) $9x^2 + y^2 + z^2 - 6xy + 2yz - 6zx$
 $= (3x)^2 + (-y)^2 + (-z)^2 + 2 \times 3x \times (-y)$
 $\quad + 2 \times (-y) \times (-z) + 2 \times (-z) \times 3x$
 $= (3x - y - z)^2$

- 3 (1) $x^2 - 2x = X$ 로 놓으면
 $(x^2 - 2x)^2 - 4(x^2 - 2x) - 5$
 $= X^2 - 4X - 5 = (X - 5)(X + 1)$
 $= (x^2 - 2x - 5)(x^2 - 2x + 1)$
 $= (x^2 - 2x - 5)(x - 1)^2$
- (2) $(x^2 - x)^2 - 3x^2 + 3x + 2 = (x^2 - x)^2 - 3(x^2 - x) + 2$
 $x^2 - x = X$ 로 놓으면
(주어진 식) $= X^2 - 3X + 2 = (X - 2)(X - 1)$
 $= (x^2 - x - 2)(x^2 - x - 1)$
 $= (x - 2)(x + 1)(x^2 - x - 1)$

- 4 (1) $x^2 - 3x = X$ 로 놓으면
 $(x^2 - 3x)^2 - 2(x^2 - 3x) - 8$
 $= X^2 - 2X - 8 = (X - 4)(X + 2)$
 $= (x^2 - 3x - 4)(x^2 - 3x + 2)$
 $= (x - 4)(x + 1)(x - 2)(x - 1)$
- (2) $x - 2y = X$ 로 놓으면
 $(x - 2y)(x - 2y + 3) - 10$
 $= X(X + 3) - 10 = X^2 + 3X - 10$
 $= (X + 5)(X - 2)$
 $= (x - 2y + 5)(x - 2y - 2)$

- 5 (1) $x^2 = X$ 로 놓으면
 $x^4 + 3x^2 - 28 = X^2 + 3X - 28 = (X - 4)(X + 7)$
 $= (x^2 - 4)(x^2 + 7)$
 $= (x - 2)(x + 2)(x^2 + 7)$

$$(2) x^4 - 8x^2 + 4 = (x^4 - 4x^2 + 4) - 4x^2$$

$$= (x^2 - 2)^2 - (2x)^2$$

$$= (x^2 + 2x - 2)(x^2 - 2x - 2)$$

- 6 (1) $x^2 = X$ 로 놓으면
 $x^4 + 4x^2 - 5 = X^2 + 4X - 5$
 $= (X - 1)(X + 5)$
 $= (x^2 - 1)(x^2 + 5)$
 $= (x - 1)(x + 1)(x^2 + 5)$
- (2) $9x^4 + 2x^2y^2 + y^4 = (9x^4 + 6x^2y^2 + y^4) - 4x^2y^2$
 $= (3x^2 + y^2)^2 - (2xy)^2$
 $= (3x^2 + 2xy + y^2)(3x^2 - 2xy + y^2)$

- 7 주어진 식을 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면
 $2x^2 + 3xy + y^2 - x - 1 = 2x^2 + (3y - 1)x + y^2 - 1$
 $= 2x^2 + (3y - 1)x + (y - 1)(y + 1)$

$$\begin{array}{r} x \quad y-1 \rightarrow (2y-2)x \\ 2x \quad y+1 \rightarrow (y+1)x \\ \hline (3y-1)x \end{array}$$

$$= \{x + (y - 1)\} \{2x + (y + 1)\}$$

$$= (x + y - 1)(2x + y + 1)$$

- 8 주어진 식을 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면
 $x^2 - xy - 2y^2 - 2x + 7y - 3$
 $= x^2 + (-y - 2)x - 2y^2 + 7y - 3$
 $= x^2 + (-y - 2)x - (2y - 1)(y - 3)$

$$\begin{array}{r} x \quad -(2y-1) \rightarrow (-2y+1)x \\ x \quad y-3 \rightarrow (y-3)x \\ \hline (-y-2)x \end{array}$$

$$= \{x - (2y - 1)\} \{x + (y - 3)\}$$

$$= (x - 2y + 1)(x + y - 3)$$

- 9 $P(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$ 라고 하면
 $P(1) = 1 + 2 - 1 - 2 = 0$

이므로 조립제법을 이용하여 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 2 & -1 & -2 \\ & & 1 & 3 & 2 \\ \hline & 1 & 3 & 2 & 0 \end{array}$$

$$x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x - 1)(x^2 + 3x + 2)$$

$$= (x - 1)(x + 1)(x + 2)$$

- 10 $P(x) = x^4 - 4x^3 - x^2 + 16x - 12$ 라고 하면
 $P(1) = 1 - 4 - 1 + 16 - 12 = 0$

이므로 조립제법을 이용하여 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & -4 & -1 & 16 & -12 \\ & & 1 & -3 & -4 & 12 \\ \hline & 1 & -3 & -4 & 12 & 0 \end{array}$$

$$x^4 - 4x^3 - x^2 + 16x - 12 = (x - 1)(x^3 - 3x^2 - 4x + 12)$$

이때 $Q(x) = x^3 - 3x^2 - 4x + 12$ 라고 하면

$$Q(2) = 8 - 12 - 8 + 12 = 0$$

이므로 조립제법을 이용하여 $Q(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & -3 & -4 & 12 \\ & & 2 & -2 & -12 \\ \hline & 1 & -1 & -6 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} x^3 - 3x^2 - 4x + 12 &= (x-2)(x^2 - x - 6) \\ &= (x-2)(x-3)(x+2) \end{aligned}$$

따라서 주어진 식을 인수분해하면

$$x^4 - 4x^3 - x^2 + 16x - 12 = (x-1)(x-2)(x-3)(x+2)$$

다른 풀이

$P(x) = x^4 - 4x^3 - x^2 + 16x - 12$ 라고 하면 $P(1) = 0$,

$P(2) = 0$ 이므로 조립제법을 이용하여 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & -4 & -1 & 16 & -12 \\ & & 1 & -3 & -4 & 12 \\ \hline 2 & 1 & -3 & -4 & 12 & 0 \\ & & 2 & -2 & -12 & \\ \hline & 1 & -1 & -6 & 0 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} x^4 - 4x^3 - x^2 + 16x - 12 &= (x-1)(x-2)(x^2 - x - 6) \\ &= (x-1)(x-2)(x-3)(x+2) \end{aligned}$$

계산력 다지기

p. 22~23

- 1 (1) $a=0, b=\frac{1}{2}, c=-1$
 (2) $a=1, b=-1, c=0$
 (3) $a=-1, b=1, c=3$
 (4) $a=1, b=4, c=-1$
 (5) $a=2, b=-1, c=-2$
 (6) $a=2, b=5, c=-5$
 (7) 양변에 $x=1, x=0, x=-1$ 을 각각 대입하면
 $2c=6, -a=5, 2b=10$
 $\therefore a=-5, b=5, c=3$
 (8) 양변에 $x=0, x=1, x=-2$ 를 각각 대입하면
 $-4b=-8, 3c=-6, 6a=0$
 $\therefore a=0, b=2, c=-2$

- 2 (1) $f(1) = 1^3 - 1^2 + 1 - 2 = -1$
 (2) $f(-1) = 3 \times (-1)^3 - 2 \times (-1)^2 - 4 \times (-1) - 5 = -6$
 (3) $f(-2) = -2 \times (-2)^3 + (-2)^2 + 7 \times (-2) - 5 = 1$
 (4) $f(2) = 2^4 - 2 \times 2^3 + 2^2 - 5 \times 2 + 3 = -3$
 (5) $f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 - 7 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} + 15 = 14$
 (6) $f\left(-\frac{1}{2}\right) = -4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - 10 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 1$
 $= -2$

- 3 (1) 인수정리에 의하여 $f(-1) = 0$
 즉, $-1 - 3 - a + 2 = 0 \therefore a = -2$
 (2) 인수정리에 의하여 $f(2) = 0$
 즉, $-16 - 4a - 4 = 0 \therefore a = -5$
 (3) 인수정리에 의하여 $f(-2) = 0$
 즉, $16 + 16 - 16 - a = 0 \therefore a = 16$
 (4) 인수정리에 의하여 $f(-3) = 0$
 즉, $-81 - 54 - 9a + 21 + 6 = 0 \therefore a = -12$
 (5) 인수정리에 의하여 $f\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$
 즉, $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}a + 3 = 0 \therefore a = 7$
 (6) 인수정리에 의하여 $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$
 즉, $\frac{1}{4} - \frac{1}{4}a + \frac{3}{2} - 1 = 0 \therefore a = 3$

- 4 (1) $(2a+b+3c)^2$
 (2) $(x-2y-3z)^2$
 (3) $(2a+b)^3$
 (4) $(4x-y)^3$
 (5) $(2a+3b)(4a^2-6ab+9b^2)$
 (6) $(3x-4y)(9x^2+12xy+16y^2)$
 (7) $(a+b+2c)(a^2+b^2+4c^2-ab-2bc-2ca)$
 (8) $(3x-y+z)(9x^2+y^2+z^2+3xy+yz-3zx)$

- 5 (1) $x^2 - 1 = X$ 로 놓으면
 $(x^2 - 1)^2 - 2(x^2 - 1) - 3$
 $= X^2 - 2X - 3 = (X+1)(X-3)$
 $= x^2(x^2 - 4) = x^2(x+2)(x-2)$
 (2) $a^2 - 2a = X$ 로 놓으면
 $(a^2 - 2a - 2)(a^2 - 2a - 1) - 2$
 $= (X-2)(X-1) - 2 = X^2 - 3X = X(X-3)$
 $= (a^2 - 2a)(a^2 - 2a - 3) = a(a-2)(a+1)(a-3)$
 (3) $x^2 = X$ 로 놓으면
 $x^4 - 13x^2 + 36 = X^2 - 13X + 36 = (X-4)(X-9)$
 $= (x^2 - 4)(x^2 - 9)$
 $= (x-3)(x-2)(x+2)(x+3)$
 (4) $a^4 - 7a^2b^2 + b^4 = (a^4 + 2a^2b^2 + b^4) - 9a^2b^2$
 $= (a^2 + b^2)^2 - (3ab)^2$
 $= (a^2 + 3ab + b^2)(a^2 - 3ab + b^2)$
 (5) 주어진 식을 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$x^2 - xy - 2y^2 - x - 7y - 6$$

$$= x^2 - (y+1)x - 2y^2 - 7y - 6$$

$$= x^2 - (y+1)x - (2y+3)(y+2)$$

$$\begin{array}{rcl} x & \nearrow & -(2y+3) \longrightarrow -(2y+3)x \\ x & \searrow & y+2 \longrightarrow (y+2)x \\ \hline & & -(y+1)x \end{array}$$

$$= \{x - (2y+3)\} \{x + (y+2)\} = (x-2y-3)(x+y+2)$$

(6) 주어진 식을 a 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned} & 2a^2 - 3ab + b^2 + a - 1 \\ &= 2a^2 - (3b-1)a + b^2 - 1 \\ &= 2a^2 - (3b-1)a + (b+1)(b-1) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 2a \quad - (b+1) \longrightarrow - (b+1)a \\ a \quad - (b-1) \longrightarrow - (2b-2)a \\ \hline \quad \quad \quad - (3b-1)a \end{array}$$

$$\begin{aligned} &= \{2a - (b+1)\} \{a - (b-1)\} \\ &= (2a - b - 1)(a - b + 1) \end{aligned}$$

(7) $P(x) = x^3 - 4x^2 - x + 4$ 라고 하면

$$P(1) = 1 - 4 - 1 + 4 = 0$$

이므로 조립제법을 이용하여 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -4 & -1 & 4 \\ & & 1 & -3 & -4 \\ \hline & 1 & -3 & -4 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} x^3 - 4x^2 - x + 4 &= (x-1)(x^2 - 3x - 4) \\ &= (x-1)(x+1)(x-4) \end{aligned}$$

(8) $P(x) = x^4 - x^3 - 3x^2 + x + 2$ 라고 하면

$$P(1) = 1 - 1 - 3 + 1 + 2 = 0,$$

$$P(-1) = 1 + 1 - 3 - 1 + 2 = 0$$

이므로 조립제법을 이용하여 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & -1 & -3 & 1 & 2 \\ & & 1 & 0 & -3 & -2 \\ \hline -1 & 1 & 0 & -3 & -2 & 0 \\ & & -1 & 1 & 2 & \\ \hline & 1 & -1 & -2 & 0 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} x^4 - x^3 - 3x^2 + x + 2 &= (x-1)(x+1)(x^2 - x - 2) \\ &= (x-1)(x-2)(x+1)^2 \end{aligned}$$

04~05장 **종합** 기출문제

p. 24~27

- | | | | | |
|-------------------|-------------------------|-----------------------|------|------|
| 1 ③ | 2 13 | 3 ⑤ | 4 ③ | 5 ④ |
| 6 ② | 7 -11 | 8 0 | 9 ① | 10 ③ |
| 11 ② | 12 ① | 13 ③ | 14 ④ | 15 ⑤ |
| 16 ① | 17 ④ | 18 ② | 19 2 | 20 ⑤ |
| 21 ⑤ | 22 ⑤ | 23 ⑤ | 24 ③ | 25 ⑤ |
| 26 ㄱ, ㄴ | 27 ④ | 28 $3(x-y)(y-z)(z-x)$ | | |
| 29 -2 | 30 (1) $P(1)=3, P(2)=3$ | (2) 3 | | |
| 31 $a=c$ 인 이등변삼각형 | | | | |

1 주어진 등식을 정리하면

$$\begin{aligned} & 2x^2 + (1-2a)x - a + b = 2x^2 - 3x - 4 \\ & \text{이 등식이 } x \text{에 대한 항등식이므로} \\ & 1-2a = -3, -a+b = -4 \end{aligned}$$

두 식을 연립하여 풀면 $a=2, b=-2$

$$\therefore a+b=0$$

2 주어진 등식이 x 에 대한 항등식이므로 양변에 $x=-1, x=1, x=2$ 를 각각 대입하면

$$6=6a, 12=-2b, 18=3c$$

$$\therefore a=1, b=-6, c=6$$

$$\therefore a-b+c=13$$

3 $x+y=1$ 에서 $y=1-x$ 이므로 주어진 등식에 대입하면

$$2ax + a(1-x) - 3 = (1-b)x + b(1-x)$$

$$\therefore (a+2b-1)x + a-b-3=0$$

이 등식이 x 에 대한 항등식이므로

$$a+2b-1=0, a-b-3=0$$

$$\text{두 식을 연립하여 풀면 } a=\frac{7}{3}, b=-\frac{2}{3}$$

$$\therefore a^2 - b^2 = \frac{49}{9} - \frac{4}{9} = 5$$

4 주어진 등식이 x 에 대한 항등식이므로 양변에 $x=-2$ 를 대입하면

$$0=16+4a-b \quad \therefore 4a-b=-16 \quad \dots\dots ㉠$$

양변에 $x^2=2$ 를 대입하면

$$0=4+2a-b \quad \therefore 2a-b=-4 \quad \dots\dots ㉡$$

$$\text{㉠, ㉡을 연립하여 풀면 } a=-6, b=-8$$

$$\therefore a-b=2$$

5 다항식 $x^3 - x^2 + ax + b$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $x+p$ (p 는 상수)라고 하면 나머지가 $2x+3$ 이므로

$$x^3 - x^2 + ax + b = (x^2 - x + 1)(x+p) + 2x + 3$$

이 식의 우변을 x 에 대하여 정리하면

$$x^3 - x^2 + ax + b = x^3 + (p-1)x^2 + (3-p)x + p+3$$

이 등식은 x 에 대한 항등식이므로

$$-1=p-1, a=3-p, b=p+3$$

$$\therefore p=0, a=3, b=3$$

$$\therefore ab=9$$

6 다항식 $P(x) = x^4 + 4x^3 - 2x^2 + 3x + 7$ 을 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지는 나머지정리에 의하여 $P(-1)$ 이므로

$$P(-1) = 1 - 4 - 2 - 3 + 7 = -1$$

7 $P(x) = x^3 + mx^2 + nx + 1$ 이라고 하면 나머지정리에 의하여 $P(-1)=5, P(2)=3$

$$P(-1)=5 \text{에서 } -1+m-n+1=5$$

$$\therefore m-n=5 \quad \dots\dots ㉠$$

$$P(2)=3 \text{에서 } 8+4m+2n+1=3$$

$$\therefore 2m+n=-3 \quad \dots\dots ㉡$$

$$\text{㉠, ㉡을 연립하여 풀면 } m=\frac{2}{3}, n=-\frac{13}{3}$$

$$\therefore 3(m+n) = 3\left(\frac{2}{3} - \frac{13}{3}\right) = -11$$

8 나머지정리에 의하여

$$P(1)=3, P(-2)=6$$

다항식 $P(x)$ 를 x^2+x-2 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$,

나머지를 $R(x)=ax+b$ (a, b 는 상수)라고 하면

$$\begin{aligned} P(x) &= (x^2+x-2)Q(x)+ax+b \\ &= (x-1)(x+2)Q(x)+ax+b \end{aligned}$$

이 식의 양변에 $x=1, x=-2$ 를 각각 대입하면

$$P(1)=a+b, P(-2)=-2a+b$$

$$\therefore a+b=3, -2a+b=6$$

두 식을 연립하여 풀면 $a=-1, b=4$

따라서 $R(x)=-x+4$ 이므로

$$R(4)=-4+4=0$$

9 $P(x)=x^{10}$ 이라고 하면 $P(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지는 나머지정리에 의하여 $P(2)$ 이므로

$$P(2)=2^{10}$$

x^{10} 을 $x-2$ 로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$ 이고 나머지가 2^{10} 이므로

$$x^{10}=(x-2)Q(x)+2^{10} \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$Q(x)$ 를 $x-4$ 로 나누었을 때의 나머지는 나머지정리에 의하여 $Q(4)$ 이므로 $\textcircled{1}$ 의 양변에 $x=4$ 를 대입하면

$$2^{20}=2Q(4)+2^{10}, 2Q(4)=2^{20}-2^{10}$$

$$\therefore Q(4)=2^{19}-2^9$$

10 나머지정리에 의하여

$$f(-1)=2, g(-1)=3, f(3)=1, g(3)=-2 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

다항식 $f(x)g(x)$ 를 x^2-2x-3 으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b 는 상수)라고 하면

$$\begin{aligned} f(x)g(x) &= (x^2-2x-3)Q(x)+ax+b \\ &= (x+1)(x-3)Q(x)+ax+b \end{aligned}$$

이 식의 양변에 $x=-1, x=3$ 을 각각 대입하면

$$f(-1)g(-1)=-a+b, f(3)g(3)=3a+b$$

그런데 $\textcircled{1}$ 에 의하여

$$f(-1)g(-1)=2 \times 3=6$$

$$f(3)g(3)=1 \times (-2)=-2$$

$$\therefore -a+b=6, 3a+b=-2$$

두 식을 연립하여 풀면

$$a=-2, b=4$$

따라서 구하는 나머지는 $-2x+4$ 이다.

11 인수정리에 의하여

$$P(1)=0, P(-2)=0$$

$$P(1)=0 \text{에서 } 1-2+a+b=0$$

$$\therefore a+b=1 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$P(-2)=0 \text{에서 } -8-8-2a+b=0$$

$$\therefore -2a+b=16 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a=-5, b=6$

$$\therefore ab=-30$$

12 다항식 $P(x)-1$ 이 x^2-4x+3 , 즉 $(x-1)(x-3)$ 으로 나누어떨어지므로 인수정리에 의하여

$$P(1)-1=0, P(3)-1=0$$

$$\therefore P(1)=1, P(3)=1$$

$P(x+1)$ 을 x^2-2x 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b 는 상수)라고 하면

$$\begin{aligned} P(x+1) &= (x^2-2x)Q(x)+ax+b \\ &= x(x-2)Q(x)+ax+b \end{aligned}$$

이 식의 양변에 $x=0, x=2$ 를 각각 대입하면

$$P(1)=b, P(3)=2a+b \text{이므로}$$

$$b=1, 2a+b=1$$

$$\therefore a=0, b=1$$

따라서 구하는 나머지는 1이다.

13 주어진 등식을 변형하면

$$x^3-2x^2-4x+6=(x-2)\{a(x-2)^2+b(x-2)+c\}+d$$

이므로 x^3-2x^2-4x+6 을 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지 d 를 조립제법을 이용하여 구하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & -2 & -4 & 6 \\ & & 2 & 0 & -8 \\ \hline & 1 & 0 & -4 & -2 \end{array}$$

$$x^3-2x^2-4x+6=(x-2)(x^2-4)-2 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\therefore d=-2$$

$\textcircled{1}$ 에서

$$\begin{aligned} x^2-4 &= a(x-2)^2+b(x-2)+c \\ &= (x-2)\{a(x-2)+b\}+c \end{aligned}$$

이므로 x^2-4 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지 c 를 조립제법을 이용하여 구하면

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 1 & 0 \\ & & 2 \\ \hline & 1 & 2 \end{array} \quad \begin{array}{r|rr} 2 & 0 & -4 \\ & & 4 \\ \hline & 0 & 0 \end{array}$$

$$x^2-4=(x-2)(x+2) \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\therefore c=0$$

$\textcircled{2}$ 에서 $x+2=a(x-2)+b$ 이므로 $x+2$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 몫 a 와 나머지 b 를 조립제법을 이용하여 구하면

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 1 & 2 \\ & & 2 \\ \hline & 1 & 4 \end{array}$$

$$x+2=(x-2) \times 1+4$$

$$\therefore a=1, b=4$$

$$\therefore a+b-c-d=7$$

참고

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & -2 & -4 & 6 \\ & & 2 & 0 & -8 \\ \hline 2 & 1 & 0 & -4 & -2 \Rightarrow d \\ & & 2 & 4 & \\ \hline 2 & 1 & 2 & 0 & 0 \Rightarrow c \\ & & 2 & & \\ \hline a \leftarrow 1 & & 4 & \Rightarrow b \end{array}$$

- 14 ① $8x^3+12x^2+6x+1$
 $= (2x)^3 + 3 \times (2x)^2 \times 1 + 3 \times 2x \times 1^2 + 1^3$
 $= (2x+1)^3$
 ② $10x^2+31x+15 = (5x+3)(2x+5)$
 ③ $x^3+8y^3 = x^3 + (2y)^3$
 $= (x+2y)\{x^2 - x \times 2y + (2y)^2\}$
 $= (x+2y)(x^2 - 2xy + 4y^2)$
 ④ $x^2+y^2+z^2-2xy+2yz-2zx$
 $= x^2 + (-y)^2 + (-z)^2 + 2 \times x \times (-y) + 2 \times (-y) \times (-z)$
 $\quad \quad \quad + 2 \times (-z) \times x$
 $= (x-y-z)^2$
 ⑤ $mx^2-4my^2 = m(x^2-4y^2)$
 $= m(x-2y)(x+2y)$
 따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

- 15 $x^2+5x=X$ 로 놓으면
 $(x^2+5x+4)(x^2+5x+2)-24$
 $= (X+4)(X+2)-24$
 $= X^2+6X-16$
 $= (X+8)(X-2)$
 $= (x^2+5x+8)(x^2+5x-2)$
 $\therefore a=5, b=8, c=-2$ 또는 $a=5, b=-2, c=8$
 $\therefore a+b+c=11$

- 16 $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)+24$
 $= (x^2+x-2)(x^2+x-12)+24$
 $x^2+x=X$ 로 놓으면
 (주어진 식) $= (X-2)(X-12)+24$
 $= X^2-14X+48$
 $= (X-6)(X-8)$
 $= (x^2+x-6)(x^2+x-8)$
 $= (x-2)(x+3)(x^2+x-8)$

- 17 $x^4-13x^2+4 = (x^4-4x^2+4)-9x^2$
 $= (x^2-2)^2 - (3x)^2$
 $= (x^2+3x-2)(x^2-3x-2)$
 따라서 인수인 것은 ④이다.

- 18 주어진 식을 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면
 $x^2-2xy+y^2+3x-3y+2$
 $= x^2 + (-2y+3)x + y^2-3y+2$
 $= x^2 + (-2y+3)x + (y-1)(y-2)$

$$\begin{array}{rcl} x & \swarrow & - (y-1) \rightarrow (-y+1)x \\ x & \searrow & - (y-2) \rightarrow (-y+2)x \\ \hline & & (-2y+3)x \end{array}$$

$$= \{x-(y-1)\}\{x-(y-2)\}$$

$$= (x-y+1)(x-y+2)$$

- 19 $P(x)=2x^3-7x^2+11x-4$ 라고 하면
 $P\left(\frac{1}{2}\right)=2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 - 7 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 11 \times \frac{1}{2} - 4 = 0$
 이므로 조립제법을 이용하여 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$\frac{1}{2} \left| \begin{array}{ccc|c} 2 & -7 & 11 & -4 \\ & 1 & -3 & 4 \\ 2 & -6 & 8 & 0 \end{array} \right|$$

$$2x^3-7x^2+11x-4 = \left(x-\frac{1}{2}\right)(2x^2-6x+8)$$

$$= (2x-1)(x^2-3x+4)$$

따라서 $a=2, b=-1, c=-3, d=4$ 이므로
 $a+b+c+d=2$

- 20 $P(x)=x^4+2x^3-9x^2-2x+8$ 이라고 하면
 $P(1)=1+2-9-2+8=0,$
 $P(-1)=1-2-9+2+8=0$
 이므로 조립제법을 이용하여 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & 2 & -9 & -2 & 8 \\ & & 1 & 3 & -6 & -8 \\ -1 & 1 & 3 & -6 & -8 & 0 \\ & & -1 & -2 & 8 & \\ \hline & 1 & 2 & -8 & 0 & \end{array}$$

$$x^4+2x^3-9x^2-2x+8$$

$$= (x-1)(x+1)(x^2+2x-8)$$

$$= (x-1)(x+1)(x-2)(x+4)$$

따라서 인수가 아닌 것은 ⑤이다.

- 21 주어진 식을 인수분해하면
 $x^2y-3x^2-xy^2+3y^2 = x^2y-xy^2-3x^2+3y^2$
 $= xy(x-y)-3(x^2-y^2)$
 $= xy(x-y)-3(x+y)(x-y)$
 $= (x-y)\{xy-3(x+y)\} \quad \dots \dots \textcircled{A}$

$$x=1-\sqrt{3}, y=1+\sqrt{3} \text{에서}$$

$$x+y=2, x-y=-2\sqrt{3}, xy=-2$$

이것을 ①에 대입하면
 (주어진 식) $= -2\sqrt{3} \times (-2-3 \times 2) = 16\sqrt{3}$

- 22 $a^3+b^3+c^3-3abc$
 $= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$
 에서 $a+b+c=0$ 이므로
 $a^3+b^3+c^3-3abc=0 \quad \therefore a^3+b^3+c^3=3abc$
 $\therefore \frac{a^3+b^3+c^3}{abc} = \frac{3abc}{abc} = 3$

- 23 $a=100$ 으로 놓으면
 $\sqrt{100 \times 101 \times 102 \times 103 + 1}$
 $= \sqrt{a(a+1)(a+2)(a+3) + 1}$
 $= \sqrt{\{a(a+3)\}\{(a+1)(a+2)\} + 1}$
 $= \sqrt{(a^2+3a)(a^2+3a+2) + 1}$
 $a^2+3a=X$ 로 놓으면

$$\begin{aligned}
 (\text{주어진 식}) &= \sqrt{X(X+2)+1} \\
 &= \sqrt{X^2+2X+1} = \sqrt{(X+1)^2} \\
 &= X+1 = a^2+3a+1 \\
 &= 100^2+3 \times 100+1 = 10301
 \end{aligned}$$

24 주어진 등식이 x 에 대한 항등식이므로 양변에 $x=0$ 을 대입하면 $a_0=1$

양변에 $x=1$ 을 대입하면

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{39} + a_{40} = 2^{20} \quad \cdots \textcircled{1}$$

양변에 $x=-1$ 을 대입하면

$$a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \cdots - a_{39} + a_{40} = 2^{20} \quad \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 을 하면

$$2(a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{40}) = 2 \times 2^{20}$$

$$a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{40} = 2^{20}$$

$$\therefore a_2 + a_4 + a_6 + \cdots + a_{40} = 2^{20} - a_0 = 2^{20} - 1$$

25 주어진 식을 변형하면

$$2^{2002} + 2^{2001} + 2^{2000} = (2^5)^{400} \times 2^2 + (2^5)^{400} \times 2 + (2^5)^{400}$$

$2^5 = x$ 로 놓으면

$$2^{2002} + 2^{2001} + 2^{2000} = 4x^{400} + 2x^{400} + x^{400}$$

$$31 = 2^5 - 1 \text{ 이므로 } 31 = x - 1$$

즉, $P(x) = 4x^{400} + 2x^{400} + x^{400}$ 이라고 하면

$2^{2002} + 2^{2001} + 2^{2000}$ 을 31로 나누었을 때의 나머지는 $P(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지와 같다.

따라서 $P(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지는 나머지정리에 의하여 $P(1)$ 이므로

$$P(1) = 4 + 2 + 1 = 7$$

26 $f(x) + g(x)$ 가 $x+2$ 로 나누어떨어지므로

$$f(-2) + g(-2) = 0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$f(x) - g(x)$ 를 $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지가 4이므로

$$f(-2) - g(-2) = 4 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면

$$f(-2) = 2, g(-2) = -2$$

ㄱ. $A(x) = x + f(x)$ 라 하고 양변에 $x=-2$ 를 대입하면

$$A(-2) = -2 + f(-2) = -2 + 2 = 0$$

이므로 $A(x)$ 는 $x+2$ 로 나누어떨어진다.

ㄴ. $B(x) = x^2 + f(x)g(x)$ 라 하고 양변에 $x=-2$ 를 대입하면

$$B(-2) = (-2)^2 + f(-2)g(-2)$$

$$= 4 - 4 = 0$$

이므로 $B(x)$ 는 $x+2$ 로 나누어떨어진다.

ㄷ. $C(x) = f(x) - xg(x)$ 라 하고 양변에 $x=-2$ 를 대입하면

$$C(-2) = f(-2) - (-2) \times g(-2)$$

$$= 2 - 4 = -2$$

이므로 $C(x)$ 는 $x+2$ 로 나누어떨어지지 않는다.

따라서 보기 중 $x+2$ 로 나누어떨어지는 것은 ㄱ, ㄴ이다.

$$\begin{aligned}
 27 \quad & x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 1 \\
 &= x^2 \left(x^2 - 4x + 5 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2} \right) \\
 &= x^2 \left\{ x^2 + \frac{1}{x^2} - 4 \left(x + \frac{1}{x} \right) + 5 \right\} \\
 &= x^2 \left\{ \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 - 4 \left(x + \frac{1}{x} \right) + 3 \right\}
 \end{aligned}$$

$x + \frac{1}{x} = X$ 로 놓으면

$$\begin{aligned}
 \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 - 4 \left(x + \frac{1}{x} \right) + 3 &= X^2 - 4X + 3 \\
 &= (X-1)(X-3) \\
 &= \left(x + \frac{1}{x} - 1 \right) \left(x + \frac{1}{x} - 3 \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore (\text{주어진 식}) &= x^2 \left(x + \frac{1}{x} - 1 \right) \left(x + \frac{1}{x} - 3 \right) \\
 &= (x^2 - x + 1)(x^2 - 3x + 1)
 \end{aligned}$$

28 $x-y=A, y-z=B, z-x=C$ 로 놓으면

$$A+B+C = (x-y) + (y-z) + (z-x) = 0$$

$$\begin{aligned}
 \therefore (x-y)^3 + (y-z)^3 + (z-x)^3 \\
 &= A^3 + B^3 + C^3 \\
 &= (A+B+C)(A^2+B^2+C^2-AB-BC-CA) \\
 &\quad + 3ABC \\
 &= 3ABC \\
 &= 3(x-y)(y-z)(z-x)
 \end{aligned}$$

다른 풀이

주어진 식을 y 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned}
 (x-y)^3 + (y-z)^3 + (z-x)^3 \\
 &= x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 + y^3 - 3y^2z + 3yz^2 - z^3 \\
 &\quad + z^3 - 3z^2x + 3zx^2 - x^3 \\
 &= 3(-x^2y + xy^2 - y^2z + yz^2 - z^2x + zx^2) \\
 &= 3\{(x-z)y^2 - (x+z)(x-z)y + xz(x-z)\} \\
 &= 3(x-z)\{y^2 - (x+z)y + xz\} \\
 &= 3(x-z)(y-x)(y-z) \\
 &= 3(x-y)(y-z)(z-x)
 \end{aligned}$$

29 $x^3 + (a-2)x^2 + bx + 3$ 을 $(x-1)^2$ 으로 나누었을 때의 몫을 $x+p$ (p 는 상수)라고 하면

$$x^3 + (a-2)x^2 + bx + 3 = (x-1)^2(x+p) \quad \cdots \textcircled{가}$$

이 식의 우변을 x 에 대하여 정리하면

$$x^3 + (a-2)x^2 + bx + 3 = x^3 + (p-2)x^2 + (1-2p)x + p$$

이 등식이 x 에 대한 항등식이므로

$$a-2=p-2, b=1-2p, 3=p \quad \cdots \textcircled{나}$$

$$\therefore a=3, b=-5 \quad \cdots \textcircled{다}$$

$$\therefore a+b=-2 \quad \cdots \textcircled{라}$$

채점 기준	배점
가) 몫을 $x+p$ 로 놓고 등식을 세운다.	2점
나) 항등식의 성질을 이용하여 식을 세운다.	2점
다) a, b 의 값을 구한다.	1점
라) $a+b$ 의 값을 구한다.	1점

- 30 (1) 다항식 $P(x)$ 를 x^2-4x+3 으로 나누었을 때의 몫을 $Q_1(x)$ 라고 하면 나머지가 $3x$ 이므로

$$P(x) = (x^2-4x+3)Q_1(x) + 3x$$

$$= (x-1)(x-3)Q_1(x) + 3x$$
 이 식의 양변에 $x=1$ 을 대입하면

$$P(1)=3 \quad \dots\dots (가)$$
 다항식 $P(x)$ 를 x^2-5x+6 으로 나누었을 때의 몫을 $Q_2(x)$ 라고 하면 나머지가 $6x-9$ 이므로

$$P(x) = (x^2-5x+6)Q_2(x) + 6x-9$$

$$= (x-2)(x-3)Q_2(x) + 6x-9$$
 이 식의 양변에 $x=2$ 를 대입하면

$$P(2)=3 \quad \dots\dots (나)$$
 (2) 다항식 $P(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b 는 상수)라고 하면

$$P(x) = (x^2-3x+2)Q(x) + ax+b$$

$$= (x-1)(x-2)Q(x) + ax+b \quad \dots\dots (다)$$
 이 식의 양변에 $x=1, x=2$ 를 각각 대입하면

$$P(1)=a+b, P(2)=2a+b$$

$$\therefore a+b=3, 2a+b=3 \quad \dots\dots (라)$$
 두 식을 연립하여 풀면

$$a=0, b=3$$
 따라서 구하는 나머지는 3이다. $\dots\dots (마)$

채점 기준	배점
(가) $P(1)$ 의 값을 구한다.	2점
(나) $P(2)$ 의 값을 구한다.	2점
(다) 구하는 나머지를 $ax+b$ 로 놓고 식을 세운다.	1점
(라) $P(1), P(2)$ 의 값을 이용하여 식을 세운다.	1점
(마) 나머지를 구한다.	1점

- 31 주어진 식의 좌변을 a 에 대하여 내림차순으로 정리하여 인수분해하자.

$$ab(a+b) - bc(b+c) - ca(c-a)$$

$$= a^2b + ab^2 - b^2c - bc^2 - c^2a + ca^2$$

$$= (b+c)a^2 + (b^2-c^2)a - b^2c - bc^2$$

$$= (b+c)a^2 + (b+c)(b-c)a - bc(b+c)$$

$$= (b+c)\{a^2 + (b-c)a - bc\}$$

$$= (b+c)(a+b)(a-c)$$

$$= 0 \quad \dots\dots (가)$$
 이때 a, b, c 는 삼각형의 세 변의 길이이므로
 $a+b>0, b+c>0$
 즉, $a-c=0$ 이므로
 $a=c$
 따라서 주어진 조건을 만족하는 삼각형은 $a=c$ 인 이등변삼각형이다. $\dots\dots (나)$

채점 기준	배점
(가) 주어진 식의 좌변을 인수분해한다.	4점
(나) 어떤 삼각형인지 말한다.	2점

확인 문제 p. 28

- 1 (1) 실수부분: 5, 허수부분: 2
 (2) 실수부분: 0, 허수부분: $-\sqrt{3}$
- 2 (1) $(4-i) - (2i+5) = 4-i-2i-5$

$$= (4-5) + (-1-2)i$$

$$= -1-3i$$
 (2) $\frac{3+i}{3-i} = \frac{(3+i)^2}{(3-i)(3+i)}$

$$= \frac{9+6i+i^2}{3^2-i^2}$$

$$= \frac{8+6i}{10} = \frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$$

해심+유형 교/과/서/숙 **유형+** **딴은꼴 문제**

p. 29

- 1 $z = (x-1) + (x^2-4x-12)i$ 가 실수가 되려면
 (허수부분)=0이어야 하므로

$$x^2-4x-12=0, (x+2)(x-6)=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=6$$
 따라서 구하는 x 의 값은 $-2, 6$ 이다.
- 2 $z = (x^2-4) + (x^2-7x+10)i$ 가 순허수가 되려면
 (실수부분)=0, (허수부분) $\neq 0$ 이어야 하므로

$$x^2-4=0, x^2-7x+10 \neq 0$$
 (i) $x^2-4=0$ 에서

$$(x+2)(x-2)=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=2$$
 (ii) $x^2-7x+10 \neq 0$ 에서

$$(x-2)(x-5) \neq 0$$

$$\therefore x \neq 2 \text{ 이고 } x \neq 5$$
 (i), (ii)에 의하여 $x=-2$
- 3 (1) 복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$x+3=2, 2-y=-3$$

$$\therefore x=-1, y=5$$
 (2) 복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$2x-1=0, y+6=0$$

$$\therefore x=\frac{1}{2}, y=-6$$
- 4 (1) 복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$x+4y=1, y-x=4$$
 두 식을 연립하여 풀면 $x=-3, y=1$

- (2) 복소수가 서로 같을 조건에 의하여
 $2x-y=0, x+y-3=0$
 두 식을 연립하여 풀면 $x=1, y=2$

5 (1) $(1+\sqrt{6}i)(-1+\sqrt{6}i)+(2-3i)(1-i)$
 $=-1+6i^2+2-2i-3i+3i^2$
 $=-8-5i$
 (2) $\frac{1-3i}{1+2i}-(-i+2)^2$
 $=\frac{(1-3i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}-(i^2-4i+4)$
 $=\frac{1-2i-3i+6i^2}{1-4i^2}-(3-4i)$
 $=\frac{-5-5i}{5}-(3-4i)$
 $=-1-i-3+4i$
 $=-4+3i$

6 (1) $4i(i-1)-(-3i-1)(3i-1)$
 $=4i^2-4i-(-9i^2+1)$
 $=-4-4i-10$
 $=-14-4i$
 (2) $\frac{2}{1-i}=\frac{2(1+i)}{(1-i)(1+i)}$
 $=\frac{2(1+i)}{1-i^2}=1+i$
 $\therefore (i-2)(1-2i)+\left(\frac{2}{1-i}\right)^2$
 $=(i-2)(1-2i)+(1+i)^2$
 $=i-2i^2-2+4i+1+2i+i^2$
 $=7i$

7 (1) $(2-i)(-1+3i)(2+i)$
 $=\{(2-i)(2+i)\}(-1+3i)$
 $=(4-i^2)(-1+3i)$
 $=5(-1+3i)$
 $=-5+15i$
 (2) $(\sqrt{5}-2i)(-\sqrt{5}-i)+(\sqrt{5}-2i)(2\sqrt{5}+3i)$
 $=(\sqrt{5}-2i)\{(-\sqrt{5}-i)+(2\sqrt{5}+3i)\}$
 $=(\sqrt{5}-2i)(\sqrt{5}+2i)$
 $=5-4i^2=9$

8 (1) $(1-\sqrt{2}i)(-1+i)(1+\sqrt{2}i)(-1-i)$
 $=\{(1-\sqrt{2}i)(1+\sqrt{2}i)\}\{(-1+i)(-1-i)\}$
 $=(1-2i^2)(1-i^2)$
 $=3 \times 2=6$
 (2) $(3-i)(5+2i)+(-2+i)(i-3)$
 $=(3-i)(5+2i)-(-2+i)(3-i)$
 $=(3-i)\{(5+2i)-(-2+i)\}$
 $=(3-i)(7+i)$
 $=21+3i-7i-i^2$
 $=22-4i$

확인 문제 p. 30

1 (1) $i^{21}=(i^4)^5 \times i=i$
 (2) $(-i)^{15}=-i^{15}=-(i^4)^3 \times i^3=-(-i)=i$
 (3) $i^{102}+i^{104}=(i^4)^{25} \times i^2+(i^4)^{26}=-1+1=0$
 (4) $i^{33}=(i^4)^8 \times i=i$ 이므로 $\frac{1}{i^{33}}=\frac{1}{i}=\frac{i}{i^2}=-i$
 2 (1) $\pm\sqrt{7}i$ (2) $\pm 8i$
 3 (1) $\sqrt{-2}+\sqrt{-8}=\sqrt{2}i+2\sqrt{2}i=3\sqrt{2}i$
 (2) $\sqrt{-12}-\sqrt{-27}=2\sqrt{3}i-3\sqrt{3}i=-\sqrt{3}i$
 (3) $\sqrt{-3}\sqrt{-5}=\sqrt{3}i \times \sqrt{5}i=\sqrt{15}i^2=-\sqrt{15}$
 (4) $\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{-4}}=\frac{2\sqrt{5}}{2i}=\frac{2\sqrt{5}i}{2i^2}=-\sqrt{5}i$

교/과/서/속 핵심 유형 + 답은풀 문제

p. 31

1 $i+i^2+i^3+i^4=i+(-1)+(-i)+1=0$ 이므로
 $i+i^2+i^3+\dots+i^{25}$
 $=(i+i^2+i^3+i^4)+i^4(i+i^2+i^3+i^4)$
 $+\dots+i^{20}(i+i^2+i^3+i^4)+i^{25}$
 $=i^{25}=(i^4)^6 \times i=i$
 2 $\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\frac{1}{i^4}=\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1=0$ 이므로
 $1+\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\dots+\frac{1}{i^{10}}$
 $=1+\left(\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\frac{1}{i^4}\right)+\frac{1}{i^4}\left(\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\frac{1}{i^4}\right)+\frac{1}{i^9}+\frac{1}{i^{10}}$
 $=1+\frac{1}{i^9}+\frac{1}{i^{10}}=1+\frac{1}{(i^4)^2 \times i}+\frac{1}{(i^4)^2 \times i^2}$
 $=1-i-1=-i$
 3 $\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}=\frac{2i}{2}=i$ 이므로
 $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{100}=i^{100}=(i^4)^{25}=1$
 4 $\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{-2i}{2}=-i$ 이므로
 $\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{50}=\left\{\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2\right\}^{25}$
 $=(-i)^{25}=-i^{25}=-(i^4)^6 \times i=-i$
 5 $\frac{2-\sqrt{-4}}{2+\sqrt{-4}}=\frac{2-2i}{2+2i}=\frac{1-i}{1+i}$
 $=\frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}=\frac{-2i}{2}=-i$

$$\begin{aligned} 6 \quad \frac{3-\sqrt{-8}}{1+\sqrt{-2}} &= \frac{3-2\sqrt{2}i}{1+\sqrt{2}i} = \frac{(3-2\sqrt{2}i)(1-\sqrt{2}i)}{(1+\sqrt{2}i)(1-\sqrt{2}i)} \\ &= \frac{3-5\sqrt{2}i+4i^2}{3} = -\frac{1}{3} - \frac{5\sqrt{2}}{3}i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7 \quad (1) & \sqrt{-3}\sqrt{-12} + \sqrt{-27}\sqrt{3} = -\sqrt{36} + \sqrt{-81} = -6 + 9i \\ (2) & \frac{\sqrt{-16}}{\sqrt{-2}} - \sqrt{-4}\sqrt{9} = \sqrt{8} - \sqrt{-36} = 2\sqrt{2} - 6i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8 \quad (1) & \sqrt{-2}(\sqrt{6}-\sqrt{-32}) = \sqrt{-2}\sqrt{6} - \sqrt{-2}\sqrt{-32} \\ &= \sqrt{-12} + \sqrt{64} = 8 + 2\sqrt{3}i \\ (2) & \frac{\sqrt{-25}\sqrt{2}}{\sqrt{-5}} - \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{-5}} = \frac{\sqrt{-50}}{\sqrt{-5}} + \sqrt{-5} = \sqrt{10} + \sqrt{5}i \end{aligned}$$

계산력 다지기

p. 32~33

$$\begin{aligned} 1 \quad (1) & i(1+2i) - 2(2i-1) = i - 2 - 4i + 2 = -3i \\ (2) & (2-i)(1+2i) + 4i(1-i) = 4 + 3i + 4i + 4 = 8 + 7i \\ (3) & (\sqrt{2}-i)(\sqrt{2}+i) - (4-3i)(1+i) = 3 - (7+i) \\ &= -4 - i \\ (4) & (1+\sqrt{3}i)(\sqrt{3}i-1) + (1-2i)(2-i) = -4 - 5i \\ (5) & (1-2i)^2 - (2+3i)(1-i) = (-3-4i) - (5+i) \\ &= -8 - 5i \\ (6) & (1-2\sqrt{2}i)^2 - \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2 = (-7-4\sqrt{2}i) - \frac{2i}{-2i} \\ &= -6 - 4\sqrt{2}i \\ (7) & \frac{1-2i}{1+2i} + \frac{1+2i}{1-2i} = \frac{(1-2i)^2 + (1+2i)^2}{(1+2i)(1-2i)} \\ &= \frac{(-3-4i) + (-3+4i)}{5} = -\frac{6}{5} \\ (8) & \frac{2+3i}{2-3i} + \frac{3-2i}{3+2i} = \frac{(2+3i)^2}{(2-3i)(2+3i)} + \frac{(3-2i)^2}{(3+2i)(3-2i)} \\ &= \frac{-5+12i}{13} + \frac{5-12i}{13} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \quad z &= 2-3i \text{ 이므로 } \bar{z} = 2+3i \\ (1) & 4 \quad (2) -6i \quad (3) 13 \\ (4) & -10 \quad (5) -24i \quad (6) \frac{-5-12i}{13} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 \quad (1) & i^{99} = (i^4)^{24} \times i^3 = -i \\ (2) & (-i)^{121} = -i^{121} = -(i^4)^{30} \times i = -i \\ (3) & i^{50} + i^{150} = (i^4)^{12} \times i^2 + (i^4)^{37} \times i^2 = -1 - 1 = -2 \\ (4) & i^{20} + i^{21} + i^{22} = (i^4)^5 + (i^4)^5 \times i + (i^4)^5 \times i^2 = 1 + i - 1 = i \\ (5) & \left(\frac{\sqrt{2}}{1+i}\right)^2 = \frac{2}{2i} = \frac{1}{i} = -i \text{ 이므로} \\ & \left(\frac{\sqrt{2}}{1+i}\right)^{100} = \left\{\left(\frac{\sqrt{2}}{1+i}\right)^2\right\}^{50} = (-i)^{50} = i^{50} = -1 \\ (6) & \frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{2i}{2} = i \text{ 이므로} \\ & \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{201} = i^{201} = (i^4)^{50} \times i = i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (7) & i + i^2 + i^3 + i^4 = i - 1 - i + 1 = 0 \text{ 이므로} \\ & i^{100} + i^{101} + i^{102} + i^{103} + \dots + i^{120} \\ &= i^{100} + i^{100}(i + i^2 + i^3 + i^4) + i^{104}(i + i^2 + i^3 + i^4) \\ & \quad + \dots + i^{116}(i + i^2 + i^3 + i^4) \\ &= i^{100} = (i^4)^{25} = 1 \\ (8) & \frac{1}{i} - \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} - \frac{1}{i^4} = \frac{1}{i} + 1 - \frac{1}{i} - 1 = 0 \text{ 이므로} \\ & \frac{1}{i} - \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} - \frac{1}{i^4} + \dots + \frac{1}{i^{17}} - \frac{1}{i^{18}} + \frac{1}{i^{19}} - \frac{1}{i^{20}} \\ &= \left(\frac{1}{i} - \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} - \frac{1}{i^4}\right) + \frac{1}{i^4} \left(\frac{1}{i} - \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} - \frac{1}{i^4}\right) \\ & \quad + \dots + \frac{1}{i^{16}} \left(\frac{1}{i} - \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} - \frac{1}{i^4}\right) \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4 \quad (1) & 5\sqrt{2}i \quad (2) -2\sqrt{5}i \quad (3) -5\sqrt{3} \\ (4) & -\frac{2}{5}i \quad (5) -2\sqrt{6} + 16i \quad (6) 6 - 3\sqrt{2}i \\ (7) & -6 - 2i \quad (8) -\frac{\sqrt{2}}{4} + 4i \end{aligned}$$

06~07월 족집게 기출문제

p. 34~37

1 4개	2 ③	3 ⑤	4 72	5 ③
6 ①	7 ①	8 ④	9 ②	10 315
11 ④	12 10	13 ⑤	14 ④	15 ①
16 ③	17 ⑤	18 ③	19 ⑤	20 ③
21 -4	22 ④	23 2i	24 ②	25 ③
26 $x=-1, y=-2$	27 -2	28 $2-i$		
29 (1) $a<0, b<0, c>0$	(2) $-2a$			

1 허수는 실수가 아닌 복소수이므로 $2+i, 3i^2-5i, -4i, \sqrt{3}i+1$ 의 4개이다.

$$\begin{aligned} 2 \quad ① & (3-2i) + (1+5i) = 4+3i \\ ② & (-4+3i) - (3-4i) = -4+3i-3+4i = -7+7i \\ ③ & (2+\sqrt{5}i)(2-\sqrt{5}i) = 4-5i^2 = 9 \\ ④ & (4+7i)(3-5i) = 12-20i+21i-35i^2 = 47+i \\ ⑤ & \frac{7+i}{1+i} = \frac{(7+i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{7-7i+i-i^2}{1-i^2} \\ &= \frac{8-6i}{2} = 4-3i \end{aligned}$$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

$$\begin{aligned} 3 \quad \frac{5+i}{1-i} - 2 + 3i - (5-7i) &= \frac{(5+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} - 2 + 3i - 5 + 7i \\ &= \frac{4+6i}{2} - 7 + 10i \\ &= 2+3i-7+10i = -5+13i \\ \text{따라서 } a &= -5, b = 13 \text{ 이므로 } a+b = 8 \end{aligned}$$

4 (주어진 식) = $\{(-1+i)(-1-i)\}\{(2+\sqrt{2}i)(2-\sqrt{2}i)\}^2$
 $= (1-i^2)(4-2i^2)^2 = 2 \times 6^2 = 72$

5 $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{1+i}{1-i} + \frac{1-i}{1+i} = \frac{(1+i)^2 + (1-i)^2}{(1-i)(1+i)}$
 $= \frac{2i + (-2i)}{2} = 0$

다른 풀이

$x=1-i, y=1+i$ 이므로 $x+y=2, xy=2$
 $\therefore \frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{x^2+y^2}{xy} = \frac{(x+y)^2 - 2xy}{xy} = \frac{2^2 - 2 \times 2}{2} = 0$

6 $3x^2+3x+4 = 3\left(\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}\right) + 4$
 $= 3\left(\frac{-2+2\sqrt{3}i}{4}\right) - \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2} + 4$
 $= -\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}i}{2} - \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}i}{2} + 4 = 1$

다른 풀이

$x = \frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$ 를 변형하면 $2x+1 = -\sqrt{3}i$
 이 식의 양변을 제곱하면
 $4x^2+4x+1 = -3 \quad \therefore x^2+x = -1$
 $\therefore 3x^2+3x+4 = 3(x^2+x)+4 = 3 \times (-1) + 4 = 1$

7 복소수 z 를 (실수부분)+(허수부분) i 의 꼴로 정리하면
 $z = i(x-i)^2 = (x^2-2xi+i^2)i = 2x + (x^2-1)i$
 z 가 실수가 되려면 (허수부분)=0이어야 하므로
 $x^2-1=0, (x+1)(x-1)=0$
 $\therefore x=-1$ 또는 $x=1$
 따라서 실수 x 의 값의 합은 $-1+1=0$

8 복소수 z 를 (실수부분)+(허수부분) i 의 꼴로 정리하면
 $z = (1+i)x^2 - (1+2i)x - 2 - 3i$
 $= (x^2-x-2) + (x^2-2x-3)i$
 z^2 이 음의 실수가 되려면 z 는 순허수이어야 하므로
 (실수부분)=0, (허수부분) $\neq 0$
 즉, $x^2-x-2=0, x^2-2x-3 \neq 0$
 (i) $x^2-x-2=0$ 에서
 $(x+1)(x-2)=0 \quad \therefore x=-1$ 또는 $x=2$
 (ii) $x^2-2x-3 \neq 0$ 에서
 $(x+1)(x-3) \neq 0 \quad \therefore x \neq -1$ 이고 $x \neq 3$
 (i), (ii)에 의하여 $x=2$

9 주어진 식의 좌변을 정리하면
 $(2x+y) + (-x+2y)i = 11-3i$
 복소수가 서로 같을 조건에 의하여
 $2x+y=11, -x+2y=-3$
 두 식을 연립하여 풀면 $x=5, y=1$
 $\therefore x+y=6$

10 주어진 식의 좌변과 우변을 각각 정리하면

(좌변) $= \frac{x}{1+3i} + \frac{y}{1-3i} = \frac{x(1-3i)+y(1+3i)}{(1+3i)(1-3i)}$
 $= \frac{x+y}{10} - \frac{3(x-y)}{10}i \quad \dots\dots \textcircled{7}$

(우변) $= \frac{9}{2+i} = \frac{9(2-i)}{(2+i)(2-i)} = \frac{18}{5} - \frac{9}{5}i \quad \dots\dots \textcircled{8}$

$\textcircled{7}, \textcircled{8}$ 에서 복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$\frac{x+y}{10} = \frac{18}{5}, \frac{3(x-y)}{10} = \frac{9}{5}$

$\therefore x+y=36, x-y=6$

두 식을 연립하여 풀면 $x=21, y=15$

$\therefore xy=315$

11 $z=a+bi$ (a, b 는 실수)라고 하면 $\bar{z}=a-bi$

① $(\bar{z}) = \overline{a-bi} = a+bi = z$

② $z+\bar{z} = (a+bi) + (a-bi) = 2a \Rightarrow$ 실수

③ $z\bar{z} = (a+bi)(a-bi) = a^2+b^2 \Rightarrow$ 실수

④ ②에서 $z+\bar{z}=2a$ 이므로 $z+\bar{z}=0$ 을 만족하려면

$2a=0$ 에서 $a=0 \quad \therefore z=bi$

이때 z 는 0이 아닌 복소수이므로 $b \neq 0$

따라서 z 는 순허수이다.

⑤ $\frac{1}{z} - \frac{1}{\bar{z}} = \frac{1}{a+bi} - \frac{1}{a-bi}$
 $= \frac{(a-bi) - (a+bi)}{(a+bi)(a-bi)} = \frac{-2b}{a^2+b^2}i$

z 가 허수이면 $b \neq 0$ 이므로 $\frac{-2b}{a^2+b^2}$ 는 0이 아닌 실수이다.

즉, $\frac{1}{z} - \frac{1}{\bar{z}}$ 은 순허수이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

12 $\alpha=1+2i, \beta=2-i$ 이므로 $\bar{\alpha}=1-2i, \bar{\beta}=2+i$

$\therefore \alpha\bar{\alpha} + \alpha\bar{\beta} + \bar{\alpha}\beta + \beta\bar{\beta} = \alpha(\bar{\alpha}+\bar{\beta}) + \beta(\bar{\alpha}+\bar{\beta})$
 $= (\alpha+\beta)(\bar{\alpha}+\bar{\beta})$
 $= (3+i)(3-i) = 10$

13 $z=1-i$ 이므로 $\bar{z}=1+i$

$\therefore \frac{\bar{z}+1}{z} + \frac{z}{z+1} = \frac{2+i}{1+i} + \frac{1-i}{2-i}$
 $= \frac{(2+i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} + \frac{(1-i)(2+i)}{(2-i)(2+i)}$
 $= \frac{3-i}{2} + \frac{3-i}{5}$
 $= \frac{21}{10} - \frac{7}{10}i$

14 $z=a+bi$ (a, b 는 실수)라고 하면 $\bar{z}=a-bi$

$z, \bar{z}$ 를 주어진 등식에 대입하면

$3(a+bi) - 2(a-bi) = 2+15i$

$a+5bi = 2+15i$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$a=2, 5b=15 \quad \therefore a=2, b=3$$

따라서 $z=2+3i, \bar{z}=2-3i$ 이므로

$$z\bar{z}=(2+3i)(2-3i)=13$$

15 $z=a+bi$ (a, b 는 실수)라고 하면 $\bar{z}=a-bi$

$z, \bar{z}$ 를 $z+\bar{z}=6$ 에 대입하면

$$(a+bi)+(a-bi)=6, 2a=6 \quad \therefore a=3$$

$z, \bar{z}$ 를 $z\bar{z}=10$ 에 대입하면

$$(a+bi)(a-bi)=10, a^2+b^2=10 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$a=3$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$9+b^2=10, b^2=1 \quad \therefore b=\pm 1$$

$$\therefore z=3\pm i$$

16 $\frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \frac{1}{i^4} = \frac{1}{i} - 1 - \frac{1}{i} + 1 = 0$ 이므로

$$\frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{2}{i^3} + \frac{2}{i^4} = \left(\frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \frac{1}{i^4} \right) + \frac{1}{i^3} + \frac{1}{i^4}$$

$$= \frac{1}{i^3} + \frac{1}{i^4} = -\frac{1}{i} + 1 = 1+i$$

따라서 $1+i=x+yi$ 이므로 복소수가 서로 같을 조건에 의
하여 $x=1, y=1$

$$\therefore xy=1$$

17 주어진 식의 좌변을 정리하면

$$i+2i^2+3i^3+\dots+2021i^{2021}$$

$$= (i+2i^2+3i^3+4i^4)+i^4(5i+6i^2+7i^3+8i^4)$$

$$+\dots+i^{2016}(2017i+2018i^2+2019i^3+2020i^4)$$

$$+2021i \times i^{2020}$$

$$= (i-2-3i+4)+(5i-6-7i+8)$$

$$+\dots+(2017i-2018-2019i+2020)+2021i$$

$$= (2-2i)+(2-2i)+\dots+(2-2i)+2021i$$

$$= 505 \times (2-2i) + 2021i$$

$$= 1010 - 1010i + 2021i$$

$$= 1010 + 1011i$$

따라서 $1010+1011i=a+bi$ 이므로 복소수가 서로 같을 조
건에 의하여 $a=1010, b=1011$

$$\therefore a+b=2021$$

18 $\frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2i}{2} = -i$

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{2i}{2} = i$$

$$\therefore \left(\frac{1-i}{1+i} \right)^{100} - \left(\frac{1+i}{1-i} \right)^{101} = (-i)^{100} - i^{101} = i^{100} - i^{101}$$

$$= (i^4)^{25} - (i^4)^{25} \times i = 1 - i$$

19 $\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{-2i}{2} = -i$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{1-i} \right)^2 = \frac{2}{-2i} = -\frac{1}{i} = -\frac{i}{i^2} = i$$

$$\therefore \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}} \right)^{8n} + \left(\frac{\sqrt{2}}{1-i} \right)^{8n} = \left\{ \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}} \right)^2 \right\}^{4n} + \left\{ \left(\frac{\sqrt{2}}{1-i} \right)^2 \right\}^{4n}$$

$$= (-i)^{4n} + i^{4n}$$

$$= \{(-i)^4\}^n + \{i^4\}^n$$

$$= 1^n + 1^n = 1+1=2$$

20 ① $\sqrt{-2}\sqrt{3} = \sqrt{(-2) \times 3} = \sqrt{-6}$

② $\sqrt{-2}\sqrt{-5} = -\sqrt{(-2) \times (-5)} = -\sqrt{10}$

③ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{-2}} = -\sqrt{\frac{3}{-2}} = -\sqrt{-\frac{3}{2}}$

④ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{-3}{5}} = \sqrt{-\frac{3}{5}}$

⑤ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-2}} = \sqrt{\frac{-3}{-2}} = \sqrt{\frac{3}{2}}$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

21 주어진 식의 좌변을 정리하면

$$\sqrt{2}\sqrt{-8} + \sqrt{-2}\sqrt{-8} + \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{-2}} + \frac{\sqrt{-8}}{\sqrt{-2}}$$

$$= \sqrt{-16} - \sqrt{16} - \sqrt{-4} + \sqrt{4}$$

$$= 4i - 4 - 2i + 2$$

$$= -2 + 2i$$

따라서 $-2+2i=a+bi$ 이므로 복소수가 서로 같을 조건에
의하여 $a=-2, b=2$

$$\therefore ab=-4$$

22 ① $a < 0, b < 0$ 이므로 $a^2 > 0, ab > 0$

$$\therefore \sqrt{a^3b} = \sqrt{a^2 \times ab} = \sqrt{a^2} \sqrt{ab}$$

$$= |a| \sqrt{ab} = -a \sqrt{ab}$$

② $a < 0, b < 0$ 이므로 $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$

③ $a < 0, b < 0$ 이므로 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

④ $a < 0, b < 0$ 이므로 $a^2 > 0$

$$\therefore \sqrt{\frac{b}{a^2}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a^2}} = \frac{\sqrt{b}}{|a|} = -\frac{\sqrt{b}}{a}$$

⑤ $a < 0, b < 0$ 이므로

$$\sqrt{a^2}\sqrt{b^2} = |a| \times |b| = (-a) \times (-b) = ab$$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

23 $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 이고 $ab \neq 0$ 이므로

$$a < 0, b < 0$$

(i) $a < 0$ 이므로 $-a > 0$

$$\therefore \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{-a}} = \sqrt{\frac{a}{-a}} = \sqrt{-1} = i$$

(ii) $a < b$ 이므로 $a-b < 0, b-a > 0$

$$\therefore \frac{\sqrt{b-a}}{\sqrt{a-b}} = -\sqrt{\frac{b-a}{a-b}} = -\sqrt{\frac{-(a-b)}{a-b}}$$

$$= -\sqrt{-1} = -i$$

(i), (ii)에 의하여

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{-a}} - \frac{\sqrt{b-a}}{\sqrt{a-b}} = i - (-i) = 2i$$

24 $-z = \frac{1}{z}$ 에서 $z^2 = -1$ ㉠

$z = a + bi$ (a, b 는 실수)라 하고, ㉠에 대입하면

$$(a + bi)^2 = -1$$

$$(a^2 - b^2) + 2abi = -1$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$a^2 - b^2 = -1, 2ab = 0$$

$$2ab = 0 \text{에서 } ab = 0$$

$$\therefore a = 0 \text{ 또는 } b = 0$$

(i) $a = 0$ 일 때

$$a^2 - b^2 = -1 \text{에서 } b^2 = 1$$

$$\therefore b = -1 \text{ 또는 } b = 1$$

$$\therefore z = -i \text{ 또는 } z = i$$

(ii) $b = 0$ 일 때

$$a^2 - b^2 = -1 \text{에서 } a^2 = -1$$

모든 실수 a 에 대하여 $a^2 \geq 0$ 이므로 $a^2 = -1$ 을 만족하는 실수 a 의 값은 존재하지 않는다.

