

1 제곱근의 뜻과 성질

핵심
유형

유형01 ②, ④	유형02 ④	유형03 ①
유형04 ②	유형05 ⑤	유형06 0
유형07 ④	유형08 ③	유형09 ②
유형10 ③	유형11 7	유형12 ③
유형13 7	유형14 ⑤	유형15 -1
유형16 ③	유형17 3	

핵심
유형

완성하기

001 ②	002 ④	003 ⑤	004 ④	005 ①, ④
006 ②	007 ④	008 ②, ⑤		009 ③
010 5cm	011 ②, ⑤		012 ③	013 ㄱ, ㄷ
014 ⑤	015 ②	016 ③	017 8	018 ②
019 -6	020 ⑤	021 5	022 ②, ⑤	
023 ①	024 ⑤	025 $-a$	026 ②	027 ④
028 $2a+9b$		029 $6a+8b$		030 ④
031 $x+3$	032 ⑤	033 9	034 $3a$	035 ③
036 ②	037 ②	038 6	039 ②	040 3개
041 ④	042 ①	043 ②	044 6	045 3
046 ⑤	047 ④	048 ③	049 17	050 ②
051 ④	052 25	053 8	054 ⑤	055 ②
056 18	057 ④	058 ③	059 -8	060 7
061 7	062 ③	063 4개	064 ⑤	065 ①
066 3	067 ④			

핵심
유형

최종 점검하기

068 ①, ④	069 ④	070 9cm	071 ⑤
072 ③	073 ⑤	074 ③	075 ④
076 ⑤	077 ④	078 x	079 ③
080 ④	081 0	082 ③	083 ⑤
084 ④	085 ①	086 ②	087 1
088 ②	089 3	090 9	091 ②

01 제곱근의 뜻과 표현

8~10쪽

핵심 유형

유형01 답 ②, ④

x 가 a 의 제곱근이므로

$$x^2 = a \text{ 또는 } x = \pm\sqrt{a}$$

따라서 옳은 것은 ②, ④이다.

유형02 답 ④

① 제곱근 11은 $\sqrt{11}$ 이다.

② 0의 제곱근은 0이다.

③ -5는 음수이므로 제곱근이 없다.

④ $\sqrt{81}=9$ 의 제곱근은 ± 3 이다.

⑤ 제곱근 10은 $\sqrt{10}$ 이고, 10의 제곱근은 $\pm\sqrt{10}$ 이므로 같지 않다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

유형03 답 ①

$(-6)^2=36$ 의 음의 제곱근은 -6이므로

$$A = -6$$

$\sqrt{256}=16$ 의 양의 제곱근은 4이므로

$$B = 4$$

$$\therefore A+B = -6+4 = -2$$

유형04 답 ②

$$\textcircled{2} \frac{225}{16} = \left(\frac{15}{4}\right)^2 \text{이므로 } -\sqrt{\frac{225}{16}} = -\frac{15}{4}$$

핵심 유형 완성하기

001 답 ②

x 는 7의 제곱근이므로

$$x^2 = 7 \text{ 또는 } x = \pm\sqrt{7}$$

따라서 바르게 나타낸 것은 ②이다.

002 답 ④

음수의 제곱근은 없다.

003 답 ⑤

$$A^2 = 16, B^2 = 8 \text{이므로}$$

$$A^2 - B^2 = 16 - 8 = 8$$

004 답 ④

ㄴ. 제곱근 9는 $\sqrt{9}=3$ 이다.

ㄷ. 6의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$ 이다.

ㄹ. 제곱근 0.49는 $\sqrt{0.49}=0.7$ 이다.

ㅁ. 양수의 제곱근은 양수와 음수의 2개이다.

따라서 옳지 않은 것은 ㄷ, ㅁ이다.

005 답 ①, ④

② 양수의 제곱근은 2개이지만 0의 제곱근은 1개, 음수의 제곱근은 없다.

③ $0.\dot{4} = \frac{4}{9}$ 의 제곱근은 $\pm\sqrt{\frac{4}{9}} = \pm\frac{2}{3}$ 이다.

④ $\sqrt{16}=4$ 의 제곱근은 ± 2 이다.

⑤ 제곱하여 0.3이 되는 수는 $\pm\sqrt{0.3}$ 의 2개이다.

⑥ 15의 제곱근은 $\pm\sqrt{15}$ 의 2개이고, 두 제곱근의 합은 0이다.
따라서 옳은 것은 ①, ④이다.

006 답 ②

①, ③, ④, ⑤ ± 2 ② $\sqrt{4}=2$

따라서 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는 ②이다.

007 답 ④

$(-10)^2=100$ 의 양의 제곱근은 10이므로 $A=10$

$\sqrt{81}=9$ 의 음의 제곱근은 -3 이므로 $B=-3$

$\therefore A-B=10-(-3)=13$

008 답 ②, ⑤

① $\sqrt{64}=8$ 의 제곱근 $\Rightarrow \pm\sqrt{8}$

③ 0.36의 제곱근 $\Rightarrow \pm 0.6$

④ $\sqrt{\frac{16}{25}}=\frac{4}{5}$ 이므로 제곱근 $\frac{4}{5} \Rightarrow \sqrt{\frac{4}{5}}$

따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다.

009 답 ③

144의 제곱근은 ± 12 이고 $a>b$ 이므로 $a=12, b=-12$

$\therefore \sqrt{a-2b}=\sqrt{12-2\times(-12)}=\sqrt{36}=6$

따라서 제곱근 6은 $\sqrt{6}$ 이다.

010 답 5 cm

새로운 색종이의 한 변의 길이를 x cm라 하자.

주어진 두 색종이의 넓이의 합은 $3^2+4^2=9+16=25(\text{cm}^2)$

$x^2=25 \quad \therefore x=5(\because x>0)$

따라서 새로운 색종이의 한 변의 길이는 5 cm이다.

011 답 ②, ⑤

① $121=11^2$ 이므로 $\sqrt{121}=11$

③ $\frac{1}{36}=\left(\frac{1}{6}\right)^2$ 이므로 $\sqrt{\frac{1}{36}}=\frac{1}{6}$

④ $64=8^2$ 이므로 $-\sqrt{64}=-8$

따라서 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없는 수는 ②, ⑤이다.

012 답 ③

주어진 수의 제곱근을 각각 구하면

$2.\dot{7}=\frac{27-2}{9}=\frac{25}{9} \Rightarrow \pm\sqrt{\frac{25}{9}}=\pm\frac{5}{3}$

$\sqrt{81}=9 \Rightarrow \pm\sqrt{9}=\pm 3, \frac{49}{36} \Rightarrow \pm\sqrt{\frac{49}{36}}=\pm\frac{7}{6}$

따라서 근호를 사용하지 않고 제곱근을 나타낼 수 있는 수는

$2.\dot{7}, \sqrt{81}, \frac{49}{36}$ 의 3개이다.

013 답 ㄱ, ㄴ

ㄱ. 제곱근 196은 $\sqrt{196}=14$ 이다.

ㄴ. 넓이가 5인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$ 이다.

ㄷ. 넓이가 12π 인 원의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$\pi r^2=12\pi, r^2=12$$

이때 $r>0$ 이므로 $r=\sqrt{12}$

ㄹ. 정육면체는 여섯 개의 면이 모두 합동인 정사각형이므로 정육면

체의 한 면의 넓이는 $\frac{54}{6}=9$

즉, 넓이가 9인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{9}=3$ 이므로 정육면

체의 한 모서리의 길이는 3이다.

따라서 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 것은 ㄱ, ㄴ이다.

02 제곱근의 성질(1)

11~14쪽

핵심 유형

유형05 답 ⑤

⑤ $\sqrt{7^2}=7$ 이므로 $-\sqrt{7^2}=-7$

유형06 답 0

$\sqrt{100}-\sqrt{(-15)^2}+(-\sqrt{5})^2=10-15+5=0$

유형07 답 ④

$a<0$ 일 때, $-a>0$ 이므로

ㄱ. $\sqrt{(-a)^2}=-a$ ㄴ. $(\sqrt{-a})^2=-a$

ㄷ. $-\sqrt{(-a)^2}=-(-a)=a$ ㄹ. $(-\sqrt{-a})^2=(\sqrt{-a})^2=-a$

ㅁ. $-\sqrt{a^2}=-(-a)=a$

따라서 같은 값을 갖는 것끼리 바르게 짝 지은 것은 ④이다.

유형08 답 ③

$a>0, b<0$ 일 때, $-3a<0, 6b<0$ 이므로

$\sqrt{(-3a)^2}-\sqrt{36b^2}-2\sqrt{a^2}=\sqrt{(-3a)^2}-\sqrt{(6b)^2}-2\sqrt{a^2}$

$$=-(-3a)-(-6b)-2a$$

$$=3a+6b-2a=a+6b$$

유형09 답 ②

$1<a<2$ 일 때, $a-1>0, a-2<0$ 이므로

$\sqrt{(a-1)^2}+\sqrt{(a-2)^2}=a-1+\{-(a-2)\}=a-1-a+2=1$

핵심 유형 완성하기

014 답 ⑤

① $\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{1}{2}$ 이므로 $-\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2}=-\frac{1}{2}$

② $\sqrt{(-11)^2}=11$

③ $(-\sqrt{0.3})^2=0.3$

④ $(\sqrt{4})^2=4$

⑤ $\sqrt{(-5)^2}=5$ 이므로 $-\sqrt{(-5)^2}=-5$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

015 답 ②

① $-\sqrt{36}=-6$

② $\sqrt{(-6)^2}=6$

③ $(\sqrt{6})^2=6$ 이므로 $-(\sqrt{6})^2=-6$

④ $(-\sqrt{6})^2=6$ 이므로 $-(\sqrt{6})^2=-6$

⑤ $\sqrt{6^2}=6$ 이므로 $-\sqrt{6^2}=-6$

따라서 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는 ②이다.

016 답 ③

① $\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}=0.25$

② $\left(-\sqrt{\frac{1}{4}}\right)^2=\frac{1}{4}=0.25$

③ $\sqrt{0.49}=0.7$

④ $\sqrt{(-0.36)^2}=0.36$

⑤ $\sqrt{\left(-\frac{1}{9}\right)^2}=\frac{1}{9}$ 이므로 $-\sqrt{\left(-\frac{1}{9}\right)^2}=-\frac{1}{9}$

따라서 가장 큰 수는 ③이다.

017 답 8

$\sqrt{(-25)^2}=25$ 의 양의 제곱근은 $\sqrt{25}=5$ 이므로 $a=5$... (i)

$(-\sqrt{9})^2=9$ 의 음의 제곱근은 $-\sqrt{9}=-3$ 이므로 $b=-3$... (ii)

$\therefore a-b=5-(-3)=8$... (iii)

채점 기준

(i) a의 값 구하기	40%
(ii) b의 값 구하기	40%
(iii) a-b의 값 구하기	20%

018 답 ②

$\sqrt{(-5)^2} \times \sqrt{3^2} - (-\sqrt{11})^2 = 5 \times 3 - 11 = 4$

019 답 -6

$\sqrt{9} - (-\sqrt{13})^2 + (\sqrt{7})^2 \times \sqrt{\left(-\frac{4}{7}\right)^2} = 3 - 13 + 7 \times \frac{4}{7} = -6$

020 답 ⑤

$A = \sqrt{(-11)^2} - (-\sqrt{2})^2 = 11 - 2 = 9$

$B = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2} \times \sqrt{16} - (\sqrt{3})^2 = \frac{1}{2} \times 4 - 3 = -1$

$\therefore A+B=9+(-1)=8$

021 답 5

$A = \sqrt{(-21)^2} \times \sqrt{\frac{25}{49}} + \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2} \div \left(-\sqrt{\frac{1}{15}}\right)^2$

$= 21 \times \frac{5}{7} + \frac{2}{3} \div \frac{1}{15}$

$= 21 \times \frac{5}{7} + \frac{2}{3} \times 15$

$= 15 + 10 = 25$

따라서 제곱근 A는 $\sqrt{25}=5$ 이다.

022 답 ②, ⑤

$a > 0$ 일 때, $-a < 0$ 이므로

① $(\sqrt{a})^2=a$

② $-\sqrt{(-a)^2}=-\{-(a)\}=-a$

③ $\sqrt{(-a)^2}=-(a)=a$

④ $(-\sqrt{a})^2=a$

⑤ $-\sqrt{a^2}=-a$

따라서 그 값이 $-a$ 인 것은 ②, ⑤이다.

023 답 ①

$a < 0$ 일 때, $\frac{a}{8} < 0$ 이므로 $\sqrt{\frac{a^2}{64}} = \sqrt{\left(\frac{a}{8}\right)^2} = -\frac{a}{8}$

024 답 ⑤

$a < 0$ 일 때

ㄱ. $4a < 0$ 이므로 $-\sqrt{16a^2} = -\sqrt{(4a)^2} = -(-4a) = 4a$

ㄴ. $-3a > 0$ 이므로 $\sqrt{(-3a)^2} = -3a$

ㄷ. $-7a > 0$ 이므로 $-\sqrt{(-7a)^2} = -(-7a) = 7a$

ㄹ. $3a < 0$ 이므로 $-\sqrt{9a^2} = -\sqrt{(3a)^2} = -(-3a) = 3a$

따라서 옳지 않은 것은 ㄷ, ㄹ이다.

025 답 -a

$a > 0$ 일 때,

$-6a < 0$ 이므로 $-\sqrt{(-6a)^2} = -\{-(6a)\} = -6a$

$-5a < 0$ 이므로 $\sqrt{(-5a)^2} = -(-5a) = 5a$

$\frac{9a}{2} > 0$ 이므로 $\sqrt{\frac{81a^2}{4}} = \sqrt{\left(\frac{9a}{2}\right)^2} = \frac{9a}{2}$

$4a > 0$ 이므로 $-\frac{\sqrt{16a^2}}{3} = -\frac{\sqrt{(4a)^2}}{3} = -\frac{4a}{3}$

이때 $a > 0$ 이므로 가장 큰 수는 $5a$, 가장 작은 수는 $-6a$ 이다.

따라서 두 수의 합은 $5a + (-6a) = -a$

026 답 ②

$a < 0, b > 0$ 일 때, $2a < 0, -2b < 0$ 이므로

$\sqrt{4a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-2b)^2} = \sqrt{(2a)^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-2b)^2}$

$= -2a + b - \{-(2b)\}$

$= -2a + b - 2b$

$= -2a - b$

027 답 ④

$a < 0$ 일 때, $-5a > 0, 3a < 0$ 이므로

$\sqrt{a^2} - \sqrt{(-5a)^2} + \sqrt{9a^2} = \sqrt{a^2} - \sqrt{(-5a)^2} + \sqrt{(3a)^2}$

$= -a - (-5a) + (-3a)$

$= -a + 5a - 3a = a$

028 답 $2a+9b$

$a > 0, b < 0$ 일 때, $-7a < 0, 9b < 0, -5a < 0$ 이므로

$\sqrt{(-7)^2 a^2} - \sqrt{81b^2} - \sqrt{25(-a)^2} = \sqrt{(-7a)^2} - \sqrt{(9b)^2} - \sqrt{(-5a)^2}$

$= -(-7a) - (-9b) - \{-(5a)\}$

$= 7a + 9b - 5a$

$= 2a + 9b$

029 답 6a+8b

$a-b < 0$ 에서 $a < b$ 이고 $ab < 0$ 이므로 $a < 0, b > 0$ 이다.
 즉, $-a > 0, 7a < 0, -9b < 0$ 이므로
 $\sqrt{(-a)^2} - \sqrt{49a^2} + \sqrt{(-9b)^2} - \sqrt{b^2}$
 $= \sqrt{(-a)^2} - \sqrt{(7a)^2} + \sqrt{(-9b)^2} - \sqrt{b^2}$
 $= -a - (-7a) + \{ -(-9b) \} - b$
 $= -a + 7a + 9b - b = 6a + 8b$

030 답 ④

$-2 < x < 5$ 일 때, $x-5 < 0, x+2 > 0$ 이므로
 $\sqrt{(x-5)^2} - \sqrt{(x+2)^2} = -(x-5) - (x+2)$
 $= -x + 5 - x - 2 = -2x + 3$

031 답 x+3

$0 < x < 3$ 일 때, $3-x > 0, x-3 < 0, -x-3 < 0$ 이므로
 $\sqrt{(3-x)^2} - \sqrt{(x-3)^2} + \sqrt{(-x-3)^2}$
 $= 3-x - \{ -(x-3) \} + \{ -(-x-3) \}$
 $= 3-x + x-3 + x+3 = x+3$

032 답 ⑤

$a > 0, b < 0$ 일 때, $a-b > 0, b-1 < 0$ 이므로
 $\sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(b-1)^2} = a-b + \{ -(b-1) \}$
 $= a-b-b+1$
 $= a-2b+1$

033 답 9

$x > 4$ 일 때, $x-2 > 0, 4-x < 0$ 이므로 ... (i)
 $\sqrt{(x-2)^2} + \sqrt{(4-x)^2} = x-2 + \{ -(4-x) \}$... (ii)
 $= x-2-4+x$
 $= 2x-6$... (iii)
 즉, $2x-6=12$ 이므로
 $2x=18 \quad \therefore x=9$... (iv)

채점 기준

(i) $x-2, 4-x$ 의 부호 정하기	30 %
(ii) 근호 없애기	30 %
(iii) 식을 간단히 하기	20 %
(iv) x 의 값 구하기	20 %

034 답 3a

$a > b, ab < 0$ 이므로 $a > 0, b < 0$
 즉, $-2a < 0, |b| = -b, a-b > 0$ 이므로
 $\sqrt{(-2a)^2} - |b| + \sqrt{(a-b)^2} = -(-2a) - (-b) + a-b$
 $= 2a + b + a - b = 3a$

035 답 ③

$a > b > c > 0$ 일 때, $a-b > 0, b-c > 0, c-a < 0$ 이므로
 $\sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(b-c)^2} + \sqrt{(c-a)^2}$
 $= a-b - (b-c) + \{ -(c-a) \}$
 $= a-b-b+c-c+a$
 $= 2a-2b$

036 답 ②

ㄱ. $x < -1$ 이면 $x+1 < 0, 1-x > 0$ 이므로
 $A = \sqrt{(x+1)^2} - \sqrt{(1-x)^2}$
 $= -(x+1) - (1-x)$
 $= -x-1-1+x = -2$
 ㄴ. $-1 < x < 1$ 이면 $x+1 > 0, 1-x > 0$ 이므로
 $A = \sqrt{(x+1)^2} - \sqrt{(1-x)^2}$
 $= x+1 - (1-x)$
 $= x+1-1+x = 2x$
 ㄷ. $x > 1$ 이면 $x+1 > 0, 1-x < 0$ 이므로
 $A = \sqrt{(x+1)^2} - \sqrt{(1-x)^2}$
 $= x+1 - \{ -(1-x) \}$
 $= x+1+1-x = 2$
 따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

037 답 ②

$0 < a < 1$ 에서 $\frac{1}{a} > 1$ 이므로 $a < \frac{1}{a}$ 이다.
 즉, $a + \frac{1}{a} > 0, a - \frac{1}{a} < 0$ 이므로
 $\sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2} - \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} = a + \frac{1}{a} - \left\{ -\left(a - \frac{1}{a}\right) \right\}$
 $= a + \frac{1}{a} + a - \frac{1}{a}$
 $= 2a$

03 제곱근의 성질 (2)

15~17쪽

핵심 유형

유형10 답 ③

$\sqrt{180a} = \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 5 \times a}$ 가 자연수가 되려면 $a = 5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이어야 한다.
 따라서 가장 작은 자연수 a 의 값은 5이다.

유형11 답 7

$\sqrt{\frac{28}{x}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 7}{x}}$ 이 자연수가 되려면 x 는 28의 약수이면서
 $x = 7 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이어야 한다.
 따라서 가장 작은 자연수 x 의 값은 7이다.

유형12 답 ③

$\sqrt{13+a}$ 가 자연수가 되려면 $13+a$ 의 값이 13보다 큰 제곱인 수이어야 하므로
 $13+a = 16, 25, 36, \dots \quad \therefore a = 3, 12, 23, \dots$
 따라서 가장 작은 자연수 a 의 값은 3이다.

유형13 답 7

$\sqrt{16-n}$ 이 정수가 되려면 $16-n$ 의 값이 0 또는 16보다 작은 제곱인 수이어야 하므로

$$16-n=0, 1, 4, 9 \quad \therefore n=16, 15, 12, 7$$

따라서 가장 작은 자연수 n 의 값은 7이다.

핵심 유형 완성하기

038 답 6

$\sqrt{\frac{147}{2}}x = \sqrt{\frac{3 \times 7^2 \times x}{2}}$ 가 자연수가 되려면 $x=2 \times 3 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 x 의 값은 $2 \times 3 = 6$ 이다.

039 답 ②

$\sqrt{2^2 \times 3^3 \times 5^4 \times a}$ 가 자연수가 되려면 $a=3 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이어야 한다.

① 3×1^2

② $3^2 = 3 \times 3$

③ 3×2^2

④ $3^3 = 3 \times 3^2$

⑤ 3×4^2

따라서 자연수 a 의 값으로 옳지 않은 것은 ②이다.

040 답 3개

$\sqrt{60n} = \sqrt{2^2 \times 3 \times 5 \times n}$ 이 자연수가 되려면 $n=3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이어야 한다.

따라서 $10 \leq n < 150$ 인 자연수 n 은

$$3 \times 5 \times 1^2 = 15, 3 \times 5 \times 2^2 = 60, 3 \times 5 \times 3^2 = 135 \text{의 3개이다.}$$

041 답 ④

$$v = \sqrt{2 \times 9.8 \times h} = \sqrt{2 \times \frac{7^2}{5} \times h} \text{가 자연수가 되려면}$$

$h=2 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이어야 한다.

따라서 두 자리의 자연수 h 는

$$2 \times 5 \times 1^2 = 10, 2 \times 5 \times 2^2 = 40, 2 \times 5 \times 3^2 = 90 \text{이므로 } h \text{의 값 중 가장 큰 수는 } 90 \text{이다.}$$

042 답 ①

x 의 값이 최소일 때, $\sqrt{\frac{45}{x}}$ 의 값이 최대이므로 $\sqrt{\frac{45}{x}}$ 가 가장 큰 자연수가 되려면 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하면 된다.

$$\text{이때 } \sqrt{\frac{45}{x}} = \sqrt{\frac{3^2 \times 5}{x}} \text{가 자연수가 되려면 } x \text{는 } 45 \text{의 약수이면서}$$

$$x=5 \times (\text{자연수})^2 \text{의 꼴이어야 한다.}$$

따라서 가장 작은 자연수 x 의 값은 5이다.

043 답 ②

$$\sqrt{\frac{72}{a}} = \sqrt{\frac{2^3 \times 3^2}{a}} \text{이 자연수가 되려면 } a \text{는 } 72 \text{의 약수이면서}$$

$a=2 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 두 자리의 자연수 a 의 값은 $2 \times 3^2 = 18$ 이다.

044 답 6

넓이가 $\frac{216}{x}$ 인 정사각형 모양의 색종이의 한 변의 길이는

$$\sqrt{\frac{216}{x}} \text{이므로 } \sqrt{\frac{216}{x}} = \sqrt{\frac{2^3 \times 3^3}{x}} \text{이 자연수가 되려면}$$

x 는 216의 약수이면서 $x=2 \times 3 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 x 의 값은 $2 \times 3 = 6$ 이다.

045 답 3

$$\sqrt{\frac{108}{a}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3^3}{a}} \text{이 자연수가 되려면 } a \text{는 } 108 \text{의 약수이면서}$$

$a=3 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이어야 한다.

$$\therefore a=3, 3 \times 2^2, 3^3, 3^3 \times 2^2 \quad \dots \text{(i)}$$

$$\sqrt{12a} = \sqrt{2^2 \times 3 \times a} \text{가 자연수가 되려면 } a=3 \times (\text{자연수})^2 \text{의 꼴이어야 한다.} \quad \dots \text{(ii)}$$

$$\text{따라서 구하는 가장 작은 자연수 } a \text{의 값은 } 3 \text{이다.} \quad \dots \text{(iii)}$$

채점 기준

(i) $\sqrt{\frac{108}{a}}$ 이 자연수가 되도록 하는 자연수 a 의 값 구하기	40 %
(ii) $\sqrt{12a}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 a 의 조건 구하기	40 %
(iii) 가장 작은 자연수 a 의 값 구하기	20 %

046 답 ⑤

$\sqrt{4^2+x} = \sqrt{16+x}$ 가 자연수가 되려면 $16+x$ 의 값이 16보다 큰 제곱인 수이어야 하므로

$$16+x=25, 36, 49, \dots$$

$$\therefore x=9, 20, 33, \dots$$

따라서 자연수 x 의 값 중 최솟값은 9이다.

047 답 ④

$\sqrt{27+a}$ 가 자연수가 되려면 $27+a$ 의 값이 27보다 큰 제곱인 수이어야 하므로

$$27+a=36, 49, 64, 81, 100, \dots$$

$$\therefore a=9, 22, 37, 54, 73, \dots$$

따라서 자연수 a 의 값이 아닌 것은 ④이다.

048 답 ③

$\sqrt{50+n}$ 이 자연수가 되려면 $50+n$ 의 값이 50보다 큰 제곱인 수이어야 하므로

$$50+n=64, 81, 100, 121, 144, \dots$$

$$\therefore n=14, 31, 50, 71, 94, \dots$$

따라서 100 이하의 자연수 n 은 14, 31, 50, 71, 94의 5개이다.

049 답 17

$\sqrt{115+a}$ 가 자연수가 되려면 $115+a$ 의 값이 115보다 큰 제곱인 수이어야 하므로

$$115+a=121, 144, 169, \dots$$

$$\therefore a=6, 29, 54, \dots$$

따라서 가장 작은 자연수 $a=6$

$$\text{이때 } b=\sqrt{115+6}=\sqrt{121}=11 \text{ 이므로}$$

$$a+b=6+11=17$$

050 답 ②

$\sqrt{19-x}$ 가 정수가 되려면 $19-x$ 의 값이 0 또는 19보다 작은 제곱인 수이어야 하므로

$$19-x=0, 1, 4, 9, 16$$

$$\therefore x=19, 18, 15, 10, 3$$

따라서 자연수 x 의 값이 아닌 것은 ②이다.

051 답 ④

$\sqrt{50-a}$ 가 자연수가 되려면 $50-a$ 의 값이 50보다 작은 제곱인 수이어야 하므로

$$50-a=1, 4, 9, 16, 25, 36, 49$$

$$\therefore a=49, 46, 41, 34, 25, 14, 1$$

따라서 자연수 a 의 개수는 7개이다.

052 답 25

$\sqrt{30-x}$ 가 정수가 되려면 $30-x$ 의 값이 0 또는 30보다 작은 제곱인 수이어야 하므로

$$30-x=0, 1, 4, 9, 16, 25 \quad \dots \textcircled{i}$$

$$\therefore x=30, 29, 26, 21, 14, 5 \quad \dots \textcircled{ii}$$

$$\text{따라서 } A=30, B=5 \text{ 이므로 } A-B=30-5=25 \quad \dots \textcircled{iii}$$

채점 기준

(i) $\sqrt{30-x}$ 가 정수가 되도록 하는 $30-x$ 의 값 구하기	50 %
(ii) x 의 값 구하기	30 %
(iii) $A-B$ 의 값 구하기	20 %

053 답 8

두 정사각형 A, C의 한 변의 길이는 각각 $\sqrt{\frac{18}{5}}x, \sqrt{14-x}$ 이므로 모두 자연수가 되어야 한다.

$\sqrt{\frac{18}{5}}x = \sqrt{\frac{2 \times 3^2 \times x}{5}}$ 가 자연수가 되려면 $x=2 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이어야 하므로 x 의 값은

$$2 \times 5 \times 1^2=10, 2 \times 5 \times 2^2=40, 2 \times 5 \times 3^2=90, \dots \quad \dots \textcircled{㉠}$$

또 $\sqrt{14-x}$ 가 자연수가 되려면 $14-x$ 의 값이 14보다 작은 제곱인 수이어야 하므로

$$14-x=1, 4, 9 \quad \therefore x=13, 10, 5 \quad \dots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡에서 $x=10$ 이므로

$$(\text{정사각형 A의 한 변의 길이}) = \sqrt{\frac{18}{5}}x = \sqrt{\frac{18}{5}} \times 10 = \sqrt{36} = 6$$

$$(\text{정사각형 C의 한 변의 길이}) = \sqrt{14-x} = \sqrt{14-10} = \sqrt{4} = 2$$

따라서 직사각형 B의 넓이는 $2 \times (6-2) = 8$

04 제곱근의 대소 관계

18~20쪽

핵심 유형

유형14 답 ⑤

$$\textcircled{1} \quad 5 < 6 \text{ 이므로 } \sqrt{5} < \sqrt{6} \quad \therefore -\sqrt{5} > -\sqrt{6}$$

$$\textcircled{2} \quad 0.3 = \sqrt{0.09} \text{ 이고 } 0.3 > 0.09 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{0.3} > \sqrt{0.09} \quad \therefore \sqrt{0.3} > 0.3$$

$$\textcircled{3} \quad 5 = \sqrt{25} \text{ 이고 } 25 > 24 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{25} > \sqrt{24} \quad \therefore 5 > \sqrt{24}$$

$$\textcircled{4} \quad \frac{1}{3} = \sqrt{\frac{1}{9}} \text{ 이고 } \frac{1}{9} > \frac{1}{10} \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{\frac{1}{9}} > \sqrt{\frac{1}{10}} \quad \therefore \frac{1}{3} > \sqrt{\frac{1}{10}}$$

$$\textcircled{5} \quad 2 < 3 \text{ 이므로 } \sqrt{2} < \sqrt{3} \quad \therefore \frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{\sqrt{3}}{2}$$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

유형15 답 -1

$$2 = \sqrt{4}, 3 = \sqrt{9} \text{ 에서 } 2 - \sqrt{2} > 0, \sqrt{2} - 3 < 0 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{(2-\sqrt{2})^2} - \sqrt{(\sqrt{2}-3)^2} &= 2 - \sqrt{2} - \{-(\sqrt{2}-3)\} \\ &= 2 - \sqrt{2} + \sqrt{2} - 3 \\ &= -1 \end{aligned}$$

유형16 답 ③

$$3 < \sqrt{3a} < 5 \text{ 에서 } 3^2 < (\sqrt{3a})^2 < 5^2, 9 < 3a < 25$$

$$\therefore 3 < a < \frac{25}{3}$$

따라서 자연수 a 는 4, 5, 6, 7, 8의 5개이다.

다른 풀이 $3 < \sqrt{3a} < 5$ 에서 $3 = \sqrt{9}, 5 = \sqrt{25}$ 이므로

$$\sqrt{9} < \sqrt{3a} < \sqrt{25}, 9 < 3a < 25 \quad \therefore 3 < a < \frac{25}{3}$$

따라서 자연수 a 는 4, 5, 6, 7, 8의 5개이다.

유형17 답 3

$$\sqrt{64}=8, \sqrt{81}=9 \text{ 이므로 } 8 < \sqrt{75} < 9$$

$$\therefore f(75) = (\sqrt{75} \text{ 이하의 자연수의 개수}) = 8$$

$$\sqrt{25}=5, \sqrt{36}=6 \text{ 이므로 } 5 < \sqrt{30} < 6$$

$$\therefore f(30) = (\sqrt{30} \text{ 이하의 자연수의 개수}) = 5$$

$$\therefore f(75) - f(30) = 8 - 5 = 3$$

핵심 유형 완성하기

054 답 ⑤

$$\textcircled{1} \quad 7 < 8 \text{ 이므로 } \sqrt{7} < \sqrt{8}$$

$$\textcircled{2} \quad \sqrt{0.09}=0.3 \text{ 이므로 } 0.25 < 0.3 \quad \therefore 0.25 < \sqrt{0.09}$$

$$\textcircled{3} \quad 4 = \sqrt{16} \text{ 이고 } 18 > 16 \text{ 이므로 } \sqrt{18} > \sqrt{16} \quad \therefore \sqrt{18} > 4$$

$$\textcircled{4} \quad \frac{1}{6} = \sqrt{\frac{1}{36}} \text{ 이고 } \frac{1}{36} < \frac{1}{12} \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{\frac{1}{36}} < \sqrt{\frac{1}{12}} \quad \therefore \frac{1}{6} < \sqrt{\frac{1}{12}}$$

⑤ $\sqrt{\frac{5}{2}} = \sqrt{2.5}$ 이고 $2.4 < 2.5$ 에서 $\sqrt{2.4} < \sqrt{2.5}$ 이므로
 $-\sqrt{2.4} > -\sqrt{2.5} \quad \therefore -\sqrt{2.4} > -\sqrt{\frac{5}{2}}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

055 답 ②

② $0.25 = \frac{1}{4} = \sqrt{\frac{1}{16}}$

④ $\frac{1}{5} = \sqrt{\frac{1}{25}}$

이때 $\frac{1}{25} < \frac{1}{16} < \frac{1}{3} < 5 < 12$ 이므로

$\sqrt{\frac{1}{25}} < \sqrt{\frac{1}{16}} < \sqrt{\frac{1}{3}} < \sqrt{5} < \sqrt{12}$ 에서 $\frac{1}{5} < 0.25 < \sqrt{\frac{1}{3}} < \sqrt{5} < \sqrt{12}$

따라서 두 번째로 작은 수는 ②이다.

056 답 18

음수끼리 대소를 비교하면

$2 = \sqrt{4}$ 이고 $4 < 8$ 에서 $\sqrt{4} < \sqrt{8}$ 이므로

$-\sqrt{4} > -\sqrt{8} \quad \therefore -2 > -\sqrt{8} \quad \dots \textcircled{1}$

양수끼리 대소를 비교하면

$\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9}$ 이고 $\frac{1}{2} < 9 < 10$ 이므로

$\sqrt{\frac{1}{2}} < \sqrt{(-3)^2} < \sqrt{10} \quad \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $-\sqrt{8} < -2 < 0 < \sqrt{\frac{1}{2}} < \sqrt{(-3)^2} < \sqrt{10} \quad \dots \textcircled{3}$

따라서 가장 작은 수 $a = -\sqrt{8}$, 가장 큰 수 $b = \sqrt{10}$ 이므로

$a^2 + b^2 = (-\sqrt{8})^2 + (\sqrt{10})^2 = 8 + 10 = 18 \quad \dots \textcircled{4}$

채점 기준

(i) 음수끼리 대소 비교하기	30 %
(ii) 양수끼리 대소 비교하기	30 %
(iii) 주어진 수의 대소 비교하기	20 %
(iv) $a^2 + b^2$ 의 값 구하기	20 %

057 답 ④

$0 < a < 1$ 이므로

① $0 < a < 1$ ② $0 < a^2 < 1$ ③ $0 < \sqrt{a} < 1$

④ $\frac{1}{a} > 1$ ⑤ $\sqrt{\frac{1}{a}} > 1$

이때 $\frac{1}{a} > \sqrt{\frac{1}{a}}$ 이므로 $\frac{1}{a}$ 의 값이 가장 크다.

다른 풀이 $a = \frac{1}{4}$ 이라 하면

① $a = \frac{1}{4}$ ② $a^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$ ③ $\sqrt{a} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

④ $\frac{1}{a} = 4$ ⑤ $\sqrt{\frac{1}{a}} = \sqrt{4} = 2$

따라서 그 값이 가장 큰 것은 ④이다.

058 답 ③

$4 = \sqrt{16}$ 에서 $\sqrt{3} - 4 < 0$, $\sqrt{3} - 1 > 0$ 이므로

$\sqrt{(\sqrt{3}-4)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = -(\sqrt{3}-4) + (\sqrt{3}-1)$
 $= -\sqrt{3} + 4 + \sqrt{3} - 1 = 3$

059 답 -8

$x + y = 4 + (-2 - \sqrt{10}) = 2 - \sqrt{10}$

이때 $2 = \sqrt{4}$ 이므로 $2 - \sqrt{10} < 0$

$x - y = 4 - (-2 - \sqrt{10}) = 6 + \sqrt{10} > 0$

$\therefore \sqrt{(x+y)^2} - \sqrt{(x-y)^2} = -(2 - \sqrt{10}) - (6 + \sqrt{10})$
 $= -2 + \sqrt{10} - 6 - \sqrt{10} = -8$

060 답 7

$3 = \sqrt{9}$ 에서 $3 - \sqrt{10} < 0$, $\sqrt{10} - 3 > 0$ 이므로

$\sqrt{(3-\sqrt{10})^2} - \sqrt{(\sqrt{10}-3)^2} - \sqrt{(-3)^2} + (-\sqrt{10})^2$
 $= -(3 - \sqrt{10}) - (\sqrt{10} - 3) - 3 + 10$
 $= -3 + \sqrt{10} - \sqrt{10} + 3 - 3 + 10 = 7$

061 답 7

$8 < \sqrt{5n} \leq 10$ 에서 $8^2 < (\sqrt{5n})^2 \leq 10^2$, $64 < 5n \leq 100$

$\therefore \frac{64}{5} < n \leq 20$

따라서 자연수 n 의 값 중 가장 큰 수 $x = 20$, 가장 작은 수 $y = 13$ 이

므로 $x - y = 20 - 13 = 7$

다른 풀이 $8 < \sqrt{5n} \leq 10$ 에서 $8 = \sqrt{64}$, $10 = \sqrt{100}$ 이므로

$\sqrt{64} < \sqrt{5n} \leq \sqrt{100}$, $64 < 5n \leq 100$

$\therefore \frac{64}{5} < n \leq 20$

따라서 자연수 n 의 값 중 가장 큰 수 $x = 20$, 가장 작은 수 $y = 13$ 이

므로 $x - y = 20 - 13 = 7$

062 답 ③

$1 < \sqrt{\frac{n}{3}} < 2$ 에서 $1^2 < \left(\sqrt{\frac{n}{3}}\right)^2 < 2^2$ 이므로

$1 < \frac{n}{3} < 4 \quad \therefore 3 < n < 12$

따라서 자연수 n 은 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11의 8개이다.

063 답 4개

$2 < \sqrt{x} < 4$ 에서 $2^2 < (\sqrt{x})^2 < 4^2$

$\therefore 4 < x < 16 \quad \dots \textcircled{1}$

$-4 < -\sqrt{x-2} < -3$ 에서 $3 < \sqrt{x-2} < 4$ 이므로

$3^2 < (\sqrt{x-2})^2 < 4^2$, $9 < x-2 < 16$

$\therefore 11 < x < 18 \quad \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 동시에 만족시키는 x 의 값의 범위는

$11 < x < 16$

따라서 자연수 x 는 12, 13, 14, 15의 4개이다.

064 답 ⑤

$\sqrt{5} < x < \sqrt{22}$ 에서 $(\sqrt{5})^2 < x^2 < (\sqrt{22})^2$

$\therefore 5 < x^2 < 22$

이때 x 는 자연수이므로 $x^2 = 9, 16$

따라서 자연수 x 의 값은 3, 4이므로

$3 + 4 = 7$

065 답 ①

$\sqrt{196}=14$, $\sqrt{225}=15$ 이므로 $14 < \sqrt{200} < 15$
 $\therefore f(200) = (\sqrt{200} \text{ 이하의 자연수의 개수}) = 14$
 $\sqrt{9}=3$, $\sqrt{16}=4$ 이므로 $3 < \sqrt{10} < 4$
 $\therefore f(10) = (\sqrt{10} \text{ 이하의 자연수의 개수}) = 3$
 $\therefore f(200) - f(10) = 14 - 3 = 11$

066 답 3

$\sqrt{25}=5$, $\sqrt{36}=6$ 이므로 $5 < \sqrt{28} < 6$
 즉, $\sqrt{28}$ 보다 작은 자연수는 1, 2, 3, 4, 5의 5개이다.
 $\therefore a=5$... (i)
 또 $\sqrt{64}=8$, $\sqrt{81}=9$ 이므로 $8 < \sqrt{76} < 9$
 즉, $\sqrt{76}$ 보다 작은 자연수는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8의 8개이다.
 $\therefore b=8$... (ii)
 $\therefore b-a=8-5=3$... (iii)

채점 기준

(i) a의 값 구하기	40 %
(ii) b의 값 구하기	40 %
(iii) b-a의 값 구하기	20 %

067 답 ④

$\sqrt{9}=3$, $\sqrt{16}=4$, $\sqrt{25}=5$, $\sqrt{36}=6$ 이므로
 $f(10)=f(11)=f(12)=\dots=f(15)=3$ — 6개
 $f(16)=f(17)=f(18)=\dots=f(24)=4$ — 9개
 $f(25)=f(26)=f(27)=\dots=f(30)=5$ — 6개
 $\therefore f(10)+f(11)+f(12)+\dots+f(30)$
 $=3 \times 6 + 4 \times 9 + 5 \times 6 = 84$

핵심 유형 최종 점검하기

21~23쪽

068 답 ①, ④

① $x = \pm\sqrt{36}$
 ④ x 는 36의 제곱근이다.

069 답 ④

$(-5)^2=25$ 의 음의 제곱근은 -5 이므로 $A=-5$
 $\sqrt{121}=11$ 의 양의 제곱근은 $\sqrt{11}$ 이므로 $B=\sqrt{11}$
 $\therefore A+B^2=-5+(\sqrt{11})^2=-5+11=6$

070 답 9 cm

다음비가 1:3인 두 원의 넓이의 비는 $1^2:3^2=1:9$
 두 원의 넓이를 각각 $x\text{ cm}^2$, $9x\text{ cm}^2$ 라 하면
 $x+9x=90\pi$, $10x=90\pi$ $\therefore x=9\pi$
 따라서 큰 원의 넓이는 $9x=9 \times 9\pi=81\pi(\text{cm}^2)$
 이때 큰 원의 반지름의 길이를 $r\text{ cm}$ 라 하면
 $\pi r^2=81\pi$, $r^2=81$ $\therefore r=9(\because r>0)$
 따라서 큰 원의 반지름의 길이는 9 cm이다.