(i), (ii)에 의하여 구하는 복소수 z 는 $-i, i$ 의 2개이다.

25 ㄱ. $z_1 = 1, z_2 = i$ 이면 $\overline{z_1} = 1, \overline{z_2} = -i$ 이므로

$$\overline{z_1}^2 + \overline{z_2}^2 = 1^2 + (-i)^2 = 1 - 1 = 0$$

그런데 $z_1 \neq 0, z_2 \neq 0$ 이다.

ㄴ. $z_1 = a + bi$ (a, b 는 실수)라 하고, 이것을 $z_2 = iz_1$ 에 대입하면

$$z_2 = i(a + bi) = -b + ai$$

$$\therefore z_2^2 = (-b + ai)^2 = b^2 - a^2 - 2abi \quad \dots\dots ㉠$$

$$\overline{z_1} = a - bi \text{이므로}$$

$$\overline{z_1}^2 = (a - bi)^2 = a^2 - b^2 - 2abi \quad \dots\dots ㉡$$

$$\text{㉠, ㉡에서 } \overline{z_1}^2 \neq z_2^2$$

ㄷ. $z_2 = a + bi$ (a, b 는 실수)라고 하면

$$z_1 = \overline{z_2} = a - bi$$

$$\therefore z_1 + z_2 = (a - bi) + (a + bi) = 2a \Rightarrow \text{실수}$$

따라서 보기 중 옳은 것은 ㄷ이다.

26 $x \neq 0, y \neq 0$ 이므로 $\sqrt{x}\sqrt{y} = -\sqrt{xy}$ 를 만족하려면

$$x < 0, y < 0$$

복소수 z 를 (실수부분) + (허수부분) i 의 꼴로 정리하면

$$z = x^2 + yi - 2x - 3 - i$$

$$= (x^2 - 2x - 3) + (y - 1)i$$

$$z^2 = -9 \text{에서 (실수부분)} = 0 \text{이어야 하므로}$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0, (x + 1)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 3$$

$$\text{그런데 } x < 0 \text{이므로 } x = -1$$

따라서 복소수 $z = (y - 1)i$ 이고, 이것을 $z^2 = -9$ 에 대입하면

$$\{(y - 1)i\}^2 = -9, (y - 1)^2 = 9$$

$$y - 1 = \pm 3 \quad \therefore y = -2 \text{ 또는 } y = 4$$

$$\text{그런데 } y < 0 \text{이므로 } y = -2$$

$$\therefore x = -1, y = -2$$

27 $x^3 + y^3$

$$= \left(\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}\right)^3 + \left(\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}\right)^3$$

$$= \frac{1 + 3\sqrt{3}i + 9i^2 + 3\sqrt{3}i^3}{8} + \frac{1 - 3\sqrt{3}i + 9i^2 - 3\sqrt{3}i^3}{8} \quad \dots\dots (가)$$

$$= -1 - 1 = -2 \quad \dots\dots (나)$$

채점 기준	배점
(가) x, y 의 값을 대입하여 전개한다.	3점
(나) $x^3 + y^3$ 의 값을 구한다.	2점

다른 풀이

$$x + y = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2} + \frac{1 - \sqrt{3}i}{2} = 1$$

$$xy = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2} \times \frac{1 - \sqrt{3}i}{2} = 1 \quad \dots\dots (가)$$

$$\therefore x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y) \quad \dots\dots (나)$$

$$= 1^3 - 3 \times 1 \times 1 = -2 \quad \dots\dots (다)$$

채점 기준	배점
(가) $x + y, xy$ 의 값을 구한다.	2점
(나) $x^3 + y^3$ 의 식을 변형한다.	2점
(다) $x^3 + y^3$ 의 값을 구한다.	1점

28 $z = a + bi$ (a, b 는 실수)라고 하면 $\overline{z} = a - bi$

$z, \overline{z}$ 를 주어진 등식에 대입하면

$$(2 - i)(a + bi) + 4i(a - bi) = -1 + 4i$$

$$(2a + b) + (-a + 2b)i + 4ai + 4b = -1 + 4i$$

$$\therefore (2a + 5b) + (3a + 2b)i = -1 + 4i \quad \dots\dots (가)$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$2a + 5b = -1, 3a + 2b = 4$$

$$\text{두 식을 연립하여 풀면 } a = 2, b = -1 \quad \dots\dots (나)$$

$$\therefore z = 2 - i \quad \dots\dots (다)$$

채점 기준	배점
(가) $z = a + bi$ 로 놓고 $z, \overline{z}$ 를 주어진 등식에 대입하여 정리한다.	3점
(나) a, b 의 값을 구한다.	2점
(다) 복소수 z 를 구한다.	1점

29 (1) $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 에서 $a < 0, b < 0$ (가)

$$\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{c}{b}} \text{에서 } b < 0, c > 0 \quad \dots\dots (나)$$

$$(2) a < 0, b < 0 \text{이므로 } a + b < 0$$

$$b < 0, c > 0 \text{이므로 } b - c < 0$$

$$a < 0, c > 0 \text{이므로 } c - a > 0 \quad \dots\dots (다)$$

$$\therefore \sqrt{(a + b)^2} - \sqrt{(b - c)^2} + \sqrt{(c - a)^2}$$

$$= -(a + b) + (b - c) + (c - a)$$

$$= -a - b + b - c + c - a = -2a \quad \dots\dots (라)$$

채점 기준	배점
(가) a, b 의 부호를 정한다.	2점
(나) c 의 부호를 정한다.	1점
(다) $a + b, b - c, c - a$ 의 부호를 정한다.	3점
(라) $\sqrt{(a + b)^2} - \sqrt{(b - c)^2} + \sqrt{(c - a)^2}$ 을 간단히 한다.	2점

확인 문제

p. 38

- 1 (1) $2x^2+5x-3=0$ 에서
 $(x+3)(2x-1)=0$
 $\therefore x=-3$ 또는 $x=\frac{1}{2}$
- (2) $x^2-4x+1=0$ 에서 근의 공식을 이용하면
 $x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\times 1}}{1}=2\pm\sqrt{3}$
- 2 (1) 주어진 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면
 $D=3^2-4\times 1\times (-1)=13>0$
 따라서 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- (2) 주어진 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4}=(-2)^2-3\times 5=-11<0$
 따라서 서로 다른 두 허근을 갖는다.

교/과/서/속

핵심
유형+

답은풀 문제

p. 39

- 1 (1) $3x^2-5x+2=0$ 에서
 $(3x-2)(x-1)=0$
 $\therefore x=\frac{2}{3}$ 또는 $x=1$
 따라서 실근이다.
- (2) $x^2+3x+6=0$ 에서 근의 공식을 이용하면
 $x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times 1\times 6}}{2\times 1}=\frac{-3\pm\sqrt{15}i}{2}$
 따라서 허근이다.
- (3) $2x^2-4x+1=0$ 에서 근의 공식을 이용하면
 $x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-2\times 1}}{2}=\frac{2\pm\sqrt{2}}{2}$
 따라서 실근이다.
- (4) $2x^2+x+3=0$ 에서 근의 공식을 이용하면
 $x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times 2\times 3}}{2\times 2}=\frac{-1\pm\sqrt{23}i}{4}$
 따라서 허근이다.
- 2 (1) $4x^2+12x+9=0$ 에서
 $(2x+3)^2=0$
 $\therefore x=-\frac{3}{2}$ (중근)
 따라서 실근이다.
- (2) $x^2-7x-1=0$ 에서 근의 공식을 이용하면
 $x=\frac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\times 1\times (-1)}}{2\times 1}=\frac{7\pm\sqrt{53}}{2}$
 따라서 실근이다.

(3) $3x^2-4x+7=0$ 에서 근의 공식을 이용하면
 $x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-3\times 7}}{3}=\frac{2\pm\sqrt{17}i}{3}$

따라서 허근이다.

(4) $x^2+3x+3=0$ 에서 근의 공식을 이용하면
 $x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times 1\times 3}}{2\times 1}=\frac{-3\pm\sqrt{3}i}{2}$

따라서 허근이다.

- 3 이차방정식 $x^2-(2k-1)x+k^2=0$ 의 판별식을 D 라고 하면
 $D=\{-(2k-1)\}^2-4\times 1\times k^2=-4k+1$
- (1) 서로 다른 두 실근을 가지려면 $D>0$ 이어야 하므로
 $-4k+1>0 \quad \therefore k<\frac{1}{4}$
- (2) 중근을 가지려면 $D=0$ 이어야 하므로
 $-4k+1=0 \quad \therefore k=\frac{1}{4}$
- (3) 서로 다른 두 허근을 가지려면 $D<0$ 이어야 하므로
 $-4k+1<0 \quad \therefore k>\frac{1}{4}$

- 4 이차방정식 $x^2+2x+a+2=0$ 의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4}=1^2-1\times (a+2)=-a-1$
- (1) 서로 다른 두 실근을 가지려면 $D>0$ 이어야 하므로
 $-a-1>0 \quad \therefore a<-1$
- (2) 중근을 가지려면 $D=0$ 이어야 하므로
 $-a-1=0 \quad \therefore a=-1$
- (3) 서로 다른 두 허근을 가지려면 $D<0$ 이어야 하므로
 $-a-1<0 \quad \therefore a>-1$

- 5 주어진 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면
 $D=k^2-4\times 1\times (-k-1)=0$
 $k^2+4k+4=0$
 $(k+2)^2=0 \quad \therefore k=-2$
 따라서 이차방정식 $x^2-2x+1=0$ 을 풀면
 $(x-1)^2=0 \quad \therefore x=1$

- 6 주어진 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4}=\{-(m+1)\}^2-1\times (m+3)=0$
 $m^2+m-2=0$
 $(m+2)(m-1)=0$
 $\therefore m=-2$ 또는 $m=1$
 그런데 $m>0$ 이므로 $m=1$
 따라서 이차방정식 $x^2-4x+4=0$ 을 풀면
 $(x-2)^2=0 \quad \therefore x=2$

확인 문제

p. 40

- 1 (1) 이차방정식 $x^2+2x-5=0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면 근과 계수의 관계에 의하여
 $\alpha+\beta=-\frac{2}{1}=-2, \alpha\beta=\frac{-5}{1}=-5$
 (2) 이차방정식 $2x^2-3x+8=0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면 근과 계수의 관계에 의하여
 $\alpha+\beta=-\frac{-3}{2}=\frac{3}{2}, \alpha\beta=\frac{8}{2}=4$
- 2 (1) 두 근의 합과 곱을 구하면
 $(-1+\sqrt{2})+(-1-\sqrt{2})=-2$
 $(-1+\sqrt{2})(-1-\sqrt{2})=(-1)^2-(\sqrt{2})^2=-1$
 따라서 구하는 이차방정식은
 $x^2+2x-1=0$
 (2) 두 근의 합과 곱을 구하면
 $(1+3i)+(1-3i)=2$
 $(1+3i)(1-3i)=1^2-(3i)^2=1+9=10$
 따라서 구하는 이차방정식은
 $x^2-2x+10=0$
- 3 (1) 합이 4이고 곱이 -3인 두 수를 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은 $x^2-4x-3=0$ 이므로
 $x=2\pm\sqrt{7}$
 따라서 구하는 두 수는 $2-\sqrt{7}, 2+\sqrt{7}$ 이다.
 (2) 합이 -2이고 곱이 3인 두 수를 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은 $x^2+2x+3=0$ 이므로
 $x=-1\pm\sqrt{2}i$
 따라서 구하는 두 수는 $-1-\sqrt{2}i, -1+\sqrt{2}i$ 이다.

핵심 유형

맞은꼴 문제

p. 41

- 1 근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha+\beta=2, \alpha\beta=3$
 (1) $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$
 $=2^2-2\times 3=-2$
 (2) $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{2}{3}$
- 2 근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha+\beta=4, \alpha\beta=-4$
 (1) $\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}$
 $=\frac{4^2-2\times(-4)}{-4}=-6$
 (2) $(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$
 $=4^2-4\times(-4)=32$

- 3 근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha+\beta=3, \alpha\beta=1$ 이므로
 $(\alpha+\beta)+\alpha\beta=3+1=4$
 $(\alpha+\beta)\times\alpha\beta=3\times 1=3$
 따라서 구하는 이차방정식은
 $x^2-4x+3=0$

- 4 근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha+\beta=-\frac{6}{2}=-3, \alpha\beta=-\frac{3}{2}$ 이므로
 $(\alpha+1)+(\beta+1)=\alpha+\beta+2=-3+2=-1$
 $(\alpha+1)(\beta+1)=\alpha\beta+\alpha+\beta+1$
 $=-\frac{3}{2}-3+1=-\frac{7}{2}$
 따라서 구하는 이차방정식은
 $x^2+x-\frac{7}{2}=0$

- 5 이차방정식 $x^2+2x+5=0$ 의 근은 $x=-1\pm 2i$ 이므로
 $x^2+2x+5=\{x-(-1+2i)\}\{x-(-1-2i)\}$
 $=(x+1-2i)(x+1+2i)$

- 6 이차방정식 $x^2-2x-2=0$ 의 근은 $x=1\pm\sqrt{3}$ 이므로
 $x^2-2x-2=\{x-(1+\sqrt{3})\}\{x-(1-\sqrt{3})\}$
 $=(x-1-\sqrt{3})(x-1+\sqrt{3})$

- 7 계수가 실수인 이차방정식의 한 근이 $2-i$ 이므로 다른 한 근은 $2+i$ 이다.
 따라서 근과 계수의 관계에 의하여
 $(2-i)+(2+i)=-a, (2-i)(2+i)=b$
 $\therefore a=-4, b=5$

다른 풀이

$x=2-i$ 를 $x^2+ax+b=0$ 에 대입하면
 $(2-i)^2+a(2-i)+b=0$
 $\therefore (2a+b+3)-(a+4)i=0$
 복소수가 서로 같을 조건에 의하여
 $2a+b+3=0, a+4=0 \quad \therefore a=-4, b=5$

- 8 계수가 실수인 이차방정식의 한 근이 $1+\sqrt{3}i$ 이므로 다른 한 근은 $1-\sqrt{3}i$ 이다.
 따라서 근과 계수의 관계에 의하여
 $(1+\sqrt{3}i)+(1-\sqrt{3}i)=-a$
 $(1+\sqrt{3}i)(1-\sqrt{3}i)=-ab$
 $\therefore a=-2, b=2$

다른 풀이

$x=1+\sqrt{3}i$ 를 $x^2+ax-ab=0$ 에 대입하면
 $(1+\sqrt{3}i)^2+a(1+\sqrt{3}i)-ab=0$
 $\therefore (a-ab-2)+(a+2)\sqrt{3}i=0$
 복소수가 서로 같을 조건에 의하여
 $a-ab-2=0, a+2=0 \quad \therefore a=-2, b=2$

1 ⑤	2 ②	3 ③	4 ①	5 ①
6 ③	7 -3	8 ⑤	9 ③	10 ④
11 ②	12 ⑤	13 $6\sqrt{2}$	14 ③	15 ③
16 ①	17 -1	18 1	19 ②	20 ②
21 ①	22 ⑤	23 ④	24 ③	
25 (1) -4 (2) 서로 다른 두 허근	26 $\frac{1}{2}$	27 -3		

- 1 ① $x^2 - 8x + 15 = 0$ 에서
 $(x-3)(x-5) = 0$
 $\therefore x=3$ 또는 $x=5$
- ② $x^2 + 3x + 4 = 0$ 에서 근의 공식을 이용하면

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times 4}}{2 \times 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{7}i}{2}$$
- ③ $2x^2 - 4x + 3 = 0$ 에서 근의 공식을 이용하면

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 2 \times 3}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{2}i}{2}$$
- ④ 주어진 이차방정식의 양변을 $\sqrt{2}$ 로 나누면
 $x^2 - \sqrt{6}x - 2 = 0$
이 이차방정식에서 근의 공식을 이용하면

$$x = \frac{-(-\sqrt{6}) \pm \sqrt{(-\sqrt{6})^2 - 4 \times 1 \times (-2)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{\sqrt{6} \pm \sqrt{14}}{2}$$
- ⑤ 주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면
 $2x^2 + x - 6 = 0, (x+2)(2x-3) = 0$
 $\therefore x = -2$ 또는 $x = \frac{3}{2}$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.
- 2 x 에 대한 이차방정식 $ax^2 - 3x + 2a = 5x - 1$ 의 한 근이 -1 이므로 $x = -1$ 을 대입하면
 $a + 3 + 2a = -5 - 1$
 $\therefore a = -3$
 x 에 대한 이차방정식 $bx^2 - abx + b + 1 = 0$ 의 한 근이 $a + 1 = -2$ 이므로 $x = -2$ 를 대입하면
 $4b - 6b + b + 1 = 0$
 $\therefore b = 1$
- 3 이차방정식 $\sqrt{(x+1)^2} + \sqrt{x^2} = 2x^2 - 3$ 에서
 $|x+1| + |x| = 2x^2 - 3$
(i) $x < -1$ 일 때
 $-(x+1) - x = 2x^2 - 3$ 이므로
 $2x^2 + 2x - 2 = 0, x^2 + x - 1 = 0$
 $\therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$
이때 $x < -1$ 이므로
 $x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$

- (ii) $-1 \leq x < 0$ 일 때
 $x + 1 - x = 2x^2 - 3$ 이므로
 $2x^2 - 4 = 0, 2(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2}) = 0$
 $\therefore x = -\sqrt{2}$ 또는 $x = \sqrt{2}$
이때 $-1 \leq x < 0$ 이므로 근은 없다.
- (iii) $x \geq 0$ 일 때
 $x + 1 + x = 2x^2 - 3$ 이므로
 $2x^2 - 2x - 4 = 0, 2(x+1)(x-2) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = 2$
이때 $x \geq 0$ 이므로 $x = 2$
- (i), (ii), (iii)에 의하여 주어진 이차방정식의 근은
 $x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$ 또는 $x = 2$

- 4 ① 이차방정식 $x^2 + 2x + 2 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4} = 1^2 - 1 \times 2 = -1 < 0$
이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.
- ② 이차방정식 $x^2 + 3x + 1 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면
 $D = 3^2 - 4 \times 1 \times 1 = 5 > 0$
이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- ③ 이차방정식 $x^2 - 6x + 3 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4} = (-3)^2 - 1 \times 3 = 6 > 0$
이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- ④ 이차방정식 $2x^2 - 5x + 1 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면
 $D = (-5)^2 - 4 \times 2 \times 1 = 17 > 0$
이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- ⑤ 이차방정식 $3x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4} = (-1)^2 - 3 \times (-2) = 7 > 0$
이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.
따라서 허근을 갖는 이차방정식은 ①이다.
- 5 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면
 $D = b^2 - 4ac = (a+c)^2 - 4ac = (a-c)^2 \geq 0$
따라서 주어진 이차방정식은 실근을 갖는다.
- 6 이차방정식 $x^2 - 2(k-1)x + k^2 - k = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4} = \{-(k-1)\}^2 - (k^2 - k) > 0, -k + 1 > 0 \quad \therefore k < 1$
- 7 이차방정식 $3x^2 - 6x - a = 0$ 의 판별식을 D_1 이라고 하면
 $\frac{D_1}{4} = (-3)^2 - 3 \times (-a) \geq 0, 9 + 3a \geq 0 \quad \therefore a \geq -3$
이차방정식 $x^2 + 2bx + b^2 + b + 1 = 0$ 의 판별식을 D_2 라고 하면
 $\frac{D_2}{4} = b^2 - (b^2 + b + 1) < 0, -b - 1 < 0 \quad \therefore b > -1$
이때 a, b 는 정수이므로 $a+b$ 의 최솟값은
 $-3 + 0 = -3$

- 8 이차방정식 $x^2 - 2(k+a)x + k^2 + 4k - 2b = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = \{-(k+a)\}^2 - (k^2 + 4k - 2b) = 0$$

$$2ak + a^2 - 4k + 2b = 0$$

이 등식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립하므로 k 에 대하여 정리하면

$$2(a-2)k + a^2 + 2b = 0$$

따라서 $a-2=0$, $a^2+2b=0$ 이므로

$$a=2, b=-2$$

$$\therefore a-b=4$$

- 9 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = \frac{4}{3}$$

$$\therefore \alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$$

$$= 2^3 - 3 \times \frac{4}{3} \times 2$$

$$= 8 - 8 = 0$$

- 10 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$D = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 5 > 0$$

또 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 1$$

즉, $D > 0$, $\alpha + \beta > 0$, $\alpha\beta > 0$ 이므로

$$\alpha > 0, \beta > 0$$

$$\therefore \sqrt{\alpha} > 0, \sqrt{\beta} > 0$$

$$(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 = \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta} = 3 + 2 \times 1 = 5$$

$$\therefore \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \pm\sqrt{5}$$

그런데 $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} > 0$ 이므로

$$\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{5}$$

- 11 이차방정식 $x^2 + 5x + 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로

$$\alpha^2 + 5\alpha + 1 = 0, \beta^2 + 5\beta + 1 = 0$$

또 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha\beta = 1$$

$$\therefore (\alpha^2 + 7\alpha + 1)(\beta^2 + 7\beta + 1)$$

$$= \{(\alpha^2 + 5\alpha + 1) + 2\alpha\} \{(\beta^2 + 5\beta + 1) + 2\beta\}$$

$$= 2\alpha \times 2\beta = 4\alpha\beta$$

$$= 4 \times 1 = 4$$

- 12 두 근을 $\alpha, \alpha+2$ 라고 하면 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + (\alpha+2) = 12, \alpha(\alpha+2) = k$$

$$\therefore \alpha = 5, k = 35$$

다른 풀이

두 근을 α, β 라고 하면 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = 12, \alpha\beta = k$$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$$

$$2^2 = 12^2 - 4k$$

$$\therefore k = 35$$

- 13 두 근을 $\alpha, 2\alpha$ ($\alpha \neq 0$)라고 하면 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + 2\alpha = m, \text{ 즉 } 3\alpha = m \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\alpha \times 2\alpha = 16, \text{ 즉 } \alpha^2 = 8 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} \text{에서 } \alpha = \pm 2\sqrt{2}$$

$$\text{그런데 } m > 0 \text{이므로 } \alpha > 0 \quad \therefore \alpha = 2\sqrt{2}$$

$$\text{이것을 } \textcircled{1} \text{에 대입하면 } m = 6\sqrt{2}$$

- 14 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = -k, \alpha\beta = k+3$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$$

$$2 = (-k)^2 - 2(k+3)$$

$$k^2 - 2k - 8 = 0, (k+2)(k-4) = 0$$

$$\therefore k = -2 \text{ 또는 } k = 4$$

$$\text{그런데 } k > 0 \text{이므로 } k = 4$$

- 15 이차방정식 $2x^2 - ax - 1 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = \frac{a}{2} \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\alpha\beta = -\frac{1}{2} \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

또 이차방정식 $x^2 + 2x + b = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = -2 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$$\frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = b \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3} \text{에서 } \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = -2 \quad \therefore \alpha + \beta = -2\alpha\beta$$

이 식에 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 대입하면

$$\frac{a}{2} = -2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \quad \therefore a = 2$$

$$\textcircled{4} \text{에서 } b \times \alpha\beta = 1$$

이 식에 $\textcircled{2}$ 을 대입하면

$$b \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 1 \quad \therefore b = -2$$

$$\therefore a + b = 0$$

- 16 근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = 4, \alpha\beta = 1$ 이므로

$$\frac{\alpha+1}{\alpha} + \frac{\beta+1}{\beta} = \frac{\beta(\alpha+1) + \alpha(\beta+1)}{\alpha\beta}$$

$$= \frac{2\alpha\beta + (\alpha + \beta)}{\alpha\beta} = \frac{2 \times 1 + 4}{1} = 6$$

$$\frac{\alpha+1}{\alpha} \times \frac{\beta+1}{\beta} = \frac{\alpha\beta + (\alpha + \beta) + 1}{\alpha\beta} = \frac{1 + 4 + 1}{1} = 6$$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 - 6x + 6 = 0$

- 17 규리는 q 의 값을 바르게 보고 풀었으므로 근과 계수의 관계에 의하여 두 근의 곱은

$$q = (-5) \times (-1) = 5$$

은지는 p 의 값을 바르게 보고 풀었으므로 근과 계수의 관계에 의하여 두 근의 합은

$$-p = (3+2i) + (3-2i) \quad \therefore p = -6$$

$$\therefore p + q = -1$$

- 18 이차항의 계수가 1인 이차방정식 $f(x)=0$ 의 두 근의 합이 4이므로 두 근의 곱을 c (c 는 상수)라고 하면

$$f(x)=x^2-4x+c$$

$$\begin{aligned}\therefore f(2x+1) &= (2x+1)^2 - 4(2x+1) + c \\ &= 4x^2 - 4x - 3 + c\end{aligned}$$

따라서 이차방정식 $f(2x+1)=0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여 두 근의 합은

$$-\frac{-4}{4}=1$$

다른 풀이

$f(\alpha)=0, f(\beta)=0$ 이므로 이차방정식 $f(2x+1)=0$ 의 두 근은 $2x+1=\alpha$ 또는 $2x+1=\beta$ 에서

$$x=\frac{\alpha-1}{2} \text{ 또는 } x=\frac{\beta-1}{2}$$

따라서 이차방정식 $f(2x+1)=0$ 의 두 근의 합은

$$\begin{aligned}\frac{\alpha-1}{2} + \frac{\beta-1}{2} &= \frac{\alpha+\beta-2}{2} \\ &= \frac{4-2}{2}=1\end{aligned}$$

- 19 계수가 실수인 이차방정식의 한 근이 $3+i$ 이므로 다른 한 근은 $3-i$ 이다.

따라서 근과 계수의 관계에 의하여

$$(3+i)+(3-i)=-p$$

$$(3+i)(3-i)=q$$

$$\therefore p=-6, q=10$$

$$\therefore p+q=4$$

- 20 계수가 유리수인 이차방정식의 한 근이 $b-\sqrt{3}$ 이므로 다른 한 근은 $b+\sqrt{3}$ 이다.

따라서 근과 계수의 관계에 의하여

$$(b-\sqrt{3})+(b+\sqrt{3})=4$$

$$(b-\sqrt{3})(b+\sqrt{3})=a$$

$$\therefore a=1, b=2$$

$$\therefore b-a=1$$

- 21 이차방정식 $x^2-4x+6=0$ 에서 근의 공식을 이용하면

$$x = -(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 6} = 2 \pm \sqrt{2}i$$

$$\begin{aligned}\therefore x^2-4x+6 &= \{x-(2+\sqrt{2}i)\}\{x-(2-\sqrt{2}i)\} \\ &= (x-2-\sqrt{2}i)(x-2+\sqrt{2}i)\end{aligned}$$

따라서 두 일차식의 합은

$$(x-2-\sqrt{2}i)+(x-2+\sqrt{2}i)=2x-4$$

- 22 $f(\alpha)=3$ 에서 $f(\alpha)-3=0$

$$f(\beta)=3 \text{에서 } f(\beta)-3=0$$

따라서 α, β 는 이차방정식 $f(x)-3=0$ 의 두 근이다.

$$f(x)-3=0 \text{에서}$$

$$(x^2-2x-2)-3=0$$

$$\therefore x^2-2x-5=0$$

이 이차방정식의 두 근이 α, β 이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha+\beta=2, \alpha\beta=-5$$

$$\begin{aligned}\therefore \alpha^3+\beta^3 &= (\alpha+\beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha+\beta) \\ &= 2^3 - 3 \times (-5) \times 2 \\ &= 38\end{aligned}$$

- 23 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 두 근이 p, q 이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$p+q=-a, pq=b$$

이차방정식 $bx^2-ax+1=0$ 의 두 근이 r, s 이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$r+s = -\frac{-a}{b} = -\frac{p+q}{pq} = \left(-\frac{1}{p}\right) + \left(-\frac{1}{q}\right)$$

$$rs = \frac{1}{b} = \frac{1}{pq} = \left(-\frac{1}{p}\right) \times \left(-\frac{1}{q}\right)$$

$$\therefore r = -\frac{1}{p}, s = -\frac{1}{q} \text{ 또는 } r = -\frac{1}{q}, s = -\frac{1}{p}$$

$$-1 < p < 0 \text{에서 } -\frac{1}{p} > 1$$

$$0 < q < 1 \text{에서 } -\frac{1}{q} < -1$$

이때 $r < s$ 이므로

$$r = -\frac{1}{q}, s = -\frac{1}{p}$$

따라서 $r < -1, s > 1$ 이고, $-1 < p < 0 < q < 1$ 이므로

$$r < -1 < p < 0 < q < 1 < s$$

$$\therefore r < p < q < s$$

- 24 주어진 이차식을 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$x^2 - 2xy + ky^2 - 2x + 3y = x^2 - 2(y+1)x + ky^2 + 3y$$

x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2(y+1)x + ky^2 + 3y = 0$ 의 근을 근의 공식을 이용하여 구하면

$$x = y+1 \pm \sqrt{(y+1)^2 - (ky^2 + 3y)}$$

$$= y+1 \pm \sqrt{(1-k)y^2 - y + 1} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이때 주어진 식이 x, y 에 대한 두 일차식의 곱으로 인수분해되려면 $\textcircled{1}$ 의 근호 안의 식 $(1-k)y^2 - y + 1$ 이 완전제곱식이어야 한다.

y 에 대한 이차방정식 $(1-k)y^2 - y + 1 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$D = (-1)^2 - 4 \times (1-k) \times 1 = 0$$

$$1 - 4 + 4k = 0$$

$$\therefore k = \frac{3}{4}$$

- 25 (1) 이차방정식 $x^2+4x-k=0$ 의 판별식을 D_1 이라고 하면

$$\frac{D_1}{4} = 2^2 - (-k) = 0 \quad \dots\dots (가)$$

$$4+k=0$$

$$\therefore k=-4 \quad \dots\dots (나)$$

- (2) $k = -4$ 를 이차방정식 $(1-2k)x^2 - kx + 1 = 0$ 에 대입하면
 $9x^2 + 4x + 1 = 0$
 이 이차방정식의 판별식을 D_2 라고 하면
 $\frac{D_2}{4} = 2^2 - 9 = -5 < 0$ (다)
 따라서 주어진 이차방정식은 서로 다른 두 허근을 갖는다. (라)

채점 기준	배점
(가) $x^2 + 4x - k = 0$ 이 중근을 갖는 조건을 구한다.	2점
(나) k 의 값을 구한다.	1점
(다) $(1-2k)x^2 - kx + 1 = 0$ 의 판별식의 부호를 알아본다.	2점
(라) $(1-2k)x^2 - kx + 1 = 0$ 은 어떤 근을 갖는지 구한다.	1점

- 26** 이차방정식 $x^2 - 3x + 6 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로
 $\alpha^2 - 3\alpha + 6 = 0, \beta^2 - 3\beta + 6 = 0$ (가)
 또 근과 계수의 관계에 의하여
 $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 6$ (나)
 $\therefore \frac{\beta}{\alpha^2 - 4\alpha + 6} + \frac{\alpha}{\beta^2 - 4\beta + 6}$
 $= \frac{\beta}{(\alpha^2 - 3\alpha + 6) - \alpha} + \frac{\alpha}{(\beta^2 - 3\beta + 6) - \beta}$
 $= \frac{\beta}{-\alpha} + \frac{\alpha}{-\beta} = -\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta}$
 $= -\frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta}$ (다)
 $= -\frac{3^2 - 2 \times 6}{6}$
 $= \frac{1}{2}$ (라)

채점 기준	배점
(가) $\alpha^2 - 3\alpha + 6 = 0, \beta^2 - 3\beta + 6 = 0$ 임을 안다.	2점
(나) $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 의 값을 구한다.	2점
(다) 주어진 식을 변형한다.	2점
(라) 주어진 식의 값을 구한다.	1점

- 27** 두 근이 연속하는 정수이므로 두 근을 $\alpha, \alpha + 1$ (α 는 정수)로 놓을 수 있다. (가)
 따라서 근과 계수의 관계에 의하여
 $\alpha + (\alpha + 1) = 2k + 1$ ㉠
 $\alpha(\alpha + 1) = k^2 + 2k + 3$ ㉡
 ㉠에서 $2\alpha + 1 = 2k + 1$
 $\therefore \alpha = k$
 $\alpha = k$ 를 ㉡에 대입하면
 $k(k + 1) = k^2 + 2k + 3$
 $\therefore k = -3$ (다)

채점 기준	배점
(가) 두 근을 $\alpha, \alpha + 1$ 로 놓는다.	2점
(나) 근과 계수의 관계를 이용하여 식을 세운다.	2점
(다) k 의 값을 구한다.	3점

확인 문제 p. 46

- 1** (1) 이차방정식 $x^2 + x - 2 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면
 $D = 1^2 - 4 \times 1 \times (-2) = 9 > 0$
 따라서 이차함수 $y = x^2 + x - 2$ 의 그래프는 x 축과 서로 다른 두 점에서 만난다.
 (2) 이차방정식 $x^2 - 2x + 1 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4} = (-1)^2 - 1 \times 1 = 0$
 따라서 이차함수 $y = x^2 - 2x + 1$ 의 그래프는 x 축과 한 점에서 만난다(접한다).
 (3) 이차방정식 $x^2 - 4x + 5 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4} = (-2)^2 - 1 \times 5 = -1 < 0$
 따라서 이차함수 $y = x^2 - 4x + 5$ 의 그래프는 x 축과 만나지 않는다.
- 2** (1) 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = x + 2$, 즉 $x^2 - 4x - 1 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4} = (-2)^2 - 1 \times (-1) = 5 > 0$
 따라서 이차함수 $y = x^2 - 3x + 1$ 의 그래프와 직선 $y = x + 2$ 는 서로 다른 두 점에서 만난다.
 (2) 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 3x - 8$, 즉 $x^2 - 6x + 9 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4} = (-3)^2 - 1 \times 9 = 0$
 따라서 이차함수 $y = x^2 - 3x + 1$ 의 그래프와 직선 $y = 3x - 8$ 은 한 점에서 만난다(접한다).
 (3) 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 2x - 7$, 즉 $x^2 - 5x + 8 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면
 $D = (-5)^2 - 4 \times 1 \times 8 = -7 < 0$
 따라서 이차함수 $y = x^2 - 3x + 1$ 의 그래프와 직선 $y = 2x - 7$ 은 만나지 않는다.

교/과/서/속 핵심 유형 + 답은꼴 문제

p. 47

- 1** 이차방정식 $-x^2 + 2x + k = 0$, 즉 $x^2 - 2x - k = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4} = (-1)^2 - 1 \times (-k) = 1 + k$
 (1) 이차함수 $y = -x^2 + 2x + k$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나려면 $D > 0$ 이어야 하므로
 $1 + k > 0 \quad \therefore k > -1$
 (2) 이차함수 $y = -x^2 + 2x + k$ 의 그래프가 x 축과 한 점에서 만나려면 $D = 0$ 이어야 하므로
 $1 + k = 0 \quad \therefore k = -1$

- (3) 이차함수 $y = -x^2 + 2x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않으려면 $D < 0$ 이어야 하므로
 $1 + k < 0 \quad \therefore k < -1$

- 2 이차함수 $y = x^2 - kx + k + 3$ 의 그래프가 x 축에 접하려면 이차방정식 $x^2 - kx + k + 3 = 0$ 의 판별식을 D 라고 할 때
 $D = (-k)^2 - 4 \times 1 \times (k + 3) = 0$
 $k^2 - 4k - 12 = 0, (k + 2)(k - 6) = 0$
 $\therefore k = -2$ 또는 $k = 6$

- 3 이차방정식 $x^2 - 4x + 1 = -x + k$, 즉 $x^2 - 3x + 1 - k = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면
 $D = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (1 - k) = 4k + 5$
 (1) 이차함수 $y = x^2 - 4x + 1$ 의 그래프와 직선 $y = -x + k$ 가 서로 다른 두 점에서 만나려면 $D > 0$ 이어야 하므로
 $4k + 5 > 0 \quad \therefore k > -\frac{5}{4}$
 (2) 이차함수 $y = x^2 - 4x + 1$ 의 그래프와 직선 $y = -x + k$ 가 한 점에서 만나려면 $D = 0$ 이어야 하므로
 $4k + 5 = 0 \quad \therefore k = -\frac{5}{4}$
 (3) 이차함수 $y = x^2 - 4x + 1$ 의 그래프와 직선 $y = -x + k$ 가 만나지 않으려면 $D < 0$ 이어야 하므로
 $4k + 5 < 0 \quad \therefore k < -\frac{5}{4}$

- 4 이차함수 $y = x^2 - 3x + 2k$ 의 그래프가 직선 $y = x - 5$ 와 만나지 않으려면 이차방정식 $x^2 - 3x + 2k = x - 5$, 즉 $x^2 - 4x + 2k + 5 = 0$ 의 판별식을 D 라고 할 때
 $\frac{D}{4} = (-2)^2 - 1 \times (2k + 5) < 0$
 $-2k - 1 < 0$
 $\therefore k > -\frac{1}{2}$

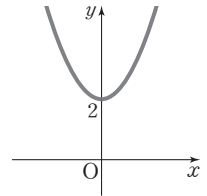
- 5 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 의 그래프와 x 축의 교점의 x 좌표가 1, 3이므로 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1, 3이다.
 (두 근의 합) $= -a = 1 + 3 = 4$
 (두 근의 곱) $= b = 1 \times 3 = 3$
 따라서 $a = -4, b = 3$ 이므로
 $a - b = -4 - 3 = -7$

- 6 이차함수 $y = -x^2 + 5$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 의 교점의 x 좌표가 $-4, 2$ 이므로 이차방정식 $-x^2 + 5 = ax + b$, 즉 $x^2 + ax + b - 5 = 0$ 의 두 근이 $-4, 2$ 이다.
 (두 근의 합) $= -a = -4 + 2 = -2$
 (두 근의 곱) $= b - 5 = (-4) \times 2 = -8$
 따라서 $a = 2, b = -3$ 이므로
 $a + b = 2 - 3 = -1$

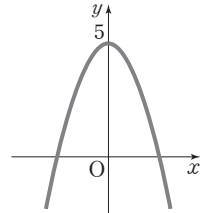
11 장 이차함수의 최대·최소

확인 문제 p. 48

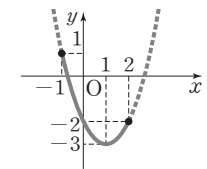
- 1 (1) $y = x^2 + 2$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
 따라서 $x = 0$ 일 때 최솟값은 2이고, 최댓값은 없다.



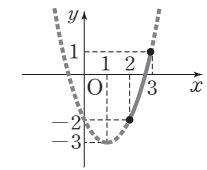
- (2) $y = -x^2 + 5$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
 따라서 $x = 0$ 일 때 최댓값은 5이고, 최솟값은 없다.



- 2 (1) $-1 \leq x \leq 2$ 에서 $y = (x - 1)^2 - 3$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
 따라서 $x = -1$ 일 때 최댓값은 1이고, $x = 1$ 일 때 최솟값은 -3 이다.



- (2) $2 \leq x \leq 3$ 에서 $y = (x - 1)^2 - 3$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
 따라서 $x = 3$ 일 때 최댓값은 1이고, $x = 2$ 일 때 최솟값은 -2 이다.

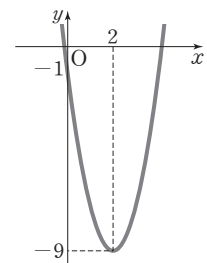


핵심 유형 + 답은꼴 문제

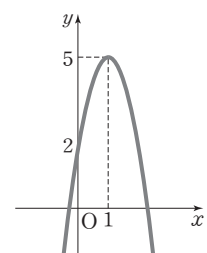
교/과/서/속

p. 49

- 1 (1) $y = 2x^2 - 8x - 1$
 $= 2(x - 2)^2 - 9$
 이므로 주어진 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
 따라서 $x = 2$ 일 때 최솟값은 -9 이고, 최댓값은 없다.



- (2) $y = -3x^2 + 6x + 2$
 $= -3(x - 1)^2 + 5$
 이므로 주어진 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
 따라서 $x = 1$ 일 때 최댓값은 5이고, 최솟값은 없다.

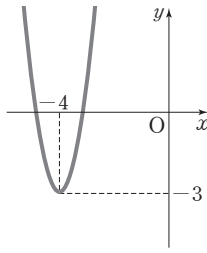


2 (1) $y=4x^2+32x+61$

$$=4(x+4)^2-3$$

이므로 주어진 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 $x=-4$ 일 때 최솟값은 -3 이고, 최댓값은 없다.

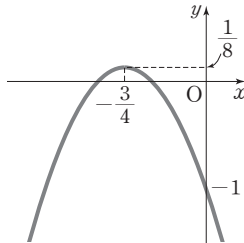


(2) $y=-2x^2-3x-1$

$$=-2\left(x+\frac{3}{4}\right)^2+\frac{1}{8}$$

이므로 주어진 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 $x=-\frac{3}{4}$ 일 때 최댓값은 $\frac{1}{8}$ 이고, 최솟값은 없다.

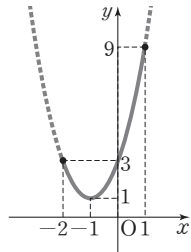


3 (1) $y=2x^2+4x+3$

$$=2(x+1)^2+1$$

이므로 $-2 \leq x \leq 1$ 에서 주어진 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 $x=1$ 일 때 최댓값은 9이고, $x=-1$ 일 때 최솟값은 1이다.

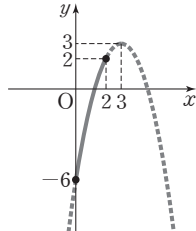


(2) $y=-x^2+6x-6$

$$=-(x-3)^2+3$$

이므로 $0 \leq x \leq 2$ 에서 주어진 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 $x=2$ 일 때 최댓값은 2이고, $x=0$ 일 때 최솟값은 -6 이다.

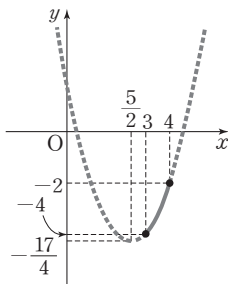


4 (1) $y=x^2-5x+2$

$$=\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{17}{4}$$

이므로 $3 \leq x \leq 4$ 에서 주어진 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 $x=4$ 일 때 최댓값은 -2 이고, $x=3$ 일 때 최솟값은 $-\frac{17}{4}$ 이다.

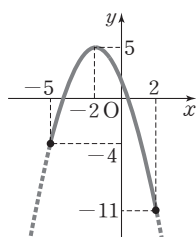


(2) $y=-x^2-4x+1$

$$=-(x+2)^2+5$$

이므로 $-5 \leq x \leq 2$ 에서 주어진 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 $x=-2$ 일 때 최댓값은 5이고, $x=2$ 일 때 최솟값은 -11 이다.



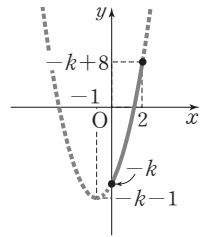
5 $y=x^2+2x-k$

$$=(x+1)^2-k-1$$

이므로 $0 \leq x \leq 2$ 에서 주어진 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

$x=0$ 일 때 최솟값 -5 를 가지므로 $-k=-5 \quad \therefore k=5$

따라서 주어진 이차함수는 $x=2$ 일 때 최댓값을 가지므로 구하는 최댓값은 3이다.



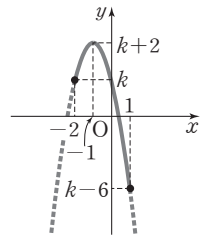
6 $y=-2x^2-4x+k$

$$=-2(x+1)^2+k+2$$

이므로 $-2 \leq x \leq 1$ 에서 주어진 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

$x=-1$ 일 때 최댓값 4를 가지므로 $k+2=4 \quad \therefore k=2$

따라서 주어진 이차함수는 $x=1$ 일 때 최솟값을 가지므로 구하는 최솟값은 -4 이다.



7 철망의 길이는 12m이므로 직사각형 모양의 울타리의 세로의 길이를 x m라고 하면 가로 길이는 $(12-2x)$ m이다.

이때 $x > 0, 12-2x > 0$ 이므로

$$0 < x < 6$$

울타리의 넓이를 S m²라고 하면

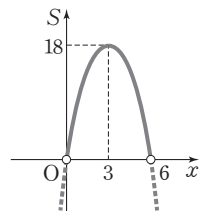
$$S=x(12-2x)$$

$$=-2x^2+12x$$

$$=-2(x-3)^2+18$$

이므로 $0 < x < 6$ 에서 이 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 $x=3$ 일 때 최댓값은 18이므로 세로의 길이가 3m, 가로의 길이가 6m일 때, 울타리의 넓이의 최댓값은 18 m²이다.



8 물받이의 높이는 색칠한 직사각형의 세로의 길이와 같다.

철판의 너비가 20cm이므로 물받이의 높이를 x cm라고 하면 색칠한 직사각형의 가로의 길이는

$$(20-2x) \text{ cm}$$

이때 $x > 0, 20-2x > 0$ 이므로

$$0 < x < 10$$

색칠한 직사각형의 넓이를 S cm²라고 하면

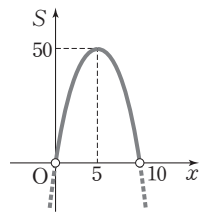
$$S=x(20-2x)$$

$$=-2x^2+20x$$

$$=-2(x-5)^2+50$$

이므로 $0 < x < 10$ 에서 이 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 $x=5$ 일 때 최댓값은 50이므로 물받이의 높이가 5cm일 때, 색칠한 직사각형의 넓이는 최대가 된다.



1 ⑤	2 ②	3 ①	4 2	5 ①
6 ④	7 ②	8 ③	9 ③	10 ④
11 ⑤	12 ③	13 ④	14 ②	15 ①
16 ④	17 ⑤	18 ④	19 ③	20 ②
21 6	22 42	23 0		
24 (1) -10 (2) -10	25 4000원			

- 1 이차함수 $y=x^2+ax+b$ 의 그래프와 x 축의 교점의 x 좌표가 $-2, 3$ 이므로 $-2, 3$ 은 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 두 근이다.

근과 계수의 관계에 의하여

$$-2+3=-a, (-2)\times 3=b$$

따라서 $a=-1, b=-6$ 이므로

$$4a-b=2$$

- 2 이차함수 $y=x^2+kx-5$ 의 그래프와 x 축의 교점의 x 좌표를 α, β 라고 하면 α, β 는 이차방정식 $x^2+kx-5=0$ 의 두 근이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha+\beta=-k, \alpha\beta=-5$$

이때 두 교점 사이의 거리가 6이므로

$$|\alpha-\beta|=6$$

양변을 제곱하면 $(\alpha-\beta)^2=36$

$$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$$

$$36=(-k)^2-4\times(-5), k^2=16$$

$$\therefore k=-4 \text{ 또는 } k=4$$

그런데 $k>0$ 이므로 $k=4$

- 3 이차방정식 $x^2+(2k-1)x+k^2=0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$D=(2k-1)^2-4k^2>0, -4k+1>0$$

$$\therefore k<\frac{1}{4}$$

- 4 이차방정식 $x^2-2(a+k)x+k^2+2k+b=0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4}=\{-(a+k)\}^2-(k^2+2k+b)=0$$

$$a^2+2ak-2k-b=0$$

이 식이 k 에 대한 항등식이므로 k 에 대하여 정리하면

$$(2a-2)k+a^2-b=0$$

따라서 $2a-2=0, a^2-b=0$ 이므로 $a=1, b=1$

$$\therefore a+b=2$$

- 5 이차방정식 $-x^2+2x+k-1=-2x+1$, 즉 $x^2-4x-k+2=0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4}=(-2)^2-1\times(-k+2)>0$$

$$k+2>0 \quad \therefore k>-2$$

따라서 실수 k 의 값이 될 수 없는 것은 ①이다.

- 6 이차방정식 $x^2+5=2x+a$, 즉 $x^2-2x-a+5=0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4}=(-1)^2-1\times(-a+5)<0$$

$$a-4<0 \quad \therefore a<4$$

따라서 자연수 a 는 1, 2, 3의 3개이다.

- 7 구하는 직선의 기울기는 -2 이므로 직선의 방정식을 $y=-2x+k$ (k 는 상수)라고 하자.

이 직선이 이차함수 $y=-x^2+2x-3$ 의 그래프와 접하므로 이차방정식 $-x^2+2x-3=-2x+k$, 즉

$$x^2-4x+k+3=0 \text{의 판별식을 } D \text{라고 하면}$$

$$\frac{D}{4}=(-2)^2-1\times(k+3)=0$$

$$-k+1=0 \quad \therefore k=1$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$y=-2x+1$$

- 8 주어진 그림에서 이차함수 $y=x^2+mx+1$ 의 그래프와 직선 $y=-x+n$ 의 교점의 x 좌표가 $-3, 1$ 이므로 $-3, 1$ 은 이차방정식 $x^2+mx+1=-x+n$, 즉 $x^2+(m+1)x+1-n=0$ 의 두 근이다.

근과 계수의 관계에 의하여

$$-3+1=-(m+1), (-3)\times 1=1-n$$

따라서 $m=1, n=4$ 이므로

$$m+n=5$$

- 9 직선이 두 이차함수의 그래프의 두 교점을 지나므로 $ax^2-bx+9=-x+3$ 에서 $ax^2-(b-1)x+6=0$
 $2x^2-5x-3=-x+3$ 에서 $2x^2-4x-6=0$

위 두 이차방정식의 근이 같다.

$$\therefore a=-2, b-1=-4$$

따라서 $a=-2, b=-3$ 이므로

$$a-b=-2-(-3)=1$$

- 10 $y=2x^2-4kx-2k+3$

$$=2(x-k)^2-2k^2-2k+3$$

이므로 주어진 이차함수는 $x=k$ 에서

최솟값 $-2k^2-2k+3$ 을 갖는다.

즉, $f(k)=-2k^2-2k+3$ 이므로

$$f(k)=-2k^2-2k+3=-2\left(k+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{2}$$

따라서 $f(k)$ 의 최댓값은 $k=-\frac{1}{2}$ 일 때 $\frac{7}{2}$ 이다.

- 11 x 의 값의 범위가 실수 전체인 이차함수 $f(x)=ax^2+bx+c$ 가 $x=1$ 에서 최솟값 2를 가지므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, 2)$

이다.

$$\therefore f(x) = a(x-1)^2 + 2$$

주어진 조건에서 $f(2) = 4$ 이므로

$$a + 2 = 4 \quad \therefore a = 2$$

$$\begin{aligned} \therefore f(x) &= 2(x-1)^2 + 2 \\ &= 2x^2 - 4x + 4 \end{aligned}$$

따라서 $a = 2$, $b = -4$, $c = 4$ 이므로

$$2a + b + c = 4$$

12 $y = x^2 - 2x - 2$

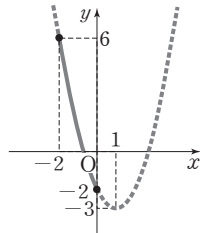
$$= (x-1)^2 - 3$$

이므로 $-2 \leq x \leq 0$ 에서 주어진 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 $x = -2$ 일 때 최댓값은 6이고, $x = 0$ 일 때 최솟값은 -2 이므로

$$M = 6, m = -2$$

$$\therefore M - m = 8$$



13 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)라고 하면

$$f(0) = 1 \text{이므로 } c = 1$$

$$\therefore f(x) = ax^2 + bx + 1 \text{ ($a \neq 0$)}$$

$$f(x+1) = f(x) + 2x \text{이므로}$$

$$a(x+1)^2 + b(x+1) + 1 = ax^2 + bx + 1 + 2x$$

$$\therefore ax^2 + (2a+b)x + a+b+1 = ax^2 + (b+2)x + 1$$

이 식의 양변의 계수를 비교하면

$$2a + b = b + 2, \quad a + b + 1 = 1$$

$$\therefore a = 1, \quad b = -1$$

따라서 구하는 이차함수의 식은

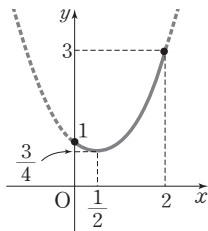
$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - x + 1 \\ &= \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \end{aligned}$$

이므로 $0 \leq x \leq 2$ 에서 이 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 $x = 2$ 일 때 최댓값은 3이고, $x = \frac{1}{2}$ 일 때 최솟값은 $\frac{3}{4}$ 이므로

$$M = 3, \quad m = \frac{3}{4}$$

$$\therefore M - 4m = 0$$



14 $x^2 - 2x - 2 = t$ 로 놓으면

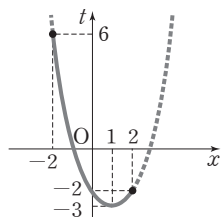
$$t = x^2 - 2x - 2$$

$$= (x-1)^2 - 3$$

이므로 $-2 \leq x \leq 2$ 에서 이 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

이때 t 의 값의 범위는

$$-3 \leq t \leq 6$$



한편 주어진 함수식은

$$y = t^2 - 4t + 1$$

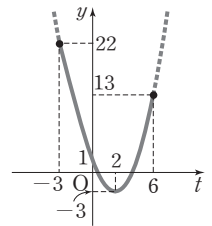
$$= (t-2)^2 - 3$$

이므로 $-3 \leq t \leq 6$ 에서 이 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 $t = -3$ 일 때 최댓값은 22이고, $t = 2$ 일 때 최솟값은 -3 이므로

$$M = 22, \quad m = -3$$

$$\therefore M + m = 19$$



15 $x + y = 2$ 에서

$$y = 2 - x \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

이때 $y \geq 0$ 이므로

$$2 - x \geq 0 \quad \therefore x \leq 2$$

그런데 $x \geq 0$ 이므로

$$0 \leq x \leq 2$$

이때 $S = 2x + y^2$ 이라 하고 ⑦을 대입하면

$$S = 2x + (2-x)^2$$

$$= x^2 - 2x + 4$$

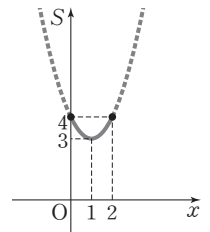
$$= (x-1)^2 + 3$$

이므로 $0 \leq x \leq 2$ 에서 이 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 $x = 0$ 또는 $x = 2$ 일 때 최댓값은 4이고, $x = 1$ 일 때 최솟값은 3이므로

$$M = 4, \quad m = 3$$

$$\therefore M - m = 1$$



16 $4x + y^2 = 2$ 에서

$$y^2 = 2 - 4x \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

그런데 $y^2 \geq 0$ 이므로

$$2 - 4x \geq 0$$

$$\therefore x \leq \frac{1}{2}$$

이때 $S = x^2 + y^2 + 3$ 이라 하고 ⑦을 대입하면

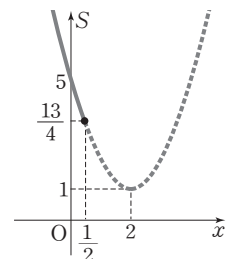
$$S = x^2 + (2-4x) + 3$$

$$= x^2 - 4x + 5$$

$$= (x-2)^2 + 1$$

이므로 $x \leq \frac{1}{2}$ 에서 이 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 $x = \frac{1}{2}$ 일 때 최솟값은 $\frac{13}{4}$ 이다.



17 $y = -x^2 + 4x$ 의 그래프와 x 축의 교점의 x 좌표를 구하면

$$-x^2 + 4x = 0, \quad x(x-4) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 4$$

오른쪽 그림과 같이 점 Q의 좌표를 $(a, 0)$ ($0 < a < 2$)이라고 하면

$$\overline{QR} = 4 - 2a$$

$$\overline{PQ} = -a^2 + 4a$$

직사각형 PQRS의 둘레의 길이를 l 이라고 하면

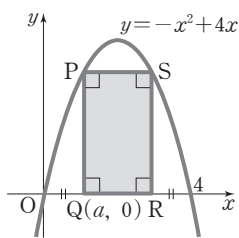
$$l = 2(\overline{QR} + \overline{PQ})$$

$$= 2(4 - 2a - a^2 + 4a)$$

$$= -2a^2 + 4a + 8$$

$$= -2(a-1)^2 + 10$$

이때 $0 < a < 2$ 이므로 $a=1$ 일 때 직사각형 PQRS의 둘레의 길이의 최댓값은 10이다.



- 18 오른쪽 그림에서 선분 BH의 길이는

$$\overline{BH} = \frac{40-12}{2} = 14 \text{ (cm)}$$

이때 $\overline{BQ} = x$ cm라고 하면

$\triangle BQP \sim \triangle BHA$ 이므로

$$\overline{BQ} : \overline{BH} = \overline{PQ} : \overline{AH}$$

$$x : 14 = \overline{PQ} : 28 \quad \therefore \overline{PQ} = 2x \text{ (cm)}$$

그런데 점 P는 $\overline{AB}$ 위에 있으므로 x 의 값의 범위는

$$0 < x \leq \overline{BH} \quad \therefore 0 < x \leq 14$$

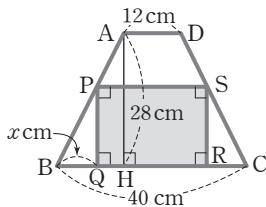
직사각형 PQRS의 넓이를 S cm²라고 하면

$$S = \overline{PQ} \times \overline{QR} = 2x \times (40 - 2x)$$

$$= -4x^2 + 80x$$

$$= -4(x-10)^2 + 400$$

따라서 $0 < x \leq 14$ 이므로 $x=10$ 일 때 직사각형 PQRS의 넓이의 최댓값은 400 cm²이다.



- 19 직사각형의 가로 길이를 x cm, 세로 길이를 y cm라고 하면 직사각형의 둘레의 길이는 200 cm이므로

$$2x + 2y = 200, \quad x + y = 100$$

$$\therefore y = 100 - x$$

이때 $y > 0$ 이므로 $100 - x > 0$

$$\therefore x < 100$$

그런데 $x > 0$ 이므로 $0 < x < 100$

직사각형의 넓이를 S cm²라고 하면

$$S = xy = x(100 - x)$$

$$= -x^2 + 100x$$

$$= -(x-50)^2 + 2500$$

따라서 $0 < x < 100$ 이므로 $x=50$ 일 때 직사각형의 넓이의 최댓값은 2500 cm²이다.

- 20 이차방정식 $2(x-a)(x-b) = (x-c)^2$, 즉

$$2(x-a)(x-b) - (x-c)^2 = 0$$

$f(x) = 2(x-a)(x-b) - (x-c)^2$ 이라고 하면 이차함수

$y = f(x)$ 의 그래프와 x 축의 두 교점의 x 좌표가 α, β 이다.

이때 $y = f(x)$ 의 그래프는 x^2 의 계수가 1이므로 아래로 볼록하다.

$f(a) = -(a-c)^2$ 에서 $(a-c)^2 > 0$ 이므로

$$f(a) < 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$f(b) = -(b-c)^2$ 에서 $(b-c)^2 > 0$ 이므로

$$f(b) < 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

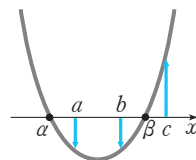
$f(c) = 2(c-a)(c-b)$ 에서 $c-a > 0, c-b > 0$ 이므로

$$f(c) > 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

따라서 $\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}$ 에 의하여 $y = f(x)$

의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로

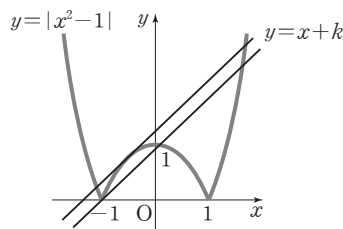
$$\alpha < a < b < \beta < c$$



- 21 방정식 $|x^2 - 1| = x + k$ 가 서로 다른 네 실근을 가지려면 함수 $y = |x^2 - 1|$ 의 그래프와 직선 $y = x + k$ 의 교점이 네 개이어야 한다.

따라서 다음 그림과 같이 직선 $y = x + k$ 가 이차함수

$y = -x^2 + 1$ 의 그래프에 접하는 직선과 점 $(-1, 0)$ 을 지나는 직선 사이에 있어야 한다.



- (i) $y = -x^2 + 1$ 의 그래프와 직선 $y = x + k$ 가 접할 때 이차방정식 $-x^2 + 1 = x + k$, 즉 $x^2 + x + k - 1 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$D = 1^2 - 4 \times 1 \times (k-1) = 0$$

$$-4k + 5 = 0 \quad \therefore k = \frac{5}{4}$$

- (ii) 직선 $y = x + k$ 가 점 $(-1, 0)$ 을 지날 때

$$0 = -1 + k \quad \therefore k = 1$$

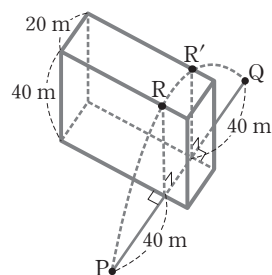
- (i), (ii)에 의하여 $1 < k < \frac{5}{4}$

따라서 $\alpha = 1, \beta = \frac{5}{4}$ 이므로

$$\alpha + 4\beta = 6$$

- 22 오른쪽 그림과 같이 건물의 꼭대기의 두 지점을 각각 R, R'이라고 하면 공이 그리는 포물선의 최고점의 높이는 공이 점 R, R'을 지날 때보다 높아야 한다.

이때 점 P를 원점, 직선 PQ를 x 축으로 하여 네 점 P, R,



R', Q를 지나는 포물선을 좌표 평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.

공이 그리는 포물선을 나타내는 이차함수의 식을 $y=f(x)$ 라고

하면 $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축의 교점의 x 좌표가 0, 100이므로

$$f(x)=ax(x-100)(a<0)$$

으로 놓을 수 있다.

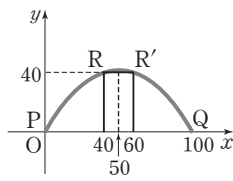
이 이차함수의 그래프가 점 R(40, 40)을 지나면

$$40(40-100)a=40 \quad \therefore a=-\frac{1}{60}$$

$$\begin{aligned} \therefore f(x) &= -\frac{1}{60}x(x-100) \\ &= -\frac{1}{60}(x-50)^2 + \frac{125}{3} \end{aligned}$$

$0 \leq x \leq 100$ 이므로 $x=50$ 일 때 최댓값은 $\frac{125}{3}$ 이다.

따라서 $h > \frac{125}{3}$ 이므로 자연수 h 의 최솟값은 42이다.



23 이차함수 $y=x^2+x+a+b$ 의 그래프가 점 $(-1, 3)$ 을 지나므로

$$3=1-1+a+b$$

$$\therefore a+b=3 \quad \dots\dots \textcircled{가} \quad \dots\dots (가)$$

이차함수 $y=x^2+x+a+b$ 의 그래프와 직선 $y=-x+2b$

가 접하므로 이차방정식 $x^2+x+a+b=-x+2b$, 즉

$x^2+2x+a-b=0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4}=1^2-1 \times (a-b)=0$$

$$\therefore a-b=1 \quad \dots\dots \textcircled{나} \quad \dots\dots (나)$$

$$\textcircled{가}, \textcircled{나} \text{을 연립하여 풀면 } a=2, b=1 \quad \dots\dots (다)$$

$$\therefore a-2b=0 \quad \dots\dots (라) \quad \dots\dots (라)$$

채점 기준	배점
(가) 그래프가 지나는 점을 이용하여 식을 세운다.	2점
(나) 직선과의 위치 관계를 이용하여 식을 세운다.	2점
(다) a, b 의 값을 구한다.	1점
(라) $a-2b$ 의 값을 구한다.	1점

24 (1) $y=3x^2+6x+k$

$$=3(x+1)^2+k-3$$

이므로 $0 \leq x \leq 2$ 에서 이 이차함수는 $x=2$ 일 때 최댓값을 갖는다. $\dots\dots (가)$

최댓값이 14이므로

$$27+k-3=14 \quad \therefore k=-10 \quad \dots\dots (나)$$

(2) 이차함수의 식에 $k=-10$ 을 대입하면

$y=3(x+1)^2-13$ 이므로 $0 \leq x \leq 2$ 에서 이 이차함수는 $x=0$ 일 때 최솟값을 갖는다. $\dots\dots (다)$

따라서 구하는 최솟값은

$$3-13=-10 \quad \dots\dots (라)$$

채점 기준	배점
(가) 최댓값을 갖는 x 의 값을 구한다.	2점
(나) k 의 값을 구한다.	1점
(다) 최솟값을 갖는 x 의 값을 구한다.	2점
(라) 최솟값을 구한다.	1점

25 튀김 1인분의 가격을 $50x$ 원 올리면 튀김 1인분의 가격은 $(3000+50x)$ 원, 하루 판매량은 $(100-x)$ 인분이 되므로 하루 판매 금액을 y 원이라고 하면

$$y=(3000+50x)(100-x) \quad \dots\dots (가)$$

$$=-50x^2+2000x+300000$$

$$=-50(x-20)^2+320000$$

즉, $x=20$ 일 때 하루 판매 금액이 최대가 된다. $\dots\dots (나)$

이때의 튀김 1인분의 가격은

$$3000+50x=4000(\text{원}) \quad \dots\dots (다)$$

채점 기준	배점
(가) 하루 판매 금액에 대한 이차함수의 식을 세운다.	3점
(나) 하루 판매 금액이 최대가 되는 x 의 값을 구한다.	2점
(다) 하루 판매 금액이 최대가 되는 튀김 1인분의 가격을 구한다.	2점

12 장 삼차방정식과 사차방정식

확인 문제

p. 54

1 (1) $x^3-8=0$ 에서 $(x-2)(x^2+2x+4)=0$

$$\therefore x=2 \text{ 또는 } x=-1 \pm \sqrt{3}i$$

(2) $x^4+27x=0$ 에서 $x(x^3+27)=0$

$$x(x+3)(x^2-3x+9)=0$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=-3 \text{ 또는 } x=\frac{3 \pm 3\sqrt{3}i}{2}$$

2 (1) $\alpha+\beta+\gamma=-\frac{-2}{2}=1$

$$(2) \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=-\frac{3}{2}$$

$$(3) \alpha\beta\gamma=-\frac{-5}{2}=\frac{5}{2}$$

3 $x^3-1=0$ 에서 $(x-1)(x^2+x+1)=0$

따라서 ω 는 $x^2+x+1=0$ 의 근이므로

$$\omega^3=1, \omega^2+\omega+1=0$$

$$\begin{aligned} \therefore \omega^4+\omega^2+1 &= \omega^3 \times \omega + \omega^2 + 1 \\ &= \omega + \omega^2 + 1 = 0 \end{aligned}$$

- 1 (1) $P(x) = x^3 - x^2 - 17x - 15$ 라고 하면 $P(-1) = 0$ 이므로 조립제법을 이용하여 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -1 & -17 & -15 \\ & & -1 & 2 & 15 \\ \hline & 1 & -2 & -15 & 0 \end{array}$$

$$P(x) = (x+1)(x^2 - 2x - 15) \\ = (x+1)(x+3)(x-5)$$

따라서 주어진 방정식은

$$(x+1)(x+3)(x-5) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = -3 \text{ 또는 } x = 5$$

- (2) $P(x) = 2x^3 - 3x - 1$ 이라고 하면 $P(-1) = 0$ 이므로 조립제법을 이용하여 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 2 & 0 & -3 & -1 \\ & & -2 & 2 & 1 \\ \hline & 2 & -2 & -1 & 0 \end{array}$$

$$P(x) = (x+1)(2x^2 - 2x - 1)$$

따라서 주어진 방정식은

$$(x+1)(2x^2 - 2x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$$

- (3) $P(x) = x^4 - 2x^3 - x^2 - 4x + 12$ 라고 하면 $P(2) = 0$ 이므로 조립제법을 이용하여 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} 2 & 1 & -2 & -1 & -4 & 12 \\ & & 2 & 0 & -2 & -12 \\ \hline 2 & 1 & 0 & -1 & -6 & 0 \\ & & 2 & 4 & 6 & \\ \hline & 1 & 2 & 3 & 0 & \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{◀ } Q(x) = x^3 - x - 6 \text{이라} \\ \text{고 하면 } Q(2) = 0 \end{array}$$

$$P(x) = (x-2)^2(x^2 + 2x + 3)$$

따라서 주어진 방정식은

$$(x-2)^2(x^2 + 2x + 3) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ (중근)} \text{ 또는 } x = -1 \pm \sqrt{2}i$$

- 2 (1) $P(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ 라고 하면 $P(1) = 0$ 이므로 조립제법을 이용하여 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -3 & 0 & 2 \\ & & 1 & -2 & -2 \\ \hline & 1 & -2 & -2 & 0 \end{array}$$

$$P(x) = (x-1)(x^2 - 2x - 2)$$

따라서 주어진 방정식은

$$(x-1)(x^2 - 2x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 1 \pm \sqrt{3}$$

- (2) $P(x) = 2x^3 - 9x^2 + 7x + 6$ 이라고 하면 $P(2) = 0$ 이므로 조립제법을 이용하여 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 2 & -9 & 7 & 6 \\ & & 4 & -10 & -6 \\ \hline & 2 & -5 & -3 & 0 \end{array}$$

$$P(x) = (x-2)(2x^2 - 5x - 3) \\ = (x-2)(x-3)(2x+1)$$

따라서 주어진 방정식은

$$(x-2)(x-3)(2x+1) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 3 \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

- (3) $P(x) = x^4 - 9x^3 + 13x^2 + 9x - 14$ 라고 하면 $P(-1) = 0$, $P(1) = 0$ 이므로 조립제법을 이용하여 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & -9 & 13 & 9 & -14 \\ & & -1 & 10 & -23 & 14 \\ \hline 1 & 1 & -10 & 23 & -14 & 0 \\ & & 1 & -9 & 14 & \\ \hline & 1 & -9 & 14 & 0 & \end{array}$$

$$P(x) = (x+1)(x-1)(x^2 - 9x + 14) \\ = (x+1)(x-1)(x-2)(x-7)$$

따라서 주어진 방정식은

$$(x+1)(x-1)(x-2)(x-7) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 1 \text{ 또는 } x = 2 \text{ 또는 } x = 7$$

- 3 (1) $x^2 - 2x = X$ 로 놓으면 주어진 방정식은 $X^2 + 2X - 3 = 0$, $(X+3)(X-1) = 0$

$$X = x^2 - 2x \text{를 다시 대입하면}$$

$$(x^2 - 2x + 3)(x^2 - 2x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{2}i \text{ 또는 } x = 1 \pm \sqrt{2}$$

- (2) $x^2 - 4x = X$ 로 놓으면 주어진 방정식은

$$(X+2)^2 - 6X - 19 = 0$$

$$X^2 - 2X - 15 = 0, (X+3)(X-5) = 0$$

$$X = x^2 - 4x \text{를 다시 대입하면}$$

$$(x^2 - 4x + 3)(x^2 - 4x - 5) = 0$$

$$(x-1)(x-3)(x+1)(x-5) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 3 \text{ 또는 } x = -1 \text{ 또는 } x = 5$$

- (3) $x^2 = X$ 로 놓으면 주어진 방정식은

$$X^2 - 9X + 20 = 0, (X-4)(X-5) = 0$$

$$X = x^2 \text{을 다시 대입하면}$$

$$(x^2 - 4)(x^2 - 5) = 0$$

$$\therefore x = \pm 2 \text{ 또는 } x = \pm \sqrt{5}$$

- (4) $x^4 - 6x^2 + 1 = 0$ 에서

$$(x^4 - 2x^2 + 1) - 4x^2 = 0$$

$$(x^2 - 1)^2 - (2x)^2 = 0$$

$$(x^2 + 2x - 1)(x^2 - 2x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -1 \pm \sqrt{2} \text{ 또는 } x = 1 \pm \sqrt{2}$$

- 4 (1) $x^2 + x = X$ 로 놓으면 주어진 방정식은 $X^2 - X - 6 = 0$, $(X+2)(X-3) = 0$

$$X = x^2 + x \text{를 다시 대입하면}$$

$$(x^2 + x + 2)(x^2 + x - 3) = 0$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{7}i}{2} \text{ 또는 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

- (2) $x^2+8x=X$ 로 놓으면 주어진 방정식은
 $(X+7)(X+15)+15=0$
 $X^2+22X+120=0, (X+10)(X+12)=0$
 $X=x^2+8x$ 를 다시 대입하면
 $(x^2+8x+10)(x^2+8x+12)=0$
 $(x^2+8x+10)(x+6)(x+2)=0$
 $\therefore x=-4\pm\sqrt{6}$ 또는 $x=-6$ 또는 $x=-2$
- (3) $x^2=X$ 로 놓으면 주어진 방정식은
 $X^2-8X-9=0, (X-9)(X+1)=0$
 $X=x^2$ 을 다시 대입하면
 $(x^2-9)(x^2+1)=0$
 $\therefore x=\pm 3$ 또는 $x=\pm i$
- (4) $4x^4-8x^2+1=0$ 에서
 $(4x^4-4x^2+1)-4x^2=0$
 $(2x^2-1)^2-(2x)^2=0, (2x^2+2x-1)(2x^2-2x-1)=0$
 $\therefore x=\frac{-1\pm\sqrt{3}}{2}$ 또는 $x=\frac{1\pm\sqrt{3}}{2}$

5 $\alpha+\beta+\gamma=3, \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=2, \alpha\beta\gamma=1$ 이므로

- (1) $(\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1)$
 $=\alpha\beta\gamma+(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)+(\alpha+\beta+\gamma)+1$
 $=1+2+3+1=7$
- (2) $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=(\alpha+\beta+\gamma)^2-2(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)$
 $=3^2-2\times 2=5$

6 $\alpha+\beta+\gamma=-1, \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=-2, \alpha\beta\gamma=-3$ 이므로

- (1) $(\alpha-1)(\beta-1)(\gamma-1)$
 $=\alpha\beta\gamma-(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)+(\alpha+\beta+\gamma)-1$
 $=-3-(-2)-1-1=-3$
- (2) $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}=\frac{\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha}{\alpha\beta\gamma}$
 $=\frac{-2}{-3}=\frac{2}{3}$

7 주어진 삼차방정식의 계수가 유리수이므로 $1+\sqrt{2}$ 가 근이면 $1-\sqrt{2}$ 도 근이다.

- 나머지 한 근을 a 라고 하면 근과 계수의 관계에 의하여
 $(1+\sqrt{2})+(1-\sqrt{2})+a=7$ ㉠
 $(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})+a(1-\sqrt{2})+a(1+\sqrt{2})=a$ ㉡
 $a(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})=-b$ ㉢
- ㉠에서 $2+a=7 \therefore a=5$
 ㉡에서 $2a-1=a \therefore a=9$
 ㉢에서 $-a=-b \therefore b=5$
 따라서 $a=9, b=5$ 이고, 나머지 두 근은 $x=1-\sqrt{2}$ 또는 $x=5$ 이다.

참고

주어진 방정식에 $x=1+\sqrt{2}$ 를 대입한 후 무리수가 서로 같을 조건을 이용하여 a, b 의 값을 구한 다음 주어진 삼차방정식의 근을 구할 수도 있다.

8 주어진 삼차방정식의 계수가 실수이므로 $3-i$ 가 근이면 $3+i$ 도 근이다.

- 나머지 한 근을 a 라고 하면 근과 계수의 관계에 의하여
 $(3-i)+(3+i)+a=a-5$ ㉠
 $(3-i)(3+i)+a(3+i)+a(3-i)=4$ ㉡

㉠에서 $10+6a=4 \therefore a=-1$

㉡에서 $6+a=a-5 \therefore a=10$

따라서 $a=10$ 이고, 나머지 두 근은 $x=3+i$ 또는 $x=-1$ 이다.

9 $x^3=-1$ 에서

$$x^3+1=0, (x+1)(x^2-x+1)=0$$

따라서 ω 는 $x^2-x+1=0$ 의 근이므로

$$\omega^3=-1, \omega^2-\omega+1=0$$

$$\therefore \omega^{102}+\omega^{106}+\omega^{110}=(\omega^3)^{34}+(\omega^3)^{35}\times\omega+(\omega^3)^{36}\times\omega^2$$

$$=1-\omega+\omega^2=0$$

10 $x^3=1$ 에서

$$x^3-1=0, (x-1)(x^2+x+1)=0$$

따라서 ω 는 $x^2+x+1=0$ 의 근이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$\omega+\bar{\omega}=-1, \omega\bar{\omega}=1$$

$$\therefore \frac{1}{1-\omega}+\frac{1}{1-\bar{\omega}}=\frac{1-\bar{\omega}+1-\omega}{(1-\omega)(1-\bar{\omega})}$$

$$=\frac{2-(\omega+\bar{\omega})}{1-(\omega+\bar{\omega})+\omega\bar{\omega}}$$

$$=\frac{2-(-1)}{1-(-1)+1}=1$$

13 광 연립방정식

확인 문제

p. 56

1 $\begin{cases} x-y=1 & \dots\dots ㉠ \\ x^2+y^2=25 & \dots\dots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $y=x-1$ 을 ㉡에 대입하면

$$x^2+(x-1)^2=25, x^2-x-12=0$$

$$(x+3)(x-4)=0$$

$$\therefore x=-3 \text{ 또는 } x=4$$

이것을 $y=x-1$ 에 각각 대입하면

$$x=-3 \text{ 일 때 } y=-4, x=4 \text{ 일 때 } y=3$$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x=-3 \\ y=-4 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases}$$

2 x, y 는 정수이므로 $x(y-1)=3$ 인 경우를 표로 나타내면

x	-3	-1	1	3
$y-1$	-1	-3	3	1

▼

x	-3	-1	1	3
y	0	-2	4	2

따라서 순서쌍 (x, y) 는 $(-3, 0), (-1, -2), (1, 4), (3, 2)$ 이다.

3 x, y 가 실수이므로 $x^2+(y-1)^2=0$ 에서
 $x=0, y-1=0 \quad \therefore x=0, y=1$

교/과/서/속 **핵심 유형+** **답은 풀 문제**

p. 57

1 (1) $\begin{cases} x-y=4 & \dots\dots \textcircled{1} \\ x^2+2xy+y^2=4 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$

$\textcircled{1}$ 에서 $y=x-4$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$x^2+2x(x-4)+(x-4)^2=4$$

$$x^2-4x+3=0, (x-1)(x-3)=0$$

$$\therefore x=1 \text{ 또는 } x=3$$

이것을 $y=x-4$ 에 각각 대입하면

$$x=1 \text{ 일 때 } y=-3, x=3 \text{ 일 때 } y=-1$$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}$$

(2) x, y 는 t 에 대한 이차방정식 $t^2-3t-4=0$ 의 두 근이므로
 $(t+1)(t-4)=0 \quad \therefore t=-1 \text{ 또는 } t=4$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x=-1 \\ y=4 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=4 \\ y=-1 \end{cases}$$

2 (1) $\begin{cases} 2x-y=1 & \dots\dots \textcircled{1} \\ x^2-xy+y^2=19 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$

$\textcircled{1}$ 에서 $y=2x-1$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$x^2-x(2x-1)+(2x-1)^2=19, x^2-x-6=0$$

$$(x+2)(x-3)=0 \quad \therefore x=-2 \text{ 또는 } x=3$$

이것을 $y=2x-1$ 에 각각 대입하면

$$x=-2 \text{ 일 때 } y=-5, x=3 \text{ 일 때 } y=5$$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x=-2 \\ y=-5 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases}$$

(2) x, y 는 t 에 대한 이차방정식 $t^2+2t-15=0$ 의 두 근이
 므로 $(t+5)(t-3)=0 \quad \therefore t=-5 \text{ 또는 } t=3$

따라서 주어진 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x=-5 \\ y=3 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=3 \\ y=-5 \end{cases}$$

3 (1) $\begin{cases} x^2-xy-2y^2=0 & \dots\dots \textcircled{1} \\ x^2+y^2=20 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$

$\textcircled{1}$ 에서 좌변을 인수분해하면

$$(x+y)(x-2y)=0$$

$$\therefore x=-y \text{ 또는 } x=2y$$

(i) $x=-y$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$y^2+y^2=20, y^2=10 \quad \therefore y=\pm\sqrt{10}$$

$$\therefore y=\sqrt{10} \text{ 일 때 } x=-\sqrt{10},$$

$$y=-\sqrt{10} \text{ 일 때 } x=\sqrt{10}$$

(ii) $x=2y$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$4y^2+y^2=20, y^2=4 \quad \therefore y=\pm 2$$

$$\therefore y=2 \text{ 일 때 } x=4, y=-2 \text{ 일 때 } x=-4$$

(i), (ii)에 의하여 주어진 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x=-\sqrt{10} \\ y=\sqrt{10} \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=\sqrt{10} \\ y=-\sqrt{10} \end{cases}$$

$$\text{또는 } \begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=-4 \\ y=-2 \end{cases}$$

(2) $\begin{cases} 2x^2-xy-y^2=0 & \dots\dots \textcircled{1} \\ x^2+y^2-3x-2=0 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$

$\textcircled{1}$ 에서 좌변을 인수분해하면 $(x-y)(2x+y)=0$

$$\therefore y=x \text{ 또는 } y=-2x$$

(i) $y=x$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$x^2+x^2-3x-2=0, 2x^2-3x-2=0$$

$$(2x+1)(x-2)=0 \quad \therefore x=-\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=2$$

$$\therefore x=-\frac{1}{2} \text{ 일 때 } y=-\frac{1}{2}, x=2 \text{ 일 때 } y=2$$

(ii) $y=-2x$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$x^2+4x^2-3x-2=0, 5x^2-3x-2=0$$

$$(5x+2)(x-1)=0 \quad \therefore x=-\frac{2}{5} \text{ 또는 } x=1$$

$$\therefore x=-\frac{2}{5} \text{ 일 때 } y=\frac{4}{5}, x=1 \text{ 일 때 } y=-2$$

(i), (ii)에 의하여 주어진 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x=-\frac{1}{2} \\ y=-\frac{1}{2} \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=-\frac{2}{5} \\ y=\frac{4}{5} \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$$

4 (1) $\begin{cases} 2x^2-3xy+y^2=0 & \dots\dots \textcircled{1} \\ 5x^2-y^2=32 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$

$\textcircled{1}$ 에서 좌변을 인수분해하면

$$(x-y)(2x-y)=0 \quad \therefore y=x \text{ 또는 } x=2y$$

(i) $y=x$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$5x^2-x^2=32, x^2=8 \quad \therefore x=\pm 2\sqrt{2}$$

$$\therefore x=2\sqrt{2} \text{ 일 때 } y=2\sqrt{2},$$

$$x=-2\sqrt{2} \text{ 일 때 } y=-2\sqrt{2}$$

(ii) $y=2x$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$5x^2-4x^2=32, x^2=32 \quad \therefore x=\pm 4\sqrt{2}$$

$$\therefore x=4\sqrt{2} \text{ 일 때 } y=8\sqrt{2},$$

$$x=-4\sqrt{2} \text{ 일 때 } y=-8\sqrt{2}$$

(i), (ii)에 의하여 주어진 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x=2\sqrt{2} \\ y=2\sqrt{2} \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=-2\sqrt{2} \\ y=-2\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{또는 } \begin{cases} x=4\sqrt{2} \\ y=8\sqrt{2} \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=-4\sqrt{2} \\ y=-8\sqrt{2} \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 2x^2-5xy+2y^2=0 & \cdots \cdots \textcircled{A} \\ x^2-4y^2-10y+20=0 & \cdots \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

①에서 좌변을 인수분해하면

$$(2x-y)(x-2y)=0 \quad \therefore y=2x \text{ 또는 } x=2y$$

(i) $y=2x$ 를 ②에 대입하면

$$x^2-16x^2-20x+20=0, 3x^2+4x-4=0$$

$$(3x-2)(x+2)=0 \quad \therefore x=\frac{2}{3} \text{ 또는 } x=-2$$

$$\therefore x=\frac{2}{3} \text{ 일 때 } y=\frac{4}{3}, x=-2 \text{ 일 때 } y=-4$$

(ii) $x=2y$ 를 ②에 대입하면

$$4y^2-4y^2-10y+20=0 \quad \therefore y=2$$

$$\therefore y=2 \text{ 일 때 } x=4$$

(i), (ii)에 의하여 주어진 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x=\frac{2}{3} \\ y=\frac{4}{3} \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=-2 \\ y=-4 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases}$$

5 방정식 $xy+x+y=5$ 에서

$$xy+x+y+1=6, (x+1)(y+1)=6$$

이때 x, y 가 자연수이므로 $x+1, y+1$ 은 2 이상의 자연수이다.

$x+1$	2	3
$y+1$	3	2

▼

x	1	2
y	2	1

따라서 $x > y$ 이므로 $x=2, y=1$

6 방정식 $2xy-2x-y=-4$ 에서

$$2xy-2x-y+1=-3, (2x-1)(y-1)=-3$$

이때 x, y 가 정수이므로 $2x-1, y-1$ 도 정수이다.

$2x-1$	-3	-1	1	3
$y-1$	1	3	-3	-1

▼

x	-1	0	1	2
y	2	4	-2	0
$x+y$	1	4	-1	2

따라서 $x+y$ 의 최댓값은 4이다.

7 방정식 $x^2+y^2-4x+2y+5=0$ 에서

$$(x^2-4x+4)+(y^2+2y+1)=0$$

$$(x-2)^2+(y+1)^2=0$$

이때 x, y 가 실수이므로

$$x=2, y=-1$$

8 방정식 $x^2+5y^2-4xy-2y+1=0$ 에서

$$(x^2-4xy+4y^2)+(y^2-2y+1)=0$$

$$(x-2y)^2+(y-1)^2=0$$

이때 x, y 가 실수이므로

$$x=2y, y=1 \quad \therefore x=2, y=1$$

계산력 다지기

p. 58~59

1 (1) $x=1$ (중근) 또는 $x=2$

$$(2) x=-1 \text{ 또는 } x=1 \pm \sqrt{3}$$

$$(3) x=-3 \text{ 또는 } x=\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=1$$

$$(4) x=-5 \text{ 또는 } x=-1 \text{ 또는 } x=1 \text{ (중근)}$$

$$(5) x=-1 \text{ 또는 } x=2 \text{ 또는 } x=\frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$(6) x=-1 \text{ (중근) 또는 } x=\frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$(7) x=-3 \text{ 또는 } x=1 \text{ 또는 } x=-1 \pm \sqrt{2}$$

$$(8) x=\pm 2 \text{ 또는 } x=\pm \frac{\sqrt{6}}{2}$$

2 $x^3=1$ 에서 $x^3-1=0, (x-1)(x^2+x+1)=0$

따라서 $\omega, \bar{\omega}$ 는 $x^2+x+1=0$ 의 근이므로

$$\omega^3=1, \bar{\omega}^3=1, \omega^2+\omega+1=0, \bar{\omega}^2+\bar{\omega}+1=0$$

$$\omega+\bar{\omega}=-1, \omega\bar{\omega}=1$$

$$(1) -1 \quad (2) -1 \quad (3) 1 \quad (4) -1$$

$$(5) -1 \quad (6) 1 \quad (7) -1 \quad (8) 1$$

3 (1) $\begin{cases} x+y=1 & \cdots \cdots \textcircled{A} \\ x^2-2y^2=1 & \cdots \cdots \textcircled{B} \end{cases}$

①에서 $y=-x+1$ 을 ②에 대입하면

$$x^2-2(-x+1)^2=1, x^2-4x+3=0$$

$$(x-1)(x-3)=0$$

$$\therefore \begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}$$

(2) $\begin{cases} 2x-y=3 & \cdots \cdots \textcircled{A} \\ 2x^2-y^2=7 & \cdots \cdots \textcircled{B} \end{cases}$

①에서 $y=2x-3$ 을 ②에 대입하면

$$2x^2-(2x-3)^2=7, x^2-6x+8=0$$

$$(x-2)(x-4)=0$$

$$\therefore \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=4 \\ y=5 \end{cases}$$

(3) $\begin{cases} 3x-y=0 & \cdots \cdots \textcircled{A} \\ 16x^2-2xy-y^2=1 & \cdots \cdots \textcircled{B} \end{cases}$

①에서 $y=3x$ 를 ②에 대입하면

$$16x^2-6x^2-9x^2=1, x^2=1$$

$$\therefore \begin{cases} x=\pm 1 \\ y=\pm 3 \end{cases} \text{ (복부호 동순)}$$

$$(4) \begin{cases} x-2y=1 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ x^2-xy-y^2=5 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①에서 $x=2y+1$ 을 ②에 대입하면
 $(2y+1)^2-(2y+1)y-y^2=5, y^2+3y-4=0$
 $(y+4)(y-1)=0$

$$\therefore \begin{cases} x=-7 \\ y=-4 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$$

$$(5) \begin{cases} x^2-3xy+2y^2=0 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 2x^2-y^2=49 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①의 좌변을 인수분해하면 $(x-y)(x-2y)=0$
 $\therefore x=y$ 또는 $x=2y$

(i) $x=y$ 를 ②에 대입하면

$$2y^2-y^2=49, y^2=49$$

$$\therefore y=\pm 7, x=\pm 7 \text{ (복부호 동순)}$$

(ii) $x=2y$ 를 ②에 대입하면

$$8y^2-y^2=49, y^2=7$$

$$\therefore y=\pm\sqrt{7}, x=\pm 2\sqrt{7} \text{ (복부호 동순)}$$

(i), (ii)에 의하여 주어진 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x=\pm 7 \\ y=\pm 7 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=\pm 2\sqrt{7} \\ y=\pm\sqrt{7} \end{cases} \text{ (복부호 동순)}$$

$$(6) \begin{cases} x^2-2xy-3y^2=0 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ x^2-xy-y^2=5 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①의 좌변을 인수분해하면 $(x+y)(x-3y)=0$

$$\therefore x=-y \text{ 또는 } x=3y$$

(i) $x=-y$ 를 ②에 대입하면

$$y^2+y^2-y^2=5, y^2=5$$

$$\therefore y=\pm\sqrt{5}, x=\mp\sqrt{5} \text{ (복부호 동순)}$$

(ii) $x=3y$ 를 ②에 대입하면

$$9y^2-3y^2-y^2=5, y^2=1$$

$$\therefore y=\pm 1, x=\pm 3 \text{ (복부호 동순)}$$

(i), (ii)에 의하여 주어진 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x=\pm\sqrt{5} \\ y=\mp\sqrt{5} \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=\pm 3 \\ y=\pm 1 \end{cases} \text{ (복부호 동순)}$$

$$(7) \begin{cases} x^2-y^2=0 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 2x^2-y^2+2x-3=0 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①의 좌변을 인수분해하면

$$(x+y)(x-y)=0$$

$$\therefore x=-y \text{ 또는 } x=y$$

(i) $x=-y$ 를 ②에 대입하면

$$2y^2-y^2-2y-3=0, y^2-2y-3=0$$

$$(y+1)(y-3)=0 \quad \therefore y=-1 \text{ 또는 } y=3$$

$$\therefore y=-1 \text{ 일 때 } x=1, y=3 \text{ 일 때 } x=-3$$

(ii) $x=y$ 를 ②에 대입하면

$$2y^2-y^2+2y-3=0, y^2+2y-3=0$$

$$(y+3)(y-1)=0 \quad \therefore y=-3 \text{ 또는 } y=1$$

$$\therefore y=-3 \text{ 일 때 } x=-3, y=1 \text{ 일 때 } x=1$$

(i), (ii)에 의하여 주어진 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=-3 \\ y=3 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=-3 \\ y=-3 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$$

$$(8) \begin{cases} x^2-xy-2y^2=0 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ x^2-3y^2-2y+4=0 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①의 좌변을 인수분해하면

$$(x+y)(x-2y)=0$$

$$\therefore x=-y \text{ 또는 } x=2y$$

(i) $x=-y$ 를 ②에 대입하면

$$y^2-3y^2-2y+4=0, y^2+y-2=0$$

$$(y+2)(y-1)=0$$

$$\therefore y=-2 \text{ 또는 } y=1$$

$$\therefore y=-2 \text{ 일 때 } x=2, y=1 \text{ 일 때 } x=-1$$

(ii) $x=2y$ 를 ②에 대입하면

$$4y^2-3y^2-2y+4=0, y^2-2y+4=0$$

$$\therefore y=1\pm\sqrt{3}i, x=2\pm 2\sqrt{3}i \text{ (복부호 동순)}$$

(i), (ii)에 의하여 주어진 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x=2 \\ y=-2 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$$

$$\text{또는 } \begin{cases} x=2\pm 2\sqrt{3}i \\ y=1\pm\sqrt{3}i \end{cases} \text{ (복부호 동순)}$$

$$(9) \begin{cases} x+y=xy+1 \\ x+y-1=4xy \end{cases} \text{ 에서}$$

$$\begin{cases} (x+y)-xy=1 \\ (x+y)-4xy=1 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x+y=1 \\ xy=0 \end{cases}$$

이때 x, y 는 이차방정식 $t^2-t=0$ 의 두 근이므로

$$t(t-1)=0$$

$$\therefore t=0 \text{ 또는 } t=1$$

$$\therefore \begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases}$$

$$(10) \begin{cases} xy-x-y=-1 \\ x^2+y^2=10 \end{cases} \text{ 에서}$$

$$\begin{cases} xy-(x+y)=-1 \\ (x+y)^2-2xy=10 \end{cases}$$

$x+y=u, xy=v$ 라고 하면

$$\begin{cases} v-u=-1 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ u^2-2v=10 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①에서 $v=u-1$ 을 ②에 대입하면

$$u^2-2(u-1)=10, u^2-2u-8=0$$

$$(u+2)(u-4)=0$$

$$\therefore u=-2 \text{ 또는 } u=4$$

$$\therefore \begin{cases} u=-2 \\ v=-3 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} u=4 \\ v=3 \end{cases}$$

즉, $\begin{cases} x+y=-2 \\ xy=-3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x+y=4 \\ xy=3 \end{cases}$ 이므로 x, y 를 두 근

으로 하는 t 에 대한 이차방정식을 만들면

(i) $x+y=-2, xy=-3$ 일 때

$$t^2+2t-3=0, (t+3)(t-1)=0$$

$$\therefore t=-3 \text{ 또는 } t=1$$

$$\therefore x=-3 \text{ 일 때 } y=1, x=1 \text{ 일 때 } y=-3$$

(ii) $x+y=4$, $xy=3$ 일 때
 $t^2-4t+3=0$, $(t-1)(t-3)=0$
 $\therefore t=1$ 또는 $t=3$

$\therefore x=1$ 일 때 $y=3$, $x=3$ 일 때 $y=1$

(i), (ii)에 의하여 주어진 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=-3 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

- 4 (1) (3, 7), (7, 3)
 (2) (-4, -2), (-2, -4), (0, 2), (2, 0)
 (3) (1, -3)
 (4) (1, -1)

12~13강

즉집게 기출문제

p. 60~63

- 1 ⑤ 2 $x=-6$ 또는 $x=1$ 또는 $x=\frac{-5 \pm \sqrt{39}i}{2}$
 3 ③ 4 ① 5 ④ 6 ⑤ 7 ②
 8 9 9 ③ 10 ② 11 ③ 12 ④
 13 ② 14 3 cm 15 3 16 ④ 17 ⑤
 18 $4\sqrt{2}$ 19 ① 20 ③ 21 5 22 ③
 23 ④ 24 -2 25 ① 26 -6
 27 (1) $a=-1$, $b=-6$ (2) $x=-1 \pm \sqrt{2}i$
 28 38 또는 83

1 $P(x)=2x^3-4x^2-3x+6$ 이라고 하면 $P(2)=0$ 이므로 조립제법을 이용하여 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 2 & -4 & -3 & 6 \\ & & 4 & 0 & -6 \\ \hline & 2 & 0 & -3 & 0 \end{array}$$

$P(x)=(x-2)(2x^2-3)$

따라서 주어진 방정식은

$(x-2)(2x^2-3)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=\pm\frac{\sqrt{6}}{2}$

따라서 주어진 삼차방정식의 근 중 가장 큰 근은 2이다.

2 주어진 방정식을 변형하면

$\{(x+1)(x+4)\}\{(x+2)(x+3)\}-120=0$

$(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)-120=0$

$x^2+5x=X$ 로 놓으면

$(X+4)(X+6)-120=0$, $X^2+10X-96=0$

$(X-6)(X+16)=0$

$X=x^2+5x$ 를 다시 대입하면

$(x^2+5x-6)(x^2+5x+16)=0$

$(x+6)(x-1)(x^2+5x+16)=0$

$\therefore x=-6$ 또는 $x=1$ 또는 $x=\frac{-5 \pm \sqrt{39}i}{2}$

3 $x^4+3x^2+4=0$ 에서

$(x^4+4x^2+4)-x^2=0$

$(x^2+2)^2-x^2=0$, $(x^2+x+2)(x^2-x+2)=0$

$\therefore x=\frac{-1 \pm \sqrt{7}i}{2}$ 또는 $x=\frac{1 \pm \sqrt{7}i}{2}$

따라서 서로 다른 네 근의 합은 0이다.

4 주어진 방정식에 $x=0$ 을 대입하면 등호가 성립하지 않는다. 즉, $x \neq 0$ 이므로 주어진 방정식의 양변을 x^2 으로 나누면

$x^2+2x-1+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}=0$, $(x^2+\frac{1}{x^2})+2(x+\frac{1}{x})-1=0$

$\therefore (x+\frac{1}{x})^2+2(x+\frac{1}{x})-3=0$

$x+\frac{1}{x}=X$ 로 놓으면

$X^2+2X-3=0$, $(X+3)(X-1)=0$

$\therefore X=-3$ 또는 $X=1$

(i) $X=-3$ 일 때

$x+\frac{1}{x}=-3$ 에서 $x^2+3x+1=0$

이 이차방정식의 판별식을 D_1 이라고 하면

$D_1=3^2-4 \times 1 \times 1=5 > 0$

이므로 이 이차방정식은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

(ii) $X=1$ 일 때

$x+\frac{1}{x}=1$ 에서 $x^2-x+1=0$

이 이차방정식의 판별식을 D_2 라고 하면

$D_2=(-1)^2-4 \times 1 \times 1=-3 < 0$

이므로 이 이차방정식은 서로 다른 두 허근을 갖는다.

(i), (ii)에 의하여 $a+\frac{1}{a}=-3$

5 사차방정식 $x^4-ax^3-(3a+1)x^2+8x+6a=0$ 에 $x=-1$ 을 대입하면

$1+a-(3a+1)-8+6a=0$, $4a=8$

$\therefore a=2$

사차방정식 $x^4-2x^3-7x^2+8x+12=0$ 에서

$P(x)=x^4-2x^3-7x^2+8x+12$ 라고 하면 $P(-1)=0$,

$P(2)=0$ 이므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrrr} -1 & 1 & -2 & -7 & 8 & 12 \\ & & -1 & 3 & 4 & -12 \\ \hline 2 & 1 & -3 & -4 & 12 & 0 \\ & & 2 & -2 & -12 & \\ \hline & 1 & -1 & -6 & 0 & \end{array}$$

$P(x)=(x+1)(x-2)(x^2-x-6)$

$= (x+1)(x-2)(x+2)(x-3)$

따라서 주어진 방정식은

$(x+1)(x-2)(x+2)(x-3)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=-1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=3$

따라서 가장 큰 근과 가장 작은 근의 합은

$3+(-2)=1$

- 6 $P(x)=x^3+(a-1)x-a$ 라고 하면 $P(1)=0$ 이므로 조립제법을 이용하여 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 0 & a-1 & -a \\ & & 1 & 1 & a \\ \hline & 1 & 1 & a & 0 \end{array}$$

$$P(x)=(x-1)(x^2+x+a)$$

따라서 주어진 방정식은

$$(x-1)(x^2+x+a)=0$$

$$\therefore x=1 \text{ 또는 } x^2+x+a=0$$

이때 주어진 삼차방정식이 서로 다른 세 실근을 갖기 위해서는 이차방정식 $x^2+x+a=0$ 이 $x \neq 1$ 인 서로 다른 두 실근을 가져야 한다.

(i) $x=1$ 은 이차방정식 $x^2+x+a=0$ 의 근이 아니어야 하므로

$$1+1+a \neq 0 \quad \therefore a \neq -2$$

(ii) 이차방정식 $x^2+x+a=0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$D=1-4a>0 \quad \therefore a<\frac{1}{4}$$

(i), (ii)에 의하여

$$a<-2 \text{ 또는 } -2<a<\frac{1}{4}$$

- 7 $x^2-4x-5=0$ 에서 $(x+1)(x-5)=0$

$$\therefore x=-1 \text{ 또는 } x=5$$

$P(x)=x^3+(a-2)x^2-(2a-1)x+a$ 라고 하면

$P(1)=0$ 이므로 조립제법을 이용하여 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & a-2 & -2a+1 & a \\ & & 1 & a-1 & -a \\ \hline & 1 & a-1 & -a & 0 \end{array}$$

$$P(x)=(x-1)\{x^2+(a-1)x-a\} \\ = (x-1)^2(x+a)$$

$$P(x)=0 \text{에서 } (x-1)^2(x+a)=0$$

$$\therefore x=1 \text{ (중근) 또는 } x=-a$$

이때 두 방정식이 공통인 근을 가지려면

$$-a=-1 \text{ 또는 } -a=5 \quad \therefore a=1 \text{ 또는 } a=-5$$

따라서 모든 상수 a 의 값의 합은

$$1+(-5)=-4$$

- 8 삼차방정식 $x^3+3x-1=0$ 의 세 근이 α, β, γ 이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha+\beta+\gamma=0, \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=3, \alpha\beta\gamma=1$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{\beta\gamma}{\alpha} + \frac{\gamma\alpha}{\beta} + \frac{\alpha\beta}{\gamma} &= \frac{\beta^2\gamma^2 + \gamma^2\alpha^2 + \alpha^2\beta^2}{\alpha\beta\gamma} \\ &= \frac{(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)^2 - 2\alpha\beta\gamma(\alpha + \beta + \gamma)}{\alpha\beta\gamma} \\ &= \frac{3^2 - 2 \times 1 \times 0}{1} = 9 \end{aligned}$$

- 9 삼차방정식 $2x^3-7x^2+ax+b=0$ 의 세 근을 $k, 2k, 4k(k>0)$ 라고 하면 근과 계수의 관계에 의하여

$$k+2k+4k=\frac{7}{2} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$2k^2+8k^2+4k^2=\frac{a}{2} \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$8k^3=-\frac{b}{2} \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1} \text{에서 } 7k=\frac{7}{2} \quad \therefore k=\frac{1}{2}$$

$$\textcircled{2} \text{에서 } 14k^2=\frac{a}{2} \quad \therefore a=7$$

$$\textcircled{3} \text{에서 } b=-2 \\ \therefore a-b=7-(-2)=9$$

- 10 삼차방정식 $2x^3+8x^2-ax+3=0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 하고 이 중 삼차방정식 $2x^3+6x^2+bx=0$ 의 두 근을 α, β 라 하고 하자.

$$2x^3+6x^2+bx=0 \text{에서 } x(2x^2+6x+b)=0 \text{이고}$$

$2x^3+8x^2-ax+3=0$ 에서 $x \neq 0$ 이므로 α, β 는 이차방정식 $2x^2+6x+b=0$ 의 두 근이다.

두 방정식 $2x^3+8x^2-ax+3=0, 2x^3+6x^2+bx=0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha+\beta+\gamma=-4, \alpha+\beta=-3 \text{이므로 } \gamma=-1$$

$$\alpha\beta\gamma=-\frac{3}{2} \text{이므로 } \alpha\beta=\frac{3}{2}$$

$$\alpha\beta=\frac{b}{2} \text{이므로 } b=3$$

$$\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=-\frac{a}{2} \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} a &= -2(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha) \\ &= -2\{\alpha\beta+\gamma(\beta+\alpha)\} \\ &= -2\left\{\frac{3}{2}-(-3)\right\} = -9 \end{aligned}$$

$$\therefore a+b=-9+3=-6$$

- 11 주어진 삼차방정식의 계수가 실수이므로 $1+i$ 가 근이면 $1-i$ 도 근이다.

나머지 한 근을 α 라고 하면 근과 계수의 관계에 의하여

$$(1+i)+(1-i)+\alpha=-p \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$(1+i)(1-i)+\alpha(1-i)+\alpha(1+i)=q \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\alpha(1+i)(1-i)=-6 \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{3} \text{에서 } 2\alpha=-6$$

$$\therefore \alpha=-3$$

$$\textcircled{1} \text{에서 } 2+\alpha=-p$$

$$\therefore p=1$$

$$\textcircled{2} \text{에서 } 2+2\alpha=q$$

$$\therefore q=-4$$

따라서 $p=1, q=-4$ 이므로

$$p+q=-3$$

12 $\omega^3=1, \omega^2+\omega+1=0$ 이므로

① $\omega^3=1$

② $\omega^2+\omega=-1$

③ $1+\omega+\omega^2+\dots+\omega^8$
 $= (1+\omega+\omega^2)+\omega^3(1+\omega+\omega^2)+\omega^6(1+\omega+\omega^2)$
 $= 0$

④ $(1+\omega)(1+\omega^2)(1+\omega^3)=(-\omega^2)\times(-\omega)\times(1+1)$
 $= 2\omega^3=2$

⑤ $\frac{\omega^2}{1+\omega}+\frac{1+\omega^2}{\omega}+\frac{1}{\omega+\omega^2}=\frac{\omega^2}{-\omega^2}+\frac{-\omega}{\omega}+\frac{1}{-1}$
 $= -1-1-1=-3$

따라서 그 값이 가장 큰 것은 ④이다.

13 $\omega=\frac{1+\sqrt{3}i}{2}$ 에서 $2\omega-1=\sqrt{3}i$

양변을 제곱하여 정리하면 $\omega^2-\omega+1=0$

양변에 $\omega+1$ 을 곱하면 $(\omega+1)(\omega^2-\omega+1)=0$

$\omega^3+1=0 \quad \therefore \omega^3=-1$

$\therefore \omega^{2500}+\frac{1}{\omega^{2500}}=(\omega^3)^{833}\times\omega+\frac{1}{(\omega^3)^{833}\times\omega}$
 $= -\omega-\frac{1}{\omega}=-\frac{\omega^2+1}{\omega}$
 $= -\frac{\omega}{\omega}=-1$

14 처음 정육면체의 한 모서리의 길이를 x cm라고 하면 직육면체의 부피가 20 cm^3 이므로

$(x+1)(x+2)(x-2)=20$

$x^3+x^2-4x-24=0$

$P(x)=x^3+x^2-4x-24$ 라고 하면 $P(3)=0$ 이므로 조립제법을 이용하여 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & 1 & 1 & -4 & -24 \\ & & 3 & 12 & 24 \\ \hline & 1 & 4 & 8 & 0 \end{array}$$

$P(x)=(x-3)(x^2+4x+8)$

$P(x)=0$ 에서 $(x-3)(x^2+4x+8)=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=-2\pm 2i$

그런데 x 는 실수이고 $x>2$ 이므로 $x=3$

따라서 처음 정육면체의 한 모서리의 길이는 3 cm이다.

15 상자의 밑면의 가로와 세로의 길이는 각각

$(20-2x)$ cm, $(16-2x)$ cm이므로

$x(20-2x)(16-2x)=420$

$4x(x-10)(x-8)=420$

$x^3-18x^2+80x-105=0$

$P(x)=x^3-18x^2+80x-105$ 라고 하면

$P(3)=0$ 이므로 조립제법을 이용하여 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & 1 & -18 & 80 & -105 \\ & & 3 & -45 & 105 \\ \hline & 1 & -15 & 35 & 0 \end{array}$$

$P(x)=(x-3)(x^2-15x+35)$

$P(x)=0$ 에서 $(x-3)(x^2-15x+35)=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=\frac{15\pm\sqrt{85}}{2}$

따라서 자연수 x 의 값은 3이다.

16 $\begin{cases} x+y=2 & \dots\dots \textcircled{1} \\ x^2+xy+y^2=7 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$

①에서 $y=2-x$ 를 ②에 대입하면

$x^2+x(2-x)+(2-x)^2=7, x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0 \quad \therefore x=-1$ 또는 $x=3$

이것을 $y=2-x$ 에 각각 대입하면

$x=-1$ 일 때 $y=3, x=3$ 일 때 $y=-1$

따라서 $\alpha=-1, \beta=3$ 또는 $\alpha=3, \beta=-1$ 이므로

$\alpha\beta=-3$

17 $\begin{cases} 2x+y=k & \dots\dots \textcircled{1} \\ x^2+y^2=5 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$

①에서 $y=k-2x$ 를 ②에 대입하면

$x^2+(k-2x)^2=5 \quad \therefore 5x^2-4kx+k^2-5=0$

주어진 연립방정식이 한 쌍의 해를 가지므로 이차방정식

$5x^2-4kx+k^2-5=0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$\frac{D}{4}=(-2k)^2-5(k^2-5)=0, k^2=25$

$\therefore k=-5$ 또는 $k=5$

18 $\begin{cases} x^2-4xy+3y^2=0 & \dots\dots \textcircled{1} \\ x^2-3xy+4y^2=8 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$

①의 좌변을 인수분해하면

$(x-y)(x-3y)=0$

$\therefore x=y$ 또는 $x=3y$

(i) $x=y$ 를 ②에 대입하면

$y^2-3y^2+4y^2=8, y^2=4 \quad \therefore y=\pm 2$

$\therefore y=2$ 일 때 $x=2, y=-2$ 일 때 $x=-2$

(ii) $x=3y$ 를 ②에 대입하면

$9y^2-9y^2+4y^2=8, y^2=2 \quad \therefore y=\pm\sqrt{2}$

$\therefore y=\sqrt{2}$ 일 때 $x=3\sqrt{2}, y=-\sqrt{2}$ 일 때 $x=-3\sqrt{2}$

(i), (ii)에 의하여 $x+y=\pm 4$ 또는 $x+y=\pm 4\sqrt{2}$

따라서 $x+y$ 의 최댓값은 $4\sqrt{2}$

19 처음 꽃밭의 가로와 세로의 길이를 각각 x m, y m라고 하면

$x^2+y^2=100 \quad \dots\dots \textcircled{1}$

$(x+3)(y+3)=xy+51 \quad \therefore y=14-x \quad \dots\dots \textcircled{2}$

②을 ①에 대입하면

$x^2+(14-x)^2=100, x^2-14x+48=0$

$(x-6)(x-8)=0 \quad \therefore x=6$ 또는 $x=8$

이것을 ②에 각각 대입하면

$x=6$ 일 때 $y=8, x=8$ 일 때 $y=6$

따라서 가로의 길이와 세로의 길이의 차는 2 m이다.

20 직각을 낀 두 변의 길이를 각각 x cm, y cm라고 하면

$$x^2 + y^2 = 169$$

$$\frac{1}{2}xy = 30 \quad \therefore xy = 60$$

$$\therefore (x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 169 + 2 \times 60 = 289$$

이때 $x > 0, y > 0$ 이므로 $x+y=17$

$x+y=17, xy=60$ 이므로 x, y 는 t 에 대한 이차방정식

$$t^2 - 17t + 60 = 0$$

$$(t-5)(t-12) = 0$$

$$\therefore t=5 \text{ 또는 } t=12$$

$$\therefore \begin{cases} x=5 \\ y=12 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=12 \\ y=5 \end{cases}$$

따라서 짧은 변의 길이는 5 cm이다.

21 주어진 식의 좌변을 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$2x^2 - 2(y+1)x + y^2 - 2y + 5 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

x 가 실수이므로 x 에 대한 이차방정식 $\textcircled{1}$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = \{-(y+1)\}^2 - 2(y^2 - 2y + 5) \geq 0$$

$$y^2 - 6y + 9 \leq 0, (y-3)^2 \leq 0$$

이때 y 도 실수이므로

$$y-3=0 \quad \therefore y=3$$

$y=3$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$2x^2 - 8x + 9 - 6 + 5 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0, (x-2)^2 = 0$$

$$\therefore x=2 \text{ (중근)}$$

따라서 $x=2, y=3$ 이므로

$$x+y=5$$

22 두 사람이 모은 장난감의 개수를 각각 $x, y(x > y)$ 라고 하면

$$xy = 2(x-y) + 13$$

$$xy - 2x + 2y - 4 = 9$$

$$\therefore (x+2)(y-2) = 9$$

이때 x, y 가 자연수이므로 $x+2$ 는 3 이상의 자연수이고

$y-2$ 는 -1 이상의 정수이다.

$x+2$	3	9	x	1	7
$y-2$	3	1	y	5	3

따라서 x, y 는 $x > y$ 인 자연수이므로

$$x-y=7-3=4$$

23 $P(x) = x^3 - 10x^2 + (a+16)x - 2a$ 라고 하면 $P(2)=0$ 이

므로 조립제법을 이용하여 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & -10 & a+16 & -2a \\ & & 2 & -16 & 2a \\ \hline & 1 & -8 & a & 0 \end{array}$$

$$P(x) = (x-2)(x^2 - 8x + a)$$

따라서 주어진 방정식은

$$(x-2)(x^2 - 8x + a) = 0$$

$$\therefore x=2 \text{ 또는 } x^2 - 8x + a = 0$$

이때 주어진 삼차방정식의 세 근이 이등변삼각형의 세 변의 길이이므로 이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$ 이 $x=2$ 를 근으로 가지거나 중근을 가져야 한다.

(i) $x=2$ 를 근으로 가질 때

$$2^2 - 8 \times 2 + a = 0 \quad \therefore a = 12$$

이때 $x^2 - 8x + 12 = 0$ 에서

$$(x-2)(x-6) = 0 \quad \therefore x=2 \text{ 또는 } x=6$$

따라서 삼차방정식의 세 근은 2, 2, 6

그런데 $2+2 < 6$ 이므로 삼각형의 세 변의 길이가 될 수 없다.

(ii) 중근을 가질 때

이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = (-4)^2 - a = 0 \quad \therefore a = 16$$

이때 $x^2 - 8x + 16 = 0$ 에서

$$(x-4)^2 = 0 \quad \therefore x=4 \text{ (중근)}$$

따라서 삼차방정식의 세 근은 2, 4, 4

이때 $2+4 > 4$ 이므로 삼각형의 세 변의 길이가 될 수 있다.

(i), (ii)에 의하여 구하는 세 변의 길이는 2, 4, 4이다.

24 ω 는 삼차방정식 $x^3=1$, 즉 $(x-1)(x^2+x+1)=0$ 의 한 허근이므로

$$\omega^3=1, \omega^2+\omega+1=0$$

(i) $n=3k+1$ (k 는 음이 아닌 정수)일 때

$$\omega^n = \omega^{3k+1} = (\omega^3)^k \times \omega = \omega$$

$$\omega^{2n} = \omega^{6k+2} = (\omega^3)^{2k} \times \omega^2 = \omega^2$$

$$\therefore f(n) = \frac{1+\omega^n}{\omega^{2n}} = \frac{1+\omega}{\omega^2} = \frac{-\omega^2}{\omega^2} = -1$$

(ii) $n=3k+2$ (k 는 음이 아닌 정수)일 때

$$\omega^n = \omega^{3k+2} = (\omega^3)^k \times \omega^2 = \omega^2$$

$$\omega^{2n} = \omega^{6k+4} = (\omega^3)^{2k+1} \times \omega = \omega$$

$$\therefore f(n) = \frac{1+\omega^n}{\omega^{2n}} = \frac{1+\omega^2}{\omega} = \frac{-\omega}{\omega} = -1$$

(iii) $n=3k+3$ (k 는 음이 아닌 정수)일 때

$$\omega^n = \omega^{3k+3} = (\omega^3)^{k+1} = 1$$

$$\omega^{2n} = \omega^{6k+6} = (\omega^3)^{2k+2} = 1$$

$$\therefore f(n) = \frac{1+\omega^n}{\omega^{2n}} = \frac{1+1}{1} = 2$$

(i), (ii), (iii)에 의하여

$$f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(50)$$

$$= \{f(1)+f(4)+\cdots+f(49)\}$$

$$+ \{f(2)+f(5)+\cdots+f(50)\}$$

$$+ \{f(3)+f(6)+\cdots+f(48)\}$$

$$= (-1) \times 17 + (-1) \times 17 + 2 \times 16 = -2$$

25 주어진 이차방정식의 정수인 두 근을 α, β 라고 하면 근과 계수의 관계에 의하여

$$\begin{aligned} \alpha + \beta &= k & \dots\dots \textcircled{7} \\ \alpha\beta &= k+2 & \dots\dots \textcircled{8} \end{aligned}$$

⑦을 ⑧에 대입하면

$$\begin{aligned} \alpha\beta &= \alpha + \beta + 2 \\ \alpha\beta - \alpha - \beta &= 2 \\ \alpha(\beta-1) - (\beta-1) - 1 &= 2 \\ \therefore (\alpha-1)(\beta-1) &= 3 \end{aligned}$$

이때 α, β 가 정수이므로 $\alpha-1, \beta-1$ 도 정수이다.

$\alpha-1$	-1	-3	1	3
$\beta-1$	-3	-1	3	1

⑦에서 $k = \alpha + \beta$ 이므로

$$k = -2 \text{ 또는 } k = 6$$

따라서 모든 상수 k 의 값의 곱은

$$(-2) \times 6 = -12$$

26 삼차방정식 $x^3 - 6x^2 + 7x - 3 = 0$ 의 세 근이 $\alpha + 1, \beta + 1, \gamma + 1$ 이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$(\alpha + 1) + (\beta + 1) + (\gamma + 1) = 6 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$$(\alpha + 1)(\beta + 1) + (\beta + 1)(\gamma + 1) + (\gamma + 1)(\alpha + 1) = 7 \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

$$(\alpha + 1)(\beta + 1)(\gamma + 1) = 3 \quad \dots\dots \textcircled{9}$$

$$\textcircled{7} \text{에서 } \alpha + \beta + \gamma = 3 \quad \dots\dots \textcircled{7a}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{8} \text{에서 } (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) + 2(\alpha + \beta + \gamma) + 3 &= 7 \\ \therefore \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha &= -2 \quad \dots\dots \textcircled{7b} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{9} \text{에서 } \alpha\beta\gamma + (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) + (\alpha + \beta + \gamma) + 1 &= 3 \\ \therefore \alpha\beta\gamma &= 1 \quad \dots\dots \textcircled{7c} \end{aligned}$$

삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ 의 세 근이 α, β, γ 이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta + \gamma = -a, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = b, \alpha\beta\gamma = -c$$

$$\text{따라서 } a = -3, b = -2, c = -1 \text{이므로} \quad \dots\dots \textcircled{7d}$$

$$abc = -6 \quad \dots\dots \textcircled{7e}$$

채점 기준	배점
(가) $\alpha + \beta + \gamma$ 의 값을 구한다.	1점
(나) $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$ 의 값을 구한다.	2점
(다) $\alpha\beta\gamma$ 의 값을 구한다.	2점
(라) a, b, c 의 값을 구한다.	2점
(마) abc 의 값을 구한다.	1점

27 (1) 주어진 방정식에 $x = -1, x = 2$ 를 각각 대입하면

$$\begin{aligned} 1 - 1 + a + 7 + b &= 0 \text{에서} \\ a + b &= -7 \quad \dots\dots \textcircled{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 16 + 8 + 4a - 14 + b &= 0 \text{에서} \\ 4a + b &= -10 \quad \dots\dots \textcircled{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{7} - \textcircled{8} \text{을 하면} \\ -3a &= 3 \\ \therefore a &= -1 \end{aligned}$$

$a = -1$ 을 ⑦에 대입하면

$$-1 + b = -7$$

$$\therefore b = -6 \quad \dots\dots \textcircled{7a}$$

(2) $x^4 + x^3 - x^2 - 7x - 6 = 0$ 에서

$P(x) = x^4 + x^3 - x^2 - 7x - 6$ 이라고 하면 $P(-1) = 0, P(2) = 0$ 이므로 조립제법을 이용하여 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & 1 & -1 & -7 & -6 \\ & & -1 & 0 & 1 & 6 \\ 2 & 1 & 0 & -1 & -6 & 0 \\ & & 2 & 4 & 6 & \\ & 1 & 2 & 3 & 0 & \end{array}$$

$$P(x) = (x+1)(x-2)(x^2+2x+3) \quad \dots\dots \textcircled{7b}$$

따라서 주어진 사차방정식은

$$(x+1)(x-2)(x^2+2x+3) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 2 \text{ 또는 } x = -1 \pm \sqrt{2}i$$

따라서 나머지 두 근은

$$x = -1 \pm \sqrt{2}i \quad \dots\dots \textcircled{7c}$$

채점 기준	배점
(가) a, b 의 값을 구한다.	2점
(나) 사차방정식의 좌변을 인수분해한다.	3점
(다) 나머지 두 근을 구한다.	2점

28 처음 자연수의 십의 자리의 숫자를 x , 일의 자리의 숫자를 y 라고 하면

$$x^2 + y^2 = 73$$

$$(10y + x) + (10x + y) = 121$$

$$\therefore x + y = 11$$

따라서 주어진 조건을 연립방정식으로 나타내면

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 73 & \dots\dots \textcircled{7} \\ x + y = 11 & \dots\dots \textcircled{8} \end{cases} \quad \dots\dots \textcircled{7a}$$

⑧에서 $y = 11 - x$ 를 ⑦에 대입하면

$$x^2 + (11 - x)^2 = 73$$

$$x^2 - 11x + 24 = 0$$

$$(x-3)(x-8) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = 8$$

이것을 $y = 11 - x$ 에 각각 대입하면

$$x = 3 \text{일 때 } y = 8, x = 8 \text{일 때 } y = 3 \quad \dots\dots \textcircled{7b}$$

따라서 처음 자연수는 38 또는 83이다. $\dots\dots \textcircled{7c}$

채점 기준	배점
(가) 주어진 조건을 이용하여 연립방정식을 세운다.	2점
(나) 연립방정식의 해를 구한다.	3점
(다) 처음 자연수를 구한다.	1점

확인 문제

p. 64

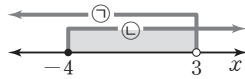
1 (1) $\begin{cases} x < 3 & \dots\dots \textcircled{1} \\ x \geq -4 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$

따라서 ①, ②을 수직선 위에 나타내면

오른쪽 그림과 같으므로 구

하는 연립부등식의 해는

$$-4 \leq x < 3$$



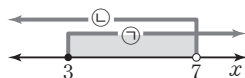
(2) $\begin{cases} x \geq 3 & \dots\dots \textcircled{1} \\ x < 7 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$

따라서 ①, ②을 수직선 위에 나타내면

오른쪽 그림과 같으므로 구

하는 연립부등식의 해는

$$3 \leq x < 7$$



(3) $3x \geq -6$ 에서 $x \geq -2$ $\dots\dots \textcircled{1}$

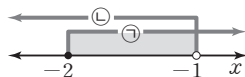
$$-2x > 2$$
에서 $x < -1$ $\dots\dots \textcircled{2}$

따라서 ①, ②을 수직선 위에 나타내면

오른쪽 그림과 같으므로 구

하는 연립부등식의 해는

$$-2 \leq x < -1$$



(4) $4x \geq -2$ 에서 $x \geq -\frac{1}{2}$ $\dots\dots \textcircled{1}$

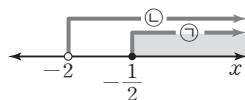
$$-2x < 4$$
에서 $x > -2$ $\dots\dots \textcircled{2}$

따라서 ①, ②을 수직선 위에 나타내면

오른쪽 그림과 같으므로 구

하는 연립부등식의 해는

$$x \geq -\frac{1}{2}$$



2 (1) $|x-1| \leq 6$ 에서 $-6 \leq x-1 \leq 6$ $\therefore -5 \leq x \leq 7$

(2) $|x+2| > 3$ 에서 $x+2 < -3$ 또는 $x+2 > 3$

$$\therefore x < -5 \text{ 또는 } x > 1$$

(3) $|3x-7| \geq 2$ 에서 $3x-7 \leq -2$ 또는 $3x-7 \geq 2$

$$\therefore x \leq \frac{5}{3} \text{ 또는 } x \geq 3$$

(4) $|5-2x| < 9$ 에서 $-9 < 5-2x < 9$

$$\therefore -2 < x < 7$$

교/과/서/속

핵심
유형+

맞은꼴 문제

p. 65

1 (1) $2x-1 \geq 5-x$ 에서 $x \geq 2$ $\dots\dots \textcircled{1}$

$$2-3x < 7-4x$$
에서 $x < 5$ $\dots\dots \textcircled{2}$

따라서 ①, ②을 수직선 위에 나타내면

오른쪽 그림과 같으므로 구

하는 연립부등식의 해는

$$2 \leq x < 5$$



(2) $\frac{x-1}{2} + \frac{2-x}{3} > -2$ 의 양변에 6을 곱하면

$$3(x-1) + 2(2-x) > -12$$

$$\therefore x > -13 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$0.2 - \frac{3}{2}x \leq 0.7 - 2x$ 의 양변에 10을 곱하면

$$2 - 15x \leq 7 - 20x$$

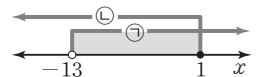
$$\therefore x \leq 1 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

따라서 ①, ②을 수직선 위에 나타내면

오른쪽 그림과 같으므로 구

하는 연립부등식의 해는

$$-13 < x \leq 1$$



(3) $2(x-1) - 3 \geq 7-x$ 에서

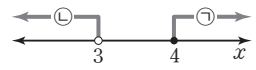
$$2x-5 \geq 7-x \quad \therefore x \geq 4 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$x-2 < 13-4x$$
에서 $x < 3 \quad \dots\dots \textcircled{2}$

따라서 ①, ②을 수직선 위에 나타내면

오른쪽 그림과 같으므로 구하

는 연립부등식의 해는 없다.