071 답 ⑤

ㄴ. 제곱근 16은 $\sqrt{16}=4$ 이다.
 ㄷ. $225=15^2$ 이므로 $-\sqrt{225}=-15$ 이다.
 ㄹ. $3^2=9$ 의 음의 제곱근은 -3 이다.
 ㄹ. $\sqrt{\frac{25}{81}}=\frac{5}{9}$ 의 양의 제곱근은 $\sqrt{\frac{5}{9}}$ 이다.
 따라서 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 수는 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.

072 답 ③

주어진 수들의 규칙성을 찾아보면

$\sqrt{1}=\sqrt{1^2}=1$
 1개
 $\sqrt{1+3}=\sqrt{4}=\sqrt{2^2}=2$
 2개
 $\sqrt{1+3+5}=\sqrt{9}=\sqrt{3^2}=3$
 3개
 $\sqrt{1+3+5+7}=\sqrt{16}=\sqrt{4^2}=4$
 4개
 $\sqrt{1+3+5+7+9}=\sqrt{25}=\sqrt{5^2}=5$
 5개
 $\vdots$
 $\sqrt{1+3+5+7+9+\dots+19}=\sqrt{10^2}=10$
 10개

다른 풀이 1+3+5+7+...+19=S로 놓고 다음과 같이 덧셈을 하면

$S = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 17 + 19$
 $+) S = 19 + 17 + 15 + 13 + \dots + 3 + 1$
 $2S = 20 + 20 + 20 + 20 + \dots + 20 + 20 = 20 \times 10$
 10개
 $\therefore S = \frac{1}{2} \times 20 \times 10 = 10 \times 10 = 10^2$
 $\therefore \sqrt{S} = \sqrt{10^2} = 10$

073 답 ⑤

⑤ $-\sqrt{(-0.3)^2}=-0.3$

074 답 ③

$A = \sqrt{16} \times (-\sqrt{24})^2 \div \sqrt{(-8)^2}$
 $= 4 \times 24 \div 8 = 4 \times 24 \times \frac{1}{8} = 12$
 $B = -(-\sqrt{5})^2 \times (\sqrt{0.6})^2 - \sqrt{1.44}$
 $= -5 \times 0.6 - 1.2 = -4.2$
 $\therefore A+B=12+(-4.2)=7.8$

075 답 ④

$a>0$ 일 때

① $\sqrt{a^2}=a$
 ② $(-\sqrt{a})^2=a$
 ③ $-2a<0$ 이므로 $\sqrt{(-2a)^2}=-(-2a)=2a$
 ④ $-9a<0$ 이므로 $-\sqrt{(-9a)^2}=-\{-(-9a)\}$
 $=-9a$
 ⑤ $8a>0$ 이므로 $-\sqrt{64a^2}=-\sqrt{(8a)^2}=-8a$
 따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

076 답 ⑤

$\sqrt{a^2}=a$ 에서 $a>0$

$\sqrt{(-b)^2}=-b$ 에서 $-b>0$ 이므로 $b<0$

따라서 $-5a<0$, $4b<0$ 이므로

$$\begin{aligned}\sqrt{(-5a)^2}-\sqrt{16b^2}&=\sqrt{(-5a)^2}-\sqrt{(4b)^2} \\ &= -(-5a)-(-4b) \\ &= 5a+4b\end{aligned}$$

077 답 ④

$xy>0$ 에서 $x>0$, $y>0$ 또는 $x<0$, $y<0$

그런데 $x+y<0$ 이므로 $x<0$, $y<0$ 이다.

즉, $4x<0$, $-y>0$, $x+y<0$ 이므로

$$\begin{aligned}\sqrt{16x^2}-\sqrt{(-y)^2}-\sqrt{(x+y)^2}&=\sqrt{(4x)^2}-\sqrt{(-y)^2}-\sqrt{(x+y)^2} \\ &= -4x-(-y)-\{-(x+y)\} \\ &= -4x+y+x+y \\ &= -3x+2y\end{aligned}$$

078 답 x

$0<x<2$ 일 때, $x>0$, $x-2<0$, $2-x>0$ 이므로

$$\begin{aligned}\sqrt{x^2}+\sqrt{(x-2)^2}-\sqrt{(2-x)^2}&=x+\{-(x-2)\}-(2-x) \\ &= x-x+2-2+x \\ &= x\end{aligned}$$

079 답 ③

$y<x<0<z$ 일 때, $y-z<0$, $z-x>0$, $x-y>0$ 이므로

$$\begin{aligned}-x\sqrt{(y-z)^2}+y\sqrt{(z-x)^2}+z\sqrt{(x-y)^2} \\ &= -x\{-(y-z)\}+y(z-x)+z(x-y) \\ &= xy-xz+yz-xy+xz-yz \\ &= 0\end{aligned}$$

080 답 ④

$\sqrt{168xy}=\sqrt{2^3 \times 3 \times 7 \times xy}$ 가 자연수가 되려면

$xy=2 \times 3 \times 7 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이어야 한다.

따라서 xy 의 최솟값은 $2 \times 3 \times 7=42$

081 답 0

$\sqrt{48a}=\sqrt{2^4 \times 3 \times a}$ 가 자연수가 되려면 $a=3 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 a 의 값은 3이다. ... (i)

$$\sqrt{\frac{48}{b}}=\sqrt{\frac{2^4 \times 3}{b}} \text{이 자연수가 되려면 } b \text{는 } 48 \text{의 약수이면서}$$

$b=3 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 b 의 값은 3이다. ... (ii)

$\therefore a-b=3-3=0$... (iii)

채점 기준

(i) $\sqrt{48a}$ 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 a 의 값 구하기	40%
(ii) $\sqrt{\frac{48}{b}}$ 이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 b 의 값 구하기	40%
(iii) $a-b$ 의 값 구하기	20%

082 답 ③

$\sqrt{9+x}$ 가 자연수가 되려면 $9+x$ 의 값이 9보다 큰 제곱인 수이어야 하므로

$$9+x=16, 25, 36, \dots$$

$$\therefore x=7, 16, 27, \dots$$

따라서 가장 작은 자연수 $x=7$

이때 $y=\sqrt{9+7}=\sqrt{16}=4$ 이므로

$$x+y=7+4=11$$

083 답 ⑤

$\sqrt{42-x}$ 가 정수가 되려면 $42-x$ 의 값이 0 또는 42보다 작은 제곱인 수이어야 하므로

$$42-x=0, 1, 4, 9, 16, 25, 36$$

$$\therefore x=42, 41, 38, 33, 26, 17, 6$$

따라서 자연수 x 의 개수는 7개이다.

084 답 ④

두 잔디밭 A, B의 한 변의 길이는 각각 $\sqrt{35-x}$, $\sqrt{23+x}$ 이므로 모두 자연수가 되어야 한다.

$\sqrt{35-x}$ 가 자연수가 되려면 $35-x$ 의 값이 35보다 작은 제곱인 수이어야 하므로

$$35-x=1, 4, 9, 16, 25$$

$$\therefore x=34, 31, 26, 19, 10 \quad \dots \textcircled{㉠}$$

또 $\sqrt{23+x}$ 가 자연수가 되려면 $23+x$ 의 값이 23보다 큰 제곱인 수이어야 하므로

$$23+x=25, 36, 49, 64, 81, \dots$$

$$\therefore x=2, 13, 26, 41, 58, \dots \quad \dots \textcircled{㉡}$$

따라서 ㉠, ㉡에서 $x=26$

085 답 ①

① $6=\sqrt{36}$ 이고 $36>34$ 이므로

$$\sqrt{36}>\sqrt{34} \quad \therefore 6>\sqrt{34}$$

② $0.1=\sqrt{0.01}$ 이고 $0.01<0.1$ 이므로

$$\sqrt{0.01}<\sqrt{0.1} \quad \therefore 0.1<\sqrt{0.1}$$

③ $-\sqrt{(-3)^2}=-\sqrt{9}$ 이고 $9<10$ 에서 $\sqrt{9}<\sqrt{10}$ 이므로

$$-\sqrt{9}>-\sqrt{10} \quad \therefore -\sqrt{(-3)^2}>-\sqrt{10}$$

$$\textcircled{4} \frac{1}{3}<\frac{1}{2} \text{이므로 } \sqrt{\frac{1}{3}}<\sqrt{\frac{1}{2}}$$

⑤ $6=\sqrt{36}$ 이고 $37>36$ 에서 $\sqrt{37}>\sqrt{36}$ 이므로

$$-\sqrt{37}<-\sqrt{36} \quad \therefore -\sqrt{37}<-6$$

따라서 옳은 것은 ①이다.

086 답 ②

$a>1$ 이므로 $a^2>a$

$a^2>a$ 에서 $\sqrt{a^2}>\sqrt{a}$ 이므로 $a>\sqrt{a}$

$$\therefore \sqrt{a}<a<a^2$$

다른 풀이 $a=4$ 라 하면

$$\sqrt{a}=\sqrt{4}=2, a=4, a^2=4^2=16$$

따라서 $2<4<16$ 이므로

$$\sqrt{a}<a<a^2$$

087 답 1

$$\begin{aligned} 3 &= \sqrt{9}, 2 = \sqrt{4} \text{에서 } \sqrt{5}-3 < 0, \sqrt{5}-2 > 0 \text{이므로} \\ \sqrt{(\sqrt{5}-3)^2} + \sqrt{(\sqrt{5}-2)^2} &= -(\sqrt{5}-3) + (\sqrt{5}-2) \\ &= -\sqrt{5}+3+\sqrt{5}-2 \\ &= 1 \end{aligned}$$

088 답 ②

$$\begin{aligned} 3 &< \sqrt{3x-1} < 4 \text{에서 } 3^2 < (\sqrt{3x-1})^2 < 4^2 \\ 9 &< 3x-1 < 16, 10 < 3x < 17 \\ \therefore \frac{10}{3} &< x < \frac{17}{3} \end{aligned}$$

따라서 자연수 x 는 4, 5의 2개이다.

089 답 3

(가)에서 $\sqrt{12-x}$ 가 자연수가 되려면 $12-x$ 의 값이 12보다 작은 제곱인 수이어야 하므로

$$12-x=1, 4, 9$$

$$\therefore x=11, 8, 3 \quad \dots (i)$$

(나)에서 $\sqrt{5} < x < \sqrt{35}$ 이므로

$$(\sqrt{5})^2 < x^2 < (\sqrt{35})^2 \quad \therefore 5 < x^2 < 35$$

이때 x 는 자연수이므로 $x^2=9, 16, 25$

$$\therefore x=3, 4, 5 \quad \dots (ii)$$

따라서 (가), (나)를 모두 만족시키는 자연수 x 의 값은 3이다. $\dots (iii)$

채점 기준

(i) $\sqrt{12-x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값 구하기	40 %
(ii) $\sqrt{5} < x < \sqrt{35}$ 를 만족시키는 자연수 x 의 값 구하기	40 %
(iii) (가), (나)를 모두 만족시키는 자연수 x 의 값 구하기	20 %

090 답 9

$$\begin{aligned} \sqrt{1}=1, \sqrt{4}=2, \sqrt{9}=3 \text{이므로} \\ N(1)=N(3)=1 \\ N(5)=N(7)=2 \\ N(9)=3 \\ \therefore N(1)+N(3)+N(5)+N(7)+N(9) \\ =1+1+2+2+3=9 \end{aligned}$$

091 답 ②

$$\begin{aligned} f(x)=7 \text{인 자연수 } x \text{는 } 7 \leq \sqrt{x} < 8 \text{이므로} \\ 7^2 \leq (\sqrt{x})^2 < 8^2 \quad \therefore 49 \leq x < 64 \\ \text{따라서 자연수 } x \text{는 } 49, 50, 51, \dots, 63 \text{의 } 15 \text{개이다.} \end{aligned}$$



2 무리수와 실수

핵심
유형

유형01 3개 유형02 ③, ④ 유형03 ②
유형04 P: $4-\sqrt{2}$, Q: $4+\sqrt{2}$ 유형05 ② 유형06 ④
유형07 $c < a < b$ 유형08 ④ 유형09 ②

핵심
유형

완성하기

001 ② 002 $-\pi, \sqrt{0.4}, \sqrt{2}-2$ 003 ⑤ 004 34개
005 $\sqsubset, \sqsubset$ 006 ①, ⑤ 007 ⑤ 008 ③
009 ③ 010 ④ 011 ③ 012 ⑤
013 P: $-3-\sqrt{2}$, Q: $-3+\sqrt{2}$ 014 12
015 $-2-\sqrt{13}$ 016 $\sqsubset, \sqsupset, \sqsupset$
017 ①, ④, ⑤ 018 $\sqsubset, \sqsupset$ 019 ⑤ 020 ⑤
021 ② 022 ③ 023 ④ 024 ④ 025 $2+\sqrt{7}$
026 ③ 027 ② 028 ④
029 A: $-\sqrt{6}$, B: $-\sqrt{6}+1$, C: $\sqrt{3}+1$, D: $\sqrt{10}$
030 ⑤ 031 ⑤ 032 8개

핵심
유형

최종 점검하기

033 ③ 034 ④ 035 ③ 036 ③ 037 ⑤
038 ② 039 ① 040 ⑤ 041 $\sqrt{2}+\sqrt{10}$
042 ① 043 ②, ④ 044 ③
045 $\sqrt{10}-\sqrt{3}$ 046 원 C 047 ④ 048 ⑤
049 ③ 050 ③, ⑤ 051 ④

01 무리수와 실수

26~29쪽

핵심 유형

유형01 답 3개

$0.\dot{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \Rightarrow$ 유리수, $\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4 \Rightarrow$ 유리수

따라서 무리수는 $\pi, -\sqrt{10}, 3.141141114\cdots$ 의 3개이다.

유형02 답 ③, ④

③, ④ 무한소수 중 순환소수는 유리수이고, 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

유형03 답 ②

① 실수 중 무리수가 아닌 수는 유리수이다.

③ 순환하지 않는 무한소수는 무리수이므로 실수이다.

④ 모든 실수는 양의 실수, 0, 음의 실수로 구분할 수 있다.

⑤ 정수는 유리수이다.

따라서 옳은 것은 ②이다.

유형04 답 P: $4-\sqrt{2}$, Q: $4+\sqrt{2}$

$\square ABCD = 2 \times 2 - 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 1\right) = 4 - 2 = 2$

즉, 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$ 이다.

$\overline{AP} = \overline{AD} = \sqrt{2}$ 이므로 점 P에 대응하는 수는 $4-\sqrt{2}$,

$\overline{AQ} = \overline{AB} = \sqrt{2}$ 이므로 점 Q에 대응하는 수는 $4+\sqrt{2}$ 이다.

유형05 답 ②

② 수직선은 유리수와 무리수, 즉 실수에 대응하는 점들로 완전히 메울 수 있다.

핵심 유형 완성하기

001 답 ②

② $\sqrt{0.4} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{2}{3}$ 이므로 유리수이다.

002 답 $-\pi, \sqrt{0.4}, \sqrt{2}-2$

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

$\sqrt{9} = 3 \Rightarrow$ 유리수

$2.\dot{3}1\dot{5} = \frac{2315-2}{999} = \frac{2313}{999} = \frac{257}{111} \Rightarrow$ 유리수

$\sqrt{0.9} = \sqrt{\frac{9}{9}} = \sqrt{1} = 1 \Rightarrow$ 유리수

따라서 무리수는 $-\pi, \sqrt{0.4}, \sqrt{2}-2$ 이다.

003 답 ⑤

정사각형의 한 변의 길이는 각각 다음과 같다.

① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{6}$ ③ $\sqrt{8}$ ④ $\sqrt{13}$ ⑤ $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$

따라서 정사각형의 한 변의 길이가 유리수인 것은 ⑤이다.

004 답 34개

$\sqrt{x}$ 가 유리수이라면 유리수 x 가 제공인 수이어야 한다.
40 이하의 자연수 중 제곱인 수는 $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2$ 의 6개이다.
따라서 $\sqrt{x}$ 가 무리수가 되도록 하는 x 의 개수는
 $40 - 6 = 34$ (개)

005 답 ㄴ, ㄷ

ㄴ. 순환소수는 유리수이다.
ㄷ. $\sqrt{4}=2, \sqrt{9}=3$ 등과 같이 근호 안의 수가 유리수의 제곱인 수는 유리수이다. 즉, 근호를 없앨 수 없는 수만 무리수이다.

006 답 ①, ⑤

② 4는 자연수이지만 4의 제곱근은 ± 2 로 유리수이다.
③ 무한소수 중 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.
④ 유한소수는 모두 유리수이다.
⑥ a 가 유리수의 제곱인 수이면 $\sqrt{a}$ 는 유리수이다.
따라서 옳은 것은 ①, ⑤이다.

007 답 ⑤

① 제곱근 3은 $\sqrt{3}$ 이다.
② $-\sqrt{3}$ 은 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없다.
③ 순환하지 않는 무한소수이다.
④ $-\sqrt{3}$ 은 유리수가 아니므로 $\frac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$ 의 꼴로 나타낼 수 없다.
⑤ $(-\sqrt{3})^2=3$ 이므로 유리수이다.
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

008 답 ③

③ 실수 중 정수가 아닌 수는 정수가 아닌 유리수 또는 무리수이다.

009 답 ③

(가)에 해당하는 수는 무리수이므로 무리수로만 짝 지어진 것을 찾는다.

① $0.\dot{1}=\frac{1}{9} \Rightarrow$ 유리수, $0 \Rightarrow$ 유리수, $\sqrt{1}=1 \Rightarrow$ 유리수
② $-2 \Rightarrow$ 유리수
 $-0.\dot{1}\dot{2}=-\frac{12}{99}=-\frac{4}{33} \Rightarrow$ 유리수
 $-\frac{1}{4} \Rightarrow$ 유리수

④ $-3.14 \Rightarrow$ 유리수
⑤ $\sqrt{(-3)^2}=3 \Rightarrow$ 유리수

따라서 (가)에 해당하는 수로만 짝 지어진 것은 ③이다.

010 답 ④

실수의 개수에서 유리수의 개수를 뺀 것은 무리수의 개수와 같다.

$$2.888\cdots = 2.\dot{8} = \frac{28-2}{9} = \frac{26}{9}, -\sqrt{25} = -5, \sqrt{\frac{9}{64}} = \frac{3}{8}$$

따라서 주어진 수 중 무리수는 $-\sqrt{3.7}, \sqrt{14}, \sqrt{0.001}$ 의 3개이므로
 $a-b$ 의 값은 3이다.

011 답 ③

① $\square ABCD = 2 \times 2 - 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 1\right) = 4 - 2 = 2$
② 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$ 이므로
 $AQ = AB = \sqrt{2}$
③ $PE = PA + AE = \sqrt{2} + 1$
④ $AP = AD = \sqrt{2}$ 이므로 점 P에 대응하는 수는 $3 - \sqrt{2}$ 이다.
⑤ $AQ = AB = \sqrt{2}$ 이므로 점 Q에 대응하는 수는 $3 + \sqrt{2}$ 이다.
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

012 답 ⑤

한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$ 이다.
① 점 A는 -1에 대응하는 점을 기준점으로 하여 왼쪽으로
 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 점이다. $\Rightarrow A: -1 - \sqrt{2}$
② 점 B는 1에 대응하는 점을 기준점으로 하여 왼쪽으로
 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 점이다. $\Rightarrow B: 1 - \sqrt{2}$
③ 점 C는 -1에 대응하는 점을 기준점으로 하여 오른쪽으로
 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 점이다. $\Rightarrow C: -1 + \sqrt{2}$
④ 점 D는 0에 대응하는 점을 기준점으로 하여 오른쪽으로
 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 점이다. $\Rightarrow D: \sqrt{2}$
⑤ 점 E는 1에 대응하는 점을 기준점으로 하여 오른쪽으로
 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 점이다. $\Rightarrow E: 1 + \sqrt{2}$
따라서 $1 + \sqrt{2}$ 에 대응하는 점은 ⑤이다.

013 답 P: $-3 - \sqrt{2}$, Q: $-3 + \sqrt{2}$

한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$ 이다.
 $AP = AC = \sqrt{2}$ 이므로 점 P에 대응하는 수는 $-3 - \sqrt{2}$
 $AQ = AC = \sqrt{2}$ 이므로 점 Q에 대응하는 수는 $-3 + \sqrt{2}$

014 답 12

$$\square ABCD = 4 \times 4 - 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 1\right) = 16 - 6 = 10$$

즉, 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$ 이다.
 $AP = AB = \sqrt{10}$ 이므로 점 P에 대응하는 수는 $2 + \sqrt{10}$ 이다.
따라서 $a=2, b=10$ 이므로
 $a+b=2+10=12$

015 답 $-2 - \sqrt{13}$

$$\square PQRS = 5 \times 5 - 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 2\right) = 25 - 12 = 13$$

즉, 정사각형 PQRS의 한 변의 길이는 $\sqrt{13}$ 이다. ... (i)
 $\therefore PA = PS = \sqrt{13}, PB = PQ = \sqrt{13}$... (ii)
이때 점 B에 대응하는 수가 $\sqrt{13}-2$ 이므로 점 P에 대응하는 수는 -2이다. ... (iii)
따라서 점 A에 대응하는 수는 $-2 - \sqrt{13}$ 이다. ... (iv)

채점 기준

(i) 정사각형 PQRS의 한 변의 길이 구하기	30 %
(ii) PA, PB의 길이 구하기	20 %
(iii) 점 P에 대응하는 수 구하기	20 %
(iv) 점 A에 대응하는 수 구하기	30 %

016 답 ㄱ, ㄴ, ㄹ

- ㄱ. 정사각형 (가)의 넓이는 $3 \times 3 - 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 1\right) = 9 - 4 = 5$
 ㄴ. 정사각형 (나)의 넓이는 $4 \times 4 - 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 1\right) = 16 - 6 = 10$
 ㄷ. 정사각형 (가)의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$ 이므로 점 A에 대응하는 수는 $-3 - \sqrt{5}$ 이다.
 ㄹ. 정사각형 (가)의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$ 이므로 점 B에 대응하는 수는 $-3 + \sqrt{5}$ 이다.
 ㅁ. 정사각형 (나)의 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$ 이므로 점 C에 대응하는 수는 $1 - \sqrt{10}$ 이다.
 ㅂ. 정사각형 (나)의 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$ 이므로 점 D에 대응하는 수는 $1 + \sqrt{10}$ 이다.
 따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.

017 답 ①, ④, ⑤

- ② 정수 0과 1 사이에는 정수가 하나도 없다.
 ③ 서로 다른 두 무리수 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
 ⑥ 0에 가장 가까운 유리수는 정할 수 없다.
 따라서 옳은 것은 ①, ④, ⑤이다.

018 답 ㄷ, ㄴ

- ㄱ. 3에 가장 가까운 무리수는 정할 수 없다.
 ㄴ. 2와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
 ㄷ. $2 < \sqrt{8} < 3$
 따라서 옳은 것은 ㄷ, ㄴ이다.

019 답 ⑤

- 은식: 0과 1 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
 소영: 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
 민정: $3 < \sqrt{10} < 4$, $3 < \sqrt{14} < 4$ 이므로 $\sqrt{10}$ 과 $\sqrt{14}$ 사이에는 자연수가 없다.
 인선: 유리수이면서 무리수인 수는 없으므로 유리수와 무리수는 수직선 위의 같은 점에 대응하지 않는다.
 따라서 바르게 말한 학생은 이슬이다.

02 실수의 대소 관계

30~32쪽

핵심 유형

유형06 답 ④

- ① $3 - (\sqrt{3} + 1) = 2 - \sqrt{3} = \sqrt{4} - \sqrt{3} > 0 \quad \therefore 3 > \sqrt{3} + 1$
 ② $2 - (5 - \sqrt{6}) = -3 + \sqrt{6} = -\sqrt{9} + \sqrt{6} < 0 \quad \therefore 2 < 5 - \sqrt{6}$
 ③ $7 - (6 + \sqrt{2}) = 1 - \sqrt{2} < 0 \quad \therefore 7 < 6 + \sqrt{2}$
 ④ $(4 + \sqrt{3}) - (\sqrt{3} + \sqrt{8}) = 4 - \sqrt{8} = \sqrt{16} - \sqrt{8} > 0$
 $\therefore 4 + \sqrt{3} > \sqrt{3} + \sqrt{8}$
 ⑤ $(\sqrt{7} - 3) - (\sqrt{5} - 3) = \sqrt{7} - \sqrt{5} > 0 \quad \therefore \sqrt{7} - 3 > \sqrt{5} - 3$
 따라서 옳은 것은 ④이다.

다른 풀이 양변에 동일한 수가 있는 경우에는 부등식의 성질을 이용하여 대소를 비교할 수 있다.

- ④ $\sqrt{16} = 4 > \sqrt{8}$ 이므로 양변에 $\sqrt{3}$ 을 더하면 $4 + \sqrt{3} > \sqrt{3} + \sqrt{8}$
 ⑤ $\sqrt{7} > \sqrt{5}$ 이므로 양변에서 3을 빼면 $\sqrt{7} - 3 > \sqrt{5} - 3$

유형07 답 $c < a < b$

- $a - b = (2 + \sqrt{2}) - (\sqrt{3} + 2) = \sqrt{2} - \sqrt{3} < 0$ 이므로 $a < b$
 $a - c = (2 + \sqrt{2}) - 3 = -1 + \sqrt{2} > 0$ 이므로 $a > c$
 $\therefore c < a < b$

유형08 답 ④

- $\sqrt{4} < \sqrt{8} < \sqrt{9}$ 에서 $2 < \sqrt{8} < 3$
 $2 - 1 < \sqrt{8} - 1 < 3 - 1 \quad \therefore 1 < \sqrt{8} - 1 < 2$
 따라서 수직선 위의 점 중에서 $\sqrt{8} - 1$ 에 대응하는 점은 점 D이다.

유형09 답 ②

- ① $\sqrt{2} + 0.1 = 1.414 + 0.1 = 1.514$
 ② $\sqrt{3} - 1 = 1.732 - 1 = 0.732 < \sqrt{2}$
 ③ $\sqrt{3} - 0.01 = 1.732 - 0.01 = 1.722$
 ④ $\sqrt{3} - \frac{1}{10} = 1.732 - 0.1 = 1.632$
 ⑤ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2} = \frac{1.414 + 1.732}{2} = \frac{3.146}{2} = 1.573$
 따라서 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에 있는 수가 아닌 것은 ②이다.

핵심 유형 완성하기

020 답 ⑤

- ① $3 - (\sqrt{3} + 2) = 1 - \sqrt{3} < 0 \quad \therefore 3 < \sqrt{3} + 2$
 ② $(5 - \sqrt{2}) - (-\sqrt{2} + 2) = 3 > 0 \quad \therefore 5 - \sqrt{2} > -\sqrt{2} + 2$
 ③ $\left(6 - \sqrt{\frac{1}{2}}\right) - \left(6 - \sqrt{\frac{1}{3}}\right) = -\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{3}} < 0$
 $\therefore 6 - \sqrt{\frac{1}{2}} < 6 - \sqrt{\frac{1}{3}}$
 ④ $(\sqrt{2} + 4) - (\sqrt{2} + \sqrt{5}) = 4 - \sqrt{5} = \sqrt{16} - \sqrt{5} > 0$
 $\therefore \sqrt{2} + 4 > \sqrt{2} + \sqrt{5}$
 ⑤ $(\sqrt{8} - 5) - (-\sqrt{7} + \sqrt{8}) = -5 + \sqrt{7} = -\sqrt{25} + \sqrt{7} < 0$
 $\therefore \sqrt{8} - 5 < -\sqrt{7} + \sqrt{8}$
 따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

021 답 ②

- ① $(1 - \sqrt{6}) - (1 - \sqrt{5}) = -\sqrt{6} + \sqrt{5} < 0 \quad \therefore 1 - \sqrt{6} < 1 - \sqrt{5}$
 ② $(3 + \sqrt{5}) - (\sqrt{5} + \sqrt{7}) = 3 - \sqrt{7} = \sqrt{9} - \sqrt{7} > 0$
 $\therefore 3 + \sqrt{5} > \sqrt{5} + \sqrt{7}$
 ③ $(\sqrt{5} + \sqrt{3}) - (\sqrt{8} + \sqrt{3}) = \sqrt{5} - \sqrt{8} < 0 \quad \therefore \sqrt{5} + \sqrt{3} < \sqrt{8} + \sqrt{3}$
 ④ $-0.3 = -\sqrt{0.09}$ 이므로 $-\sqrt{3} < -0.3$
 ⑤ $(\sqrt{13} + 2) - 6 = \sqrt{13} - 4 = \sqrt{13} - \sqrt{16} < 0 \quad \therefore \sqrt{13} + 2 < 6$
 따라서 부등호 방향이 나머지 넷과 다른 하나는 ②이다.

022 답 ③

$$\neg. \left(\sqrt{\frac{1}{6}} + \sqrt{3}\right) - \left(\sqrt{\frac{1}{5}} + \sqrt{3}\right) = \sqrt{\frac{1}{6}} - \sqrt{\frac{1}{5}} < 0$$

$$\therefore \sqrt{\frac{1}{6}} + \sqrt{3} < \sqrt{\frac{1}{5}} + \sqrt{3}$$

$$\iota. (6 - \sqrt{3}) - 4 = 2 - \sqrt{3} = \sqrt{4} - \sqrt{3} > 0$$

$$\therefore 6 - \sqrt{3} > 4$$

$$\kappa. (\sqrt{11} - 1) - (\sqrt{13} - 1) = \sqrt{11} - \sqrt{13} < 0$$

$$\therefore \sqrt{11} - 1 < \sqrt{13} - 1$$

$$\rho. (\sqrt{28} - 3) - (-3 + \sqrt{24}) = \sqrt{28} - \sqrt{24} > 0$$

$$\therefore \sqrt{28} - 3 > -3 + \sqrt{24}$$

$$\sigma. (-3 - \sqrt{5}) - (-5) = 2 - \sqrt{5} = \sqrt{4} - \sqrt{5} < 0$$

$$\therefore -3 - \sqrt{5} < -5$$

$$\tau. 10 - (\sqrt{98} + 1) = 9 - \sqrt{98} = \sqrt{81} - \sqrt{98} < 0$$

$$\therefore 10 < \sqrt{98} + 1$$

따라서 옳은 것은 $\iota, \kappa, \rho, \sigma$ 의 4개이다.

023 답 ④

$$a - c = (\sqrt{2} + 1) - 2 = \sqrt{2} - 1 > 0 \quad \therefore a > c$$

$$b - c = (1 - \sqrt{3}) - 2 = -1 - \sqrt{3} < 0 \quad \therefore b < c$$

$$\therefore b < c < a$$

024 답 ④

$$a - b = (\sqrt{3} + \sqrt{5}) - (\sqrt{5} + 2) = \sqrt{3} - 2 = \sqrt{3} - \sqrt{4} < 0 \quad \therefore a < b$$

$$a - c = (\sqrt{3} + \sqrt{5}) - (\sqrt{3} + 1) = \sqrt{5} - 1 > 0 \quad \therefore a > c$$

$$\therefore c < a < b$$

025 답 $2 + \sqrt{7}$

$-1 - \sqrt{7}$ 은 음수이고 $\sqrt{3} + \sqrt{7}$, $2 + \sqrt{7}$, 5는 양수이다.

양수끼리 대소를 비교하면

$$(\sqrt{3} + \sqrt{7}) - (2 + \sqrt{7}) = \sqrt{3} - 2 = \sqrt{3} - \sqrt{4} < 0$$

$$\therefore \sqrt{3} + \sqrt{7} < 2 + \sqrt{7}$$

$$(2 + \sqrt{7}) - 5 = -3 + \sqrt{7} = -\sqrt{9} + \sqrt{7} < 0$$

$$\therefore 2 + \sqrt{7} < 5$$

따라서 크기가 큰 것부터 차례로 나열하면 5, $2 + \sqrt{7}$, $\sqrt{3} + \sqrt{7}$,

$-1 - \sqrt{7}$ 이므로 두 번째에 오는 수는 $2 + \sqrt{7}$ 이다.

026 답 ③

$$\sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{9} \text{에서 } 2 < \sqrt{6} < 3$$

$$2 - 3 < \sqrt{6} - 3 < 3 - 3 \quad \therefore -1 < \sqrt{6} - 3 < 0$$

따라서 수직선 위의 점 중에서 $\sqrt{6} - 3$ 에 대응하는 점은 점 C이다.

027 답 ②

$$\sqrt{36} < \sqrt{46} < \sqrt{49} \text{에서 } 6 < \sqrt{46} < 7$$

따라서 수직선에서 $\sqrt{46}$ 에 대응하는 점이 존재하는 구간은 ②이다.

028 답 ④

$$\textcircled{4} \sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25} \text{에서 } 4 < \sqrt{17} < 5$$

$$4 - 1 < \sqrt{17} - 1 < 5 - 1 \quad \therefore 3 < \sqrt{17} - 1 < 4$$

029 답 A: $-\sqrt{6}$, B: $-\sqrt{6} + 1$, C: $\sqrt{3} + 1$, D: $\sqrt{10}$

$$\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16} \text{에서 } 3 < \sqrt{10} < 4 \Rightarrow \text{점 D}$$

$$\sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{9} \text{에서 } -\sqrt{9} < -\sqrt{6} < -\sqrt{4} \text{이므로}$$

$$-3 < -\sqrt{6} < -2 \Rightarrow \text{점 A}$$

$$1 < \sqrt{3} < \sqrt{4} \text{에서 } 1 < \sqrt{3} < 2 \text{이므로}$$

$$1 + 1 < \sqrt{3} + 1 < 2 + 1 \quad \therefore 2 < \sqrt{3} + 1 < 3 \Rightarrow \text{점 C}$$

$$-3 < -\sqrt{6} < -2 \text{에서 } -3 + 1 < -\sqrt{6} + 1 < -2 + 1$$

$$\therefore -2 < -\sqrt{6} + 1 < -1 \Rightarrow \text{점 B}$$

030 답 ⑤

$$\textcircled{1} \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2} = 2.5$$

$$\textcircled{2} \sqrt{5} + 0.2 = 2.236 + 0.2 = 2.436$$

$$\textcircled{3} \sqrt{7} - 0.04 = 2.646 - 0.04 = 2.606$$

$$\textcircled{4} \frac{\sqrt{5} + \sqrt{7}}{2} = \frac{2.236 + 2.646}{2} = \frac{4.882}{2} = 2.441$$

$$\textcircled{5} \frac{3 + \sqrt{7}}{2} = \frac{3 + 2.646}{2} = \frac{5.646}{2} = 2.823 > \sqrt{7}$$

따라서 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에 있는 수가 아닌 것은 ⑤이다.

031 답 ⑤

① $\sqrt{3} = 1.732$, $\sqrt{5} = 2.236$ 이므로 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 정수는 2의 1개이다.

$$\textcircled{4} \sqrt{3} + \frac{1}{2} = 1.732 + 0.5 = 2.232$$

$$\therefore \sqrt{3} < \sqrt{3} + \frac{1}{2} < \sqrt{5}$$

$$\textcircled{5} \sqrt{5} - 1 = 2.236 - 1 = 1.236$$

$$\therefore \sqrt{5} - 1 < \sqrt{3}$$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

032 답 8개

$$\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16} \text{에서 } 3 < \sqrt{10} < 4 \text{이므로 } -4 < -\sqrt{10} < -3 \quad \dots \textcircled{i}$$

$$\text{또 } 3 < \sqrt{10} < 4 \text{에서 } 4 < 1 + \sqrt{10} < 5 \quad \dots \textcircled{ii}$$

$$-\sqrt{10} \text{과 } 1 + \sqrt{10} \text{ 사이에 있는 정수를 } x \text{라 하면 } -3 \leq x \leq 4$$

따라서 $-\sqrt{10}$ 과 $1 + \sqrt{10}$ 사이에 있는 정수는 $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ 의 8개이다. ... (iii)

채점 기준

(i) $-\sqrt{10}$ 의 범위 구하기	30%
(ii) $1 + \sqrt{10}$ 의 범위 구하기	30%
(iii) $-\sqrt{10}$ 과 $1 + \sqrt{10}$ 사이에 있는 정수의 개수 구하기	40%

핵심 유형 최종 점검하기

33~35쪽

033 답 ③

$$0.888\dots = 0.\dot{8} = \frac{8}{9} \Rightarrow \text{유리수}, \sqrt{\frac{1}{36}} = \frac{1}{6} \Rightarrow \text{유리수}$$

$$-\sqrt{9} - 3 = -3 - 3 = -6 \Rightarrow \text{유리수}$$

$$3.5\dot{2}1 = \frac{3521 - 35}{990} = \frac{3486}{990} = \frac{581}{165} \Rightarrow \text{유리수}$$

따라서 무리수는 $\pi + 1, \sqrt{8} - 2, \sqrt{\frac{25}{8}}$ 의 3개이다.

034 답 ④

- ①, ③, ④ $\sqrt{8}$ 은 순환하지 않는 무한소수, 즉 무리수이다.
 ② $\sqrt{4} < \sqrt{8} < \sqrt{9}$ 이므로 $2 < \sqrt{8} < 3$
 ⑤ $\sqrt{8}$ 은 무리수이므로 $\frac{(\text{정수})}{(0이\ 아닌\ 정수)}$ 의 꼴로 나타낼 수 없다.
 따라서 옳은 것은 ④이다.

035 답 ③

- ㄱ. (유리수)+(유리수)=(유리수)이므로 $a+2$ 는 유리수이다.
 ㄴ. (유리수)+(무리수)=(무리수)이므로 $a+\sqrt{5}$ 는 무리수이다.
 ㄷ. $a=0$ 인 경우 $\sqrt{2}a=0$ 으로 유리수이다.
 ㄹ. (유리수)-(무리수)=(무리수)이므로 $a-\sqrt{11}$ 은 무리수이다.
 ㅁ. (유리수) $\times$ (유리수)=(유리수)이므로 $4a$ 는 유리수이다.
 따라서 항상 무리수인 것은 ㄴ, ㄹ이다.

036 답 ③

- ① 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.
 ② 0은 유리수이다.
 ④ 소수는 유한소수와 무한소수로 이루어져 있다.
 ⑤ 유리수인 동시에 무리수인 실수는 없다.
 따라서 옳은 것은 ③이다.

037 답 ⑤

$$\sqrt{9}-2=3-2=1, \sqrt{1.69}=\sqrt{(1.3)^2}=1.3, -\sqrt{\frac{48}{3}}=-\sqrt{16}=-4$$

- ① 순환하지 않는 무한소수는 7π 의 1개이다.
 ② 자연수는 $\sqrt{9}-2$ 의 1개이다.
 ③ 정수는 $\sqrt{9}-2, -\sqrt{\frac{48}{3}}$ 의 2개이다.
 ④ 유리수는 $\sqrt{9}-2, \frac{5}{6}, \sqrt{1.69}, -5.25, -\sqrt{\frac{48}{3}}$ 의 5개이다.
 ⑤ 정수가 아닌 유리수는 $\frac{5}{6}, \sqrt{1.69}, -5.25$ 의 3개이다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

038 답 ②

- (i) $\sqrt{3n}$ 이 유리수인 경우는 $n=3k^2$ (k 는 자연수)일 때이므로
 $3k^2 \leq 100 \quad \therefore k^2 \leq \frac{100}{3} = 33.\overline{3}$
 따라서 k 는 1, 2, 3, 4, 5의 5개이다.
 (ii) $\sqrt{5n}$ 이 유리수인 경우는 $n=5l^2$ (l 은 자연수)일 때이므로
 $5l^2 \leq 100 \quad \therefore l^2 \leq 20$
 따라서 l 은 1, 2, 3, 4의 4개이다.
 (i), (ii)에 의해 자연수 k, l 에 대하여 $3k^2$ 과 $5l^2$ 이 일치하는 경우는 없으므로 $\sqrt{3n}, \sqrt{5n}$ 이 모두 무리수가 되도록 하는 n 의 개수는
 $100 - (5+4) = 91$ (개)

039 답 ①

- 각 정사각형은 한 변의 길이가 1이므로 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$ 이다.
 ① 점 A는 0에 대응하는 점을 기준점으로 하여 왼쪽으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 점이다. $\Rightarrow A: -\sqrt{2}$
 ② 점 B는 1에 대응하는 점을 기준점으로 하여 왼쪽으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 점이다. $\Rightarrow B: 1-\sqrt{2}$

- ③ 점 C는 2에 대응하는 점을 기준점으로 하여 왼쪽으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 점이다. $\Rightarrow C: 2-\sqrt{2}$
 ④ 점 D는 0에 대응하는 점을 기준점으로 하여 오른쪽으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 점이다. $\Rightarrow D: \sqrt{2}$
 ⑤ 점 E는 2에 대응하는 점을 기준점으로 하여 오른쪽으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 점이다. $\Rightarrow E: 2+\sqrt{2}$
 따라서 각 점에 대응하는 수가 옳지 않은 것은 ①이다.

040 답 ⑤

$$\square ABCD = 3 \times 3 - 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 2\right) = 9 - 4 = 5$$

즉, 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$ 이다.
 $\overline{AP} = \overline{AB} = \sqrt{5}$ 이므로 점 P에 대응하는 수는 $-2+\sqrt{5}$ 이다.