2 (1) $2(x-2) - 3x < 5 - (1-x)$ 에서

$$-x-4 < 4+x \quad \therefore x > -4 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$1.6 - 0.2x \geq 3 - 0.4x$$
의 양변에 10을 곱하면

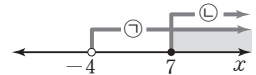
$$16 - 2x \geq 30 - 4x \quad \therefore x \geq 7 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

따라서 ①, ②을 수직선 위에 나타내면

오른쪽 그림과 같으므로 구

하는 연립부등식의 해는

$$x \geq 7$$



(2) $\frac{2x+1}{3} - 1 > \frac{2+3x}{2}$ 의 양변에 6을 곱하면

$$2(2x+1) - 6 > 3(2+3x), 4x-4 > 6+9x$$

$$\therefore x < -2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$2 + \frac{3x+2}{5} \geq \frac{2-x}{2} + x$$
의 양변에 10을 곱하면

$$20 + 2(3x+2) \geq 5(2-x) + 10x$$

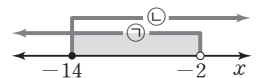
$$\therefore x \geq -14 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

따라서 ①, ②을 수직선 위에 나타내면

오른쪽 그림과 같으므로 구

하는 연립부등식의 해는

$$-14 \leq x < -2$$



(3) $\frac{3x-1}{2} \geq 3-2x$ 의 양변에 2를 곱하면

$$3x-1 \geq 2(3-2x), 3x-1 \geq 6-4x$$

$$\therefore x \geq 1 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$1.2 - 0.3x \leq 1.4 - 0.5x$$
의 양변에 10을 곱하면

$$12 - 3x \leq 14 - 5x$$

$$\therefore x \leq 1 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

따라서 ①, ②을 수직선 위에 나타내면

오른쪽 그림과 같으므로

구하는 연립부등식의 해는

$$x = 1$$



3 (1) 주어진 부등식을 연립부등식으로 변형하면

$$\begin{cases} -2 \leq -3(x+1)+1 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ -3(x+1)+1 < 1 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

부등식 ㉠에서 $-2 \leq -3x-2$

$$\therefore x \leq 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

부등식 ㉡에서 $-3x-2 < 1$

$$\therefore x > -1 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉣}$$

따라서 ㉢, ㉣을 수직선 위에 나타내면

오른쪽 그림과 같으므로 구

하는 연립부등식의 해는

$$-1 < x \leq 0$$



(2) 주어진 부등식을 연립부등식으로 변형하면

$$\begin{cases} 3x-2 \leq 2-(x-4) & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ 2-(x-4) \leq 2x+3 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

부등식 ㉠에서 $3x-2 \leq 6-x$

$$\therefore x \leq 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

부등식 ㉡에서 $6-x \leq 2x+3$

$$\therefore x \geq 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉣}$$

따라서 ㉢, ㉣을 수직선 위에 나타내면

오른쪽 그림과 같으므로 구

하는 연립부등식의 해는

$$1 \leq x \leq 2$$



4 (1) 주어진 부등식을 연립부등식으로 변형하면

$$\begin{cases} -4 < 2(2x-1)+1 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ 2(2x-1)+1 < 2x+3 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

부등식 ㉠에서 $-4 < 4x-1$

$$\therefore x > -\frac{3}{4} \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

부등식 ㉡에서 $4x-1 < 2x+3$

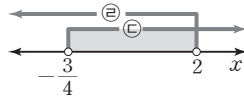
$$\therefore x < 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉣}$$

따라서 ㉢, ㉣을 수직선 위에 나타내면

오른쪽 그림과 같으므로 구

하는 연립부등식의 해는

$$-\frac{3}{4} < x < 2$$



(2) 주어진 부등식을 연립부등식으로 변형하면

$$\begin{cases} \frac{3x-2}{2} < \frac{5}{2}x+1 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ \frac{5}{2}x+1 \leq 2(x-1)+3 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

부등식 ㉠에서 $3x-2 < 5x+2$

$$\therefore x > -2 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

부등식 ㉡에서 $5x+2 \leq 4x+2$

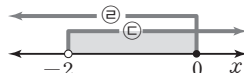
$$\therefore x \leq 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉣}$$

따라서 ㉢, ㉣을 수직선 위에 나타내면

오른쪽 그림과 같으므로 구

하는 연립부등식의 해는

$$-2 < x \leq 0$$



5 (1) 부등식 $x+2 < |6-3x|$ 에서

(i) $x \leq 2$ 일 때

$$x+2 < 6-3x \quad \therefore x < 1$$

그런데 $x \leq 2$ 이므로 $x < 1$

(ii) $x > 2$ 일 때

$$x+2 < -(6-3x) \quad \therefore x > 4$$

그런데 $x > 2$ 이므로 $x > 4$

(i), (ii)에 의하여 $x < 1$ 또는 $x > 4$

(2) 부등식 $|2x-6| \leq 3x-4$ 에서

(i) $x \geq 3$ 일 때

$$2x-6 \leq 3x-4 \quad \therefore x \geq -2$$

그런데 $x \geq 3$ 이므로 $x \geq 3$

(ii) $x < 3$ 일 때

$$-(2x-6) \leq 3x-4 \quad \therefore x \geq 2$$

그런데 $x < 3$ 이므로 $2 \leq x < 3$

(i), (ii)에 의하여 $x \geq 2$

6 (1) 부등식 $|3x-1| \leq 4+x$ 에서

(i) $x \geq \frac{1}{3}$ 일 때

$$3x-1 \leq 4+x \quad \therefore x \leq \frac{5}{2}$$

그런데 $x \geq \frac{1}{3}$ 이므로 $\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{5}{2}$

(ii) $x < \frac{1}{3}$ 일 때

$$-(3x-1) \leq 4+x \quad \therefore x \geq -\frac{3}{4}$$

그런데 $x < \frac{1}{3}$ 이므로 $-\frac{3}{4} \leq x < \frac{1}{3}$

(i), (ii)에 의하여 $-\frac{3}{4} \leq x \leq \frac{5}{2}$

(2) 부등식 $2(3x+1) > |3-x|$ 에서

(i) $x \leq 3$ 일 때

$$2(3x+1) > 3-x \quad \therefore x > \frac{1}{7}$$

그런데 $x \leq 3$ 이므로 $\frac{1}{7} < x \leq 3$

(ii) $x > 3$ 일 때

$$2(3x+1) > -(3-x) \quad \therefore x > -1$$

그런데 $x > 3$ 이므로 $x > 3$

(i), (ii)에 의하여 $x > \frac{1}{7}$

7 (1) 부등식 $|x+1| \geq 9-|2x-4|$ 에서

(i) $x < -1$ 일 때

$$-(x+1) \geq 9+(2x-4) \quad \therefore x \leq -2$$

그런데 $x < -1$ 이므로 $x \leq -2$

(ii) $-1 \leq x < 2$ 일 때

$$x+1 \geq 9+(2x-4) \quad \therefore x \leq -4$$

그런데 $-1 \leq x < 2$ 이므로 해는 없다.

- (iii) $x \geq 2$ 일 때
 $x+1 \geq 9 - (2x-4) \quad \therefore x \geq 4$
 그런데 $x \geq 2$ 이므로 $x \geq 4$
 (i), (ii), (iii)에 의하여
 $x \leq -2$ 또는 $x \geq 4$
- (2) 부등식 $3|2-x| < 5|x+4| + 10$ 에서
 (i) $x < -4$ 일 때
 $3(2-x) < -5(x+4) + 10 \quad \therefore x < -8$
 그런데 $x < -4$ 이므로 $x < -8$
 (ii) $-4 \leq x < 2$ 일 때
 $3(2-x) < 5(x+4) + 10 \quad \therefore x > -3$
 그런데 $-4 \leq x < 2$ 이므로 $-3 < x < 2$
 (iii) $x \geq 2$ 일 때
 $-3(2-x) < 5(x+4) + 10 \quad \therefore x > -18$
 그런데 $x \geq 2$ 이므로 $x \geq 2$
 (i), (ii), (iii)에 의하여
 $x < -8$ 또는 $x > -3$

8 (1) 부등식 $|2x+1| + |x-3| \leq 8$ 에서

- (i) $x < -\frac{1}{2}$ 일 때
 $-(2x+1) - (x-3) \leq 8 \quad \therefore x \geq -2$
 그런데 $x < -\frac{1}{2}$ 이므로 $-2 \leq x < -\frac{1}{2}$
- (ii) $-\frac{1}{2} \leq x < 3$ 일 때
 $2x+1 - (x-3) \leq 8 \quad \therefore x \leq 4$
 그런데 $-\frac{1}{2} \leq x < 3$ 이므로 $-\frac{1}{2} \leq x < 3$
- (iii) $x \geq 3$ 일 때
 $2x+1 + x-3 \leq 8 \quad \therefore x \leq \frac{10}{3}$
 그런데 $x \geq 3$ 이므로 $3 \leq x \leq \frac{10}{3}$
- (i), (ii), (iii)에 의하여
 $-2 \leq x \leq \frac{10}{3}$
- (2) 부등식 $2|x-1| + 3|4-x| > 11$ 에서
 (i) $x < 1$ 일 때
 $-2(x-1) + 3(4-x) > 11 \quad \therefore x < \frac{3}{5}$
 그런데 $x < 1$ 이므로 $x < \frac{3}{5}$
- (ii) $1 \leq x < 4$ 일 때
 $2(x-1) + 3(4-x) > 11 \quad \therefore x < -1$
 그런데 $1 \leq x < 4$ 이므로 해는 없다.
- (iii) $x \geq 4$ 일 때
 $2(x-1) - 3(4-x) > 11 \quad \therefore x > 5$
 그런데 $x \geq 4$ 이므로 $x > 5$
- (i), (ii), (iii)에 의하여
 $x < \frac{3}{5}$ 또는 $x > 5$

- 1 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 x 축과 두 점 $(1, 0)$, $(4, 0)$ 에서 만난다.
 따라서 이 그래프에서 $y \leq 0$ 인 x 의 값의 범위는 $1 \leq x \leq 4$
 이므로 부등식 $f(x) \leq 0$ 의 해는 $1 \leq x \leq 4$

- 2 (1) x^2 의 계수가 1이고 해가 $-2 \leq x \leq 1$ 인 이차부등식은
 $(x+2)(x-1) \leq 0 \quad \therefore x^2 + x - 2 \leq 0$
- (2) x^2 의 계수가 1이고 해가 $x < -1$ 또는 $x > 3$ 인 이차부등식은
 $(x+1)(x-3) > 0 \quad \therefore x^2 - 2x - 3 > 0$

교/과/서/속 핵심 유형 + 답은풀 문제

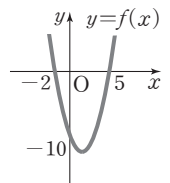
- 1 (1) $f(x) = x^2 - 3x - 10$ 이라고 하면

$$f(x) = (x+2)(x-5)$$

이므로 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 x 축과 두 점 $(-2, 0)$, $(5, 0)$ 에서 만난다.

따라서 구하는 부등식의 해는

$$f(x) < 0 \text{인 } x \text{의 값의 범위와 같으므로} \\ -2 < x < 5$$



- (2) 주어진 부등식의 양변에 -1 을 곱하면

$$2x^2 - 7x + 5 \geq 0$$

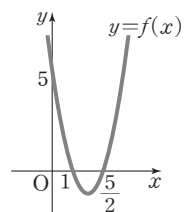
$$f(x) = 2x^2 - 7x + 5 \text{라고 하면}$$

$$f(x) = (x-1)(2x-5)$$

이므로 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 x 축과 두 점 $(1, 0)$, $(\frac{5}{2}, 0)$ 에서 만난다.

따라서 구하는 부등식의 해는 $f(x) \geq 0$ 인 x 의 값의 범위와 같으므로

$$x \leq 1 \text{ 또는 } x \geq \frac{5}{2}$$



- (3) 주어진 부등식을 정리하면 $x^2 - 10x + 25 \leq 0$

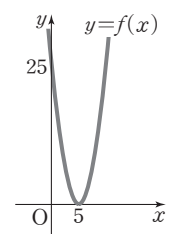
$$f(x) = x^2 - 10x + 25 \text{라고 하면}$$

$$f(x) = (x-5)^2$$

이므로 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 x 축과 한 점 $(5, 0)$ 에서 만난다.

따라서 구하는 부등식의 해는 $f(x) \leq 0$ 인 x 의 값의 범위와 같으므로

$$x = 5$$

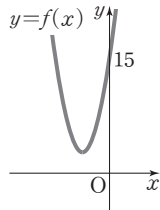


(4) 주어진 부등식을 정리하면

$$x^2 + 7x + 15 < 0$$

$f(x) = x^2 + 7x + 15$ 라고 하면 이차
방정식 $x^2 + 7x + 15 = 0$ 의 판별식 D 는
 $D = 7^2 - 4 \times 1 \times 15 = -11 < 0$

이므로 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽
그림과 같이 x 축과 만나지 않는다.
따라서 이 그래프에서 $f(x) < 0$ 인 x
의 값의 범위는 없으므로 구하는 부등식의 해는 없다.



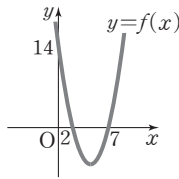
2 (1) $f(x) = x^2 - 9x + 14$ 라고 하면

$$f(x) = (x-2)(x-7)$$

이므로 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽
그림과 같이 x 축과 두 점
(2, 0), (7, 0)에서 만난다.

따라서 구하는 부등식의 해는 $f(x) \geq 0$ 인 x 의 값의 범
위와 같으므로

$$x \leq 2 \text{ 또는 } x \geq 7$$



(2) 주어진 부등식의 양변에 -1 을 곱하면

$$3x^2 + 4x - 4 < 0$$

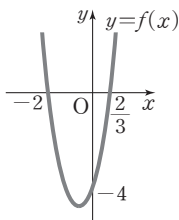
$f(x) = 3x^2 + 4x - 4$ 라고 하면

$$f(x) = (x+2)(3x-2)$$

이므로 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽
그림과 같이 x 축과 두 점
 $(-2, 0)$, $(\frac{2}{3}, 0)$ 에서 만난다.

따라서 구하는 부등식의 해는
 $f(x) < 0$ 인 x 의 값의 범위와 같으므로

$$-2 < x < \frac{2}{3}$$



(3) 주어진 부등식을 정리하면

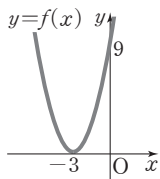
$$x^2 + 6x + 9 > 0$$

$f(x) = x^2 + 6x + 9$ 라고 하면

$$f(x) = (x+3)^2$$

이므로 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽
그림과 같이 x 축과 한 점 $(-3, 0)$ 에
서 만난다.

따라서 구하는 부등식의 해는 $f(x) > 0$ 인 x 의 값의 범
위와 같으므로 $x \neq -3$ 인 모든 실수이다.



(4) 주어진 부등식을 정리하면

$$x^2 + 5x + 7 \geq 0$$

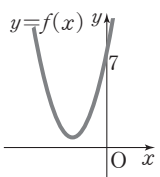
$f(x) = x^2 + 5x + 7$ 이라고 하면 이차

방정식 $x^2 + 5x + 7 = 0$ 의 판별식 D
는

$$D = 5^2 - 4 \times 1 \times 7 = -3 < 0$$

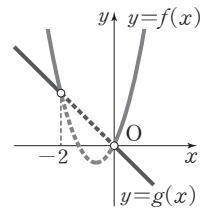
이므로 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽
그림과 같이 x 축과 만나지 않는다.

따라서 이 그래프에서 $f(x) \geq 0$ 인 x 의 값의 범위는 모
든 실수이므로 구하는 부등식의 해는 모든 실수이다.



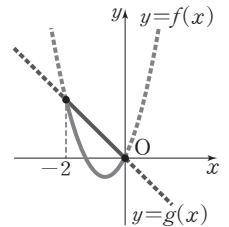
3 (1) 부등식 $f(x) > g(x)$ 의 해는

이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가
직선 $y = g(x)$ 보다 위쪽에 있는
부분의 x 의 값의 범위와 같으므로
 $x < -2$ 또는 $x > 0$



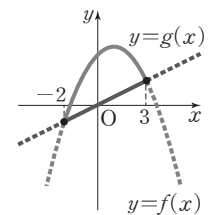
(2) 부등식 $f(x) \leq g(x)$ 의 해는

이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가
직선 $y = g(x)$ 보다 아래쪽에
있거나 만나는 부분의 x 의 값
의 범위와 같으므로
 $-2 \leq x \leq 0$



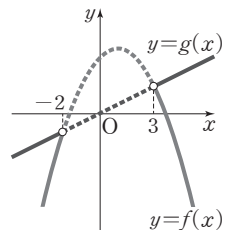
4 (1) 부등식 $f(x) \geq g(x)$ 의 해는 이차

함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 직선
 $y = g(x)$ 보다 위쪽에 있거나 만
나는 부분의 x 의 값의 범위와 같
으므로
 $-2 \leq x \leq 3$



(2) 부등식 $f(x) < g(x)$ 의 해는 이

차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가
직선 $y = g(x)$ 보다 아래쪽에
있는 부분의 x 의 값의 범위와
같으므로
 $x < -2$ 또는 $x > 3$



5 해가 $-1 < x < 5$ 이고 x^2 의 계수가 1인 이차부등식은

$$(x+1)(x-5) < 0 \quad \therefore x^2 - 4x - 5 < 0$$

이 부등식은 이차부등식 $x^2 - 4ax + 2b + 1 < 0$ 과 일치하므로

$$-4a = -4, 2b + 1 = -5$$

$$\therefore a = 1, b = -3$$

6 해가 $x \leq -2$ 또는 $x \geq 6$ 이고 x^2 의 계수가 1인 이차부등식은

$$(x+2)(x-6) \geq 0 \quad \therefore x^2 - 4x - 12 \geq 0$$

주어진 이차부등식과 부등호의 방향이 다르므로 $a < 0$

위 부등식의 양변에 a 를 곱하면

$$ax^2 - 4ax - 12a \leq 0$$

이 부등식은 이차부등식 $ax^2 + bx + 12 \leq 0$ 과 일치하므로

$$-4a = b, -12a = 12$$

$$\therefore a = -1, b = 4$$

? $f(x) = x^2 + ax + a + 8$ 이라고 하면 $y = f(x)$ 의 그래프는
아래로 볼록하다.

따라서 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $x^2 + ax + a + 8 > 0$ 이

성립하려면 이차방정식 $x^2 + ax + a + 8 = 0$ 의 판별식 D 는

$$D = a^2 - 4 \times 1 \times (a+8) < 0, a^2 - 4a - 32 < 0$$

$$(a+4)(a-8) < 0$$

$$\therefore -4 < a < 8$$

8 주어진 부등식을 정리하면

$$x^2 + (a-1)x + a^2 - a < 0$$

$f(x) = x^2 + (a-1)x + a^2 - a$ 라고 하면 $y=f(x)$ 의 그래프는 아래로 볼록하다.

따라서 부등식 $x^2 + (a-1)x + a^2 - a < 0$ 의 해가 존재하지 않으려면 이차방정식 $x^2 + (a-1)x + a^2 - a = 0$ 의 판별식 D 는

$$D = (a-1)^2 - 4 \times 1 \times (a^2 - a) \leq 0, \quad 3a^2 - 2a - 1 \geq 0$$

$$(3a+1)(a-1) \geq 0 \quad \therefore a \leq -\frac{1}{3} \text{ 또는 } a \geq 1$$

16 강 연립이차부등식

확인 문제

p. 68

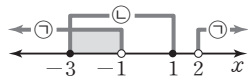
- 1 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프에서 $y>0$ 인 x 의 값의 범위는 $x < -1$ 또는 $x > 2$ 이므로 부등식 $f(x) > 0$ 의 해는 $x < -1$ 또는 $x > 2$ ㉠

이차함수 $y=g(x)$ 의 그래프에서 $y \geq 0$ 인 x 의 값의 범위는 $-3 \leq x \leq 1$ 이므로 부등식 $g(x) \geq 0$ 의 해는

$$-3 \leq x \leq 1 \quad \dots\dots ㉡$$

따라서 ㉠, ㉡을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 연립부등식의 해는

$$-3 \leq x < -1$$



- 2 (1) 이차방정식 $x^2 - 2x + k + 2 = 0$ 의 두 실근을 α, β 라고 하고 판별식을 D 라고 하면 두 근이 모두 양수이므로

$$\frac{D}{4} = (-1)^2 - (k+2) \geq 0 \quad \therefore k \leq -1 \quad \dots\dots ㉠$$

$$\alpha + \beta = 2 > 0$$

$$\alpha\beta = k + 2 > 0 \quad \therefore k > -2 \quad \dots\dots ㉡$$

따라서 ㉠, ㉡을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 실수 k 의 값의 범위는 $-2 < k \leq -1$



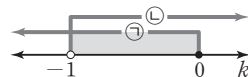
- (2) 이차방정식 $x^2 + 2x + k + 1 = 0$ 의 두 실근을 α, β 라고 하고 판별식을 D 라고 하면 두 근이 모두 음수이므로

$$\frac{D}{4} = 1^2 - (k+1) \geq 0 \quad \therefore k \leq 0 \quad \dots\dots ㉠$$

$$\alpha + \beta = -2 < 0$$

$$\alpha\beta = k + 1 > 0 \quad \therefore k > -1 \quad \dots\dots ㉡$$

따라서 ㉠, ㉡을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 실수 k 의 값의 범위는 $-1 < k \leq 0$



- (3) 이차방정식 $x^2 - 2x + k - 1 = 0$ 의 두 실근을 α, β 라고 하면 두 근이 서로 다른 부호이므로 $\alpha\beta = k - 1 < 0 \quad \therefore k < 1$

핵심 유형 + 답은 풀 문제

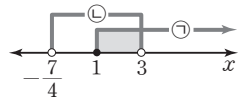
p. 69

- 1 (1) $2x - 7 \geq x - 6$ 에서 $x \geq 1$ ㉠

$$4x^2 - 5x - 21 < 0 \text{에서 } (4x+7)(x-3) < 0$$

$$\therefore -\frac{7}{4} < x < 3 \quad \dots\dots ㉡$$

따라서 ㉠, ㉡을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 연립부등식의 해는 $1 \leq x < 3$



- (2) $3(x+8) < 2x^2 - x - 6$ 에서

$$x^2 - 2x - 15 > 0, \quad (x+3)(x-5) > 0$$

$$\therefore x < -3 \text{ 또는 } x > 5 \quad \dots\dots ㉠$$

$$3x^2 + 7 \leq 4x^2 - 5x + 1 \text{에서}$$

$$x^2 - 5x - 6 \geq 0, \quad (x+1)(x-6) \geq 0$$

$$\therefore x \leq -1 \text{ 또는 } x \geq 6 \quad \dots\dots ㉡$$

따라서 ㉠, ㉡을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 연립부등식의 해는

$$x < -3 \text{ 또는 } x \geq 6$$



- (3) 주어진 부등식을 연립부등식으로 변형하면

$$\begin{cases} 2x + 3 \leq x^2 & \dots\dots ㉠ \\ x^2 < 4(x+3) & \dots\dots ㉡ \end{cases}$$

$$\text{부등식 ㉠에서 } x^2 - 2x - 3 \geq 0, \quad (x+1)(x-3) \geq 0$$

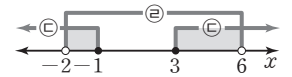
$$\therefore x \leq -1 \text{ 또는 } x \geq 3 \quad \dots\dots ㉢$$

$$\text{부등식 ㉡에서 } x^2 - 4x - 12 < 0, \quad (x+2)(x-6) < 0$$

$$\therefore -2 < x < 6 \quad \dots\dots ㉣$$

따라서 ㉢, ㉣을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 연립부등식의 해는

$$-2 < x \leq -1 \text{ 또는 } 3 \leq x < 6$$



- (4) 주어진 부등식을 연립부등식으로 변형하면

$$\begin{cases} -5(x-1) < x(x-1) & \dots\dots ㉠ \\ x(x-1) < 6 & \dots\dots ㉡ \end{cases}$$

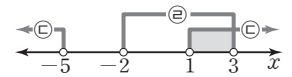
$$\text{부등식 ㉠에서 } x^2 + 4x - 5 > 0, \quad (x+5)(x-1) > 0$$

$$\therefore x < -5 \text{ 또는 } x > 1 \quad \dots\dots ㉢$$

$$\text{부등식 ㉡에서 } x^2 - x - 6 < 0, \quad (x+2)(x-3) < 0$$

$$\therefore -2 < x < 3 \quad \dots\dots ㉣$$

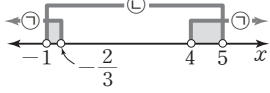
따라서 ㉢, ㉣을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 연립부등식의 해는 $1 < x < 3$



2 (1) $|3x-5| > 7$ 에서 $3x-5 < -7$ 또는 $3x-5 > 7$
 $\therefore x < -\frac{2}{3}$ 또는 $x > 4$ ㉠

$2x^2-5x-7 < 3(x+1)$ 에서 $x^2-4x-5 < 0$
 $(x+1)(x-5) < 0 \therefore -1 < x < 5$ ㉡

따라서 ㉠, ㉡을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 연



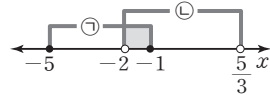
립부등식의 해는 $-1 < x < -\frac{2}{3}$ 또는 $4 < x < 5$

(2) $(x+3)^2 \leq 4$ 에서 $x^2+6x+5 \leq 0$, $(x+5)(x+1) \leq 0$
 $\therefore -5 \leq x \leq -1$ ㉢

$x^2-x+5 > 4x^2-5$ 에서
 $3x^2+x-10 < 0$, $(x+2)(3x-5) < 0$

$\therefore -2 < x < \frac{5}{3}$ ㉣

따라서 ㉢, ㉣을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 연립



부등식의 해는 $-2 < x \leq -1$

(3) 주어진 부등식을 연립부등식으로 변형하면

$\begin{cases} x(x+7) < 3(3x+1) & \dots\dots ㉤ \\ 3(3x+1) \leq 2x^2+7 & \dots\dots ㉥ \end{cases}$

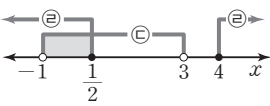
부등식 ㉤에서 $x^2-2x-3 < 0$, $(x+1)(x-3) < 0$

$\therefore -1 < x < 3$ ㉦

부등식 ㉥에서 $2x^2-9x+4 \geq 0$, $(2x-1)(x-4) \geq 0$

$\therefore x \leq \frac{1}{2}$ 또는 $x \geq 4$ ㉧

따라서 ㉦, ㉧을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 연



립부등식의 해는 $-1 < x \leq \frac{1}{2}$

(4) 주어진 부등식을 연립부등식으로 변형하면

$\begin{cases} x+2 \leq x^2 & \dots\dots ㉨ \\ x^2 \leq 2x^2-x-6 & \dots\dots ㉩ \end{cases}$

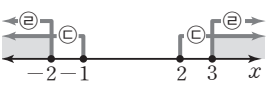
부등식 ㉨에서 $x^2-x-2 \geq 0$, $(x+1)(x-2) \geq 0$

$\therefore x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$ ㉪

부등식 ㉩에서 $x^2-x-6 \geq 0$, $(x+2)(x-3) \geq 0$

$\therefore x \leq -2$ 또는 $x \geq 3$ ㉫

따라서 ㉪, ㉫을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 연



립부등식의 해는 $x \leq -2$ 또는 $x \geq 3$

3 직사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면 다른 한 변의 길이는 $(14-x)$ cm이므로 $24 \leq x(14-x) \leq 40$

이 부등식을 연립부등식으로 변형하면

$\begin{cases} 24 \leq x(14-x) & \dots\dots ㉬ \\ x(14-x) \leq 40 & \dots\dots ㉭ \end{cases}$

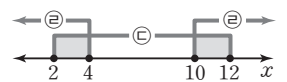
부등식 ㉬에서 $x^2-14x+24 \leq 0$, $(x-2)(x-12) \leq 0$

$\therefore 2 \leq x \leq 12$ ㉮

부등식 ㉭에서 $x^2-14x+40 \geq 0$, $(x-4)(x-10) \geq 0$

$\therefore x \leq 4$ 또는 $x \geq 10$ ㉯

㉮, ㉯을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 연립부등식의 해는



$2 \leq x \leq 4$ 또는 $10 \leq x \leq 12$

따라서 짧은 변의 길이의 범위는 2 cm 이상 4 cm 이하이므로 구하는 최댓값은 4 cm, 최솟값은 2 cm이다.

4 세 변의 길이는 모두 양수이므로

$3x-1 > 0$, $x > 0$, $3x+1 > 0 \therefore x > \frac{1}{3}$ ㉰

이때 세 변 중 가장 긴 변의 길이는 $3x+1$ 이다.

삼각형이 만들어질 조건에 의하여

$3x+1 < x+(3x-1) \therefore x > 2$ ㉱

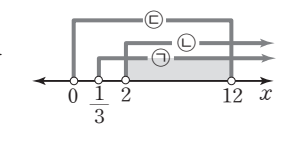
둔각삼각형이 되려면

$(3x+1)^2 > x^2 + (3x-1)^2$, $x^2-12x < 0$

$x(x-12) < 0 \therefore 0 < x < 12$ ㉲

따라서 ㉰, ㉱, ㉲을 수직선 위

에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 x 의 값의 범위는 $2 < x < 12$



5 (1) 이차방정식 $x^2-2kx-4k+5=0$ 의 두 실근을 α , β 라 하고 판별식을 D 라고 하면 두 근이 모두 양수이므로

$\frac{D}{4} = (-k)^2 - (-4k+5) \geq 0$, $k^2+4k-5 \geq 0$

$(k+5)(k-1) \geq 0$

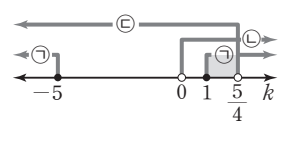
$\therefore k \leq -5$ 또는 $k \geq 1$ ㉳

$\alpha + \beta = 2k > 0 \therefore k > 0$ ㉴

$\alpha\beta = -4k+5 > 0 \therefore k < \frac{5}{4}$ ㉵

따라서 ㉳, ㉴, ㉵을 수직

선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 실수 k 의 값의 범위는



$1 \leq k < \frac{5}{4}$

(2) 이차방정식 $x^2-2kx-4k+5=0$ 의 두 실근을 α , β 라 하고 판별식을 D 라고 하면 두 근이 모두 음수이므로

$\frac{D}{4} = (-k)^2 - (-4k+5) \geq 0$, $k^2+4k-5 \geq 0$

$(k+5)(k-1) \geq 0$

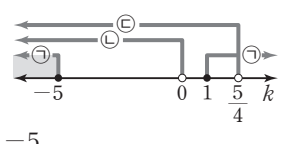
$\therefore k \leq -5$ 또는 $k \geq 1$ ㉶

$\alpha + \beta = 2k < 0 \therefore k < 0$ ㉷

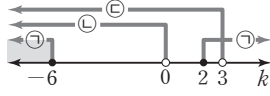
$\alpha\beta = -4k+5 > 0 \therefore k < \frac{5}{4}$ ㉸

따라서 ㉶, ㉷, ㉸을 수직

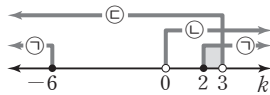
선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 실수 k 의 값의 범위는 $k \leq -5$



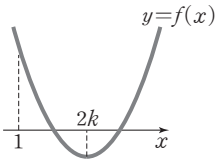
- 6 (1) 이차방정식 $x^2+kx-k+3=0$ 의 두 실근을 α, β 라 하고 판별식을 D 라고 하면 두 근이 모두 양수이므로
- $$D=k^2-4(-k+3)\geq 0, k^2+4k-12\geq 0$$
- $$(k+6)(k-2)\geq 0$$
- $$\therefore k\leq -6 \text{ 또는 } k\geq 2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$
- $$\alpha+\beta=-k>0 \quad \therefore k<0 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$
- $$\alpha\beta=-k+3>0 \quad \therefore k<3 \quad \dots\dots \textcircled{3}$$
- 따라서 ①, ②, ③을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 실수 k 의 값의 범위는 $k\leq -6$



- (2) 이차방정식 $x^2+kx-k+3=0$ 의 두 실근을 α, β 라 하고 판별식을 D 라고 하면 두 근이 모두 음수이므로
- $$D=k^2-4(-k+3)\geq 0, k^2+4k-12\geq 0$$
- $$(k+6)(k-2)\geq 0$$
- $$\therefore k\leq -6 \text{ 또는 } k\geq 2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$
- $$\alpha+\beta=-k<0 \quad \therefore k>0 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$
- $$\alpha\beta=-k+3>0 \quad \therefore k<3 \quad \dots\dots \textcircled{3}$$
- 따라서 ①, ②, ③을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 실수 k 의 값의 범위는 $2\leq k<3$



- 7 $f(x)=x^2-4kx+3k+1$ 이라고 하면 이차방정식 $f(x)=0$ 의 두 근이 모두 1보다 크므로 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같아야 한다.



- $$f(1)>0 \text{에서 } 1-4k+3k+1>0$$
- $$\therefore k<2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$
- $$2k>1 \text{에서 } k>\frac{1}{2} \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

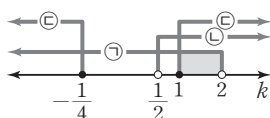
이차방정식 $f(x)=0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4}=(-2k)^2-(3k+1)\geq 0, 4k^2-3k-1\geq 0$$

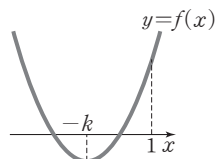
$$(4k+1)(k-1)\geq 0$$

$$\therefore k\leq -\frac{1}{4} \text{ 또는 } k\geq 1 \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

- 따라서 ①, ②, ③을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 실수 k 의 값의 범위는 $1\leq k<2$

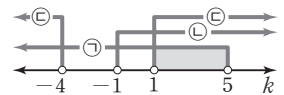


- 8 $f(x)=x^2+2kx-3k+4$ 라고 하면 이차방정식 $f(x)=0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 1보다 작으므로 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같아야 한다.



- $$f(1)>0 \text{에서 } 1+2k-3k+4>0$$
- $$\therefore k<5 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

- $$-k<1 \text{에서 } k>-1 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$
- 이차방정식 $f(x)=0$ 의 판별식을 D 라고 하면
- $$\frac{D}{4}=k^2-(-3k+4)>0, k^2+3k-4>0$$
- $$(k+4)(k-1)>0$$
- $$\therefore k<-4 \text{ 또는 } k>1 \quad \dots\dots \textcircled{3}$$
- 따라서 ①, ②, ③을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 실수 k 의 값의 범위는 $1<k<5$



계산력 다지기

p. 70~71

- (1) $x\leq 2$
 - (2) $1<x\leq 3$
 - (3) $1<x\leq 2$
 - (4) $\frac{1}{8}\leq x<5$
 - (5) $-8\leq x<4$
 - (6) $x<-11$
 - (7) $x=1$
 - (8) 해는 없다.
- (1) $0\leq x<5$
 - (2) $-2\leq x<3$
 - (3) $2\leq x\leq \frac{5}{2}$
 - (4) $-7<x<-2$
 - (5) $2<x\leq \frac{7}{2}$
 - (6) $6\leq x\leq 17$
- (1) $-\frac{4}{3}\leq x\leq 2$
 - (2) $x<-\frac{1}{5}$ 또는 $x>1$
 - (3) $x\geq 0$
 - (4) $-1<x<1$
 - (i) $x<1$ 일 때
 $-(x-1)-(x-2)<3 \quad \therefore x>0$
 그런데 $x<1$ 이므로 $0<x<1$
 - (ii) $1\leq x<2$ 일 때
 $(x-1)-(x-2)<3, 0\leq x<2$
 $\therefore$ 해는 모든 실수
 그런데 $1\leq x<2$ 이므로 $1\leq x<2$
 - (iii) $x\geq 2$ 일 때
 $(x-1)+(x-2)<3 \quad \therefore x<3$
 그런데 $x\geq 2$ 이므로 $2\leq x<3$
 - (i), (ii), (iii)에 의하여 $0<x<3$
 - (i) $x<-2$ 일 때
 $(3-x)-(x+2)\geq 7 \quad \therefore x\leq -3$
 그런데 $x<-2$ 이므로 $x\leq -3$
 - (ii) $-2\leq x<3$ 일 때
 $(3-x)+(x+2)\geq 7, 0\leq x\leq 2 \quad \therefore$ 해는 없다.
 - (iii) $x\geq 3$ 일 때
 $-(3-x)+(x+2)\geq 7 \quad \therefore x\geq 4$
 그런데 $x\geq 3$ 이므로 $x\geq 4$
 - (i), (ii), (iii)에 의하여 $x\leq -3$ 또는 $x\geq 4$

- 4 (1) $-1 < x < 5$ (2) $x \leq -3$ 또는 $x \geq -2$
 (3) $-1 \leq x \leq \frac{7}{2}$ (4) $x < -4$ 또는 $x > 2$
 (5) 모든 실수 (6) 해는 없다.

- 5 (1) $2x-3 < 15-4x$ 에서 $x < 3$ ㉠
 $x^2-5x+4 \leq 0$ 에서 $(x-1)(x-4) \leq 0$
 $\therefore 1 \leq x \leq 4$ ㉡
 ㉠, ㉡에서 $1 \leq x < 3$
 (2) $2x^2-x < 15$ 에서 $2x^2-x-15 < 0$
 $(2x+5)(x-3) < 0 \therefore -\frac{5}{2} < x < 3$ ㉢
 $x^2-2x-8 \geq 0$ 에서 $(x+2)(x-4) \geq 0$
 $\therefore x \leq -2$ 또는 $x \geq 4$ ㉣
 ㉢, ㉣에서 $-\frac{5}{2} < x \leq -2$
 (3) $x^2+7x+6 \leq 0$ 에서 $(x+6)(x+1) \leq 0$
 $\therefore -6 \leq x \leq -1$ ㉤
 $x^2-3 > 4x-6$ 에서 $x^2-4x+3 > 0$
 $(x-1)(x-3) > 0$
 $\therefore x < 1$ 또는 $x > 3$ ㉥
 ㉤, ㉥에서 $-6 \leq x \leq -1$
 (4) $2x^2-5x-7 \leq 0$ 에서 $(x+1)(2x-7) \leq 0$
 $\therefore -1 \leq x \leq \frac{7}{2}$ ㉦
 $4-3x \geq 2-x^2$ 에서 $x^2-3x+2 \geq 0$
 $(x-1)(x-2) \geq 0$
 $\therefore x \leq 1$ 또는 $x \geq 2$ ㉧
 ㉦, ㉧에서 $-1 \leq x \leq 1$ 또는 $2 \leq x \leq \frac{7}{2}$
 (5) $x^2-3x-2 > 2x-8$ 에서 $x^2-5x+6 > 0$
 $(x-2)(x-3) > 0$
 $\therefore x < 2$ 또는 $x > 3$ ㉨
 $4-2x^2 \geq x^2-4x$ 에서 $3x^2-4x-4 \leq 0$
 $(3x+2)(x-2) \leq 0$
 $\therefore -\frac{2}{3} \leq x \leq 2$ ㉩
 ㉨, ㉩에서 $-\frac{2}{3} \leq x < 2$
 (6) $x^2-2|x|-3 < 0$ 에서
 (i) $x < 0$ 일 때
 $x^2+2x-3 < 0, (x+3)(x-1) < 0$
 $\therefore -3 < x < 1$
 그런데 $x < 0$ 이므로 $-3 < x < 0$
 (ii) $x \geq 0$ 일 때
 $x^2-2x-3 < 0, (x+1)(x-3) < 0$
 $\therefore -1 < x < 3$
 그런데 $x \geq 0$ 이므로 $0 \leq x < 3$
 (i), (ii)에 의하여 $-3 < x < 3$ ㉪
 $x^2-4x-12 > 0$ 에서 $(x+2)(x-6) > 0$
 $\therefore x < -2$ 또는 $x > 6$ ㉫
 ㉪, ㉫에서 $-3 < x < -2$

14~16강

족집게 기출문제

p. 72~75

- 1 ② 2 ④ 3 ① 4 ④ 5 3
 6 ③ 7 ② 8 ③ 9 10 10 $-\frac{1}{3}$
 11 ① 12 6 13 ② 14 ① 15 ④
 16 ⑤ 17 ⑤ 18 ④ 19 ① 20 ⑤
 21 ④ 22 ④ 23 ③ 24 ③ 25 ④
 26 (1) $b=-a, c=-2a$ (2) $-1 < x < \frac{1}{4}$
 27 $-3 \leq a < -1$ 28 $-\frac{3}{2} \leq a < -1$ 또는 $2 < a \leq \frac{5}{2}$

- 1 $3x-2 < 4x+1$ 에서 $x > -3$
 $2(3x-1) > 8x+a$ 에서
 $6x-2 > 8x+a, x < -\frac{a+2}{2}$
 주어진 연립부등식의 해가 $-3 < x < 2$ 이므로
 $-\frac{a+2}{2} = 2 \therefore a = -6$
 2 ① $2x-1 \leq 3$ 에서 $x \leq 2$ ㉠
 $x-2 > 4-3x$ 에서 $x > \frac{3}{2}$ ㉡
 ㉠, ㉡에서 $\frac{3}{2} < x \leq 2$
 ② $1.2x+1.7 \leq -1.5-2x$ 에서
 $12x+17 \leq -15-20x \therefore x \leq -1$ ㉢
 $2(x+4)-3 > -2$ 에서
 $2x+5 > -2 \therefore x > -\frac{7}{2}$ ㉣
 ㉢, ㉣에서 $-\frac{7}{2} < x \leq -1$
 ③ $\frac{1}{2}x - \frac{3}{4} \geq 2x$ 에서
 $2x-3 \geq 8x \therefore x \leq -\frac{1}{2}$ ㉤
 $2-5x \leq 3-3x$ 에서 $x \geq -\frac{1}{2}$ ㉥
 ㉤, ㉥에서 $x = -\frac{1}{2}$
 ④ $2x-3 < 1-(x-2)$ 에서
 $2x-3 < -x+3 \therefore x < 2$ ㉦
 $3-2x \leq \frac{3}{2}x-4$ 에서
 $6-4x \leq 3x-8 \therefore x \geq 2$ ㉧
 ㉦, ㉧에서 해는 없다.
 ⑤ $3x-2 \leq 2(x-2)+3$ 에서
 $3x-2 \leq 2x-1 \therefore x \leq 1$ ㉨
 $2(x-2)+3 < 5-x$ 에서
 $2x-1 < 5-x \therefore x < 2$ ㉩
 ㉨, ㉩에서 $x \leq 1$
 따라서 해가 존재하지 않는 연립부등식은 ④이다.

3 부등식 $2|1-x|+3|x+1|<9$ 에서

(i) $x < -1$ 일 때

$$2(1-x)-3(x+1)<9 \quad \therefore x>-2$$

그런데 $x < -1$ 이므로 $-2 < x < -1$

(ii) $-1 \leq x < 1$ 일 때

$$2(1-x)+3(x+1)<9 \quad \therefore x<4$$

그런데 $-1 \leq x < 1$ 이므로 $-1 \leq x < 1$

(iii) $x \geq 1$ 일 때

$$-2(1-x)+3(x+1)<9 \quad \therefore x<\frac{8}{5}$$

그런데 $x \geq 1$ 이므로 $1 \leq x < \frac{8}{5}$

(i), (ii), (iii)에 의하여 $-2 < x < \frac{8}{5}$

따라서 $\alpha = -2$, $\beta = \frac{8}{5}$ 이므로 $\alpha + \beta = -\frac{2}{5}$

4 $\sqrt{(x-1)^2} = |x-1|$ 이므로 주어진 부등식은

$$2|x+2|+|x-1| \leq 6$$

(i) $x < -2$ 일 때

$$-2(x+2)-(x-1) \leq 6 \quad \therefore x \geq -3$$

그런데 $x < -2$ 이므로 $-3 \leq x < -2$

(ii) $-2 \leq x < 1$ 일 때

$$2(x+2)-(x-1) \leq 6 \quad \therefore x \leq 1$$

그런데 $-2 \leq x < 1$ 이므로 $-2 \leq x < 1$

(iii) $x \geq 1$ 일 때

$$2(x+2)+(x-1) \leq 6 \quad \therefore x \leq 1$$

그런데 $x \geq 1$ 이므로 $x = 1$

(i), (ii), (iii)에 의하여 $-3 \leq x \leq 1$

따라서 정수 x 는 $-3, -2, -1, 0, 1$ 의 5개이다.

5 부등식 $f(x) > g(x)$ 의 해는 이

차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가

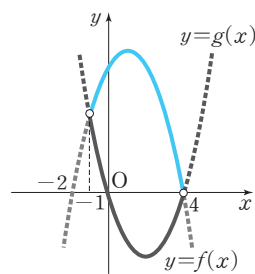
이차함수 $y=g(x)$ 의 그래프

보다 위쪽에 있는 x 의 값의 범

위와 같으므로 $-1 < x < 4$

따라서 $\alpha = -1$, $\beta = 4$ 이므로

$$\alpha + \beta = 3$$



6 이차방정식 $x^2-2x-1=0$ 의 해는 $x=1 \pm \sqrt{2}$

따라서 이차부등식 $x^2-2x-1 < 0$ 의 해는

$$1-\sqrt{2} < x < 1+\sqrt{2}$$

이때 $\sqrt{2} = 1.414 \times \dots$ 이므로

$$-0.414 \times \dots < x < 2.414 \times \dots$$

따라서 정수 x 는 $0, 1, 2$ 이므로 합은 3이다

7 부등식 $x^2-|x|-6 < 0$ 에서

(i) $x \geq 0$ 일 때

$$x^2-x-6 < 0, (x+2)(x-3) < 0$$

$$\therefore -2 < x < 3$$

그런데 $x \geq 0$ 이므로 $0 \leq x < 3$

(ii) $x < 0$ 일 때

$$x^2+x-6 < 0, (x+3)(x-2) < 0$$

$$\therefore -3 < x < 2$$

그런데 $x < 0$ 이므로 $-3 < x < 0$

(i), (ii)에 의하여 $-3 < x < 3$

다른 풀이

$$x^2-|x|-6 < 0 \text{에서 } |x|^2-|x|-6 < 0$$

$$(|x|+2)(|x|-3) < 0$$

이때 $|x|+2 > 0$ 이므로 $|x|-3 < 0$

$$|x| < 3 \quad \therefore -3 < x < 3$$

8 해가 $x < b$ 또는 $x > 4$ 이고 x^2 의 계수가 2인 이차부등식은

$$2(x-4)(x-b) > 0$$

$$\therefore 2x^2-2(4+b)x+8b > 0$$

이 이차부등식이 $2x^2-12x+4a > 0$ 과 같으므로

$$2(4+b)=12, 8b=4a \quad \therefore a=4, b=2$$

$$\therefore a+b=6$$

9 이차함수 $y=x^2-ax+b$ 의 그래프가 직선 $y=x+2$ 보다 아래쪽에 있으려면

$$x^2-ax+b < x+2$$

$$\therefore x^2-(a+1)x+b-2 < 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이때 해가 $1 < x < 4$ 이고 x^2 의 계수가 1인 이차부등식은

$$(x-1)(x-4) < 0, x^2-5x+4 < 0$$

이 이차부등식이 이차부등식 ①과 같으므로

$$a+1=5, b-2=4 \quad \therefore a=4, b=6$$

$$\therefore a+b=10$$

10 $f(x) = -x^2+2x+3a+1$ 이라고 하면

$$f(x) = -(x-1)^2+3a+2$$

$x \geq 2$ 에서 $f(x) \leq 0$ 이어야 하므로

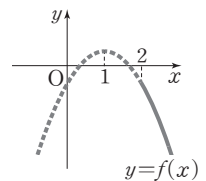
$y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과

같아야 한다.

$$f(2) \leq 0 \text{에서}$$

$$-4+4+3a+1 \leq 0 \quad \therefore a \leq -\frac{1}{3}$$

따라서 실수 a 의 최댓값은 $-\frac{1}{3}$ 이다.



11 x 만 원 인상하면 스캐너 한 대의 가격은 $(10+x)$ 만 원이고, 월 판매량은 $(100-4x)$ 대이다.

(총 판매액) = (스캐너 한 대의 가격) $\times$ (월 판매량)이므로

$$(10+x)(100-4x) \geq 1200, x^2-15x+50 \leq 0$$

$$(x-5)(x-10) \leq 0 \quad \therefore 5 \leq x \leq 10$$

이때 인상된 스캐너 한 대의 가격은 $(10+x)$ 만 원이므로

$$15 \leq 10+x \leq 20$$

따라서 스캐너 한 대의 가격을 15만 원 이상 20만 원 이하로 하면 된다.

- 12 $f(x)=2x^2+ax+b$ 라고 하면 $y=f(x)$ 의 그래프는 아래로 볼록하고, 부등식 $f(x)\leq 0$ 의 해가 $x=-3$ 뿐이므로 x 축과 한 점 $(-3, 0)$ 에서만 만나야 한다.

이때 x^2 의 계수가 2이므로

$$f(x)=2(x+3)^2=2x^2+12x+18$$

따라서 $a=12$, $b=18$ 이므로

$$b-a=6$$

- 13 이차부등식 $(a-1)x^2-2(a-1)x+1>0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 성립하므로

$$(i) a-1>0 \quad \therefore a>1$$

(ii) 이차방정식 $(a-1)x^2-2(a-1)x+1=0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4}=\{-(a-1)\}^2-(a-1)<0$$

$$a^2-3a+2<0, (a-1)(a-2)<0$$

$$\therefore 1<a<2$$

(i), (ii)에 의하여 $1<a<2$

- 14 $x^2+6x+5\geq 0$ 에서 $(x+5)(x+1)\geq 0$

$$\therefore x\leq -5 \text{ 또는 } x\geq -1 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$x^2+4x-21<0 \text{에서 } (x+7)(x-3)<0$$

$$\therefore -7<x<3 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } -7<x\leq -5 \text{ 또는 } -1\leq x<3$$

따라서 정수 x 는 $-6, -5, -1, 0, 1, 2$ 이므로 그 합은

$$-6+(-5)+(-1)+0+1+2=-9$$

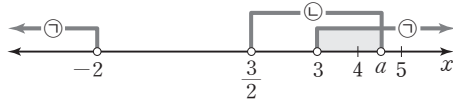
- 15 $x^2-x-6>0$ 에서 $(x+2)(x-3)>0$

$$\therefore x<-2 \text{ 또는 } x>3 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$2x^2-(2a+3)x+3a<0 \text{에서}$$

$$(2x-3)(x-a)<0 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

이때 두 부등식을 동시에 만족하는 정수 x 의 값이 4뿐이도록 $\textcircled{1}$ 과 $\textcircled{2}$ 의 해를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



즉, $\textcircled{2}$ 의 해는 $\frac{3}{2}<x<a$ 이고, 이때 a 의 값의 범위는

$$4<a\leq 5$$

- 16 $x^2+ax+b=(x-\alpha)(x-\beta)$ ($\alpha<\beta$)라고 하면

$$x^2+ax+b\leq 0 \text{에서 } (x-\alpha)(x-\beta)\leq 0$$

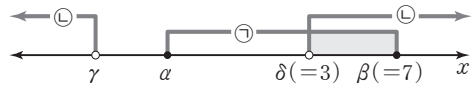
$$\therefore \alpha\leq x\leq \beta \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$x^2-x+a=(x-\gamma)(x-\delta) \text{ ($\gamma<\delta$)라고 하면}$$

$$x^2-x+a>0 \text{에서 } (x-\gamma)(x-\delta)>0$$

$$\therefore x<\gamma \text{ 또는 } x>\delta \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 의 공통부분이 $3<x\leq 7$ 이 되도록 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



$$\therefore \beta=7, \delta=3$$

이때 $x=7$ 은 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 한 근이므로

$$49+7a+b=0 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

또 $x=3$ 은 이차방정식 $x^2-x+a=0$ 의 한 근이므로

$$9-3+a=0 \quad \therefore a=-6$$

$a=-6$ 을 $\textcircled{3}$ 에 대입하면

$$49+7\times(-6)+b=0 \quad \therefore b=-7$$

$$\therefore ab=42$$

- 17 처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면 직사각형의 넓이는 $(x+3)(x+2)$ cm^2 이므로

$$42\leq (x+3)(x+2)\leq 72$$

이 부등식을 연립부등식으로 변형하면

$$\begin{cases} 42\leq (x+3)(x+2) & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ (x+3)(x+2)\leq 72 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\text{부등식 } \textcircled{1} \text{에서 } x^2+5x-36\geq 0$$

$$(x+9)(x-4)\geq 0$$

$$\therefore x\leq -9 \text{ 또는 } x\geq 4$$

$$\text{그런데 } x>0 \text{이므로 } x\geq 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$$\text{부등식 } \textcircled{2} \text{에서 } x^2+5x-66\leq 0$$

$$(x+11)(x-6)\leq 0$$

$$\therefore -11\leq x\leq 6$$

$$\text{그런데 } x>0 \text{이므로 } 0<x\leq 6 \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3}, \textcircled{4} \text{에서 } 4\leq x\leq 6$$

따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이의 최댓값은 6 cm이다.

- 18 이차방정식 $x^2-3ax+a(2a+1)=0$ 이 실근을 가지므로

이 이차방정식의 판별식을 D_1 이라고 하면

$$D_1=(-3a)^2-4a(2a+1)\geq 0$$

$$a^2-4a\geq 0, a(a-4)\geq 0$$

$$\therefore a\leq 0 \text{ 또는 } a\geq 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

이차방정식 $x^2+2(3a+1)x+4a^2+9=0$ 이 허근을 가지

므로 이 이차방정식의 판별식을 D_2 라고 하면

$$\frac{D_2}{4}=(3a+1)^2-(4a^2+9)<0$$

$$5a^2+6a-8<0, (a+2)(5a-4)<0$$

$$\therefore -2<a<\frac{4}{5} \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } -2<a\leq 0$$

- 19 이차방정식 $x^2+(2a^2+a-15)x+a-2=0$ 의 두 근을 α ,

β 라고 하면 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha+\beta=-(2a^2+a-15), \alpha\beta=a-2$$

이때 α, β 의 부호는 서로 다르므로 $\alpha\beta<0$

$$\text{즉, } a-2<0 \text{에서 } a<2 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또 양수인 근이 음수인 근의 절댓값보다 크므로

$$\alpha + \beta > 0$$

$$\text{즉, } -(2a^2 + a - 15) > 0 \text{에서}$$

$$2a^2 + a - 15 < 0, (a+3)(2a-5) < 0$$

$$\therefore -3 < a < \frac{5}{2} \quad \dots\dots \textcircled{L}$$

$$\textcircled{I}, \textcircled{L} \text{에서 } -3 < a < 2$$

따라서 정수 a 는 $-2, -1, 0, 1$ 의 4개이다.

20 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$D = b^2 - 4ac > 0$$

이므로 서로 다른 두 실근을 가진다.

이때 $a > 0, b > 0, c > 0$ 이므로

$$(\text{두 근의 합}) = -\frac{b}{a} < 0$$

$$(\text{두 근의 곱}) = \frac{c}{a} > 0$$

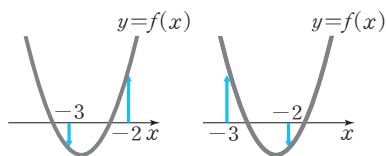
즉, 두 근의 합은 음수이고 두 근의 곱은 양수이므로 두 근은 모두 음수이다.

따라서 주어진 이차방정식은 서로 다른 두 개의 음의 근을 가진다.

21 $x^2 + 5x + 6 = 0$ 에서 $(x+3)(x+2) = 0$

$$\therefore x = -3 \text{ 또는 } x = -2$$

즉, 이차방정식 $x^2 - ax + 2 = 0$ 의 두 근 중에서 한 근만이 -3 과 -2 사이에 있어야 하므로 $f(x) = x^2 - ax + 2$ 라고 하면 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



$$f(-3)f(-2) < 0 \text{이므로 } (3a+11)(2a+6) < 0$$

$$\therefore -\frac{11}{3} < a < -3$$

$$\text{따라서 } a = -\frac{11}{3}, \beta = -3 \text{이므로}$$

$$\alpha\beta = 11$$

22 한 방에 6명씩 배정하면 9명의 회원이 남으므로 방의 개수를 x 라고 하면 회원은 $(6x+9)$ 명이다.

한 방에 8명씩 배정하면 방이 4개 남으므로 $(x-5)$ 개의 방에는 8명씩 배정되고, 나머지 한 방에는 1명 이상 8명 이하가 배정된다.

$$\text{즉, } 8(x-5) + 1 \leq 6x + 9 \leq 8(x-4)$$

$$8(x-5) + 1 \leq 6x + 9 \text{에서}$$

$$8x - 39 \leq 6x + 9 \quad \therefore x \leq 24 \quad \dots\dots \textcircled{I}$$

$$6x + 9 \leq 8(x-4) \text{에서}$$

$$6x + 9 \leq 8x - 32 \quad \therefore x \geq \frac{41}{2} \quad \dots\dots \textcircled{L}$$

$$\textcircled{I}, \textcircled{L} \text{에서 } \frac{41}{2} \leq x \leq 24$$

이때 x 는 자연수이므로

$$x = 21 \text{ 또는 } x = 22 \text{ 또는 } x = 23 \text{ 또는 } x = 24$$

따라서 회원은 135명 또는 141명 또는 147명 또는 153명
이므로 회원 수가 될 수 있는 것은 $\textcircled{4}$ 이다.

23 (i) $x < -3$ 일 때

$$\begin{aligned} 2|x+3| + |x-3| &= -2(x+3) - (x-3) \\ &= -3x-3 \end{aligned}$$

$$\text{그런데 } x < -3 \text{이므로 } -3x-3 > 6$$

$$\therefore 2|x+3| + |x-3| > 6$$

(ii) $-3 \leq x < 3$ 일 때

$$\begin{aligned} 2|x+3| + |x-3| &= 2(x+3) - (x-3) \\ &= x+9 \end{aligned}$$

$$\text{그런데 } -3 \leq x < 3 \text{이므로 } 6 \leq x+9 < 12$$

$$\therefore 6 \leq 2|x+3| + |x-3| < 12$$

(iii) $x \geq 3$ 일 때

$$\begin{aligned} 2|x+3| + |x-3| &= 2(x+3) + (x-3) \\ &= 3x+3 \end{aligned}$$

$$\text{그런데 } x \geq 3 \text{이므로 } 3x+3 \geq 12$$

$$\therefore 2|x+3| + |x-3| \geq 12$$

(i), (ii), (iii)에 의하여

$$2|x+3| + |x-3| \geq 6$$

따라서 주어진 부등식이 해를 가지려면

$$k \geq 6$$

24 $2x + y = k$ (k 는 실수)라고 하면

$$y = -2x + k$$

이 식을 $2x^2 + y^2 = 1$ 에 대입하면

$$2x^2 + (-2x + k)^2 = 1$$

$$\therefore 6x^2 - 4kx + k^2 - 1 = 0 \quad \dots\dots \textcircled{I}$$

이 방정식을 만족하는 실수 x 가 존재해야 하므로 x 에 대한 이차방정식 $\textcircled{I}$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = (-2k)^2 - 6(k^2 - 1) \geq 0, k^2 - 3 \leq 0$$

$$\therefore -\sqrt{3} \leq k \leq \sqrt{3}$$

$$\text{따라서 } M = \sqrt{3}, m = -\sqrt{3} \text{이므로}$$

$$Mm = -3$$

25 n 이 정수일 때, $[x-n] = [x] - n$ 이므로

$$[x-2] = [x] - 2$$

즉, 부등식 $[x-2]^2 - [x] - 10 \leq 0$ 에서

$$([x]-2)^2 - [x] - 10 \leq 0$$

$$[x]^2 - 5[x] - 6 \leq 0$$

$$([x]+1)([x]-6) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq [x] \leq 6$$

그런데 $[x]$ 는 정수이므로

$$[x] = -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

$$[x] = -1 \text{ 일 때, } -1 \leq x < 0$$

$$[x] = 0 \text{ 일 때, } 0 \leq x < 1$$

$$[x] = 1 \text{ 일 때, } 1 \leq x < 2$$

⋮

$$[x] = 5 \text{ 일 때, } 5 \leq x < 6$$

$$[x] = 6 \text{ 일 때, } 6 \leq x < 7$$

따라서 구하는 부등식의 해는 $-1 \leq x < 7$ 이므로

$$\alpha = -1, \beta = 7 \quad \therefore \alpha + \beta = 6$$

- 26** (1) 해가 $-2 < x < 1$ 이고 x^2 의 계수가 1인 이차부등식은
 $(x+2)(x-1) < 0$
 $\therefore x^2 + x - 2 < 0$ ㉠ (가)

부등식 ㉠과 부등식 $ax^2 - bx + c > 0$ 의 해가 같으므로
 $a < 0$

부등식 ㉠의 양변에 a 를 곱하면 $ax^2 + ax - 2a > 0$

이 부등식이 부등식 $ax^2 - bx + c > 0$ 과 같으므로

$$a = -b, -2a = c$$

$$\therefore b = -a, c = -2a$$
 (나)

- (2) $b = -a, c = -2a$ 를 부등식 $2cx^2 + 3bx + a < 0$ 에 대입
 하면 $-4ax^2 - 3ax + a < 0$

이때 $-a > 0$ 이므로 이 부등식의 양변을 $-a$ 로 나누면

$$4x^2 + 3x - 1 < 0$$
 (다)

$$(x+1)(4x-1) < 0$$

$$\therefore -1 < x < \frac{1}{4}$$
 (라)

채점 기준	배점
(가) 해가 $-2 < x < 1$ 이고 x^2 의 계수가 1인 이차부등식을 구한다.	1점
(나) b, c 를 a 에 관한 식으로 나타낸다.	2점
(다) 이차부등식 $2cx^2 + 3bx + a < 0$ 에서 a, b, c 를 없앤다.	2점
(라) 이차부등식의 해를 구한다.	1점

- 27** $f(x) > g(x)$ 에서 $ax^2 - 2ax + 3 > -3x^2 + 6x + 1$
 $(a+3)x^2 - 2(a+3)x + 2 > 0$ ㉠ (가)

- (i) $a+3=0$, 즉 $a=-3$ 일 때

부등식 ㉠에서 $0 \times x^2 - 0 \times x + 2 > 0$ 이므로 모든 실수 x 에 대하여 성립한다.

$$\therefore a = -3$$
 (나)

- (ii) $a+3 \neq 0$, 즉 $a \neq -3$ 일 때

부등식 ㉠이 모든 실수 x 에 대하여 성립하려면

$$a+3 > 0 \quad \therefore a > -3$$
 ㉡

이차방정식 $(a+3)x^2 - 2(a+3)x + 2 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = \{-(a+3)\}^2 - 2(a+3) < 0$$

$$a^2 + 4a + 3 < 0, (a+3)(a+1) < 0$$

$$\therefore -3 < a < -1$$
 ㉢

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } -3 < a < -1$$
 (다)

$$(i), (ii) \text{에 의하여 } -3 \leq a < -1$$
 (라)

채점 기준	배점
(가) $f(x) > g(x)$ 를 x 에 대한 이차부등식으로 나타낸다.	1점
(나) 부등식의 x^2 의 계수가 0일 때, a 의 값을 구한다.	2점
(다) 부등식의 x^2 의 계수가 0이 아닐 때, a 의 값의 범위를 구한다.	2점
(라) a 의 값의 범위를 구한다.	1점

$$\mathbf{28} \quad x^2 - 2x - 15 \leq 0 \text{에서 } (x+3)(x-5) \leq 0$$

$$\therefore -3 \leq x \leq 5$$
 ㉠ (가)

$$x^2 - (2a+1)x + 2a < 0 \text{에서}$$

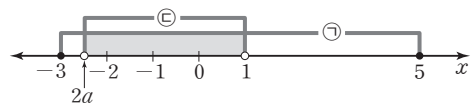
$$(x-1)(x-2a) < 0$$
 ㉡

- (i) $2a < 1$, 즉 $a < \frac{1}{2}$ 일 때

$$\text{부등식 ㉡의 해는 } 2a < x < 1$$
 ㉢

㉠, ㉢을 동시에 만족하는 정수 x 의 개수가 3이 되도록

록 ㉠, ㉢을 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



$$-3 \leq 2a < -2 \text{이므로 } -\frac{3}{2} \leq a < -1$$

$$\text{그런데 } a < \frac{1}{2} \text{이므로 } -\frac{3}{2} \leq a < -1$$
 (나)

- (ii) $2a=1$, 즉 $a=\frac{1}{2}$ 일 때

부등식 ㉡에서 $(x-1)^2 < 0$ 이므로 주어진 두 부등식을 동시에 만족하는 x 의 값은 없다.

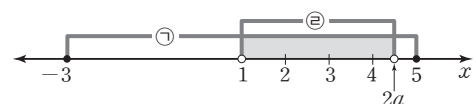
$$\therefore a \neq \frac{1}{2}$$
 (다)

- (iii) $2a > 1$, 즉 $a > \frac{1}{2}$ 일 때

$$\text{부등식 ㉡의 해는 } 1 < x < 2a$$
 ㉣

㉠, ㉣을 동시에 만족하는 정수 x 의 개수가 3이 되도록

록 ㉠, ㉣을 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



$$4 < 2a \leq 5 \text{이므로 } 2 < a \leq \frac{5}{2}$$

$$\text{그런데 } a > \frac{1}{2} \text{이므로 } 2 < a \leq \frac{5}{2}$$
 (라)

- (i), (ii), (iii)에 의하여

$$-\frac{3}{2} \leq a < -1 \text{ 또는 } 2 < a \leq \frac{5}{2}$$
 (마)

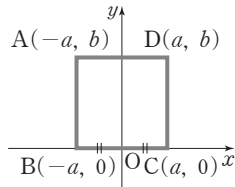
채점 기준	배점
(가) 부등식 $x^2 - 2x - 15 \leq 0$ 의 해를 구한다.	1점
(나) $2a < 1$ 일 때, a 의 값의 범위를 구한다.	2점
(다) $2a=1$ 일 때, 조건을 만족하지 않음을 확인한다.	1점
(라) $2a > 1$ 일 때, a 의 값의 범위를 구한다.	2점
(마) a 의 값의 범위를 구한다.	1점

확인 문제

p. 76

- 1 (1) $\overline{AB} = |-2-7| = 9$
 (2) $\overline{AB} = |-8| = 8$
 (3) $\overline{AB} = |5-(-1)| = 6$
 (4) $\overline{AB} = |-4-(-3)| = 1$
- 2 (1) $\overline{AB} = \sqrt{(5-1)^2 + (4-1)^2} = 5$
 (2) $\overline{AB} = \sqrt{1^2 + (-6)^2} = \sqrt{37}$
 (3) $\overline{AB} = \sqrt{(3-3)^2 + \{2-(-6)\}^2} = 8$
 (4) $\overline{AB} = \sqrt{\{0-(-5)\}^2 + (-4-0)^2} = \sqrt{41}$

- 3 점 C는 x 축 위의 점이므로 점 C의 좌표는 $C(a, 0)$
 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 점 B의 좌표는 $B(-a, 0)$
 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 점 A의 좌표는 $A(-a, b)$



교/과/서/속

핵심
유형+

답은풀 문제

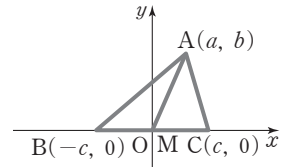
p. 77

- 1 $\overline{AB} = 10$ 이므로
 $\sqrt{\{4-(-2)\}^2 + (a-3)^2} = 10$
 양변을 제곱하여 정리하면 $a^2 - 6a - 55 = 0$
 $(a+5)(a-11) = 0 \quad \therefore a = -5 \text{ 또는 } a = 11$
- 2 $\overline{AB} = \overline{OB}$ 에서 $\overline{AB}^2 = \overline{OB}^2$ 이므로
 $(-1-a)^2 + (1-2)^2 = (-1)^2 + 1^2$
 $a^2 + 2a = 0, a(a+2) = 0$
 $\therefore a = -2 \text{ 또는 } a = 0$
- 3 $\overline{AB}^2 = \{5-(-1)\}^2 + (-1-1)^2 = 40$
 $\overline{BC}^2 = (6-5)^2 + \{2-(-1)\}^2 = 10$
 $\overline{CA}^2 = (-1-6)^2 + (1-2)^2 = 50$
 따라서 $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{CA}^2$ 이므로 삼각형 ABC는 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.
- 4 $\overline{AB}^2 = \{4-(-2)\}^2 + (-4-0)^2 = 52$
 $\overline{BC}^2 = (5-4)^2 + \{4-(-4)\}^2 = 65$
 $\overline{CA}^2 = (-2-5)^2 + (0-4)^2 = 65$
 $\overline{BC}^2 = \overline{CA}^2$ 이므로 $\overline{BC} = \overline{CA}$
 따라서 삼각형 ABC는 $\overline{BC} = \overline{CA}$ 인 이등변삼각형이다.

- 5 점 P가 x 축 위의 점이므로 점 P의 좌표를 $P(a, 0)$ 이라고 하면 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 에서 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로
 $(a-2)^2 + (0-4)^2 = (a-9)^2 + (0-3)^2$
 $a^2 - 4a + 20 = a^2 - 18a + 90$
 $14a = 70 \quad \therefore a = 5$
 따라서 구하는 점 P의 좌표는 $P(5, 0)$

- 6 점 P가 y 축 위의 점이므로 점 P의 좌표를 $P(0, a)$ 이라고 하면 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 에서 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로
 $(0-4)^2 + (a-1)^2 = (0-2)^2 + \{a-(-1)\}^2$
 $a^2 - 2a + 17 = a^2 + 2a + 5$
 $-4a = -12 \quad \therefore a = 3$
 따라서 구하는 점 P의 좌표는 $P(0, 3)$

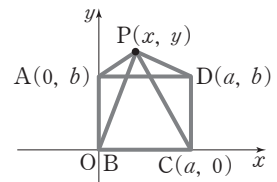
- 7 오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 점 A, B, C, M의 좌표를 각각 $A(a, b)$, $B(-c, 0)$, $C(c, 0)$, $M(0, 0)$ 이라고 하면



$$\begin{aligned}\overline{AB}^2 &= \{a-(-c)\}^2 + (b-0)^2 = (a+c)^2 + b^2, \\ \overline{AC}^2 &= (a-c)^2 + (b-0)^2 = (a-c)^2 + b^2 \\ \text{이므로} \\ \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 &= \{(a+c)^2 + b^2\} + \{(a-c)^2 + b^2\} \\ &= 2(a^2 + b^2 + c^2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{또 } \overline{AM}^2 &= a^2 + b^2, \overline{BM}^2 = c^2 \text{이므로} \\ 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2) &= 2(a^2 + b^2 + c^2) \\ \text{따라서 } \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 &= 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2) \text{이 성립한다.} \\ \therefore \textcircled{가} (-c, 0) \quad \textcircled{나} (a+c)^2 \quad \textcircled{다} (a-c)^2\end{aligned}$$

- 8 오른쪽 그림과 같이 사각형 ABCD에서 점 A, B, C, D의 좌표를 각각 $A(0, b)$, $B(0, 0)$, $C(a, 0)$, $D(a, b)$ 라 하고, 임의의 점 P의 좌표를 $P(x, y)$ 라고 하면



$$\begin{aligned}\overline{PA}^2 &= (x-0)^2 + (y-b)^2 = x^2 + (y-b)^2, \\ \overline{PC}^2 &= (x-a)^2 + (y-0)^2 = (x-a)^2 + y^2 \\ \text{이므로} \\ \overline{PA}^2 + \overline{PC}^2 &= \{x^2 + (y-b)^2\} + \{(x-a)^2 + y^2\} \\ \text{또 } \overline{PB}^2 &= x^2 + y^2, \overline{PD}^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2 \text{이므로} \\ \overline{PB}^2 + \overline{PD}^2 &= \{x^2 + y^2\} + \{(x-a)^2 + (y-b)^2\} \\ &= \{x^2 + (y-b)^2\} + \{(x-a)^2 + y^2\} \\ \text{따라서 } \overline{PA}^2 + \overline{PC}^2 &= \overline{PB}^2 + \overline{PD}^2 \text{이 성립한다.} \\ \therefore \textcircled{가} (0, b) \quad \textcircled{나} (a, 0) \quad \textcircled{다} (y-b)^2 \quad \textcircled{라} (x-a)^2 \\ &\quad \textcircled{마} x^2 + y^2\end{aligned}$$

확인 문제

p. 78

- 1
- $\overline{AB}$
- 를 2:1로 내분하는 점 P의 좌표를 구하면

$$\frac{2 \times 4 + 1 \times (-2)}{2+1} = 2 \quad \therefore P(2)$$

 $\overline{AB}$ 를 2:1로 외분하는 점 Q의 좌표를 구하면

$$\frac{2 \times 4 - 1 \times (-2)}{2-1} = 10 \quad \therefore Q(10)$$

- 2
- $\overline{AB}$
- 를 2:3으로 내분하는 점 P의 좌표는

$$\left(\frac{2 \times (-2) + 3 \times 3}{2+3}, \frac{2 \times 1 + 3 \times (-4)}{2+3} \right)$$

$$\therefore P(1, -2)$$

 $\overline{AB}$ 를 2:3으로 외분하는 점 Q의 좌표는

$$\left(\frac{2 \times (-2) - 3 \times 3}{2-3}, \frac{2 \times 1 - 3 \times (-4)}{2-3} \right)$$

$$\therefore Q(13, -14)$$

핵심 유형

교/과/서/속

맞은꼴 문제

p. 79

- 1
- $\overline{AB}$
- 를 5:1로 내분하는 점 P의 좌표는

$$\left(\frac{5 \times 4 + 1 \times (-2)}{5+1}, \frac{5 \times (-9) + 1 \times 3}{5+1} \right)$$

$$\therefore P(3, -7)$$

 $\overline{AB}$ 를 3:1로 외분하는 점 Q의 좌표는

$$\left(\frac{3 \times 4 - 1 \times (-2)}{3-1}, \frac{3 \times (-9) - 1 \times 3}{3-1} \right)$$

$$\therefore Q(7, -15)$$

따라서 $\overline{PQ}$ 의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{3+7}{2}, \frac{-7-15}{2} \right) \quad \therefore (5, -11)$$

- 2
- $\overline{AB}$
- 를 1:4로 내분하는 점 P의 좌표는

$$\left(\frac{1 \times (-2) + 4 \times 3}{1+4}, \frac{1 \times 7 + 4 \times 2}{1+4} \right)$$

$$\therefore P(2, 3)$$

 $\overline{BA}$ 를 2:3으로 외분하는 점 Q의 좌표는

$$\left(\frac{2 \times 3 - 3 \times (-2)}{2-3}, \frac{2 \times 2 - 3 \times 7}{2-3} \right)$$

$$\therefore Q(-12, 17)$$

따라서 $\overline{PQ}$ 의 중점의 좌표는

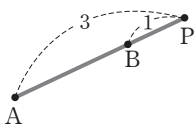
$$\left(\frac{2-12}{2}, \frac{3+17}{2} \right) \quad \therefore (-5, 10)$$

- 3
- $\overline{AP} = 3\overline{BP}$
- 에서
- $\overline{AP} : \overline{BP} = 3:1$

오른쪽 그림에서 점 P는 $\overline{AB}$ 를 3:1로 외분하는 점이므로

$$\left(\frac{3 \times 1 - 1 \times (-5)}{3-1}, \frac{3 \times 3 - 1 \times (-1)}{3-1} \right)$$

$$\therefore P(4, 5)$$



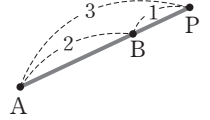
다른 풀이

$\overline{AP} : \overline{BP} = 3:1$ 이므로 오른쪽 그림에서 점 B는 $\overline{AP}$ 를 2:1로 내분하는 점이다.

점 P의 좌표를 $P(a, b)$ 라고 하면

$$\frac{2 \times a + 1 \times (-5)}{2+1} = 1, \quad \frac{2 \times b + 1 \times (-1)}{2+1} = 3$$

$$\therefore a=4, b=5 \quad \therefore P(4, 5)$$



- 4
- $5\overline{AP} = 3\overline{BP}$
- 에서

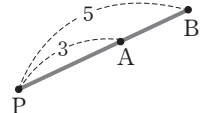
$$\overline{AP} : \overline{BP} = 3:5$$

오른쪽 그림에서 점 P는 $\overline{AB}$ 를

3:5로 외분하는 점이므로

$$\left(\frac{3 \times 3 - 5 \times (-1)}{3-5}, \frac{3 \times (-4) - 5 \times (-2)}{3-5} \right)$$

$$\therefore P(-7, 1)$$



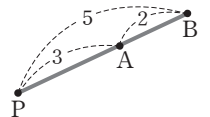
다른 풀이

$\overline{AP} : \overline{BP} = 3:5$ 이므로 오른쪽 그림에서 점 A는 $\overline{PB}$ 를 3:2로 내분하는 점이다.

점 P의 좌표를 $P(a, b)$ 라고 하면

$$\frac{3 \times 3 + 2 \times a}{3+2} = -1, \quad \frac{3 \times (-4) + 2 \times b}{3+2} = -2$$

$$\therefore a=-7, b=1 \quad \therefore P(-7, 1)$$



- 5 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

따라서 두 대각선 AC, BD의 중점이 일치하므로

$$\frac{-2+b}{2} = \frac{-5+3}{2}, \quad \frac{1-7}{2} = \frac{a+2}{2}$$

$$\therefore a=-8, b=0$$

- 6 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

따라서 두 대각선 AC, BD의 중점이 일치하므로 점 D의 좌표를 $D(a, b)$ 라고 하면

$$\frac{3+(-3)}{2} = \frac{-1+a}{2}, \quad \frac{3+1}{2} = \frac{5+b}{2}$$

$$\therefore a=1, b=-1 \quad \therefore D(1, -1)$$

- 7
- $\triangle ABC$
- 의 무게중심의 좌표가
- $(b, -3)$
- 이므로

$$\frac{-2+3+5}{3} = b, \quad \frac{-1+a-4}{3} = -3$$

$$\therefore a=-4, b=2$$

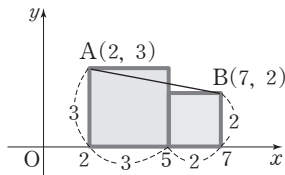
- 8 점 C의 좌표를
- $C(a, b)$
- 라고 하면
- $\triangle ABC$
- 의 무게중심의 좌표가
- $(2, 1)$
- 이므로

$$\frac{-2+3+a}{3} = 2, \quad \frac{-1+4+b}{3} = 1$$

$$\therefore a=5, b=0 \quad \therefore C(5, 0)$$

- 1 ③ 2 ⑤ 3 ④ 4 ④ 5 ⑤
 6 $\sqrt{3}$ 7 $P(0, -1)$ 8 ③ 9 ②
 10 ③ 11 ① 12 ④ 13 2
 14 $P(22, 19)$ 또는 $P(-10, -13)$ 15 ③ 16 14
 17 ③ 18 5
 19 ④ 20 ② 21 ④ 22 ③ 23 ①
 24 (1) $P(-1, 3)$, $Q(-7, 0)$ (2) $3\sqrt{5}$
 25 $\frac{75\sqrt{3}}{4}$ 26 $(-7, -\frac{21}{2})$

- 1 오른쪽 그림과 같이 두 정사각형의 한 변의 길이가 각각 3, 2이므로 두 점 A, B의 좌표는



$A(2, 3)$, $B(7, 2)$

$$\therefore \overline{AB} = \sqrt{(7-2)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{26}$$

- 2 $\overline{AC} = 2\overline{BC}$ 에서 $\overline{AC}^2 = 4\overline{BC}^2$ 이므로

$$(a-1)^2 + (3+1)^2 = 4\{(a-2)^2 + (3-1)^2\}$$

$$a^2 - 2a + 17 = 4a^2 - 16a + 32, \quad 3a^2 - 14a + 15 = 0$$

$$(3a-5)(a-3) = 0 \quad \therefore a = \frac{5}{3} \text{ 또는 } a = 3$$

따라서 모든 a 의 값의 곱은 $\frac{5}{3} \times 3 = 5$

- 3 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이고, 둘레의 길이가 $8\sqrt{5}$ 이므로

$$\overline{AB} + \overline{BC} = 4\sqrt{5} \quad \dots\dots ①$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(1-3)^2 + (5-4)^2} = \sqrt{5}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(4-1)^2 + (k-5)^2}$$

$$= \sqrt{k^2 - 10k + 34}$$

이것을 ①에 대입하여 정리하면

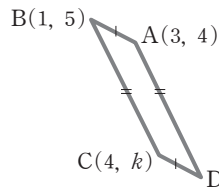
$$\sqrt{k^2 - 10k + 34} = 3\sqrt{5}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$k^2 - 10k - 11 = 0, \quad (k+1)(k-11) = 0$$

$$\therefore k = -1 \text{ 또는 } k = 11$$

그런데 점 C는 제4사분면 위의 점이므로 $k = -1$



- 4 외심 P의 좌표를 $P(a, b)$ 라고 하면

$$\overline{PA} = \overline{PB} = \overline{PC} \text{이므로 } \overline{PA}^2 = \overline{PB}^2 = \overline{PC}^2$$

$$(i) \overline{PA}^2 = \overline{PB}^2 \text{에서 } (a-2)^2 + (b-3)^2 = (a-1)^2 + b^2$$

$$\therefore a + 3b = 6 \quad \dots\dots ①$$

$$(ii) \overline{PB}^2 = \overline{PC}^2 \text{에서 } (a-1)^2 + b^2 = (a-5)^2 + (b-4)^2$$

$$\therefore a + b = 5 \quad \dots\dots ②$$

$$①, ② \text{을 연립하여 풀면 } a = \frac{9}{2}, \quad b = \frac{1}{2}$$

따라서 외심 P의 좌표는 $P(\frac{9}{2}, \frac{1}{2})$

$$5 \quad \overline{AB}^2 = (-3-1)^2 + (-2-1)^2 = 25$$

$$\overline{BC}^2 = (4+3)^2 + (-3+2)^2 = 50$$

$$\overline{CA}^2 = (1-4)^2 + (1+3)^2 = 25$$

따라서 $\overline{AB}^2 = \overline{CA}^2$ 이고, $\overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{BC}^2$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형이다.

$$6 \quad \overline{OA} = \overline{OB} = \overline{AB} \text{이므로 } \overline{OA}^2 = \overline{OB}^2 = \overline{AB}^2$$

$$(i) \overline{OA}^2 = \overline{OB}^2 \text{에서 } 1^2 + (\sqrt{3})^2 = (-1)^2 + a^2$$

$$4 = a^2 + 1, \quad a^2 = 3 \quad \therefore a = \pm\sqrt{3}$$

$$(ii) \overline{OA}^2 = \overline{AB}^2 \text{에서}$$

$$1^2 + (\sqrt{3})^2 = (-1-1)^2 + (a-\sqrt{3})^2$$

$$4 = (a-\sqrt{3})^2 + 4, \quad (a-\sqrt{3})^2 = 0 \quad \therefore a = \sqrt{3}$$

$$(i), (ii) \text{에 의하여 } a = \sqrt{3}$$

- 7 점 P의 좌표를 $P(a, b)$ 라고 하면

$$\overline{PA}^2 = (a+6)^2 + (b+5)^2$$

$$= a^2 + b^2 + 12a + 10b + 61$$

$$\overline{PB}^2 = (a-4)^2 + (b+1)^2$$

$$= a^2 + b^2 - 8a + 2b + 17$$

$$\overline{PC}^2 = (a-2)^2 + (b-3)^2$$

$$= a^2 + b^2 - 4a - 6b + 13$$

$$\therefore \overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2 = 3a^2 + 3b^2 + 6b + 91$$

$$= 3a^2 + 3(b^2 + 2b + 1) + 88$$

$$= 3a^2 + 3(b+1)^2 + 88$$

이때 모든 실수 a, b 에 대하여 $a^2 \geq 0$, $(b+1)^2 \geq 0$ 이므로 $a=0$, $b=-1$ 일 때 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 의 값은 최소이다.

따라서 구하는 점 P의 좌표는 $P(0, -1)$

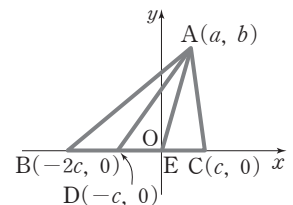
- 8 오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABC$

에서 점 A, B, C, D, E

의 좌표를 각각

$$A(a, b), B(-2c, 0),$$

$$C(c, 0), D(-c, 0),$$



$E(0, 0)$ 이라고 하면

$$\overline{AB}^2 = \{a - (-2c)\}^2 + b^2 = (a+2c)^2 + b^2$$

$$\overline{AC}^2 = (a-c)^2 + b^2$$

$$\therefore \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \{(a+2c)^2 + b^2\} + \{(a-c)^2 + b^2\}$$

$$= 2a^2 + 2ac + 2b^2 + 5c^2$$

$$\overline{AD}^2 = \{a - (-c)\}^2 + b^2 = (a+c)^2 + b^2$$

$$\overline{AE}^2 = a^2 + b^2$$

$$\overline{DE}^2 = c^2$$

$$\therefore \overline{AD}^2 + \overline{AE}^2 + 4\overline{DE}^2$$

$$= \{(a+c)^2 + b^2\} + (a^2 + b^2) + 4c^2$$

$$= 2a^2 + 2ac + 2b^2 + 5c^2$$

따라서 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{AE}^2 + 4\overline{DE}^2$ 이 성립한다.

$$\therefore (가) (-2c, 0) \quad (나) (-c, 0) \quad (다) (a+2c)^2 \quad (라) (a+c)^2$$

9 $\overline{AB}$ 를 1:2로 내분하는 점 P의 좌표는

$$\left(\frac{1 \times 3 + 2 \times (-3)}{1+2}, \frac{1 \times (-2) + 2 \times 7}{1+2} \right)$$

$\therefore P(-1, 4)$

1. $\overline{AB}$ 를 1:2로 외분하는 점 Q의 좌표는

$$\left(\frac{1 \times 3 - 2 \times (-3)}{1-2}, \frac{1 \times (-2) - 2 \times 7}{1-2} \right)$$

$\therefore Q(-9, 16)$

2. $\overline{AB}$ 의 중점 M의 좌표는

$$\left(\frac{-3+3}{2}, \frac{7-2}{2} \right)$$

$\therefore M\left(0, \frac{5}{2}\right)$

3. 1, 2에서 $P(-1, 4)$, $Q(-9, 16)$ 이므로

$$PQ = \sqrt{(-9+1)^2 + (16-4)^2} = 4\sqrt{13}$$

따라서 보기 중 옳은 것은 1, 2이다.

10 $\overline{AB}$ 를 1:2로 내분하는 점의 좌표가 $(0, 1)$ 이므로

$$\frac{1 \times (b+1) + 2 \times 2}{1+2} = 0, \frac{1 \times 3 + 2 \times (-2+a)}{1+2} = 1$$

$\therefore a=2, b=-5$

따라서 $B(-4, 3)$, $C(4, -5)$ 이므로 $\overline{BC}$ 를 1:2로 외분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{1 \times 4 - 2 \times (-4)}{1-2}, \frac{1 \times (-5) - 2 \times 3}{1-2} \right)$$

$\therefore (-12, 11)$

11 $\overline{AB}$ 를 $m:n$ 으로 내분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{3m-n}{m+n}, \frac{-m+4n}{m+n} \right)$$

이 점이 y 축 위에 있으므로

$$\frac{3m-n}{m+n} = 0, 3m-n=0 \quad \therefore 3m=n$$

$\therefore m:n=1:3$

따라서 서로소인 자연수 m, n 의 값은 $m=1, n=3$

$\therefore mn=3$

12 $t:(1-t)$ 에서 $t>0, 1-t>0$ 이므로

$0 < t < 1$ ㉠

$\overline{AB}$ 를 $t:(1-t)$ 로 내분하는 점의 좌표를 구하면

$$(x\text{좌표}) = \frac{t \times 5 + (1-t) \times (-3)}{t + (1-t)} = 8t - 3$$

$$(y\text{좌표}) = \frac{t \times (-1) + (1-t) \times 4}{t + (1-t)} = -5t + 4$$

$\therefore (8t-3, -5t+4)$

이 점이 제1사분면 위에 있으려면

$$8t-3 > 0, -5t+4 > 0$$

$\therefore \frac{3}{8} < t < \frac{4}{5}$ ㉡

㉠, ㉡을 동시에 만족하는 t 의 값의 범위는 $\frac{3}{8} < t < \frac{4}{5}$

따라서 $\alpha = \frac{3}{8}, \beta = \frac{4}{5}$ 이므로 $\alpha\beta = \frac{3}{10}$

13 $\overline{AB}$ 를 1:k로 외분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{1 \times 0 - k \times (-2)}{1-k}, \frac{1 \times 7 - k \times 0}{1-k} \right)$$

$$\therefore \left(\frac{2k}{1-k}, \frac{7}{1-k} \right)$$

이 점이 직선 $x-y=3$ 위에 있으므로

$$\frac{2k}{1-k} - \frac{7}{1-k} = 3, 2k-7=3(1-k) \quad \therefore k=2$$

14 $4\overline{AB}=\overline{BP}$ 에서 $\overline{AB}:\overline{BP}=1:4$

(i) 오른쪽 그림에서 점 P는 $\overline{AB}$ 를

5:4로 외분하는 점이므로 점 P

의 좌표는

$$\left(\frac{5 \times 6 - 4 \times 2}{5-4}, \frac{5 \times 3 - 4 \times (-1)}{5-4} \right)$$

$\therefore P(22, 19)$

(ii) 오른쪽 그림에서 점 P는 $\overline{AB}$ 를

3:4로 외분하는 점이므로 점 P

의 좌표는

$$\left(\frac{3 \times 6 - 4 \times 2}{3-4}, \frac{3 \times 3 - 4 \times (-1)}{3-4} \right)$$

$\therefore P(-10, -13)$

(i), (ii)에 의하여 $P(22, 19)$ 또는 $P(-10, -13)$

다른 풀이

점 P의 좌표를 $P(a, b)$ 라고 하면

(i) 오른쪽 그림에서 점 B는 $\overline{AP}$ 를

1:4로 내분하는 점이므로

$$\frac{1 \times a + 4 \times 2}{1+4} = 6$$

$$\frac{1 \times b + 4 \times (-1)}{1+4} = 3$$

$\therefore a=22, b=19 \quad \therefore P(22, 19)$

(ii) 오른쪽 그림에서 점 A는 $\overline{PB}$ 를

3:1로 내분하는 점이므로

$$\frac{3 \times 6 + 1 \times a}{3+1} = 2,$$

$$\frac{3 \times 3 + 1 \times b}{3+1} = -1$$

$\therefore a=-10, b=-13 \quad \therefore P(-10, -13)$

(i), (ii)에 의하여 $P(22, 19)$ 또는 $P(-10, -13)$

15 두 점 C, D의 좌표를 $C(a, b)$, $D(c, d)$ 라고 하면 두 대

각선 AC, BD의 교점은 $\overline{AC}$ 의 중점과 일치하므로

$$2 = \frac{5+a}{2}, -1 = \frac{1+b}{2} \quad \therefore a=-1, b=-3$$

$\therefore C(-1, -3)$

두 대각선 AC, BD의 교점은 $\overline{BD}$ 의 중점과 일치하므로

$$2 = \frac{-3+c}{2}, -1 = \frac{4+d}{2} \quad \therefore c=7, d=-6$$

$\therefore D(7, -6)$

따라서 $\overline{CD}$ 의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{-1+7}{2}, \frac{-3-6}{2} \right) \quad \therefore \left(3, -\frac{9}{2} \right)$$

- 16 두 대각선 AC, BD의 중점이 일치하므로

$$\frac{a+7}{2} = \frac{3+b}{2}$$

$$\therefore a-b=-4 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\text{또 } \overline{AB}=\overline{BC} \text{이므로 } \overline{AB}^2=\overline{BC}^2$$

$$(a-3)^2+(1-5)^2=(3-7)^2+(5-3)^2$$

$$a^2-6a+5=0, (a-1)(a-5)=0$$

$$\therefore a=1 \text{ 또는 } a=5$$

$$\text{그런데 } a>3 \text{이므로 } a=5$$

$$a=5 \text{를 } \textcircled{1} \text{에 대입하면 } b=9$$

$$\therefore a+b=14$$

- 17 두 점 B, C의 좌표를 B(a, b), C(c, d)라고 하면 $\overline{BC}$ 의 중점의 좌표가 (-1, 2)이므로

$$\frac{a+c}{2} = -1, \frac{b+d}{2} = 2$$

$$\therefore a+c=-2, b+d=4$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 무게중심 G의 좌표를 구하면

$$\frac{2+a+c}{3} = \frac{2-2}{3} = 0$$

$$\frac{5+b+d}{3} = \frac{5+4}{3} = 3$$

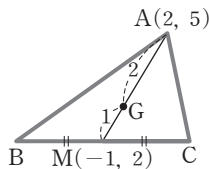
$$\therefore G(0, 3)$$

다른 풀이

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M이라고 할 때, 무게중심 G는 $\overline{AM}$ 을 2:1로 내분하는 점이므로 점 G의 좌표는

$$\left(\frac{2 \times (-1) + 1 \times 2}{2+1}, \frac{2 \times 2 + 1 \times 5}{2+1} \right)$$

$$\therefore G(0, 3)$$



- 18 오른쪽 그림에서 두 점 A, B의 좌표를 A(a, a), B(4b, -b)라고 하면 $\triangle OAB$ 의 무게중심의 좌표가 $(2, \frac{1}{3})$ 이므로

$$\frac{0+a+4b}{3} = 2$$

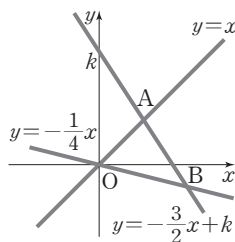
$$\frac{0+a-b}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore a+4b=6, a-b=1$$

$$\text{두 식을 연립하여 풀면 } a=2, b=1$$

$$\text{따라서 직선 } y=-\frac{3}{2}x+k \text{는 점 } A(2, 2) \text{를 지나므로}$$

$$2=-3+k \quad \therefore k=5$$



- 19 점 P(a, b)라고 하면

$$\overline{AP}^2 = (a-1)^2 + (b+4)^2 = a^2 + b^2 - 2a + 8b + 17$$

$$\overline{BP}^2 = (a+2)^2 + (b-1)^2 = a^2 + b^2 + 4a - 2b + 5$$

$$\overline{CP}^2 = (a-4)^2 + (b+3)^2 = a^2 + b^2 - 8a + 6b + 25$$

$$\therefore \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2 = 3a^2 + 3b^2 - 6a + 12b + 47$$

$$= 3(a-1)^2 + 3(b+2)^2 + 32$$

따라서 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$ 은 $a=1, b=-2$ 일 때 최솟값이 32이므로

$$P(1, -2)$$

다른 풀이

$\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$ 의 값이 최소가 되도록 하는 점 P는

$\triangle ABC$ 의 무게중심이므로 점 P의 좌표는

$$\left(\frac{1-2+4}{3}, \frac{-4+1-3}{3} \right)$$

$$\therefore P(1, -2)$$

- 20 삼각형의 내각의 이등분선의 성질에 의하여

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$$

선분 AB의 길이와 선분 AC의 길이를 각각 구하면

$$\overline{AB} = \sqrt{(1+3)^2 + (4+4)^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(1-5)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\therefore \overline{BD} : \overline{DC} = \overline{AB} : \overline{AC}$$

$$= 4\sqrt{5} : 2\sqrt{5} = 2 : 1$$

따라서 점 D(a, b)는 $\overline{BC}$ 를 2:1로 내분하는 점이므로

$$a = \frac{2 \times 5 + 1 \times (-3)}{2+1} = \frac{7}{3}$$

$$b = \frac{2 \times 2 + 1 \times (-4)}{2+1} = 0$$

$$\therefore 3(a+b)=7$$

- 21 오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABP$

와 $\triangle APC$ 에서 각각의 밑변

$\overline{BP}$, $\overline{PC}$ 에 대한 높이가 같

으므로 그 높이를 h라고 하

면 $\triangle ABP : \triangle APC = 3 : 4$

에서

$$\left(\frac{1}{2} \times \overline{BP} \times h \right) : \left(\frac{1}{2} \times \overline{PC} \times h \right) = 3 : 4$$

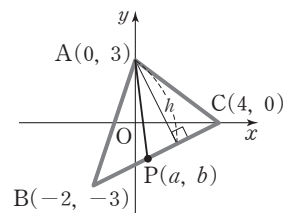
$$\therefore \overline{BP} : \overline{PC} = 3 : 4$$

즉, 점 P(a, b)는 $\overline{BC}$ 를 3:4로 내분하는 점이므로

$$a = \frac{3 \times 4 + 4 \times (-2)}{3+4} = \frac{4}{7}$$

$$b = \frac{3 \times 0 + 4 \times (-3)}{3+4} = -\frac{12}{7}$$

$$\therefore a-b = \frac{16}{7}$$



- 22 오른쪽 그림과 같이 A 쇼핑

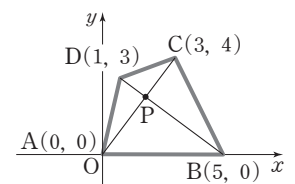
몰을 원점으로 하고, 직선

AB를 x축으로 하여 A, B,

C, D 쇼핑몰을 좌표평면 위

에 놓을 때, 각 쇼핑몰이 있

는 점을 A, B, C, D라고 하면 네 점 A, B, C, D의 좌



표는 A(0, 0), B(5, 0), C(3, 4), D(1, 3)

이때 물류창고가 있는 점을 P라고 하면 $\overline{PA} + \overline{PC}$ 의 값은 점 P가 $\overline{AC}$ 위에 있을 때 최소이고, $\overline{PB} + \overline{PD}$ 의 값은 점 P가 $\overline{BD}$ 위에 있을 때 최소이다.

즉, 점 P는 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ 의 교점이여야 한다.

이때 $\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC} + \overline{PD}$ 의 최솟값은 $\overline{AC} + \overline{BD}$ 와 같으므로

$$\overline{AC} + \overline{BD} = \sqrt{3^2 + 4^2} + \sqrt{(1-5)^2 + (3-0)^2} = 10$$

따라서 각 쇼핑몰에서 물류창고까지의 직선 거리의 합은 10 km이다.

23 세 점 A, B, C의 좌표를 A(x_1 , y_1), B(x_2 , y_2), C(x_3 , y_3)이라고 하자.

점 P(3, 1)은 $\overline{AB}$ 를 2 : 1로 내분하는 점이므로

$$\frac{2x_2 + x_1}{2+1} = 3, \quad \frac{2y_2 + y_1}{2+1} = 1$$

$$\therefore 2x_2 + x_1 = 9, \quad 2y_2 + y_1 = 3 \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

점 Q(-1, 6)은 $\overline{BC}$ 를 2 : 1로 내분하는 점이므로

$$\frac{2x_3 + x_2}{2+1} = -1, \quad \frac{2y_3 + y_2}{2+1} = 6$$

$$\therefore 2x_3 + x_2 = -3, \quad 2y_3 + y_2 = 18 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

점 R(4, 5)는 $\overline{CA}$ 를 2 : 1로 내분하는 점이므로

$$\frac{2x_1 + x_3}{2+1} = 4, \quad \frac{2y_1 + y_3}{2+1} = 5$$

$$\therefore 2x_1 + x_3 = 12, \quad 2y_1 + y_3 = 15 \quad \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢에서

$$3(x_1 + x_2 + x_3) = 18, \quad 3(y_1 + y_2 + y_3) = 36$$

$$\therefore x_1 + x_2 + x_3 = 6, \quad y_1 + y_2 + y_3 = 12$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표를 구하면

$$(x\text{좌표}) = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

$$(y\text{좌표}) = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

$$\therefore (2, 4)$$

다른 풀이

$\triangle ABC$ 의 무게중심과 $\triangle PQR$ 의 무게중심은 일치하므로 구하는 무게중심의 좌표는

$$\left(\frac{3-1+4}{3}, \frac{1+6+5}{3} \right)$$

$$\therefore (2, 4)$$

24 (1) 점 P는 직선 $x+y=2$, 즉 $y=-x+2$ 위의 점이므로 점 P의 좌표를 P(a , $-a+2$)라고 하면

$$\overline{AP} = \overline{BP} \text{이므로 } \overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$$

$$(a-0)^2 + \{(-a+2)-6\}^2 = (a-2)^2 + \{(-a+2)-2\}^2$$

$$12a = -12 \quad \therefore a = -1$$

$$\therefore P(-1, 3) \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

점 Q는 x 축 위의 점이므로 점 Q의 좌표를 Q(b , 0)이라고 하면

$$\overline{AQ} = \overline{BQ} \text{이므로 } \overline{AQ}^2 = \overline{BQ}^2$$

$$(b-0)^2 + (0-6)^2 = (b-2)^2 + (0-2)^2$$

$$4b = -28 \quad \therefore b = -7$$

$$\therefore Q(-7, 0) \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

(2) 두 점 P, Q의 좌표는 P(-1, 3), Q(-7, 0)이므로

$$\overline{PQ} = \sqrt{\{-7-(-1)\}^2 + \{0-3\}^2} = 3\sqrt{5} \quad \cdots \textcircled{㉢}$$

채점 기준	배점
(가) 점 P의 좌표를 구한다.	2점
(나) 점 Q의 좌표를 구한다.	2점
(다) 선분 PQ의 길이를 구한다.	2점

25 $\overline{BC}$ 의 중점을 M이라 하고, 정삼각형 ABC의 한 변의 길이를 a 라고 하자.

$$\overline{AG} : \overline{GM} = 2 : 1 \text{이므로}$$

$$\overline{AG} = \frac{2}{3} \overline{AM}$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{3} a \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\text{이때 } \overline{AG} = \sqrt{(3+1)^2 + (2+1)^2} = 5 \text{이므로} \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} a = 5 \quad \therefore a = 5\sqrt{3} \quad \cdots \textcircled{㉢}$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times (5\sqrt{3})^2 = \frac{75\sqrt{3}}{4} \quad \cdots \textcircled{㉣}$$

채점 기준	배점
(가) 정삼각형 ABC의 한 변의 길이를 a 로 놓고, $\overline{AG}$ 를 a 에 관한 식으로 나타낸다.	2점
(나) 선분 AG의 길이를 구한다.	1점
(다) a 의 값을 구한다.	2점
(라) $\triangle ABC$ 의 넓이를 구한다.	2점

26 두 점 B, C의 좌표를 B(a , b), C(c , d)라고 하면

$\overline{AB}$ 의 중점 M의 좌표가 M(2, 0)이므로

$$\frac{7+a}{2} = 2, \quad \frac{5+b}{2} = 0$$

$$\therefore a = -3, \quad b = -5$$

$$\therefore B(-3, -5) \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

또 $\triangle ABC$ 의 무게중심 G의 좌표가 G(3, 2)이므로

$$\frac{7-3+c}{3} = 3, \quad \frac{5-5+d}{3} = 2$$

$$\therefore c = 5, \quad d = 6$$

$$\therefore C(5, 6) \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

따라서 $\overline{BC}$ 를 1 : 3으로 외분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{1 \times 5 - 3 \times (-3)}{1-3}, \frac{1 \times 6 - 3 \times (-5)}{1-3} \right)$$

$$\therefore \left(-7, -\frac{21}{2} \right) \quad \cdots \textcircled{㉢}$$

채점 기준	배점
(가) 점 B의 좌표를 구한다.	2점
(나) 점 C의 좌표를 구한다.	2점
(다) $\overline{BC}$ 를 1 : 3으로 외분하는 점의 좌표를 구한다.	2점

확인 문제

p. 84

- 1 구하는 직선의 방정식은
 $y-4=3\{x-(-2)\} \quad \therefore y=3x+10$
- 2 주어진 식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립하려면
 $x-3y-3=0, 3x-2y+5=0$
 두 식을 연립하여 풀면 $x=-3, y=-2$
 따라서 구하는 점의 좌표는 $(-3, -2)$

핵심
유형+

교/과/서/속

답은 풀 문제

p. 85

- 1 (1) 구하는 직선의 방정식은
 $y-(-5)=\frac{5-(-5)}{-1-4}(x-4) \quad \therefore y=-2x+3$
- (2) 두 점의 x 좌표가 2로 같으므로 구하는 직선의 방정식은
 $x=2$
- (3) 점 $(9, -3)$ 을 지나고 x 축에 평행하면 y 좌표가 일정
 하므로 구하는 직선의 방정식은 $y=-3$
- (4) 구하는 직선의 방정식은
 $\frac{x}{5}+\frac{y}{-1}=1 \quad \therefore y=\frac{1}{5}x-1$
- 2 (1) 구하는 직선의 방정식은
 $y-(-3)=\frac{5-(-3)}{3-1}(x-1) \quad \therefore y=4x-7$
- (2) 두 점의 y 좌표가 6으로 같으므로 구하는 직선의 방정식은
 $y=6$
- (3) 점 $(-7, 2)$ 를 지나고 x 축에 수직이면 x 좌표가 일정
 하므로 구하는 직선의 방정식은 $x=-7$
- (4) 구하는 직선의 방정식은
 $\frac{x}{-2}+\frac{y}{-4}=1 \quad \therefore y=-2x-4$
- 3 세 점이 한 직선 위에 있으려면 직선 AB의 기울기와 직선 BC의 기울기가 같아야 하므로
 $\frac{2-(2k+5)}{1-(-2)}=\frac{-7-2}{4-1}$
 $\frac{-2k-3}{3}=-3 \quad \therefore k=3$
- 다른 풀이**
 두 점 B(1, 2), C(4, -7)을 지나는 직선의 방정식은
 $y-2=\frac{-7-2}{4-1}(x-1) \quad \therefore y=-3x+5 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$
 세 점 A, B, C가 한 직선 위에 있으려면 점 A가 직선 $\textcircled{1}$
 위에 있어야 하므로
 $2k+5=-3 \times (-2)+5 \quad \therefore k=3$

- 4 세 점이 한 직선 위에 있으려면 직선 AB의 기울기와 직선 BC의 기울기가 같아야 하므로

$$\frac{7-k}{3-1}=\frac{11-7}{(k+2)-3}, \quad \frac{7-k}{2}=\frac{4}{k-1}$$

$$(7-k)(k-1)=8, \quad k^2-8k+15=0$$

$$(k-3)(k-5)=0 \quad \therefore k=3 \text{ 또는 } k=5$$

- 5 주어진 식을 k 에 대하여 정리하면
 $(x+2y-9)+k(3x+y-2)=0$
 이 식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립하려면
 $x+2y-9=0, 3x+y-2=0$
 두 식을 연립하여 풀면 $x=-1, y=5$
 따라서 구하는 점의 좌표는 $(-1, 5)$

- 6 주어진 식을 k 에 대하여 정리하면
 $(2x-3y-1)+k(-x+5y-3)=0$
 이 식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립하려면
 $2x-3y-1=0, -x+5y-3=0$
 두 식을 연립하여 풀면 $x=2, y=1$
 따라서 구하는 점의 좌표는 $(2, 1)$
- 7 주어진 두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식은
 $(x-y+4)+k(3x-y+2)=0$ (단, k 는 실수)
 이 직선이 원점을 지나므로
 $(0-0+4)+k(0-0+2)=0 \quad \therefore k=-2$
 따라서 구하는 직선의 방정식은
 $(x-y+4)-2(3x-y+2)=0 \quad \therefore 5x-y=0$

다른 풀이

주어진 두 직선의 방정식을 연립하여 풀면 $x=1, y=5$
 따라서 두 직선의 교점의 좌표는 $(1, 5)$
 원점과 점 $(1, 5)$ 를 지나는 직선의 방정식은
 $y=5x \quad \therefore 5x-y=0$

- 8 주어진 두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식은
 $(x-2y-3)+k(3x+y+5)=0$ (단, k 는 실수)
 이 직선이 점 $(2, -3)$ 을 지나므로
 $(2+6-3)+k(6-3+5)=0 \quad \therefore k=-\frac{5}{8}$
 따라서 구하는 직선의 방정식은
 $(x-2y-3)-\frac{5}{8}(3x+y+5)=0$
 $\therefore x+3y+7=0$

다른 풀이

주어진 두 직선의 방정식을 연립하여 풀면
 $x=-1, y=-2$
 따라서 두 직선의 교점의 좌표는 $(-1, -2)$
 두 점 $(-1, -2), (2, -3)$ 을 지나는 직선의 방정식은
 $y-(-2)=\frac{-3-(-2)}{2-(-1)}\{x-(-1)\}$
 $\therefore x+3y+7=0$

확인 문제

p. 86

- 1 (1) $\frac{2}{1} = \frac{2}{1} \neq \frac{-5}{-4}$ 이므로 두 직선은 평행하다.
 (2) $4 \times 1 + 1 \times (-4) = 0$ 이므로 두 직선은 수직이다.
 (3) $\frac{3}{-1} = \frac{-3}{1} = \frac{-6}{2}$ 이므로 두 직선은 일치한다.
 (4) $\frac{2}{1} \neq \frac{-1}{-1}$ 이므로 두 직선은 한 점에서 만난다.

- 2 (1) $\frac{|1 \times (-1) + 2 \times (-2) - 5|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$
 (2) $\frac{|1 \times 0 + 2 \times 0 - 5|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$

교/과/서/속

핵심
유형+

뎡은꼴 문제

p. 87

- 1 (1) 두 직선이 평행하려면
 $\frac{2a-1}{a} = \frac{1}{-1} \neq \frac{1}{3}$
 $\frac{2a-1}{a} = \frac{1}{-1}$ 에서 $-(2a-1)=a$
 $\therefore a = \frac{1}{3}$
 (2) 두 직선이 수직이라면
 $(2a-1) \times a + 1 \times (-1) = 0$
 $2a^2 - a - 1 = 0, (2a+1)(a-1) = 0$
 $\therefore a = -\frac{1}{2}$ 또는 $a = 1$

- 2 (1) 두 직선이 평행하려면
 $\frac{1}{a} = \frac{-(a-3)}{-4} \neq \frac{1}{4}$
 (i) $\frac{1}{a} = \frac{-(a-3)}{-4}$ 에서 $4 = a(a-3)$
 $a^2 - 3a - 4 = 0, (a+1)(a-4) = 0$
 $\therefore a = -1$ 또는 $a = 4$
 (ii) $\frac{1}{a} \neq \frac{1}{4}$ 에서 $a \neq 4$
 (i), (ii)에 의하여 $a = -1$

- (2) 두 직선이 수직이라면
 $1 \times a + \{-(a-3)\} \times (-4) = 0$
 $5a = 12 \quad \therefore a = \frac{12}{5}$

- 3 직선 $2x - y + 3 = 0$, 즉 $y = 2x + 3$ 에 평행한 직선의 기울기는 2이다.
 따라서 구하는 직선은 기울기가 2이고 점 (1, 3)을 지나므로 이 직선의 방정식은
 $y - 3 = 2(x - 1) \quad \therefore y = 2x + 1$

- 4 직선 $x - 3y + 1 = 0$, 즉 $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$ 에 수직인 직선의 기울기는 -3이다.

따라서 구하는 직선은 기울기가 -3이고 점 (6, -5)를 지나므로 이 직선의 방정식은

$$y - (-5) = -3(x - 6) \quad \therefore y = -3x + 13$$

- 5 직선 AB의 기울기는 $\frac{2-4}{5-(-3)} = -\frac{1}{4}$ 이므로 $\overline{AB}$ 를 수직이등분하는 직선의 기울기는 4이다.

또 $\overline{AB}$ 의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{-3+5}{2}, \frac{4+2}{2}\right) \quad \therefore (1, 3)$$

따라서 구하는 직선은 기울기가 4이고 점 (1, 3)을 지나므로 이 직선의 방정식은

$$y - 3 = 4(x - 1) \quad \therefore y = 4x - 1$$

- 6 직선 $2x - y - 4 = 0$ 의 x 절편은 2, y 절편은 -4이므로 A(2, 0), B(0, -4)
 직선 AB, 즉 $2x - y - 4 = 0$ 의 기울기는 2이므로 $\overline{AB}$ 를 수직이등분하는 직선의 기울기는 $-\frac{1}{2}$ 이다.

또 $\overline{AB}$ 의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{2+0}{2}, \frac{0-4}{2}\right) \quad \therefore (1, -2)$$

따라서 구하는 직선은 기울기가 $-\frac{1}{2}$ 이고 점 (1, -2)를 지나므로 이 직선의 방정식은

$$y - (-2) = -\frac{1}{2}(x - 1) \quad \therefore y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$$

- 7 구하는 직선의 기울기를 m 이라고 하면 이 직선의 방정식은 $y = mx \quad \therefore mx - y = 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$

점 (1, 2)와 직선 $\textcircled{1}$ 사이의 거리가 $\sqrt{5}$ 이므로

$$\frac{|m-2|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = \sqrt{5}, |m-2| = \sqrt{5(m^2+1)}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$4m^2 + 4m + 1 = 0, (2m+1)^2 = 0 \quad \therefore m = -\frac{1}{2}$$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $x + 2y = 0$

- 8 직선 $3x - 4y - 2 = 0$, 즉 $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$ 에 수직인 직선의 기울기는 $-\frac{4}{3}$ 이다.

이때 구하는 직선의 y 절편을 b 라고 하면 이 직선의 방정식은

$$y = -\frac{4}{3}x + b \quad \therefore 4x + 3y - 3b = 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

원점과 직선 $\textcircled{1}$ 사이의 거리가 3이므로

$$\frac{|-3b|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 3, |-3b| = 15 \quad \therefore b = -5 \text{ 또는 } b = 5$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$4x + 3y + 15 = 0 \text{ 또는 } 4x + 3y - 15 = 0$$

9 주어진 두 직선 사이의 거리는 직선 $3x-2y+2=0$ 위의 한 점 $(0, 1)$ 과 직선 $3x-2y+15=0$ 사이의 거리와 같으므로 $\frac{|3 \times 0 - 2 \times 1 + 15|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2}} = \frac{13}{\sqrt{13}}$

10 주어진 두 직선 사이의 거리는 직선 $x+7y-5=0$ 위의 한 점 $(5, 0)$ 과 직선 $x+7y+a=0$ 사이의 거리와 같으므로 $\frac{|5+7 \times 0+a|}{\sqrt{1^2+7^2}} = 2\sqrt{2}$, $|5+a|=20$
 $\therefore a=-25$ 또는 $a=15$

19~20강 **즉집게** 기출문제

p. 88~91

1 ㄴ, ㄷ	2 ④	3 ②	4 ③	5 ④
6 ①	7 5	8 ③	9 2	10 ⑤
11 ②	12 -8	13 3	14 ④	15 1
16 ⑤	17 ⑤	18 -1 또는 7	19 ①	
20 ②	21 $4x-y-3=0$ 또는 $8x-7y-1=0$			
22 $x-7y-1=0$ 또는 $7x+y+3=0$	23 ④			
24 ⑤	25 ②	26 $10x-3y-31=0$		
27 $(\frac{11}{5}, \frac{22}{5})$				
28 (1) $(-2, -1), (5, -2), (3, 4)$ (2) 20				

1 ㄱ. 두 점 $(-1, 3), (2, -3)$ 을 지나는 직선의 방정식은 $y-3 = \frac{-3-3}{2-(-1)}\{x-(-1)\}$
 $\therefore y = -2x+1$
 ㄴ. 구하는 직선은 기울기가 $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$ 이고, 점 $(\sqrt{3}, -1)$ 을 지나므로 직선의 방정식은 $y-(-1) = \sqrt{3}(x-\sqrt{3}) \therefore y = \sqrt{3}x-4$
 ㄷ. 두 점 $(4, 1), (4, -5)$ 의 x 좌표가 4로 같으므로 구하는 직선의 방정식은 $x=4$
 ㄹ. 점 $(-2, 7)$ 을 지나고 y 축에 수직이면 y 좌표가 일정하므로 구하는 직선의 방정식은 $y=7$
 따라서 보기 중 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

2 $a=3b$ 이므로 직선 l 의 방정식은 $\frac{x}{3b} + \frac{y}{b} = 1$
 이 직선이 점 $(3, 1)$ 을 지나므로 $\frac{3}{3b} + \frac{1}{b} = 1, \frac{2}{b} = 1 \therefore b=2$
 직선 $l: \frac{x}{6} + \frac{y}{2} = 1$, 즉 $y = -\frac{1}{3}x+2$ 의 기울기는 $-\frac{1}{3}$
 따라서 구하는 직선은 기울기가 $-\frac{1}{3}$ 이고 점 $(-7, 3)$ 을 지나므로 이 직선의 방정식은 $y-3 = -\frac{1}{3}\{x-(-7)\} \therefore x+3y-2=0$

3 세 점 A, B, C가 삼각형을 이루지 않으려면 세 점이 한 직선 위에 있어야 한다.

세 점이 한 직선 위에 있으려면 직선 AB의 기울기와 직선 BC의 기울기가 같아야 하므로

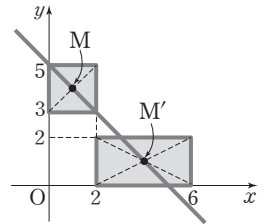
$$\frac{2-k}{-1-1} = \frac{8-2}{(k+1)-(-1)}, \frac{2-k}{-2} = \frac{6}{k+2}$$

$$(2-k)(k+2) = -12, k^2 = 16$$

$$\therefore k = -4 \text{ 또는 } k = 4$$

그런데 $k > 0$ 이므로 $k = 4$

4 두 직사각형의 넓이를 동시에 이등분하는 직선은 두 직사각형의 대각선의 교점을 지난다. 오른쪽 그림과 같이 두 직사각형의 대각선의 교점을 각각 M, M'이라고 하면 점 M은



두 점 $(0, 5), (2, 3)$ 을 이은 선분의 중점이므로

$$\frac{0+2}{2} = 1, \frac{5+3}{2} = 4 \therefore M(1, 4)$$

또 점 M'은 두 점 $(2, 2), (6, 0)$ 을 이은 선분의 중점이므로

$$\frac{2+6}{2} = 4, \frac{2+0}{2} = 1 \therefore M'(4, 1)$$

두 점 $M(1, 4), M'(4, 1)$ 을 지나는 직선의 방정식은

$$y-4 = \frac{1-4}{4-1}(x-1) \therefore x+y-5=0$$

따라서 $a=1, b=-5$ 이므로 $a-b=6$

5 직선 $ax+by+c=0$ 의 기울기는 $-\frac{a}{b}$, x 절편은 $-\frac{c}{a}$, y 절편은 $-\frac{c}{b}$ 이다.

ㄱ. $ac > 0$ 에서 $\frac{c}{a} > 0$ 이므로 $-\frac{c}{a} < 0$

$bc < 0$ 에서 $\frac{c}{b} < 0$ 이므로 $-\frac{c}{b} > 0$

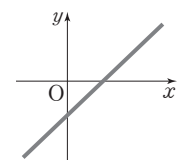
주어진 직선은 x 절편이 음수, y 절편이 양수이므로 오른쪽 그림과 같이 제1, 2, 3사분면을 지난다.



ㄴ. $ab < 0$ 에서 $\frac{a}{b} < 0$ 이므로 $-\frac{a}{b} > 0$

$bc > 0$ 에서 $\frac{c}{b} > 0$ 이므로 $-\frac{c}{b} < 0$

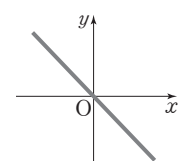
주어진 직선은 기울기가 양수, y 절편이 음수이므로 오른쪽 그림과 같이 제1, 3, 4사분면을 지난다.



ㄷ. $ab > 0$ 에서 $\frac{a}{b} > 0$ 이므로 $-\frac{a}{b} < 0$

$ab > 0, bc = 0$ 에서 $b \neq 0, c = 0$ 이므로 $-\frac{c}{b} = 0$

주어진 직선은 기울기가 음수, y 절편이 0이므로 위의 그림과 같이 제2, 4사분면을 지난다.



따라서 보기 중 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

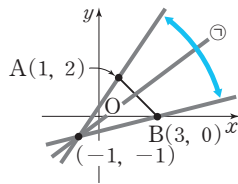
6 주어진 직선의 방정식을 a 에 대하여 정리하면

$$a(x+1)-y-1=0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

직선 $\textcircled{1}$ 은 a 의 값에 관계없이 항상 점 $(-1, -1)$ 을 지난다.

직선 $\textcircled{1}$ 이 두 점 $A(1, 2), B(3, 0)$

을 이은 선분과 한 점에서 만나기 위해서는 오른쪽 그림과 같이 두 점 A, B 를 지나거나 그 사이를 지나야 한다.



(i) 직선 $\textcircled{1}$ 이 점 $A(1, 2)$ 를 지날 때

$$a(1+1)-2-1=0, \quad 2a-3=0$$

$$\therefore a=\frac{3}{2}$$

(ii) 직선 $\textcircled{1}$ 이 점 $B(3, 0)$ 을 지날 때

$$a(3+1)-0-1=0, \quad 4a-1=0$$

$$\therefore a=\frac{1}{4}$$

(i), (ii)에 의하여 $\frac{1}{4} \leq a \leq \frac{3}{2}$

따라서 $M=\frac{3}{2}, m=\frac{1}{4}$ 이므로

$$M-m=\frac{5}{4}$$

7 주어진 직선의 방정식을 k 에 대하여 정리하면

$$(x-2)k-y+3=0$$

이 직선은 k 의 값에 관계없이 항상 점 $(2, 3)$ 을 지난다.