041 답 $\sqrt{2}+\sqrt{10}$

$$\text{작은 정사각형의 넓이는 } 2 \times 2 - 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 1\right) = 4 - 2 = 2$$

즉, 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$ 이다.

$$\therefore \overline{OP} = \overline{OA} = \sqrt{2} \quad \dots (i)$$

$$\text{큰 정사각형의 넓이는 } 4 \times 4 - 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 1\right) = 16 - 6 = 10$$

즉, 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$ 이다.

$$\therefore \overline{OQ} = \overline{OB} = \sqrt{10} \quad \dots (ii)$$

따라서 두 점 P, Q 사이의 거리는

$$\overline{PQ} = \overline{OP} + \overline{OQ} = \sqrt{2} + \sqrt{10} \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) OP의 길이 구하기	40%
(ii) OQ의 길이 구하기	40%
(iii) 두 점 P, Q 사이의 거리 구하기	20%

042 답 ①

- ㄱ. $1 < \sqrt{3} < 2, 3 < \sqrt{11} < 4$ 이므로 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{11}$ 사이에는 $\sqrt{4}=2, \sqrt{9}=3$ 인 2개의 정수가 있다.
 ㄴ. 모든 양의 유리수는 양의 제곱근, 음의 제곱근 2개가 항상 존재한다.
 ㄷ. 1에 가장 가까운 무리수는 정할 수 없다.
 ㅁ. $\sqrt{2}, -\sqrt{2}$ 는 서로 다른 무리수이지만 그 합은 $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 으로 유리수이다.
 따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

043 답 ②, ④

$$1 < \sqrt{3} < \sqrt{4} \text{에서 } 1 < \sqrt{3} < 2 \text{이므로 } -2 < -\sqrt{3} < -1$$

$$1 < \sqrt{2} < \sqrt{4} \text{에서 } 1 < \sqrt{2} < 2$$

① 정수 x 는 -1, 0, 1의 3개이다.

② 유리수 x 는 무수히 많다.

④ 실수 x 는 무수히 많다.

⑤ $\sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{9}$ 에서 $2 < \sqrt{6} < 3$ 이므로

$$2-2 < \sqrt{6}-2 < 3-2 \quad \therefore 0 < \sqrt{6}-2 < 1$$

$$\text{이때 } -\sqrt{3} < 0, 1 < \sqrt{2} \text{이므로 } -\sqrt{3} < \sqrt{6}-2 < \sqrt{2}$$

따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다.

044 답 ③

- ① $2 < 3$ 이므로 $\sqrt{2} < \sqrt{3}$
 ② $(\sqrt{8}-1)-2=\sqrt{8}-3=\sqrt{8}-\sqrt{9} < 0$
 $\therefore \sqrt{8}-1 < 2$
 ③ $(\sqrt{5}+\sqrt{3})-(\sqrt{3}+3)=\sqrt{5}-3=\sqrt{5}-\sqrt{9} < 0$
 $\therefore \sqrt{5}+\sqrt{3} < \sqrt{3}+3$
 ④ $(4-\sqrt{3})-(\sqrt{14}-\sqrt{3})=4-\sqrt{14}=\sqrt{16}-\sqrt{14} > 0$
 $\therefore 4-\sqrt{3} > \sqrt{14}-\sqrt{3}$
 ⑤ $\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$ 에서 $2 < \sqrt{7} < 3$
 $-2+2 < -2+\sqrt{7} < -2+3$
 $\therefore 0 < -2+\sqrt{7} < 1$
 또 $\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$ 에서 $2 < \sqrt{5} < 3$
 $\therefore \sqrt{5} > -2+\sqrt{7}$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

045 답 $\sqrt{10}-\sqrt{3}$

$4-\sqrt{3}$, $\sqrt{10}-\sqrt{3}$ 은 양수이고 $-\sqrt{10}-2$, -4 는 음수이다.

양수끼리 대소를 비교하면

$$(4-\sqrt{3})-(\sqrt{10}-\sqrt{3})=4-\sqrt{10}=\sqrt{16}-\sqrt{10} > 0$$

$$\therefore 4-\sqrt{3} > \sqrt{10}-\sqrt{3} \quad \dots (i)$$

또 음수끼리 대소를 비교하면

$$(-\sqrt{10}-2)-(-4)=-\sqrt{10}+2=-\sqrt{10}+\sqrt{4} < 0$$

$$\therefore -\sqrt{10}-2 < -4 \quad \dots (ii)$$

따라서 크기가 작은 것부터 차례로 나열하면 $-\sqrt{10}-2$, -4 , 0 , $\sqrt{10}-\sqrt{3}$, $4-\sqrt{3}$ 이므로 네 번째에 오는 수는 $\sqrt{10}-\sqrt{3}$ 이다. $\dots (iii)$

채점 기준

(i) 양수끼리 대소 비교하기	40 %
(ii) 음수끼리 대소 비교하기	40 %
(iii) 작은 것부터 차례로 나열할 때, 네 번째에 오는 수 구하기	20 %

046 답 원 C

넓이가 가장 작은 원은 반지름의 길이가 가장 짧은 원이다.

$$(\sqrt{2}+1)-2=\sqrt{2}-1 > 0 \quad \therefore \sqrt{2}+1 > 2$$

$$2-(\sqrt{5}-1)=3-\sqrt{5}=\sqrt{9}-\sqrt{5} > 0 \quad \therefore 2 > \sqrt{5}-1$$

따라서 $\sqrt{5}-1 < 2 < \sqrt{2}+1$ 이므로 넓이가 가장 작은 원은 반지름의 길이가 $\sqrt{5}-1$ 인 원 C이다.

047 답 ④

$$\sqrt{9} < \sqrt{13} < \sqrt{16} \text{에서 } 3 < \sqrt{13} < 4$$

$$2+3 < 2+\sqrt{13} < 2+4 \quad \therefore 5 < 2+\sqrt{13} < 6$$

따라서 수직선에서 $2+\sqrt{13}$ 에 대응하는 점이 존재하는 구간은 ④이다.

048 답 ⑤

$$1 < \sqrt{2} < \sqrt{4} \text{에서 } 1 < \sqrt{2} < 2 \text{이므로}$$

$$-2 < -\sqrt{2} < -1 \Rightarrow \text{점 A}$$

$$1+1 < 1+\sqrt{2} < 1+2 \text{에서 } 2 < 1+\sqrt{2} < 3 \Rightarrow \text{점 D}$$

$$1 < \sqrt{3} < \sqrt{4} \text{에서 } 1 < \sqrt{3} < 2 \Rightarrow \text{점 C}$$

$$2+1 < 2+\sqrt{3} < 2+2 \text{에서 } 3 < 2+\sqrt{3} < 4 \Rightarrow \text{점 E}$$

$$-2+1 < -2+\sqrt{3} < -2+2 \text{에서 } -1 < -2+\sqrt{3} < 0 \Rightarrow \text{점 B}$$

따라서 점의 좌표가 옳은 것은 ⑤이다.

049 답 ③

자연수 n 은 n^2 의 양의 제곱근이고, 자연수 $n+1$ 은 $(n+1)^2$ 의 양의 제곱근이므로 자연수 n 에서 $n+1$ 까지 조건에 맞게 찍은 점에 대응하는 수는 다음과 같다.

$$n=\sqrt{n^2}, \sqrt{n^2+1}, \sqrt{n^2+2}, \dots, \sqrt{(n+1)^2-1}, n+1=\sqrt{(n+1)^2}$$

즉, 두 자연수 n 과 $n+1$ 사이에 있는 무리수에 대응하는 점의 개수는 $(n+1)^2-n^2-1=(n^2+2n+1)-n^2-1=2n$

따라서 1001과 1002 사이에 있는 무리수에 대응하는 점의 개수는 $2 \times 1001=2002$ (개)

$$\text{다른 풀이 } 1001=\sqrt{1001^2}=\sqrt{1002001}, 1002=\sqrt{1002^2}=\sqrt{1004004}$$

$$\therefore 1004004-1002001-1=2002(\text{개})$$

050 답 ③, ⑤

$$\textcircled{1} \sqrt{7}-\sqrt{6}=2,646-2,449=0,197$$

$$\textcircled{2} \sqrt{6}+\sqrt{7}=2,449+2,646=5,095$$

$$\textcircled{3} \sqrt{7}-0,15=2,646-0,15=2,496$$

$$\textcircled{4} \frac{\sqrt{7}-\sqrt{6}}{2}=\frac{2,646-2,449}{2}=\frac{0,197}{2}=0,0985$$

$$\textcircled{5} \frac{\sqrt{6}+\sqrt{7}}{2}=\frac{2,449+2,646}{2}=\frac{5,095}{2}=2,5475$$

따라서 $\sqrt{6}$ 과 $\sqrt{7}$ 사이에 있는 수는 ③, ⑤이다.

051 답 ④

$$(나) \sqrt{5}=2,236 \text{이므로 } 2+\sqrt{5}=4,236$$

$$(다) \sqrt{(-6)^2}=6$$

$$\textcircled{1} \sqrt{15} \text{는 무리수이지만 } \sqrt{15} < \sqrt{16} \text{에서 } \sqrt{15} < 4 \text{이므로}$$

$$\sqrt{15} < 2+\sqrt{5}$$

$$\textcircled{2} \sqrt{16}=4 \text{는 무리수가 아니다.}$$

$$\textcircled{3} 5 \text{는 무리수가 아니다.}$$

$$\textcircled{4} \sqrt{30} \text{는 무리수이고, } \sqrt{25} < \sqrt{30} < \sqrt{36} \text{에서 } 5 < \sqrt{30} < 6 \text{이므로}$$

$$2+\sqrt{5} < \sqrt{30} < \sqrt{(-6)^2}$$

$$\textcircled{5} \sqrt{42} \text{는 무리수이지만 } \sqrt{42} > \sqrt{36} \text{에서 } \sqrt{42} > 6 \text{이므로}$$

$$\sqrt{42} > \sqrt{(-6)^2}$$

따라서 주어진 조건을 모두 만족시키는 수는 ④이다.

3 근호를 포함한 식의 계산

핵심
유형

- 유형01 ⑤ 유형02 ④ 유형03 ④
유형04 ③ 유형05 ② 유형06 $2ab$ 유형07 2
유형08 $\frac{12\sqrt{5}}{5}$ 유형09 3 유형10 ④ 유형11 ③
유형12 ⑤ 유형13 ③ 유형14 $\sqrt{3}-3$ 유형15 3
유형16 $2\sqrt{15}+3$ 유형17 2 유형18 ③
유형19 ④ 유형20 ③ 유형21 $-4\sqrt{2}$ 유형22 ③
유형23 ① 유형24 ③ 유형25 ② 유형26 ⑤

핵심
유형

완성하기

- 001 ② 002 ⑤ 003 6 004 2 005 ③
006 ③ 007 22 008 ④ 009 ① 010 -2
011 21 012 ③ 013 ④ 014 2 015 12
016 ④ 017 ③ 018 ② 019 ② 020 ④
021 ① 022 ② 023 ④ 024 $\frac{1}{21}$ 025 ③
026 7 027 $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}$ 028 $\frac{4\sqrt{3}}{15}$ 029 ③ 030 8
031 ① 032 ② 033 $10\sqrt{2}\text{cm}^2$ 034 $2\sqrt{2}\text{cm}$
035 $20\sqrt{2}\pi\text{cm}$ 036 ③ 037 ③ 038 ⑤
039 $\frac{7\sqrt{2}}{6}-\frac{3\sqrt{7}}{10}$ 040 ④ 041 $-4+2\sqrt{6}$
042 ① 043 ② 044 $-\frac{7\sqrt{2}}{10}+\sqrt{6}$ 045 63
046 ④ 047 1 048 ③ 049 ① 050 ②
051 $2-2\sqrt{5}$ 052 -8 053 ⑤ 054 ②
055 -1 056 ⑤ 057 2 058 ④ 059 ①
060 21 061 1 062 $30\sqrt{6}\text{km}$
063 $60\sqrt{5}\text{cm}^3$ 064 $\frac{52\sqrt{2}}{9}\pi$ 065 $2+2\sqrt{2}$
066 $10+\sqrt{5}$ 067 ⑤ 068 ④
069 $30-10\sqrt{2}$ 070 $6\sqrt{2}$ 071 -15 072 5
073 ⑤ 074 $-\frac{8}{3}$ 075 4 076 (1) -7 (2) 62
077 ⑤ 078 -4 079 ① 080 $-21-20\sqrt{2}$
081 ③ 082 $\sqrt{2}-1$ 083 ① 084 $\sqrt{3}-1$
085 ⑤ 086 3 087 ① 088 $2\sqrt{2}+2$
089 ⑤ 090 ③ 091 ④ 092 59 093 ④
094 ⑤ 095 $\pm\sqrt{5}$ 096 ② 097 ③ 098 2
099 3

핵심
유형

최종 점검하기

- 100 ㄱ, ㄷ 101 $\frac{2}{5}$ 102 ④
103 $x=56.04, y=0.1792$ 104 ④ 105 $\frac{\sqrt{3}}{3}$
106 ② 107 $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ 108 ② 109 6 110 $\frac{1}{2}$
111 ④ 112 1 113 $9\sqrt{3}\text{cm}$ 114 ④
115 ② 116 ① 117 $\frac{8}{3}, -26$
118 $-1-\sqrt{6}$ 119 ④ 120 -8 121 ④
122 ③ 123 $8\sqrt{5}$ 124 6

01 제곱근의 곱셈과 나눗셈

38~40쪽

핵심 유형

유형01 답 ⑤

$$2\sqrt{3} \times \left(-\sqrt{\frac{5}{7}}\right) \times (-3\sqrt{7}) = 6\sqrt{3 \times \frac{5}{7} \times 7} = 6\sqrt{15}$$

유형02 답 ④

$$\textcircled{1} -\sqrt{12} = -\sqrt{2^2 \times 3} = -2\sqrt{3}$$

$$\textcircled{2} -\sqrt{810} = -\sqrt{9^2 \times 10} = -9\sqrt{10}$$

$$\textcircled{3} 3\sqrt{3} = \sqrt{3^2 \times 3} = \sqrt{27}$$

$$\textcircled{4} -3\sqrt{7} = -\sqrt{3^2 \times 7} = -\sqrt{63}$$

$$\textcircled{5} \sqrt{98} = \sqrt{7^2 \times 2} = 7\sqrt{2}$$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

유형03 답 ④

$$\textcircled{1} \sqrt{4} \div \sqrt{2} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{4}{2}} = \sqrt{2}$$

$$\textcircled{2} -\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = -\sqrt{\frac{6}{3}} = -\sqrt{2}$$

$$\textcircled{3} \sqrt{\frac{8}{5}} \div \sqrt{\frac{4}{5}} = \sqrt{\frac{8}{5} \times \frac{5}{4}} = \sqrt{\frac{8}{5} \times \frac{5}{4}} = \sqrt{2}$$

$$\textcircled{4} -\sqrt{44} \div \sqrt{\frac{4}{11}} = -\sqrt{44} \times \sqrt{\frac{11}{4}} = -\sqrt{44 \times \frac{11}{4}} \\ = -\sqrt{11^2} = -11$$

$$\textcircled{5} 12\sqrt{30} \div (-2\sqrt{3}) = -\frac{12\sqrt{30}}{2\sqrt{3}} = -\frac{12}{2} \sqrt{\frac{30}{3}} = -6\sqrt{10}$$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

유형04 답 ③

$$\sqrt{0.72} = \sqrt{\frac{72}{100}} = \sqrt{\frac{6^2 \times 2}{10^2}} = \frac{6\sqrt{2}}{10} = \frac{3\sqrt{2}}{5} \therefore k = \frac{3}{5}$$

001 답 ②

$$4\sqrt{5} \times 3\sqrt{6} \times \left(-\sqrt{\frac{1}{3}}\right) = -12\sqrt{5 \times 6 \times \frac{1}{3}} = -12\sqrt{10}$$

002 답 ⑤

$$① \sqrt{2}\sqrt{7} = \sqrt{2 \times 7} = \sqrt{14}$$

$$② \sqrt{\frac{1}{3}} \times 3\sqrt{6} = 3\sqrt{\frac{1}{3} \times 6} = 3\sqrt{2}$$

$$③ (-\sqrt{35}) \times \sqrt{\frac{1}{5}} = -\sqrt{35 \times \frac{1}{5}} = -\sqrt{7}$$

$$④ (-\sqrt{14}) \times \left(-\sqrt{\frac{1}{7}}\right) \times \sqrt{5} = \sqrt{14 \times \frac{1}{7} \times 5} = \sqrt{10}$$

$$⑤ \sqrt{\frac{16}{5}} \times 5\sqrt{\frac{3}{8}} \times \left(-\sqrt{\frac{5}{6}}\right) = -5\sqrt{\frac{16}{5} \times \frac{3}{8} \times \frac{5}{6}} = -5$$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

003 답 6

$$\sqrt{\frac{6}{5}} \times \sqrt{\frac{15}{2}} = \sqrt{\frac{6}{5} \times \frac{15}{2}} = \sqrt{9} = 3 \quad \therefore a = 3$$

$$b\sqrt{\frac{2}{7}} \times 4\sqrt{\frac{14}{3}} = 4b\sqrt{\frac{2}{7} \times \frac{14}{3}} = 4b\sqrt{\frac{4}{3}}$$

$$\text{즉, } 4b\sqrt{\frac{4}{3}} = -12\sqrt{\frac{4}{3}} \text{ 이므로 } 4b = -12$$

$$\therefore b = -3$$

$$\therefore a - b = 3 - (-3) = 6$$

004 답 2

$$\begin{aligned} \sqrt{2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{a} \times \sqrt{20} \times \sqrt{2a} &= \sqrt{2 \times 5 \times a \times 20 \times 2a} \\ &= \sqrt{20^2 \times a^2} = \sqrt{(20a)^2} \end{aligned}$$

이때 $a > 0$ 이므로 $\sqrt{(20a)^2} = 20a$

따라서 $20a = 40$ 이므로 $a = 2$

005 답 ③

$$① \sqrt{40} = \sqrt{2^2 \times 10} = 2\sqrt{10}$$

$$② 4\sqrt{3} = \sqrt{4^2 \times 3} = \sqrt{48}$$

$$③ \sqrt{32} = \sqrt{4^2 \times 2} = 4\sqrt{2}$$

$$④ 2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{12}$$

$$⑤ -\sqrt{28} = -\sqrt{2^2 \times 7} = -2\sqrt{7}$$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

006 답 ③

$$3\sqrt{2} = \sqrt{3^2 \times 2} = \sqrt{18}$$

$$\therefore a = 18$$

또 $b \neq 1$ 이므로

$$\sqrt{56} = \sqrt{2^2 \times 14} = 2\sqrt{14} \quad \therefore b = 2, c = 14$$

$$\therefore a + b + c = 18 + 2 + 14 = 34$$

007 답 22

$$4\sqrt{3} = \sqrt{4^2 \times 3} = \sqrt{48} \text{ 이므로 } \sqrt{26 + x} = \sqrt{48}$$

따라서 $26 + x = 48$ 이므로 $x = 22$

008 답 ④

$h = 25$ 일 때,

$$v = \sqrt{9.8 \times 25} = \sqrt{245} = \sqrt{7^2 \times 5} = 7\sqrt{5}$$

009 답 ①

$$① \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{14}{7}} = \sqrt{2}$$

$$② \frac{7\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = \frac{7}{4} = \sqrt{\frac{49}{16}}$$

$$③ \sqrt{\frac{8}{3}} \div \sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{8}{3}} \times \sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{8}{3} \times \frac{3}{2}} = \sqrt{4}$$

$$④ \sqrt{40} \div \sqrt{8} = \frac{\sqrt{40}}{\sqrt{8}} = \sqrt{\frac{40}{8}} = \sqrt{5}$$

$$⑤ 4\sqrt{15} \div 2\sqrt{5} = \frac{4\sqrt{15}}{2\sqrt{5}} = 2\sqrt{\frac{15}{5}} = 2\sqrt{3} = \sqrt{12}$$

따라서 $\sqrt{2} < \sqrt{\frac{49}{16}} < \sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{12}$ 이므로 가장 작은 수는 ①이다.

010 답 -2

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{15}}{2\sqrt{14}} \div \left(-\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{56}}\right) &\div \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{32}} = \frac{\sqrt{15}}{2\sqrt{14}} \times \left(-\frac{\sqrt{56}}{2\sqrt{3}}\right) \times \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{10}} \\ &= -\frac{1}{4} \sqrt{\frac{15}{14} \times \frac{56}{3} \times \frac{32}{10}} \\ &= -\frac{\sqrt{64}}{4} \\ &= -\frac{8}{4} \\ &= -2 \end{aligned}$$

011 답 21

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{5}} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{a}{5} \times \frac{10}{7}} = \sqrt{\frac{2a}{7}}$$

$$\text{즉, } \sqrt{\frac{2a}{7}} = \sqrt{6} \text{ 이므로}$$

$$\frac{2a}{7} = 6, 2a = 42$$

$$\therefore a = 21$$

012 답 ③

$$\sqrt{0.6} = \sqrt{\frac{60}{100}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 15}{10^2}} = \frac{2\sqrt{15}}{10} = \frac{\sqrt{15}}{5}$$

$$\therefore k = \frac{1}{5}$$

013 답 ④

$$① \sqrt{\frac{3}{100}} = \sqrt{\frac{3}{10^2}} = \frac{\sqrt{3}}{10}$$

$$② \sqrt{0.13} = \sqrt{\frac{13}{100}} = \sqrt{\frac{13}{10^2}} = \frac{\sqrt{13}}{10}$$

$$③ \sqrt{\frac{3}{49}} = \sqrt{\frac{3}{7^2}} = \frac{\sqrt{3}}{7}$$

$$④ \sqrt{\frac{5}{16}} = \sqrt{\frac{5}{4^2}} = \frac{\sqrt{5}}{4}$$

$$⑤ -\frac{\sqrt{6}}{2} = -\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2^2}} = -\sqrt{\frac{6}{4}} = -\sqrt{\frac{3}{2}}$$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

014 답 2

$$\sqrt{800} = \sqrt{20^2 \times 2} = 20\sqrt{2} \text{이므로 } a = 20$$

$$\sqrt{0.002} = \sqrt{\frac{2}{1000}} = \sqrt{\frac{20}{10000}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 5}{100^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{100} = \frac{\sqrt{5}}{50} \text{이므로}$$

$$b = \frac{1}{50}$$

$$\therefore 5ab = 5 \times 20 \times \frac{1}{50} = 2$$

015 답 12

$a > 1, b > 1$ 이므로

$$\frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{10^2 \times 3}}{\sqrt{15}} = \sqrt{\frac{10^2 \times 3}{15}} = \sqrt{20} = \sqrt{2^2 \times 5} = 2\sqrt{5}$$

$\therefore a = 2, b = 5 \quad \dots (i)$

또 $c > 1, d > 1$ 이므로

$$\frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6^2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{36}{3}} = \sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3} = 2\sqrt{3}$$

$\therefore c = 2, d = 3 \quad \dots (ii)$

$\therefore a + b + c + d = 2 + 5 + 2 + 3 = 12 \quad \dots (iii)$

채점 기준

(i) a, b 의 값 구하기	40 %
(ii) c, d 의 값 구하기	40 %
(iii) $a + b + c + d$ 의 값 구하기	20 %

02 제곱근의 값과 분모의 유리화

41~44쪽

핵심 유형

유형05 답 ②

$$\textcircled{1} \sqrt{200} = \sqrt{2 \times 100} = \sqrt{2 \times 10^2} = 10\sqrt{2} = 14.14$$

$$\textcircled{2} \sqrt{2000} = \sqrt{20 \times 100} = \sqrt{20 \times 10^2} = 10\sqrt{20} = 44.72$$

$$\textcircled{3} \sqrt{20000} = \sqrt{2 \times 10000} = \sqrt{2 \times 100^2} = 100\sqrt{2} = 141.4$$

$$\textcircled{4} \sqrt{0.02} = \sqrt{\frac{2}{100}} = \sqrt{\frac{2}{10^2}} = \frac{\sqrt{2}}{10} = 0.1414$$

$$\textcircled{5} \sqrt{0.002} = \sqrt{\frac{20}{10000}} = \sqrt{\frac{20}{100^2}} = \frac{\sqrt{20}}{100} = 0.04472$$

따라서 옳은 것은 ②이다.

유형06 답 $2ab$

$$\sqrt{140} = \sqrt{2^2 \times 5 \times 7} = 2 \times \sqrt{5 \times 7} = 2ab$$

유형07 답 2

$$\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{3 \times 2}}{\sqrt{2 \times 2}} = \frac{3\sqrt{6}}{2} \quad \therefore a = \frac{3}{2}$$

$$\frac{20}{3\sqrt{5}} = \frac{20 \times \sqrt{5}}{3\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{20\sqrt{5}}{15} = \frac{4\sqrt{5}}{3} \quad \therefore b = \frac{4}{3}$$

$$\therefore ab = \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} = 2$$

유형08 답 $\frac{12\sqrt{5}}{5}$

$$\frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{10}} \div \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{15}} = \frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{10}} \times \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \times \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{15}} = \frac{12}{\sqrt{5}}$$

$$= \frac{12 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{12\sqrt{5}}{5}$$

유형09 답 3

삼각형의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \sqrt{18} \times \sqrt{10} = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times \sqrt{10} = 3\sqrt{5}$$

직사각형의 넓이는

$$x \times \sqrt{5} = \sqrt{5}x$$

따라서 $\sqrt{5}x = 3\sqrt{5}$ 이므로 $x = \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 3$

핵심 유형 완성하기

016 답 ④

$$\textcircled{1} \sqrt{300} = \sqrt{3 \times 100} = \sqrt{3 \times 10^2} = 10\sqrt{3} = 17.32$$

$$\textcircled{2} \sqrt{3000} = \sqrt{30 \times 100} = \sqrt{30 \times 10^2} = 10\sqrt{30} = 54.77$$

$$\textcircled{3} \sqrt{30000} = \sqrt{3 \times 10000} = \sqrt{3 \times 100^2} = 100\sqrt{3} = 173.2$$

$$\textcircled{4} \sqrt{0.3} = \sqrt{\frac{30}{100}} = \sqrt{\frac{30}{10^2}} = \frac{\sqrt{30}}{10} = 0.5477$$

$$\textcircled{5} \sqrt{0.003} = \sqrt{\frac{30}{10000}} = \sqrt{\frac{30}{100^2}} = \frac{\sqrt{30}}{100} = 0.05477$$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

017 답 ③

$$\textcircled{1} \sqrt{0.02} = \sqrt{\frac{2}{100}} = \sqrt{\frac{2}{10^2}} = \frac{\sqrt{2}}{10} = 0.1414$$

$$\textcircled{2} \sqrt{0.08} = \sqrt{\frac{8}{100}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 2}{10^2}} = \frac{2\sqrt{2}}{10} = \frac{\sqrt{2}}{5} = 0.2828$$

$$\textcircled{3} \sqrt{0.2} = \sqrt{\frac{20}{100}} = \sqrt{\frac{20}{10^2}} = \frac{\sqrt{20}}{10} \text{이므로 } \sqrt{20} \text{의 값이 주어져야 한다.}$$

$$\textcircled{4} \sqrt{18} = \sqrt{3^2 \times 2} = 3\sqrt{2} = 4.242$$

$$\textcircled{5} \sqrt{200} = \sqrt{2 \times 100} = \sqrt{2 \times 10^2} = 10\sqrt{2} = 14.14$$

따라서 그 값을 구할 수 없는 것은 ③이다.

018 답 ②

$$\textcircled{1} \sqrt{0.302} = \sqrt{\frac{30.2}{100}} = \sqrt{\frac{30.2}{10^2}} = \frac{\sqrt{30.2}}{10} = 0.5495$$

$$\textcircled{2} \sqrt{0.416} = \sqrt{\frac{41.6}{100}} = \sqrt{\frac{41.6}{10^2}} = \frac{\sqrt{41.6}}{10} \text{이므로 주어진 제곱근표에서}$$

$$\sqrt{41.6} \text{의 값이 주어져야 한다.}$$

$$\textcircled{3} \sqrt{423} = \sqrt{4.23 \times 100} = \sqrt{4.23 \times 10^2} = 10\sqrt{4.23} = 20.57$$

$$\textcircled{4} \sqrt{0.0415} = \sqrt{\frac{4.15}{100}} = \sqrt{\frac{4.15}{10^2}} = \frac{\sqrt{4.15}}{10} = 0.2037$$

$$\textcircled{5} \sqrt{314000} = \sqrt{31.4 \times 10000} = \sqrt{31.4 \times 100^2}$$

$$= 100\sqrt{31.4} = 560.4$$

따라서 그 값을 구할 수 없는 것은 ②이다.

019 답 ②

$$\sqrt{980} = \sqrt{2.45 \times 400} = \sqrt{2.45 \times 20^2} = 20\sqrt{2.45} = 31.3$$

020 답 ④

$$\begin{aligned}\sqrt{0.24} &= \sqrt{\frac{24}{100}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 6}{10^2}} = \frac{2\sqrt{6}}{10} = \frac{1}{5} \times \sqrt{2 \times 3} \\ &= \frac{1}{5} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} = \frac{1}{5}ab\end{aligned}$$

021 답 ①

- ① $\sqrt{75} = \sqrt{3 \times 5^2} = \sqrt{3} \times (\sqrt{5})^2 = xy^2$
 ② $\sqrt{147} = \sqrt{3 \times 7^2} = 7 \times \sqrt{3} = 7x$
 ③ $\sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{x}{y}$
 ④ $\sqrt{\frac{81}{5}} = \frac{9}{\sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{3})^4}{\sqrt{5}} = \frac{x^4}{y}$
 ⑤ $\sqrt{180} = \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 5} = 2 \times (\sqrt{3})^2 \times \sqrt{5} = 2x^2y$
 따라서 옳은 것은 ①이다.

022 답 ②

$$\begin{aligned}\sqrt{0.019} + \sqrt{1900} &= \sqrt{\frac{1.9}{100}} + \sqrt{19 \times 100} \\ &= \sqrt{\frac{1.9}{10^2}} + \sqrt{19 \times 10^2} \\ &= \frac{1}{10} \times \sqrt{1.9} + 10 \times \sqrt{19} \\ &= \frac{1}{10}a + 10b\end{aligned}$$

따라서 $x = \frac{1}{10}$, $y = 10$ 이므로

$$xy^2 = \frac{1}{10} \times 10^2 = 10$$

023 답 ④

$$\sqrt{10} = \sqrt{3+7} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{7})^2} = \sqrt{p^2 + q^2}$$

024 답 $\frac{1}{21}$

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{63}} &= \frac{1}{3\sqrt{7}} = \frac{1 \times \sqrt{7}}{3\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{21} \\ \therefore k &= \frac{1}{21}\end{aligned}$$

025 답 ③

- ① $\frac{8}{\sqrt{5}} = \frac{8 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{8\sqrt{5}}{5}$
 ② $\frac{5}{3\sqrt{2}} = \frac{5 \times \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{6}$
 ③ $\frac{10}{\sqrt{2}} = \frac{10 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$
 ④ $\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{6}}{2} = 2\sqrt{6}$
 ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6} \times \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{30}}{10}$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

026 답 7

$$\frac{3\sqrt{a}}{4\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{a} \times \sqrt{6}}{4\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6a}}{24} = \frac{\sqrt{6a}}{8}$$

$$\text{즉, } \frac{\sqrt{6a}}{8} = \frac{\sqrt{42}}{8} \text{이므로}$$

$$6a = 42 \quad \therefore a = 7$$

027 답 $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}$

$$\frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{1 \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{7}, \quad \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{6} \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{42}}{7}$$

$$\sqrt{7} = \frac{7\sqrt{7}}{7} = \frac{\sqrt{343}}{7}, \quad \frac{6}{7} = \frac{\sqrt{36}}{7}$$

따라서 크기가 큰 것부터 차례로 나열하면

$$\sqrt{7}, \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}, \frac{6}{7}, \frac{1}{\sqrt{7}}, \frac{\sqrt{6}}{7}$$

이므로 두 번째에 오는 수는 $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}$ 이다.

028 답 $\frac{4\sqrt{3}}{15}$

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{50}} \times \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \div \sqrt{\frac{3}{5}} &= \frac{2}{5\sqrt{2}} \times \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \frac{4}{5\sqrt{3}} \\ &= \frac{4 \times \sqrt{3}}{5\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{15}\end{aligned}$$

029 답 ③

$$\text{① } 2\sqrt{10} \div \sqrt{2} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{10} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{5} = 10$$

$$\text{② } 8\sqrt{2} \times (-3\sqrt{6}) \div 4\sqrt{3} = 8\sqrt{2} \times (-3\sqrt{6}) \times \frac{1}{4\sqrt{3}} = -12$$

$$\text{③ } -\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{18}} \div \sqrt{\frac{3}{10}} \times \sqrt{\frac{6}{5}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}} = -\frac{4}{3}$$

$$\text{④ } \frac{\sqrt{15}}{2\sqrt{2}} \div \sqrt{10} \times 4\sqrt{3} = \frac{\sqrt{15}}{2\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{10}} \times 4\sqrt{3} = 3$$

$$\begin{aligned}\text{⑤ } \sqrt{\frac{5}{12}} \times \left(-\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{5}}\right) \div (-\sqrt{3}) \\ &= \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}} \times \left(-\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{5}}\right) \times \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \\ &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}\end{aligned}$$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

030 답 8

$$\sqrt{32} \times \sqrt{18} \div \sqrt{6} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{6}} \times \sqrt{2}$$

$$= \frac{24}{\sqrt{3}} = \frac{24 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$$

$$= \frac{24\sqrt{3}}{3}$$

$$= 8\sqrt{3}$$

... (i)

$$\therefore a = 8$$

... (ii)

채점 기준

(i) 주어진 등식의 좌변을 간단히 하기	70 %
(ii) a의 값 구하기	30 %

031 답 ①

한 대각선에 있는 세 수의 곱은

$$5\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{5}}{5} \times \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{15}}{3}$$

다른 대각선에 있는 세 수의 곱은 $\frac{\sqrt{15}}{3}$ 이므로

$$2\sqrt{30} \times \frac{\sqrt{5}}{5} \times A = \frac{\sqrt{15}}{3} \text{에서}$$

$$\begin{aligned} A &= \frac{\sqrt{15}}{3} \div 2\sqrt{30} \div \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{\sqrt{15}}{3} \times \frac{1}{2\sqrt{30}} \times \frac{5}{\sqrt{5}} \\ &= \frac{5}{6\sqrt{10}} = \frac{5 \times \sqrt{10}}{6\sqrt{10} \times \sqrt{10}} \\ &= \frac{5\sqrt{10}}{60} = \frac{\sqrt{10}}{12} \end{aligned}$$

032 답 ②

평행사변형의 넓이는

$$\sqrt{32} \times x = 4\sqrt{2}x$$

삼각형의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \sqrt{48} \times \sqrt{18} = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 3\sqrt{2} = 6\sqrt{6}$$

$$\text{따라서 } 4\sqrt{2}x = 6\sqrt{6} \text{이므로 } x = \frac{6\sqrt{6}}{4\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

033 답 $10\sqrt{2} \text{ cm}^2$

$$\overline{BC} = \sqrt{10} \text{ cm}, \overline{CD} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ (cm)}$$

$$\begin{aligned} \therefore \square ABCD &= \overline{BC} \times \overline{CD} = \sqrt{10} \times 2\sqrt{5} \\ &= 2\sqrt{50} = 2 \times 5\sqrt{2} = 10\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

034 답 $2\sqrt{2} \text{ cm}$

직육면체의 높이를 $h \text{ cm}$ 라 하면 직육면체의 부피는

$$\sqrt{15} \times \sqrt{6} \times h = 12\sqrt{5} \quad \dots (i)$$

$$\text{즉, } \sqrt{90}h = 12\sqrt{5} \text{에서 } 3\sqrt{10}h = 12\sqrt{5}$$

$$\therefore h = \frac{12\sqrt{5}}{3\sqrt{10}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \text{ (cm)} \quad \dots (ii)$$

채점 기준

(i) 직육면체의 부피를 높이에 대한 식으로 나타내기	40 %
(ii) 직육면체의 높이 구하기	60 %

035 답 $20\sqrt{2}\pi \text{ cm}$

주어진 두 원의 넓이의 합과 넓이가 같은 원의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라 하면

$$\begin{aligned} \pi r^2 &= \pi \times (5\sqrt{3})^2 + \pi \times (5\sqrt{5})^2 \\ &= 75\pi + 125\pi = 200\pi \end{aligned}$$

$$\therefore r^2 = 200$$

$$\text{이때 } r > 0 \text{이므로 } r = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$$

따라서 구하는 원의 둘레의 길이는

$$2\pi \times 10\sqrt{2} = 20\sqrt{2}\pi \text{ (cm)}$$

036 답 ③

주어진 전개도로 만들어지는 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라 하면

$$2\pi r = 4\sqrt{2}\pi \quad \therefore r = 2\sqrt{2}$$

따라서 구하는 원기둥의 부피는

$$\pi \times (2\sqrt{2})^2 \times 3\sqrt{3} = 24\sqrt{3}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

037 답 ③

정사각형 A의 넓이가 1 cm^2 이므로

정사각형 B의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times (\text{A의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$

정사각형 C의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times (\text{B의 넓이}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \text{ (cm}^2\text{)}$$

정사각형 D의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times (\text{C의 넓이}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8} \text{ (cm}^2\text{)}$$

따라서 정사각형 D의 한 변의 길이는

$$\sqrt{\frac{1}{8}} = \frac{1}{\sqrt{8}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{2\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4} \text{ (cm)}$$

03 제곱근의 덧셈과 뺄셈 (1)

45~47쪽

핵심 유형

유형10 답 ④

$$\textcircled{1} \sqrt{7} + \sqrt{3} \neq \sqrt{10}$$

$$\textcircled{2} 5\sqrt{7} - 2\sqrt{7} = (5-2)\sqrt{7} = 3\sqrt{7}$$

$$\textcircled{3} 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} \neq 5\sqrt{5}$$

$$\textcircled{4} 2\sqrt{6} - 7\sqrt{6} + 4\sqrt{6} = (2-7+4)\sqrt{6} = -\sqrt{6}$$

$$\textcircled{5} 3\sqrt{5} + \sqrt{7} - \sqrt{5} = (3-1)\sqrt{5} + \sqrt{7} = 2\sqrt{5} + \sqrt{7}$$

따라서 옳은 것은 ④이다.