따라서 점 $A(2, 3)$ 을 지나고 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하는 직선은 $\overline{BC}$ 의 중점을 지나는 직선이다.

$\overline{BC}$ 의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{-2+4}{2}, \frac{-1-3}{2}\right) \quad \therefore (1, -2)$$

직선 $y=kx-2k+3$ 이 점 $(1, -2)$ 를 지나므로

$$-2=k-2k+3 \quad \therefore k=5$$

8 주어진 두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$$(x+y+1)+k(3x+2y-1)=0 \quad (\text{단, } k \text{는 실수})$$

이 직선이 점 $(1, 2)$ 를 지나므로

$$(1+2+1)+k(3+4-1)=0$$

$$4+6k=0 \quad \therefore k=-\frac{2}{3}$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$(x+y+1)-\frac{2}{3}(3x+2y-1)=0$$

$$\therefore 3x+y-5=0$$

다른 풀이

주어진 두 직선의 방정식을 연립하여 풀면

$$x=3, y=-4$$

따라서 두 직선의 교점의 좌표는 $(3, -4)$

두 점 $(3, -4), (1, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$$y-(-4)=\frac{2-(-4)}{1-3}(x-3)$$

$$\therefore 3x+y-5=0$$

9 두 직선 $x+ay-1=0, x-by+1=0$ 이 서로 수직이므로

$$1 \times 1 + a \times (-b) = 0 \quad \therefore ab=1 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또 두 직선 $x+ay-1=0, x-(b-2)y+1=0$ 이 서로 평행하므로

$$\frac{1}{1} = \frac{a}{-(b-2)} \neq \frac{-1}{1}$$

$$\frac{1}{1} = \frac{a}{-(b-2)} \text{에서 } -(b-2)=a$$

$$\therefore a+b=2 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

따라서 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에 의하여

$$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=2^2-2 \times 1=2$$

10 두 점 $(2, 1), (3, 4)$ 를 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{4-1}{3-2}=3$$

따라서 구하는 직선은 기울기가 3이고 점 $(-1, 2)$ 를 지나므로 이 직선의 방정식은

$$y-2=3\{x-(-1)\} \quad \therefore y=3x+5$$

따라서 $a=3, b=5$ 이므로 $ab=15$

11 주어진 두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$$(2x-y-1)+k(x-3y+2)=0 \quad (\text{단, } k \text{는 실수})$$

$$\therefore (2+k)x+(-1-3k)y-1+2k=0$$

이 직선과 직선 $2x-3y+1=0$ 이 서로 수직이므로

$$(2+k) \times 2 + (-1-3k) \times (-3) = 0 \quad \therefore k = -\frac{7}{11}$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$(2x-y-1)-\frac{7}{11}(x-3y+2)=0 \quad \therefore 3x+2y-5=0$$

다른 풀이

주어진 두 직선의 방정식을 연립하여 풀면 $x=1, y=1$

즉, 두 직선의 교점의 좌표는 $(1, 1)$

직선 $2x-3y+1=0$, 즉 $y=\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$ 에 수직인 직선의 기울기는 $-\frac{3}{2}$ 이다.

따라서 구하는 직선은 기울기가 $-\frac{3}{2}$ 이고 점 $(1, 1)$ 을 지나므로 이 직선의 방정식은

$$y-1=-\frac{3}{2}(x-1) \quad \therefore 3x+2y-5=0$$

12 $\overline{AB}$ 의 중점의 좌표는 $\left(\frac{a+1}{2}, \frac{-7+b}{2}\right)$

이 점은 직선 $x+3y+4=0$ 위에 있으므로

$$\frac{a+1}{2}+3 \times \frac{-7+b}{2}+4=0 \quad \therefore a+3b=12 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또 직선 $x+3y+4=0$, 즉 $y=-\frac{1}{3}x-\frac{4}{3}$ 의 기울기는 $-\frac{1}{3}$

이므로 직선 AB 의 기울기는 3이다.

$$\therefore \frac{b-(-7)}{1-a}=3 \quad \therefore 3a+b=-4 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a=-3, b=5$

$$\therefore a-b=-8$$

13 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점

A를 지나고 BC에 수직인 직선을 l_1 , 꼭짓점 B를 지나고 AC에 수직인 직선을 l_2 라고 하면 두 직선 l_1, l_2 의

교점은 $\triangle ABC$ 의 각 꼭짓점에서 그 대변에 내린 세 수선의 교점과 일치한다.

이때 직선 l_1 의 방정식은 $x=0$ ㉠

직선 AC의 기울기는 $\frac{0-4}{6-0}=-\frac{2}{3}$

따라서 직선 l_2 는 기울기가 $\frac{3}{2}$ 이고 점 B(-2, 0)을 지나

므로 직선 l_2 의 방정식은 $y=\frac{3}{2}x+3$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=0, y=3$

즉, 구하는 교점의 좌표는 (0, 3)이므로

$a=0, b=3 \therefore a+b=3$

14 주어진 세 직선의 방정식을 변형하면

$$y=x+1 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$y=-x-3 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$y=kx-k \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

세 직선이 삼각형을 이루지 않는 경우는 다음과 같다.

(i) 두 직선 ㉠, ㉢이 평행할 때, $k=1$

(ii) 두 직선 ㉡, ㉢이 평행할 때, $k=-1$

(iii) 세 직선이 한 점에서 만날 때

두 직선 ㉠, ㉡의 교점의 좌표는 (-2, -1)

이 점이 직선 ㉢ 위에 있어야 하므로

$$-1=-2k-k \quad \therefore k=\frac{1}{3}$$

(i), (ii), (iii)에 의하여 $k=1$ 또는 $k=-1$ 또는 $k=\frac{1}{3}$

따라서 모든 실수 k 의 값의 합은 $\frac{1}{3}$

15 직선 $ax+y-a+3=0$ 을 a 에 대하여 정리하면

$$a(x-1)+y+3=0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

직선 ㉠은 a 의 값에 관계없이 항상 점 (1, -3)을 지난다.

두 직선이 제1사분면에서 만나려면

오른쪽 그림과 같이 직선 ㉠이 점

(3, 0)을 지날 때와 직선

$x-3y-3=0$ 과 평행할 때의 사이

를 지나야 한다.

(i) 직선 ㉠이 점 (3, 0)을 지날 때

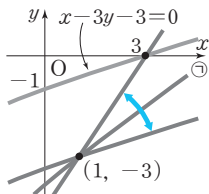
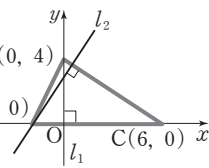
$$a(3-1)+0+3=0 \quad \therefore a=-\frac{3}{2}$$

(ii) 직선 ㉠이 직선 $x-3y-3=0$ 과 평행할 때

$$\frac{a}{1}=\frac{1}{-3} \neq \frac{-a+3}{-3} \quad \therefore a=-\frac{1}{3}$$

(i), (ii)에 의하여 $-\frac{3}{2} < a < -\frac{1}{3}$

따라서 $m=-\frac{3}{2}, n=-\frac{1}{3}$ 이므로 $2mn=1$



16 두 점 (-6, 4), (2, 8)을 지나는 직선의 방정식은

$$y-4=\frac{8-4}{2-(-6)}\{x-(-6)\}$$

$$\therefore x-2y+14=0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

따라서 점 (3, -4)와 직선 ㉠ 사이의 거리는

$$\frac{|3-2 \times (-4)+14|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\frac{25}{\sqrt{5}}=5\sqrt{5}$$

17 주어진 식을 k 에 대하여 정리하면

$$(-x+y+4)k+x+2y-1=0$$

이 식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$$-x+y+4=0, x+2y-1=0$$

두 식을 연립하여 풀면 $x=3, y=-1$

따라서 점 A의 좌표는 A(3, -1)

점 A(3, -1)과 직선 $2x-y+m=0$ 사이의 거리가 $\sqrt{5}$ 이므로

$$\frac{|2 \times 3 - (-1) + m|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \sqrt{5}, |7+m|=5$$

$$\therefore m=-12 \text{ 또는 } m=-2$$

따라서 모든 상수 m 의 값의 곱은 24

18 점 (1, -2)를 지나는 직선의 기울기를 m 이라고 하면 이 직선의 방정식은

$$y-(-2)=m(x-1)$$

$$\therefore mx-y-m-2=0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

점 (0, 1)과 직선 ㉠ 사이의 거리가 $\sqrt{2}$ 이므로

$$\frac{|-1-m-2|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=\sqrt{2}$$

$$|-m-3|=\sqrt{2(m^2+1)}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$m^2-6m-7=0, (m+1)(m-7)=0$$

$$\therefore m=-1 \text{ 또는 } m=7$$

따라서 구하는 직선의 기울기는 -1 또는 7

19 두 직선이 서로 평행하므로 $\frac{2}{1}=\frac{-4}{a} \neq \frac{3}{-1}$

$$\frac{2}{1}=\frac{-4}{a} \text{에서 } a=-2$$

두 직선 $2x-4y+3=0, x-2y-1=0$ 사이의 거리는 직

선 $x-2y-1=0$ 위의 한 점 (1, 0)과 직선

$2x-4y+3=0$ 사이의 거리와 같으므로

$$\frac{|2 \times 1 - 4 \times 0 + 3|}{\sqrt{2^2 + (-4)^2}} = \frac{5}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

다른 풀이

직선 $x+ay-1=0$ 을 a 에 대하여 정리하면

$$ay+x-1=0$$

이 직선은 a 의 값에 관계없이 항상 점 (1, 0)을 지난다.

따라서 구하는 거리는 점 (1, 0)과 직선 $2x-4y+3=0$

사이의 거리와 같으므로

$$\frac{|2 \times 1 - 4 \times 0 + 3|}{\sqrt{2^2 + (-4)^2}} = \frac{5}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

20 오른쪽 그림에서 선분 AB의

길이는 직선 $x+2y-2=0$
위의 한 점 $(2, 0)$ 과 직선
 $x+2y+3=0$ 사이의 거리
와 같으므로

$$\overline{AB} = \frac{|2+2 \times 0+3|}{\sqrt{1^2+2^2}} \\ = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

원점 O에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 H라고 하면
 $\triangle OAB$ 의 넓이가 2이므로

$$\frac{1}{2} \times \sqrt{5} \times \overline{OH} = 2 \quad \therefore \overline{OH} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$$

이때 직선 $x+2y-2=0$, 즉 $y=-\frac{1}{2}x+1$ 에 수직인 직선
 l 의 기울기는 2이다.

직선 l 의 y 절편을 b 라고 하면 직선 l 의 방정식은

$$y=2x+b \quad \therefore 2x-y+b=0$$

원점 O와 직선 l 사이의 거리는 선분 OH의 길이와 같으
므로

$$\frac{|b|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}, \quad |b|=4$$

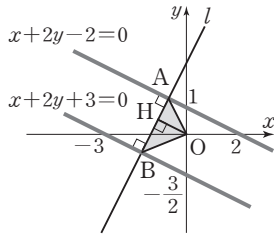
$$\therefore b=-4 \text{ 또는 } b=4$$

그런데 점 A는 제2사분면 위의 점이므로

$$b=4$$

따라서 구하는 직선 l 의 방정식은

$$2x-y+4=0$$



21 $\overline{PA}=\overline{PB}$ 를 만족하는 임의의 점 P의 좌표를 $P(x, y)$ 라고
하면

$$\frac{|2x-3y+1|}{\sqrt{2^2+(-3)^2}} = 2 \times \frac{|3x-2y-1|}{\sqrt{3^2+(-2)^2}}$$

$$\frac{|2x-3y+1|}{\sqrt{13}} = \frac{2|3x-2y-1|}{\sqrt{13}}$$

$$|2x-3y+1| = 2|3x-2y-1|$$

$$2x-3y+1 = \pm 2(3x-2y-1)$$

따라서 구하는 자취의 방정식은

$$4x-y-3=0 \text{ 또는 } 8x-7y-1=0$$

22 두 직선이 이루는 각의 이등분선 위의 임의의 점의 좌표를
 (x, y) 라고 하면 이 점에서 두 직선에 이르는 거리는 같으
므로

$$\frac{|3x+4y+2|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{|4x-3y+1|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}$$

$$\frac{|3x+4y+2|}{5} = \frac{|4x-3y+1|}{5}$$

$$|3x+4y+2| = |4x-3y+1|$$

$$3x+4y+2 = \pm(4x-3y+1)$$

따라서 구하는 각의 이등분선의 방정식은

$$x-7y-1=0 \text{ 또는 } 7x+y+3=0$$

23 오른쪽 그림과 같이 점 B에

서 x 축에 내린 수선의 발을
 B' 이라고 하면 점 B' 의 좌
표는 $B'(-2, 0)$

$\triangle ABC$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{B'C} = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$$

이때 직선 $y=a$ 가 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 각각 D, E라
고 하면 직선 $y=a$ 는 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하므로
 $\triangle ADE$ 의 넓이는 6

두 점 $A(2, 6)$, $B(-2, -2)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$$y-6 = \frac{-2-6}{-2-2}(x-2) \quad \therefore y=2x+2$$

이 직선과 직선 $y=a$ 의 교점 D의 좌표는

$$D\left(\frac{a-2}{2}, a\right)$$

또 두 점 $A(2, 6)$, $C(2, 0)$ 을 지나는 직선의 방정식은
 $x=2$ 이므로 이 직선과 직선 $y=a$ 의 교점 E의 좌표는

$$E(2, a)$$

$\triangle ADE$ 에서

$$\overline{DE} = 2 - \frac{a-2}{2} = \frac{-a+6}{2}$$

$$\overline{AE} = 6-a$$

따라서 $\triangle ADE$ 의 넓이는 6이므로

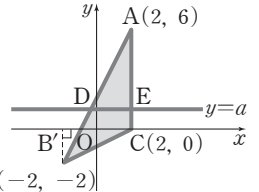
$$\frac{1}{2} \times \overline{DE} \times \overline{AE} = 6$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{-a+6}{2} \times (6-a) = 6$$

$$(6-a)^2 = 24, \quad a^2 - 12a + 12 = 0$$

$$\therefore a = 6 \pm 2\sqrt{6}$$

그런데 $-2 < a < 6$ 이므로 $a = 6 - 2\sqrt{6}$



24 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이므로 직선 AG는 선분 BC의 수직이
등분선이다.

이때 직선 AG의 기울기는 $\frac{5-4}{-1-1} = -\frac{1}{2}$ 이므로 직선 BC의
기울기는 2이다.

직선 BC의 방정식은 $ax-y+b=0$, 즉 $y=ax+b$ 이므로
 $a=2$

점 $G(-1, 5)$ 와 직선 $2x-y+b=0$ 사이의 거리 d 는

$$d = \frac{|-2-5+b|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}} = \frac{|-7+b|}{\sqrt{5}}$$

$$\overline{AG} = \sqrt{(-1-1)^2 + (5-4)^2} = \sqrt{5}$$

$$\overline{AG} : d = 2 : 1 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{5} : \frac{|-7+b|}{\sqrt{5}} = 2 : 1, \quad |-7+b| = \frac{5}{2}$$

$$\therefore b = \frac{9}{2} \text{ 또는 } b = \frac{19}{2}$$

그런데 $b = \frac{9}{2}$ 이면 점 G는 $\triangle ABC$ 의 외부에 존재하므로

$$b = \frac{19}{2}$$

$$\therefore ab = 19$$

25 주어진 두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$$(2x - y - 1) + k(x + 2y) = 0 \quad (\text{단, } k \text{는 실수})$$

$$\therefore (k+2)x + (2k-1)y - 1 = 0$$

이 직선과 원점 사이의 거리 d 는

$$d = \frac{|-1|}{\sqrt{(k+2)^2 + (2k-1)^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{5k^2 + 5}}$$

d 의 값이 최대가 되려면 $5k^2 + 5$ 의 값이 최소이어야 한다.

따라서 $k=0$ 일 때 $5k^2 + 5$ 의 값이 최소이므로 구하는 거리의 최댓값은 $\frac{\sqrt{5}}{5}$

다른 풀이

주어진 두 직선의 교점을 A 라고 하면 점 A 의 좌표는

$$A\left(\frac{2}{5}, -\frac{1}{5}\right)$$

점 A 를 지나는 직선을 l 이라고 하면 원점 O 와 직선 l 사이의 거리가 최대인 경우는 $\overline{OA} \perp l$ 일 때이고, 이때의 최댓값은 선분 OA 의 길이와 같다.

따라서 구하는 최댓값은

$$\sqrt{\left(\frac{2}{5}\right)^2 + \left(-\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

26 $\triangle APC$ 와 $\triangle PBC$ 에서 밑변을 각각 $\overline{AP}$, $\overline{PB}$ 라고 하고 높이를 h 라고 하자.

$$\triangle APC : \triangle PBC = 2 : 1 \text{에서}$$

$$\left(\frac{1}{2} \times \overline{AP} \times h\right) : \left(\frac{1}{2} \times \overline{PB} \times h\right) = 2 : 1$$

$$\therefore \overline{AP} : \overline{PB} = 2 : 1 \quad \dots\dots (가)$$

즉, 점 P 는 $\overline{AB}$ 를 2 : 1로 내분하는 점이므로 점 P 의 좌표는

$$\left(\frac{2 \times 5 + 1 \times (-1)}{2+1}, \frac{2 \times (-1) + 1 \times 1}{2+1}\right)$$

$$\therefore P\left(3, -\frac{1}{3}\right) \quad \dots\dots (나)$$

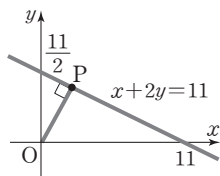
따라서 두 점 $C(4, 3)$, $P\left(3, -\frac{1}{3}\right)$ 을 지나는 직선의 방정식은

$$y - 3 = \frac{-\frac{1}{3} - 3}{3 - 4}(x - 4)$$

$$\therefore 10x - 3y - 31 = 0 \quad \dots\dots (다)$$

채점 기준	배점
(가) $\overline{AP} : \overline{PB}$ 를 구한다.	2점
(나) 점 P 의 좌표를 구한다.	2점
(다) 두 점 C, P 를 지나는 직선의 방정식을 구한다.	2점

27 직선 $x + 2y = 11$ 위의 점 중에서 원점과의 거리가 가장 가까운 점을 P 라고 하면 직선 OP 는 직선 $x + 2y = 11$ 과 수직이다. $\dots\dots (가)$



또 직선 $x + 2y = 11$, 즉 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{11}{2}$ 에 수직인 직선의 기울기는 2이다.

따라서 직선 OP 는 기울기가 2이고 원점 O 를 지나므로 직선의 방정식은 $y = 2x$ $\dots\dots (나)$

점 P 는 두 직선 $x + 2y = 11$ 과 $y = 2x$ 의 교점이므로 두 식을 연립하여 풀면

$$x = \frac{11}{5}, y = \frac{22}{5}$$

따라서 구하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{11}{5}, \frac{22}{5}\right) \quad \dots\dots (다)$$

채점 기준	배점
(가) 직선 $x + 2y = 11$ 위의 점 P 와 원점 사이의 거리가 가장 가까운 경우를 말한다.	1점
(나) 직선 OP 의 방정식을 구한다.	2점
(다) 점 P 의 좌표를 구한다.	2점

28 (1) $x - y + 1 = 0$ $\dots\dots ㉠$

$$x + 7y + 9 = 0 \quad \dots\dots ㉡$$

$$3x + y - 13 = 0 \quad \dots\dots ㉢$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$x = -2, y = -1$$

즉, 두 직선 ㉠, ㉡의 교점의 좌표는

$$(-2, -1)$$

㉡, ㉢을 연립하여 풀면

$$x = 5, y = -2$$

즉, 두 직선 ㉡, ㉢의 교점의 좌표는

$$(5, -2)$$

㉠, ㉢을 연립하여 풀면

$$x = 3, y = 4$$

즉, 두 직선 ㉠, ㉢의 교점의 좌표는

$$(3, 4)$$

따라서 삼각형의 세 꼭짓점의 좌표는

$$(-2, -1), (5, -2), (3, 4) \quad \dots\dots (가)$$

(2) 삼각형의 세 꼭짓점을 $A(-2, -1)$, $B(5, -2)$, $C(3, 4)$ 라고 하면

$$\overline{AB} = \sqrt{\{5 - (-2)\}^2 + \{-2 - (-1)\}^2} = 5\sqrt{2} \quad \dots\dots (나)$$

또 점 $C(3, 4)$ 와 직선 AB , 즉 $x + 7y + 9 = 0$ 사이의 거리를 h 라고 하면

$$h = \frac{|3 + 28 + 9|}{\sqrt{1^2 + 7^2}} = 4\sqrt{2} \quad \dots\dots (다)$$

따라서 구하는 삼각형의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times h = \frac{1}{2} \times 5\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} = 20 \quad \dots\dots (라)$$

채점 기준	배점
(가) 세 꼭짓점의 좌표를 구한다.	3점
(나) 삼각형의 밑변의 길이를 구한다.	2점
(다) 삼각형의 높이를 구한다.	2점
(라) 삼각형의 넓이를 구한다.	1점

21 강 원의 방정식

확인 문제

p. 92

- 1 중심의 좌표: (2, -1), 반지름의 길이: 2
- 2 (1) 주어진 원의 방정식을 변형하면 $(x-3)^2+y^2=9$
따라서 중심이 점 (3, 0)이고 반지름의 길이가 3인 원이다.
(2) 주어진 원의 방정식을 변형하면 $(x-1)^2+(y+5)^2=64$
따라서 중심이 점 (1, -5)이고 반지름의 길이가 8인 원이다.

핵심 유형 + 닳은꼴 문제

교/과/서/속

p. 93

- 1 (1) $(x-3)^2+y^2=1$
(2) x 축에 접하므로 반지름의 길이는 $|-5|=5$
따라서 구하는 원의 방정식은 $(x+2)^2+(y+5)^2=25$
(3) 반지름의 길이를 r 라고 하면 원의 방정식은 $x^2+y^2=r^2$
이 원이 점 (-1, 3)을 지나므로 $(-1)^2+3^2=r^2 \quad \therefore r^2=10$
따라서 구하는 원의 방정식은 $x^2+y^2=10$
- 2 (1) $x^2+y^2=5$
(2) y 축에 접하므로 반지름의 길이는 2
따라서 구하는 원의 방정식은 $(x-2)^2+(y-1)^2=4$
(3) 반지름의 길이를 r 라고 하면 원의 방정식은 $(x-4)^2+(y+1)^2=r^2$
이 원이 점 (0, -1)을 지나므로 $(-4)^2+(-1+1)^2=r^2 \quad \therefore r^2=16$
따라서 구하는 원의 방정식은 $(x-4)^2+(y+1)^2=16$

- 3 원의 중심은 $\overline{AB}$ 의 중점이므로 $\left(\frac{-2-4}{2}, \frac{0+4}{2}\right)$
 $\therefore (-3, 2)$
또 원의 반지름의 길이는 $\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\sqrt{\{-4-(-2)\}^2+(4-0)^2}=\sqrt{5}$
따라서 구하는 원의 방정식은 $(x+3)^2+(y-2)^2=5$

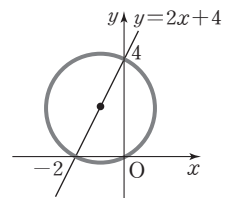
- 4 원의 중심은 $\overline{AB}$ 의 중점이므로 $\left(\frac{-1+3}{2}, \frac{-4+2}{2}\right)$
 $\therefore (1, -1)$
원의 반지름의 길이는 $\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\sqrt{\{3-(-1)\}^2+\{2-(-4)\}^2}=\sqrt{13}$
따라서 구하는 원의 방정식은 $(x-1)^2+(y+1)^2=13$

- 5 주어진 원의 방정식을 변형하면 $(x+a)^2+(y-2)^2=a^2-3a-4$
이 방정식이 원을 나타내려면 $a^2-3a-4>0, (a+1)(a-4)>0$
 $\therefore a<-1$ 또는 $a>4$

- 6 주어진 원의 방정식을 변형하면 $x^2+\{y+(a-1)\}^2=-a^2-a+6$
이 방정식이 반지름의 길이가 2 이상인 원을 나타내려면 $-a^2-a+6\geq 4, a^2+a-2\leq 0$
 $(a+2)(a-1)\leq 0$
 $\therefore -2\leq a\leq 1$

- 7 구하는 원의 방정식을 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$ 이라 하고, 세 점 (0, 0), (3, -1), (2, 0)의 좌표를 각각 대입하면
 $C=0 \quad \dots\dots \textcircled{A}$
 $9+1+3A-B+C=0 \quad \dots\dots \textcircled{B}$
 $4+0+2A+C=0 \quad \dots\dots \textcircled{C}$
 $\textcircled{A}, \textcircled{B}, \textcircled{C}$ 을 연립하여 풀면
 $A=-2, B=4, C=0$
따라서 구하는 원의 방정식은 $x^2+y^2-2x+4y=0$

- 8 오른쪽 그림과 같이 x 축, y 축 및 직선 $y=2x+4$ 로 둘러싸인 삼각형의 외접원은 세 점 (0, 0), (-2, 0), (0, 4)를 지나는 원이다.
구하는 원의 방정식을



- $$x^2+y^2+Ax+By+C=0 \text{이라 하고, 세 점의 좌표 (0, 0), (-2, 0), (0, 4)를 각각 대입하면}$$
- $$C=0 \quad \dots\dots \textcircled{A}$$
- $$4-2A+C=0 \quad \dots\dots \textcircled{B}$$
- $$16+4B+C=0 \quad \dots\dots \textcircled{C}$$
- $$\textcircled{A}, \textcircled{B}, \textcircled{C} \text{을 연립하여 풀면}$$
- $$A=2, B=-4, C=0$$
- 따라서 구하는 원의 방정식은 $x^2+y^2+2x-4y=0$

확인 문제

p. 94

- 1 (1) $y=x+2$ 를 $x^2+y^2=1$ 에 대입하면
 $x^2+(x+2)^2=1$, $2x^2+4x+3=0$
 이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4}=2^2-2\times3=-2<0$
 따라서 만나지 않는다.

다른 풀이

원의 중심 $(0, 0)$ 과 직선 $y=x+2$, 즉 $x-y+2=0$
 사이의 거리 d 는
 $d=\frac{|0-0+2|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\sqrt{2}$
 원의 반지름의 길이 r 는 $r=1$
 따라서 $d>r$ 이므로 만나지 않는다.

- (2) $y=-x+\sqrt{2}$ 를 $x^2+y^2=1$ 에 대입하면
 $x^2+(-x+\sqrt{2})^2=1$, $2x^2-2\sqrt{2}x+1=0$
 이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4}=(-\sqrt{2})^2-2\times1=0$
 따라서 한 점에서 만난다(접한다).

다른 풀이

원의 중심 $(0, 0)$ 과 직선 $y=-x+\sqrt{2}$, 즉 $x+y-\sqrt{2}=0$
 사이의 거리 d 는
 $d=\frac{|0+0-\sqrt{2}|}{\sqrt{1^2+1^2}}=1$
 원의 반지름의 길이 r 는 $r=1$
 따라서 $d=r$ 이므로 한 점에서 만난다(접한다).

2 $y=-2x\pm5\sqrt{(-2)^2+1}$ $\therefore y=-2x\pm5\sqrt{5}$

교/과/서/속 **핵심 유형** + **답은 풀 문제**

p. 95

- 1 $y=-x+k$ 를 $x^2+y^2=3$ 에 대입하면
 $x^2+(-x+k)^2=3$, $2x^2-2kx+k^2-3=0$
 이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4}=(-k)^2-2(k^2-3)=6-k^2$
 (1) 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면 $D>0$ 이어야 하므로
 $6-k^2>0$, $k^2-6<0$ $\therefore -\sqrt{6}<k<\sqrt{6}$
 (2) 원과 직선이 한 점에서 만나려면 $D=0$ 이어야 하므로
 $6-k^2=0$ $\therefore k=-\sqrt{6}$ 또는 $k=\sqrt{6}$
 (3) 원과 직선이 만나지 않으려면 $D<0$ 이어야 하므로
 $6-k^2<0$, $k^2-6>0$ $\therefore k<-\sqrt{6}$ 또는 $k>\sqrt{6}$

다른 풀이

원의 중심 $(0, 0)$ 과 직선 $y=-x+k$, 즉 $x+y-k=0$ 사이의 거리 d 는 $d=\frac{|0+0-k|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{|k|}{\sqrt{2}}$

원의 반지름의 길이 r 는 $r=\sqrt{3}$

- (1) 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면 $d<r$ 이어야 하므로

$$\frac{|k|}{\sqrt{2}}<\sqrt{3}, |k|<\sqrt{6} \quad \therefore -\sqrt{6}<k<\sqrt{6}$$

- (2) 원과 직선이 한 점에서 만나려면 $d=r$ 이어야 하므로

$$\frac{|k|}{\sqrt{2}}=\sqrt{3}, |k|=\sqrt{6} \quad \therefore k=-\sqrt{6} \text{ 또는 } k=\sqrt{6}$$

- (3) 원과 직선이 만나지 않으려면 $d>r$ 이어야 하므로

$$\frac{|k|}{\sqrt{2}}>\sqrt{3}, |k|>\sqrt{6} \quad \therefore k<-\sqrt{6} \text{ 또는 } k>\sqrt{6}$$

- 2 $y=kx+3$ 를 $x^2+y^2=1$ 에 대입하면
 $x^2+(kx+3)^2=1$, $(k^2+1)x^2+6kx+8=0$
 이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4}=(3k)^2-8(k^2+1)=k^2-8$

- (1) 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면 $D>0$ 이어야 하므로

$$k^2-8>0 \quad \therefore k<-2\sqrt{2} \text{ 또는 } k>2\sqrt{2}$$

- (2) 원과 직선이 한 점에서 만나려면 $D=0$ 이어야 하므로

$$k^2-8=0 \quad \therefore k=-2\sqrt{2} \text{ 또는 } k=2\sqrt{2}$$

- (3) 원과 직선이 만나지 않으려면 $D<0$ 이어야 하므로

$$k^2-8<0 \quad \therefore -2\sqrt{2}<k<2\sqrt{2}$$

다른 풀이

원의 중심 $(0, 0)$ 과 직선 $y=kx+3$, 즉 $kx-y+3=0$
 사이의 거리 d 는 $d=\frac{|0-0+3|}{\sqrt{k^2+(-1)^2}}=\frac{3}{\sqrt{k^2+1}}$

원의 반지름의 길이 r 는 $r=1$

- (1) 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면 $d<r$ 이어야 하므로

$$\frac{3}{\sqrt{k^2+1}}<1, \sqrt{k^2+1}>3$$

양변을 제곱하여 정리하면 $k^2-8>0$

$$\therefore k<-2\sqrt{2} \text{ 또는 } k>2\sqrt{2}$$

- (2) 원과 직선이 한 점에서 만나려면 $d=r$ 이어야 하므로

$$\frac{3}{\sqrt{k^2+1}}=1, \sqrt{k^2+1}=3$$

양변을 제곱하여 정리하면 $k^2-8=0$

$$\therefore k=-2\sqrt{2} \text{ 또는 } k=2\sqrt{2}$$

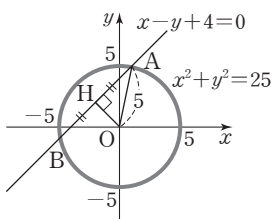
- (3) 원과 직선이 만나지 않으려면 $d>r$ 이어야 하므로

$$\frac{3}{\sqrt{k^2+1}}>1, \sqrt{k^2+1}<3$$

양변을 제곱하여 정리하면 $k^2-8<0$

$$\therefore -2\sqrt{2}<k<2\sqrt{2}$$

- 3 오른쪽 그림과 같이 원과 직선의 두 교점을 A, B라고 하고, 원의 중심 O에서 직선 $x-y+4=0$ 에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$$\overline{OH} = \frac{|0-0+4|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = 2\sqrt{2}$$

$$\overline{OA} = 5$$

$\triangle OAH$ 는 직각삼각형이므로

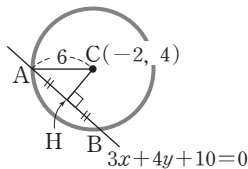
$$\overline{AH}^2 + (2\sqrt{2})^2 = 5^2, \overline{AH}^2 = 17 \quad \therefore \overline{AH} = \pm\sqrt{17}$$

그런데 $\overline{AH} > 0$ 이므로 $\overline{AH} = \sqrt{17}$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AH} = 2\sqrt{17}$$

- 4 주어진 원의 방정식을 변형하면 $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 36$

오른쪽 그림과 같이 원과 직선의 두 교점을 A, B라고 하고, 원의 중심 C에서 직선 $3x+4y+10=0$ 에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$$\overline{CH} = \frac{|-6+16+10|}{\sqrt{3^2+4^2}} = 4, \overline{CA} = 6$$

$\triangle CAH$ 는 직각삼각형이므로

$$\overline{AH}^2 + 4^2 = 6^2, \overline{AH}^2 = 20 \quad \therefore \overline{AH} = \pm 2\sqrt{5}$$

그런데 $\overline{AH} > 0$ 이므로 $\overline{AH} = 2\sqrt{5}$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AH} = 2 \times 2\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$$

- 5 원 $x^2+y^2=20$ 위의 점 $(a, -2)$ 에서의 접선의 방정식은

$$ax-2y=20, \text{ 즉 } ax-2y-20=0$$

이 직선이 직선 $2x-y+5=0$ 과 평행하므로

$$\frac{a}{2} = \frac{-2}{-1} \neq \frac{-20}{5} \quad \therefore a=4$$

- 6 원 $x^2+y^2=10$ 위의 점 (a, b) 에서의 접선의 방정식은

$$ax+by=10$$

이 직선이 직선 $x+3y+4=0$ 과 서로 수직이므로

$$a \times 1 + b \times 3 = 0 \quad \therefore a = -3b \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

점 (a, b) 는 원 $x^2+y^2=10$ 위의 점이므로

$$a^2+b^2=10 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면

$$a = -3, b = 1 \text{ 또는 } a = 3, b = -1 \quad \therefore ab = -3$$

- 7 점점의 좌표를 (x_1, y_1) 이라고 하면 접선의 방정식은

$$x_1x+y_1y=8 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

직선 $\textcircled{1}$ 이 점 $(0, -4)$ 를 지나므로

$$-4y_1=8 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

한편 점 (x_1, y_1) 은 원 $x^2+y^2=8$ 위의 점이므로

$$x_1^2+y_1^2=8 \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

$\textcircled{2}, \textcircled{3}$ 을 연립하여 풀면

$$x_1 = -2, y_1 = -2 \text{ 또는 } x_1 = 2, y_1 = -2$$

이것을 $\textcircled{1}$ 에 각각 대입하면 구하는 접선의 방정식은

$$x+y+4=0 \text{ 또는 } x-y-4=0$$

다른 풀이

접선의 기울기를 m 이라고 하면 접선이 점 $(0, -4)$ 를 지나므로 접선의 방정식은

$$y = mx - 4 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}$ 을 $x^2+y^2=8$ 에 대입하면

$$x^2+(mx-4)^2=8, (m^2+1)x^2-8mx+8=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = (-4m)^2 - 8(m^2+1) = 0, m^2-1=0$$

$$(m+1)(m-1)=0 \quad \therefore m = -1 \text{ 또는 } m = 1$$

이것을 $\textcircled{1}$ 에 각각 대입하면 구하는 접선의 방정식은

$$x+y+4=0 \text{ 또는 } x-y-4=0$$

다른 풀이

접선의 기울기를 m 이라고 하면 접선이 점 $(0, -4)$ 를 지나므로 접선의 방정식은

$$y = mx - 4 \quad \therefore mx - y - 4 = 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

원의 중심 $(0, 0)$ 과 직선 $\textcircled{1}$ 사이의 거리는 반지름의 길이와 같으므로

$$\frac{|-4|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}} = 2\sqrt{2}, 4 = 2\sqrt{2(m^2+1)}$$

양변을 제곱하여 정리하면 $m^2-1=0$

$$(m+1)(m-1)=0 \quad \therefore m = -1 \text{ 또는 } m = 1$$

이것을 $\textcircled{1}$ 에 각각 대입하면 구하는 접선의 방정식은

$$x+y+4=0 \text{ 또는 } x-y-4=0$$

- 8 점점의 좌표를 (x_1, y_1) 이라고 하면 접선의 방정식은

$$x_1x+y_1y=5 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

직선 $\textcircled{1}$ 이 점 $(1, 3)$ 을 지나므로

$$x_1+3y_1=5 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

한편 점 (x_1, y_1) 은 원 $x^2+y^2=5$ 위의 점이므로

$$x_1^2+y_1^2=5 \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

$\textcircled{2}, \textcircled{3}$ 을 연립하여 풀면

$$x_1 = -1, y_1 = 2 \text{ 또는 } x_1 = 2, y_1 = 1$$

이것을 $\textcircled{1}$ 에 각각 대입하면 구하는 접선의 방정식은

$$x-2y+5=0 \text{ 또는 } 2x+y-5=0$$

다른 풀이

접선의 기울기를 m 이라고 하면 접선이 점 $(1, 3)$ 을 지나므로 접선의 방정식은

$$y-3=m(x-1)$$

$$\therefore mx-y-m+3=0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

원의 중심 $(0, 0)$ 과 직선 $\textcircled{1}$ 사이의 거리는 반지름의 길이와 같으므로

$$\frac{|-m+3|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}} = \sqrt{5}, |-m+3| = \sqrt{5(m^2+1)}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$2m^2+3m-2=0, (m+2)(2m-1)=0$$

$$\therefore m = -2 \text{ 또는 } m = \frac{1}{2}$$

이것을 ㉠에 각각 대입하면 구하는 점선의 방정식은
 $2x + y - 5 = 0$ 또는 $x - 2y + 5 = 0$

21~22장 **꼭집게** 기출문제

p. 96~99

1 ①	2 ④	3 8	4 ⑤	5 -3
6 ③	7 -4	8 ④	9 10	10 ②
11 ②	12 ②	13 ③	14 ④	15 ②
16 $x - y - 6 = 0$ 또는 $x - y - 2 = 0$	17 ③	18 ①		
19 8	20 ③	21 ⑤	22 ④	23 ②
24 ③	25 4	26 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 16$		
27 3	28 (1) $y = 3$ 또는 $4x - 3y + 1 = 0$	(2) $\frac{32}{5}$		

- 1 주어진 원의 방정식을 변형하면 $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 6$ 이므로 구하는 원의 중심은 $(2, -3)$
 중심이 같은 원의 반지름의 길이를 r 라고 하면 원의 방정식은 $(x-2)^2 + (y+3)^2 = r^2$
 이 원이 점 $(3, -1)$ 을 지나므로
 $(3-2)^2 + (-1+3)^2 = r^2 \quad \therefore r^2 = 5$
 따라서 구하는 원의 넓이는 $\pi r^2 = 5\pi$

- 2 원의 중심의 좌표를 $(a, a-1)$ 이라고 하면 x 축에 접하므로 반지름의 길이는 $|a-1|$
 즉, 원의 방정식은 $(x-a)^2 + \{y-(a-1)\}^2 = (a-1)^2$
 이 원이 점 $(1, 2)$ 를 지나므로
 $(1-a)^2 + (3-a)^2 = (a-1)^2$
 $(3-a)^2 = 0 \quad \therefore a = 3$
 따라서 중심이 점 $(3, 2)$ 이고 반지름의 길이가 2이므로 구하는 원의 방정식은
 $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$

- 3 점 $(2, 2)$ 는 제1사분면 위의 점이므로 점 $(2, 2)$ 를 지나고 x 축과 y 축에 동시에 접하는 원의 중심은 제1사분면 위에 있다.
 이때 원의 반지름의 길이를 r 라고 하면 원의 방정식은
 $(x-r)^2 + (y-r)^2 = r^2$
 이 원이 점 $(2, 2)$ 를 지나므로
 $(2-r)^2 + (2-r)^2 = r^2, \quad r^2 - 8r + 8 = 0$
 $\therefore r = 4 \pm 2\sqrt{2}$
 즉, 두 원의 중심의 좌표는
 $(4-2\sqrt{2}, 4-2\sqrt{2}), (4+2\sqrt{2}, 4+2\sqrt{2})$
 따라서 두 원의 중심 사이의 거리는
 $\sqrt{\{4+2\sqrt{2}-(4-2\sqrt{2})\}^2 + \{4+2\sqrt{2}-(4-2\sqrt{2})\}^2}$
 $= \sqrt{32+32} = 8$

- 4 두 점 A, B의 좌표를 $A(a, b), B(c, d)$ 라고 하면 $\overline{AB}$ 를 2:1로 내분하는 점의 좌표가 $(-2, 1)$ 이므로
 $\frac{2c+a}{2+1} = -2, \quad \frac{2d+b}{2+1} = 1$
 $\therefore a+2c = -6, \quad b+2d = 3 \quad \dots\dots \textcircled{1}$
 $\overline{AB}$ 를 1:2로 내분하는 점의 좌표가 $(2, 5)$ 이므로
 $\frac{c+2a}{1+2} = 2, \quad \frac{d+2b}{1+2} = 5$
 $\therefore 2a+c = 6, \quad 2b+d = 15 \quad \dots\dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면
 $a = 6, \quad b = 9, \quad c = -6, \quad d = -3$
 따라서 두 점 A, B의 좌표는
 $A(6, 9), B(-6, -3)$
 원의 중심은 $\overline{AB}$ 의 중점이므로
 $\frac{6-6}{2} = 0, \quad \frac{9-3}{2} = 3 \quad \therefore (0, 3)$
 원의 반지름의 길이는
 $\frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2}\sqrt{(6+6)^2 + (9+3)^2} = 6\sqrt{2}$
 따라서 구하는 원의 방정식은
 $x^2 + (y-3)^2 = 72$

- 5 주어진 원의 방정식을 변형하면 $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$ 직선 $y = ax + 3$ 이 원의 넓이를 이등분하려면 원의 중심 $(2, -3)$ 을 지나야 하므로
 $-3 = 2a + 3 \quad \therefore a = -3$
- 6 주어진 원의 방정식을 변형하면
 $(x-5)^2 + (y+4)^2 = -k^2 - 4k + 21$
 이 방정식이 원을 나타내려면
 $-k^2 - 4k + 21 > 0, \quad k^2 + 4k - 21 < 0$
 $(k+7)(k-3) < 0$
 $\therefore -7 < k < 3 \quad \dots\dots \textcircled{1}$
 이 원이 제4사분면 위에만 있으려면 반지름의 길이가 4보다 작아야 하므로
 $-k^2 - 4k + 21 < 16, \quad k^2 + 4k - 5 > 0$
 $(k+5)(k-1) > 0$
 $\therefore k < -5 \text{ 또는 } k > 1 \quad \dots\dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $-7 < k < -5$ 또는 $1 < k < 3$
 따라서 정수 k 는 $-6, 2$ 의 2개이다.

- 7 세 점 $A(0, 0), B(0, 4), C(-4, 0)$ 을 지나는 원의 방정식을 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 이라 하고, 세 점의 좌표를 각각 대입하면
 $C = 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$
 $16 + 4B + C = 0 \quad \dots\dots \textcircled{2}$
 $16 - 4A + C = 0 \quad \dots\dots \textcircled{3}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}$ 을 연립하여 풀면
 $A = 4, \quad B = -4, \quad C = 0$
 따라서 원의 방정식은 $x^2 + y^2 + 4x - 4y = 0$
 이 원이 점 $(k, 4)$ 를 지나므로

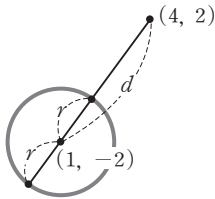
$$k^2+16+4k-16=0, k^2+4k=0$$

$$k(k+4)=0 \quad \therefore k=0 \text{ 또는 } k=-4$$

그런데 $k<0$ 이므로 $k=-4$

- 8 $x-2y=0$ ㉠
 $x+y=0$ ㉡
 $x-3y+4=0$ ㉢
두 직선 ㉠, ㉡의 교점의 좌표는 $(0, 0)$
두 직선 ㉡, ㉢의 교점의 좌표는 $(-1, 1)$
두 직선 ㉠, ㉢의 교점의 좌표는 $(8, 4)$
구하는 원의 방정식을 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$ 이라고 하면 이 원이 세 점 $(0, 0)$, $(-1, 1)$, $(8, 4)$ 를 지나므로
 $C=0$ ㉣
 $1+1-A+B+C=0$ ㉤
 $64+16+8A+4B+C=0$ ㉥
㉣, ㉤, ㉥을 연립하여 풀면
 $A=-6, B=-8, C=0$
따라서 구하는 원의 방정식은 $x^2+y^2-6x-8y=0$

- 9 주어진 원의 방정식을 변형하면 $(x-1)^2+(y+2)^2=4$
점 $(4, 2)$ 와 원의 중심 $(1, -2)$ 사이의 거리 d 는
 $d=\sqrt{(4-1)^2+\{2-(-2)\}^2}=5$
원의 반지름의 길이 r 는 $r=2$
오른쪽 그림에서
 $M=d+r=5+2=7$
 $m=d-r=5-2=3$
 $\therefore M+m=10$



- 10 원 $(x-1)^2+(y+2)^2=4$ 위의 임의의 점의 좌표를 (a, b) 라고 하면
 $(a-1)^2+(b+2)^2=4$ ㉠
점 $(3, 2)$ 와 점 (a, b) 를 이은 선분의 중점의 좌표를 (x, y) 라고 하면
 $x=\frac{3+a}{2}, y=\frac{2+b}{2} \quad \therefore a=2x-3, b=2y-2$
이것을 ㉠에 대입하면
 $(2x-4)^2+(2y)^2=4 \quad \therefore (x-2)^2+y^2=1$
이 방정식은 중심이 점 $(2, 0)$ 이고 반지름의 길이가 1인 원을 나타내므로 구하는 자취의 길이는
 $2\pi \times 1=2\pi$

- 11 두 원의 교점을 지나는 도형의 방정식은
 $x^2+y^2-4+k(x^2+y^2-2x+6y-14)=0$ (단, k 는 실수)
이때 $k=-1$ 이면 직선이므로
 $x^2+y^2-4-(x^2+y^2-2x+6y-14)=0$
 $\therefore x-3y+5=0$

- 12 $y=x+2k$ 를 $(x-1)^2+y^2=2$ 에 대입하면
 $(x-1)^2+(x+2k)^2=2$

$$\therefore 2x^2+2(2k-1)x+4k^2-1=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

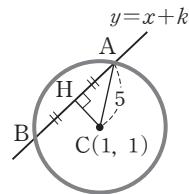
$$\frac{D}{4}=(2k-1)^2-2(4k^2-1)>0$$

$$4k^2+4k-3<0, (2k+3)(2k-1)<0$$

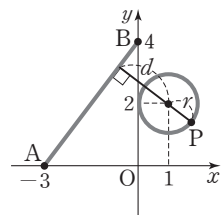
$$\therefore -\frac{3}{2}<k<\frac{1}{2}$$

따라서 정수 k 는 $-1, 0$ 의 2개이다.

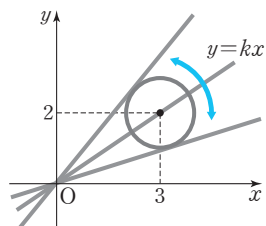
- 13 오른쪽 그림과 같이 원 $(x-1)^2+(y-1)^2=25$ 와 직선 $y=x+k$ 의 두 교점을 A, B, 원의 중심을 C라 하고, 점 C에서 직선에 내린 수선의 발을 H라고 하자.
원의 중심 $C(1, 1)$ 과 직선 $y=x+k$, 즉 $x-y+k=0$ 사이의 거리 $\overline{CH}$ 는
 $\overline{CH}=\frac{|1-1+k|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{|k|}{\sqrt{2}}$
또 $\overline{AB}=8$ 이므로 $\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=4$
이때 $\triangle CAH$ 는 직각삼각형이므로
 $4^2+\left(\frac{|k|}{\sqrt{2}}\right)^2=5^2, k^2=18 \quad \therefore k=\pm 3\sqrt{2}$
그런데 $k>0$ 이므로 $k=3\sqrt{2}$



- 14 점 P와 $\overline{AB}$ 사이의 거리를 h 라고 하면 $\triangle PAB$ 의 넓이는
 $\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times h$
이때 $\triangle PAB$ 의 넓이가 최대가 되려면 h 의 값이 최대이어야 한다.
두 점 $A(-3, 0)$, $B(0, 4)$ 를 지나는 직선 AB의 방정식은
 $\frac{x}{-3}+\frac{y}{4}=1 \quad \therefore 4x-3y+12=0$ ㉠
원의 중심 $(1, 2)$ 와 직선 ㉠ 사이의 거리 d 는
 $d=\frac{|4-6+12|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=2$
원의 반지름의 길이 r 는 $r=1$
오른쪽 그림에서 h 의 최댓값은
 $d+r=2+1=3$
이고
 $\overline{AB}=\sqrt{(-3-0)^2+(0-4)^2}=5$
이므로 $\triangle PAB$ 의 넓이의 최댓값은
 $\frac{1}{2} \times 5 \times 3=\frac{15}{2}$



- 15 $\frac{y}{x}=k$ (k 는 상수)로 놓으면
 $y=kx$
직선 $y=kx$ 는 k 의 값에 관계없이 항상 원점을 지나므로 오른쪽 그림과 같이 직선이 원과 접할 때, k 의 값이 최대 또는 최소이다.



이때 원의 중심 (3, 2)와 직선 $y=kx$, 즉 $kx-y=0$ 사이의 거리는 원의 반지름의 길이와 같으므로

$$\frac{|3k-2|}{\sqrt{k^2+(-1)^2}}=1, |3k-2|=\sqrt{k^2+1}$$

양변을 제곱하여 정리하면 $8k^2-12k+3=0$ ㉠

이때 k 의 최댓값 M 과 최솟값 m 은 이차방정식 ㉠의 두 근이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$Mm=\frac{3}{8} \quad \therefore 8Mm=3$$

16 주어진 원의 방정식을 변형하면

$$(x-3)^2+(y+1)^2=2$$

접선의 기울기는 $\tan 45^\circ=1$ 이고, y 절편을 b 라고 하면 접선의 방정식은

$$y=x+b \quad \therefore x-y+b=0 \quad \dots\dots ㉡$$

원의 중심 (3, -1)과 접선 ㉡ 사이의 거리는 원의 반지름의 길이와 같으므로

$$\frac{|3+1+b|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\sqrt{2}, |4+b|=2$$

$$\therefore b=-6 \text{ 또는 } b=-2$$

이것을 ㉡에 각각 대입하면 구하는 직선의 방정식은

$$x-y-6=0 \text{ 또는 } x-y-2=0$$

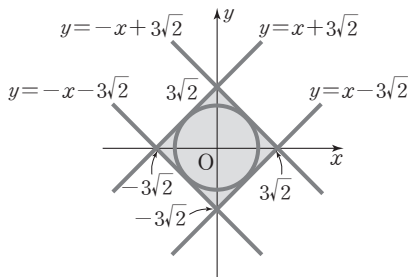
17 원 $x^2+y^2=9$ 에 접하고, 기울기가 -1인 직선의 방정식은

$$y=-x\pm 3\sqrt{(-1)^2+1} \quad \therefore y=-x\pm 3\sqrt{2}$$

원 $x^2+y^2=9$ 에 접하고, 기울기가 1인 직선의 방정식은

$$y=x\pm 3\sqrt{1^2+1} \quad \therefore y=x\pm 3\sqrt{2}$$

따라서 원 $x^2+y^2=9$ 에 접하고, 기울기가 -1 또는 1인 직선은 다음 그림과 같다.



위의 네 직선으로 둘러싸인 사각형의 넓이는

$$2\left(\frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}\right)=36$$

18 주어진 원의 방정식을 변형하면 $(x-3)^2+(y-2)^2=5$

오른쪽 그림에서 원의 중심을 C라고

하면 직선 AC의 기울기는

$$\frac{2-3}{3-1}=-\frac{1}{2}$$

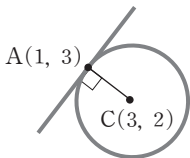
구하는 접선은 직선 AC와 수직이므로

접선의 기울기는 2

이때 접선의 방정식은

$$y-3=2(x-1) \quad \therefore 2x-y+1=0$$

따라서 $a=2$, $b=-1$ 이므로 $ab=-2$



19 원 $x^2+y^2=2$ 위의 점 (1, -1)에서의 접선의 방정식은

$$x-y=2 \quad \therefore y=x-2 \quad \dots\dots ㉢$$

㉢을 $(x-3)^2+(y+1)^2=10-k$ 에 대입하면

$$(x-3)^2+(x-1)^2=10-k$$

$$2x^2-8x+k=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4}=(-4)^2-2k=0$$

$$\therefore k=8$$

20 점 (0, 6)을 지나고 기울기가 m 인 접선의 방정식은

$$y=mx+6$$

$$\therefore mx-y+6=0 \quad \dots\dots ㉣$$

원의 중심 (1, 3)과 직선 ㉣ 사이의 거리는 반지름의 길이와 같으므로

$$\frac{|m-3+6|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=2, |m+3|=2\sqrt{m^2+1}$$

양변을 제곱하면

$$m^2+6m+9=4m^2+4$$

$$3m^2-6m-5=0 \quad \dots\dots ㉤$$

이때 두 접선의 기울기는 이차방정식 ㉤의 두 근이므로 근과 계수의 관계에 의하여 두 접선의 기울기의 합은

$$-\frac{-6}{3}=2$$

21 점 (5, 4)를 지나고 기울기가 m 인 접선의 방정식은

$$y-4=m(x-5)$$

$$\therefore mx-y-5m+4=0 \quad \dots\dots ㉥$$

원의 중심 (1, 2)와 직선 ㉥ 사이의 거리는 반지름의 길이와 같으므로

$$\frac{|m-2-5m+4|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=r, |-4m+2|=r\sqrt{m^2+1}$$

양변을 제곱하면

$$16m^2-16m+4=r^2m^2+r^2$$

$$(r^2-16)m^2+16m+r^2-4=0 \quad \dots\dots ㉦$$

이때 두 접선의 기울기는 이차방정식 ㉦의 두 근이므로 근과 계수의 관계에 의하여 두 접선의 기울기의 곱은

$$\frac{r^2-4}{r^2-16}$$

두 접선이 서로 수직이므로

$$\frac{r^2-4}{r^2-16}=-1, r^2-4=-r^2+16$$

$$r^2=10 \quad \therefore r=\pm\sqrt{10}$$

그런데 $r>0$ 이므로 $r=\sqrt{10}$

다른 풀이

오른쪽 그림과 같이 점 P(5, 4)

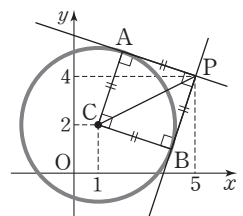
라 하고, 원의 중심을 C, 점 P

에서 원에 그은 두 접선의 접점

을 각각 A, B라고 하면 사각형

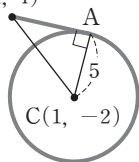
PACB는 정사각형이므로

$$PA=PB=CA=CB=r$$

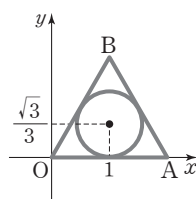


이때 $\overline{PC}^2 = (5-1)^2 + (4-2)^2 = 20$ 이고,
 $\triangle PAC$ 는 직각삼각형이므로
 $r^2 + r^2 = 20$, $r^2 = 10 \quad \therefore r = \pm\sqrt{10}$
 그런데 $r > 0$ 이므로 $r = \sqrt{10}$

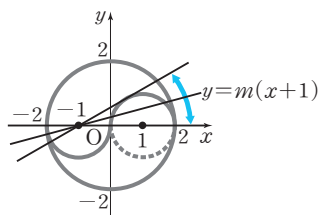
- 22** 주어진 원의 방정식을 변형하면 $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$
 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 C, P(-4, 4)
 점 P에서 원에 그은 한 접선의 접점
 을 A라고 하면
 $\overline{CA} = 5$
 $\overline{PC}^2 = \{1 - (-4)\}^2 + \{-2 - 4\}^2 = 61$
 이때 $\triangle PAC$ 는 직각삼각형이므로
 $\overline{PA}^2 + 5^2 = 61$, $\overline{PA}^2 = 36 \quad \therefore \overline{PA} = \pm 6$
 그런데 $\overline{PA} > 0$ 이므로 $\overline{PA} = 6$



- 23** $\overline{OA} = 2$
 $\overline{AB} = \sqrt{(1-2)^2 + (\sqrt{3}-0)^2} = 2$
 $\overline{BO} = \sqrt{(0-1)^2 + (0-\sqrt{3})^2} = 2$
 따라서 $\triangle OAB$ 는 정삼각형이다.
 정삼각형의 내심은 무게중심과 일치하므로 $\triangle OAB$ 의 내심
 의 좌표를 구하면
 $\frac{0+2+1}{3} = 1$, $\frac{0+0+\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \therefore (1, \frac{\sqrt{3}}{3})$
 오른쪽 그림과 같이 $\triangle OAB$ 의 내접
 원은 중심이 점 $(1, \frac{\sqrt{3}}{3})$ 이고, x 축
 에 접하는 원이므로 원의 반지름의
 길이는 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

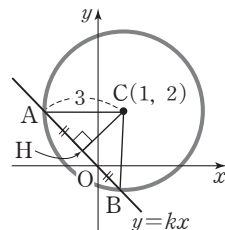


- 24** 직선 $y = m(x+1)$ 은 m 의 값에 관계없이 항상
 점 $(-1, 0)$ 을 지난다.
 오른쪽 그림과 같이 직선
 $y = m(x+1)$ 이 태극 문
 양과 서로 다른 다섯 개
 의 점에서 만나려면 직
 선 $y = m(x+1)$ 은 반원
 $(x-1)^2 + y^2 = 1 (y \geq 0)$
 에 접하는 직선과 x 축 사이에 있어야 한다.
 (i) 직선 $y = m(x+1)$ 과 반원 $(x-1)^2 + y^2 = 1 (y \geq 0)$ 이
 접할 때
 원 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ 의 중심 $(1, 0)$ 과 직선
 $y = m(x+1)$, 즉 $mx - y + m = 0$ 사이의 거리는 원의
 반지름의 길이와 같으므로
 $\frac{|m+m|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}} = 1$, $|2m| = \sqrt{m^2+1}$
 양변을 제곱하면 $4m^2 = m^2 + 1$
 $m^2 = \frac{1}{3} \quad \therefore m = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$
 그런데 $m > 0$ 이므로 $m = \frac{\sqrt{3}}{3}$

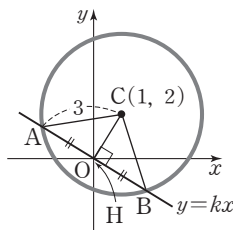


- (ii) 직선 $y = m(x+1)$ 이 x 축일 때
 직선의 기울기가 0이므로 $m = 0$
 (i), (ii)에 의하여 $0 < m < \frac{\sqrt{3}}{3}$
 따라서 $a = 0$, $b = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이므로 $a^2 + b^2 = \frac{1}{3}$

- 25** 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을
 C라 하고, 점 C에서 직선 $y = kx$
 에 내린 수선의 발을 H라고 하면
 $\overline{AB} = 2\overline{AH}$ 이므로 선분 AB의
 길이가 최소이려면 선분 AH의
 길이가 최소이어야 한다.
 $\triangle CAH$ 가 직각삼각형이므로



- $\overline{AH} = \sqrt{\overline{CA}^2 - \overline{CH}^2} = \sqrt{9 - \overline{CH}^2}$
 즉, 선분 CH의 길이가 최대일 때, 선분 AH의 길이가 최
 소이다.
 이때 선분 CH의 길이가 최대인
 경우는 점 H가 점 O와 일치할
 때이므로 선분 CH의 길이의 최
 대값은
 $\overline{CO} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$
 따라서 선분 AH의 길이의 최솟
 값은 $\sqrt{9 - (\sqrt{5})^2} = 2$
 $\overline{AB} = 2\overline{AH}$ 이므로 선분 AB의 길이의 최솟값은
 $2 \times 2 = 4$



- 26** 원의 중심의 좌표를 $(a, a+1)$, 반지름의 길이를 r 라고
 하면 원의 방정식은
 $(x-a)^2 + \{y-(a+1)\}^2 = r^2$
 이 원이 두 점 $(1, 6)$, $(-3, 2)$ 를 지나므로
 $(1-a)^2 + \{6-(a+1)\}^2 = r^2 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$
 $(-3-a)^2 + \{2-(a+1)\}^2 = r^2 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}$ 에서 $2a^2 - 12a + 26 = r^2 \quad \dots\dots \textcircled{㉢}$
 $\textcircled{㉡}$ 에서 $2a^2 + 4a + 10 = r^2 \quad \dots\dots \textcircled{㉣} \quad \dots\dots \textcircled{가}$
 $\textcircled{㉢} - \textcircled{㉣}$ 을 하면
 $-16a + 16 = 0 \quad \therefore a = 1 \quad \dots\dots \textcircled{나}$
 $a = 1$ 을 $\textcircled{㉣}$ 에 대입하면
 $2 - 12 + 26 = r^2$, $r^2 = 16 \quad \dots\dots \textcircled{다}$
 따라서 구하는 원의 방정식은
 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 16 \quad \dots\dots \textcircled{라}$

채점 기준	배점
가) a, r 에 관한 방정식을 세운다.	2점
나) a 의 값을 구한다.	1점
다) r^2 의 값을 구한다.	1점
라) 원의 방정식을 구한다.	1점

- 27 오른쪽 그림과 같이 원 $x^2+y^2=14$ 와 직선 $x+2y-5=0$ 의 두 교점을 A, B라고 하자.
- 두 점 A, B를 지나는 원의 넓이가 최소이려면 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 원이어야 한다. (가)
- 원의 중심 $O(0, 0)$ 에서 직선 $x+2y-5=0$ 에 내린 수선의 발을 H라고 하면
- $$\overline{OH} = \frac{|-5|}{\sqrt{1^2+2^2}} = \sqrt{5} \quad \dots\dots (나)$$
- 이때 $\triangle OAH$ 는 직각삼각형이므로
- $$\overline{AH}^2 + (\sqrt{5})^2 = (\sqrt{14})^2, \overline{AH}^2 = 9 \quad \therefore \overline{AH} = \pm 3$$
- 그런데 $\overline{AH} > 0$ 이므로 $\overline{AH} = 3$ (다)
- 따라서 넓이가 최소인 원의 반지름의 길이는 3이다. (라)

채점 기준	배점
(가) 구하는 원이 두 교점을 지름의 양 끝점으로 하는 원임을 안다.	2점
(나) 주어진 원의 중심과 직선 사이의 거리를 구한다.	1점
(다) 선분 AH의 길이를 구한다.	2점
(라) 원의 반지름의 길이를 구한다.	1점

- 28 (1) 주어진 원의 방정식을 변형하면 $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 4$ 점 $P(2, 3)$ 을 지나고 기울기가 m 인 접선의 방정식은 $y-3=m(x-2)$
- $$\therefore mx-y-2m+3=0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$
- 원의 중심 $(-2, 1)$ 과 직선 $\textcircled{1}$ 사이의 거리는 원의 반지름의 길이와 같으므로
- $$\frac{|-2m-1-2m+3|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}} = 2, |-4m+2| = 2\sqrt{m^2+1}$$
- 양변을 제곱하여 정리하면 $3m^2-4m=0$
- $$m(3m-4)=0 \quad \therefore m=0 \text{ 또는 } m=\frac{4}{3}$$
- 이것을 $\textcircled{1}$ 에 각각 대입하면 구하는 접선의 방정식은 $y=3$ 또는 $4x-3y+1=0$ (가)
- (2) 오른쪽 그림과 같이 원과 두 접선 $y=3$, $4x-3y+1=0$ 의 접점을 각각 A, B라고 하자.
- 점 A의 좌표는 $A(-2, 3)$
- 점 A에서 직선 $4x-3y+1=0$ 에 내린 수선의 발을 H라고 하면
- $$\overline{AH} = \frac{|-8-9+1|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}} = \frac{16}{5} \quad \dots\dots (나)$$
- 또 $\overline{PB} = \overline{PA} = 4$ (다)
- 따라서 구하는 $\triangle PAB$ 의 넓이는
- $$\frac{1}{2} \times \overline{PB} \times \overline{AH} = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{16}{5} = \frac{32}{5} \quad \dots\dots (라)$$

채점 기준	배점
(가) 접선의 방정식을 구한다.	3점
(나) 점 A와 직선 $4x-3y+1=0$ 사이의 거리를 구한다.	2점
(다) 선분 PB의 길이를 구한다.	1점
(라) $\triangle PAB$ 의 넓이를 구한다.	1점

23 장 | 평행이동과 대칭이동

확인 문제 p. 100

- $5-2=3, -2+3=1$
따라서 평행이동한 점의 좌표는 $(3, 1)$
- $(-5, -1), (5, 1), (5, -1), (1, -5)$

핵심 유형 + 닳은꼴 문제

p. 101

- 평행이동한 원의 방정식은 $(x+1)^2 + \{(y-5)+1\}^2 = 4$
 $\therefore (x+1)^2 + (y-4)^2 = 4$
- 평행이동한 직선의 방정식은 $2(x-3) - (y+1) + 5 = 0$
 $\therefore 2x - y - 2 = 0$
- 평행이동한 직선의 방정식은 $a(x-m) + 2(y+4) + a = 0$
 $\therefore ax + 2y - am + a + 8 = 0$
이 직선이 직선 $x+2y+3=0$ 과 일치하므로
 $a=1, -am+a+8=3$
 $\therefore a=1, m=6$
- 평행이동한 원의 방정식은 $\{(x+3)-2\}^2 + \{(y-m)+1\}^2 = a$
 $\therefore (x+1)^2 + (y-m+1)^2 = a \quad \dots\dots \textcircled{1}$
 $x^2+y^2+2x-2y-3=0$ 을 변형하면 $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 5 \quad \dots\dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$ 과 $\textcircled{2}$ 이 일치하므로
 $a=5, -m+1=-1$
 $\therefore a=5, m=2$
- x 축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은 $x+4 \times (-y) - 1 = 0$
 $\therefore x-4y-1=0$
 y 축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은 $-x+4y-1=0$
 $\therefore x-4y+1=0$
원점에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은 $-x+4 \times (-y) - 1 = 0$
 $\therefore x+4y+1=0$
직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은 $4x+y-1=0$

6 x 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$$(x+5)^2+(-y)^2=6$$

$$\therefore (x+5)^2+y^2=6$$

y 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$$(-x+5)^2+y^2=6$$

$$\therefore (x-5)^2+y^2=6$$

원점에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$$(-x+5)^2+(-y)^2=6$$

$$\therefore (x-5)^2+y^2=6$$

직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$$x^2+(y+5)^2=6$$

7 오른쪽 그림과 같이 점 $A(3, 3)$

을 x 축에 대하여 대칭이동한 점을

A' 이라고 하면 점 A' 의 좌표는

$$A'(3, -3)$$

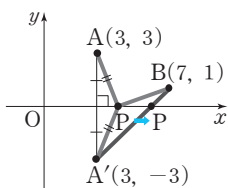
이때 $\overline{AP}=\overline{A'P}$ 이므로

$$\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{A'P}+\overline{BP}\geq\overline{A'B}$$

따라서 $\overline{AP}+\overline{BP}$ 의 최솟값은 선분 $A'B$ 의 길이와 같으므로

$$\overline{A'B}=\sqrt{(7-3)^2+\{1-(-3)\}^2}$$

$$=4\sqrt{2}$$



8 오른쪽 그림과 같이 점 $B(3, 2)$

를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을

B' 이라고 하면 점 B' 의 좌표는

$$B'(-3, 2)$$

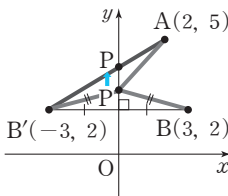
이때 $\overline{BP}=\overline{B'P}$ 이므로

$$\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{AP}+\overline{B'P}\geq\overline{AB'}$$

따라서 $\overline{AP}+\overline{BP}$ 의 최솟값은 선분 AB' 의 길이와 같으므로

$$\overline{AB'}=\sqrt{\{2-(-3)\}^2+(5-2)^2}$$

$$=\sqrt{34}$$



9 x 축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$$3x+5\times(-y)-1=0$$

$$\therefore 3x-5y-1=0$$

이 직선을 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$$3(x+1)-5(y-3)-1=0$$

$$\therefore 3x-5y+17=0$$

10 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$$(x+3)^2+(y-1)^2=9$$

이 원을 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 원의 방정식은

$$\{(x-4)+3\}^2+\{(y+2)-1\}^2=9$$

$$\therefore (x-1)^2+(y+1)^2=9$$

23장

족집게

기출문제

p. 102~105

1 -4

2 ③

3 ⑤

4 ①

5 ④

6 3

7 ⑤

8 6

9 ①

10 -9

11 $2x-y-10=0$ 또는 $2x-y+10=0$

12 ④

13 ②

14 ④

15 11

16 $a<\frac{3}{4}$

17 20

18 $3\sqrt{2}$

19 ④

20 ②

21 ①

22 ④

23 ③

24 3

25 $4\pi+8$

26 $3\sqrt{2}$

27 28

28 -3 또는 $\frac{9}{2}$

29 (1) 10 (2) $P(2, 0)$

1 점 $(3, -1)$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 점의 좌표는

$$(3+a, -2)$$

이 점이 직선 $2x-y=0$ 위에 있으므로

$$2(3+a)-(-2)=0 \quad \therefore a=-4$$

2 점 $(4, 2)$ 를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 점의 좌표가 $(2, 3)$ 이라고 하면

$$4+a=2, 2+b=3$$

$$\therefore a=-2, b=1$$

이때 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하여 점 $(-1, -1)$ 로 옮겨지는 점의 좌표를

(x, y) 라고 하면

$$x-2=-1, y+1=-1$$

$$\therefore x=1, y=-2$$

따라서 구하는 점의 좌표는 $(1, -2)$

3 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 옮기는 평행이동에 의하여 직선 l 이 직선 $4x-3y-18=0$ 으로 옮겨 지므로 직선 $4x-3y-18=0$ 을 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면 직선 l 과 일치한다.