유형11 답 ③

$$\begin{aligned} \sqrt{5} - \sqrt{20} - \sqrt{72} + \sqrt{32} &= \sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 6\sqrt{2} + 4\sqrt{2} \\ &= (-6+4)\sqrt{2} + (1-2)\sqrt{5} \\ &= -2\sqrt{2} - \sqrt{5} \end{aligned}$$

따라서 $a = -2$, $b = -1$ 이므로

$$a+b = -2+(-1) = -3$$

유형12 답 ⑤

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{12}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{72}} + \frac{1}{\sqrt{48}} &= \frac{2\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{6\sqrt{2}} + \frac{1}{4\sqrt{3}} \\ &= \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{6} + \frac{\sqrt{3}}{12} \\ &= \left(1 - \frac{1}{6} + \frac{1}{12}\right)\sqrt{3} = \frac{11\sqrt{3}}{12} \end{aligned}$$

유형13 답 ③

$$\begin{aligned} \sqrt{2}(\sqrt{3}-2) - (\sqrt{24}-\sqrt{32}) &= \sqrt{2}(\sqrt{3}-2) - (2\sqrt{6}-4\sqrt{2}) \\ &= \sqrt{6} - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{6} + 4\sqrt{2} \\ &= (1-2)\sqrt{6} + (-2+4)\sqrt{2} \\ &= -\sqrt{6} + 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

038 답 ⑤

$$\begin{aligned} A &= 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = (2+4-3)\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \\ B &= 4\sqrt{3} - \sqrt{3} + 5\sqrt{3} = (4-1+5)\sqrt{3} = 8\sqrt{3} \\ \therefore AB &= 3\sqrt{2} \times 8\sqrt{3} = 24\sqrt{6} \end{aligned}$$

039 답 $\frac{7\sqrt{2}}{6} - \frac{3\sqrt{7}}{10}$

$$\begin{aligned} \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{7}}{5} - \frac{\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{7}}{2} &= \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{3}\right)\sqrt{2} + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{2}\right)\sqrt{7} \\ &= \frac{7\sqrt{2}}{6} - \frac{3\sqrt{7}}{10} \end{aligned}$$

040 답 ④

$$\begin{aligned} a+b &= \frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{2} + \frac{\sqrt{2}-\sqrt{5}}{2} \\ &= \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{5}) + (\sqrt{2}-\sqrt{5})}{2} \\ &= \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \\ a-b &= \frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{2} - \frac{\sqrt{2}-\sqrt{5}}{2} \\ &= \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{5}) - (\sqrt{2}-\sqrt{5})}{2} \\ &= \frac{2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5} \\ \therefore (a+b)(a-b) &= \sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{10} \end{aligned}$$

041 답 $-4+2\sqrt{6}$

$$\begin{aligned} 4 &= \sqrt{16} \text{에서 } 4 - \sqrt{6} > 0 \text{이고,} \\ 3\sqrt{6} &= \sqrt{54}, \quad 8 = \sqrt{64} \text{에서 } 3\sqrt{6} - 8 < 0 \text{이므로} \\ \sqrt{(4-\sqrt{6})^2} - \sqrt{(3\sqrt{6}-8)^2} &= 4 - \sqrt{6} - \{-(3\sqrt{6}-8)\} \\ &= 4 - \sqrt{6} + 3\sqrt{6} - 8 \\ &= -4 + 2\sqrt{6} \end{aligned}$$

042 답 ①

$$\begin{aligned} 7\sqrt{3} + \sqrt{96} + 3\sqrt{6} - \sqrt{27} &= 7\sqrt{3} + 4\sqrt{6} + 3\sqrt{6} - 3\sqrt{3} \\ &= (7-3)\sqrt{3} + (4+3)\sqrt{6} \\ &= 4\sqrt{3} + 7\sqrt{6} \end{aligned}$$

따라서 $a=4$, $b=7$ 이므로

$$a-b = 4-7 = -3$$

043 답 ②

$$\begin{aligned} 4\sqrt{5} + 3\sqrt{20} - \sqrt{45} &= 4\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 3\sqrt{5} \\ &= (4+6-3)\sqrt{5} = 7\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\therefore a=7$$

044 답 $-\frac{7\sqrt{2}}{10} + \sqrt{6}$

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{32}}{5} - \frac{\sqrt{54}}{3} - \frac{\sqrt{18}}{2} + \sqrt{24} &= \frac{4\sqrt{2}}{5} - \frac{3\sqrt{6}}{3} - \frac{3\sqrt{2}}{2} + 2\sqrt{6} \\ &= \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{2}\right)\sqrt{2} + (-1+2)\sqrt{6} \\ &= -\frac{7\sqrt{2}}{10} + \sqrt{6} \end{aligned}$$

045 답 63

$$\begin{aligned} \sqrt{28} - \sqrt{a} + \sqrt{252} &= 2\sqrt{7} - \sqrt{a} + 6\sqrt{7} \\ &= (2+6)\sqrt{7} - \sqrt{a} \\ &= 8\sqrt{7} - \sqrt{a} \end{aligned}$$

즉, $8\sqrt{7} - \sqrt{a} = 5\sqrt{7}$ 이므로

$$\sqrt{a} = 8\sqrt{7} - 5\sqrt{7} = (8-5)\sqrt{7} = 3\sqrt{7} = \sqrt{63}$$

$$\therefore a=63$$

046 답 ④

$$\begin{aligned} \frac{2\sqrt{18}}{3} - \frac{1}{\sqrt{32}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{24}} &= \frac{6\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{4\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{6}} \\ &= 2\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{8} + \frac{\sqrt{2}}{4} \\ &= \left(2 - \frac{1}{8} + \frac{1}{4}\right)\sqrt{2} = \frac{17\sqrt{2}}{8} \end{aligned}$$

047 답 1

$$\sqrt{90} - \frac{10}{\sqrt{10}} = 3\sqrt{10} - \sqrt{10} = (3-1)\sqrt{10} = 2\sqrt{10}$$

$$\therefore a=2$$

... (i)

$$\begin{aligned} \frac{12}{\sqrt{54}} + \sqrt{24} - \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{3}} &= \frac{12}{3\sqrt{6}} + 2\sqrt{6} - \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{2\sqrt{6}}{3} + 2\sqrt{6} - \frac{5\sqrt{6}}{3} \\ &= \left(\frac{2}{3} + 2 - \frac{5}{3}\right)\sqrt{6} = \sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\therefore b=1$$

... (ii)

$$\therefore a-b = 2-1 = 1$$

... (iii)

채점 기준

(i) a의 값 구하기	40 %
(ii) b의 값 구하기	40 %
(iii) a-b의 값 구하기	20 %

048 답 ③

$a=\sqrt{2}$, $b=\sqrt{5}$ 이므로

$$\begin{aligned} \frac{b}{a} - \frac{a}{b} &= \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{2} - \frac{\sqrt{10}}{5} \\ &= \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right)\sqrt{10} = \frac{3\sqrt{10}}{10} \end{aligned}$$

다른 풀이 $a=\sqrt{2}$, $b=\sqrt{5}$ 이므로

$$\frac{b}{a} - \frac{a}{b} = \frac{b^2 - a^2}{ab} = \frac{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2}{\sqrt{2} \times \sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

049 답 ①

$ab=9$ 이므로

$$\begin{aligned} \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{a}} + \frac{2b\sqrt{a}}{\sqrt{b}} &= \frac{a\sqrt{ab}}{a} + \frac{2b\sqrt{ab}}{b} \\ &= \sqrt{ab} + 2\sqrt{ab} \\ &= 3\sqrt{ab} = 3\sqrt{9} = 9 \end{aligned}$$

다른 풀이 $\frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{a}} + \frac{2b\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a^2 \times b}}{\sqrt{a}} + \frac{2\sqrt{b^2 \times a}}{\sqrt{b}}$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{ab} + 2\sqrt{ab} \\ &= 3\sqrt{ab} = 3\sqrt{9} = 9 \end{aligned}$$

050 답 ②

$$\begin{aligned} 2(\sqrt{8}-\sqrt{24})-\sqrt{6}(\sqrt{12}-4) &= 2(2\sqrt{2}-2\sqrt{6})-\sqrt{6}(2\sqrt{3}-4) \\ &= 4\sqrt{2}-4\sqrt{6}-2\sqrt{18}+4\sqrt{6} \\ &= 4\sqrt{2}-4\sqrt{6}-6\sqrt{2}+4\sqrt{6} \\ &= (4-6)\sqrt{2}+(-4+4)\sqrt{6}=-2\sqrt{2} \end{aligned}$$

051 답 $2-2\sqrt{5}$

$$\begin{aligned} \sqrt{3}\left(\frac{4}{\sqrt{6}}-\frac{10}{\sqrt{15}}\right)-\sqrt{8}+\sqrt{(-2)^2} &= \frac{4}{\sqrt{2}}-\frac{10}{\sqrt{5}}-2\sqrt{2}+2 \\ &= 2\sqrt{2}-2\sqrt{5}-2\sqrt{2}+2 \\ &= 2-2\sqrt{5} \end{aligned}$$

052 답 -8

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{5}-\sqrt{3}, \quad b = \sqrt{5}+\sqrt{3} \text{이므로} \\ \sqrt{3}a-\sqrt{5}b &= \sqrt{3}(\sqrt{5}-\sqrt{3})-\sqrt{5}(\sqrt{5}+\sqrt{3}) \\ &= \sqrt{15}-3-5-\sqrt{15}=-8 \end{aligned}$$

053 답 ⑤

$$\begin{aligned} \sqrt{2}(\sqrt{3}+3\sqrt{2})-(2\sqrt{3}-\sqrt{2})\sqrt{3} &= \sqrt{6}+6-(6-\sqrt{6}) \\ &= \sqrt{6}+6-6+\sqrt{6} \\ &= 2\sqrt{6}=2\times\sqrt{2}\times\sqrt{3} \\ &= 2\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}=2ab \end{aligned}$$

04 제곱근의 덧셈과 뺄셈 (2)

48~50쪽

핵심 유형

유형 14 답 $\sqrt{3}-3$

$$\begin{aligned} \frac{3-3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{18}-2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} &= \frac{(3-3\sqrt{2})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}-\frac{(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}} \\ &= \frac{3\sqrt{3}-3\sqrt{6}}{3}-\frac{6-2\sqrt{6}}{2} \\ &= \sqrt{3}-\sqrt{6}-3+\sqrt{6}=\sqrt{3}-3 \end{aligned}$$

유형 15 답 3

$$\begin{aligned} \sqrt{5}(\sqrt{5}-2)+\frac{\sqrt{60}-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} &= 5-2\sqrt{5}+\frac{2\sqrt{15}-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\ &= 5-2\sqrt{5}+\frac{(2\sqrt{15}-2\sqrt{3})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} \\ &= 5-2\sqrt{5}+\frac{6\sqrt{5}-6}{3} \\ &= 5-2\sqrt{5}+2\sqrt{5}-2=3 \end{aligned}$$

유형 16 답 $2\sqrt{15}+3$

$$\begin{aligned} \text{사다리꼴 ABCD의 넓이는} \\ \frac{1}{2}\times\{\sqrt{10}+(\sqrt{10}+\sqrt{6})\}\times\sqrt{6} &= \frac{\sqrt{6}}{2}(2\sqrt{10}+\sqrt{6}) \\ &= \sqrt{60}+\frac{6}{2}=2\sqrt{15}+3 \end{aligned}$$

유형 17 답 2

$$\square ABCD=3\times 3-4\times\left(\frac{1}{2}\times 1\times 2\right)=9-4=5$$

즉, 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$ 이다.

$$\overline{AP}=\overline{AD}=\sqrt{5} \text{이므로 점 P에 대응하는 수 } a=1-\sqrt{5}$$

$$\overline{AQ}=\overline{AB}=\sqrt{5} \text{이므로 점 Q에 대응하는 수 } b=1+\sqrt{5}$$

$$\therefore a+b=1-\sqrt{5}+1+\sqrt{5}=2$$

유형 18 답 ③

$$\textcircled{1} \quad 2\sqrt{3}=\sqrt{12} \text{이고 } \sqrt{12}>\sqrt{8} \text{이므로 } 2\sqrt{3}>\sqrt{8}$$

$$\textcircled{2} \quad (\sqrt{5}+\sqrt{2})-3\sqrt{2}=\sqrt{5}-2\sqrt{2}=\sqrt{5}-\sqrt{8}<0$$

$$\therefore \sqrt{5}+\sqrt{2}<3\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad (5-2\sqrt{6})-(5-\sqrt{27}) &= 5-2\sqrt{6}-5+\sqrt{27} \\ &= \sqrt{27}-\sqrt{24}>0 \end{aligned}$$

$$\therefore 5-2\sqrt{6}>5-\sqrt{27}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad (5\sqrt{3}-\sqrt{7})-(3\sqrt{5}-\sqrt{7}) &= 5\sqrt{3}-\sqrt{7}-3\sqrt{5}+\sqrt{7} \\ &= \sqrt{75}-\sqrt{45}>0 \end{aligned}$$

$$\therefore 5\sqrt{3}-\sqrt{7}>3\sqrt{5}-\sqrt{7}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \quad (5\sqrt{3}-\sqrt{18})-(\sqrt{2}+\sqrt{12}) &= 5\sqrt{3}-3\sqrt{2}-\sqrt{2}-2\sqrt{3} \\ &= 3\sqrt{3}-4\sqrt{2}=\sqrt{27}-\sqrt{32}<0 \end{aligned}$$

$$\therefore 5\sqrt{3}-\sqrt{18}<\sqrt{2}+\sqrt{12}$$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

핵심 유형 완성하기

054 답 ②

$$\begin{aligned} \frac{10+\sqrt{10}}{\sqrt{5}}-\frac{6+\sqrt{6}}{\sqrt{3}} &= \frac{(10+\sqrt{10})\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}-\frac{(6+\sqrt{6})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} \\ &= \frac{10\sqrt{5}+5\sqrt{2}}{5}-\frac{6\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{3} \\ &= 2\sqrt{5}+\sqrt{2}-2\sqrt{3}-\sqrt{2} \\ &= 2\sqrt{5}-2\sqrt{3} \end{aligned}$$

055 답 -1

$$\frac{\sqrt{24}-9}{\sqrt{3}}=\frac{(2\sqrt{6}-9)\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{2}-9\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{2}-3\sqrt{3}$$

따라서 $a=2$, $b=-3$ 이므로

$$a+b=2+(-3)=-1$$

056 답 ⑤

$$A=\frac{\sqrt{7}+\sqrt{18}}{\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{7}+3\sqrt{2})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{14}+6}{2}$$

$$B=\frac{\sqrt{7}-\sqrt{18}}{\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{7}-3\sqrt{2})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{14}-6}{2}$$

$$\text{즉, } A+B=\frac{\sqrt{14}+6}{2}+\frac{\sqrt{14}-6}{2}=\sqrt{14},$$

$$A-B=\frac{\sqrt{14}+6}{2}-\frac{\sqrt{14}-6}{2}=6 \text{이므로}$$

$$\frac{A-B}{A+B}=\frac{6}{\sqrt{14}}=\frac{6\sqrt{14}}{14}=\frac{3\sqrt{14}}{7}$$

057 답 2

$$\begin{aligned}\sqrt{12}(\sqrt{2}-\sqrt{3})-\frac{8\sqrt{3}-\sqrt{50}}{\sqrt{2}} &= 2\sqrt{3}(\sqrt{2}-\sqrt{3})-\frac{8\sqrt{3}-5\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\ &= 2\sqrt{6}-6-\frac{(8\sqrt{3}-5\sqrt{2})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}} \\ &= 2\sqrt{6}-6-\frac{8\sqrt{6}-10}{2} \\ &= 2\sqrt{6}-6-4\sqrt{6}+5 \\ &= -1-2\sqrt{6}\end{aligned}$$

따라서 $a=-1$, $b=-2$ 이므로
 $ab=-1\times(-2)=2$

058 답 ④

$$\begin{aligned}\textcircled{1} (\sqrt{96}+\sqrt{24})\div\sqrt{3} &= \frac{4\sqrt{6}+2\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = 6\sqrt{2} \\ \textcircled{2} \frac{4}{\sqrt{2}}(\sqrt{2}-\sqrt{3})+\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} &= 4-\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}}+\sqrt{9} \\ &= 4-\frac{4\sqrt{6}}{2}+3=7-2\sqrt{6} \\ \textcircled{3} \sqrt{27}-\frac{12}{\sqrt{3}}-\frac{4}{\sqrt{8}}+\sqrt{72} &= 3\sqrt{3}-\frac{12\sqrt{3}}{3}-\frac{4}{2\sqrt{2}}+6\sqrt{2} \\ &= 3\sqrt{3}-4\sqrt{3}-\sqrt{2}+6\sqrt{2} \\ &= 5\sqrt{2}-\sqrt{3} \\ \textcircled{4} 2\sqrt{8}+\frac{6}{\sqrt{3}}+\sqrt{2}(\sqrt{6}-3) &= 4\sqrt{2}+\frac{6\sqrt{3}}{3}+\sqrt{12}-3\sqrt{2} \\ &= 4\sqrt{2}+2\sqrt{3}+2\sqrt{3}-3\sqrt{2} \\ &= \sqrt{2}+4\sqrt{3} \\ \textcircled{5} \sqrt{3}(2+4\sqrt{2})-3(2\sqrt{3}-\sqrt{6}) &= 2\sqrt{3}+4\sqrt{6}-6\sqrt{3}+3\sqrt{6} \\ &= -4\sqrt{3}+7\sqrt{6}\end{aligned}$$

따라서 옳은 것은 ④이다.

059 답 ①

$$\begin{aligned}2\sqrt{3}A-4\sqrt{2}B &= 2\sqrt{3}\left(3\sqrt{2}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)-4\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\ &= 6\sqrt{6}-2-8-2\sqrt{6} \\ &= -10+4\sqrt{6}\end{aligned}$$

060 답 21

$$\begin{aligned}A &= \sqrt{\frac{5}{2}}\div\sqrt{\frac{10}{3}}\times\sqrt{\frac{14}{3}} = \sqrt{\frac{5}{2}}\times\sqrt{\frac{3}{10}}\times\sqrt{\frac{14}{3}} \\ &= \sqrt{\frac{5}{2}\times\frac{3}{10}\times\frac{14}{3}} = \sqrt{\frac{7}{2}} = \frac{\sqrt{14}}{2} \quad \dots \textcircled{i} \\ B &= \sqrt{5}\left(\sqrt{2}-\frac{4}{\sqrt{5}}\right)-(\sqrt{18}+2\sqrt{5})\div\sqrt{2} \\ &= \sqrt{10}-4-\sqrt{9}-\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \\ &= \sqrt{10}-4-3-\sqrt{10} = -7 \quad \dots \textcircled{ii} \\ \therefore 4A^2-B &= 4\times\left(\frac{\sqrt{14}}{2}\right)^2-(-7) = 14+7=21 \quad \dots \textcircled{iii}\end{aligned}$$

채점 기준

(i) A의 값 구하기	35%
(ii) B의 값 구하기	35%
(iii) $4A^2-B$ 의 값 구하기	30%

061 답 1

삼각형의 넓이는

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}\times(2\sqrt{2}+a\sqrt{3})\times\sqrt{12} &= \frac{1}{2}\times(2\sqrt{2}+a\sqrt{3})\times2\sqrt{3} \\ &= \sqrt{3}(2\sqrt{2}+a\sqrt{3}) = 2\sqrt{6}+3a\end{aligned}$$

즉, $2\sqrt{6}+3a=3+2\sqrt{6}$ 이므로

$$3a=3 \quad \therefore a=1$$

062 답 $30\sqrt{6}$ km

목장의 세로의 길이를 x km라 하면 $10\sqrt{6}x=300$

$$\therefore x = \frac{300}{10\sqrt{6}} = \frac{30}{\sqrt{6}} = \frac{30\sqrt{6}}{6} = 5\sqrt{6}$$

따라서 목장의 둘레의 길이는

$$2\times(10\sqrt{6}+5\sqrt{6}) = 2\times15\sqrt{6} = 30\sqrt{6}(\text{km})$$

063 답 $60\sqrt{5}$ cm³

$$\begin{aligned}(\text{상자의 밑면의 가로 길이}) &= \sqrt{180}-2\sqrt{5} = 6\sqrt{5}-2\sqrt{5} \\ &= 4\sqrt{5}(\text{cm})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\text{상자의 밑면의 세로 길이}) &= \sqrt{125}-2\sqrt{5} = 5\sqrt{5}-2\sqrt{5} \\ &= 3\sqrt{5}(\text{cm})\end{aligned}$$

$$(\text{상자의 높이}) = \sqrt{5} \text{ cm}$$

$$\therefore (\text{상자의 부피}) = 4\sqrt{5}\times3\sqrt{5}\times\sqrt{5} = 60\sqrt{5}(\text{cm}^3)$$

064 답 $\frac{52\sqrt{2}}{9}\pi$

처음 원뿔의 부피는

$$\frac{1}{3}\times\pi\times(\sqrt{6})^2\times\sqrt{18} = \frac{1}{3}\pi\times6\times3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}\pi$$

이때 처음 원뿔과 잘라 낸 원뿔의 닮음비는 3:1이므로 부피의 비는 27:1이다.

따라서 잘라 낸 원뿔의 부피는 처음 원뿔의 부피의 $\frac{1}{27}$ 이므로 구하

는 원뿔대의 부피는 처음 원뿔의 부피의 $\frac{26}{27}$ 이다.

따라서 구하는 원뿔대의 부피는

$$6\sqrt{2}\pi\times\frac{26}{27} = \frac{52\sqrt{2}}{9}\pi$$

065 답 $2+2\sqrt{2}$

한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$ 이다.

$$\overline{AP}=\overline{AC} \text{이므로 점 P에 대응하는 수는 } -\sqrt{2}$$

$$\overline{BQ}=\overline{BD} \text{이므로 점 Q에 대응하는 수는 } 2+\sqrt{2}$$

$$\therefore \overline{PQ} = 2+\sqrt{2}-(-\sqrt{2}) = 2+\sqrt{2}+\sqrt{2} = 2+2\sqrt{2}$$

066 답 $10+\sqrt{5}$

$$\text{큰 정사각형의 넓이는 } 4\times4-4\times\left(\frac{1}{2}\times1\times3\right) = 16-6=10$$

즉, 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$ 이다.

$$\overline{AP}=\overline{AC}=\sqrt{10} \text{이므로 } p=1-\sqrt{10} \quad \dots \textcircled{i}$$

$$\text{작은 정사각형의 넓이는 } 2\times2-4\times\left(\frac{1}{2}\times1\times1\right) = 4-2=2$$

즉, 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$ 이다.

$$\overline{BQ}=\overline{BD}=\sqrt{2} \text{이므로 } q=2+\sqrt{2} \quad \dots \textcircled{ii}$$

$$\begin{aligned}\therefore \sqrt{5}p+5q &= \sqrt{5}(1-\sqrt{10})+5(2+\sqrt{2}) = \sqrt{5}-\sqrt{50}+10+5\sqrt{2} \\ &= \sqrt{5}-5\sqrt{2}+10+5\sqrt{2}=10+\sqrt{5} \quad \dots \textcircled{iii}\end{aligned}$$

채점 기준

(i) p 의 값 구하기	35%
(ii) q 의 값 구하기	35%
(iii) $\sqrt{5}p+5q$ 의 값 구하기	30%

067 답 ⑤

$$\textcircled{1} \quad 2\sqrt{3}=\sqrt{12}, \quad 3\sqrt{2}=\sqrt{18} \text{이고 } \sqrt{12}<\sqrt{18} \text{이므로 } 2\sqrt{3}<3\sqrt{2}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{1}{2}=\sqrt{\frac{1}{4}}, \quad \frac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{1}{2}} \text{이고 } \sqrt{\frac{1}{4}}<\sqrt{\frac{1}{2}} \text{이므로 } \frac{1}{2}<\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned}\textcircled{3} \quad 6-(\sqrt{3}+\sqrt{27}) &= 6-(\sqrt{3}+3\sqrt{3}) \\ &= 6-4\sqrt{3}=\sqrt{36}-\sqrt{48}<0\end{aligned}$$

$$\therefore 6<\sqrt{3}+\sqrt{27}$$

$$\begin{aligned}\textcircled{4} \quad (\sqrt{3}+2)-(2\sqrt{3}-1) &= \sqrt{3}+2-2\sqrt{3}+1 \\ &= -\sqrt{3}+3=-\sqrt{3}+\sqrt{9}>0\end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{3}+2>2\sqrt{3}-1$$

$$\begin{aligned}\textcircled{5} \quad (3\sqrt{3}+3)-(5\sqrt{3}-2) &= 3\sqrt{3}+3-5\sqrt{3}+2 \\ &= -2\sqrt{3}+5=-\sqrt{12}+\sqrt{25}>0\end{aligned}$$

$$\therefore 3\sqrt{3}+3>5\sqrt{3}-2$$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

068 답 ④

$$a-b=(3\sqrt{5}-1)-6=3\sqrt{5}-7=\sqrt{45}-\sqrt{49}<0 \quad \therefore a<b$$

$$a-c=(3\sqrt{5}-1)-(2\sqrt{5}-2)=3\sqrt{5}-1-2\sqrt{5}+2=\sqrt{5}+1>0$$

$$\therefore a>c$$

$$\therefore c<a<b$$

05 곱셈 공식을 이용한 무리식의 계산

51~53쪽

핵심 유형

유형19 답 ④

$$\begin{aligned}(2\sqrt{6}+3)(3\sqrt{6}-7) &= 6\times(\sqrt{6})^2+(-14+9)\sqrt{6}-21 \\ &= 36-5\sqrt{6}-21=15-5\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\text{따라서 } a=15, \quad b=-5 \text{이므로 } a+b=15+(-5)=10$$

유형20 답 ③

$$\begin{aligned}(2+\sqrt{3})(a-3\sqrt{3}) &= 2a+(a-6)\sqrt{3}-9 \\ &= 2a-9+(a-6)\sqrt{3}\end{aligned}$$

위의 식이 유리수가 되려면 $a-6=0$ 이어야 하므로 $a=6$

유형21 답 $-4\sqrt{2}$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{3+2\sqrt{2}}-\frac{1}{3-2\sqrt{2}} \\ &= \frac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}-\frac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} \\ &= \frac{3-2\sqrt{2}}{9-8}-\frac{3+2\sqrt{2}}{9-8} \\ &= 3-2\sqrt{2}-(3+2\sqrt{2})=-4\sqrt{2}\end{aligned}$$

유형22 답 ③

$$1<\sqrt{2}<2 \text{에서 } 6<5+\sqrt{2}<7 \text{이므로 } a=6$$

$$\therefore b=(5+\sqrt{2})-6=\sqrt{2}-1$$

$$\therefore a-b=6-(\sqrt{2}-1)=7-\sqrt{2}$$

핵심 유형 완성하기

069 답 $30-10\sqrt{2}$

$$\begin{aligned}&(4\sqrt{5}+\sqrt{10})(2\sqrt{5}-\sqrt{10}) \\ &= 8\times(\sqrt{5})^2+(-4+2)\times\sqrt{5}\times\sqrt{10}-(\sqrt{10})^2 \\ &= 40-10\sqrt{2}-10=30-10\sqrt{2}\end{aligned}$$

070 답 $6\sqrt{2}$

$$\begin{aligned}&(3\sqrt{2}+1)^2-(5-\sqrt{6})(5+\sqrt{6}) \\ &= \{(3\sqrt{2})^2+2\times 3\sqrt{2}\times 1+1^2\}-\{5^2-(\sqrt{6})^2\} \\ &= 18+6\sqrt{2}+1-(25-6)=6\sqrt{2}\end{aligned}$$

071 답 -15

$$\begin{aligned}&(4-2\sqrt{3})(a-4\sqrt{3})=4a+(-16-2a)\sqrt{3}+8\times(\sqrt{3})^2 \\ &= 4a+24-(16+2a)\sqrt{3} \quad \dots \textcircled{i}\end{aligned}$$

$$\text{즉, } 4a+24=20, \quad 16+2a=b \text{이므로 } a=-1, \quad b=14 \quad \dots \textcircled{ii}$$

$$\therefore a-b=-1-14=-15 \quad \dots \textcircled{iii}$$

채점 기준

(i) 주어진 등식의 좌변을 정리하기	50%
(ii) a, b 의 값 구하기	40%
(iii) $a-b$ 의 값 구하기	10%

072 답 5

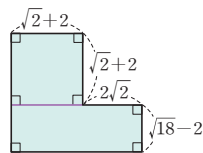
$$\begin{aligned}&(\sqrt{5}+2)^6(\sqrt{5}-2)^5=(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}+2)^5(\sqrt{5}-2)^5 \\ &= (\sqrt{5}+2)\{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)\}^5 \\ &= (\sqrt{5}+2)\{(\sqrt{5})^2-2^2\}^5 \\ &= (\sqrt{5}+2)(5-4)^5=2+\sqrt{5}\end{aligned}$$

$$\text{따라서 } a=2, \quad b=1 \text{이므로 } a^2+b^2=2^2+1^2=5$$

073 답 ⑤

오른쪽 그림과 같이 주어진 도형에 보조선을 그어 도형의 넓이를 구하면

$$\begin{aligned}&(\sqrt{2}+2)^2+(\sqrt{2}+2+2\sqrt{2})\times(\sqrt{18}-2) \\ &= (\sqrt{2}+2)^2+(3\sqrt{2}+2)(3\sqrt{2}-2) \\ &= \{(\sqrt{2})^2+2\times\sqrt{2}\times 2+2^2\}+\{(3\sqrt{2})^2-2^2\} \\ &= 2+4\sqrt{2}+4+18-4=20+4\sqrt{2}\end{aligned}$$



074 답 $-\frac{8}{3}$

$$\begin{aligned}&(2-3\sqrt{6})(a-4\sqrt{6})=2a-(8+3a)\sqrt{6}+72 \\ &= 2a+72-(8+3a)\sqrt{6}\end{aligned}$$

위의 식이 유리수가 되려면 $8+3a=0$ 이어야 하므로

$$3a=-8 \quad \therefore a=-\frac{8}{3}$$

075 답 4

$$\sqrt{75} + \frac{3}{\sqrt{3}} - \sqrt{12} - x\sqrt{3} = 5\sqrt{3} + \sqrt{3} - 2\sqrt{3} - x\sqrt{3}$$

$$= (4-x)\sqrt{3}$$

위의 식이 유리수가 되려면 $4-x=0$ 이어야 하므로 $x=4$

076 답 (1) -7 (2) 62

$$(1) (7-2\sqrt{5})^2 + a(1-4\sqrt{5}) = 49 - 28\sqrt{5} + 20 + a - 4a\sqrt{5}$$

$$= 69 + a - (28+4a)\sqrt{5}$$

위의 식이 유리수가 되려면 $28+4a=0$ 이어야 하므로

$$4a = -28 \quad \therefore a = -7$$

$$(2) a = -7 \text{이므로 } A = 69 + a = 69 - 7 = 62$$

077 답 ⑤

두 수의 합은

$$(3-a\sqrt{2}) + (b+2\sqrt{2}) = 3+b + (2-a)\sqrt{2}$$

위의 식이 유리수가 되려면 $2-a=0$ 이어야 하므로 $a=2$

또 두 수의 곱은

$$(3-a\sqrt{2})(b+2\sqrt{2}) = (3-2\sqrt{2})(b+2\sqrt{2})$$

$$= 3b + (6-2b)\sqrt{2} - 8$$

$$= 3b - 8 + (6-2b)\sqrt{2}$$

위의 식이 유리수가 되려면 $6-2b=0$ 이어야 하므로

$$2b = 6 \quad \therefore b = 3$$

$$\therefore a+b = 2+3 = 5$$

078 답 -4

$$\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})} + \frac{2(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})}$$

$$= \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2-3} + \frac{2(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{2-3}$$

$$= -(\sqrt{2}+\sqrt{3}) - 2(\sqrt{2}-\sqrt{3})$$

$$= -\sqrt{2}-\sqrt{3}-2\sqrt{2}+2\sqrt{3} = -3\sqrt{2}+\sqrt{3}$$

따라서 $a = -3, b = 1$ 이므로

$$a-b = -3-1 = -4$$

079 답 ①

$\sqrt{3}+2$ 의 역수는

$$\frac{1}{\sqrt{3}+2} = \frac{\sqrt{3}-2}{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)} = \frac{\sqrt{3}-2}{3-4} = 2-\sqrt{3}$$

따라서 $a=2, b=-1$ 이므로

$$a+b = 2+(-1) = 1$$

080 답 -21-20 $\sqrt{2}$

$$\frac{\sqrt{18}-6}{\sqrt{2}} - \frac{4+3\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}} = \frac{(3\sqrt{2}-6) \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} - \frac{(4+3\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}$$

$$= \frac{6-6\sqrt{2}}{2} - \frac{12+17\sqrt{2}+12}{9-8}$$

$$= 3-3\sqrt{2}-24-17\sqrt{2}$$

$$= -21-20\sqrt{2}$$

081 답 ③

$$2 < \sqrt{5} < 3 \text{에서 } 3 < 1+\sqrt{5} < 4 \text{이므로 } a=3$$

$$\therefore b = (1+\sqrt{5})-3 = \sqrt{5}-2$$

$$\therefore ab = 3 \times (\sqrt{5}-2) = 3\sqrt{5}-6$$

082 답 $\sqrt{2}-1$

$$2 < \sqrt{5} < 3 \text{에서 } -3 < -\sqrt{5} < -2, 0 < 3-\sqrt{5} < 1 \text{이므로}$$

$$a=0 \quad \dots (i)$$

$$\text{또 } 1 < \sqrt{2} < 2 \text{에서 } 3 < 2+\sqrt{2} < 4 \text{이므로}$$

$$b = (2+\sqrt{2})-3 = \sqrt{2}-1 \quad \dots (ii)$$

$$\therefore a+b = 0 + (\sqrt{2}-1) = \sqrt{2}-1 \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) a 의 값 구하기	40%
(ii) b 의 값 구하기	40%
(iii) $a+b$ 의 값 구하기	20%

083 답 ①

$$\frac{1}{4-\sqrt{15}} = \frac{4+\sqrt{15}}{(4-\sqrt{15})(4+\sqrt{15})} = \frac{4+\sqrt{15}}{16-15} = 4+\sqrt{15}$$

$$3 < \sqrt{15} < 4 \text{에서 } 7 < 4+\sqrt{15} < 8 \text{이므로 } a=7$$

$$\therefore b = (4+\sqrt{15})-7 = \sqrt{15}-3$$

$$\therefore \frac{a}{b-1} = \frac{7}{(\sqrt{15}-3)-1} = \frac{7}{\sqrt{15}-4}$$

$$= \frac{7(\sqrt{15}+4)}{(\sqrt{15}-4)(\sqrt{15}+4)} = \frac{7\sqrt{15}+28}{15-16}$$

$$= -28-7\sqrt{15}$$

084 답 $\sqrt{3}-1$

$$6 < \sqrt{48} < 7 \text{이므로 } f(48) = \sqrt{48}-6 = 4\sqrt{3}-6$$

$$5 < \sqrt{27} < 6 \text{이므로 } f(27) = \sqrt{27}-5 = 3\sqrt{3}-5$$

$$\therefore f(48)-f(27) = 4\sqrt{3}-6 - (3\sqrt{3}-5) = \sqrt{3}-1$$

06 곱셈 공식을 이용한 식의 값 구하기

54~56쪽

핵심 유형

유형23 답 ①

$$(x+2y)(x-2y)-1 = x^2-4y^2-1$$

$$= (3\sqrt{6})^2-4 \times (\sqrt{7})^2-1$$

$$= 54-28-1 = 25$$

다른 풀이 $(x+2y)(x-2y)-1 = (3\sqrt{6}+2\sqrt{7})(3\sqrt{6}-2\sqrt{7})-1$

$$= (3\sqrt{6})^2 - (2\sqrt{7})^2 - 1$$

$$= 54-28-1 = 25$$

유형24 답 ③

$$a+b = (3+2\sqrt{2}) + (3-2\sqrt{2}) = 6$$

$$ab = (3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2}) = 3^2 - (2\sqrt{2})^2 = 9-8 = 1$$

$$\therefore \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2+b^2}{ab} = \frac{(a+b)^2-2ab}{ab} = \frac{6^2-2 \times 1}{1} = 34$$

유형 25 답 ②

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = (\sqrt{5})^2 + 2 = 7$$

유형 26 답 ⑤

$$x = 2 + \sqrt{3} \text{에서 } x - 2 = \sqrt{3}$$

양변을 제곱하면

$$(x-2)^2 = (\sqrt{3})^2, x^2 - 4x + 4 = 3 \quad \therefore x^2 - 4x = -1$$

$$\therefore x^2 - 4x + 5 = -1 + 5 = 4$$

다른 풀이 $x^2 - 4x + 5 = (2 + \sqrt{3})^2 - 4(2 + \sqrt{3}) + 5$
 $= 4 + 4\sqrt{3} + 3 - 8 - 4\sqrt{3} + 5 = 4$

핵심 유형 완성하기

085 답 ⑤

$$(x+y)^2 - (x-y)^2 = (x^2 + 2xy + y^2) - (x^2 - 2xy + y^2)$$

$$= 4xy = 4 \times 2\sqrt{3} \times 5\sqrt{2} = 40\sqrt{6}$$

다른 풀이 $(x+y)^2 - (x-y)^2 = (2\sqrt{3} + 5\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3} - 5\sqrt{2})^2$
 $= 12 + 20\sqrt{6} + 50 - (12 - 20\sqrt{6} + 50)$
 $= 40\sqrt{6}$

086 답 3

$$(x+1)(y+1) - xy = xy + x + y + 1 - xy = x + y + 1$$

$$= (1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2}) + 1 = 3$$

다른 풀이 $(x+1)(y+1) - xy$
 $= (2 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2}) - (1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2})$
 $= \{2^2 - (\sqrt{2})^2\} - \{1^2 - (\sqrt{2})^2\}$
 $= 2 - (-1) = 3$

087 답 ①

$$x = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = \frac{2 - \sqrt{3}}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4 - 3} = 2 - \sqrt{3}$$

$$y = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = \frac{2 + \sqrt{3}}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} = \frac{2 + \sqrt{3}}{4 - 3} = 2 + \sqrt{3}$$

$$\therefore x(y+2) - y(x+2) = xy + 2x - xy - 2y$$

$$= 2(x-y)$$

$$= 2\{(2 - \sqrt{3}) - (2 + \sqrt{3})\}$$

$$= 2 \times (-2\sqrt{3}) = -4\sqrt{3}$$

088 답 $2\sqrt{2} + 2$

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} = \sqrt{2}+1$$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = (\sqrt{2}-1) + (\sqrt{2}+1) = 2\sqrt{2},$$

$$a - \frac{1}{a} = (\sqrt{2}-1) - (\sqrt{2}+1) = -2$$

$$\therefore \sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2} + \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2} + \sqrt{(-2)^2}$$

$$= \sqrt{8} + \sqrt{4} = 2\sqrt{2} + 2$$

089 답 ⑤

$$x+y = (\sqrt{3} + \sqrt{2}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 2\sqrt{3}$$

$$xy = (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2 = 3 - 2 = 1$$

$$\therefore x^2 + xy + y^2 = (x+y)^2 - xy = (2\sqrt{3})^2 - 1 = 12 - 1 = 11$$

090 답 ③

$$(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy = (2\sqrt{2})^2 - 4 \times 1 = 8 - 4 = 4$$

$$\therefore x-y = \pm\sqrt{4} = \pm 2$$

091 답 ④

$$x = \frac{1}{2\sqrt{6}-5} = \frac{2\sqrt{6}+5}{(2\sqrt{6}-5)(2\sqrt{6}+5)} = \frac{2\sqrt{6}+5}{24-25} = -2\sqrt{6}-5$$

$$y = \frac{1}{2\sqrt{6}+5} = \frac{2\sqrt{6}-5}{(2\sqrt{6}+5)(2\sqrt{6}-5)} = \frac{2\sqrt{6}-5}{24-25} = -2\sqrt{6}+5$$

$$\therefore x+y = (-2\sqrt{6}-5) + (-2\sqrt{6}+5) = -4\sqrt{6},$$

$$xy = (-2\sqrt{6}-5)(-2\sqrt{6}+5) = (-2\sqrt{6})^2 - 5^2 = 24 - 25 = -1$$

$$\therefore x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = (-4\sqrt{6})^2 - 2 \times (-1) = 96 + 2 = 98$$

092 답 59

$$a = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}$$

$$= \frac{5-2\sqrt{15}+3}{5-3} = \frac{8-2\sqrt{15}}{2} = 4-\sqrt{15}$$

$$b = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}$$

$$= \frac{5+2\sqrt{15}+3}{5-3} = \frac{8+2\sqrt{15}}{2} = 4+\sqrt{15}$$

... (i)

$$\therefore a+b = (4-\sqrt{15}) + (4+\sqrt{15}) = 8,$$

$$ab = (4-\sqrt{15})(4+\sqrt{15}) = 4^2 - (\sqrt{15})^2 = 16 - 15 = 1 \quad \dots (ii)$$

$$\therefore a^2 - 3ab + b^2 = (a+b)^2 - 5ab$$

$$= 8^2 - 5 \times 1 = 64 - 5 = 59 \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) a, b의 분모를 유리화하기	20 %
(ii) a+b, ab의 값 구하기	40 %
(iii) 식의 값 구하기	40 %

093 답 ④

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = (2 - \sqrt{6})^2 - 2$$

$$= 4 - 4\sqrt{6} + 6 - 2 = 8 - 4\sqrt{6}$$

094 답 ⑤

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4 = (\sqrt{7})^2 + 4 = 7 + 4 = 11$$

$$\text{이때 } x > 1 \text{이므로 } x + \frac{1}{x} > 0 \quad \therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{11}$$

095 답 $\pm\sqrt{5}$

$x^2 - 3x + 1 = 0$ 에서 $x \neq 0$ 이므로 양변을 x 로 나누면

$$x - 3 + \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = 3^2 - 4 = 9 - 4 = 5$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = \pm\sqrt{5}$$

096 답 ②

$$x=3+\sqrt{2} \text{에서 } x-3=\sqrt{2}$$

양변을 제곱하면

$$(x-3)^2=(\sqrt{2})^2, x^2-6x+9=2 \quad \therefore x^2-6x=-7$$

$$\therefore x^2-6x+2=-7+2=-5$$

$$\begin{aligned} \text{다른 풀이 } x^2-6x+2 &= (3+\sqrt{2})^2-6(3+\sqrt{2})+2 \\ &= 9+6\sqrt{2}+2-18-6\sqrt{2}+2=-5 \end{aligned}$$

097 답 ③

$$x=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{6}+\sqrt{5}}=\frac{(\sqrt{6}-\sqrt{5})^2}{(\sqrt{6}+\sqrt{5})(\sqrt{6}-\sqrt{5})}=\frac{6-2\sqrt{30}+5}{6-5}=11-2\sqrt{30}$$

즉, $x-11=-2\sqrt{30}$ 이므로 양변을 제곱하면

$$(x-11)^2=(-2\sqrt{30})^2, x^2-22x+121=120$$

$$\therefore x^2-22x=-1$$

098 답 2

$$x=-4-2\sqrt{2} \text{에서 } x+4=-2\sqrt{2}$$

양변을 제곱하면

$$(x+4)^2=(-2\sqrt{2})^2, x^2+8x+16=8$$

$$\therefore x^2+8x=-8 \quad \dots (i)$$

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{2x^2+16x+20} &= \sqrt{2(x^2+8x)+20} \\ &= \sqrt{2 \times (-8) + 20} = \sqrt{4} = 2 \quad \dots (ii) \end{aligned}$$

채점 기준

(i) x^2+8x 의 값 구하기	60%
(ii) 식의 값 구하기	40%

099 답 3

$$\frac{1}{3-2\sqrt{2}}=\frac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}=\frac{3+2\sqrt{2}}{9-8}=3+2\sqrt{2}$$

$$2 < 2\sqrt{2} < 3 \text{에서 } 5 < 3+2\sqrt{2} < 6 \text{이므로}$$

$$x=(3+2\sqrt{2})-5=2\sqrt{2}-2$$

즉, $x+2=2\sqrt{2}$ 이므로 양변을 제곱하면

$$(x+2)^2=(2\sqrt{2})^2, x^2+4x+4=8 \quad \therefore x^2+4x=4$$

$$\therefore x^2+4x-1=4-1=3$$

핵심 유형 최종 점검하기

57~59쪽

100 답 ㄱ, ㄷ

$$\text{ㄱ. } 2\sqrt{3} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{15} = \sqrt{2^2 \times 15} = \sqrt{60}$$

$$\text{ㄴ. } \sqrt{\frac{15}{8}} \times \sqrt{\frac{4}{5}} = \sqrt{\frac{15}{8} \times \frac{4}{5}} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$\text{ㄷ. } \sqrt{5} \div \sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{5} \times \sqrt{2} = \sqrt{5 \times 2} = \sqrt{10}$$

$$\text{ㄹ. } \sqrt{\frac{1}{5}} \div \sqrt{\frac{5}{3}} = \sqrt{\frac{1}{5} \times \frac{3}{5}} = \sqrt{\frac{1}{5} \times \frac{3}{5}} = \frac{\sqrt{3}}{5}$$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

101 답 $\frac{2}{5}$

$$\sqrt{0.18} = \sqrt{\frac{18}{100}} = \sqrt{\frac{3^2 \times 2}{10^2}} = \frac{3\sqrt{2}}{10} \quad \therefore a = \frac{3}{10}$$

$$\sqrt{\frac{48}{9}} = \sqrt{\frac{4^2 \times 3}{3^2}} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \quad \therefore b = \frac{4}{3}$$

$$\therefore ab = \frac{3}{10} \times \frac{4}{3} = \frac{2}{5}$$

102 답 ④

$$212.1 = 100 \times 2.121 \text{이므로}$$

$$100\sqrt{4.5} = \sqrt{4.5 \times 100^2} = \sqrt{4.5 \times 10000} = \sqrt{45000}$$

$$\therefore a = 45000$$

103 답 $x=56.04, y=0.1792$

$$\sqrt{3140} = \sqrt{31.4 \times 100} = \sqrt{31.4 \times 10^2} = 10\sqrt{31.4} = 56.04$$

$$\therefore x = 56.04$$

$$\sqrt{0.0321} = \sqrt{\frac{3.21}{100}} = \sqrt{\frac{3.21}{10^2}} = \frac{\sqrt{3.21}}{10} = 0.1792 \quad \therefore y = 0.1792$$

104 답 ④

$$\sqrt{1200} = \sqrt{2^4 \times 3 \times 5^2} = 2^2 \times \sqrt{3} \times (\sqrt{5})^2 = 4ab^2$$

105 답 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

$$\frac{2}{3\sqrt{12}} = \frac{2}{6\sqrt{3}} = \frac{1}{3\sqrt{3}} = \frac{1 \times \sqrt{3}}{3\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{9} \quad \therefore a = \frac{1}{9}$$

$$\frac{15\sqrt{2}}{\sqrt{10}} = \frac{15\sqrt{2} \times \sqrt{10}}{\sqrt{10} \times \sqrt{10}} = \frac{15\sqrt{20}}{10} = \frac{30\sqrt{5}}{10} = 3\sqrt{5} \quad \therefore b = 3$$

$$\therefore \sqrt{ab} = \sqrt{\frac{1}{9} \times 3} = \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

106 답 ②

$$\text{① } 4\sqrt{12} \div (-2\sqrt{3}) = 8\sqrt{3} \times \left(-\frac{1}{2\sqrt{3}}\right) = -4$$

$$\text{② } 2\sqrt{12} \div \sqrt{6} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{6}} \times \sqrt{2} = 4$$

$$\begin{aligned} \text{③ } \frac{5}{\sqrt{2}} \div \frac{7}{4\sqrt{3}} &= \frac{5}{\sqrt{2}} \times \frac{4\sqrt{3}}{7} = \frac{20\sqrt{3}}{7\sqrt{2}} \\ &= \frac{20\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{7\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{20\sqrt{6}}{14} = \frac{10\sqrt{6}}{7} \end{aligned}$$

$$\text{④ } 2\sqrt{6} \div (-\sqrt{2}) = 2\sqrt{6} \times \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -2\sqrt{3}$$

$$\text{⑤ } 5\sqrt{2} \times \sqrt{27} \div \sqrt{3} = 5\sqrt{2} \times 3\sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 15\sqrt{2}$$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

107 답 $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

원기둥의 부피는

$$\pi \times (\sqrt{5})^2 \times x = 5x\pi (\text{cm}^3)$$

원뿔의 부피는

$$\frac{1}{3} \times \pi \times (\sqrt{6})^2 \times \sqrt{20} = \frac{1}{3} \pi \times 6 \times 2\sqrt{5} = 4\sqrt{5}\pi (\text{cm}^3)$$

$$\text{따라서 } 5x\pi = 4\sqrt{5}\pi \text{이므로 } x = \frac{4\sqrt{5}}{5}$$

108 답 ②

$$(가)에 의해 b=a+a=\sqrt{2}+\sqrt{2}=(1+1)\sqrt{2}=2\sqrt{2}$$

(나), (다)에 의해

$$c=b+b-a=2\sqrt{2}+2\sqrt{2}-\sqrt{2}=(2+2-1)\sqrt{2}=3\sqrt{2}$$

$$(라), (다)에 의해 d=b \times c=2\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}=12$$

$$(가), (다)에 의해 e=c+c \div a=3\sqrt{2}+3\sqrt{2} \div \sqrt{2}=3+3\sqrt{2}$$

$$(라), (다)에 의해 f=e-d=(3+3\sqrt{2})-12=-9+3\sqrt{2}$$

109 답 6

$$\begin{aligned}\sqrt{32}+\sqrt{24}-\sqrt{6}+\sqrt{18}&=4\sqrt{2}+2\sqrt{6}-\sqrt{6}+3\sqrt{2} \\ &=(4+3)\sqrt{2}+(2-1)\sqrt{6} \\ &=7\sqrt{2}+\sqrt{6}\end{aligned}$$

따라서 $a=7$, $b=1$ 이므로

$$a-b=7-1=6$$

110 답 $\frac{1}{2}$

$$\begin{aligned}\sqrt{4.32}-\frac{3}{\sqrt{3}}+\sqrt{0.27}&=\sqrt{\frac{432}{100}}-\frac{3\sqrt{3}}{3}+\sqrt{\frac{27}{100}} \\ &=\frac{12\sqrt{3}}{10}-\sqrt{3}+\frac{3\sqrt{3}}{10} \\ &=\left(\frac{12}{10}-1+\frac{3}{10}\right)\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

$$\therefore a=\frac{1}{2}$$

111 답 ④

$$x=\sqrt{7}\text{이므로}$$

$$x+\frac{1}{x}=\sqrt{7}+\frac{1}{\sqrt{7}}=\sqrt{7}+\frac{\sqrt{7}}{7}=\frac{8\sqrt{7}}{7}$$

따라서 $x+\frac{1}{x}$ 의 값은 x 의 값의 $\frac{8}{7}$ 배이다.

112 답 1

$$\begin{aligned}\sqrt{3}(4-\sqrt{6})+\frac{2-\sqrt{6}}{\sqrt{2}}&=4\sqrt{3}-\sqrt{18}+\frac{(2-\sqrt{6}) \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\ &=4\sqrt{3}-3\sqrt{2}+\frac{2\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{2} \\ &=4\sqrt{3}-3\sqrt{2}+\sqrt{2}-\sqrt{3} \\ &=-2\sqrt{2}+3\sqrt{3}\end{aligned} \quad \dots (i)$$

$$\text{즉, } -2\sqrt{2}+3\sqrt{3}=a\sqrt{2}+b\sqrt{3}\text{이므로 } a=-2, b=3 \quad \dots (ii)$$

$$\therefore a+b=-2+3=1 \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) 주어진 등식의 좌변을 간단히 하기	70 %
(ii) a, b의 값 구하기	20 %
(iii) a+b의 값 구하기	10 %

113 답 $9\sqrt{3}\text{cm}$

세 정사각형 (가), (나), (다)의 넓이가 각각 12cm^2 , 27cm^2 , 48cm^2 이므로 한 변의 길이는 각각 $\sqrt{12}\text{cm}$, $\sqrt{27}\text{cm}$, $\sqrt{48}\text{cm}$ 이다.

$$\therefore \overline{AB}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}(\text{cm}), \overline{BC}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}(\text{cm}),$$

$$\overline{CD}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}=2\sqrt{3}+3\sqrt{3}+4\sqrt{3}=9\sqrt{3}(\text{cm})$$

114 답 ④

정사각형 ABCD의 넓이가 7이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{7}$ 이다.

$$\therefore \overline{AB}=\overline{AD}=\sqrt{7}$$

$$\overline{AP}=\overline{AD}=\sqrt{7}\text{이므로 점 P에 대응하는 수는 } 2-\sqrt{7}$$

$$\overline{AQ}=\overline{AB}=\sqrt{7}\text{이므로 점 Q에 대응하는 수는 } 2+\sqrt{7}$$

$$\therefore (2-\sqrt{7})+(2+\sqrt{7})=4$$

115 답 ②

$$\textcircled{1} \sqrt{24}-(2\sqrt{6}+1)=\sqrt{24}-\sqrt{24}-1=-1<0$$

$$\therefore \sqrt{24}<2\sqrt{6}+1$$

$$\begin{aligned}\textcircled{2} (1+3\sqrt{3})-(2\sqrt{6}+1)&=1+3\sqrt{3}-2\sqrt{6}-1 \\ &=3\sqrt{3}-2\sqrt{6}=\sqrt{27}-\sqrt{24}>0\end{aligned}$$

$$\therefore 1+3\sqrt{3}>2\sqrt{6}+1$$

$$\begin{aligned}\textcircled{3} 3\sqrt{3}-(\sqrt{48}-2)&=3\sqrt{3}-4\sqrt{3}+2 \\ &=2-\sqrt{3}=\sqrt{4}-\sqrt{3}>0\end{aligned}$$

$$\therefore 3\sqrt{3}>\sqrt{48}-2$$

$$\begin{aligned}\textcircled{4} (4\sqrt{10}+2)-(2+3\sqrt{17})&=4\sqrt{10}+2-2-3\sqrt{17} \\ &=4\sqrt{10}-3\sqrt{17}=\sqrt{160}-\sqrt{153}>0\end{aligned}$$

$$\therefore 4\sqrt{10}+2>2+3\sqrt{17}$$

$$\begin{aligned}\textcircled{5} (2\sqrt{3}+5)-(3\sqrt{2}+5)&=2\sqrt{3}+5-3\sqrt{2}-5 \\ &=2\sqrt{3}-3\sqrt{2}=\sqrt{12}-\sqrt{18}<0\end{aligned}$$

$$\therefore 2\sqrt{3}+5<3\sqrt{2}+5$$

따라서 옳은 것은 ②이다.

116 답 ①

$$\begin{aligned}\textcircled{1} (5\sqrt{3}+\sqrt{2})(4\sqrt{3}-\sqrt{2})&=20 \times (\sqrt{3})^2+(-5+4)\sqrt{6}-(\sqrt{2})^2 \\ &=60-\sqrt{6}-2=58-\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\textcircled{2} (\sqrt{7}+4)(\sqrt{7}-3)&=(\sqrt{7})^2+(-3+4)\sqrt{7}-12 \\ &=7+\sqrt{7}-12=-5+\sqrt{7}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\textcircled{3} (\sqrt{8}-\sqrt{12})^2&=(\sqrt{8})^2-2 \times \sqrt{8} \times \sqrt{12}+(\sqrt{12})^2 \\ &=8-2\sqrt{96}+12=20-8\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\textcircled{4} (2\sqrt{3}+3)^2&=(2\sqrt{3})^2+2 \times 2\sqrt{3} \times 3+3^2 \\ &=12+12\sqrt{3}+9=21+12\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\textcircled{5} (\sqrt{11}+3)(\sqrt{11}-3)=(\sqrt{11})^2-3^2=11-9=2$$

따라서 옳은 것은 ①이다.

117 답 $\frac{8}{3}, -26$

$$\begin{aligned}(3-4\sqrt{3})(2+a\sqrt{3})&=6+(3a-8)\sqrt{3}-12a \\ &=6-12a+(3a-8)\sqrt{3}\end{aligned} \quad \dots (i)$$

위의 식이 유리수가 되려면 $3a-8=0$ 이어야 하므로

$$3a=8 \quad \therefore a=\frac{8}{3} \quad \dots (ii)$$

따라서 $a=\frac{8}{3}$ 일 때, 주어진 식의 값은

$$6-12 \times \frac{8}{3}=6-32=-26 \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) 주어진 식을 $m+n\sqrt{x}$ 의 꼴로 간단히 하기	30 %
(ii) a의 값 구하기	40 %
(iii) 그때의 식의 값 구하기	30 %

118 답 -1-√6

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1-\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}-2} - \frac{1}{2-\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{6}} \\ &= \frac{1+\sqrt{2}}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})} - \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})} + \frac{\sqrt{3}+2}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)} \\ & \quad - \frac{2+\sqrt{5}}{(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})} + \frac{\sqrt{5}+\sqrt{6}}{(\sqrt{5}-\sqrt{6})(\sqrt{5}+\sqrt{6})} \\ &= -(1+\sqrt{2}) + (\sqrt{2}+\sqrt{3}) - (\sqrt{3}+2) + (2+\sqrt{5}) - (\sqrt{5}+\sqrt{6}) \\ &= -1-\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{3}-2+2+\sqrt{5}-\sqrt{5}-\sqrt{6} \\ &= -1-\sqrt{6} \end{aligned}$$

119 답 ④

$$\begin{aligned} & \frac{22}{5+\sqrt{3}} = \frac{22(5-\sqrt{3})}{(5+\sqrt{3})(5-\sqrt{3})} = \frac{22(5-\sqrt{3})}{25-3} = 5-\sqrt{3} \\ & 1 < \sqrt{3} < 2 \text{에서 } -2 < -\sqrt{3} < -1, 3 < 5-\sqrt{3} < 4 \text{이므로 } a=3 \\ & \therefore b = (5-\sqrt{3}) - 3 = 2-\sqrt{3} \\ & \therefore \frac{1}{a-b} - \frac{1}{b-1} = \frac{1}{3-(2-\sqrt{3})} - \frac{1}{(2-\sqrt{3})-1} \\ & \quad = \frac{1}{1+\sqrt{3}} - \frac{1}{1-\sqrt{3}} \\ & \quad = \frac{1-\sqrt{3}-(1+\sqrt{3})}{(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})} = \frac{-2\sqrt{3}}{1-3} = \sqrt{3} \end{aligned}$$

120 답 -8

$$\begin{aligned} & (x+y+5)(x-y+5) - 5(2x-1) \\ &= \{(x+5)+y\} \{(x+5)-y\} - 10x+5 \\ &= (x+5)^2 - y^2 - 10x+5 \\ &= x^2+10x+25-y^2-10x+5 \\ &= x^2-y^2+30 \\ &= (2\sqrt{3})^2 - (5\sqrt{2})^2 + 30 \\ &= 12-50+30 = -8 \end{aligned}$$

121 답 ④

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{\sqrt{3}-2} = \frac{\sqrt{3}+2}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)} = \frac{\sqrt{3}+2}{3-4} = -\sqrt{3}-2 \\ y &= \frac{1}{\sqrt{3}+2} = \frac{\sqrt{3}-2}{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)} = \frac{\sqrt{3}-2}{3-4} = -\sqrt{3}+2 \\ \therefore x+y &= (-\sqrt{3}-2) + (-\sqrt{3}+2) = -2\sqrt{3}, \\ xy &= (-\sqrt{3}-2)(-\sqrt{3}+2) = (-\sqrt{3})^2 - 2^2 = 3-4 = -1 \\ \therefore x^2+xy+y^2 &= (x+y)^2 - xy \\ &= (-2\sqrt{3})^2 - (-1) = 12+1 = 13 \end{aligned}$$

122 답 ③

$$\begin{aligned} a^2+b^2 &= (a+b)^2 - 2ab \text{에서} \\ 14 &= (2\sqrt{2})^2 - 2ab, 14=8-2ab, 2ab=-6 \quad \therefore ab=-3 \\ \therefore (a-b)^2 &= a^2-2ab+b^2 \\ &= 14-2 \times (-3) = 14+6=20 \end{aligned}$$

123 답 8√5

$$\begin{aligned} x + \frac{1}{x} &= 2\sqrt{5} \text{이므로} \\ \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = (2\sqrt{5})^2 - 4 = 20 - 4 = 16 \\ \text{이때 } x > 1 \text{이므로 } x - \frac{1}{x} > 0 \quad \therefore x - \frac{1}{x} &= 4 \\ \therefore x^2 - \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right) = 2\sqrt{5} \times 4 = 8\sqrt{5} \end{aligned}$$

124 답 6

$$\begin{aligned} a &= \frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} = \frac{(1+\sqrt{2})^2}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})} = \frac{1+2\sqrt{2}+2}{1-2} = -3-2\sqrt{2} \\ \text{즉, } a+3 &= -2\sqrt{2} \text{이므로 양변을 제곱하면} \\ (a+3)^2 &= (-2\sqrt{2})^2, a^2+6a+9=8 \quad \therefore a^2+6a=-1 \\ \therefore a^2+6a+7 &= -1+7=6 \end{aligned}$$



4 다항식의 인수분해

핵심 유형

유형01 ④	유형02 ⑤	유형03 ④
유형04 84	유형05 $-2a+4$	유형06 ②, ④
유형07 ④	유형08 2	유형09 ⑤
유형10 ①	유형11 ⑤	유형12 (1) -3 (2) -2 (3) $(x+1)(x-3)$
유형13 ⑤	유형14 $8a+20$	

핵심 유형

완성하기

001 ㄱ, ㄴ, ㄹ, ㅁ	002 ⑤	003 ④	004 ④
005 ④	006 ③	007 $2x-3$	008 ④
009 ②	010 11	011 8	012 4
013 ②	014 1	015 $-2x+6$	016 $a-6$
017 ①	018 ⑤	019 ①, ⑤	020 ③
021 2	022 ④	023 9	024 ④
025 5	026 ②	027 ②	028 ③
029 ③	030 6	031 ②, ③	032 ⑤
033 ②, ⑤	034 ①	035 3	036 ③
037 21	038 ㄱ, ㄴ, ㅁ	039 ⑤	040 ②
041 6	042 $x+3, a=12$	043 ②	044 ⑤
045 -9	046 $(x+5)(x-2)$	047 $2(x+1)(x-2)$	048 $(4x+1)(2x-1)$
049 $2x+6$	050 ③	051 ②	052 $10x+6$
053 ④	054 $8x$	055 $10a+7$	

핵심 유형

최종 점검하기

056 ⑤	057 ③	058 ①, ⑤	059 ②
060 18	061 ⑤	062 ④	063 ③
064 ⑤	065 ④	066 $2x-4$	067 20
068 ①, ⑤	069 7	070 ⑤	071 ⑤
072 $x-5y$	073 -11	074 ⑤	075 $(x+1)(x-6)$
076 ⑤	077 ④	078 $x+4$	

01 다항식의 인수분해 (1)

62~65쪽

핵심 유형

유형01 답 ④

$x(x+2)(x-1)$ 의 인수가 아닌 것은 ④이다.

유형02 답 ⑤

$x^3-5x^2y=x^2(x-5y)$ 이므로 인수가 아닌 것은 ⑤이다.

유형03 답 ④

$$\begin{aligned} \text{④ } 16x^2-24xy+9y^2 &= (4x)^2-2 \times 4x \times 3y + (3y)^2 \\ &= (4x-3y)^2 \end{aligned}$$

유형04 답 84

$x^2-12x+a$ 가 완전제곱식으로 인수분해되려면

$$a = \left(\frac{-12}{2}\right)^2 = 36$$

또 $9x^2+bxy+64y^2=(3x)^2+bxy+(8y)^2$ 은 $(3x \pm 8y)^2$ 으로 인수분해된다.

즉, $bxy=2 \times 3x \times 8y=48xy$ 또는 $bxy=2 \times 3x \times (-8y)=-48xy$

이때 $b>0$ 이므로 $b=48$

$$\therefore a+b=36+48=84$$

유형05 답 $-2a+4$

$1 < a < 3$ 에서 $a-3 < 0$, $a-1 > 0$ 이므로

$$\begin{aligned} \sqrt{a^2-6a+9}-\sqrt{a^2-2a+1} &= \sqrt{(a-3)^2}-\sqrt{(a-1)^2} \\ &= -(a-3)-(a-1) \\ &= -a+3-a+1 \\ &= -2a+4 \end{aligned}$$

유형06 답 ②, ④

$$\text{① } a^2-4=a^2-2^2=(a+2)(a-2)$$

$$\text{② } 16x^2-9=(4x)^2-3^2=(4x+3)(4x-3)$$

$$\text{③ } 4a^2-25b^2=(2a)^2-(5b)^2=(2a+5b)(2a-5b)$$

$$\text{④ } 64x^2-49y^2=(8x)^2-(7y)^2=(8x+7y)(8x-7y)$$

$$\text{⑤ } a^2-81b^2=a^2-(9b)^2=(a+9b)(a-9b)$$

따라서 인수분해를 바르게 한 것은 ②, ④이다.

핵심 유형 완성하기

001 답 ㄱ, ㄴ, ㄹ, ㅁ

$a^2(a+3)$ 의 인수는 1, a , a^2 , $a+3$, $a(a+3)$, $a^2(a+3)$ 이다.

002 답 ⑤

x^2+3x+2 의 인수는 1, $x+1$, $x+2$, $(x+1)(x+2)$ 이다.

003 답 ④

④ $(a+3)+2=a+5$ 이므로 $a+3$ 을 인수로 갖지 않는다.

004 답 ④

$-2a^3x + 10a^2y = -2a^2(ax - 5y)$ 이므로 인수가 아닌 것은 ④이다.

005 답 ④

① $4xy + y^2 = y(4x + y)$

② $2x^2 - 6x = 2x(x - 3)$

③ $4x^3 - 2x^2y = 2x^2(2x - y)$

⑤ $(x+1)y - x(x+1) = (x+1)(y-x)$

따라서 인수분해를 바르게 한 것은 ④이다.

006 답 ③

$$a(x-2y) - b(2y-x) = a(x-2y) + b(x-2y) \\ = (a+b)(x-2y)$$

007 답 $2x-3$

$$(x-2)(x+4) - 5(x-2) = (x-2)\{(x+4)-5\} \\ = (x-2)(x-1)$$

따라서 두 일차식의 합은

$$(x-2) + (x-1) = 2x-3$$

008 답 ④

① $4x^2 - 20x + 25 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 5 + 5^2 = (2x-5)^2$

② $18a^2 + 12a + 2 = 2(9a^2 + 6a + 1) \\ = 2\{(3a)^2 + 2 \times 3a \times 1 + 1^2\} = 2(3a+1)^2$

③ $a^2 - \frac{2}{3}a + \frac{1}{9} = a^2 - 2 \times a \times \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(a - \frac{1}{3}\right)^2$

⑤ $x^2 - 12xy + 36y^2 = x^2 - 2 \times x \times 6y + (6y)^2 = (x-6y)^2$

따라서 완전제곱식으로 인수분해할 수 없는 것은 ④이다.

009 답 ②

$$\frac{1}{4}x^2 - 3x + 9 = \left(\frac{1}{2}x\right)^2 - 2 \times \frac{1}{2}x \times 3 + 3^2 = \left(\frac{1}{2}x - 3\right)^2$$

따라서 주어진 식의 인수는 ②이다.

010 답 11

$ax^2 - 30x + b = (3x+c)^2$ 에서

$ax^2 - 30x + b = 9x^2 + 6cx + c^2 \quad \dots (i)$

따라서 $a=9$, $-30=6c$, $b=c^2$ 이므로

$a=9$, $c=-5$, $b=(-5)^2=25 \quad \dots (ii)$

$\therefore -a+b+c = -9+25+(-5)=11 \quad \dots (iii)$

채점 기준

(i) 주어진 식을 전개하기	30 %
(ii) a, b, c 의 값 구하기	50 %
(iii) $-a+b+c$ 의 값 구하기	20 %

011 답 8

$25x^2 + 20x + a = (5x)^2 + 2 \times 5x \times 2 + a$ 는 $(5x+2)^2$ 으로 인수분해된다.

$\therefore a=2^2=4$

또 $4x^2 + bx + \frac{1}{4} = (2x)^2 + bx + \left(\frac{1}{2}\right)^2$ 은 $\left(2x \pm \frac{1}{2}\right)^2$ 으로 인수분해된다.

즉, $bx = 2 \times 2x \times \frac{1}{2} = 2x$ 또는 $bx = 2 \times 2x \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -2x$

이때 $b > 0$ 이므로 $b=2$

$\therefore ab = 4 \times 2 = 8$

012 답 4

$ax^2 - 12x + 9 = ax^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2$ 은 $(2x-3)^2$ 으로 인수분해된다.

$\therefore a=2^2=4$

확인 $4x^2 - 12x + 9 = (2x-3)^2$

013 답 ②

① $a^2 - 3a + \square$ 가 완전제곱식으로 인수분해되려면

$\square = \left(-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow$ 절댓값은 $\frac{9}{4}$

② $\square a^2 - 4a + 1 = \square a^2 - 2 \times 2a \times 1 + 1^2$ 은 $(2a-1)^2$ 으로 인수분해되므로

$\square = 2^2 = 4 \Rightarrow$ 절댓값은 4

③ $a^2 + ab + \square b^2$ 이 완전제곱식으로 인수분해되려면

$\square = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow$ 절댓값은 $\frac{1}{4}$

④ $a^2 + \square a + 1$ 이 완전제곱식으로 인수분해되려면

$\square = \pm 2\sqrt{1} = \pm 2 \Rightarrow$ 절댓값은 2

⑤ $a^2 + \square a + \frac{1}{4}$ 이 완전제곱식으로 인수분해되려면

$\square = \pm 2\sqrt{\frac{1}{4}} = \pm 2 \times \frac{1}{2} = \pm 1 \Rightarrow$ 절댓값은 1

따라서 절댓값이 가장 큰 것은 ②이다.

014 답 1

$$(2x+1)(2x+3) + k = 4x^2 + 8x + 3 + k \\ = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 2 + 3 + k$$

즉, 이 식은 $(2x+2)^2$ 으로 인수분해되므로

$3+k=2^2 \quad \therefore k=1$

확인 $(2x+1)(2x+3) + 1 = 4x^2 + 8x + 4 = (2x+2)^2$

015 답 $-2x+6$

$2 < x < 4$ 에서 $x-4 < 0$, $x-2 > 0$ 이므로

$$\sqrt{x^2 - 8x + 16} - \sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{(x-4)^2} - \sqrt{(x-2)^2} \\ = -(x-4) - (x-2) \\ = -x+4-x+2 \\ = -2x+6$$

016 답 $a-6$

$0 < a < \frac{1}{2}$ 에서 $0 < 2a < 1$ 이므로 $a+5 > 0$, $2a-1 < 0$

$$-\sqrt{a^2 + 10a + 25} - \sqrt{4a^2 - 4a + 1} \\ = -\sqrt{(a+5)^2} - \sqrt{(2a-1)^2} \\ = -(a+5) - \{-(2a-1)\} \\ = -(a+5) + (2a-1) \\ = -a-5+2a-1 = a-6$$

017 답 ①

$b < a < 0$ 에서 $a+b < 0$, $a-b > 0$ 이므로

$$\begin{aligned}\sqrt{a^2+2ab+b^2}-\sqrt{a^2-2ab+b^2} &= \sqrt{(a+b)^2}-\sqrt{(a-b)^2} \\ &= -(a+b)-(a-b) \\ &= -a-b-a+b = -2a\end{aligned}$$

018 답 ⑤

$0 < a < 1$ 에서 $\frac{1}{a} > 1$ 이므로 $a - \frac{1}{a} < 0$, $a + \frac{1}{a} > 0$

$$\begin{aligned}\sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-4}+\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+4} \\ &= \sqrt{a^2+2+\frac{1}{a^2}-4}+\sqrt{a^2-2+\frac{1}{a^2}+4} \\ &= \sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2}+\sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2} \\ &= -\left(a-\frac{1}{a}\right)+\left(a+\frac{1}{a}\right) \\ &= -a+\frac{1}{a}+a+\frac{1}{a}=\frac{2}{a}\end{aligned}$$

019 답 ①, ⑤

- ① $x^2-49=x^2-7^2=(x+7)(x-7)$
 ② $64x^2-9=(8x)^2-3^2=(8x+3)(8x-3)$
 ③ $4x^2-36=4(x^2-9)=4(x+3)(x-3)$
 ④ $\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{9}y^2=\left(\frac{1}{2}x\right)^2-\left(\frac{1}{3}y\right)^2=\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y\right)\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}y\right)$
 ⑤ $25x^2-16y^2=(5x)^2-(4y)^2=(5x+4y)(5x-4y)$
 따라서 인수분해를 바르게 한 것은 ①, ⑤이다.

020 답 ③

$$\begin{aligned}49x^2-9 &= (7x)^2-3^2=(7x+3)(7x-3) \\ \text{따라서 두 일차식의 합은} \\ (7x+3)+(7x-3) &= 14x\end{aligned}$$

021 답 2

$$\begin{aligned}-12x^2+27y^2 &= -3(4x^2-9y^2) \\ &= -3\{(2x)^2-(3y)^2\} \\ &= -3(2x+3y)(2x-3y) \quad \dots (i)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{따라서 } a &= -3, b=2, c=3 \text{이므로} \quad \dots (ii) \\ a+b+c &= -3+2+3=2 \quad \dots (iii)\end{aligned}$$

채점 기준

(i) 주어진 식을 인수분해하기	50 %
(ii) a, b, c의 값 구하기	30 %
(iii) a+b+c의 값 구하기	20 %

022 답 ④

$$\begin{aligned}x^8-1 &= (x^4+1)(x^4-1) \\ &= (x^4+1)(x^2+1)(x^2-1) \\ &= (x^4+1)(x^2+1)(x+1)(x-1)\end{aligned}$$

따라서 인수가 아닌 것은 ④이다.

02 다항식의 인수분해 (2)

66~69쪽

핵심 유형

유형07 답 ④

$$x^2+3xy-18y^2=(x-3y)(x+6y)$$

유형08 답 2

$$3x^2+7x+4=(x+1)(3x+4)$$

$$\begin{array}{ccc}x & \nearrow & 1 \rightarrow 3x \\ 3x & \searrow & 4 \rightarrow 4x \quad + \\ & & 7x\end{array}$$

$$\begin{aligned}\text{즉, } a &= 1, b=3, c=4 \text{이므로} \\ a-b+c &= 1-3+4=2\end{aligned}$$

유형09 답 ⑤

- ① $4x^2-4xy+y^2=(2x-y)^2$
 ② $-x^2+y^2=-(x^2-y^2)=-(x+y)(x-y)$
 ③ $x^2-5x-6=(x-6)(x+1)$
 ④ $3x^2+7x-6=(3x-2)(x+3)$
 따라서 인수분해를 바르게 한 것은 ⑤이다.

유형10 답 ①

$$\begin{aligned}x^2-4x+3 &= (x-1)(x-3) \\ 2x^2-3x-9 &= (2x+3)(x-3)\end{aligned}$$

따라서 두 다항식의 공통인 인수는 ①이다.

핵심 유형 완성하기

023 답 9

$$\begin{aligned}x^2+x-20 &= (x-4)(x+5) \\ \text{따라서 } a &= -4, b=5 \text{ 또는 } a=5, b=-4 \text{이므로} \\ |a-b| &= 9\end{aligned}$$

024 답 ④

$$④ \quad x^2-10xy+24y^2=(x-6y)(x-4y)$$

025 답 5

$$\begin{aligned}x^2-7x+a &= (x-2)(x-b) \text{에서} \\ x^2-7x+a &= x^2-(b+2)x+2b \\ \text{따라서 } -7 &= -(b+2), a=2b \text{이므로 } b=5, a=10 \\ \therefore a-b &= 10-5=5\end{aligned}$$

026 답 ②

$$x^2+3x-28=(x-4)(x+7)$$

$$\text{따라서 두 일차식의 합은 } (x-4)+(x+7)=2x+3$$

027 답 ②

$$\begin{aligned}(x+2)(x-5)-8 &= x^2-3x-10-8 \\ &= x^2-3x-18 \\ &= (x+3)(x-6)\end{aligned}$$

028 답 ③

$x^2 + Ax - 8 = (x+a)(x+b)$ 에서 $ab = -8$ 을 만족시키는 정수 a , b 는 다음과 같다. (단, $a > b$)

a	1	2	4	8
b	-8	-4	-2	-1

이때 $a+b=A$ 이므로 A 의 값이 될 수 있는 수는 $-7, -2, 2, 7$ 따라서 A 의 값이 될 수 없는 것은 ③이다.

029 답 ③

$x^2 + 8x + k = (x+a)(x+b)$ 에서 $a+b=8$ 을 만족시키는 자연수 a, b 는 다음과 같다.

a	1	2	3	4	5	6	7
b	7	6	5	4	3	2	1

이때 $ab=k$ 이므로 k 의 값이 될 수 있는 수는 $7, 12, 15, 16$ 따라서 k 의 값 중 가장 큰 값은 16이다.

030 답 6

$$2x^2 + 5xy - 3y^2 = (x+3y)(2x-y)$$

$$\begin{array}{l} x \quad \quad \rightarrow 3y \rightarrow 6xy \\ 2x \quad \quad \rightarrow -y \rightarrow -xy \end{array} \quad (+) \quad \quad \quad 5xy$$

즉, $a=1, b=3, c=2$ 이므로 $a+b+c=1+3+2=6$

031 답 ②, ③

$$6x^2 - 7xy + 2y^2 = (2x-y)(3x-2y)$$

$$\begin{array}{l} 2x \quad \quad \rightarrow -y \rightarrow -3xy \\ 3x \quad \quad \rightarrow -2y \rightarrow -6xy \end{array} \quad (+) \quad \quad \quad -7xy$$

따라서 주어진 식의 인수분해는 ②, ③이다.

032 답 ⑤

$$2x^2 - 7x - 15 = (2x+3)(x-5)$$

$$\begin{array}{l} 2x \quad \quad \rightarrow 3 \rightarrow 3x \\ x \quad \quad \rightarrow -5 \rightarrow -5x \end{array} \quad (+) \quad \quad \quad -15$$

따라서 두 일차식의 합은 $(2x+3)+(x-5)=3x-2$

033 답 ②, ⑤

① $2x^2 + 5x + 2 = (2x+1)(x+2)$

$$\begin{array}{l} 2x \quad \quad \rightarrow 1 \rightarrow x \\ x \quad \quad \rightarrow 2 \rightarrow 2x \end{array} \quad (+) \quad \quad \quad 2$$

② $3x^2 - 7x + 2 = (3x-1)(x-2)$

$$\begin{array}{l} 3x \quad \quad \rightarrow -1 \rightarrow -x \\ x \quad \quad \rightarrow -2 \rightarrow -2x \end{array} \quad (+) \quad \quad \quad -2$$

③ $4x^2 - 4x - 15 = (2x+3)(2x-5)$

$$\begin{array}{l} 2x \quad \quad \rightarrow 3 \rightarrow 6x \\ 2x \quad \quad \rightarrow -5 \rightarrow -10x \end{array} \quad (+) \quad \quad \quad -4x$$

④ $6x^2 + 5x - 4 = (2x-1)(3x+4)$

$$\begin{array}{l} 2x \quad \quad \rightarrow -1 \rightarrow -3x \\ 3x \quad \quad \rightarrow 4 \rightarrow 12x \end{array} \quad (+) \quad \quad \quad 8x$$

⑤ $6x^2 - 11x + 3 = (2x-3)(3x-1)$

$$\begin{array}{l} 2x \quad \quad \rightarrow -3 \rightarrow -9x \\ 3x \quad \quad \rightarrow -1 \rightarrow -3x \end{array} \quad (+) \quad \quad \quad -11x$$

따라서 $3x-1$ 을 인수로 갖는 것은 ②, ⑤이다.

034 답 ①

$$3x^2 + Ax - 20 = (3x-4)(x+B)$$

$$3x^2 + Ax - 20 = 3x^2 + (3B-4)x - 4B$$

따라서 $A=3B-4, -20=-4B$ 이므로

$$B=5, A=11$$

$$\therefore A-B=11-5=6$$

035 답 3

$$5x^2 + (3a-5)x - 24 = (x-4)(5x+b)$$

$$5x^2 + (3a-5)x - 24 = 5x^2 + (b-20)x - 4b \quad \dots (i)$$

따라서 $3a-5=b-20, -24=-4b$ 이므로 $b=6$

$$3a-5=-14, 3a=-9 \quad \therefore a=-3 \quad \dots (ii)$$

$$\therefore a+b=-3+6=3 \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) 주어진 식을 전개하기	40 %
(ii) a, b 의 값 구하기	40 %
(iii) $a+b$ 의 값 구하기	20 %

036 답 ③

③ $x^2 + x - 30 = (x-5)(x+6)$

037 답 21

$$x^2 + 14x + 49 = (x+7)^2 \text{이므로 } a=7 \quad \dots (i)$$

$$25x^2 - 169 = (5x+13)(5x-13) \text{이므로 } b=13 (\because b > 0) \quad \dots (ii)$$

$$3x^2 + 5x - 2 = (x+2)(3x-1) \text{이므로 } c=2, d=-1 \quad \dots (iii)$$

$$\therefore a+b+c+d=7+13+2+(-1)=21 \quad \dots (iv)$$

채점 기준

(i) a 의 값 구하기	30 %
(ii) b 의 값 구하기	30 %
(iii) c, d 의 값 구하기	30 %
(iv) $a+b+c+d$ 의 값 구하기	10 %

038 답 ㄱ, ㄴ, ㄹ

ㄱ. $3x^2 + 6x = 3x(x+2)$

ㄴ. $3x^2 - 12x + 12 = 3(x^2 - 4x + 4) = 3(x-2)^2$

ㄷ. $x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$

ㄹ. $x^2 + 8x - 20 = (x-2)(x+10)$

ㅁ. $3x^2 + 10x + 8 = (x+2)(3x+4)$

따라서 $x+2$ 를 인수로 갖는 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.

039 답 ⑤

$$9x^2 - 49 = (3x+7)(3x-7)$$

$$3x^2 + 4x - 7 = (3x+7)(x-1)$$

따라서 두 다항식의 공통인 인수는 ⑤이다.

040 답 ②

$$① 2x^2 - 2 = 2(x^2 - 1) = 2(x+1)(x-1)$$

$$② x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$$

$$③ x^2 - 2x - 3 = (x+1)(x-3)$$

$$④ 3x^2 + 4x + 1 = (3x+1)(x+1)$$

$$⑤ 7x^2 + 3x - 4 = (7x-4)(x+1)$$

따라서 나머지 넷과 일차 이상의 공통인 인수를 갖지 않는 것은 ②이다.

041 답 6

$$x^2 - 5x = x(x-5)$$

$$x^2 - 10x + 25 = (x-5)^2$$

$$2x^2 - 50 = 2(x^2 - 25) = 2(x+5)(x-5)$$

$$x^2 - 2x - 15 = (x+3)(x-5)$$

따라서 네 다항식의 공통인 인수가 $x-5$ 이므로 $a=1$, $b=-5$

$$\therefore a-b=1-(-5)=6$$

03 다항식의 인수분해의 활용

70~72쪽

핵심 유형

유형11 답 ⑤

$$x^2 - ax - 6 = (x-2)(x+m) \quad (m \text{은 상수}) \text{으로 놓으면}$$

$$x^2 - ax - 6 = x^2 + (m-2)x - 2m$$

$$\text{따라서 } m-2 = -a, -2m = -6 \text{이므로}$$

$$m=3, a=-1$$

유형12 답 (1) -3 (2) -2 (3) $(x+1)(x-3)$

(1) 동욱이는 상수항을 제대로 보았으므로

$$(x-1)(x+3) = x^2 + 2x - 3$$

에서 처음 이차식의 상수항은 -3이다.

(2) 민아는 x 의 계수를 제대로 보았으므로

$$(x+3)(x-5) = x^2 - 2x - 15$$

에서 처음 이차식의 x 의 계수는 -2이다.

(3) 처음 이차식은 $x^2 - 2x - 3$ 이므로 바르게 인수분해하면

$$x^2 - 2x - 3 = (x+1)(x-3)$$

유형13 답 ⑤

주어진 모든 직사각형의 넓이의 합은

$$2x^2 + 5x + 3 = (2x+3)(x+1)$$

따라서 큰 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이의 합은

$$(2x+3) + (x+1) = 3x+4$$

유형14 답 $8a+20$

$$4a^2 + 20a + 25 = (2a+5)^2$$

따라서 발의 한 변의 길이는 $2a+5$ 이므로 둘레의 길이는

$$4 \times (2a+5) = 8a+20$$

핵심 유형 완성하기

042 답 $x+3, a=12$

$$x^2 + 7x + a = (x+4)(x+m) \quad (m \text{은 상수}) \text{으로 놓으면}$$

$$x^2 + 7x + a = x^2 + (m+4)x + 4m \text{이므로}$$

$$m+4=7, 4m=a \quad \therefore m=3, a=12$$

따라서 다른 한 인수는 $x+3$ 이고, 상수 a 의 값은 12이다.