따라서 직선 l 의 방정식은

$$4(x+2)-3(y-3)-18=0$$

$$\therefore 4x-3y-1=0$$

4 직선 $y=ax+b$ 를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$$y-2=a(x+1)+b$$

$$\therefore y=ax+a+b+2 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

직선 $\textcircled{1}$ 이 직선 $y=2x+3$ 과 수직으로 만나므로

$$a \times 2 = -1 \quad \therefore a = -\frac{1}{2}$$

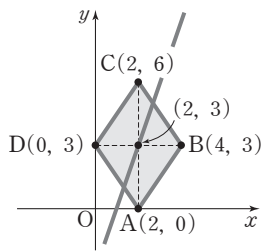
또 직선 $\textcircled{1}$ 이 직선 $y=2x+3$ 과 y 축 위에서 만나므로 두 직선의 y 절편이 같아야 한다.

$$\text{즉, } a+b+2=3 \text{ 이므로 } b=\frac{3}{2}$$

$$\therefore ab=-\frac{3}{4}$$

- 5 오른쪽 그림에서
 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}=\sqrt{13}$

이므로 사각형 ABCD는 마름모이고, 평행이동한 직선이 마름모 ABCD의 넓이를 이등분하려면 두 대각선 AC와 BD의 교점 (2, 3)을 지나야 한다.



직선 $y=3x+2$ 를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$$y-b=3(x-a)+2$$

$$\therefore y=3x-3a+b+2$$

이 직선이 점 (2, 3)을 지나므로

$$3=6-3a+b+2$$

$$\therefore 3a-b=5$$

- 6 점 (2, 2)를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 점의 좌표가 (5, -1)이라고 하면

$$2+m=5, 2+n=-1$$

$$\therefore m=3, n=-3$$

따라서 원 $(x-3)^2+(y+3)^2=a$ 를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 원의 방정식은

$$\{(x-3)-3\}^2+\{(y+3)+3\}^2=a$$

$$\therefore (x-6)^2+(y+6)^2=a$$

이 원이 원 $(x+b)^2+(y+6)^2=9$ 와 일치하므로

$$a=9, b=-6 \quad \therefore a+b=3$$

다른 풀이

점 (2, 2)를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 점의 좌표가 (5, -1)이라고 하면

$$2+m=5, 2+n=-1$$

$$\therefore m=3, n=-3$$

원 $(x-3)^2+(y+3)^2=a$ 의 중심 (3, -3)을 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 점은 원 $(x+b)^2+(y+6)^2=9$ 의 중심 $(-b, -6)$ 과 일치하므로

$$3+3=-b \quad \therefore b=-6$$

또 평행이동을 하여도 원의 반지름의 길이는 변하지 않으므로 $a=9$

$$\therefore a+b=3$$

- 7 원 $x^2+(y-1)^2=9$ 를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 원의 방정식은

$$(x-2)^2+\{(y+3)-1\}^2=9$$

$$\therefore (x-2)^2+(y+2)^2=9$$

이 원이 직선 $3x-4y+k=0$ 과 만나려면 원의 중심

(2, -2)와 직선 사이의 거리가 원의 반지름의 길이인 3보다 작거나 같아야 하므로

$$\frac{|6+8+k|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}} \leq 3, |14+k| \leq 15$$

$$\therefore -29 \leq k \leq 1$$

따라서 상수 k 의 최댓값은 1이다.

- 8 포물선 $y=x^2-2x-5$, 즉 $y=(x-1)^2-6$ 을 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 포물선의 방정식은

$$y-a=\{(x-1)-1\}^2-6 \quad \therefore y=(x-2)^2+a-6$$

이 포물선의 꼭짓점의 좌표는 (2, $a-6$)

이 꼭짓점이 x 축 위에 있으므로

$$a-6=0 \quad \therefore a=6$$

- 9 점 P(2, 1)을 x 축에 대하여 대칭이동한 점 Q의 좌표는 Q(2, -1)

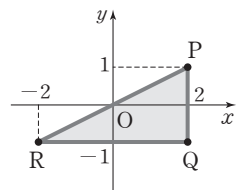
점 P(2, 1)을 원점에 대하여 대칭이동한 점 R의 좌표는 R(-2, -1)

따라서 오른쪽 그림에서 세 점

P, Q, R를 꼭짓점으로 하는

삼각형 PQR의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$



- 10 직선 l 을 x 축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은 $ax-3 \times (-y)+6=0$

$$\therefore ax+3y+6=0 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

직선 l 을 원점에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$$a(-x)-3 \times (-y)+6=0$$

$$\therefore ax-3y-6=0 \quad \cdots \cdots \textcircled{8}$$

이때 두 직선 $\textcircled{7}$ 과 $\textcircled{8}$ 은 서로 수직이므로

$$a \times a + 3 \times (-3) = 0, a^2 = 9$$

$$\therefore a = -3 \text{ 또는 } a = 3$$

따라서 모든 상수 a 의 값의 곱은 $(-3) \times 3 = -9$

- 11 직선 $y=\frac{1}{2}x+1$ 을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$$x=\frac{1}{2}y+1 \quad \therefore y=2x-2$$

이 직선의 기울기는 2이므로 구하는 직선의 기울기는 2

y 절편을 b 라고 하면 구하는 직선의 방정식은

$$y=2x+b$$

$$\therefore 2x-y+b=0 \quad \cdots \cdots \textcircled{9}$$

원점과 직선 $\textcircled{9}$ 사이의 거리가 $2\sqrt{5}$ 이므로

$$\frac{|b|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}} = 2\sqrt{5}, |b| = 10$$

$$\therefore b = -10 \text{ 또는 } b = 10$$

이것을 $\textcircled{9}$ 에 각각 대입하면 구하는 직선의 방정식은

$$2x-y-10=0 \text{ 또는 } 2x-y+10=0$$

- 12 주어진 원의 방정식을 변형하면

$$(x-2)^2+(y+3)^2=1$$

이 원을 원점에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$$(-x-2)^2+(-y+3)^2=1$$

$$\therefore (x+2)^2+(y-3)^2=1$$

이 원을 y 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$$(-x+2)^2+(y-3)^2=1$$

$$\therefore (x-2)^2+(y-3)^2=1$$

따라서 구하는 원의 중심의 좌표는 $(2, 3)$

- 13 포물선 $y=x^2+ax+b$, 즉 $y=\left(x+\frac{a}{2}\right)^2-\frac{a^2}{4}+b$ 를 x 축

에 대하여 대칭이동한 포물선의 방정식은

$$-y=\left(x+\frac{a}{2}\right)^2-\frac{a^2}{4}+b$$

$$\therefore y=-\left(x+\frac{a}{2}\right)^2+\frac{a^2}{4}-b$$

이 포물선의 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 2)$ 이므로

$$-\frac{a}{2}=-1, \frac{a^2}{4}-b=2 \quad \therefore a=2, b=-1$$

$$\therefore a+b=1$$

- 14 점 $(-1, 2)$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는

$$(1, -2)$$

이 점을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 점의 좌표는

$$(1+a, -2+b)$$

이 점이 점 $(2, 1)$ 과 일치하므로

$$1+a=2, -2+b=1 \quad \therefore a=1, b=3$$

$$\therefore ab=3$$

- 15 직선 $3x-y+a+1=0$ 을 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의

방향으로 -1만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$$3(x-2)-(y+1)+a+1=0$$

$$\therefore 3x-y+a-6=0$$

이 직선을 y 축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$$3 \times (-x) - y + a - 6 = 0$$

$$\therefore 3x + y - a + 6 = 0 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

주어진 원의 방정식을 변형하면

$$(x-2)^2+(y+1)^2=5 \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

직선 $\textcircled{7}$ 이 원 $\textcircled{8}$ 의 넓이를 이등분하려면 원의 중심

$(2, -1)$ 을 지나야 하므로

$$6-1-a+6=0 \quad \therefore a=11$$

- 16 포물선 $y=x^2$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 포물선의 방정식은

$$-y=x^2 \quad \therefore y=-x^2$$

이 포물선을 y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 포물선의 방정식은

$$y-a=-x^2 \quad \therefore y=-x^2+a \quad \dots\dots \textcircled{9}$$

$\textcircled{9}$ 과 $y=x+1$ 에서 y 를 소거하면

$$-x^2+a=x+1 \quad \therefore x^2+x-a+1=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

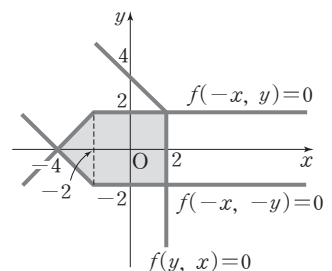
$$D=1^2-4(-a+1)<0$$

$$4a-3<0 \quad \therefore a<\frac{3}{4}$$

- 17 방정식 $f(-x, y)=0$, $f(-x, -y)=0$, $f(y, x)=0$ 이 나타내는 도형은 방정식 $f(x, y)=0$ 이 나타내는 도형을 각각 y 축, 원점, 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 것이다.

따라서 세 개의 도형을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 넓이는

$$4 \times 4 + \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 20$$



- 18 오른쪽 그림과 같이 점

$A(1, 2)$ 를 y 축에 대하여

대칭이동한 점을 A' 이라고

하면 점 A' 의 좌표는

$$A'(-1, 2)$$

점 $B(2, 1)$ 을 x 축에 대하여

대칭이동한 점을 B' 이라고

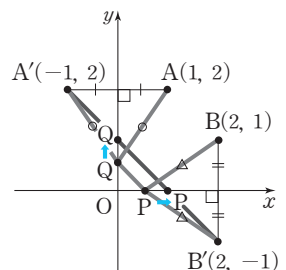
하면 점 B' 의 좌표는

$$B'(2, -1)$$

이때 $\overline{AQ}=\overline{A'Q}$, $\overline{PB}=\overline{PB'}$ 이므로

$$\overline{AQ}+\overline{QP}+\overline{PB}=\overline{A'Q}+\overline{QP}+\overline{PB'}\geq\overline{A'B'}$$

따라서 $\overline{AQ}+\overline{QP}+\overline{PB}$ 의 최솟값은 선분 $A'B'$ 의 길이와 같으므로 $\overline{A'B'}=\sqrt{\{2-(-1)\}^2+(-1-2)^2}=3\sqrt{2}$



- 19 오른쪽 그림과 같이 점 D 를 원

점 O , 전선 l 을 x 축으로 하여

주어진 조건을 좌표평면 위에

나타내면 세 점 A, B, E 의

좌표는 $A(0, 60)$,

$B(200, 100)$, $E(200, 0)$

점 B 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 B' 이라고 하면 점

B' 의 좌표는 $B'(200, -100)$

이때 $\overline{BC}=\overline{B'C}$ 이므로

$$\overline{AC}+\overline{BC}=\overline{AC}+\overline{B'C}\geq\overline{AB'}$$

즉, 점 C 가 직선 AB' 위의 점일 때, $\overline{AC}+\overline{BC}$ 가 최소이다.

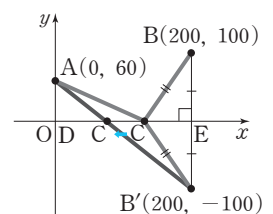
직선 AB' 의 방정식은

$$y-60=\frac{-100-60}{200-0}(x-0) \quad \therefore y=-\frac{4}{5}x+60$$

점 C 는 직선 AB' 과 x 축의 교점이므로

$$0=-\frac{4}{5}x+60 \quad \therefore x=75 \quad \therefore C(75, 0)$$

따라서 C 지점은 D 지점에서 75 m만큼 떨어진 곳에 있어야 한다.



- 20 점 (a, b) 는 두 점 $(-2, -3)$, $(4, 5)$ 를 이은 선분의 중점이므로

$$\frac{-2+4}{2}=a, \frac{-3+5}{2}=b \quad \therefore a=1, b=1$$

$$\therefore a+b=2$$

21 포물선 $y=x^2-6x+10$, 즉 $y=(x-3)^2+1$ 의 꼭짓점의 좌표는 (3, 1)

포물선 $y=-x^2-14x-50$, 즉 $y=-(x+7)^2-1$ 의 꼭짓점의 좌표는 (-7, -1)

두 포물선이 점 A에 대하여 대칭이므로 두 점 (3, 1), (-7, -1)은 점 A에 대하여 대칭이다.

따라서 점 A는 두 점 (3, 1), (-7, -1)을 이은 선분의 중점이므로 점 A의 좌표는

$$\left(\frac{3-7}{2}, \frac{1-1}{2}\right) \quad \therefore A(-2, 0)$$

22 주어진 원의 방정식을 변형하면

$$(x-4)^2+(y-1)^2=1$$

이 원의 중심 (4, 1)을 직선 $y=x+1$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 (a, b)라고 하면 직선 $y=x+1$ 이 두 점

(4, 1), (a, b)를 이은 선분의 중점 $\left(\frac{4+a}{2}, \frac{1+b}{2}\right)$ 를 지나므로

$$\frac{1+b}{2}=\frac{4+a}{2}+1 \quad \therefore a-b=-5 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

직선 $y=x+1$ 이 두 점 (4, 1), (a, b)를 지나는 직선과 수직이므로

$$1 \times \frac{b-1}{a-4}=-1 \quad \therefore a+b=5 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

①, ②을 연립하여 풀면 $a=0, b=5$

따라서 대칭이동한 원은 중심이 점 (0, 5)이고 반지름의 길이가 1인 원이므로 구하는 원의 방정식은

$$x^2+(y-5)^2=1$$

23 직선 $y=2x-1$ 위에 있는 두 점 (0, -1), (1, 1)을 직선 $y=-x+3$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 각각 (a, b), (c, d)라고 하자.

(i) 직선 $y=-x+3$ 이 두 점 (0, -1), (a, b)를 이은 선분의 중점 $\left(\frac{0+a}{2}, \frac{-1+b}{2}\right)$ 를 지나므로

$$\frac{-1+b}{2}=-\frac{a}{2}+3 \quad \therefore a+b=7 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

직선 $y=-x+3$ 과 두 점 (0, -1), (a, b)를 지나는 직선이 서로 수직이므로

$$(-1) \times \frac{b-(-1)}{a-0}=-1 \quad \therefore a-b=1 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

①, ②을 연립하여 풀면 $a=4, b=3$

(ii) 직선 $y=-x+3$ 이 두 점 (1, 1), (c, d)를 이은 선분의 중점 $\left(\frac{1+c}{2}, \frac{1+d}{2}\right)$ 를 지나므로

$$\frac{1+d}{2}=-\frac{1+c}{2}+3 \quad \therefore c+d=4 \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

직선 $y=-x+3$ 과 두 점 (1, 1), (c, d)를 지나는 직선이 서로 수직이므로

$$(-1) \times \frac{d-1}{c-1}=-1 \quad \therefore c-d=0 \quad \dots\dots \textcircled{4}$$

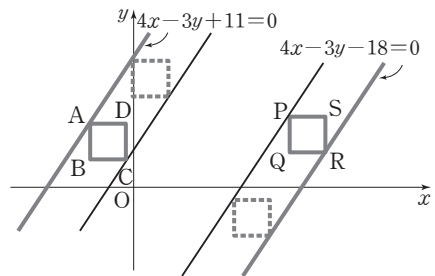
③, ④을 연립하여 풀면 $c=2, d=2$

(i), (ii)에 의하여 직선 $mx-2y+n=0$ 은 두 점 (4, 3), (2, 2)를 지나는 직선이므로 직선의 방정식은

$$y-2=\frac{3-2}{4-2}(x-2) \quad \therefore x-2y+2=0$$

따라서 $m=1, n=2$ 이므로 $m-n=-1$

24 두 정사각형 ABCD, PQRS에서 점 C와 점 P는 다음 그림과 같이 각각 일직선으로 움직인다.



점 C가 움직이는 직선은 직선 $4x-3y+11=0$ 을 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 직선이므로 이 직선의 방정식은

$$4(x-1)-3(y+1)+11=0 \\ \therefore 4x-3y+4=0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

점 P가 움직이는 직선은 직선 $4x-3y-18=0$ 을 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 직선이므로 이 직선의 방정식은

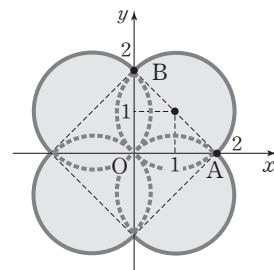
$$4(x+1)-3(y-1)-18=0 \\ \therefore 4x-3y-11=0 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

이때 점 C와 점 P 사이의 거리의 최솟값은 평행한 두 직선 ①, ② 사이의 거리와 같다.

따라서 직선 ① 위의 한 점 (-1, 0)과 직선 ② 사이의 거리를 구하면

$$\frac{|-4-0-11|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=\frac{15}{5}=3$$

25 원 $(x-1)^2+(y-1)^2=2$ 의 $x \geq 0, y \geq 0$ 인 부분과 이 부분을 각각 x 축, y 축, 원점에 대하여 대칭이동하여 생기는 모든 곡선으로 둘러싸인 부분은 다음 그림과 같다.



위의 그림에서 원 $(x-1)^2+(y-1)^2=2$ 가 x 축, y 축과 만나고 원점이 아닌 점을 각각 A, B라고 하면

(i) 점 A는 원이 x 축과 만나는 점이므로

$$(x-1)^2+(0-1)^2=2, \quad x^2-2x=0 \\ x(x-2)=0 \quad \therefore x=0 \text{ 또는 } x=2$$

따라서 점 A의 좌표는 A(2, 0)

(ii) 점 B는 원이 y 축과 만나는 점이므로
 $(0-1)^2 + (y-1)^2 = 2, y^2 - 2y = 0$
 $y(y-2) = 0 \quad \therefore y=0 \text{ 또는 } y=2$
 따라서 점 B의 좌표는 B(0, 2)

선분 AB의 중점이 원의 중심과 일치하고
 $\overline{AB} = \sqrt{(0-2)^2 + (2-0)^2} = 2\sqrt{2}$

이므로 이 원의 지름의 길이는 $2\sqrt{2}$ 이다.

모든 곡선으로 둘러싸인 부분 중 제1사분면에 있는 부분의 넓이는 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$ 인 반원과 직각이등변삼각형의 넓이의 합과 같으므로

$$\frac{1}{2} \times \pi \times (\sqrt{2})^2 + \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = \pi + 2$$

따라서 모든 곡선으로 둘러싸인 부분의 넓이는

$$4(\pi + 2) = 4\pi + 8$$

26 오른쪽 그림과 같이 점 R을 두 변 OA, OB에 대하여 각각 대칭이동한 점을 R_1, R_2 라고 하면

$\overline{RP} = \overline{R_1P}, \overline{QR} = \overline{QR_2}$ 이므로
 $\overline{RP} + \overline{PQ} + \overline{QR}$

$$= \overline{R_1P} + \overline{PQ} + \overline{QR_2} \geq \overline{R_1R_2}$$

이때 $\angle R_1OA = \angle ROA,$

$\angle R_2OB = \angle ROB$ 이므로

$$\angle R_1OA + \angle R_2OB = \angle ROA + \angle ROB = \angle AOB = 45^\circ$$

$$\therefore \angle R_1OR_2 = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$$

또 $\overline{OR} = \overline{OR_1}, \overline{OR} = \overline{OR_2}$ 이고, $\overline{OR} = 3$ 이므로

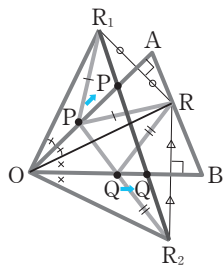
$$\overline{OR_1} = \overline{OR_2} = 3$$

이때 $\triangle R_1OR_2$ 가 직각삼각형이므로

$$\overline{R_1R_2}^2 = 3^2 + 3^2, \overline{R_1R_2}^2 = 18 \quad \therefore \overline{R_1R_2} = \pm 3\sqrt{2}$$

그런데 $\overline{R_1R_2} > 0$ 이므로 $\overline{R_1R_2} = 3\sqrt{2}$

따라서 $\overline{RP} + \overline{PQ} + \overline{QR}$ 의 최솟값은 선분 R_1R_2 의 길이와 같으므로 $3\sqrt{2}$ 이다.



27 원 $(x+a)^2 + (y+b)^2 = 16$ 을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$$(x+b)^2 + (y+a)^2 = 16 \quad \dots\dots (가)$$

이 원을 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 원의 방정식은

$$(x+b+3)^2 + (y+a)^2 = 16 \quad \dots\dots (나)$$

이 원은 반지름의 길이가 4이고, x 축과 y 축에 동시에 접하므로
 $|-b-3| = 4 \quad \therefore b = -7 \text{ 또는 } b = 1$

$$|-a| = 4 \quad \therefore a = -4 \text{ 또는 } a = 4 \quad \dots\dots (다)$$

따라서 ab 의 최댓값은 $a = -4, b = -7$ 일 때, 28이다.

$\dots\dots (라)$

채점 기준	배점
(가) 대칭이동한 원의 방정식을 구한다.	1점
(나) 평행이동한 원의 방정식을 구한다.	1점
(다) a, b 의 값을 구한다.	2점
(라) ab 의 최댓값을 구한다.	2점

28 원 $x^2 + (y-2)^2 = 9$ 를 x 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 원의 방정식은

$$(x-a)^2 + (y-2)^2 = 9 \quad \dots\dots (가)$$

원의 중심 $(a, 2)$ 와 직선 $4x-3y+3=0$ 사이의 거리 d 는

$$d = \frac{|4a-6+3|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}} = \frac{|4a-3|}{5}$$

원의 반지름의 길이 r 는 $r=3$ $\dots\dots (나)$

원과 직선이 접하려면 $d=r$ 이어야 하므로

$$\frac{|4a-3|}{5} = 3, |4a-3| = 15$$

$$\therefore a = -3 \text{ 또는 } a = \frac{9}{2} \quad \dots\dots (다)$$

채점 기준	배점
(가) 평행이동한 원의 방정식을 구한다.	1점
(나) 원의 중심과 직선 사이의 거리와 원의 반지름의 길이를 구한다.	2점
(다) a 의 값을 구한다.	2점

29 (1) 점 B(7, 0)을 직선 $x+y=2$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 $B'(a, b)$ 라고 하면 직선 $x+y=2$ 가 $\overline{BB'}$ 의 중점 $\left(\frac{7+a}{2}, \frac{0+b}{2}\right)$ 를 지나므로

$$\frac{7+a}{2} + \frac{b}{2} = 2$$

$$\therefore a+b = -3 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

직선 $x+y=2$, 즉 $y=-x+2$ 와 직선 BB' 이 서로 수직이므로

$$(-1) \times \frac{b-0}{a-7} = -1$$

$$\therefore a-b = 7 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a=2, b=-5$

따라서 점 B' 의 좌표는 $B'(2, -5)$ $\dots\dots (가)$

오른쪽 그림에서

$$\overline{BP} = \overline{B'P} \text{이므로}$$

$$\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{AP} + \overline{B'P} \geq \overline{AB'}$$

따라서 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최

솟값은 선분 AB' 의 길

이와 같으므로

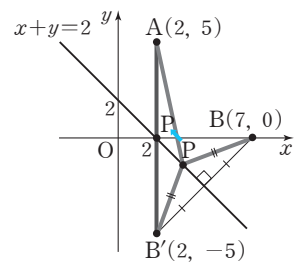
$$\overline{AB'} = 5 - (-5) = 10 \quad \dots\dots (나)$$

(2) 직선 AB' 의 방정식은 $x=2$ $\dots\dots (다)$

점 P는 두 직선 $x+y=2, x=2$ 의 교점이므로

$$2+y=2 \quad \therefore y=0$$

$$\therefore P(2, 0) \quad \dots\dots (라)$$



채점 기준	배점
(가) 점 B를 직선 $x+y=2$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 구한다.	3점
(나) $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값을 구한다.	2점
(다) 직선 AB' 의 방정식을 구한다.	1점
(라) 점 P의 좌표를 구한다.	1점

01~03 내공 점검

p. 108~109

- 1 ⑤ 2 ④ 3 ③ 4 ① 5 ②
6 ② 7 ④ 8 ⑤ 9 ⑤ 10 ①
11 2 12 8 13 몫: x^2-2x+1 , 나머지: 2

1 $X+2A=A-2(A-B)$ 에서 $X+2A=A-2A+2B$
 $\therefore X=-3A+2B$
 $=-3(x^2-3xy+y^2)+2(2x^2-xy-3y^2)$
 $=-3x^2+9xy-3y^2+4x^2-2xy-6y^2$
 $=x^2+7xy-9y^2$

2 $P(x)=(2x^2+3x-1)(3x^2-x-5)^2$ 이라고 하면
 $P(x)$ 를 전개하였을 때, 모든 계수의 합은 $x=1$ 일 때의 값과 같으므로
 $P(1)=(2+3-1)(3-1-5)^2=4 \times 9=36$

3 ① $(x-y)(3x+2y)=3x^2-xy-2y^2$
 ② $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)=x^4+x^2y^2+y^4$
 ④ $(x-y-z)^2=x^2+y^2+z^2-2xy+2yz-2zx$
 ⑤ $(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$
 $=x^3+y^3+z^3-3xyz$
 따라서 옳은 것은 ③이다.

4 $(a-1)(a+1)(a^2+1)(a^4+1)=(a^2-1)(a^2+1)(a^4+1)$
 $= (a^4-1)(a^4+1)$
 $= a^8-1$

5 $x+y=-2$, $xy=-8$ 이므로
 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$
 $=(-2)^2-2 \times (-8)=20$
 $\therefore x^4+y^4=(x^2+y^2)^2-2x^2y^2=(x^2+y^2)^2-2 \times (xy)^2$
 $=20^2-2 \times (-8)^2=272$

6 $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=3^2-2=7$
 $x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3\left(x+\frac{1}{x}\right)=3^3-3 \times 3=18$
 $\therefore 3x^3-x^2+2x+\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2}+\frac{3}{x^3}$
 $=3\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)-\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+2\left(x+\frac{1}{x}\right)$
 $=3 \times 18-7+2 \times 3=53$

7 $ab+bc+ca=\frac{1}{2}\{(a+b+c)^2-(a^2+b^2+c^2)\}$
 $=\frac{1}{2}(9-11)=-1$
 $\therefore a^3+b^3+c^3-3abc$
 $= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$
 $=3 \times \{11-(-1)\}=36$

8 $f(x)=(x^2-x+2)(2x-1)+3x+4$
 $=2x^3-3x^2+8x+2$

이므로

$$\begin{array}{r} 2x-5 \\ x^2+x+2 \overline{) 2x^3-3x^2+8x+2} \\ \underline{2x^3+2x^2+4x} \\ -5x^2+4x+2 \\ \underline{-5x^2-5x-10} \\ 9x+12 \end{array}$$

따라서 구하는 나머지는 $9x+12$ 이다.

9 $f(x)=(3x-1)Q(x)+R$ 이므로
 $3f(x)=3(3x-1)Q(x)+3R$
 $=9\left(x-\frac{1}{3}\right)Q(x)+3R$
 $=\left(x-\frac{1}{3}\right) \times 9Q(x)+3R$

따라서 $3f(x)$ 를 $x-\frac{1}{3}$ 로 나눈 몫은 $9Q(x)$, 나머지는 $3R$ 이다.

10 $2x-4=2(x-2)$ 이므로 다항식 $4x^3+ax^2-3x+b$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 4 & a & -3 & b \\ & & 8 & 2a+16 & 4a+26 \\ \hline & 4 & a+8 & 2a+13 & 4a+b+26 \end{array}$$

즉, $k=2$, $c=4$, $a+8=3$, $2a+13=d$, $4a+b+26=10$ 이므로

$k=2$, $a=-5$, $b=4$, $c=4$, $d=3$
 $\therefore 4x^3-5x^2-3x+4$
 $= (x-2)(4x^2+3x+3)+10$
 $= (2x-4) \times \frac{1}{2} \times (4x^2+3x+3)+10$
 $= (2x-4)\left(2x^2+\frac{3}{2}x+\frac{3}{2}\right)+10$

따라서 $Q(x)=2x^2+\frac{3}{2}x+\frac{3}{2}$ 이므로

$Q(1)=5$
 $\therefore a+b+c+d+k+Q(1)=-5+4+4+3+2+5$
 $=13$

11 $(2x^3-x^2+x-a)^2$, 즉 $(2x^3-x^2+x-a)(2x^3-x^2+x-a)$ 의 전개식에서 x^2 항은
 $(-x^2) \times (-a) + x \times x + (-a) \times (-x^2) = (2a+1)x^2$
 $\dots\dots (가)$

x^4 항은
 $2x^3 \times x + (-x^2) \times (-x^2) + x \times 2x^3 = 5x^4$
 $\dots\dots (나)$
 x^2 의 계수와 x^4 의 계수가 같으므로
 $2a+1=5$, $2a=4$ $\therefore a=2$
 $\dots\dots (다)$

채점 기준	배점
(가) x^2 항을 a 에 관한 식으로 나타낸다.	4점
(나) x^4 항을 구한다.	4점
(다) a 의 값을 구한다.	2점

12 $a+b+c=0$ 이므로

$$\begin{aligned} & \frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} \\ &= \frac{1}{-c} + \frac{1}{-a} + \frac{1}{-b} \\ &= -\frac{ab+bc+ca}{abc} \quad \dots\dots \textcircled{1} \quad \dots\dots (가) \end{aligned}$$

$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$ 에서
 $ab+bc+ca$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \{ (a+b+c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2) \} \\ &= \frac{1}{2} (0 - 16) \\ &= -8 \quad \dots\dots (나) \end{aligned}$$

따라서 $abc=1$, $ab+bc+ca=-8$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} = -\frac{-8}{1} = 8 \quad \dots\dots (다)$$

채점 기준	배점
(가) 주어진 식을 간단히 나타낸다.	3점
(나) $ab+bc+ca$ 의 값을 구한다.	3점
(다) 주어진 식의 값을 구한다.	4점

13 $2x-1=2\left(x-\frac{1}{2}\right)$ 이므로 다항식 $2x^3-5x^2+4x+1$ 을

$x-\frac{1}{2}$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면

$$\frac{1}{2} \left| \begin{array}{ccc|c} 2 & -5 & 4 & 1 \\ & 1 & -2 & 1 \\ \hline 2 & -4 & 2 & 2 \end{array} \right|$$

$2x^3-5x^2+4x+1$ 을 $x-\frac{1}{2}$ 로 나누었을 때의 몫은

$2x^2-4x+2$ 이고 나머지는 2이므로 $\dots\dots (가)$

$$2x^3-5x^2+4x+1$$

$$= \left(x-\frac{1}{2}\right)(2x^2-4x+2)+2$$

$$= (2x-1) \times \frac{1}{2} \times (2x^2-4x+2)+2$$

$$= (2x-1)(x^2-2x+1)+2 \quad \dots\dots (나)$$

따라서 주어진 다항식을 $2x-1$ 로 나누었을 때의 몫은

x^2-2x+1 이고 나머지는 2이다. $\dots\dots (다)$

채점 기준	배점
(가) 조립제법을 이용하여 주어진 다항식을 $x-\frac{1}{2}$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구한다.	4점
(나) (가)에서 구한 몫과 나머지를 이용하여 식을 세우고, 식을 변형한다.	4점
(다) 주어진 다항식을 $2x-1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구한다.	2점

04~05 내공 점검

p. 110~111

1 ① 2 ③ 3 ④ 4 ③ 5 -3

6 13 7 ④ 8 ⑤ 9 ② 10 ③

11 ① 12 ③ 13 -24

14 (1) $a=2$, $b=-8$ (2) $(x-1)(x+2)(x+4)$

15 $(x^2+5x+2)(x^2-x-4)$

1 주어진 등식의 좌변을 t 에 대하여 정리하면

$$(2x+y-3)t+3x-y-2=0$$

이 등식이 t 에 대한 항등식이므로

$$2x+y-3=0, \quad 3x-y-2=0$$

두 식을 연립하여 풀면 $x=1$, $y=1$

$$\therefore x+y=2$$

다른 풀이

주어진 등식이 t 에 대한 항등식이므로 양변에 $t=-\frac{3}{2}$,

$t=1$ 을 각각 대입하면

$$-\frac{5}{2}y+\frac{5}{2}=0, \quad 5x-5=0 \quad \therefore x=1, y=1$$

$$\therefore x+y=2$$

2 나머지정리에 의하여 $P\left(\frac{1}{2}\right)=2$

$$\text{즉, } 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 - 3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 + 7 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 - a \times \frac{1}{2} + 1 = 2$$

$$\therefore a=1$$

3 다항식 $P(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 5이므로

$$P(x)=(x+1)Q(x)+5 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$Q(x)$ 를 $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지가 -2이므로 나머지정리에 의하여

$$Q(-2)=-2$$

따라서 다항식 $P(x)$ 를 $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지는

$P(-2)$ 이므로 $\textcircled{1}$ 의 양변에 $x=-2$ 를 대입하면

$$\begin{aligned} P(-2) &= (-2+1) \times Q(-2) + 5 \\ &= (-1) \times (-2) + 5 = 7 \end{aligned}$$

4 다항식 $P(x)$ 를 $x(x-1)$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q_1(x)$ 라고 하면 나머지가 $2x-3$ 이므로

$$P(x)=x(x-1)Q_1(x)+2x-3$$

양변에 $x=0$, $x=1$ 을 각각 대입하면

$$P(0)=-3, \quad P(1)=-1$$

또 다항식 $P(x)$ 를 $(x-1)(x+1)$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q_2(x)$ 라고 하면 나머지가 $x-2$ 이므로

$$P(x)=(x-1)(x+1)Q_2(x)+x-2$$

양변에 $x=-1$ 을 대입하면

$$P(-1)=-3$$

이때 다항식 $P(x)$ 를 $x(x-1)(x+1)$ 로 나누었을 때의 몫

을 $Q(x)$, 나머지를 ax^2+bx+c (a, b, c 는 상수)라고 하면
 $P(x)=x(x-1)(x+1)Q(x)+ax^2+bx+c$
 이 식의 양변에 $x=0, x=1, x=-1$ 을 각각 대입하면
 $P(0)=c, P(1)=a+b+c, P(-1)=a-b+c$
 $\therefore c=-3, a+b+c=-1, a-b+c=-3$
 세 식을 연립하여 풀면 $a=1, b=1, c=-3$
 따라서 구하는 나머지는 x^2+x-3 이다.

- 5 인수정리에 의하여 $P(2)=0$
 즉, $8-4+2k+2=0, 2k+6=0$
 $\therefore k=-3$

- 6 $P(x)=x^3+ax+b$ 라고 하면 $P(x)$ 가 x^2-3x+2 , 즉
 $(x-1)(x-2)$ 로 나누어떨어지므로 인수정리에 의하여
 $P(1)=0, P(2)=0$
 $P(1)=0$ 에서 $1+a+b=0$
 $\therefore a+b=-1$ ㉠
 $P(2)=0$ 에서 $8+2a+b=0$
 $\therefore 2a+b=-8$ ㉡
 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면
 $a=-7, b=6$
 $\therefore b-a=13$

- 7 ① $(a+b)^3+b^3=\{(a+b)+b\}\{(a+b)^2-(a+b)\times b+b^2\}$
 $= (a+2b)(a^2+ab+b^2)$
 ② $2x^4-3x^2y^2+y^4=(x^2-y^2)(2x^2-y^2)$
 $= (x+y)(x-y)(2x^2-y^2)$
 ③ $a^3+2a^2-5a-6=(a+1)(a^2+a-6)$
 $= (a+1)(a-2)(a+3)$
 ④ $x^4-11x^2y^2+y^4=(x^4-2x^2y^2+y^4)-9x^2y^2$
 $= (x^2-y^2)^2-(3xy)^2$
 $= (x^2+3xy-y^2)(x^2-3xy-y^2)$
 ⑤ $a^2c+bc^2-a^2b-c^3=(c^2-a^2)b-c(c^2-a^2)$
 $= (c^2-a^2)(b-c)$
 $= (c+a)(c-a)(b-c)$
 $= -(c+a)(c-a)(c-b)$

따라서 옳은 것은 ④이다.

- 8 $(x-2)(x-1)(x+4)(x+5)+k$
 $= \{(x-2)(x+5)\}\{(x-1)(x+4)\}+k$
 $= (x^2+3x-10)(x^2+3x-4)+k$
 $x^2+3x=X$ 로 놓으면
 (주어진 식) $= (X-10)(X-4)+k$
 $= X^2-14X+40+k$
 $= (X-7)^2+k-9=(x^2+3x-7)^2+k-9$
 이 식이 완전제곱식이 되어야 하므로
 $k-9=0 \therefore k=9$

- 9 주어진 식을 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면
 $x^2-4xy+3y^2+x-5y-2$
 $= x^2+(-4y+1)x+3y^2-5y-2$
 $= x^2+(-4y+1)x+(y-2)(3y+1)$
 $= \{x-(y-2)\}\{x-(3y+1)\}$
 $= (x-y+2)(x-3y-1)$
 $\therefore (x-y+2)+(x-3y-1)=2x-4y+1$

- 10 주어진 식의 좌변을 a 에 대하여 내림차순으로 정리하면
 $b^3-c^3-b^2c+bc^2+a^2b-a^2c$
 $= (b-c)a^2+b^3-b^2c+bc^2-c^3$
 $= (b-c)a^2+b^2(b-c)+c^2(b-c)$
 $= (b-c)(a^2+b^2+c^2)=0$
 이때 $a^2+b^2+c^2>0$ 이므로
 $b-c=0 \therefore b=c$
 따라서 주어진 조건을 만족하는 삼각형은 $b=c$ 인 이등변 삼각형이다.

- 11 $x-2y=A, 2y-3z=B, -x+3z=C$ 로 놓으면
 $A+B+C=0$ 이므로
 $(x-2y)^3+(2y-3z)^3-(x-3z)^3$
 $= (x-2y)^3+(2y-3z)^3+(-x+3z)^3$
 $= A^3+B^3+C^3$
 $= (A+B+C)(A^2+B^2+C^2-AB-BC-CA)+3ABC$
 $= 3ABC$
 $= 3(x-2y)(2y-3z)(-x+3z)$
 따라서 인수인 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

- 12 $a=2018$ 로 놓으면
 $\frac{2018^3+1}{2017 \times 2018+1} = \frac{a^3+1}{(a-1)a+1}$
 $= \frac{(a+1)(a^2-a+1)}{a^2-a+1}$
 $= a+1=2018+1=2019$

- 13 주어진 등식의 양변에 $x=-1$ 을 대입하면
 $0=2+a+b \therefore a+b=-2$ ㉠ (가)
 주어진 등식의 양변에 $x^2=2$ 를 대입하면
 $0=8+2a+b \therefore 2a+b=-8$ ㉡ (나)
 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-6, b=4$ (다)
 $\therefore ab=-24$ (라)

채점 기준	배점
(가) 주어진 등식의 양변에 $x=-1$ 을 대입하여 a, b 에 관한 식을 구한다.	2점
(나) 주어진 등식의 양변에 $x^2=2$ 를 대입하여 a, b 에 관한 식을 구한다.	2점
(다) a, b 의 값을 구한다.	2점
(라) ab 의 값을 구한다.	2점

- 14 (1) $P(x)$ 는 $x-1$ 로 나누어떨어지므로
 $P(1)=0$ 에서 $1+5+a+b=0$
 $\therefore a+b=-6$ ㉠
 $P(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지가 24이므로
 $P(2)=24$ 에서 $8+20+2a+b=24$
 $\therefore 2a+b=-4$ ㉡ (가)
 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2, b=-8$ (나)
 (2) (1)에서 $P(x)=x^3+5x^2+2x-8$ (다)
 $P(x)$ 는 $x-1$ 로 나누어떨어지므로 $x-1$ 을 인수로 가진다.

따라서 조립제법을 이용하여 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 5 & 2 & -8 \\ & & 1 & 6 & 8 \\ \hline & 1 & 6 & 8 & 0 \end{array}$$

$$P(x)=(x-1)(x^2+6x+8) \\ = (x-1)(x+2)(x+4) \quad \text{..... (라)}$$

채점 기준	배점
(가) $P(1)=0, P(2)=24$ 임을 이용하여 식을 세운다.	3점
(나) a, b 의 값을 구한다.	3점
(다) $P(x)$ 를 구한다.	2점
(라) $P(x)$ 를 인수분해한다.	4점

- 15 $x+1=X$ 로 놓으면
 $(x+1)^4-13(x+1)^2+4$
 $=X^4-13X^2+4$ (가)
 $= (X^4-4X^2+4)-9X^2 = (X^2-2)^2 - (3X)^2$
 $= (X^2+3X-2)(X^2-3X-2)$ (나)
 $= \{(x+1)^2+3(x+1)-2\} \{(x+1)^2-3(x+1)-2\}$
 $= (x^2+5x+2)(x^2-x-4)$ (다)

채점 기준	배점
(가) $x+1=X$ 로 놓고, 주어진 식을 X 에 대한 식으로 나타낸다.	2점
(나) 주어진 식을 X 에 대한 두 이차식의 곱으로 인수분해한다.	3점
(다) 주어진 식을 x 에 대한 식으로 나타내고 인수분해를 완성한다.	3점

06~07장 내공 점검

p. 112~113

- 1 ⑤ 2 ② 3 ① 4 ④ 5 ③
 6 ③ 7 ③ 8 ⑤ 9 ② 10 ④
 11 $3+i$ 또는 $-3+i$ 12 0 13 $2y+3$

- 1 주어진 복소수 중 실수는 $\sqrt{13}-\sqrt{2}, \pi-3, 14, 0$ 이므로
 $a=3$
 순허수는 $-36i, 16i$ 이므로
 $b=2$

순허수가 아닌 허수는 $5-\sqrt{5}i, 3+i, -2+2i, -2i+2, \frac{i}{2}-1$ 이므로 $c=5$
 $\therefore 2a+3b-2c=6+6-10=2$

- 2 ㄱ. $1-3i$ 는 복소수이면서 허수이다.
 ㄴ. $\sqrt{3}$ 은 실수이므로 복소수이다.
 ㄷ. 허수는 크기를 비교할 수 없다.
 ㄹ. $z=1+i$ 일 때, $z^2=(1+i)^2=2i \Rightarrow$ 허수
 ㄴ. $z=a+bi$ (a, b 는 실수)라고 하면 $\bar{z}=a-bi$ 이므로
 $z+\bar{z}=(a+bi)+(a-bi)=2a \Rightarrow$ 실수
 $z\bar{z}=(a+bi)(a-bi)=a^2+b^2 \Rightarrow$ 실수
 따라서 보기 중 옳은 것은 ㄴ이다.

- 3 $z=a(a-i)-2a-2-(1+i)=(a^2-2a-3)-(a+1)i$
 가 순허수가 되려면 $a^2-2a-3=0$ 이어야 하므로
 $(a+1)(a-3)=0$
 $\therefore a=-1$ 또는 $a=3$ ㉠
 $a+1 \neq 0$ 이어야 하므로
 $a \neq -1$ ㉡
 ㉠, ㉡에서 $a=3$
 $\therefore z=-4i$
 따라서 $\alpha=3, \beta=-4i$ 이므로
 $\alpha^2+\beta^2=3^2+(-4i)^2=9-16=-7$

- 4 $(1-2i) \triangle (2+i) = (1-2i)(2+i) + \frac{1-2i}{2+i}i$
 $= (1-2i)(2+i) + \frac{(1-2i)(2-i)}{(2+i)(2-i)}i$
 $= 4-3i + \frac{-5i}{5}i = 5-3i$

- 5 $\frac{1-i}{1+i} - 2(i+2) + i^2 = \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} - 2i - 4 - 1$
 $= \frac{-2i}{2} - 2i - 5$
 $= -5-3i = a+bi$

따라서 복소수가 서로 같을 조건에 의하여 $a=-5, b=-3$
 이므로 $a-b=-2$

- 6 $\alpha\bar{\alpha}-\bar{\alpha}\beta-\alpha\bar{\beta}+\beta\bar{\beta}=\bar{\alpha}(\alpha-\beta)-\bar{\beta}(\alpha-\beta)$
 $= (\alpha-\beta)(\bar{\alpha}-\bar{\beta})$
 $= (\alpha-\beta)(\overline{\alpha-\beta})$

$\alpha=2-3i, \beta=3+2i$ 에서
 $\alpha-\beta=(2-3i)-(3+2i)=-1-5i$ 이므로
 $\overline{\alpha-\beta}=-1+5i$
 $\therefore \alpha\bar{\alpha}-\bar{\alpha}\beta-\alpha\bar{\beta}+\beta\bar{\beta}=(\alpha-\beta)(\overline{\alpha-\beta})$
 $= (-1-5i)(-1+5i)$
 $= (-1)^2-(5i)^2=26$

- 7 $\overline{z+\bar{z}i}=z+1+2i$ 이므로
 $z+\bar{z}i=\overline{z+1+2i}=\bar{z}+1-2i$

$z=a+bi$ (a, b 는 실수)라고 하면 $\bar{z}=a-bi$ 이므로
 $(a+bi)+(a-bi)i=(a-bi)+1-2i$
 $a+bi+ai+b=a-bi+1-2i$
 $(b-1)+(a+2b+2)i=0$
 복소수가 서로 같을 조건에 의하여
 $b-1=0, a+2b+2=0$
 $\therefore a=-4, b=1$
 따라서 $z=-4+i, \bar{z}=-4-i$ 이므로
 $z^2+\bar{z}^2=(-4+i)^2+(-4-i)^2$
 $= (15-8i)+(15+8i)=30$

8 음이 아닌 정수 a 에 대하여 $f(4a+1)=i, f(4a+2)=i-1, f(4a+3)=-1, f(4a+4)=0$ 이므로 $f(k)=i$ 가 되려면 $k=4a+1$ 의 꼴이어야 한다.
 따라서 100 이하의 자연수 k 는 1, 5, 9, ..., 97의 25개이다.

9 $\sqrt{-3}\sqrt{-27}+2\sqrt{3}\sqrt{-9}+\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{-2}}$
 $= -\sqrt{81}+2\sqrt{-27}-\sqrt{-27}$
 $= -9+6\sqrt{3i}-3\sqrt{3i}=-9+3\sqrt{3i}$

10 $\sqrt{a}\sqrt{b}=-\sqrt{ab}$ 이므로 $a<0, b<0$
 ① $-a>0, b<0$ 이므로 $\sqrt{-a}\sqrt{b}=\sqrt{-ab}$
 ② $-a>0, -b>0$ 이므로
 $\sqrt{-a}\sqrt{-b}=\sqrt{(-a)\times(-b)}=\sqrt{ab}$
 ③ $a<0$ 이므로 $\sqrt{a^2}\sqrt{b}=|a|\sqrt{b}=-a\sqrt{b}$
 ④ $a<0, b<0$ 이므로 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$
 ⑤ $-a>0, b<0$ 이므로 $\frac{\sqrt{-a}}{\sqrt{b}}=-\sqrt{\frac{-a}{b}}$
 따라서 옳은 것은 ④이다.

11 $z=a+bi$ (a, b 는 실수)라고 하면 $\bar{z}=a-bi$
 주어진 등식에 $z=a+bi, \bar{z}=a-bi$ 를 대입하면
 $3\{(a+bi)-(a-bi)\}+10=(a+bi)(a-bi)+6i$
 $10+6bi=a^2+b^2+6i$ (가)
 복소수가 서로 같을 조건에 의하여 $10=a^2+b^2, 6b=6$
 $\therefore a=3, b=1$ 또는 $a=-3, b=1$ (나)
 $\therefore z=3+i$ 또는 $z=-3+i$ (다)

채점 기준	배점
(가) $z=a+bi, \bar{z}=a-bi$ 를 주어진 등식에 대입하여 정리한다.	4점
(나) a, b 의 값을 구한다.	4점
(다) 복소수 z 를 구한다.	2점

12 $\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}=\frac{2i}{2}=i$ (가)
 $\frac{1-i}{1+i}=\frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}=\frac{-2i}{2}=-i$ (나)

$\therefore \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2n}-\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2n}=i^{2n}-(-i)^{2n}$
 $= (i^2)^n-\{(-i)^2\}^n$
 $= (-1)^n-(-1)^n=0$ (다)

채점 기준	배점
(가) $\frac{1+i}{1-i}$ 를 간단히 한다.	3점
(나) $\frac{1-i}{1+i}$ 를 간단히 한다.	3점
(다) $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2n}-\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2n}$ 의 값을 구한다.	4점

13 $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{y+2}}=-\sqrt{\frac{x+1}{y+2}}$ 이므로
 $x+1>0, y+2<0$ ($\because x \neq -1$)
 따라서 $x>-1, y<-2, x-y>0$ 이므로 (가)
 $\sqrt{(x+1)^2}-\sqrt{(y+2)^2}-\sqrt{(x-y)^2}$
 $= |x+1|-|y+2|-|x-y|$
 $= x+1+y+2-x+y=2y+3$ (나)

채점 기준	배점
(가) $x, y, x-y$ 의 값의 범위를 구한다.	6점
(나) $\sqrt{(x+1)^2}-\sqrt{(y+2)^2}-\sqrt{(x-y)^2}$ 을 간단히 한다.	4점

08~09 내공 점검

p. 114~115

1 ③ **2** ② **3** ③ **4** ⑤ **5** ④
6 ⑤ **7** ① **8** ⑤ **9** ① **10** ③
11 (1) -6 (2) $x=\frac{1}{4}$ **12** 5 **13** $x^2+2x-4=0$

1 $(x \circ x) + (4 \circ x) + 3$
 $= (x^2 - x - x) + (4x - 4 - x) + 3$
 $= x^2 + x - 1 = 0$
 이므로
 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$
2 $x^2 - 2 = \sqrt{x^2} + \sqrt{(x+1)^2}$ 에서
 $x^2 - 2 = |x| + |x+1|$
 (i) $x < -1$ 일 때
 $x^2 - 2 = -x - (x+1), x^2 + 2x - 1 = 0$
 $\therefore x = -1 \pm \sqrt{2}$
 그런데 $x < -1$ 이므로 $x = -1 - \sqrt{2}$
 (ii) $-1 \leq x < 0$ 일 때
 $x^2 - 2 = -x + (x+1), x^2 = 3$
 $\therefore x = \pm \sqrt{3}$
 그런데 $-1 \leq x < 0$ 이므로 근은 없다.

(iii) $x \geq 0$ 일 때

$$x^2 - 2 = x + (x+1), \quad x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x+1)(x-3) = 0 \quad \therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 3$$

그런데 $x \geq 0$ 이므로 $x = 3$

(i), (ii), (iii)에 의하여 주어진 이차방정식의 해는

$$x = -1 - \sqrt{2} \text{ 또는 } x = 3$$

3 $\left[\frac{x}{2}\right]^2 - 5\left[\frac{x}{2}\right] + 4 = 0$ 에서 $\left(\left[\frac{x}{2}\right] - 1\right)\left(\left[\frac{x}{2}\right] - 4\right) = 0$

$$\therefore \left[\frac{x}{2}\right] = 1 \text{ 또는 } \left[\frac{x}{2}\right] = 4$$

(i) $\left[\frac{x}{2}\right] = 1$ 일 때, $1 \leq \frac{x}{2} < 2$ 이므로 $2 \leq x < 4$

(ii) $\left[\frac{x}{2}\right] = 4$ 일 때, $4 \leq \frac{x}{2} < 5$ 이므로 $8 \leq x < 10$

(i), (ii)에 의하여 주어진 방정식을 만족하는 정수 x 는 2, 3, 8, 9의 4개이다.

4 이차방정식 $x^2 - 2(2k-1)x + 4k^2 - 1 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = \{-(2k-1)\}^2 - (4k^2 - 1) = -4k + 2 < 0$$

$$\therefore k > \frac{1}{2}$$

5 이차방정식 $x^2 - 2ax + b^2 = 0$ 의 판별식을 D_1 이라고 하면

$$\frac{D_1}{4} = (-a)^2 - b^2 = 0 \quad \therefore a^2 = b^2$$

이차방정식 $x^2 + ax + b^2 + 1 = 0$ 의 판별식을 D_2 라고 하면

$$D_2 = a^2 - 4(b^2 + 1) = a^2 - 4b^2 - 4$$

$$= a^2 - 4a^2 - 4 = -3a^2 - 4 < 0$$

따라서 이차방정식 $x^2 + ax + b^2 + 1 = 0$ 은 서로 다른 두 허근을 갖는다.

6 이차방정식 $(a+c)x^2 - 2bx + c - a = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = (-b)^2 - (a+c)(c-a) = b^2 - c^2 + a^2 = 0$$

$$\therefore c^2 = a^2 + b^2$$

따라서 빗변의 길이가 c 인 직각삼각형이다.

7 이차방정식 $x^2 - 2x + 3 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로 근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 3$

$$\therefore \frac{\beta^2}{\alpha-1} + \frac{\alpha^2}{\beta-1}$$

$$= \frac{\beta^2(\beta-1) + \alpha^2(\alpha-1)}{(\alpha-1)(\beta-1)}$$

$$= \frac{\alpha^3 + \beta^3 - (\alpha^2 + \beta^2)}{\alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1}$$

$$= \frac{(\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) - (\alpha + \beta)^2 + 2\alpha\beta}{\alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1}$$

$$= \frac{2^3 - 3 \times 3 \times 2 - 2^2 + 2 \times 3}{3 - 2 + 1} = -4$$

8 이차방정식 $x^2 - 2(3-p)x + 3 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로 근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha\beta = 3$

$$\alpha^2 - 2(3-p)\alpha + 3 = 0 \text{에서 } \alpha^2 + 2p\alpha + 3 = 6\alpha$$

$$\beta^2 - 2(3-p)\beta + 3 = 0 \text{에서 } \beta^2 + 2p\beta + 3 = 6\beta$$

$$\therefore (\alpha^2 + 2p\alpha + 3)(\beta^2 + 2p\beta + 3) = 6\alpha \times 6\beta = 36\alpha\beta = 108$$

9 a, b 는 실수이고 $\frac{5}{1+2i} = \frac{5(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = 1-2i$ 이므로

이차방정식 $x^2 - 2(a+b)x + 2ab - 3 = 0$ 의 다른 한 근은 $1+2i$ 이다.

$$2(a+b) = (1-2i) + (1+2i) = 2 \text{에서 } a+b = 1$$

$$2ab - 3 = (1-2i)(1+2i) = 5 \text{에서 } ab = 4$$

$$\therefore \alpha^3 + \beta^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b) = 1^3 - 3 \times 4 \times 1 = -11$$

10 이차방정식 $f(2x-1) = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면

$$\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = 3$$

이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근은

$$x = 2\alpha - 1 \text{ 또는 } x = 2\beta - 1$$

따라서 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 곱은

$$(2\alpha - 1)(2\beta - 1) = 4\alpha\beta - 2(\alpha + \beta) + 1 = 4 \times 3 - 2 \times (-2) + 1 = 17$$

11 (1) $(m^2 - 4)x^2 + 2(m-2)x + 2 = 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$

$\textcircled{1}$ 이 이차방정식이므로

$$m^2 - 4 \neq 0 \quad \therefore m \neq \pm 2 \quad \dots\dots \textcircled{가}$$

$\textcircled{1}$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = (m-2)^2 - 2(m^2 - 4) = -m^2 - 4m + 12 = 0$$

$$m^2 + 4m - 12 = 0, (m+6)(m-2) = 0$$

$$\therefore m = -6 (\because m \neq 2) \quad \dots\dots \textcircled{나}$$

(2) $m = -6$ 을 $(m^2 - 4)x^2 + 2(m-2)x + 2 = 0$ 에 대입하면

$$32x^2 - 16x + 2 = 0 \quad \dots\dots \textcircled{다}$$

$$16x^2 - 8x + 1 = 0, (4x-1)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{4} \text{ (중근)} \quad \dots\dots \textcircled{라}$$

채점 기준	배점
가) 주어진 방정식이 이차방정식이 되도록 하는 m 의 조건을 구한다.	2점
나) 판별식을 이용하여 m 의 값을 구한다.	3점
다) m 의 값을 대입하여 이차방정식을 세운다.	2점
라) 중근을 구한다.	3점

12 이차방정식 $x^2 + (k+1)x + 2k+5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = -k-1, \alpha\beta = 2k+5 \quad \dots\dots \textcircled{가}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = 6 \text{이므로}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \text{에서}$$

$$6 = (-k-1)^2 - 2(2k+5) \quad \dots\dots (나)$$

$$k^2 - 2k - 15 = 0, (k+3)(k-5) = 0$$

$$\therefore k = -3 \text{ 또는 } k = 5$$

따라서 양수 k 의 값은 5이다. $\dots\dots (다)$

채점 기준	배점
(가) 두 근의 합과 곱을 k 에 대한 식으로 나타낸다.	4점
(나) k 에 대한 이차방정식을 세운다.	3점
(다) 양수 k 의 값을 구한다.	3점

13 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = -4, \alpha\beta = -1 \quad \dots\dots (가)$$

$$(\alpha+1) + (\beta+1) = \alpha + \beta + 2 = -4 + 2 = -2$$

$$(\alpha+1)(\beta+1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1$$

$$= -1 - 4 + 1 = -4 \quad \dots\dots (나)$$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 + 2x - 4 = 0$ $\dots\dots (다)$

채점 기준	배점
(가) $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 의 값을 구한다.	4점
(나) 구하려는 이차방정식의 두 근의 합과 곱을 구한다.	4점
(다) 이차방정식을 구한다.	2점

10~11강 내공 점검

p. 116~117

- 1 ④ 2 ⑤ 3 ③ 4 ④ 5 ②
 6 ④ 7 ⑤ 8 ④ 9 ④ 10 ②
 11 5 12 -11 13 (1) $-\frac{5}{3} < a < 5$ (2) 33

1. 이차방정식 $2x^2 + 3x + 1 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면
 $D = 3^2 - 4 \times 2 \times 1 = 1 > 0$
 이므로 이차함수 $y = 2x^2 + 3x + 1$ 의 그래프는 x 축과 서로 다른 두 점에서 만난다.
2. 이차방정식 $-x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4} = 1^2 - (-1) \times (-3) = -2 < 0$
 이므로 이차함수 $y = -x^2 + 2x - 3$ 의 그래프는 x 축과 만나지 않는다.
3. 이차방정식 $-3x^2 + 2\sqrt{3}x + 1 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4} = (\sqrt{3})^2 - (-3) \times 1 = 6 > 0$
 이므로 이차함수 $y = -3x^2 + 2\sqrt{3}x + 1$ 의 그래프는 x 축과 서로 다른 두 점에서 만난다.
4. 이차방정식 $x^2 - 4\sqrt{2}x + 8 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4} = (-2\sqrt{2})^2 - 1 \times 8 = 0$
 이므로 이차함수 $y = x^2 - 4\sqrt{2}x + 8$ 의 그래프는 x 축과 한 점에서 만난다.
 따라서 x 축과 만나는 것은 1, 3, 4이다.

2. 이차방정식 $2x^2 - 3ax + 4b - 1 = 0$ 의 두 근이 1, b 이므로
 $1 + b = \frac{3a}{2}$ 에서 $a = \frac{2}{3}b + \frac{2}{3}$
 $1 \times b = \frac{4b-1}{2}$ 에서 $b = \frac{1}{2}$
 따라서 $a = 1, b = \frac{1}{2}$ 이므로
 $a + 4b = 1 + 4 \times \frac{1}{2} = 3$
3. 이차방정식 $x^2 + 3 = 2x - a$, 즉 $x^2 - 2x + a + 3 = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4} = (-1)^2 - (a+3) < 0, -a-2 < 0$
 $\therefore a > -2$
4. a, b 는 유리수이므로 이차방정식 $-x^2 + a = bx + 1$ 의 한 근이 $-1 - \sqrt{5}$ 이면 나머지 한 근은 $-1 + \sqrt{5}$ 이다.
 이차방정식 $x^2 + bx - a + 1 = 0$ 에서
 (두 근의 합) $= -b = (-1 + \sqrt{5}) + (-1 - \sqrt{5}) = -2$
 $\therefore b = 2$
 (두 근의 곱) $= -a + 1 = (-1 + \sqrt{5})(-1 - \sqrt{5}) = -4$
 $\therefore a = 5$
5. $y = -2x^2 - 8x + 3 = -2(x+2)^2 + 11$ 에서
 $x = -2$ 일 때 최댓값이 11이므로 $M = 11$
 $y = (2x+3)(2x-1)$
 $= 4x^2 + 4x - 3 = 4\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - 4$
 따라서 $x = -\frac{1}{2}$ 일 때 최솟값이 -4 이므로 $m = -4$
 $\therefore M + m = 11 + (-4) = 7$
6. $y = -x^2 + 4x + a = -(x-2)^2 + a + 4$
 따라서 $-1 \leq x \leq 3$ 에서 이 이차함수는 $x = 2$ 일 때 최댓값 $a + 4$ 를 가지므로
 $a + 4 = 8 \quad \therefore a = 4$
7. $x^2 - 4x = t$ 라고 하면 $t = (x-2)^2 - 4$
 $1 \leq x \leq 5$ 에서 t 는 $x = 2$ 일 때 최솟값이 -4 , $x = 5$ 일 때 최댓값이 5이므로 $-4 \leq t \leq 5$
 $\therefore y = -2(x^2 - 4x)^2 + 4(x^2 - 4x) + 3$
 $= -2t^2 + 4t + 3 = -2(t-1)^2 + 5$
 $-4 \leq t \leq 5$ 에서 주어진 함수는 $t = -4$ 일 때 최솟값이 -45 , $t = 1$ 일 때 최댓값이 5이다.
 따라서 최댓값과 최솟값의 차는 $5 - (-45) = 50$
8. $x - y = 2$, 즉 $y = x - 2$ 를 $x^2 - 3xy + y^2$ 에 대입하면
 $x^2 - 3xy + y^2 = x^2 - 3x(x-2) + (x-2)^2$
 $= -x^2 + 2x + 4 = -(x-1)^2 + 5$
 $f(x) = -(x-1)^2 + 5$ 라고 하면 $-2 \leq x \leq 2$ 에서 $f(x)$ 는

$x=-2$ 일 때 최솟값이 -4 , $x=1$ 일 때 최댓값이 5 이다.
따라서 최댓값과 최솟값의 합은 $5+(-4)=1$

9 x, y, z 가 실수이므로

$$\begin{aligned} 2x^2+y^2+3z^2-4x+4y+6z+12 \\ &= (2x^2-4x+2) + (y^2+4y+4) + (3z^2+6z+3) + 3 \\ &= 2(x-1)^2 + (y+2)^2 + 3(z+1)^2 + 3 \geq 3 \end{aligned}$$

따라서 주어진 이차식은 $x=1, y=-2, z=-1$ 일 때 최솟값이 3 이다.

10 $h(t) = -5t^2 + 40t + 10 = -5(t-4)^2 + 90$

이므로 $h(t)$ 는 $t=4$ 일 때 최댓값이 90 이다.

따라서 이 물체가 가장 높이 올라가는 것은 4 초 후이고 이 때 지면으로부터의 높이는 90 m이므로

$$a=4, b=90$$

$$\therefore b-a=90-4=86$$

11 이차방정식 $x^2-2kx+4k-3=0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha+\beta=2k, \alpha\beta=4k-3 \quad \dots\dots (가)$$

이차함수 $y=x^2-2kx+4k-3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 $4\sqrt{2}$ 이므로 $|\alpha-\beta|=4\sqrt{2}$

$$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta \text{에서}$$

$$(4\sqrt{2})^2=(2k)^2-4(4k-3) \quad \dots\dots (나)$$

$$k^2-4k-5=0, (k+1)(k-5)=0$$

$$\therefore k=-1 \text{ 또는 } k=5$$

따라서 양수 k 의 값은 5 이다. $\dots\dots (다)$

채점 기준	배점
(가) 이차방정식의 두 근의 합과 곱을 k 에 대한 식으로 나타낸다.	4점
(나) k 에 대한 이차방정식을 세운다.	3점
(다) 양수 k 의 값을 구한다.	3점

12 $y = -2x^2 - 4ax + 8a - 3 = -2(x+a)^2 + 2a^2 + 8a - 3$

이므로 주어진 이차함수는 $x=-a$ 일 때 최댓값이

$$2a^2+8a-3 \text{이다.} \quad \dots\dots (가)$$

$$\text{즉, } M=2a^2+8a-3=2(a+2)^2-11 \quad \dots\dots (나)$$

따라서 M 은 $a=-2$ 일 때 최솟값이 -11 이다. $\dots\dots (다)$

채점 기준	배점
(가) 주어진 이차함수의 최댓값을 구한다.	4점
(나) M 을 a 에 대한 식으로 나타낸다.	2점
(다) M 의 최솟값을 구한다.	4점

13 (1) 이차방정식 $x^2-(a+3)x+a^2-a-4=0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$D = \{-(a+3)\}^2 - 4(a^2-a-4) > 0$$

$$3a^2-10a-25 < 0, (3a+5)(a-5) < 0$$

$$\therefore -\frac{5}{3} < a < 5 \quad \dots\dots (가)$$

(2) 이차방정식 $x^2-(a+3)x+a^2-a-4=0$ 의 서로 다른 두 실근이 α, β 이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha+\beta=a+3, \alpha\beta=a^2-a-4 \quad \dots\dots (나)$$

$$\therefore \alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$$

$$=(a+3)^2-2(a^2-a-4)$$

$$=-a^2+8a+17$$

$$=-(a-4)^2+33 \quad \dots\dots (다)$$

$$f(a)=-(a-4)^2+33 \text{이라고 하면 } -\frac{5}{3} < a < 5 \text{에서}$$

$f(a)$ 는 $a=4$ 일 때 최댓값이 33 이다.

따라서 구하는 최댓값은 33 이다. $\dots\dots (라)$

채점 기준	배점
(가) a 의 값의 범위를 구한다.	3점
(나) $\alpha+\beta, \alpha\beta$ 를 a 에 관한 식으로 나타낸다.	2점
(다) $\alpha^2+\beta^2$ 를 a 에 관한 식으로 나타낸다.	2점
(라) $\alpha^2+\beta^2$ 의 최댓값을 구한다.	3점

12~13명 내공 점검

p. 118~119

1 ④	2 ⑤	3 ①	4 ④	5 ②
6 ④	7 ④	8 ④	9 ①	10 ⑤
11 4	12 6	13 -1		

1 $f(x)=x^3+x^2-2x-8$ 이라고 하면 $f(2)=0$ 이므로

$$f(x)=(x-2)(x^2+3x+4)$$

따라서 한 실근은 2 이고 서로 다른 두 허근은 이차방정식 $x^2+3x+4=0$ 의 두 근이므로

$$a=2, \beta\gamma=4 \quad \therefore a\beta\gamma=2 \times 4=8$$

2 $f(x)=x^3-x^2-(3a+1)x-6a+10$ 이라고 하면

$f(-2)=0$ 이므로 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해 하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & -1 & -3a-1 & -6a+10 \\ & & -2 & 6 & 6a-10 \\ \hline & 1 & -3 & -3a+5 & 0 \end{array}$$

$$f(x)=(x+2)(x^2-3x-3a+5)$$

삼차방정식 $f(x)=0$ 이 세 실근을 가지려면 이차방정식 $x^2-3x-3a+5=0$ 이 실근을 가져야 하므로 이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$D=(-3)^2-4(-3a+5)=12a-11 \geq 0$$

$$\therefore a \geq \frac{11}{12}$$

3 $x^2+3x=X$ 로 놓으면 주어진 방정식은

$$(x^2+3x-1)^2+7(x^2+3x)+3=0$$

$$(X-1)^2+7X+3=0$$

$$X^2+5X+4=0, (X+1)(X+4)=0$$

$X=x^2+3x$ 를 다시 대입하면

$$(x^2+3x+1)(x^2+3x+4)=0$$

이때 주어진 사차방정식의 두 허근 α, β 는 이차방정식 $x^2+3x+4=0$ 의 근이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha+\beta=-3, \alpha\beta=4$$

$$\therefore \alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=(-3)^2-2\times 4=1$$

4 사차방정식 $x^4-24x^2+16=0$ 의 좌변을 인수분해하면

$$\begin{aligned} x^4-24x^2+16 &= x^4-8x^2+16-16x^2=(x^2-4)^2-(4x)^2 \\ &=(x^2+4x-4)(x^2-4x-4) \end{aligned}$$

따라서 $(x^2+4x-4)(x^2-4x-4)=0$ 에서

$x=-2\pm 2\sqrt{2}$ 또는 $x=2\pm 2\sqrt{2}$ 이므로 보기 중 근인 것은 ㄴ, ㄷ이다.

5 $x^4-4x^3+6x^2-4x+1=0$ 에서 $x\neq 0$ 이므로 양변을 x^2 으로 나누면

$$x^2-4x+6-\frac{4}{x}+\frac{1}{x^2}=0$$

$$\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)-4\left(x+\frac{1}{x}\right)+6=0$$

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4\left(x+\frac{1}{x}\right)+4=0$$

$$\therefore \left(x+\frac{1}{x}-2\right)^2=0$$

따라서 $x+\frac{1}{x}-2=0$ 이므로 $\alpha+\frac{1}{\alpha}-2=0$

양변에 α 를 곱하면

$$\alpha^2+1-2\alpha=0 \quad \therefore \alpha^2-2\alpha=-1$$

6 a, b 가 실수이므로 $2+\sqrt{2}i$ 가 근이면 $2-\sqrt{2}i$ 도 근이다.

$c=2-\sqrt{2}i$ 라고 하면 주어진 삼차방정식의 나머지 한 근은 d 이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$(2+\sqrt{2}i)+(2-\sqrt{2}i)+d=-a \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$(2+\sqrt{2}i)(2-\sqrt{2}i)+d(2+\sqrt{2}i)+d(2-\sqrt{2}i)=2 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$$d(2+\sqrt{2}i)(2-\sqrt{2}i)=-b \quad \dots\dots \textcircled{㉢}$$

$$\textcircled{㉡} \text{에서 } 6+4d=2 \quad \therefore d=-1$$

$$\textcircled{㉠} \text{에서 } 4+d=-a \quad \therefore a=-3$$

$$\textcircled{㉢} \text{에서 } 6d=-b \quad \therefore b=6$$

$$\therefore a+b+c+d=4-\sqrt{2}i$$

7 삼차방정식 $x^3-x^2+2x-1=0$ 의 세 근이 α, β, γ 이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha+\beta+\gamma=1, \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=2, \alpha\beta\gamma=1$$

$$\therefore (\alpha+\beta)(\beta+\gamma)(\gamma+\alpha)$$

$$=(1-\gamma)(1-\alpha)(1-\beta) \quad \blacktriangleleft \textcircled{㉠}$$

$$=1-(\alpha+\beta+\gamma)+(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)-\alpha\beta\gamma$$

$$=1-1+2-1=1$$

다른 풀이

$\textcircled{㉠}$ 의 값을 다음과 같이 구할 수도 있다.

$x^3-x^2+2x-1=(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)$ 이므로 $x=1$ 을 대입하면 $(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)=1-1+2-1=1$

$$\begin{cases} x^2+2xy-3y^2=0 & \dots\dots \textcircled{㉠} \\ x^2+xy+y^2=21 & \dots\dots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$\textcircled{㉠}$ 에서 좌변을 인수분해하면

$$(x+3y)(x-y)=0$$

$$\therefore x=-3y \text{ 또는 } x=y$$

(i) $x=-3y$ 를 $\textcircled{㉡}$ 에 대입하면

$$9y^2-3y^2+y^2=21, y^2=3$$

$$\therefore \begin{cases} x=3\sqrt{3} \\ y=-\sqrt{3} \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=-3\sqrt{3} \\ y=\sqrt{3} \end{cases}$$

(ii) $x=y$ 를 $\textcircled{㉡}$ 에 대입하면

$$y^2+y^2+y^2=21, y^2=7$$

$$\therefore \begin{cases} x=\sqrt{7} \\ y=\sqrt{7} \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=-\sqrt{7} \\ y=-\sqrt{7} \end{cases}$$

(i), (ii)에 의하여 $\alpha\beta$ 의 최댓값은 7

$$\begin{cases} xy+x+y=1 \\ x^2y+xy^2=-6 \end{cases} \text{에서 } \begin{cases} xy+(x+y)=1 \\ xy(x+y)=-6 \end{cases}$$

$$x+y=u, xy=v \text{라고 하면 } \begin{cases} u+v=1 \\ uv=-6 \end{cases}$$

이때 u, v 는 t 에 대한 이차방정식 $t^2-t-6=0$ 의 두 근이므로 $(t+2)(t-3)=0 \quad \therefore t=-2 \text{ 또는 } t=3$

$$\therefore \begin{cases} u=-2 \\ v=3 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} u=3 \\ v=-2 \end{cases}$$

즉, $\begin{cases} x+y=-2 \\ xy=3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x+y=3 \\ xy=-2 \end{cases}$ 이므로 x, y 를 두 근으로

하는 t 에 대한 이차방정식을 만들면

(i) $x+y=-2, xy=3$ 일 때

$t^2+2t+3=0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4}=1^2-1\times 3=-2<0$$

이므로 실근이 존재하지 않는다.

(ii) $x+y=3, xy=-2$ 일 때

$t^2-3t-2=0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$D=(-3)^2-4\times 1\times (-2)=17>0$$

이므로 실근이 존재한다.

(i), (ii)에 의하여 $\alpha+\beta=3, \alpha\beta=-2$ 이므로

$$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=3^2-2\times (-2)=13$$

10 주어진 방정식을 변형하면

$$2xy-2x-3y+3=6, 2x(y-1)-3(y-1)=6$$

$$\therefore (2x-3)(y-1)=6$$

x, y 가 자연수이므로 $2x-3$ 은 -1 이상의 정수이고 $y-1$ 은 0 이상의 정수이다.

$2x-3$	1	2	3	6
$y-1$	6	3	2	1

▼

x	2	$\frac{5}{2}$	3	$\frac{9}{2}$
y	7	4	3	2

x, y 는 자연수이고 $x<y$ 이므로 $x=2, y=7$

$$\therefore x+y=9$$

- 11 가로 길이를 x 라고 하면 세로 길이와 높이는 각각 $2x$, $2x$ 이므로

$$(x+2)(2x-1)(2x-1) = \frac{3}{4} \times 4x^3 \quad \dots\dots (가)$$

$$\therefore x^3 + 4x^2 - 7x + 2 = 0 \quad 1 \left| \begin{array}{cccc} 1 & 4 & -7 & 2 \\ & 1 & 5 & -2 \end{array} \right.$$

$$\text{하면 } f(1)=0 \text{이므로} \quad 1 \quad 5 \quad -2 \quad 0$$

$$f(x) = (x-1)(x^2+5x-2)$$

$$\text{방정식 } (x-1)(x^2+5x-2)=0 \text{에서 } x \text{는 자연수이므로}$$

$$x=1 \quad \dots\dots (나)$$

$$\text{따라서 처음 직육면체의 부피는 } 4x^3=4 \quad \dots\dots (다)$$

채점 기준	배점
(가) 주어진 조건을 이용하여 방정식을 세운다.	4점
(나) 방정식의 해를 구한다.	4점
(다) 처음 직육면체의 부피를 구한다.	2점

- 12 $x^3+1=0$ 의 한 허근이 ω 이므로 $\omega^3=-1$ $\dots\dots (가)$

$$\text{또 } x^3+1=0 \text{에서 } (x+1)(x^2-x+1)=0 \text{이므로}$$

$$\omega^2-\omega+1=0 \quad \dots\dots (나)$$

$$\text{삼차방정식 } 2x^3+4x^2+ax+b=0 \text{에 } x=\omega^2 \text{을 대입하면}$$

$$2\omega^6+4\omega^4+a\omega^2+b=0, 2(\omega^3)^2+4\omega^3 \times \omega+a(\omega-1)+b=0$$

$$2-4\omega+a\omega-a+b=0$$

$$(a-4)\omega-a+b+2=0 \quad \dots\dots (다)$$

$$\text{이때 } a, b \text{는 실수이므로}$$

$$a-4=0, -a+b+2=0 \quad \therefore a=4, b=2 \quad \dots\dots (라)$$

$$\therefore a+b=6 \quad \dots\dots (마)$$

채점 기준	배점
(가) $\omega^3=-1$ 을 구한다.	2점
(나) $\omega^2-\omega+1=0$ 을 구한다.	2점
(다) $x=\omega^2$ 을 삼차방정식에 대입하여 정리한다.	2점
(라) a, b 의 값을 구한다.	2점
(마) $a+b$ 의 값을 구한다.	2점

- 13 $x+y=2k+1$ 이고 $x^2+y^2=2k^2-3$ 이므로

$$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy \text{에서 } 2k^2-3=(2k+1)^2-2xy$$

$$\therefore xy=k^2+2k+2 \quad \dots\dots (가)$$

$$x, y \text{를 두 근으로 하는 } t \text{에 대한 이차방정식은}$$

$$t^2-(2k+1)t+k^2+2k+2=0$$

$$\text{이고 실수 } x, y \text{가 존재하지 않으므로 이 이차방정식의 판별}$$

$$\text{식을 } D \text{라고 하면}$$

$$D=\{-(2k+1)\}^2-4(k^2+2k+2)=-4k-7<0$$

$$\therefore k>-\frac{7}{4} \quad \dots\dots (나)$$

$$\text{따라서 정수 } k \text{의 최솟값은 } -1 \text{이다.} \quad \dots\dots (다)$$

채점 기준	배점
(가) xy 를 k 에 관한 식으로 나타낸다.	4점
(나) k 의 값의 범위를 구한다.	4점
(다) 정수 k 의 최솟값을 구한다.	2점

14~16번 내공 점검

p. 120~121

1 ②

2 ②

3 ③

4 ④

5 ①

6 ③

7 ③

8 ①

9 ②

10 ②

11 111명 12 $x<-2$ 또는 $x>-1$

13 $-3<a<3$

- 1 $1.5x-2.4<\frac{x}{2}+1$ 에서

$$15x-24<5x+10, 10x<34$$

$$\therefore x<\frac{17}{5} \quad \dots\dots ㉠$$

$$\frac{x-1}{2}+3\geq\frac{3-2x}{4} \text{에서}$$

$$2(x-1)+12\geq 3-2x, 4x\geq-7$$

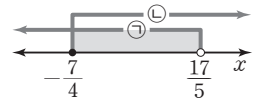
$$\therefore x\geq-\frac{7}{4} \quad \dots\dots ㉡$$

㉠, ㉡을 수직선 위에 나타내면

오른쪽 그림과 같으므로 연립부

$$\text{등식의 해는 } -\frac{7}{4}\leq x<\frac{17}{5}$$

따라서 정수 x 의 최솟값은 -1 이다.



- 2 $\neg, 2x<2-x$ 에서 $x<\frac{2}{3}$

$$3+x\geq 4x \text{에서 } x\leq 1$$

$$\therefore x<\frac{2}{3}$$

$$\neg, x-1>2x+3 \text{에서 } x<-4$$

$$2x-1\geq-3 \text{에서 } x\geq-1$$

$$\therefore \text{해는 없다.}$$

$$\neg, 3x-1\geq 2-3x \text{에서 } x\geq\frac{1}{2}$$

$$2(3-x)>4x+3 \text{에서 } 6-2x>4x+3, x<\frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{해는 없다.}$$

$$\neg, 0.5x-1.5\leq 0.3x+2 \text{에서}$$

$$5x-15\leq 3x+20, x\leq\frac{35}{2}$$

$$\frac{1}{2}x+1<\frac{3}{4}x-2 \text{에서}$$

$$2x+4<3x-8, x>12$$

$$\therefore 12<x\leq\frac{35}{2}$$

$$\neg, 2x-3<2(1-2x) \text{에서}$$

$$2x-3<2-4x, x<\frac{5}{6}$$

$$2(1-2x)\leq 4x-1 \text{에서}$$

$$2-4x\leq 4x-1, x\geq\frac{3}{8}$$

$$\therefore \frac{3}{8}\leq x<\frac{5}{6}$$

따라서 해가 없는 것은 $\neg, \neg$ 이다.

3 $3x-7>a-2x$ 에서 $5x>a+7$
 $\therefore x>\frac{a+7}{5}$ ㉠
 $4x-5\leq x+4$ 에서 $3x\leq 9$ $\therefore x\leq 3$ ㉡
 ㉠, ㉡의 공통부분이 $2<x\leq b$ 이므로
 $\frac{a+7}{5}=2, b=3$
 따라서 $a=3, b=3$ 이므로
 $a+b=6$

4 부등식 $3|x-1|+2|x+1|>11$ 에서
 (i) $x<-1$ 일 때
 $-3(x-1)-2(x+1)>11$ $\therefore x<-2$
 그런데 $x<-1$ 이므로 $x<-2$
 (ii) $-1\leq x<1$ 일 때
 $-3(x-1)+2(x+1)>11$ $\therefore x<-6$
 그런데 $-1\leq x<1$ 이므로 해가 없다.
 (iii) $x\geq 1$ 일 때
 $3(x-1)+2(x+1)>11$ $\therefore x>\frac{12}{5}$
 그런데 $x\geq 1$ 이므로 $x>\frac{12}{5}$
 (i), (ii), (iii)에 의하여 $x<-2$ 또는 $x>\frac{12}{5}$
 따라서 $a=-2, \beta=\frac{12}{5}$ 이므로 $a+\beta=\frac{2}{5}$

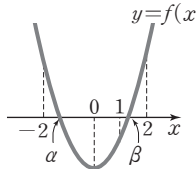
5 주어진 부등식의 해가 $2<x<3$ 이므로 $a<0$
 해가 $2<x<3$ 이고 x^2 의 계수가 1인 이차부등식은
 $(x-2)(x-3)<0$
 $\therefore x^2-5x+6<0$
 이 부등식의 양변에 a 를 곱하면 $ax^2-5ax+6a>0$
 이 부등식이 부등식 $ax^2+(-a+b)x-12>0$ 과 같으므로
 $-a+b=-5a, -12=6a$
 $\therefore a=-2, b=8$ $\therefore ab=-16$

6 부등식 $f(x)-g(x)\leq 0$, 즉 $f(x)\leq g(x)$ 의 해는 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 이차함수 $y=g(x)$ 의 그래프보다 아래쪽에 있거나 만나는 부분의 x 의 값의 범위와 같으므로 $-1\leq x\leq 4$

7 모든 실수 x 에 대하여 $-x^2+4kx-4k-8<0$, 즉
 $x^2-4kx+4k+8>0$ 이어야 한다.
 이차방정식 $x^2-4kx+4k+8=0$ 의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4}=(-2k)^2-(4k+8)<0$
 $k^2-k-2<0, (k+1)(k-2)<0$
 $\therefore -1<k<2$
 따라서 정수 k 는 0, 1의 2개이다.

8 $\begin{cases} x(x+1)<2(x+6) & \dots\dots ㉠ \\ 2(x+6)<x^2+3x+6 & \dots\dots ㉡ \end{cases}$
 ㉠에서 $x^2-x-12<0, (x+3)(x-4)<0$
 $\therefore -3<x<4$ ㉢
 ㉡에서 $x^2+x-6>0, (x+3)(x-2)>0$
 $\therefore x<-3$ 또는 $x>2$ ㉣
 ㉢, ㉣에서 $2<x<4$
 해가 $2<x<4$ 이고 x^2 의 계수가 1인 이차부등식은
 $(x-2)(x-4)<0$
 $\therefore x^2-6x+8<0$
 따라서 $a=-6, b=8$ 이므로
 $a+b=2$

9 $\sqrt{a}\sqrt{\beta}=-\sqrt{a\beta}, a\beta\neq 0$ 에서 $a<0, \beta<0$ 이므로 주어진 이차방정식의 서로 다른 두 실근은 모두 음수이다.
 이차방정식 $x^2-2(a-2)x+a=0$ 의 판별식을 D 라고 하면
 $\frac{D}{4}=\{-(a-2)\}^2-a>0, a^2-5a+4>0$
 $(a-1)(a-4)>0$ $\therefore a<1$ 또는 $a>4$ ㉠
 $a+\beta=2(a-2)<0$ $\therefore a<2$ ㉡
 $a\beta=a>0$ ㉢
 ㉠, ㉡, ㉢에서 $0<a<1$

10 $f(x)=x^2-(t-1)x+2t-4$ 라 하고 $-2<a<0, 1<\beta<2$ 가 되도록 $y=f(x)$ 의 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같으므로
 $f(-2)>0, f(0)<0,$
 $f(1)<0, f(2)>0$

 (i) $f(-2)=4+2(t-1)+2t-4>0$ $\therefore t>\frac{1}{2}$
 (ii) $f(0)=2t-4<0$ $\therefore t<2$
 (iii) $f(1)=1-(t-1)+2t-4<0$ $\therefore t<2$
 (iv) $f(2)=4-2(t-1)+2t-4=2>0$ $\Rightarrow$ 항상 성립
 (i)~(iv)에 의하여 $\frac{1}{2}<t<2$
 따라서 $a=\frac{1}{2}, b=2$ 이므로 $ab=1$

11 한 의자에 4명씩 앉으면 학생이 3명 남으므로 의자를 x 개라고 하면 학생은 $(4x+3)$ 명이다.
 한 의자에 5명씩 앉으면 의자가 4개 남으므로 $(x-5)$ 개의 의자에는 5명씩 앉고 마지막 한 개의 의자에는 1명 이상 5명 이하의 학생이 앉게 된다.
 $\therefore 5(x-5)+1\leq 4x+3\leq 5(x-4)$ (가)
 $5(x-5)+1\leq 4x+3$ 에서
 $5x-24\leq 4x+3$ $\therefore x\leq 27$ ㉠
 $4x+3\leq 5(x-4)$ 에서
 $4x+3\leq 5x-20$ $\therefore x\geq 23$ ㉡
 ㉠, ㉡에서 $23\leq x\leq 27$ (나)

따라서 의자는 최대 27개이므로 학생은 최대
 $4 \times 27 + 3 = 111$ (명)이다. (다)

채점 기준	배점
(가) 연립부등식을 세운다.	4점
(나) 연립부등식의 해를 구한다.	4점
(다) 학생은 최대 몇 명인지를 구한다.	2점

- 12 x^2 의 계수가 1이고 해가 $-1 < x < 3$ 인 이차부등식은
 $(x+1)(x-3) < 0$, $x^2 - 2x - 3 < 0$ (가)
 $\therefore a=2, b=-3$ (나)
 이차부등식 $x^2 - bx + a > 0$ 에 $a=2, b=-3$ 을 대입하면
 $x^2 + 3x + 2 > 0$, $(x+2)(x+1) > 0$
 $\therefore x < -2$ 또는 $x > -1$ (다)

채점 기준	배점
(가) 해가 $-1 < x < 3$ 인 이차부등식을 세운다.	4점
(나) a, b 의 값을 구한다.	3점
(다) 이차부등식 $x^2 - bx + a > 0$ 의 해를 구한다.	3점

- 13 $x^2 - 2x - 3 < 0$ 에서
 $(x+1)(x-3) < 0$
 $\therefore -1 < x < 3$ ㉠ (가)
 $x^2 - 2(a+1)x + a^2 + 2a < 0$ 에서
 $(x-a)(x-a-2) < 0$
 $\therefore a < x < a+2$ ㉡ (나)

(i) $a < -1$ 일 때

오른쪽 그림에서 ㉠, ㉡의 공통
 부분이 존재하려면

$$a+2 > -1$$

$$\therefore a > -3$$

그런데 $a < -1$ 이므로

$$-3 < a < -1$$

(ii) $-1 \leq a < 3$ 일 때

모든 a 의 값에 대하여 ㉠, ㉡의
 공통부분이 존재한다.

그런데 $-1 \leq a < 3$ 이므로

$$-1 \leq a < 3$$

(iii) $a \geq 3$ 일 때

모든 a 의 값에 대하여 ㉠, ㉡의
 공통부분이 존재하지 않는다.

..... (다)

(i), (ii), (iii)에 의하여

$$-3 < a < 3$$
 (라)

채점 기준	배점
(가) 부등식 $x^2 - 2x - 3 < 0$ 의 해를 구한다.	2점
(나) 부등식 $x^2 - 2(a+1)x + a^2 + 2a < 0$ 의 해를 구한다.	2점
(다) 두 부등식의 해의 공통부분이 존재하기 위한 각 경우의 a 의 값의 범위를 구한다.	4점
(라) a 의 값의 범위를 구한다.	2점

17~18쪽 내공 점검

p. 122~123

1 ⑤

2 ②

3 ④

4 ①

5 ⑤

6 ⑤

7 ③

8 ⑤

9 ⑤

10 ①

11 풀이 참조

12 B(-4, -1), C(6, 1), D(10, 11)

13 (-5, 5)

$$\begin{aligned} 1 \quad \overline{AB} &= \sqrt{(k-1)^2 + (5-k)^2} \\ &= \sqrt{2k^2 - 12k + 26} \\ &= \sqrt{2(k-3)^2 + 8} \end{aligned}$$

따라서 $k=3$ 일 때 선분 AB의 길이는 최소가 되고, 이때
 점 B의 좌표는

B(3, -1)

$$\therefore \overline{OB} = \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{10}$$

$$\begin{aligned} 2 \quad \overline{AB} &= \sqrt{(1-4)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{10} \\ \overline{BC} &= \sqrt{(2-1)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{10} \\ \overline{CA} &= \sqrt{(4-2)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

따라서 삼각형 ABC는 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이다.

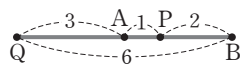
- 3 구하는 점의 좌표를 P(a, a-2)라고 하면
 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$
 $(a-2)^2 + (a-5)^2 = (a+3)^2 + a^2 \quad \therefore a=1$
 $\therefore P(1, -1)$

- 4 점 P(-1, 1)은 삼각형 ABC의 외심이므로
 $\overline{AP} = \overline{BP} = \overline{CP} \quad \therefore \overline{AP}^2 = \overline{BP}^2 = \overline{CP}^2$
 $\overline{CP} = \sqrt{(-1+2)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{5}$ 이므로 $\overline{AP}^2 = \overline{CP}^2$ 에서
 $(-1-a)^2 + (1-2)^2 = 5$
 $a^2 + 2a - 3 = 0, (a+3)(a-1) = 0$
 $\therefore a=1 (\because a > 0)$
 $\overline{BP}^2 = \overline{CP}^2$ 에서
 $(-1-1)^2 + (1-b)^2 = 5$
 $b^2 - 2b = 0, b(b-2) = 0$
 $\therefore b=2 (\because b > 0)$
 $\therefore a+b=1+2=3$

- 5 점 P의 좌표를 P(a, 0)이라고 하면
 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 = \{(a+2)^2 + (-1)^2\} + \{(a-4)^2 + (-4)^2\}$
 $= 2a^2 - 4a + 37$
 $= 2(a-1)^2 + 35$
 따라서 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2$ 은 $a=1$ 일 때 최솟값이 35이다.

- 6 A(-4, -3), B(2, 1), P(x, y)라고 하면
 $\sqrt{(x+4)^2 + (y+3)^2} + \sqrt{(x-2)^2 + (y-1)^2}$ 은 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 과
 같으므로 구하는 최솟값은 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값과 같다.
 따라서 구하는 최솟값은 선분 AB의 길이와 같으므로
 $\overline{AB} = \sqrt{\{2 - (-4)\}^2 + \{1 - (-3)\}^2} = 2\sqrt{13}$

7. 점 P는 $\overline{QB}$ 를 2:1로 내분하는 점이다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

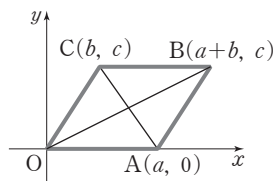


8. $\overline{AB}$ 를 3:2로 내분하는 점 P의 좌표는 $\left(\frac{3 \times 3 + 2 \times a}{3+2}, \frac{3 \times 4 + 2 \times (-1)}{3+2}\right) \therefore P\left(\frac{2a+9}{5}, 2\right)$
 $\overline{AB}$ 를 3:2로 외분하는 점 Q의 좌표는 $\left(\frac{3 \times 3 - 2 \times a}{3-2}, \frac{3 \times 4 - 2 \times (-1)}{3-2}\right)$
 $\therefore Q(-2a+9, 14)$
 $\overline{PQ}$ 의 중점의 좌표는 $(7, b)$ 이므로 $\frac{\frac{2a+9}{5} - 2a+9}{2} = 7 \therefore a = -2$
 $\frac{2+14}{2} = b \therefore b = 8$
 $\therefore b-a = 8 - (-2) = 10$

9. $\overline{AB}$ 의 연장선 위의 점 C에 대하여 $2\overline{AC} = 3\overline{BC}$ 가 성립하므로 점 C는 $\overline{AB}$ 를 3:2로 외분하는 점이다.
 $\overline{AB}$ 를 3:2로 외분하는 점 C의 좌표는 $\left(\frac{3 \times 4 - 2 \times (-2)}{3-2}, \frac{3 \times (-3) - 2 \times 1}{3-2}\right)$
 $\therefore C(16, -11)$

10. $\frac{4+x_1+x_2}{3} = 0, \frac{6+y_1+y_2}{3} = 0$ 이므로 $x_1+x_2 = -4, y_1+y_2 = -6$
따라서 $\overline{BC}$ 의 중점의 좌표는 $\frac{x_1+x_2}{2} = -2, \frac{y_1+y_2}{2} = -3$ 에서 $(-2, -3)$

11. $A(a, 0), C(b, c)$ 라고 하면 $B(a+b, c)$ (가)



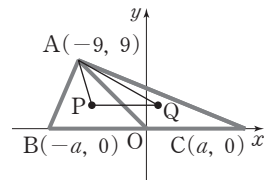
$$\begin{aligned} \overline{OB}^2 + \overline{AC}^2 &= \{(a+b)^2 + c^2\} + \{(b-a)^2 + c^2\} \\ &= 2(a^2 + b^2 + c^2) \quad \text{..... (나)} \\ \overline{OA}^2 + \overline{OC}^2 &= a^2 + (b^2 + c^2) = a^2 + b^2 + c^2 \quad \text{..... (다)} \\ \therefore \overline{OB}^2 + \overline{AC}^2 &= 2(\overline{OA}^2 + \overline{OC}^2) \quad \text{..... (라)} \end{aligned}$$

채점 기준	배점
(가) 세 점 A, B, C의 좌표를 정한다.	2점
(나) $\overline{OB}^2 + \overline{AC}^2$ 의 값을 구한다.	3점
(다) $\overline{OA}^2 + \overline{OC}^2$ 의 값을 구한다.	3점
(라) $\overline{OB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{OA}^2 + \overline{OC}^2)$ 임을 설명한다.	2점

12. 세 점 B, C, D의 좌표를 $B(x_1, y_1), C(x_2, y_2), D(x_3, y_3)$ 이라고 하면 변 AB의 중점의 좌표가 $(-2, 4)$ 이므로 $\frac{0+x_1}{2} = -2, \frac{9+y_1}{2} = 4$
 $\therefore x_1 = -4, y_1 = -1$
 $\therefore B(-4, -1)$ (가)
또 변 BC의 중점의 좌표가 $(1, 0)$ 이므로 $\frac{-4+x_2}{2} = 1, \frac{-1+y_2}{2} = 0$
 $\therefore x_2 = 6, y_2 = 1$
 $\therefore C(6, 1)$ (나)
대각선 AC의 중점과 대각선 BD의 중점은 일치하므로 $\frac{0+6}{2} = \frac{-4+x_3}{2}, \frac{9+1}{2} = \frac{-1+y_3}{2}$
 $\therefore x_3 = 10, y_3 = 11$
 $\therefore D(10, 11)$ (다)

채점 기준	배점
(가) 점 B의 좌표를 구한다.	3점
(나) 점 C의 좌표를 구한다.	3점
(다) 점 D의 좌표를 구한다.	4점

13. $\overline{BC}$ 의 중점이 원점 O이므로 $C(a, 0)(a>0)$ 이라고 하면 $B(-a, 0)$ (가)



- 삼각형 ABO의 무게중심 P의 좌표는 $\left(\frac{-9-a+0}{3}, \frac{9+0+0}{3}\right)$
 $\therefore P\left(\frac{-9-a}{3}, 3\right)$ (나)
삼각형 AOC의 무게중심 Q의 좌표는 $\left(\frac{-9+0+a}{3}, \frac{9+0+0}{3}\right)$
 $\therefore Q\left(\frac{-9+a}{3}, 3\right)$ (다)
따라서 삼각형 APQ의 무게중심의 좌표는 $(x\text{좌표}) = \frac{-9 + \frac{-9-a}{3} + \frac{-9+a}{3}}{3} = -5$
 $(y\text{좌표}) = \frac{9+3+3}{3} = 5$
 $\therefore (-5, 5)$ (라)

채점 기준	배점
(가) 두 점 B, C의 좌표를 정한다.	2점
(나) 점 P의 좌표를 구한다.	3점
(다) 점 Q의 좌표를 구한다.	3점
(라) 삼각형 APQ의 무게중심의 좌표를 구한다.	2점

- 1 ② 2 ① 3 ④ 4 ④ 5 ⑤
 6 ③ 7 ⑤ 8 ② 9 ④ 10 ③
 11 -12 12 -1 또는 4 13 6

1 직선 $\frac{x}{3k} - \frac{y}{4k} = 1$ 의 x 절편은 $3k$, y 절편은 $-4k$ 이다.
 이 직선과 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이가 24이므로
 $\frac{1}{2} \times |3k| \times |-4k| = 24$
 $\therefore k^2 = 4$

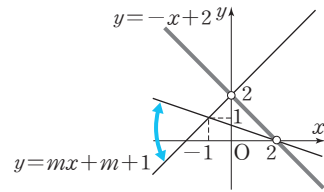
2 세 점 $A(-2, 3)$, $B(1-a, a-3)$, $C(1, -1)$ 이 한 직선 위에 있으므로 직선 CA와 직선 CB의 기울기는 서로 같다.
 $\therefore \frac{3-(-1)}{-2-1} = \frac{(a-3)-(-1)}{(1-a)-1}$, $-\frac{4}{3} = -\frac{a-2}{a}$
 $\therefore a = -6$

3 두 직선 $x=3$, $y=-2$ 가 이루는 각의 크기는 90° 이고, 이 각을 삼등분하는 두 직선의 기울기 a , c 가 $0 < a < c$ 이므로
 $a = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $c = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$
 두 직선 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + b$, $y = \sqrt{3}x + d$ 는 모두 점 $(3, -2)$ 를 지나므로
 $-2 = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 3 + b \quad \therefore b = -2 - \sqrt{3}$
 $-2 = \sqrt{3} \times 3 + d \quad \therefore d = -2 - 3\sqrt{3}$
 $\therefore ac + bd = \frac{\sqrt{3}}{3} \times \sqrt{3} + (-2 - \sqrt{3})(-2 - 3\sqrt{3})$
 $= 14 + 8\sqrt{3}$

4 직선 $y = ax - 2$ 는 점 $B(0, -2)$ 를 지나므로 삼각형 ABC의 넓이를 이등분하려면 $\overline{AC}$ 의 중점을 지나야 한다.
 $\overline{AC}$ 의 중점의 좌표는 $(\frac{-1+5}{2}, \frac{3+7}{2})$, 즉 $(2, 5)$ 이므로
 $5 = 2a - 2 \quad \therefore a = \frac{7}{2}$

5 직선 $(2x-y-4) + k(x+3y+2) = 0$ (k 는 실수)이 점 $(2, -2)$ 를 지나므로
 $(4+2-4) + k(2-6+2) = 0$, $2-2k=0$
 $\therefore k=1$
 $(2x-y-4) + (x+3y+2) = 0$ 에서
 $3x+2y-2=0$
 따라서 구하는 직선 위에 있는 점의 좌표는 ⑤ $(4, -5)$ 이다.

6 $y = mx + m + 1$ 에서 $(x+1)m - y + 1 = 0$ ㉠
 직선 ㉠은 m 의 값에 관계없이 항상 점 $(-1, 1)$ 을 지난다.



(i) 직선 ㉠이 점 $(2, 0)$ 을 지날 때

$$3m + 1 = 0$$

$$\therefore m = -\frac{1}{3}$$

(ii) 직선 ㉠이 점 $(0, 2)$ 를 지날 때

$$m - 1 = 0 \quad \therefore m = 1$$

(i), (ii)에 의하여 $-\frac{1}{3} < m < 1$

7 직선 $y = mx - 1$ 이 직선 $3x + 2y - 1 = 0$, 즉 $y = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$ 과 평행하므로

$$m = -\frac{3}{2}$$

직선 $2x + ny + 1 = 0$, 즉 $y = -\frac{2}{n}x - \frac{1}{n}$ 과 수직이므로

$$m \times \left(-\frac{2}{n}\right) = -1, \left(-\frac{3}{2}\right) \times \left(-\frac{2}{n}\right) = -1$$

$$\therefore n = -3$$

$$\therefore mn = \left(-\frac{3}{2}\right) \times (-3) = \frac{9}{2}$$

8 직선 BD는 선분 AC의 수직이등분선이다.

직선 AC의 기울기는 $\frac{0-4}{7-1} = -\frac{2}{3}$ 이므로 직선 BD의 기

울기는 $\frac{3}{2}$

선분 AC의 중점의 좌표는 $(4, 2)$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$y - 2 = \frac{3}{2}(x - 4)$$

$$\therefore 3x - 2y - 8 = 0$$

9 두 직선이 서로 평행하므로

$$\frac{2}{a} = \frac{a-1}{1} \neq -\frac{1}{-5}$$

$$\frac{2}{a} = \frac{a-1}{1} \text{에서 } a^2 - a - 2 = 0$$

$$(a+1)(a-2) = 0$$

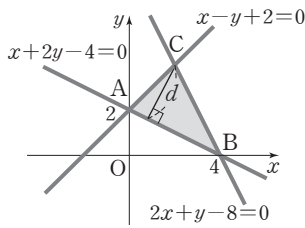
$$\therefore a = -1 \text{ 또는 } a = 2$$

그런데 $a > 0$ 이므로 $a = 2$

따라서 두 직선 $2x + y + 1 = 0$, $2x + y - 5 = 0$ 사이의 거리는 직선 $2x + y + 1 = 0$ 위의 한 점 $(0, -1)$ 과 직선

$2x + y - 5 = 0$ 사이의 거리와 같으므로

$$\frac{|-1-5|}{\sqrt{2^2+1^2}} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$$



위의 그림과 같이 주어진 세 직선을 좌표평면 위에 나타내고 교점을 A, B, C라고 하면

$$A(0, 2), B(4, 0)$$

연립방정식 $\begin{cases} x-y+2=0 \\ 2x+y-8=0 \end{cases}$ 을 풀면 $x=2, y=4$ 이므로

$$C(2, 4)$$

$$AB = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

점 C(2, 4)에서 직선 $x+2y-4=0$ 까지의 거리를 d 라고 하면

$$d = \frac{|2+2 \times 4-4|}{\sqrt{1^2+2^2}} = \frac{6}{\sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times \frac{6\sqrt{5}}{5} = 6$$

11 $ax-2y=1$ 에 $y=0$ 을 대입하면 $x=\frac{1}{a}$ 이므로 $P(\frac{1}{a}, 0)$

$2x-4y=1$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y=-\frac{1}{4}$ 이므로

$Q(0, -\frac{1}{4})$ (가)

두 점 P, Q를 지나는 직선은 x 절편이 $\frac{1}{a}$, y 절편이 $-\frac{1}{4}$ 인 직선이므로 직선의 방정식은

$$\frac{x}{\frac{1}{a}} + \frac{y}{-\frac{1}{4}} = 1, ax-4y=1$$

이 직선의 방정식이 $3x+by=1$ 과 일치하므로

$a=3, b=-4$ (나)

$\therefore ab=-12$ (다)

채점 기준	배점
(가) 두 점 P, Q의 좌표를 구한다.	4점
(나) a, b 의 값을 구한다.	4점
(다) ab 의 값을 구한다.	2점

12 세 직선에 의해 생기는 교점이 2개이려면 세 직선 중 두 직선이 평행해야 한다. (가)

두 직선 $2x-y=3, x+2y=-1$ 은 서로 평행하지 않으므로

(i) 두 직선 $2x-y=3, 2x+ay=5$ 가 서로 평행할 때

$$\frac{2}{2} = \frac{-1}{a} \neq \frac{3}{5} \quad \therefore a=-1 \quad \dots\dots (나)$$

(ii) 두 직선 $x+2y=-1, 2x+ay=5$ 가 서로 평행할 때

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{a} \neq \frac{-1}{5} \quad \therefore a=4 \quad \dots\dots (다)$$

(i), (ii)에 의하여 상수 a 의 값은 -1 또는 4 이다.

채점 기준	배점
(가) 교점이 2개일 조건을 말한다.	2점
(나) 두 직선 $2x-y=3, 2x+ay=5$ 가 서로 평행할 때, a 의 값을 구한다.	4점
(다) 두 직선 $x+2y=-1, 2x+ay=5$ 가 서로 평행할 때, a 의 값을 구한다.	4점

13 기울기가 m 이고 점 $(-2, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은 $y-2=m(x+2)$

$$\therefore mx-y+2m+2=0 \quad \dots\dots (가)$$

원점과 이 직선 사이의 거리가 k 이므로

$$\frac{|2m+2|}{\sqrt{m^2+1}} = k, |2m+2| = k\sqrt{m^2+1}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$4m^2+8m+4=k^2(m^2+1)$$

$$(k^2-4)m^2-8m+k^2-4=0 \quad \dots\dots \textcircled{1} \quad \dots\dots (나)$$

두 직선의 기울기는 이차방정식 $\textcircled{1}$ 의 두 근이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$-\frac{-8}{k^2-4} = 4 \quad \therefore k^2=6 \quad \dots\dots (다)$$

채점 기준	배점
(가) 기울기가 m 이고 점 $(-2, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식을 구한다.	4점
(나) m 에 대한 이차방정식을 구한다.	4점
(다) k^2 의 값을 구한다.	2점

21~23 내공 점검

p. 126~127

1 ③	2 ④	3 ⑤	4 ④	5 ③
6 ④	7 ⑤	8 ②	9 ②	10 ④
11 $8\sqrt{3}$	12 $\sqrt{41}$	13 $a=-2, b=2$		

1 중심의 좌표를 $(a, 0)$, 반지름의 길이를 r 라고 하면 원의 방정식은 $(x-a)^2+y^2=r^2$

이 원은 두 점 $(1, 0), (-2, 3)$ 을 지나므로

$$(1-a)^2=r^2, (-2-a)^2+9=r^2$$

두 식을 연립하여 풀면

$$a=-2, r=3 (\because r>0)$$

$$\therefore (x+2)^2+y^2=3^2$$

① 중심의 좌표는 $(-2, 0)$ 이다.

② 지름의 길이는 $2 \times 3=6$ 이다.

③ 점 $(-5, 0)$ 을 지난다.

④ 둘레의 길이는 $2\pi \times 3=6\pi$ 이다.

⑤ 넓이는 $\pi \times 3^2=9\pi$ 이다.

따라서 옳은 것은 ③이다.

- 2 $x^2+y^2+4x-2y-4=0$ 에서
 $(x+2)^2+(y-1)^2=9$
 $x^2+y^2-2x-2by+6=0$ 에서
 $(x-1)^2+(y-b)^2=b^2-5$
 직선 $ax-3y+7=0$ 이 두 원의 넓이를 각각 이등분하려면
 두 원의 중심 $(-2, 1)$, $(1, b)$ 를 지나야 하므로
 $-2a-3+7=0$ 에서 $a=2$
 $a-3b+7=0$ 에서 $b=3$
 $\therefore a+b=2+3=5$

- 3 구하는 원의 중심의 좌표를 $(a, a+4)$, 반지름의 길이를 r 라고 하면 구하는 원은 x 축과 y 축에 모두 접하므로
 $r=|a|=|a+4|$
 $\therefore a=-2, r=2$
 중심이 $(-2, 2)$, 반지름의 길이가 2인 원의 방정식은
 $(x+2)^2+(y-2)^2=4$
 $\therefore x^2+y^2+4x-4y+4=0$
 따라서 $a=4, b=-4, c=4$ 이므로
 $a+b+c=4$

- 4 오른쪽 그림과 같이 주어진 직선과 원의 두 교점을 A, B, 원의 중심 O에서 직선에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$$OH = \frac{|-5|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}} = 1$$

이때 삼각형 OAH는 직각삼각형이므로

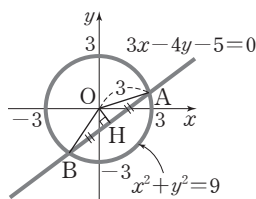
$$1^2 + \overline{AH}^2 = 3^2, \overline{AH}^2 = 8$$

$$\therefore \overline{AH} = \pm 2\sqrt{2}$$

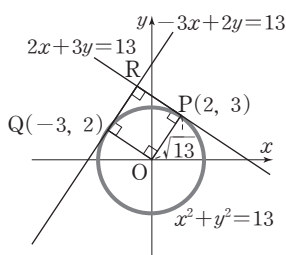
그런데 $\overline{AH} > 0$ 이므로 $\overline{AH} = 2\sqrt{2}$

따라서 구하는 현의 길이는

$$\overline{AB} = 2\overline{AH} = 4\sqrt{2}$$



- 5 원 $x^2+y^2=13$ 위의 점 $P(2, 3)$ 에서의 접선의 방정식은
 $2x+3y=13$ ㉠
 원 $x^2+y^2=13$ 위의 점 $Q(-3, 2)$ 에서의 접선의 방정식은
 $-3x+2y=13$ ㉡
 ㉠, ㉡에서 $2 \times (-3) + 3 \times 2 = 0$ 이므로 다음 그림과 같이 두 직선 ㉠, ㉡은 서로 수직이다.



따라서 사각형 OPRQ는 원의 반지름을 한 변으로 하는 정사각형이므로 구하는 둘레의 길이는 $4\sqrt{13}$ 이다.

- 6 점 $A(3, 4)$ 와 원의 중심 $(0, 0)$ 사이의 거리 d 는
 $d = \sqrt{3^2+4^2} = 5$
 원의 반지름의 길이 r 는 $r=1$
 $\therefore (\overline{AP}) \text{의 최댓값}) = d+r=6$
 따라서 반지름의 최대 길이는 3이므로 구하는 원의 넓이는
 $\pi \times 3^2 = 9\pi$

- 7 포물선 $y=3x^2-6x-1=3(x-1)^2-4$ 를 평행이동 $(x, y) \rightarrow (x+a, y-2a)$ 에 의하여 이동하면
 $y+2a=3(x-a-1)^2-4$
 $y=3(x-a-1)^2-2a-4$
 이때 포물선의 꼭짓점 $(a+1, -2a-4)$ 가 직선 $y=-3x+4$ 위의 점이므로
 $-2a-4=-3(a+1)+4$
 $-2a-4=-3a+1$
 $\therefore a=5$

- 8 직선 $2x+y+k=0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$$2(-x)+y+k=0$$

$$\therefore 2x-y-k=0$$

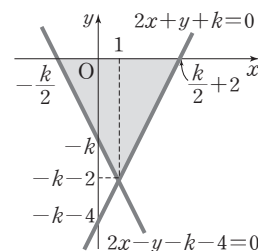
이 직선을 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 직선 l 의 방정식은

$$2(x-1)-(y+2)-k=0$$

$$\therefore 2x-y-k-4=0$$

직선 l 과 직선 $2x+y+k=0$ 의 교점의 좌표는

$$(1, -k-2)$$



위의 그림에서 $k > 0$ 이고 삼각형의 넓이는 18이므로

$$\frac{1}{2} \times \left(\frac{k}{2} + 2 + \frac{k}{2} \right) \times (k+2) = 18$$

$$(k+2)^2 = 36$$

$$\therefore k=4 \quad (\because k > 0)$$

- 9 주어진 원의 방정식을 변형하면

$$(x+2)^2+(y-k)^2=k^2+9$$

이 원의 중심 $(-2, k)$ 를 점 $(-1, 2)$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 (a, b) 라고 하면

$$\frac{-2+a}{2} = -1, \frac{k+b}{2} = 2$$

$$\therefore a=0, b=-k+4$$

따라서 대칭이동한 원은 중심이 $(0, -k+4)$ 이고 반지름의 길이가 $\sqrt{k^2+9}$ 이므로 이 원의 방정식은

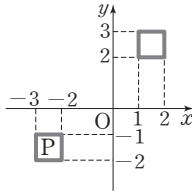
$$x^2 + (y+k-4)^2 = k^2 + 9$$

이 원이 점 $(3, 2)$ 를 지나므로

$$3^2 + (2+k-4)^2 = k^2 + 9, -4k+4=0$$

$$\therefore k=1$$

- 10 ④ 방정식 $f(y-5, x-3)=0$ 이 나타내는 도형은 방정식 $f(x, y)=0$ 이 나타내는 도형을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 후 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 5만큼 평행이동한 것으로 오른쪽 그림과 같다.

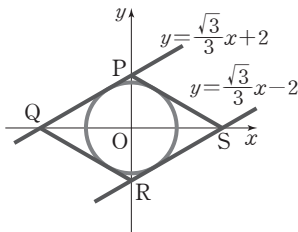


따라서 도형 Q를 나타내는 방정식이 아닌 것은 ④이다.

- 11 원 $x^2 + y^2 = 3$ 에 접하고 기울기가 $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 인 직선의 방정식은

$$y = \frac{\sqrt{3}}{3}x \pm \sqrt{3} \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 + 1}$$

$$\therefore y = \frac{\sqrt{3}}{3}x \pm 2 \quad \dots\dots (가)$$



위의 그림과 같이 이 두 직선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 P, Q, R, S라고 하면

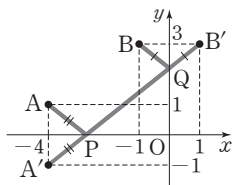
$$P(0, 2), Q(-2\sqrt{3}, 0), R(0, -2), S(2\sqrt{3}, 0) \quad \dots\dots (나)$$

따라서 사각형 PQRS의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \overline{PR} \times \overline{QS} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3} \quad \dots\dots (다)$$

채점 기준	배점
(가) 접선의 방정식을 구한다.	4점
(나) 네 점 P, Q, R, S의 좌표를 구한다.	3점
(다) 사각형 PQRS의 넓이를 구한다.	3점

- 12 오른쪽 그림과 같이 점 A를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 A' , 점 B를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 B' 이라고 하면 $A'(-4, -1), B'(1, 3) \dots\dots (가)$



$$\begin{aligned} \therefore \overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB} &= \overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QB'} \\ &\geq \overline{A'B'} \quad \dots\dots (나) \\ &= \sqrt{(1+4)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{41} \quad \dots\dots (다) \end{aligned}$$

채점 기준	배점
(가) 두 점 A, B를 각각 x 축, y 축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 구한다.	4점
(나) $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB}$ 의 최솟값이 $\overline{A'B'}$ 임을 나타낸다.	3점
(다) $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB}$ 의 최솟값을 구한다.	3점

- 13 주어진 원의 방정식을 변형하면 $(x-2a)^2 + (y-a)^2 = 5a^2 - 20a + 25$

이 원의 중심의 좌표는

$$(2a, a) \quad \dots\dots (가)$$

직선 $2x+y=0$ 은 두 점 $(2a, a), (4, b)$ 를 이은 선분의 중점 $\left(a+2, \frac{a+b}{2}\right)$ 를 지나므로

$$2(a+2) + \frac{a+b}{2} = 0$$

$$\therefore 5a+b=-8 \quad \dots\dots ㉠ \quad \dots\dots (나)$$

직선 $2x+y=0$ 은 두 점 $(2a, a), (4, b)$ 를 지나는 직선과 수직이므로

$$(-2) \times \frac{a-b}{2a-4} = -1$$

$$\therefore b=2 \quad \dots\dots (다)$$

$$b=2\text{를 } ㉠\text{에 대입하면 } a=-2 \quad \dots\dots (라)$$

채점 기준	배점
(가) 주어진 원의 중심의 좌표를 a 에 관한 식으로 나타낸다.	2점
(나) 두 점 $(2a, a), (4, b)$ 를 이은 선분의 중점이 직선 $2x+y=0$ 위의 점임을 이용하여 a, b 에 관한 식을 세운다.	3점
(다) 두 점 $(2a, a), (4, b)$ 를 지나는 직선이 직선 $2x+y=0$ 과 수직임을 이용하여 b 의 값을 구한다.	3점
(라) a 의 값을 구한다.	2점