043 답 ②

$$2x^2 + ax - 6 \text{이 } x-3 \text{으로 나누어떨어지므로}$$

$$2x^2 + ax - 6 = (x-3)(2x+m) \quad (m \text{은 상수}) \text{으로 놓으면}$$

$$2x^2 + ax - 6 = 2x^2 + (m-6)x - 3m$$

$$\text{따라서 } m-6=a, -3m=-6 \text{이므로 } m=2, a=-4$$

044 답 ⑤

$$x+3 \text{이 두 다항식의 인수이므로}$$

$$x^2 + 4x + a = (x+3)(x+m) \quad (m \text{은 상수}) \text{으로 놓으면}$$

$$x^2 + 4x + a = x^2 + (m+3)x + 3m$$

$$\text{따라서 } m+3=4, 3m=a \text{이므로 } m=1, a=3$$

$$\text{또 } 2x^2 + bx - 9 = (x+3)(2x+n) \quad (n \text{은 상수}) \text{으로 놓으면}$$

$$2x^2 + bx - 9 = 2x^2 + (n+6)x + 3n$$

$$\text{따라서 } n+6=b, 3n=-9 \text{이므로 } n=-3, b=3$$

$$\therefore a+b=3+3=6$$

045 답 -9

처음 두 다항식을 인수분해하면

$$4x^2 - 1 = (2x+1)(2x-1), 6x^2 - x - 2 = (2x+1)(3x-2)$$

즉, 두 다항식의 공통인 인수는 $2x+1$ 이므로 $2x^2 + ax - 5$ 도 $2x+1$ 을 인수로 갖는다.

$$2x^2 + ax - 5 = (2x+1)(x+m) \quad (m \text{은 상수}) \text{으로 놓으면}$$

$$2x^2 + ax - 5 = 2x^2 + (2m+1)x + m$$

$$\text{따라서 } 2m+1=a, m=-5 \text{이므로 } a=-9$$

046 답 $(x+5)(x-2)$

윤아는 상수항을 제대로 보았으므로

$$(x-10)(x+1) = x^2 - 9x - 10$$

에서 처음 이차식의 상수항 $B=-10$ 이다.

신영이는 x 의 계수를 제대로 보았으므로

$$(x-3)(x+6) = x^2 + 3x - 18$$

에서 처음 이차식의 x 의 계수 $A=3$ 이다.

따라서 처음 이차식은 $x^2 + 3x - 10$ 이므로 바르게 인수분해하면

$$x^2 + 3x - 10 = (x+5)(x-2)$$

047 답 $2(x+1)(x-2)$

수현이는 x 의 계수를 제대로 보았으므로

$$2(x+3)(x-4)=2(x^2-x-12) \\ =2x^2-2x-24$$

에서 처음 이차식의 x 의 계수는 -2 이다. ... (i)

인성이는 상수항을 제대로 보았으므로

$$2(x-1)(x+2)=2(x^2+x-2) \\ =2x^2+2x-4$$

에서 처음 이차식의 상수항은 -4 이다. ... (ii)

따라서 처음 이차식은 $2x^2-2x-4$ 이므로 ... (iii)

바르게 인수분해하면

$$2x^2-2x-4=2(x^2-x-2)=2(x+1)(x-2) \quad \dots (iv)$$

채점 기준

(i) 처음 이차식의 x 의 계수 구하기	30 %
(ii) 처음 이차식의 상수항 구하기	30 %
(iii) 처음 이차식 구하기	30 %
(iv) 처음 이차식을 인수분해하기	10 %

048 답 $(4x+1)(2x-1)$

슬이는 x 의 계수와 상수항을 제대로 보았으므로

$$(6x+1)(4x-1)=24x^2-2x-1$$

에서 처음 이차식의 x 의 계수는 -2 , 상수항은 -1 이다.

원찬이는 x^2 의 계수와 x 의 계수를 제대로 보았으므로

$$(2x+1)(4x-3)=8x^2-2x-3$$

에서 처음 이차식의 x^2 의 계수는 8 , x 의 계수는 -2 이다.

따라서 처음 이차식은 $8x^2-2x-1$ 이므로 바르게 인수분해하면

$$8x^2-2x-1=(4x+1)(2x-1)$$

049 답 $2x+6$

주어진 모든 직사각형의 넓이의 합은

$$x^2+6x+8=(x+2)(x+4)$$

따라서 큰 직사각형의 가로와 세로의 길이의 합은

$$(x+2)+(x+4)=2x+6$$

050 답 ③

[그림 1]의 도형의 넓이는 a^2-b^2

[그림 2]의 도형의 넓이는 $(a+b)(a-b)$

따라서 두 도형의 넓이가 같으므로

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$$

051 답 ②

다항식이 정사각형의 넓이를 나타내려면 x 에 대한 완전제곱식의 꼴이어야 한다.

① $x^2+2x+1=(x+1)^2$

② x^2+3x+9 는 완전제곱식으로 인수분해할 수 없다.

③ $x^2+4x+4=(x+2)^2$

④ $x^2+10x+25=(x+5)^2$

⑤ $x^2+12x+36=(x+6)^2$

따라서 주어진 막대들로 만든 정사각형의 넓이가 아닌 것은 ②이다.

052 답 $10x+6$

(직사각형의 넓이)=(가로 길이)×(세로 길이)이므로

$6x^2+ax-10$ 은 $2x+5$ 를 인수로 갖는다.

즉, $6x^2+ax-10=(2x+5)(3x+m)$ (m 은 상수)으로 놓으면

$$6x^2+ax-10=6x^2+(2m+15)x+5m$$

따라서 $5m=-10$ 이므로 $m=-2$

즉, $6x^2+ax-10=(2x+5)(3x-2)$ 이므로 이 직사각형의 세로의 길이는 $3x-2$ 이다.

따라서 직사각형의 둘레의 길이는

$$2 \times \{(2x+5)+(3x-2)\}=2 \times (5x+3)=10x+6$$

053 답 ④

$$(x+2)(x-4)-16=x^2-2x-8-16$$

$$=x^2-2x-24$$

$$=(x+4)(x-6)$$

따라서 넓이가 $(x+2)(x-4)-16$ 인 직사각형의 한 변의 길이가 될 수 있는 것은 ④이다.

054 답 $8x$

$$3x^2+2x-1=(3x-1)(x+1)$$

따라서 이 직사각형의 가로, 세로의 길이는 $3x-1$, $x+1$ 이고, 색깔 한 부분의 둘레의 길이는 이 직사각형의 둘레의 길이와 같으므로

$$2 \times \{(3x-1)+(x+1)\}=2 \times 4x=8x$$

055 답 $10a+7$

주어진 사다리꼴의 아랫변의 길이를 l 이라 하면 사다리꼴의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times (3+l) \times (a+2)$$

이때 $5a^2+15a+10=5(a^2+3a+2)=5(a+1)(a+2)$ 이므로

$$\frac{1}{2}(3+l)(a+2)=5(a+1)(a+2)$$

$$\text{즉, } \frac{1}{2}(3+l)=5(a+1) \text{에서 } 3+l=10(a+1)$$

$$3+l=10a+10 \quad \therefore l=10a+7$$

핵심 유형 최종 점검하기 •

73~75쪽

056 답 ⑤

③ $(x+1)+x=2x+1$ 이므로 $x-2$ 를 인수로 갖지 않는다.

따라서 $x-2$ 를 인수로 갖는 것은 ⑤이다.

057 답 ③

① $9a^2b-6ab^2=3ab(3a-2b)$

② $a^3b^2c+2a^2bc=a^2bc(ab+2)$

④ $a^2-abc=a(a-bc)$

⑤ $x^2-2x=x(x-2)$

따라서 인수분해를 바르게 한 것은 ③이다.

058 ①, ⑤

$$\begin{aligned} & a(x-3)+b(3-x)-c(3x-9) \\ &= a(x-3)-b(x-3)-3c(x-3) \\ &= (x-3)(a-b-3c) \end{aligned}$$

따라서 주어진 식의 인수는 ①, ⑤이다.

059 ②

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & x^2+6x+9=x^2+2 \times x \times 3+3^2=(x+3)^2 \\ \textcircled{2} \quad & 2x^2-3x+1=(2x-1)(x-1) \\ \textcircled{3} \quad & 4a^2+4a+1=(2a)^2+2 \times 2a \times 1+1^2=(2a+1)^2 \\ \textcircled{4} \quad & 9a^2-24ab+16b^2=(3a)^2-2 \times 3a \times 4b+(4b)^2=(3a-4b)^2 \\ \textcircled{5} \quad & \frac{1}{25}x^2+\frac{2}{5}xy+y^2=\left(\frac{1}{5}x\right)^2+2 \times \frac{1}{5}x \times y+y^2=\left(\frac{1}{5}x+y\right)^2 \end{aligned}$$

따라서 완전제곱식으로 인수분해할 수 없는 것은 ②이다.

060 ⑬

$$\begin{aligned} & x(x+a)+36=(x+b)^2 \text{에서} \\ & x^2+ax+36=x^2+2bx+b^2 \quad \dots \textcircled{i} \\ & \text{따라서 } a=2b, \quad 36=b^2 \text{이므로 } b=\pm 6, \quad a=\pm 12 \\ & \text{이때 } a>0 \text{이므로 } a=12, \quad b=6 \quad \dots \textcircled{ii} \\ & \therefore a+b=12+6=18 \quad \dots \textcircled{iii} \end{aligned}$$

채점 기준

(i) 주어진 식을 전개하기	30 %
(ii) a, b의 값 구하기	50 %
(iii) a+b의 값 구하기	20 %

061 ⑤

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & m=-6, \quad n=9 \text{이면 } x^2-6x+9=(x-3)^2 \\ \textcircled{2} \quad & m=-2, \quad n=1 \text{이면 } x^2-2x+1=(x-1)^2 \\ \textcircled{3} \quad & m=-\frac{1}{2}, \quad n=\frac{1}{16} \text{이면 } x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{16}=\left(x-\frac{1}{4}\right)^2 \\ \textcircled{4} \quad & m=1, \quad n=\frac{1}{4} \text{이면 } x^2+x+\frac{1}{4}=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 \\ \textcircled{5} \quad & m=5, \quad n=25 \text{이면 } x^2+5x+25 \text{이다.} \end{aligned}$$

이때 $25 \neq \left(\frac{5}{2}\right)^2$ 이므로 $x^2+5x+25$ 는 완전제곱식으로 인수분해되지 않는다.

따라서 완전제곱식이 되도록 하는 상수 m, n 의 값이 아닌 것은 ⑤이다.

062 ④

$\frac{1}{4}x^2+(k-2)x+81=\left(\frac{1}{2}x\right)^2+(k-2)x+9^2$ 은 $\left(\frac{1}{2}x \pm 9\right)^2$ 으로 인수분해된다.

$$\text{즉, } (k-2)x=2 \times \frac{1}{2}x \times 9=9x \text{ 또는}$$

$$(k-2)x=2 \times \frac{1}{2}x \times (-9)=-9x$$

$$\therefore k-2=9 \text{ 또는 } k-2=-9$$

$$\therefore k=11 \text{ 또는 } k=-7$$

따라서 모든 k 의 값의 합은 $11+(-7)=4$

063 ③

$0 < a < \frac{1}{2}$ 에서 $a-\frac{1}{2} < 0, \quad a+\frac{1}{2} > 0$ 이므로

$$\begin{aligned} & \sqrt{a^2-a+\frac{1}{4}}-\sqrt{a^2+a+\frac{1}{4}} \\ &= \sqrt{\left(a-\frac{1}{2}\right)^2}-\sqrt{\left(a+\frac{1}{2}\right)^2} \\ &= -\left(a-\frac{1}{2}\right)-\left(a+\frac{1}{2}\right) \\ &= -a+\frac{1}{2}-a-\frac{1}{2}=-2a \end{aligned}$$

064 ⑤

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & x^2-9=(x+3)(x-3) \quad \therefore A=1 \\ \textcircled{2} \quad & x^2-100=(x+10)(x-10) \quad \therefore A=10 \\ \textcircled{3} \quad & x^2-4y^2=(x+2y)(x-2y) \quad \therefore A=4 \\ \textcircled{4} \quad & 4x^2-25y^2=(2x+5y)(2x-5y) \quad \therefore A=25 \\ \textcircled{5} \quad & \frac{1}{9}x^2-\frac{1}{121}y^2=\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{11}y\right)\left(\frac{1}{3}x-\frac{1}{11}y\right) \quad \therefore A=\frac{1}{11} \end{aligned}$$

따라서 A 의 값이 가장 작은 것은 ⑤이다.

065 ④

$$\begin{aligned} & x^3-x=x(x^2-1)=x(x+1)(x-1) \\ & \text{따라서 인수가 아닌 것은 ④이다.} \end{aligned}$$

066 ② $2x-4$

$$\begin{aligned} & x^2-4x-12=(x+2)(x-6) \\ & \text{따라서 두 일차식의 합은 } (x+2)+(x-6)=2x-4 \end{aligned}$$

067 ② 20

$x^2-11x+k=(x-a)(x-b)$ 에서 $a+b=11$ 을 만족시키는 자연수 a, b 는 다음과 같다.

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
b	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

이때 $ab=k$ 이므로 k 의 값이 될 수 있는 수는 10, 18, 24, 28, 30
따라서 k 의 값 중 가장 큰 값은 30, 가장 작은 값은 10이므로 구하는 차는 $30-10=20$

068 ①, ⑤

$$\begin{aligned} & 9+(7x+2)(2x-3)=9+14x^2-17x-6 \\ &= 14x^2-17x+3 \\ & \begin{array}{rcl} 14x & \nearrow -3 & \rightarrow -3x \\ x & \searrow -1 & \rightarrow -14x \end{array} \quad (+) \\ & \quad \quad \quad -17x \\ &= (14x-3)(x-1) \end{aligned}$$

따라서 주어진 식의 인수는 ①, ⑤이다.

069 ⑦

$$\begin{aligned} & 3x^2-axy+8y^2=(3x+by)(cx-2y) \text{에서} \\ & 3x^2-axy+8y^2=3cx^2+(-6+bc)xy-2by^2 \\ & \text{따라서 } 3=3c, \quad -a=-6+bc, \quad 8=-2b \text{이므로 } c=1, \quad b=-4 \\ & -a=-6+(-4) \times 1=-10 \quad \therefore a=10 \\ & \therefore a+b+c=10+(-4)+1=7 \end{aligned}$$

070 ⑤

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \quad -3x^2+12y^2 &= -3(x^2-4y^2) \\ &= -3(x+2y)(x-2y) \end{aligned}$$

071 ⑤

$$x^2+\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}=\left(x+\frac{1}{3}\right)^2 \text{이므로}$$

$$a=\frac{1}{3}$$

$$6x^2-7x+2=(3x-2)(2x-1) \text{이므로}$$

$$b=-2, c=-1$$

$$\therefore 3a+b+c=3 \times \frac{1}{3}+(-2)+(-1)=-2$$

072 ⑤ $x-5y$

$$2xy-10y^2=2y(x-5y)$$

$$4x^2-17xy-15y^2=(4x+3y)(x-5y)$$

따라서 두 다항식의 1이 아닌 공통인 인수는 $x-5y$ 이다.

073 ⑤ -11

$2x-3y$ 는 두 다항식의 인수이므로

$$8x^2+axy+3y^2=(2x-3y)(4x+my) \quad (m \text{은 상수}) \text{로 놓으면}$$

$$8x^2+axy+3y^2=8x^2+(2m-12)xy-3my^2$$

따라서 $2m-12=a$, $-3m=3$ 이므로

$$m=-1, a=-14$$

또 $12x^2-20xy+by^2=(2x-3y)(6x+ny) \quad (n \text{은 상수})$ 로 놓으면

$$12x^2-20xy+by^2=12x^2+(2n-18)xy-3ny^2$$

따라서 $2n-18=-20$, $-3n=b$ 이므로

$$n=-1, b=3$$

$$\therefore a+b=-14+3=-11$$

074 ⑤

$ax^2-3x-5b$ 가 $x+2$ 와 $2x-5$ 로 나누어떨어지므로

$$ax^2-3x-5b=c(x+2)(2x-5) \quad (c \text{는 상수}) \text{로 놓으면}$$

$$ax^2-3x-5b=c(2x^2-x-10)$$

$$=2cx^2-cx-10c$$

따라서 $a=2c$, $-3=-c$, $-5b=-10c$ 이므로 $c=3$

$$a=2 \times 3=6$$

$$-5b=-10 \times 3=-30 \quad \therefore b=6$$

$$\therefore ab=6 \times 6=36$$

075 ⑤ $(x+1)(x-6)$

민혁이는 상수항을 제대로 보았으므로

$$(x-2)(x+3)=x^2+x-6$$

에서 처음 이차식의 상수항은 -6 이다.

준호는 x 의 계수를 제대로 보았으므로

$$(x-2)(x-3)=x^2-5x+6$$

에서 처음 이차식의 x 의 계수는 -5 이다.

따라서 처음 이차식은 x^2-5x-6 이므로 바르게 인수분해하면

$$x^2-5x-6=(x+1)(x-6)$$

076 ⑤

주어진 모든 직사각형의 넓이의 합은

$$3x^2+7x+4=(3x+4)(x+1)$$

따라서 큰 직사각형의 가로, 세로의 길이는 $3x+4$, $x+1$ 이므로 둘

레의 길이는

$$2 \times \{(3x+4)+(x+1)\}=2 \times (4x+5)=8x+10$$

077 ④

주어진 사다리꼴의 높이를 h 라 하면 사다리꼴의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \{(x+2)+2x\} \times h$$

이때 $3x^2+5x+2=(x+1)(3x+2)$ 이므로

$$\frac{1}{2}(3x+2)h=(x+1)(3x+2)$$

$$\text{즉, } \frac{1}{2}h=x+1 \text{에서 } h=2(x+1)=2x+2$$

078 ⑤ $x+4$

(직사각형의 넓이)=(가로의 길이) $\times$ (세로의 길이)이고 (가)의 가로
의 길이가 $x+6$ 이므로

$$x^2+8x+a=(x+6)(x+b) \quad (b \text{는 상수}) \text{로 놓으면}$$

$$x^2+8x+a=x^2+(b+6)x+6b$$

$$\text{따라서 } b+6=8, 6b=a \text{이므로 } b=2, a=12 \quad \dots \textcircled{i}$$

즉, $x^2+8x+12=(x+6)(x+2)$ 이므로 직사각형 (가)의 둘레의 길
이는

$$2 \times \{(x+6)+(x+2)\}=2 \times (2x+8)=4x+16=4(x+4) \quad \dots \textcircled{ii}$$

따라서 두 사각형 (가), (나)의 둘레의 길이가 서로 같으므로 정사각형
(나)의 한 변의 길이는 $x+4$ 이다. $\dots \textcircled{iii}$

채점 기준

(i) a 의 값 구하기	40%
(ii) 직사각형 (가)의 둘레의 길이 구하기	40%
(iii) 정사각형 (나)의 한 변의 길이 구하기	20%

5 여러 가지 인수분해

핵심
유형

유형01 ④	유형02 ②	유형03 ②
유형04 ⑤	유형05 $(x-2)(x+3)(x^2+x-8)$	
유형06 ④	유형07 1	유형08 ④
유형09 10000		
유형10 -55	유형11 $-4\sqrt{2}$	유형12 ⑤
유형13 $x+8$		

핵심
유형

완성하기

001 ④	002 $3ab(a-b)^2$	003 ②, ④
004 ①	005 $2x-6$	006 ④
007 -2		
008 ⑤	009 $(a+b+6)(a+b-1)$	010 ④
011 33	012 $(2x-1)(x+1)(2x-5)(x+3)$	
013 $(3x+2y+1)(3x-2y-3)$		
014 ㉠, $-7x(3x+10)$	015 $-4(x-7)$	
016 ⑤	017 4	018 ②, ④
019 36		
020 ②	021 $(x+y)^2(x-y)$	022 ③
023 2개		
024 ①	025 ①, ④	026 $2x+6y$
027 -1	028 $x-1$	029 ②, ⑤
030 $(2x+y+1)(x+y-1)$	031 -10	032 ③
033 ㉠, 6740	034 ①, ②	035 ④
036 ⑤	037 ①	038 ④
039 -128		
040 ③	041 $\frac{21}{40}$	042 ①
043 ①	044 5	
045 ④	046 100	047 8
048 42	049 ②	
050 -3	051 ④	052 24
053 $3x-2$		
054 $4x+4y-2$	055 4	056 $500\pi \text{ cm}^3$
057 ab	058 $(-72, -84)$	

핵심
유형

최종 점검하기

059 $(a+b)(x+2)(x-6)$	060 ④
061 $x+y-3$	062 ②
063 $(2x+7)(3x-2)$	064 ④
065 ④	
066 ④	067 ②
068 ⑤	
069 $(x+y-5)(x-y+3)$	070 ③
071 ①, ④	
072 ③	073 1
074 460	075 168
076 ①	
077 ③	078 $7+4\sqrt{3}$
079 51	080 49
081 60 cm	082 3 cm

01 복잡한 식의 인수분해 (1)

78~80쪽

핵심 유형

유형01 답 ④

$$\begin{aligned} a^2(x-y)+b^2(y-x) &= a^2(x-y)-b^2(x-y) \\ &= (x-y)(a^2-b^2) \\ &= (x-y)(a+b)(a-b) \end{aligned}$$

유형02 답 ②

$$\begin{aligned} x-4 &= A \text{로 놓으면} \\ (x-4)^2+3(x-4)-10 &= A^2+3A-10 \\ &= (A+5)(A-2) \\ &= (x-4+5)(x-4-2) \\ &= (x+1)(x-6) \end{aligned}$$

따라서 $a=1, b=-6$ 이므로

$$a+b=1+(-6)=-5$$

유형03 답 ②

$$\begin{aligned} 2x+y &= A \text{로 놓으면} \\ (2x+y)(2x+y-1)-6 &= A(A-1)-6 \\ &= A^2-A-6 \\ &= (A+2)(A-3) \\ &= (2x+y+2)(2x+y-3) \end{aligned}$$

유형04 답 ⑤

$$\begin{aligned} a-1 &= A, b-1 = B \text{로 놓으면} \\ (a-1)^2-(b-1)^2 &= A^2-B^2 \\ &= (A+B)(A-B) \\ &= \{(a-1)+(b-1)\}\{(a-1)-(b-1)\} \\ &= (a+b-2)(a-b) \end{aligned}$$

핵심 유형 완성하기

001 답 ④

$$\begin{aligned} x^3-x^2-4(x-1) &= x^2(x-1)-4(x-1) \\ &= (x-1)(x^2-4) \\ &= (x-1)(x+2)(x-2) \end{aligned}$$

002 답 $3ab(a-b)^2$

$$3a^3b-6a^2b^2+3ab^3=3ab(a^2-2ab+b^2)=3ab(a-b)^2$$

003 답 ②, ④

$$\begin{aligned} (y-3)x^2+(-y+3)x-2y+6 &= (y-3)x^2-(y-3)x-2(y-3) \\ &= (y-3)(x^2-x-2) \\ &= (y-3)(x+1)(x-2) \end{aligned}$$

따라서 주어진 식의 인수는 ②, ④이다.

004 답 ①

$$\begin{aligned} A &= 3a^2(a-b) + 7ab(b-a) + 2b^2(a-b) \\ &= 3a^2(a-b) - 7ab(a-b) + 2b^2(a-b) \\ &= (a-b)(3a^2 - 7ab + 2b^2) \\ &= (a-b)(a-2b)(3a-b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= a(a-b) - b(a-b) - a + b \\ &= a(a-b) - b(a-b) - (a-b) \\ &= (a-b)(a-b-1) \end{aligned}$$

따라서 두 다항식 A, B의 공통인 인수는 ①이다.

005 답 $2x-6$

$$\begin{aligned} x-2 &= A \text{로 놓으면} \\ (x-2)^2 - 2(x-2) - 24 &= A^2 - 2A - 24 \\ &= (A+4)(A-6) \\ &= (x-2+4)(x-2-6) \\ &= (x+2)(x-8) \end{aligned}$$

따라서 두 일차식의 합은
 $(x+2) + (x-8) = 2x-6$

006 답 ④

$$\begin{aligned} x-y &= A \text{로 놓으면} \\ 1 - (x-y)^2 &= 1^2 - A^2 \\ &= (1+A)(1-A) \\ &= \{1+(x-y)\} \{1-(x-y)\} \\ &= (1+x-y)(1-x+y) \end{aligned}$$

007 답 -2

$$\begin{aligned} 2(x-4y)^2 + 12x - 48y + 18 &= 2(x-4y)^2 + 12(x-4y) + 18 \text{에서} \\ x-4y &= A \text{로 놓으면} \\ 2(x-4y)^2 + 12(x-4y) + 18 &= 2A^2 + 12A + 18 \quad \dots (i) \\ &= 2(A^2 + 6A + 9) \\ &= 2(A+3)^2 \quad \dots (ii) \\ &= 2(x-4y+3)^2 \quad \dots (iii) \end{aligned}$$

따라서 $a=2, b=-4$ 이므로

$$a+b = 2 + (-4) = -2 \quad \dots (iv)$$

채점 기준

(i) 공통부분 치환하기	40 %
(ii) 인수분해하기	30 %
(iii) 치환한 식을 대입하여 정리하기	10 %
(iv) $a+b$ 의 값 구하기	20 %

008 답 ⑤

$$\begin{aligned} x^2 - 2x &= A \text{로 놓으면} \\ (x^2 - 2x)^2 - 11(x^2 - 2x) + 24 &= A^2 - 11A + 24 \\ &= (A-3)(A-8) \\ &= (x^2 - 2x - 3)(x^2 - 2x - 8) \\ &= (x+1)(x-3)(x+2)(x-4) \end{aligned}$$

따라서 인수가 아닌 것은 ⑤이다.

009 답 $(a+b+6)(a+b-1)$

$$\begin{aligned} a+b &= A \text{로 놓으면} \\ (a+b)(a+b+5) - 6 &= A(A+5) - 6 \\ &= A^2 + 5A - 6 = (A+6)(A-1) \\ &= (a+b+6)(a+b-1) \end{aligned}$$

010 답 ④

$$\begin{aligned} 3a+b &= A \text{로 놓으면} \\ (3a+b)^2 + 4(3a+b-2) + 12 &= A^2 + 4(A-2) + 12 \\ &= A^2 + 4A + 4 \\ &= (A+2)^2 = (3a+b+2)^2 \end{aligned}$$

따라서 주어진 식의 인수는 ④이다.

011 답 33

$$\begin{aligned} 2x-5y &= A \text{로 놓으면} \\ (2x-5y)(2x-5y+6) - 27 &= A(A+6) - 27 \quad \dots (i) \\ &= A^2 + 6A - 27 \\ &= (A-3)(A+9) \quad \dots (ii) \\ &= (2x-5y-3)(2x-5y+9) \quad \dots (iii) \end{aligned}$$

따라서 $p=-3, q=9$ 또는 $p=9, q=-3$ 이므로

$$p+q-pq = -3+9-(-3) \times 9 = 33 \quad \dots (iv)$$

채점 기준

(i) 공통부분 치환하기	20 %
(ii) 인수분해하기	30 %
(iii) 치환한 식을 대입하여 정리하기	20 %
(iv) $p+q-pq$ 의 값 구하기	30 %

012 답 $(2x-1)(x+1)(2x-5)(x+3)$

$$\begin{aligned} 2x^2+x &= A \text{로 놓으면} \\ (2x^2+x-3)(2x^2+x-13) - 24 &= (A-3)(A-13) - 24 = A^2 - 16A + 15 \\ &= (A-1)(A-15) = (2x^2+x-1)(2x^2+x-15) \\ &= (2x-1)(x+1)(2x-5)(x+3) \end{aligned}$$

013 답 $(3x+2y+1)(3x-2y-3)$

$$\begin{aligned} 3x-1 &= A, y+1=B \text{로 놓으면} \\ (3x-1)^2 - 4(y+1)^2 &= A^2 - 4B^2 = A^2 - (2B)^2 \\ &= (A+2B)(A-2B) \\ &= \{(3x-1)+2(y+1)\} \{(3x-1)-2(y+1)\} \\ &= (3x+2y+1)(3x-2y-3) \end{aligned}$$

014 답 ㉠, $-7x(3x+10)$

$$\begin{aligned} 5x-2 &= A, x+1=B \text{로 놓으면} \\ (5x-2)^2 - 6(5x-2)(x+1) - 16(x+1)^2 &= A^2 - 6AB - 16B^2 = (A+2B)(A-8B) \\ &= \{(5x-2)+2(x+1)\} \{(5x-2)-8(x+1)\} \\ &= 7x(-3x-10) = -7x(3x+10) \end{aligned}$$

따라서 처음으로 잘못된 부분은 ㉠이고, 바르게 인수분해하면 $-7x(3x+10)$ 이다.

015 답 $-4(x-7)$

$x+1=A$, $x-3=B$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} & (x+1)^2 - 3(x+1)(x-3) + 2(x-3)^2 \\ &= A^2 - 3AB + 2B^2 = (A-B)(A-2B) \\ &= \{(x+1)-(x-3)\} \{(x+1)-2(x-3)\} \\ &= 4(-x+7) = -4(x-7) \end{aligned}$$

016 답 ⑤

$3x+y=A$, $x-y=B$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} & 2(3x+y)^2 + (3x+y)(x-y) - 3(x-y)^2 \\ &= 2A^2 + AB - 3B^2 = (2A+3B)(A-B) \\ &= \{2(3x+y)+3(x-y)\} \{(3x+y)-(x-y)\} \\ &= (9x-y)(2x+2y) \\ &= 2(9x-y)(x+y) \end{aligned}$$

따라서 $a=2$, $b=9$, $c=1$ 이므로

$$a+b-c=2+9-1=10$$

02 복잡한 식의 인수분해 (2)

81~83쪽

핵심 유형

유형05 답 $(x-2)(x+3)(x^2+x-8)$

$$\begin{aligned} & (x-1)(x-3)(x+2)(x+4) + 24 \\ &= \{(x-1)(x+2)\} \{(x-3)(x+4)\} + 24 \\ &= \underbrace{(x^2+x-2)}_A \underbrace{(x^2+x-12)}_A + 24 \\ &= (A-2)(A-12) + 24 \\ &= A^2 - 14A + 48 \\ &= (A-6)(A-8) \\ &= (x^2+x-6)(x^2+x-8) \\ &= (x-2)(x+3)(x^2+x-8) \end{aligned}$$

유형06 답 ④

$$\begin{aligned} x^2y^2 - x^2 - y^2 + 1 &= x^2(y^2-1) - (y^2-1) \\ &= (x^2-1)(y^2-1) \\ &= (x+1)(x-1)(y+1)(y-1) \end{aligned}$$

따라서 인수가 아닌 것은 ④이다.

유형07 답 1

$$\begin{aligned} x^2 + 2xy + y^2 - 16 &= (x^2 + 2xy + y^2) - 16 \\ &= (x+y)^2 - 4^2 \\ &= (x+y+4)(x+y-4) \end{aligned}$$

따라서 $a=1$, $b=4$, $c=-4$ 이므로

$$a+b+c=1+4+(-4)=1$$

유형08 답 ④

x, y 중 차수가 낮은 y 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned} x^2 - xy - 4x + 2y + 4 &= y(-x+2) + x^2 - 4x + 4 \\ &= -y(x-2) + (x-2)^2 \\ &= (x-2)(x-y-2) \end{aligned}$$

핵심 유형 완성하기

017 답 4

$$\begin{aligned} x(x+1)(x+2)(x+3) + 1 &= \{x(x+3)\} \{(x+1)(x+2)\} + 1 \\ &= \underbrace{(x^2+3x)}_A \underbrace{(x^2+3x+2)}_A + 1 \\ &= A(A+2) + 1 \\ &= A^2 + 2A + 1 \\ &= (A+1)^2 \\ &= (x^2+3x+1)^2 \end{aligned}$$

따라서 $a=3$, $b=1$ 이므로

$$a+b=3+1=4$$

018 ②, ④

$$\begin{aligned} & (x-1)(x+1)(x-2)(x+2) - 40 \\ &= \{(x-1)(x+1)\} \{(x-2)(x+2)\} - 40 \\ &= \underbrace{(x^2-1)}_A \underbrace{(x^2-4)}_A - 40 \\ &= (A-1)(A-4) - 40 \\ &= A^2 - 5A - 36 \\ &= (A-9)(A+4) \\ &= (x^2-9)(x^2+4) \\ &= (x+3)(x-3)(x^2+4) \end{aligned}$$

따라서 인수가 아닌 것은 ②, ④이다.

019 답 36

$$\begin{aligned} & (x+1)(x+3)(x-3)(x-5) + k \\ &= \{(x+1)(x-3)\} \{(x+3)(x-5)\} + k \\ &= \underbrace{(x^2-2x-3)}_A \underbrace{(x^2-2x-15)}_A + k \\ &= (A-3)(A-15) + k \\ &= A^2 - 18A + 45 + k \end{aligned}$$

이 식이 완전제곱식으로 인수분해되려면

$$45+k = \left(\frac{-18}{2}\right)^2, \quad 45+k=81$$

$$\therefore k=36$$

020 답 ②

$$\begin{aligned} a^2b - a^2 - 9b + 9 &= a^2(b-1) - 9(b-1) \\ &= (a^2-9)(b-1) \\ &= (a+3)(a-3)(b-1) \end{aligned}$$

따라서 인수인 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.

021 답 $(x+y)^2(x-y)$

$$\begin{aligned} x^3 + x^2y - xy^2 - y^3 &= x^2(x+y) - y^2(x+y) & \dots (i) \\ &= (x+y)(x^2-y^2) & \dots (ii) \\ &= (x+y)(x+y)(x-y) & \dots (iii) \\ &= (x+y)^2(x-y) & \dots (iii) \end{aligned}$$

채점 기준

(i) 공통부분이 생기도록 두 항씩 묶기	40 %
(ii) 공통인 인수로 묶어 내기	30 %
(iii) 인수분해하여 정리하기	30 %

022 답 ③

$$\begin{aligned} ab - a - b + 1 &= a(b-1) - (b-1) \\ &= (a-1)(b-1) \\ a^2 - ab - a + b &= a(a-b) - (a-b) \\ &= (a-1)(a-b) \end{aligned}$$

따라서 두 다항식의 공통인 인수는 ③이다.

023 답 2개

$$\begin{aligned} 6xy - 3x + 2y - 1 &= 5 \text{에서 } 3x(2y-1) + (2y-1) = 5 \\ \therefore (3x+1)(2y-1) &= 5 \\ x, y \text{가 정수이므로 } 3x+1, 2y-1 &\text{도 정수이다.} \end{aligned}$$

$3x+1$	1	5	-1	-5
$2y-1$	5	1	-5	-1

 $\Rightarrow$

x	0	$\frac{4}{3}$	$-\frac{2}{3}$	-2
y	3	1	-2	0

따라서 정수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 는 $(0, 3), (-2, 0)$ 의 2개이다.

024 답 ①

$$\begin{aligned} x^2 + 4x - 9y^2 + 4 &= (x^2 + 4x + 4) - 9y^2 \\ &= (x+2)^2 - (3y)^2 \\ &= (x+2+3y)(x+2-3y) \\ &= (x+3y+2)(x-3y+2) \end{aligned}$$

025 답 ①, ④

$$\begin{aligned} x^2 - y^2 + 12y - 36 &= x^2 - (y^2 - 12y + 36) \\ &= x^2 - (y-6)^2 \\ &= (x+y-6)(x-y+6) \end{aligned}$$

따라서 주어진 식의 인수는 ①, ④이다.

026 답 $2x+6y$

$$\begin{aligned} x^2 - 25 + 6xy + 9y^2 &= (x^2 + 6xy + 9y^2) - 25 \\ &= (x+3y)^2 - 5^2 \quad \dots \text{ (i)} \\ &= (x+3y+5)(x+3y-5) \quad \dots \text{ (ii)} \end{aligned}$$

따라서 두 일차식의 합은

$$(x+3y+5) + (x+3y-5) = 2x+6y \quad \dots \text{ (iii)}$$

채점 기준

(i) (3항)+(1항)으로 묶어 A^2-B^2 의 꼴로 만들기	40%
(ii) 인수분해하기	30%
(iii) 두 일차식의 합 구하기	30%

027 답 -1

$$\begin{aligned} x^2 + 4y^2 - 1 - 4xy &= (x^2 - 4xy + 4y^2) - 1 \\ &= (x-2y)^2 - 1^2 \\ &= (x-2y+1)(x-2y-1) \end{aligned}$$

$(x-2y)^2 - (x-2y) - 2$ 에서 $x-2y=A$ 로 놓으면
 $(x-2y)^2 - (x-2y) - 2 = A^2 - A - 2 = (A+1)(A-2)$
 $= (x-2y+1)(x-2y-2)$

따라서 두 다항식의 공통인 인수는 $x-2y+1$ 이므로

$$a = -2, b = 1$$

$$\therefore a+b = -2+1 = -1$$

028 답 $x-1$

$$\begin{aligned} x, y \text{ 중 차수가 낮은 } y \text{에 대하여 내림차순으로 정리하면} \\ x^2 + 5xy + 2x - 5y - 3 &= y(5x-5) + (x^2 + 2x - 3) \\ &= 5y(x-1) + (x-1)(x+3) \\ &= (x-1)(x+5y+3) \end{aligned}$$

따라서 다항식 A 는 $x-1$ 이다.

029 답 ②, ⑤

$$\begin{aligned} a, b, c \text{ 중 차수가 가장 낮은 } c \text{에 대하여 내림차순으로 정리하면} \\ a^2 - 2b^2 + ab + 3bc - 3ca &= c(3b-3a) + (a^2 + ab - 2b^2) \\ &= -3c(a-b) + (a+2b)(a-b) \\ &= (a-b)(a+2b-3c) \end{aligned}$$

따라서 주어진 식의 인수는 ②, ⑤이다.

030 답 $(2x+y+1)(x+y-1)$

$$\begin{aligned} x \text{에 대하여 내림차순으로 정리하면} \\ 2x^2 + 3xy - x + y^2 - 1 &= 2x^2 + (3y-1)x + (y^2-1) \\ &= 2x^2 + (3y-1)x + (y+1)(y-1) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ccc} 2x & \xrightarrow{\quad} & y+1 \rightarrow (y+1)x \\ x & \xrightarrow{\quad} & y-1 \rightarrow (y-1)x \end{array}$$

$$\begin{aligned} &= (2x+y+1)(x+y-1) \end{aligned}$$

031 답 -10

x 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned} x^2 - 4xy + 3y^2 - 6x + 2y - 16 &= x^2 - (4y+6)x + (3y^2+2y-16) \\ &= x^2 - (4y+6)x + (3y+8)(y-2) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ccc} x & \xrightarrow{\quad} & -(3y+8) \rightarrow -(3y+8)x \\ x & \xrightarrow{\quad} & -(y-2) \rightarrow -(y-2)x \end{array}$$

$$\begin{aligned} &= \{x - (3y+8)\} \{x - (y-2)\} \\ &= (x-3y-8)(x-y+2) \end{aligned}$$

따라서 $A = -3, B = -8, C = -1, D = 2$ 또는

$$A = -1, B = 2, C = -3, D = -8 \text{이므로}$$

$$A+B+C+D = -3 + (-8) + (-1) + 2$$

$$= -10$$

03 인수분해 공식의 활용

84~88쪽

핵심 유형

유형 09 답 10000

$$\begin{aligned} 54^2 + 2 \times 54 \times 46 + 46^2 &= (54+46)^2 \\ &= 100^2 = 10000 \end{aligned}$$

유형10 답 -55

$$\begin{aligned} &1^2-2^2+3^2-4^2+5^2-6^2+7^2-8^2+9^2-10^2 \\ &=(1^2-2^2)+(3^2-4^2)+(5^2-6^2)+(7^2-8^2)+(9^2-10^2) \\ &=(1+2)(1-2)+(3+4)(3-4)+(5+6)(5-6) \\ &\quad + (7+8)(7-8)+(9+10)(9-10) \\ &=-(1+2)-(3+4)-(5+6)-(7+8)-(9+10) \\ &=-(1+2+3+4+5+6+7+8+9+10)=-55 \end{aligned}$$

유형11 답 $-4\sqrt{2}$

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \sqrt{2}-1, \\ y &= \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \sqrt{2}+1 \text{ 이므로} \\ x+y &= 2\sqrt{2}, \quad x-y = -2 \\ \therefore x^2-y^2 &= (x+y)(x-y) \\ &= 2\sqrt{2} \times (-2) = -4\sqrt{2} \end{aligned}$$

유형12 답 ⑤

$$\begin{aligned} x^2-y^2+2x-2y &= (x^2-y^2)+(2x-2y) \\ &= (x+y)(x-y)+2(x-y) \\ &= (x-y)(x+y+2) \\ &= 1 \times (4+2) = 6 \end{aligned}$$

유형13 답 $x+8$

도형 (가)의 넓이는

$$\begin{aligned} (x+6)^2-2^2 &= (x+6+2)(x+6-2) \\ &= (x+8)(x+4) \end{aligned}$$

이때 두 도형 (가), (나)의 넓이가 서로 같고, 도형 (나)의 세로의 길이가 $x+4$ 이므로 도형 (나)의 가로의 길이는 $x+8$ 이다.

핵심 유형 완성하기

032 답 ③

$$\begin{aligned} 64^2-48 \times 64+24^2 &= 64^2-2 \times 64 \times 24+24^2 \\ &= (64-24)^2=40^2=1600 \end{aligned}$$

033 답 ㉠, 6740

$$\begin{aligned} 342^2-332^2 &= (342+332)(342-332) \\ &= 674 \times 10 = 6740 \end{aligned}$$

따라서 처음으로 잘못된 부분은 ㉠이고, 바르게 계산한 값은 6740이다.

034 답 ①, ②

$$\begin{aligned} 3 \times 29^2+6 \times 29+3 &= 3(29^2+2 \times 29+1) \rightarrow ma+mb=m(a+b) \\ &= 3(29^2+2 \times 29 \times 1+1^2) \\ &= 3(29+1)^2 \rightarrow a^2+2ab+b^2=(a+b)^2 \\ &= 3 \times 30^2=2700 \end{aligned}$$

따라서 주어진 식을 계산하는 데 가장 알맞은 인수분해 공식은 ①, ②이다.

035 답 ④

$$\begin{aligned} 53.5^2-7 \times 53.5+3.5^2 &= 53.5^2-2 \times 53.5 \times 3.5+3.5^2 \\ &= (53.5-3.5)^2 \\ &= 50^2=2500 \end{aligned}$$

036 답 ⑤

$$\begin{aligned} \sqrt{36 \times 74^2-70^2 \times 36} &= \sqrt{36(74^2-70^2)} \\ &= \sqrt{36(74+70)(74-70)} \\ &= \sqrt{36 \times 144 \times 4} = \sqrt{6^2 \times 12^2 \times 2^2} \\ &= 6 \times 12 \times 2 = 144 \end{aligned}$$

037 답 ①

$$\frac{1972 \times 8+6 \times 1972}{987^2-985^2} = \frac{1972(8+6)}{(987+985)(987-985)} = \frac{1972 \times 14}{1972 \times 2} = 7$$

038 답 ④

$$\begin{aligned} 2018 \times 2022+4 &= 2018 \times (2018+4)+4 \\ &= 2018^2+4 \times 2018+4 \\ &= 2018^2+2 \times 2018 \times 2+2^2 \\ &= (2018+2)^2=2020^2 \end{aligned}$$

따라서 $2018 \times 2022+4$ 는 2020^2 과 같으므로 $x=2020$

039 답 -128

$$\begin{aligned} &1^2-3^2+5^2-7^2+9^2-11^2+13^2-15^2 \\ &= (1^2-3^2)+(5^2-7^2)+(9^2-11^2)+(13^2-15^2) \\ &= (1+3)(1-3)+(5+7)(5-7) \\ &\quad + (9+11)(9-11)+(13+15)(13-15) \\ &= 4 \times (-2)+12 \times (-2)+20 \times (-2)+28 \times (-2) \\ &= -2 \times (4+12+20+28) \\ &= -2 \times 64 = -128 \end{aligned}$$

040 답 ③

$$\begin{aligned} &(2^2+4^2+6^2+\cdots+12^2)-(1^2+3^2+5^2+\cdots+11^2) \\ &= (2^2-1^2)+(4^2-3^2)+(6^2-5^2)+\cdots+(12^2-11^2) \\ &= (2+1)(2-1)+(4+3)(4-3)+(6+5)(6-5) \\ &\quad + (8+7)(8-7)+(10+9)(10-9)+(12+11)(12-11) \\ &= (2+1)+(4+3)+\cdots+(12+11) \\ &= 1+2+3+4+\cdots+11+12=78 \end{aligned}$$

따라서 주어진 식을 계산하는 데 가장 알맞은 인수분해 공식은 ③이다.

041 답 $\frac{21}{40}$

$$\begin{aligned} &\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right) \times \cdots \times \left(1-\frac{1}{20^2}\right) \\ &= \left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right) \\ &\quad \times \cdots \times \left(1-\frac{1}{19}\right)\left(1+\frac{1}{19}\right)\left(1-\frac{1}{20}\right)\left(1+\frac{1}{20}\right) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{4} \times \cdots \times \frac{18}{19} \times \frac{20}{19} \times \frac{19}{20} \times \frac{21}{20} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{21}{20} = \frac{21}{40} \end{aligned}$$

052 답 24

$$(a+2)(b+2)=4\text{에서}$$

$$ab+2a+2b+4=4, -4+2(a+b)+4=4\text{이므로}$$

$$a+b=2$$

$$\begin{aligned}\therefore a^3+b^3+a^2b+ab^2 &= (a^3+a^2b)+(ab^2+b^3) \\ &= a^2(a+b)+b^2(a+b) \\ &= (a+b)(a^2+b^2) \\ &= (a+b)\{(a+b)^2-2ab\} \\ &= 2 \times \{2^2-2 \times (-4)\} \\ &= 24\end{aligned}$$

053 답 $3x-2$

도형 A의 넓이는

$$\begin{aligned}(3x+1)^2-3^2 &= (3x+1+3)(3x+1-3) \\ &= (3x+4)(3x-2)\end{aligned}$$

이때 두 도형 A, B의 넓이가 서로 같고, 도형 B의 가로의 길이가 $3x+4$ 이므로 도형 B의 세로의 길이는 $3x-2$ 이다.

054 답 $4x+4y-2$

$$\begin{aligned}x^2+2xy+y^2-x-y-12 &= (x^2+2xy+y^2)-x-y-12 \\ &= \underbrace{(x+y)}_A^2 - \underbrace{(x+y)}_A - 12 \\ &= A^2 - A - 12 \\ &= (A+3)(A-4) \\ &= (x+y+3)(x+y-4)\end{aligned}$$

따라서 직사각형의 둘레의 길이는

$$2 \times \{(x+y+3)+(x+y-4)\} = 4x+4y-2$$

055 답 4

연못을 제외한 광장의 넓이가 $56\pi \text{ m}^2$ 이므로

$$\pi a^2 - \pi b^2 = 56\pi, \pi(a^2 - b^2) = 56\pi$$

$$\therefore (a+b)(a-b) = 56 \quad \dots \textcircled{i}$$

광장과 연못의 둘레의 길이의 합이 $28\pi \text{ m}$ 이므로

$$2\pi a + 2\pi b = 28\pi, 2\pi(a+b) = 28\pi$$

$$\therefore a+b = 14 \quad \dots \textcircled{ii}$$

따라서 $\textcircled{i}$ 에서 $14(a-b) = 56$ 이므로

$$a-b = 4 \quad \dots \textcircled{iii}$$

채점 기준

(i) 연못을 제외한 광장의 넓이에 대한 식 나타내기	40%
(ii) 둘레의 길이의 합을 이용하여 $a+b$ 의 값 구하기	40%
(iii) $a-b$ 의 값 구하기	20%

056 답 $500\pi \text{ cm}^3$

(큰 원기둥의 부피) - (작은 원기둥의 부피)

$$\begin{aligned}&= \pi \times 7.5^2 \times 10 - \pi \times 2.5^2 \times 10 \\ &= 10\pi(7.5^2 - 2.5^2) \\ &= 10\pi(7.5+2.5)(7.5-2.5) \\ &= 10\pi \times 10 \times 5 \\ &= 500\pi(\text{cm}^3)\end{aligned}$$

057 답 ab

$\overline{AC} + \overline{CD} = a+b$ 이고, 점 B는 $\overline{AD}$ 의 중점이므로

$$\overline{AB} = \frac{a+b}{2}$$

$$\therefore \overline{BC} = \overline{AC} - \overline{AB} = a - \frac{a+b}{2} = \frac{a-b}{2}$$

따라서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{BC}$ 를 각각 한 변으로 하는 두 정사각형의 넓이의 차는

$$\begin{aligned}\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 &= \left(\frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{2}\right)\left(\frac{a+b}{2} - \frac{a-b}{2}\right) \\ &= \frac{2a}{2} \times \frac{2b}{2} = ab\end{aligned}$$

058 답 $(-72, -84)$

출발한 지 12일 후 토끼의 위치의 x 좌표는

$$\begin{aligned}1^2-3^2+5^2-7^2+9^2-11^2 \\ &= (1+3)(1-3) + (5+7)(5-7) + (9+11)(9-11) \\ &= 4 \times (-2) + 12 \times (-2) + 20 \times (-2) \\ &= -2 \times (4+12+20) \\ &= -2 \times 36 = -72\end{aligned}$$

출발한 지 12일 후 토끼의 위치의 y 좌표는

$$\begin{aligned}2^2-4^2+6^2-8^2+10^2-12^2 \\ &= (2+4)(2-4) + (6+8)(6-8) + (10+12)(10-12) \\ &= 6 \times (-2) + 14 \times (-2) + 22 \times (-2) \\ &= -2 \times (6+14+22) \\ &= -2 \times 42 = -84\end{aligned}$$

따라서 출발한 지 12일 후 토끼의 위치를 좌표로 나타내면 $(-72, -84)$ 이다.

핵심 유형 최종 점검하기 •

89~91쪽

059 답 $(a+b)(x+2)(x-6)$

$$\begin{aligned}(a+b)(x^2-12) - 4(a+b)x &= (a+b)(x^2-4x-12) \\ &= (a+b)(x+2)(x-6)\end{aligned}$$

060 답 ④

$x-3=A$ 로 놓으면

$$\begin{aligned}(x-3)^2 - 4(x-3) - 32 &= A^2 - 4A - 32 \\ &= (A-8)(A+4) \\ &= (x-3-8)(x-3+4) \\ &= (x-11)(x+1)\end{aligned}$$

따라서 주어진 식의 인수는 ④이다.

061 답 $x+y-3$

$x+y=X$ 로 놓으면

$$\begin{aligned}(x+y)(x+y-4) + 3 &= X(X-4) + 3 \\ &= X^2 - 4X + 3 \\ &= (X-3)(X-1) \\ &= (x+y-3)(x+y-1)\end{aligned}$$

따라서 다항식 A 는 $x+y-3$ 이다.

062 ②

$$\begin{aligned}
 x^2 - 2x &= A \text{로 놓으면} \\
 (x^2 - 2x)^2 + 3x^2 - 6x - 4 \\
 &= (x^2 - 2x)^2 + 3(x^2 - 2x) - 4 \\
 &= A^2 + 3A - 4 \\
 &= (A+4)(A-1) \\
 &= (x^2 - 2x + 4)(x^2 - 2x - 1) \\
 (x^2 - 2x)(2x^2 - 4x + 1) - 3 \\
 &= (x^2 - 2x)\{2(x^2 - 2x) + 1\} - 3 \\
 &= A(2A+1) - 3 \\
 &= 2A^2 + A - 3 \\
 &= (2A+3)(A-1) \\
 &= \{2(x^2 - 2x) + 3\}(x^2 - 2x - 1) \\
 &= (2x^2 - 4x + 3)(x^2 - 2x - 1) \\
 \text{따라서 두 다항식의 공통인 인수는 ②이다.}
 \end{aligned}$$

063 ⑤ $(2x+7)(3x-2)$

$$\begin{aligned}
 x+1 &= A, \quad x-4 = B \text{로 놓으면} \\
 6(x+1)^2 + (x+1)(x-4) - (x-4)^2 \\
 &= 6A^2 + AB - B^2 \\
 &= (3A-B)(2A+B) \\
 &= \{3(x+1) - (x-4)\}\{2(x+1) + (x-4)\} \\
 &= (2x+7)(3x-2)
 \end{aligned}$$

064 ④

$$\begin{aligned}
 (x^2 - 3x - 4)(x^2 + x - 6) - 144 \\
 &= (x-4)(x+1)(x-2)(x+3) - 144 \\
 &= \{(x+1)(x-2)\}\{(x+3)(x-4)\} - 144 \\
 &= \frac{x^2 - x - 2}{A} \frac{x^2 - x - 12}{A} - 144 \\
 &= (A-2)(A-12) - 144 \\
 &= A^2 - 14A - 120 \\
 &= (A+6)(A-20) \\
 &= (x^2 - x + 6)(x^2 - x - 20) \\
 &= (x+4)(x-5)(x^2 - x + 6) \\
 \text{따라서 } a=4, b=-5, c=-1, d=6 \text{이므로} \\
 a+b+c+d &= 4 + (-5) + (-1) + 6 \\
 &= 4
 \end{aligned}$$

065 ④

$$\begin{aligned}
 (x+1)(x+2)(x+3)(x+6) - 15x^2 \\
 &= \{(x+1)(x+6)\}\{(x+2)(x+3)\} - 15x^2 \\
 &= (x^2 + 7x + 6)(x^2 + 5x + 6) - 15x^2 \\
 &= \frac{x^2 + 6 + 7x}{A} \frac{x^2 + 6 + 5x}{A} - 15x^2 \\
 &= (A+7x)(A+5x) - 15x^2 \\
 &= A^2 + 12Ax + 20x^2 \\
 &= (A+2x)(A+10x) \\
 &= (x^2 + 2x + 6)(x^2 + 10x + 6)
 \end{aligned}$$

066 ④

$$\begin{aligned}
 x^3 + 3x^2 - 4x - 12 &= x^2(x+3) - 4(x+3) \\
 &= (x+3)(x^2 - 4) \\
 &= (x+3)(x+2)(x-2)
 \end{aligned}$$

따라서 세 일차식의 합은
 $(x+3) + (x+2) + (x-2) = 3x+3$

067 ②

$$\begin{aligned}
 xy + 5x - y - 5 &= 3 \text{에서 } x(y+5) - (y+5) = 3 \\
 \therefore (x-1)(y+5) &= 3 \\
 x, y \text{가 정수이므로 } x-1, y+5 &\text{도 정수이다.}
 \end{aligned}$$

$x-1$	1	3	-1	-3
$y+5$	3	1	-3	-1

 $\Rightarrow$

x	2	4	0	-2
y	-2	-4	-8	-6

따라서 xy 의 값은 $-4, -16, 0, 12$ 이므로 xy 의 최솟값은 -16 이다.

068 ⑤

$$\begin{aligned}
 1 - x^2 + 4xy - 4y^2 &= 1 - (x^2 - 4xy + 4y^2) \\
 &= 1 - (x-2y)^2 \\
 &= (1+x-2y)(1-x+2y)
 \end{aligned}$$

069 ⑤ $(x+y-5)(x-y+3)$

$$\begin{aligned}
 (x-1)^2 - y^2 + 8y - 16 &= (x-1)^2 - (y^2 - 8y + 16) \\
 &= (x-1)^2 - (y-4)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{이때 } x-1 &= A, \quad y-4 = B \text{로 놓으면} \\
 (x-1)^2 - y^2 + 8y - 16 &= A^2 - B^2 \\
 &= (A+B)(A-B) \\
 &= \{(x-1) + (y-4)\}\{(x-1) - (y-4)\} \\
 &= (x+y-5)(x-y+3)
 \end{aligned}$$

070 ③

$$\begin{aligned}
 x, y \text{ 중 차수가 낮은 } y \text{에 대하여 내림차순으로 정리하면} \\
 x^2 - xy - 3x + 2y + 2 &= y(-x+2) + (x^2 - 3x + 2) \\
 &= -y(x-2) + (x-1)(x-2) \\
 &= (x-2)(x-y-1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{따라서 } a &= -2, b = -1 \text{이므로} \\
 a^2 + b^2 &= (-2)^2 + (-1)^2 = 5
 \end{aligned}$$

071 ①, ④

a 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned}
 3a^2 - 2b^2 - 5ab + a + 5b - 2 \\
 &= 3a^2 + (-5b+1)a - (2b^2 - 5b + 2) \\
 &= 3a^2 + (-5b+1)a - (2b-1)(b-2) \\
 &\quad \begin{array}{l} a \searrow \quad \nearrow - (2b-1) \rightarrow -3(2b-1)a \\ 3a \searrow \quad \nearrow (b-2) \rightarrow \frac{(b-2)a}{(-5b+1)a} \end{array} \\
 &= \{a - (2b-1)\}\{3a + (b-2)\} \\
 &= (a-2b+1)(3a+b-2)
 \end{aligned}$$

따라서 주어진 식의 인수는 ①, ④이다.

072 답 ③

$$56^2 - 55^2 = (56 + 55)(56 - 55) \rightarrow a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$= 56 + 55$$

따라서 주어진 식을 설명하는 데 가장 알맞은 인수분해 공식은 ③이다.

073 답 1

$$\sqrt{\frac{998 \times 999 + 998}{999^2 - 1}} = \sqrt{\frac{998(999 + 1)}{(999 + 1)(999 - 1)}}$$

$$= \sqrt{\frac{998 \times 1000}{1000 \times 998}}$$

$$= \sqrt{1} = 1$$

074 답 460

$$6^2 - 4^2 + 11^2 - 9^2 + 101^2 - 99^2$$

$$= (6^2 - 4^2) + (11^2 - 9^2) + (101^2 - 99^2) \quad \dots (i)$$

$$= (6 + 4)(6 - 4) + (11 + 9)(11 - 9) + (101 + 99)(101 - 99) \quad \dots (ii)$$

$$= 10 \times 2 + 20 \times 2 + 200 \times 2$$

$$= 20 + 40 + 400 = 460 \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) 인수분해 공식을 적용할 수 있게 두 항씩 묶기	30 %
(ii) 인수분해 공식 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ 를 이용하기	40 %
(iii) 답 구하기	30 %

075 답 168

$$2^{16} - 1 = (2^8 + 1)(2^8 - 1)$$

$$= (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^4 - 1)$$

$$= (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^2 + 1)(2^2 - 1)$$

$$= (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^2 + 1)(2 + 1)(2 - 1)$$

$$= 257 \times 17 \times 5 \times 3 \times 1$$

따라서 $2^{16} - 1$ 의 약수 중에서 10보다 크고 100보다 작은 자연수는 15, 17, 51, 85이므로 그 합은 $15 + 17 + 51 + 85 = 168$

076 답 ①

$$x - 1 = A \text{로 놓으면}$$

$$(x - 1)^2 - 4(x - 1) - 5 = A^2 - 4A - 5$$

$$= (A + 1)(A - 5)$$

$$= (x - 1 + 1)(x - 1 - 5)$$

$$= x(x - 6)$$

$$= (\sqrt{2} + 3)(\sqrt{2} + 3 - 6)$$

$$= (\sqrt{2} + 3)(\sqrt{2} - 3)$$

$$= 2 - 9 = -7$$

077 답 ③

$$x = \sqrt{7} + 2, y = \sqrt{7} - 2 \text{이므로 } x - y = 4$$

$$x^2 + y^2 - 2xy - x + y - 12 = (x^2 - 2xy + y^2) - x + y - 12$$

$$= (x - y)^2 - (x - y) - 12$$

$$= 4^2 - 4 - 12 = 0$$

다른 풀이 $x - y = 4$ 이므로 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$x^2 + y^2 - 2xy - x + y - 12$$

$$= x^2 - (2y + 1)x + (y^2 + y - 12)$$

$$= x^2 - (2y + 1)x + (y + 4)(y - 3)$$

$$\begin{array}{l} x \quad \quad \quad \rightarrow -(y + 4) \rightarrow -(y + 4)x \\ \quad \quad \quad \rightarrow -(y - 3) \rightarrow \frac{-(y - 3)x}{-(2y + 1)x} \end{array}$$

$$= \{x - (y + 4)\} \{x - (y - 3)\}$$

$$= (x - y - 4)(x - y + 3)$$

$$= (4 - 4)(4 + 3)$$

$$= 0 \times 7 = 0$$

078 답 $7 + 4\sqrt{3}$

$$1 < \sqrt{3} < 2 \text{이므로 } \sqrt{3} \text{의 소수 부분은 } x = \sqrt{3} - 1$$

$$x + 5 = A \text{로 놓으면}$$

$$(x + 5)^2 - 4(x + 5) + 4 = A^2 - 4A + 4$$

$$= (A - 2)^2$$

$$= (x + 5 - 2)^2$$

$$= (x + 3)^2$$

$$= (\sqrt{3} - 1 + 3)^2$$

$$= (\sqrt{3} + 2)^2$$

$$= 3 + 4\sqrt{3} + 4 = 7 + 4\sqrt{3}$$

079 답 51

$$(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy = 3^2 - 4 \times (-2) = 17 \text{이므로} \quad \dots (i)$$

$$x^2(x - y) - y^2(x - y) = (x - y)(x^2 - y^2)$$

$$= (x - y)(x + y)(x - y)$$

$$= (x - y)^2(x + y) \quad \dots (ii)$$

$$= 17 \times 3$$

$$= 51 \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) $(x - y)^2$ 의 값 구하기	30 %
(ii) 주어진 식을 인수분해하기	50 %
(iii) 답 구하기	20 %

080 답 49

$$a - b = 5, c - a = 3 \text{이므로}$$

$$(a - b) + (c - a) = 8 \quad \therefore b - c = -8$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$$

$$= \frac{1}{2} \times 2(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$$

$$= \frac{1}{2} (2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca)$$

$$= \frac{1}{2} \{ (a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) + (c^2 - 2ca + a^2) \}$$

$$= \frac{1}{2} \{ (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \}$$

$$= \frac{1}{2} \{ 5^2 + (-8)^2 + 3^2 \}$$

$$= \frac{1}{2} (25 + 64 + 9)$$

$$= \frac{1}{2} \times 98 = 49$$

081 **답 60 cm**

두 정사각형의 둘레의 길이의 차이가 8 cm이므로

$$4x - 4y = 8, \quad 4(x - y) = 8$$

$$\therefore x - y = 2 \quad \dots \textcircled{1} \quad \dots \text{(i)}$$

두 정사각형의 넓이의 차이가 30 cm²이므로

$$x^2 - y^2 = 30, \quad (x + y)(x - y) = 30$$

이때 ①에서 $x - y = 2$ 이므로

$$2(x + y) = 30 \quad \therefore x + y = 15 \quad \dots \text{(ii)}$$

따라서 두 정사각형의 둘레의 길이의 합은

$$4x + 4y = 4(x + y) = 4 \times 15 = 60 \text{ (cm)} \quad \dots \text{(iii)}$$

채점 기준

(i) 둘레의 길이의 차를 이용하여 $x - y$ 의 값 구하기	30 %
(ii) 넓이의 차를 이용하여 $x + y$ 의 값 구하기	40 %
(iii) 둘레의 길이의 합 구하기	30 %

082 **답 3 cm**

$\overline{AD}$ 를 지름으로 하는 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$2\pi r = 8\pi \quad \therefore r = 4$$

$$\therefore \overline{AD} = 2r = 2 \times 4 = 8 \text{ (cm)}$$

이때 색칠한 부분의 넓이는 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 원의 넓이에서

$\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 원의 넓이를 뺀 것과 같다.

$\overline{CD} = a$ cm라 하면 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 색칠한 부분의 넓이는

$$\pi \left(\frac{8+a}{2} \right)^2 - \pi \left(\frac{8-a}{2} \right)^2 = \pi \left(\frac{8+a}{2} + \frac{8-a}{2} \right) \left(\frac{8+a}{2} - \frac{8-a}{2} \right)$$

$$= \pi \times \frac{16}{2} \times \frac{2a}{2}$$

$$= \pi \times 8 \times a$$

$$= 8a\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

즉, $8a\pi = 24\pi$ 이므로 $a = 3$

따라서 $\overline{CD}$ 의 길이는 3 cm이다.



6 이차방정식의 뜻과 풀이

핵심
유형

- 유형01 ①, ⑤ 유형02 ② 유형03 ⑤
유형04 ① 유형05 ④ 유형06 ② 유형07 ④
유형08 $x=4$ 유형09 ③ 유형10 $\frac{7}{4}$ 유형11 ②, ④
유형12 -6 유형13 ⑤ 유형14 $\neg, \perp, \sqsubset$
유형15 -14 유형16 $x=-3\pm\sqrt{5}$

핵심
유형

완성하기

- 001 ② 002 ③, ⑥, ⑦ 003 ③ 004 ①
005 ④ 006 $a \neq -2$ 그리고 $a \neq 4$ 007 ③
008 ⑤ 009 $x=4$ 010 -1 011 -7 012 17
013 5 014 ④ 015 5 016 ① 017 ③
018 ③ 019 ④ 020 0 021 $\frac{11}{5}$ 022 ②
023 ① 024 ① 025 ④ 026 ② 027 $x=2$
028 ③ 029 ④ 030 ②
031 $x=-3$ 또는 $x=1$ 032 $a=6, x=-3$
033 $\frac{3}{2}$ 034 ④ 035 $x=-5$ 또는 $x=-1$
036 $x=1$ 037 2 038 ④ 039 $\frac{5}{4}$ 040 ④
041 ③ 042 -12 043 $-\frac{8}{3}$ 044 ③ 045 35
046 ① 047 ① 048 68 049 ④ 050 -4
051 ④ 052 9 053 2 054 ③ 055 ⑤
056 -2 057 ⑤ 058 $k < 1$ 059 ③ 060 ②
061 ⑤ 062 $\frac{7}{8}$ 063 ② 064 ②

핵심
유형

최종 점검하기

- 065 ② 066 ① 067 $x=-2$ 068 -12
069 7 070 ⑤ 071 $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{4}$
072 $a=5, x=2$ 073 16 074 ② 075 ②
076 ①, ⑤ 077 -30 078 10 079 27
080 3, 8, 11, 12

01 이차방정식의 뜻과 해

94~97쪽

핵심 유형

유형01 답 ①, ⑤

- ① $(x+2)(x-2)=4$ 에서 $x^2-4=4$ 이므로
 $x^2-8=0$ (이차방정식)
② x^2+3x+5 는 등식이 아니므로 이차방정식이 아니다.
③ $2x^2+3=2(x+1)^2$ 에서 $2x^2+3=2x^2+4x+2$ 이므로
 $-4x+1=0$ (일차방정식)
④ $\frac{3}{x}-4x^2=3x^2+1$ 은 분모에 미지수가 있으므로 이차방정식이 아니다.
⑤ $4x^2+x=3x^2-2x+1$ 에서 $x^2+3x-1=0$ (이차방정식)
따라서 x 에 대한 이차방정식은 ①, ⑤이다.

유형02 답 ②

- $(2x-1)(ax+3)=5-6x^2$ 에서 $(2a+6)x^2+(6-a)x-8=0$
이때 이차항의 계수가 0이 아니어야 하므로
 $2a+6 \neq 0 \quad \therefore a \neq -3$

유형03 답 ⑤

- 각 방정식에 $x=-1$ 을 대입하여 등식이 성립하지 않는 것을 찾는다.
① $(-1)^2+2 \times (-1)+1=0$
② $3 \times (-1+1) \times (-1-4)=0$
③ $(-1)^2+10 \times (-1)+9=0$
④ $4 \times (-1)^2-4=0$
⑤ $-(-1-1) \times (-1-3)=-8 \neq 0$
따라서 $x=-1$ 을 근으로 갖는 이차방정식이 아닌 것은 ⑤이다.

유형04 답 ①

- $2x^2-5x+a-8=0$ 에 $x=-3$ 을 대입하면
 $2 \times (-3)^2-5 \times (-3)+a-8=0$
 $18+15+a-8=0 \quad \therefore a=-25$

유형05 답 ④

- $x^2-4x+2=0$ 에 $x=a$ 를 대입하면
 $a^2-4a+2=0$ 이므로 $a^2-4a=-2$
 $\therefore a^2-4a+6=-2+6=4$

핵심 유형 완성하기

001 답 ②

- ㄱ. $-2x+3=2x^2$ 에서 $2x^2+2x-3=0$ (이차방정식)
ㄴ. $(x-1)(x+2)$ 는 등식이 아니므로 이차방정식이 아니다.
ㄷ. $(x+1)^2=-x^2+2$ 에서 $x^2+2x+1=-x^2+2$ 이므로
 $2x^2+2x-1=0$ (이차방정식)
ㄹ. $2x(x+1)=5+2x^2$ 에서 $2x^2+2x=5+2x^2$ 이므로
 $2x-5=0$ (일차방정식)
ㅁ, ㅂ. $\frac{1}{x^2}+\frac{2}{x}+4=0$ 과 $\frac{3}{x}+2x^2=0$ 은 분모에 미지수가 있으므로
이차방정식이 아니다.
따라서 x 에 대한 이차방정식은 ㄱ, ㄷ이다.

002 ③, ⑥, ⑦

- ① $x^2=3x$ 에서 $x^2-3x=0$ (이차방정식)
 ② $(x+1)(x-2)=0$ 에서 $x^2-x-2=0$ (이차방정식)
 ③ $(3x-2)(x+3)=3x^2+1$ 에서
 $3x^2+7x-6=3x^2+1$
 $\therefore 7x-7=0$ (일차방정식)
 ④ $x^3-5x=x^3+x^2-2$ 에서 $x^2+5x-2=0$ (이차방정식)
 ⑤ $(x-3)(x+2)=2x^2+x-3$ 에서
 $x^2-x-6=2x^2+x-3$
 $\therefore x^2+2x+3=0$ (이차방정식)
 ⑥ $x+2y-1=0$ 은 미지수가 2개인 일차방정식이다.
 ⑦ $5-\frac{1}{2x}=0$ 은 분모에 미지수가 있으므로 이차방정식이 아니다.
 따라서 x 에 대한 이차방정식이 아닌 것은 ③, ⑥, ⑦이다.

003 ③

$3x(x-1)=x^2-9x+5$ 에서
 $3x^2-3x=x^2-9x+5$
 $\therefore 2x^2+6x-5=0$
 따라서 $a=6$, $b=-5$ 이므로
 $a+b=6+(-5)=1$

004 ①

$(ax+4)(4x-3)=2x^2+3x(x-1)$ 에서
 $(4a-5)x^2+(19-3a)x-12=0$
 이때 이차항의 계수가 0이 아니어야 하므로
 $4a-5 \neq 0 \quad \therefore a \neq \frac{5}{4}$

005 ④

$ax^2+5=(x+3)(x-1)$ 에서
 $(a-1)x^2-2x+8=0$
 이때 이차항의 계수가 0이 아니어야 하므로
 $a-1 \neq 0 \quad \therefore a \neq 1$

006 ① $a \neq -2$ 그리고 $a \neq 4$

주어진 식을 x 에 대하여 정리하면
 $(a^2-2a-8)x^2+(4a+2)x+7-a=0$
 이때 이차항의 계수가 0이 아니어야 하므로
 $a^2-2a-8 \neq 0$, $(a+2)(a-4) \neq 0$
 $\therefore a \neq -2$ 그리고 $a \neq 4$

007 ③

각 방정식에 주어진 수를 대입하여 등식이 성립하는 것을 찾는다.
 ① $x=2$ 를 대입하면 $(2-3) \times (2+2)=-4 \neq 0$
 ② $x=-1$ 을 대입하면 $3 \times (-1)^2+(-1)=2 \neq 0$
 ③ $x=\sqrt{2}$ 를 대입하면 $(\sqrt{2})^2+\sqrt{2} \times \sqrt{2}-4=0$
 ④ $x=\frac{1}{2}$ 을 대입하면 $6 \times (\frac{1}{2})^2+\frac{1}{2}-1=1 \neq 0$
 ⑤ $x=\frac{5}{2}$ 를 대입하면 $2 \times (\frac{5}{2})^2-\frac{5}{2}-15=-5 \neq 0$
 따라서 [] 안의 수가 주어진 이차방정식의 해인 것은 ③이다.

008 ⑤

x 의 값을 이차방정식 $x^2-3x+2=0$ 에 대입하여 등식이 성립하는 것을 찾는다.
 $x=-3$ 일 때, $(-3)^2-3 \times (-3)+2=20 \neq 0$
 $x=-2$ 일 때, $(-2)^2-3 \times (-2)+2=12 \neq 0$
 $x=-1$ 일 때, $(-1)^2-3 \times (-1)+2=6 \neq 0$
 $x=0$ 일 때, $0^2-3 \times 0+2=2 \neq 0$
 $x=1$ 일 때, $1^2-3 \times 1+2=0$
 따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=1$ 이다.

009 ① $x=4$

$5x-3 \leq 4x+1$ 에서 $x \leq 4$
 x 의 값이 1, 2, 3, 4이므로 이를 이차방정식 $x^2-3x-4=0$ 에 대입하여 등식이 성립하는 것을 찾는다.
 $x=1$ 일 때, $1^2-3 \times 1-4=-6 \neq 0$
 $x=2$ 일 때, $2^2-3 \times 2-4=-6 \neq 0$
 $x=3$ 일 때, $3^2-3 \times 3-4=-4 \neq 0$
 $x=4$ 일 때, $4^2-3 \times 4-4=0$
 따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=4$ 이다.

010 ① -1

$2x^2+2x+4a+4=0$ 에 $x=-1$ 을 대입하면
 $2 \times (-1)^2+2 \times (-1)+4a+4=0$
 $2-2+4a+4=0$, $4a+4=0 \quad \therefore a=-1$

011 ① -7

$(a+2)x^2-ax+2a=0$ 에 $x=1$ 을 대입하면
 $a+2-a+2a=0$, $2a+2=0 \quad \therefore a=-1$
 $x^2+x+b=0$ 에 $x=-3$ 을 대입하면
 $(-3)^2+(-3)+b=0$, $9-3+b=0 \quad \therefore b=-6$
 $\therefore a+b=-1+(-6)=-7$

012 ① 17

$(x+2)(x+a)=b$ 에 $x=-3$ 을 대입하면
 $(-3+2) \times (-3+a)=b$, $3-a=b \quad \therefore a+b=3 \quad \cdots \textcircled{7}$
 $(x+2)(x+a)=b$ 에 $x=2$ 를 대입하면
 $(2+2) \times (2+a)=b$, $8+4a=b \quad \therefore 4a-b=-8 \quad \cdots \textcircled{8}$
 $\textcircled{7}$ 과 $\textcircled{8}$ 을 연립하여 풀면 $a=-1$, $b=4$
 $\therefore a^2+b^2=(-1)^2+4^2=1+16=17$

013 ① 5

$3x^2-ax-6=0$ 에 $x=-3$ 을 대입하면
 $3 \times (-3)^2-a \times (-3)-6=0$, $3a+21=0 \quad \therefore a=-7 \quad \cdots \textcircled{i}$
 $x^2-x+b=0$ 에 $x=-3$ 을 대입하면
 $(-3)^2-(-3)+b=0$, $12+b=0 \quad \therefore b=-12 \quad \cdots \textcircled{ii}$
 $\therefore a-b=-7-(-12)=5 \quad \cdots \textcircled{iii}$

채점 기준

(i) a 의 값 구하기	40 %
(ii) b 의 값 구하기	40 %
(iii) $a-b$ 의 값 구하기	20 %

014 답 ④

$x^2+x-4=0$ 에 $x=a$ 를 대입하면
 $a^2+a-4=0$ 에서 $a^2+a=4$
 $\therefore a^2+a-2=4-2=2$

015 답 5

$x^2-5x+1=0$ 에 $x=a$ 를 대입하면 $a^2-5a+1=0 \dots \textcircled{㉠}$
 이때 $a=0$ 이면 등식이 성립하지 않으므로 $a \neq 0$
 $\textcircled{㉠}$ 의 양변을 a 로 나누면
 $a-5+\frac{1}{a}=0 \quad \therefore a+\frac{1}{a}=5$

016 답 ①

$x^2-5x+3=0$ 에 $x=a$ 를 대입하면
 $a^2-5a+3=0$ 에서 $a^2-5a=-3$
 $x^2-5x+3=0$ 에 $x=b$ 를 대입하면
 $b^2-5b+3=0$ 에서 $b^2-5b=-3$
 $\therefore (a^2-5a-1)(b^2-5b+5)=(-3-1) \times (-3+5)$
 $=-4 \times 2=-8$

017 답 ③

$x^2-5x+5=0$ 에 $x=m$ 을 대입하면
 $m^2-5m+5=0$ 에서 $m^2-5m=-5$
 $x^2-2x-1=0$ 에 $x=n$ 을 대입하면
 $n^2-2n-1=0$ 에서 $n^2-2n=1$
 $\therefore m^2-5m+2n^2-4n=m^2-5m+2(n^2-2n)$
 $=-5+2 \times 1=-3$

018 답 ③

① $x^2-2x-1=0$ 에 $x=a$ 를 대입하면
 $a^2-2a-1=0 \quad \therefore a^2-2a=1$
 ② $2a^2-4a=2(a^2-2a)=2 \times 1=2$
 ③ $5-a^2+2a=5-(a^2-2a)=5-1=4$
 ④ $a^2-2a-1=0$ 에서 $a=0$ 이면 등식이 성립하지 않으므로 $a \neq 0$
 등식의 양변을 a 로 나누면
 $a-2-\frac{1}{a}=0 \quad \therefore a-\frac{1}{a}=2$
 ⑤ $a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+2=2^2+2=6$
 따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

019 답 ④

$x^2-3x+1=0$ 에 $x=a$ 를 대입하면 $a^2-3a+1=0 \dots \textcircled{㉠}$
 이때 $a=0$ 이면 등식이 성립하지 않으므로 $a \neq 0$
 $\textcircled{㉠}$ 의 양변을 a 로 나누면
 $a-3+\frac{1}{a}=0 \quad \therefore a+\frac{1}{a}=3$
 $\therefore a^2+a+\frac{1}{a^2}+\frac{1}{a}=\left(a^2+\frac{1}{a^2}\right)+\left(a+\frac{1}{a}\right)$
 $=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2+\left(a+\frac{1}{a}\right)$
 $=3^2-2+3=10$

020 답 0

$x^2+x-1=0$ 에 $x=a$ 를 대입하면
 $a^2+a-1=0$
 $\therefore a^5+a^4-a^3+a^2+a-1=a^3(a^2+a-1)+(a^2+a-1)=0$

02 이차방정식의 풀이 (1)

98~101쪽

핵심 유형

유형06 답 ②

$(3x+2)(2x-1)=0$ 에서 $3x+2=0$ 또는 $2x-1=0$
 $\therefore x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

유형07 답 ④

$x^2+2x-15=0$ 에서 $(x+5)(x-3)=0$
 $\therefore x=-5$ 또는 $x=3$

유형08 답 $x=4$

$x^2-2ax+a+5=0$ 에 $x=2$ 를 대입하면
 $2^2-2a \times 2+a+5=0, 9-3a=0$
 $\therefore a=3$
 즉, 주어진 이차방정식은 $x^2-6x+8=0$ 이므로
 $(x-2)(x-4)=0$
 $\therefore x=2$ 또는 $x=4$
 따라서 다른 한 근은 $x=4$ 이다.

유형09 답 ③

$x^2+4x-5=0$ 에서 $(x+5)(x-1)=0$
 $\therefore x=-5$ 또는 $x=1$
 $2x^2-5x+3=0$ 에서 $(x-1)(2x-3)=0$
 $\therefore x=1$ 또는 $x=\frac{3}{2}$
 따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=1$ 이다.

유형10 답 $\frac{7}{4}$

$2x^2-9x-5=0$ 에서 $(2x+1)(x-5)=0$
 $\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=5$
 이때 두 근 중 작은 근이 $x=-\frac{1}{2}$ 이므로
 $x^2+4x+k=0$ 에 $x=-\frac{1}{2}$ 을 대입하면
 $\left(-\frac{1}{2}\right)^2+4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)+k=0, \frac{1}{4}-2+k=0$
 $\therefore k=\frac{7}{4}$

021 답 $\frac{11}{5}$

$$(5x-1)(x-2)=0 \text{에서 } 5x-1=0 \text{ 또는 } x-2=0$$

$$\therefore x=\frac{1}{5} \text{ 또는 } x=2$$

$$\text{따라서 두 근의 합은 } \frac{1}{5}+2=\frac{1}{5}+\frac{10}{5}=\frac{11}{5}$$

022 답 ②

$$\textcircled{1} x(x-3)=0 \text{에서 } x=0 \text{ 또는 } x-3=0$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=3$$

$$\textcircled{2} (2x+1)(x-3)=0 \text{에서 } 2x+1=0 \text{ 또는 } x-3=0$$

$$\therefore x=-\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=3$$

$$\textcircled{3} x(2x-1)=0 \text{에서 } x=0 \text{ 또는 } 2x-1=0$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=\frac{1}{2}$$

$$\textcircled{4} (x+5)(2x-1)=0 \text{에서 } x+5=0 \text{ 또는 } 2x-1=0$$

$$\therefore x=-5 \text{ 또는 } x=\frac{1}{2}$$

$$\textcircled{5} (x+4)(3x-2)=0 \text{에서 } x+4=0 \text{ 또는 } 3x-2=0$$

$$\therefore x=-4 \text{ 또는 } x=\frac{2}{3}$$

따라서 이차방정식의 해가 $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$ 인 것은 ②이다.

다른 풀이 $x+\frac{1}{2}=0$ 또는 $x-3=0 \Rightarrow 2x+1=0$ 또는 $x-3=0$

$$\therefore (2x+1)(x-3)=0$$

023 답 ①

$$\textcircled{1} (5x+10)(3x-6)=0 \text{에서 } 5x+10=0 \text{ 또는 } 3x-6=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=2$$

$$\textcircled{2} (1+2x)(1-3x)=0 \text{에서 } 1+2x=0 \text{ 또는 } 1-3x=0$$

$$\therefore x=-\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=\frac{1}{3}$$

$$\textcircled{3} \left(\frac{1}{2}+x\right)(6x-2)=0 \text{에서 } \frac{1}{2}+x=0 \text{ 또는 } 6x-2=0$$

$$\therefore x=-\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=\frac{1}{3}$$

$$\textcircled{4} (2x+1)(3x-1)=0 \text{에서 } 2x+1=0 \text{ 또는 } 3x-1=0$$

$$\therefore x=-\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=\frac{1}{3}$$

$$\textcircled{5} \left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)=0 \text{에서 } x+\frac{1}{2}=0 \text{ 또는 } x-\frac{1}{3}=0$$

$$\therefore x=-\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=\frac{1}{3}$$

따라서 이차방정식의 해가 나머지 넷과 다른 하나는 ①이다.

024 답 ①

$$\textcircled{1} x(x-3)=0 \text{에서 } x=0 \text{ 또는 } x-3=0$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=3 \quad \therefore (\text{두 근의 합})=3$$

$$\textcircled{2} (x+1)(x-3)=0 \text{에서 } x+1=0 \text{ 또는 } x-3=0$$

$$\therefore x=-1 \text{ 또는 } x=3 \quad \therefore (\text{두 근의 합})=2$$

$$\textcircled{3} 2x(x-1)=0 \text{에서 } x=0 \text{ 또는 } x-1=0$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=1 \quad \therefore (\text{두 근의 합})=1$$

$$\textcircled{4} (x-1)(x+4)=0 \text{에서 } x-1=0 \text{ 또는 } x+4=0$$

$$\therefore x=1 \text{ 또는 } x=-4 \quad \therefore (\text{두 근의 합})=-3$$

$$\textcircled{5} (x+2)(x+5)=0 \text{에서 } x+2=0 \text{ 또는 } x+5=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=-5 \quad \therefore (\text{두 근의 합})=-7$$

따라서 이차방정식의 두 근의 합이 3인 것은 ①이다.

025 답 ④

$$2x^2+13x-24=0 \text{에서 } (x+8)(2x-3)=0$$

$$\therefore x=-8 \text{ 또는 } x=\frac{3}{2}$$

$$\text{이때 } a>b \text{이므로 } a=\frac{3}{2}, b=-8$$

$$\therefore a-b=\frac{3}{2}-(-8)=\frac{19}{2}$$

026 답 ②

$$(x-2)(x-3)=2x^2 \text{에서 } x^2-5x+6=2x^2$$

$$x^2+5x-6=0, (x+6)(x-1)=0$$

$$\therefore x=-6 \text{ 또는 } x=1$$

$$\text{이때 } a>b \text{이므로 } a=1, b=-6$$

$$\therefore 2a+b=2 \times 1+(-6)=-4$$

027 답 $x=2$

$$x^2-7x+12=x \text{에서 } x^2-8x+12=0$$

$$(x-2)(x-6)=0 \quad \therefore x=2 \text{ 또는 } x=6$$

$$\text{이때 } x \leq 4 \text{이므로 } x=2$$

028 답 ③

$$6x^2-5x-56=0 \text{에서 } (3x+8)(2x-7)=0$$

$$\therefore x=-\frac{8}{3} \text{ 또는 } x=\frac{7}{2}$$

따라서 두 근 사이에 있는 정수는 $-2, -1, 0, 1, 2, 3$ 이므로

$$\text{모든 정수의 합은 } -2+(-1)+0+1+2+3=3$$

029 답 ④

$$(x-3)(x+1)=5 \text{에서 } x^2-2x-3=5$$

$$x^2-2x-8=0, (x+2)(x-4)=0 \quad \therefore x=-2 \text{ 또는 } x=4$$

$$x^2+3x=4 \text{에서 } x^2+3x-4=0$$

$$(x+4)(x-1)=0 \quad \therefore x=-4 \text{ 또는 } x=1$$

따라서 두 이차방정식의 해를 색칠하면 오른쪽 그림과 같다.

-1	4	2
3	0	-3
-2	-4	1

030 답 ②

$$(x+2)(x+5)=-x(x+2) \text{에서 } x^2+7x+10=-x^2-2x$$

$$2x^2+9x+10=0, (2x+5)(x+2)=0$$

$$\therefore x=-\frac{5}{2} \text{ 또는 } x=-2$$

$$\text{이때 두 근 중 큰 근이 } x=-2 \text{이므로 } a=-2$$

$$\therefore (2a-1)^2=\{2 \times (-2)-1\}^2=(-5)^2=25$$

031 답 $x=-3$ 또는 $x=1$

$$(x+1)(x-2)=-2x+4 \text{에서}$$

$$x^2-x-2=-2x+4, x^2+x-6=0$$

$$(x+3)(x-2)=0 \quad \therefore x=-3 \text{ 또는 } x=2 \quad \dots (i)$$

$$\text{이때 } a>b \text{이므로 } a=2, b=-3 \quad \dots (ii)$$

따라서 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 은 $x^2+2x-3=0$ 이므로

$$(x+3)(x-1)=0 \quad \therefore x=-3 \text{ 또는 } x=1 \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) $(x+1)(x-2)=-2x+4$ 의 해 구하기	40 %
(ii) a, b 의 값 구하기	20 %
(iii) $x^2+ax+b=0$ 의 해 구하기	40 %

032 답 $a=6, x=-3$

$x^2-ax-4a-3=0$ 에 $x=9$ 를 대입하면

$$9^2-a \times 9-4a-3=0, 78-13a=0 \quad \therefore a=6$$

즉, 주어진 이차방정식은 $x^2-6x-27=0$ 이므로

$$(x-9)(x+3)=0 \quad \therefore x=9 \text{ 또는 } x=-3$$

따라서 $a=6$ 이고 다른 한 근은 $x=-3$ 이다.

033 답 $\frac{3}{2}$

$(a+1)x^2-3x+a=0$ 에 $x=1$ 을 대입하면

$$a+1-3+a=0, 2a-2=0 \quad \therefore a=1$$

즉, 주어진 이차방정식은 $2x^2-3x+1=0$ 이므로

$$(2x-1)(x-1)=0 \quad \therefore x=\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=1 \quad \therefore b=\frac{1}{2}$$

$$\therefore a+b=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$$

034 답 ④

$(a-1)x^2-(a^2+1)x+2(a+1)=0$ 에 $x=2$ 를 대입하면

$$(a-1) \times 2^2-(a^2+1) \times 2+2(a+1)=0$$

$$4a-4-2a^2-2+2a+2=0$$

$$2a^2-6a+4=0, 2(a-1)(a-2)=0$$

$$\therefore a=1 \text{ 또는 } a=2$$

이때 주어진 이차방정식의 x^2 의 계수가 0이 아니어야 하므로

$$a-1 \neq 0, \text{ 즉 } a \neq 1 \quad \therefore a=2$$

즉, 주어진 이차방정식은 $x^2-5x+6=0$ 이므로

$$(x-2)(x-3)=0 \quad \therefore x=2 \text{ 또는 } x=3$$

따라서 다른 한 근은 $x=3$ 이다.

035 답 $x=-5$ 또는 $x=-1$

주어진 이차방정식의 일차항의 계수와 상수항을 바꾸면

$$x^2+(k-1)x+k=0$$

이 이차방정식에 $x=-2$ 를 대입하면

$$(-2)^2+(k-1) \times (-2)+k=0$$

$$4-2k+2+k=0, 6-k=0 \quad \therefore k=6$$

즉, 처음 이차방정식은 $x^2+6x+5=0$ 이므로

$$(x+5)(x+1)=0 \quad \therefore x=-5 \text{ 또는 } x=-1$$

036 답 $x=1$

$$x^2-7x+6=0 \text{에서 } (x-1)(x-6)=0 \quad \therefore x=1 \text{ 또는 } x=6$$

$$3x^2-4x+1=0 \text{에서 } (3x-1)(x-1)=0 \quad \therefore x=\frac{1}{3} \text{ 또는 } x=1$$

따라서 두 이차방정식을 동시에 만족시키는 해는 $x=1$ 이다.

037 답 2

$$x^2+10x=7x \text{에서 } x^2+3x=0$$

$$x(x+3)=0 \quad \therefore x=0 \text{ 또는 } x=-3$$

$$(x-2)(2x+1)=(x-2)^2 \text{에서 } 2x^2-3x-2=x^2-4x+4$$

$$x^2+x-6=0, (x+3)(x-2)=0$$

$$\therefore x=-3 \text{ 또는 } x=2$$

따라서 두 이차방정식의 공통인 근이 $x=-3$ 이므로 공통이 아닌 두 근의 합은 $0+2=2$

038 답 ④

$$x^2-4x=0 \text{에서 } x(x-4)=0 \quad \therefore x=0 \text{ 또는 } x=4$$

$$x^2-5x+4=0 \text{에서 } (x-1)(x-4)=0 \quad \therefore x=1 \text{ 또는 } x=4$$

즉, 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=4$ 이므로

$$x^2-2ax-5=0 \text{에 } x=4 \text{를 대입하면}$$

$$4^2-2a \times 4-5=0, 11-8a=0 \quad \therefore a=\frac{11}{8}$$

039 답 $\frac{5}{4}$

$x^2-3x+ab=0$ 에 $x=-2$ 를 대입하면

$$(-2)^2-3 \times (-2)+ab=0, 10+ab=0 \quad \therefore ab=-10$$

$x^2+bx-20=0$ 에 $x=-2$ 를 대입하면

$$(-2)^2+b \times (-2)-20=0, -16-2b=0 \quad \therefore b=-8$$

$$\text{따라서 } ab=-10 \text{에서 } -8a=-10 \quad \therefore a=\frac{5}{4}$$

040 답 ④

$$x^2+6=5x \text{에서 } x^2-5x+6=0$$

$$(x-2)(x-3)=0 \quad \therefore x=2 \text{ 또는 } x=3$$

이때 두 근 중 큰 근이 $x=3$ 이므로

$$x^2-ax-6a=0 \text{에 } x=3 \text{을 대입하면}$$

$$3^2-a \times 3-6a=0, 9-9a=0 \quad \therefore a=1$$

041 답 ③

$$3x^2-5x-2=0 \text{에서 } (3x+1)(x-2)=0$$

$$\therefore x=-\frac{1}{3} \text{ 또는 } x=2$$

이때 $x>1$ 을 만족시키는 근은 $x=2$ 이므로

$$3x^2+(a-5)x-8=0 \text{에 } x=2 \text{를 대입하면}$$

$$3 \times 2^2+(a-5) \times 2-8=0, 2a-6=0 \quad \therefore a=3$$

042 답 -12

$$x^2+ax-4=0 \text{에 } x=4 \text{를 대입하면}$$

$$4^2+a \times 4-4=0, 4a+12=0 \quad \therefore a=-3 \quad \dots (i)$$

즉, 이차방정식 $x^2+ax-4=0$ 은 $x^2-3x-4=0$ 이므로

$$(x+1)(x-4)=0 \quad \therefore x=-1 \text{ 또는 } x=4$$

따라서 다른 한 근이 $x=-1$ 이다. ... (ii)

$$x = -1 \text{을 } 2x^2 - 7x + b = 0 \text{에 대입하면}$$

$$2 \times (-1)^2 - 7 \times (-1) + b = 0, 9 + b = 0 \quad \therefore b = -9 \quad \dots (iii)$$

$$\therefore a + b = -3 + (-9) = -12 \quad \dots (iv)$$

채점 기준

(i) a의 값 구하기	30 %
(ii) 다른 한 근 구하기	30 %
(iii) b의 값 구하기	30 %
(iv) a+b의 값 구하기	10 %

043 답 $-\frac{8}{3}$

$$x^2 + 2ax + 2a - 1 = 0 \text{에서 } (x+1)(x+2a-1) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = -2a + 1$$

$$x^2 - (a+5)x + 5a = 0 \text{에서 } (x-5)(x-a) = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ 또는 } x = a$$

$$(i) \text{ 공통인 근이 } x = -1 \text{일 때, } a = -1$$

$$(ii) \text{ 공통인 근이 } x = 5 \text{일 때, } -2a + 1 = 5, -2a = 4 \quad \therefore a = -2$$

$$(iii) \text{ 공통인 근이 } x = -2a + 1 \text{ 또는 } x = a \text{일 때,}$$

$$-2a + 1 = a, 3a = 1 \quad \therefore a = \frac{1}{3}$$

따라서 (i)~(iii)에 의해 모든 a의 값의 합은

$$-1 + (-2) + \frac{1}{3} = -\frac{8}{3}$$

03 이차방정식의 풀이 (2)

102~105쪽

핵심 유형

유형 11 답 ②, ④

$$② \quad 2x^2 - 8x + 8 = 0 \text{에서 } x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x-2)^2 = 0 \quad \therefore x = 2 \text{ (중근)}$$

$$④ \quad (x+2)(x-4) = -9 \text{에서 } x^2 - 2x - 8 = -9$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0, (x-1)^2 = 0 \quad \therefore x = 1 \text{ (중근)}$$

유형 12 답 -6

$$x^2 + 8x + 10 - a = 0 \text{이 중근을 가지므로}$$

$$10 - a = \left(\frac{8}{2}\right)^2 = 16 \quad \therefore a = -6$$

유형 13 답 ⑤

$$3(x-2)^2 = 15 \text{에서 } (x-2)^2 = 5$$

$$x-2 = \pm\sqrt{5} \quad \therefore x = 2 \pm\sqrt{5}$$

유형 14 답 ㄱ, ㄴ, ㄷ

$$ㄱ. n > 0 \text{일 때, } (x-m)^2 = n \text{에서}$$

$$x-m = \pm\sqrt{n} \quad \therefore x = m \pm\sqrt{n}$$

따라서 $n > 0$ 이면 서로 다른 두 근을 갖는다.

$$ㄴ. n = 0 \text{일 때, } (x-m)^2 = 0 \text{에서}$$

$$x-m = 0 \quad \therefore x = m$$

따라서 $n = 0$ 이면 중근을 갖는다.

$$ㄷ. n < 0 \text{일 때, } (x-m)^2 = n \text{에서 } (x-m)^2 \geq 0, n < 0 \text{이므로}$$

근을 갖지 않는다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

유형 15 답 -14

$$x^2 - 8x + 6 = 0 \text{에서 } x^2 - 8x = -6$$

$$x^2 - 8x + (-4)^2 = -6 + (-4)^2$$

$$\therefore (x-4)^2 = 10$$

$$\text{따라서 } a = -4, b = 10 \text{이므로}$$

$$a - b = -4 - 10 = -14$$

유형 16 답 $x = -3 \pm \sqrt{5}$

$$x^2 + 6x + 4 = 0 \text{에서 } x^2 + 6x = -4$$

$$x^2 + 6x + 3^2 = -4 + 3^2, x^2 + 6x + 9 = 5$$

$$(x+3)^2 = 5, x+3 = \pm\sqrt{5}$$

$$\therefore x = -3 \pm \sqrt{5}$$

핵심 유형 완성하기

044 답 ③

$$ㄱ. x^2 = 1 \text{에서 } x^2 - 1 = 0$$

$$(x+1)(x-1) = 0 \quad \therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 1$$

$$ㄴ. 50x^2 = 20x - 2 \text{에서 } 50x^2 - 20x + 2 = 0, 25x^2 - 10x + 1 = 0$$

$$(5x-1)^2 = 0 \quad \therefore x = \frac{1}{5} \text{ (중근)}$$

$$ㄷ. (x+1)^2 = 5x^2 + 7x + 2 \text{에서 } x^2 + 2x + 1 = 5x^2 + 7x + 2$$

$$4x^2 + 5x + 1 = 0, (4x+1)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{4} \text{ 또는 } x = -1$$

$$ㄹ. x(x-3) = -5x - 1 \text{에서 } x^2 - 3x = -5x - 1$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0, (x+1)^2 = 0 \quad \therefore x = -1 \text{ (중근)}$$

$$ㅁ. 4x^2 + 12x + 9 = 0 \text{에서 } (2x+3)^2 = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2} \text{ (중근)}$$

$$ㅂ. x^2 + x + \frac{1}{4} = 0 \text{에서 } \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2} \text{ (중근)}$$

따라서 중근을 갖는 것은 ㄴ, ㄹ, ㅁ, ㅂ의 4개이다.

045 답 35

$x = 5$ 를 중근으로 갖고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은

$$(x-5)^2 = 0, \text{ 즉 } x^2 - 10x + 25 = 0$$

따라서 $a = -10, b = 25$ 이므로

$$b - a = 25 - (-10) = 35$$

046 답 ①

$$(x+a)(x-1) = b \text{에서 } x^2 + (a-1)x - a - b = 0$$

이때 $x = 2$ 를 중근으로 갖고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은

$$(x-2)^2 = 0, \text{ 즉 } x^2 - 4x + 4 = 0 \text{이므로}$$

$$a-1 = -4, -a-b = 4 \quad \therefore a = -3, b = -1$$

$$\therefore 2a + b = 2 \times (-3) + (-1) = -7$$

047 답 ①

$$x^2 + 2x + a + 5 = 0 \text{이 중근을 가지므로}$$

$$a + 5 = \left(\frac{2}{2}\right)^2 = 1 \quad \therefore a = -4$$

048 답 68

$$-x(x+8)+1-m=0 \text{에서 } -x^2-8x+1-m=0$$

$$\text{즉, } x^2+8x+m-1=0 \text{에서}$$

$$m-1=\left(\frac{8}{2}\right)^2=16 \quad \therefore m=17 \quad \dots (i)$$

$$\text{또 } x^2+8x+16=0 \text{에서 } (x+4)^2=0 \quad \therefore n=4 \quad \dots (ii)$$

$$\therefore mn=17 \times 4=68 \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) m의 값 구하기	50 %
(ii) n의 값 구하기	30 %
(iii) mn의 값 구하기	20 %

049 답 ④

$$(x+2)(x-2)=2(k-1)x-8 \text{에서 } x^2-4=2(k-1)x-8$$

$$x^2-2(k-1)x+4=0 \quad \dots \textcircled{1}$$

이때 ①이 중근을 가지므로

$$4=\left\{\frac{-2(k-1)}{2}\right\}^2, 4=k^2-2k+1, k^2-2k-3=0$$

$$(k+1)(k-3)=0 \quad \therefore k=-1 \text{ 또는 } k=3$$

이때 $k < 0$ 이므로 $k=-1$

050 답 -4

주어진 이차방정식이 중근을 가지므로

$$2a^2-5a-3=\left(\frac{-3a+2}{2}\right)^2, 2a^2-5a-3=\frac{9a^2-12a+4}{4}$$

$$8a^2-20a-12=9a^2-12a+4, a^2+8a+16=0$$

$$(a+4)^2=0 \quad \therefore a=-4$$

다른 풀이 주어진 이차방정식의 좌변을 인수분해하면

$$x^2-(3a-2)x+(2a+1)(a-3)=0$$

$$\{x-(2a+1)\}\{x-(a-3)\}=0$$

이때 두 근이 서로 같아야 하므로

$$2a+1=a-3 \quad \therefore a=-4$$

051 답 ④

$$2(x-3)^2=20 \text{에서 } (x-3)^2=10$$

$$x-3=\pm\sqrt{10} \quad \therefore x=3\pm\sqrt{10}$$

따라서 $a=3$, $b=10$ 이므로 $a+b=3+10=13$

052 답 9

$$(x+A)^2=B \text{에서 } x+A=\pm\sqrt{B}$$

$$\therefore x=-A\pm\sqrt{B}$$

$$\text{즉, } x=-A\pm\sqrt{B}=-2\pm\sqrt{7} \text{이므로 } A=2, B=7$$

$$\therefore A+B=2+7=9$$

053 답 2

$$2(x-1)^2=6 \text{에서 } (x-1)^2=3$$

$$x-1=\pm\sqrt{3} \quad \therefore x=1\pm\sqrt{3}$$

따라서 두 근 중 작은 근은 $x=1-\sqrt{3}$ 이므로

$$ax^2-2ax+2a-8=0 \text{에 } x=1-\sqrt{3} \text{을 대입하면}$$

$$a(1-\sqrt{3})^2-2a(1-\sqrt{3})+2a-8=0$$

$$a(4-2\sqrt{3})-2a(1-\sqrt{3})+2a-8=0$$

$$4a-2\sqrt{3}a-2a+2\sqrt{3}a+2a-8=0$$

$$4a-8=0 \quad \therefore a=2$$

$$\text{다른 풀이 } 2(x-1)^2=6 \text{에서 } (x-1)^2=3$$

$$x^2-2x+1=3, x^2-2x-2=0$$

$$\therefore x^2-2x=2 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$ax^2-2ax+2a-8=0 \text{에서 } a(x^2-2x)+2a-8=0 \text{이므로}$$

①을 대입하면

$$2a+2a-8=0, 4a-8=0 \quad \therefore a=2$$

054 답 ③

$$(x-4)^2=15k \text{에서 } x-4=\pm\sqrt{15k} \quad \therefore x=4\pm\sqrt{15k}$$

$x=4\pm\sqrt{15k}$ 가 정수가 되려면 $\sqrt{15k}$ 가 정수이어야 한다.

즉, $k=15 \times$ (제곱인 수)의 꼴이어야 하므로

$$k=15 \times 1^2, 15 \times 2^2, 15 \times 3^2, \dots$$

따라서 자연수 k 의 최솟값은 15이다.

055 답 ⑤

$$x^2=k \text{에서}$$

① $k=0$ 일 때, $x^2=0$ 이므로 $x=0$ (중근)

② $k=1$ 일 때, $x^2=1$ 이므로 $x=\pm 1$ 이다.

③, ⑤ $k > 0$ 일 때, $x=\pm\sqrt{k}$ 이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

따라서 두 근의 절댓값은 같다.

④ $k < 0$ 이면 이차방정식의 근이 존재하지 않는다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

056 답 -2

$$(x-3)^2=k+2 \text{가 중근을 가지려면}$$

$$k+2=0 \quad \therefore k=-2$$

057 답 ⑤

$k > 0$ 이면 서로 다른 두 근을 갖고, $k=0$ 이면 중근을 가지므로 근을

가질 조건은 $k \geq 0$ 이다.

058 답 $k < 1$

$$(x+2)^2=\frac{4k-4}{3} \text{가 근을 갖지 않으려면}$$

$$\frac{4k-4}{3} < 0, 4k-4 < 0, 4k < 4 \quad \therefore k < 1$$

059 답 ③

$$2x^2-8x+5=0 \text{에서 } x^2-4x+\frac{5}{2}=0$$

$$x^2-4x=-\frac{5}{2}, x^2-4x+(-2)^2=-\frac{5}{2}+(-2)^2$$

$$\therefore (x-2)^2=\frac{3}{2}$$

$$\text{따라서 } a=2, b=\frac{3}{2} \text{이므로 } a+b=2+\frac{3}{2}=\frac{7}{2}$$

060 답 ②

$$4x^2+12x-12=0 \text{에서 } x^2+3x-3=0$$

$$x^2+3x=3, x^2+3x+\left(\frac{3}{2}\right)^2=3+\left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$\therefore \left(x+\frac{3}{2}\right)^2=\frac{21}{4} \quad \therefore k=\frac{21}{4}$$

061 답 ⑤

$(x-1)(x-3)=8$ 에서 $x^2-4x-5=0$
 $x^2-4x=5$, $x^2-4x+(-2)^2=5+(-2)^2$
 $\therefore (x-2)^2=9$
 따라서 $p=2$, $q=9$ 이므로
 $p+q=2+9=11$

062 답 $\frac{7}{8}$

$2x^2-3x-1=0$ 에서 $x^2-\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}=0$
 $x^2-\frac{3}{2}x=\frac{1}{2}$, $x^2-\frac{3}{2}x+\left(-\frac{3}{4}\right)^2=\frac{1}{2}+\left(-\frac{3}{4}\right)^2$
 $\left(x-\frac{3}{4}\right)^2=\frac{17}{16}$, $x-\frac{3}{4}=\pm\sqrt{\frac{17}{16}}$
 $\therefore x=\frac{3}{4}\pm\sqrt{\frac{17}{16}}$
 따라서 $a=\frac{9}{16}$, $b=-\frac{3}{4}$, $c=\frac{17}{16}$ 이므로
 $a+b+c=\frac{9}{16}-\frac{3}{4}+\frac{17}{16}=\frac{7}{8}$

063 답 ②

- ① $(x+4)^2=7$ 에서 $x+4=\pm\sqrt{7}$
 $\therefore x=-4\pm\sqrt{7}$
- ② $3x^2=5x+1$ 에서 $3x^2-5x-1=0$, $x^2-\frac{5}{3}x-\frac{1}{3}=0$
 $x^2-\frac{5}{3}x=\frac{1}{3}$, $x^2-\frac{5}{3}x+\left(-\frac{5}{6}\right)^2=\frac{1}{3}+\left(-\frac{5}{6}\right)^2$
 $\left(x-\frac{5}{6}\right)^2=\frac{37}{36}$, $x-\frac{5}{6}=\pm\sqrt{\frac{37}{36}}$
 $\therefore x=\frac{5\pm\sqrt{37}}{6}$
- ③ $x^2+x-3=0$ 에서 $x^2+x=3$
 $x^2+x+\left(\frac{1}{2}\right)^2=3+\left(\frac{1}{2}\right)^2$
 $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{13}{4}$, $x+\frac{1}{2}=\pm\sqrt{\frac{13}{4}}$
 $\therefore x=\frac{-1\pm\sqrt{13}}{2}$
- ④ $2x^2-7x+4=0$ 에서 $x^2-\frac{7}{2}x+2=0$
 $x^2-\frac{7}{2}x=-2$, $x^2-\frac{7}{2}x+\left(-\frac{7}{4}\right)^2=-2+\left(-\frac{7}{4}\right)^2$
 $\left(x-\frac{7}{4}\right)^2=\frac{17}{16}$, $x-\frac{7}{4}=\pm\sqrt{\frac{17}{16}}$
 $\therefore x=\frac{7\pm\sqrt{17}}{4}$
- ⑤ $\frac{2}{5}x^2-x=5$ 에서 $x^2-\frac{5}{2}x=\frac{25}{2}$
 $x^2-\frac{5}{2}x+\left(-\frac{5}{4}\right)^2=\frac{25}{2}+\left(-\frac{5}{4}\right)^2$
 $\left(x-\frac{5}{4}\right)^2=\frac{225}{16}$, $x-\frac{5}{4}=\pm\sqrt{\frac{225}{16}}$
 $\therefore x=-\frac{5}{2}$ 또는 $x=5$
 따라서 이차방정식과 그 해가 잘못 짝 지어진 것은 ②이다.

064 답 ②

$x^2-5x+a=0$ 에서 $x^2-5x=-a$
 $x^2-5x+\left(\frac{-5}{2}\right)^2=-a+\left(\frac{-5}{2}\right)^2$
 $\left(x-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{25-4a}{4}$, $x-\frac{5}{2}=\pm\sqrt{\frac{25-4a}{4}}$
 $\therefore x=\frac{5\pm\sqrt{25-4a}}{2}$

이 이차방정식의 해가 $x=\frac{5\pm\sqrt{17}}{2}$ 이므로
 $25-4a=17$ $\therefore a=2$

다른 풀이 $x=\frac{5\pm\sqrt{17}}{2}$ 에서 $2x=5\pm\sqrt{17}$, $2x-5=\pm\sqrt{17}$

양변을 제곱하면 $(2x-5)^2=17$
 $4x^2-20x+25=17$, $4x^2-20x+8=0$
 $\therefore x^2-5x+2=0$ $\therefore a=2$

핵심 유형 최종 점검하기

106~107쪽

065 답 ②

- ㄱ. $x^2=3(x+1)$ 에서 $x^2=3x+3$ 이므로
 $x^2-3x-3=0$ (이차방정식)
- ㄴ. $(2x-1)^2=4x^2+3x+1$ 에서 $4x^2-4x+1=4x^2+3x+1$ 이므로
 $-7x=0$ (일차방정식)
- ㄷ. $x^2+2x=-x^2+3$ 에서 $2x^2+2x-3=0$ (이차방정식)
- ㄹ. $x(x+2)=(x+1)(x-1)$ 에서 $x^2+2x=x^2-1$ 이므로
 $2x+1=0$ (일차방정식)
- ㅁ. x^2-4x-2 는 등식이 아니므로 이차방정식이 아니다.
- ㅂ. $\frac{1}{x}+2x^2+3=-4x$ 는 분모에 미지수가 있으므로 이차방정식이 아니다.
- 따라서 x 에 대한 이차방정식은 ㄱ, ㄷ의 2개이다.

066 답 ①

$(a^2+3a)x^2+ax-1=4x^2+x$ 에서
 $(a^2+3a-4)x^2+(a-1)x-1=0$
 이때 이차항의 계수가 0이어야 하므로
 $a^2+3a-4=0$, $(a+4)(a-1)=0$
 $\therefore a=-4$ 또는 $a=1$
 따라서 모든 a 의 값의 합은
 $-4+1=-3$

067 답 $x=-2$

x 의 값이 -2 , -1 , 0 , 1 , 2 이므로 이를 이차방정식 $x^2-2x-8=0$ 에 대입하여 등식이 성립하는 것을 찾는다.
 $x=-2$ 일 때, $(-2)^2-2\times(-2)-8=0$
 $x=-1$ 일 때, $(-1)^2-2\times(-1)-8=-5\neq 0$
 $x=0$ 일 때, $0^2-2\times 0-8=-8\neq 0$
 $x=1$ 일 때, $1^2-2\times 1-8=-9\neq 0$
 $x=2$ 일 때, $2^2-2\times 2-8=-8\neq 0$
 따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=-2$ 이다.

068 ④ -12

$$\begin{aligned} 6x^2 - 4x - a = 0 \text{에 } x=1 \text{을 대입하면} \\ 6 - 4 - a = 0 \quad \therefore a = 2 \quad \dots (i) \\ 3x^2 - 11x - b = 0 \text{에 } x=3 \text{을 대입하면} \\ 3 \times 3^2 - 11 \times 3 - b = 0 \\ 27 - 33 - b = 0 \quad \therefore b = -6 \quad \dots (ii) \\ \therefore ab = 2 \times (-6) = -12 \quad \dots (iii) \end{aligned}$$

채점 기준

(i) a의 값 구하기	40 %
(ii) b의 값 구하기	40 %
(iii) ab의 값 구하기	20 %

069 ④ 7

$$x^2 - x - 3 = 0 \text{에 } x=a \text{를 대입하면 } a^2 - a - 3 = 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

이때 $a=0$ 이면 등식이 성립하지 않으므로 $a \neq 0$

①의 양변을 a 로 나누면

$$\begin{aligned} a - 1 - \frac{3}{a} = 0 \quad \therefore a - \frac{3}{a} = 1 \\ \therefore a^2 + \frac{9}{a^2} = a^2 + \left(\frac{3}{a}\right)^2 = \left(a - \frac{3}{a}\right)^2 + 2 \times a \times \frac{3}{a} \\ = \left(a - \frac{3}{a}\right)^2 + 6 = 1^2 + 6 = 7 \end{aligned}$$

070 ④ ⑤

- ① $(x-3)(x+2)=0$ 에서 $x-3=0$ 또는 $x+2=0$
 $\therefore x=3$ 또는 $x=-2$
- ② $3x(5x-3)=0$ 에서 $3x=0$ 또는 $5x-3=0$
 $\therefore x=0$ 또는 $x=\frac{3}{5}$
- ③ $(3x-5)(2x+7)=0$ 에서 $3x-5=0$ 또는 $2x+7=0$
 $\therefore x=\frac{5}{3}$ 또는 $x=-\frac{7}{2}$
- ④ $(4x-1)(6x+1)=0$ 에서 $4x-1=0$ 또는 $6x+1=0$
 $\therefore x=\frac{1}{4}$ 또는 $x=-\frac{1}{6}$
- ⑤ $(x-7)(3x+5)=0$ 에서 $x-7=0$ 또는 $3x+5=0$
 $\therefore x=7$ 또는 $x=-\frac{5}{3}$

따라서 이차방정식을 바르게 푼 것은 ⑤이다.

071 ④ $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{4}$

$$\begin{aligned} x(x-2) - (3x+1)(3x-1) = 0 \text{에서} \\ x^2 - 2x - (9x^2 - 1) = 0, 8x^2 + 2x - 1 = 0 \\ (2x+1)(4x-1) = 0 \quad \therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

072 ④ $a=5, x=2$

$$\begin{aligned} (a-1)x^2 - (a^2-3a+2)x + 2(a-1) = 0 \text{에 } x=1 \text{을 대입하면} \\ a-1 - (a^2-3a+2) + 2(a-1) = 0 \\ a-1 - a^2 + 3a - 2 + 2a - 2 = 0 \\ a^2 - 6a + 5 = 0, (a-1)(a-5) = 0 \quad \therefore a=1 \text{ 또는 } a=5 \end{aligned}$$

이때 주어진 이차방정식의 x^2 의 계수가 0이 아니어야 하므로 $a-1 \neq 0$, 즉 $a \neq 1 \quad \therefore a=5$

즉, 주어진 이차방정식은 $4x^2 - 12x + 8 = 0$ 이므로 $x^2 - 3x + 2 = 0, (x-1)(x-2) = 0 \quad \therefore x=1$ 또는 $x=2$ 따라서 $a=5$ 이고 다른 한 근은 $x=2$ 이다.

다른 풀이 $(a-1)x^2 - (a^2-3a+2)x + 2(a-1) = 0$ 에서 $(a-1)x^2 - (a-1)(a-2)x + 2(a-1) = 0$
 $(a-1)\{x^2 - (a-2)x + 2\} = 0$

이때 주어진 이차방정식의 x^2 의 계수가 0이 아니어야 하므로 $a-1 \neq 0$, 즉 $a \neq 1$

$$\begin{aligned} \therefore x^2 - (a-2)x + 2 = 0 \\ x^2 - (a-2)x + 2 = 0 \text{에 } x=1 \text{을 대입하면} \\ 1 - (a-2) + 2 = 0, 5 - a = 0 \quad \therefore a = 5 \end{aligned}$$

즉, 주어진 이차방정식은 $4x^2 - 12x + 8 = 0$ 이므로 $x^2 - 3x + 2 = 0, (x-1)(x-2) = 0 \quad \therefore x=1$ 또는 $x=2$ 따라서 $a=5$ 이고 다른 한 근은 $x=2$ 이다.

073 ④ 16

$$\begin{aligned} -3x^2 + 2x + 16 = 0 \text{에서 } 3x^2 - 2x - 16 = 0 \\ (x+2)(3x-8) = 0 \quad \therefore x = -2 \text{ 또는 } x = \frac{8}{3} \\ x^2 - 4x - 12 = 0 \text{에서 } (x+2)(x-6) = 0 \\ \therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 6 \\ \text{따라서 두 이차방정식의 공통인 근이 } x = -2 \text{이므로 공통이 아닌 두} \\ \text{근의 곱은 } \frac{8}{3} \times 6 = 16 \end{aligned}$$

074 ④ ②

$$\begin{aligned} (x+1)(x-8) = -18 \text{에서 } x^2 - 7x - 8 = -18 \\ x^2 - 7x + 10 = 0, (x-2)(x-5) = 0 \\ \therefore x=2 \text{ 또는 } x=5 \\ \text{이때 } x > 2 \text{를 만족시키는 근은 } x=5 \text{이므로} \\ x^2 - 3x + a = 0 \text{에 } x=5 \text{를 대입하면} \\ 5^2 - 3 \times 5 + a = 0, 10 + a = 0 \quad \therefore a = -10 \end{aligned}$$

075 ④ ②

- ① $x^2 + x - 42 = 0$ 에서 $(x+7)(x-6) = 0$
 $\therefore x = -7$ 또는 $x = 6$
- ② $(4x+1)(x+3) = x-6$ 에서 $4x^2 + 13x + 3 = x-6$
 $4x^2 + 12x + 9 = 0, (2x+3)^2 = 0$
 $\therefore x = -\frac{3}{2}$ (중근)
- ③ $x^2 - 6x + 8 = 0$ 에서 $(x-2)(x-4) = 0$
 $\therefore x = 2$ 또는 $x = 4$
- ④ $x^2 - 10x - 25 = 0$ 에서 $x^2 - 10x = 25$
 $x^2 - 10x + (-5)^2 = 25 + (-5)^2, (x-5)^2 = 50$
 $x-5 = \pm 5\sqrt{2} \quad \therefore x = 5 \pm 5\sqrt{2}$
- ⑤ $5x(x-1) = 25 - 5x$ 에서 $5x^2 - 5x = 25 - 5x$
 $5x^2 = 25, x^2 = 5 \quad \therefore x = \pm\sqrt{5}$

따라서 중근을 갖는 것은 ②이다.

076 **답** ①, ⑤

$x^2 - kx + \frac{4}{9} = 0$ 이 중근을 가지므로

$$\frac{4}{9} = \left(\frac{-k}{2}\right)^2, k^2 = \frac{16}{9}$$

$$\therefore k = \pm \frac{4}{3}$$

077 **답** -30

$4(x+a)^2 = 24$ 에서

$$(x+a)^2 = 6, x+a = \pm\sqrt{6}$$

$$\therefore x = -a \pm \sqrt{6} \quad \dots (i)$$

즉, $x = -a \pm \sqrt{6} = 5 \pm \sqrt{b}$ 이므로

$$a = -5, b = 6 \quad \dots (ii)$$

$$\therefore ab = -5 \times 6 = -30 \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) 주어진 이차방정식의 해 구하기	50 %
(ii) a, b의 값 구하기	30 %
(iii) ab의 값 구하기	20 %

078 **답** 10

$$4x^2 + 8x + \frac{a+1}{3} = 0 \text{에서 } x^2 + 2x + \frac{a+1}{12} = 0$$

$$x^2 + 2x = -\frac{a+1}{12}, x^2 + 2x + 1 = -\frac{a+1}{12} + 1$$

$(x+1)^2 = -\frac{a+11}{12}$ 이므로 서로 다른 두 근을 가지려면

$$-\frac{a+11}{12} > 0 \quad \therefore a < 11$$

따라서 정수 a의 최댓값은 10이다.

079 **답** 27

$$x^2 + 10x + 3 = 0 \text{에서 } x^2 + 10x = -3$$

$$x^2 + 10x + 5^2 = -3 + 5^2 \quad \therefore (x+5)^2 = 22$$

따라서 $a=5, b=22$ 이므로 $a+b=5+22=27$

080 **답** 3, 8, 11, 12

$$x^2 - 6x + a - 3 = 0 \text{에서 } x^2 - 6x = -a + 3$$

$$x^2 - 6x + (-3)^2 = -a + 3 + (-3)^2, (x-3)^2 = 12 - a$$

$$x-3 = \pm\sqrt{12-a} \quad \therefore x = 3 \pm \sqrt{12-a}$$

주어진 이차방정식의 해가 유리수가 되려면 근호 안의 수가 0 또는 제곱인 수이어야 하므로 $12-a=0, 1, 4, 9 \quad \therefore a=3, 8, 11, 12$



7 이차방정식의 근의 공식과 활용

핵심
유형

- 유형01 -6 유형02 $x=-1$ 또는 $x=\frac{4}{3}$
 유형03 $x=\frac{5}{2}$ 또는 $x=\frac{7}{3}$ 유형04 ⑤ 유형05 $\frac{1}{4}$
 유형06 $m<3$ 유형07 $\frac{2}{25}$ 유형08 19 유형09 4
 유형10 $8x^2+16x-24=0$ 유형11 $2x^2+2x-14=0$
 유형12 ④ 유형13 ④
 유형14 (1) $x^2+x-30=0$ (2) 5 유형15 ④
 유형16 ① 유형17 2초 후 유형18 ③ 유형19 4cm
 유형20 4m 유형21 9cm

핵심
유형

완성하기

- 001 27 002 2 003 $x=\frac{-3\pm\sqrt{33}}{6}$ 004 5개
 005 $x=4$ 또는 $x=6$ 006 ③ 007 20 008 ⑤
 009 ③ 010 $x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=-1$ 011 4
 012 $x=-5$ 또는 $x=6$ 013 $x=-4$
 014 ④ 015 ① 016 ③ 017 ② 018 ③
 019 4 020 ③ 021 2 022 $x=-4$ 또는 $x=2$
 023 -5 024 1 025 ⑤ 026 ⑤ 027 3
 028 ⑤ 029 6 030 3 031 $-\frac{14}{3}$
 032 17 033 -9 034 ③ 035 $-\frac{10}{3}$
 036 -3 037 ① 038 32 039 0 040 1
 041 1 042 $\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-3=0$
 043 $x=\frac{3\pm\sqrt{6}}{3}$ 044 $x=-6$ 또는 $x=4$
 045 $4x^2-2x-4=0$ 046 ③ 047 -10 048 ⑤
 049 $2x^2-16x+24=0$ 050 $\frac{1}{3}$ 051 ②
 052 9팀 053 ① 054 ③ 055 ④ 056 76
 057 ④ 058 ③ 059 18 060 ① 061 ④
 062 민제: 7월 8일, 경마: 7월 15일 063 ③ 064 3초
 065 ③ 066 11초 067 3m 068 1cm 또는 3cm
 069 3초 후 070 $-2+2\sqrt{5}$
 071 $(2+\sqrt{2})$ cm 072 2cm 073 6 074 4cm
 075 1cm

076 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

077 3

078 2m 079 5m

080 2m 081 19cm

082 1cm 083 5cm

핵심
유형

최종 점검하기

- 084 ③ 085 $-\sqrt{17}$ 086 ⑤ 087 ②
 088 ④ 089 ㄱ, ㄴ 090 $m=-12, x=6$ 091 $x=6$
 092 -3 093 -11 094 -3 095 ② 096 ②
 097 ② 098 $3x^2-6=0$ 099 2 100 10명
 101 9 102 ④ 103 ② 104 ② 105 ②
 106 P(6, 3) 107 ③ 108 $(10-5\sqrt{2})$ cm
 109 5cm 110 26cm

01 이차방정식의 근의 공식

110~114쪽

핵심 유형

유형01 답 -6

$3x^2-7x+3=0$ 에서

$$x=\frac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\times3\times3}}{2\times3}=\frac{7\pm\sqrt{13}}{6}$$

따라서 $A=7, B=13$ 이므로

$$A-B=7-13=-6$$

유형02 답 $x=-1$ 또는 $x=\frac{4}{3}$

주어진 이차방정식의 양변에 6을 곱하면

$$3x(x+1)=2(2x-1)+6$$

$$3x^2+3x=4x-2+6, 3x^2-x-4=0$$

$$(x+1)(3x-4)=0 \quad \therefore x=-1 \text{ 또는 } x=\frac{4}{3}$$

유형03 답 $x=\frac{5}{2}$ 또는 $x=\frac{7}{3}$

$x-2=A$ 로 놓으면

$$6A^2-5A+1=0, (2A-1)(3A-1)=0$$

$$\therefore A=\frac{1}{2} \text{ 또는 } A=\frac{1}{3}$$

$$\text{즉, } x-2=\frac{1}{2} \text{ 또는 } x-2=\frac{1}{3} \text{ 이므로}$$

$$x=\frac{5}{2} \text{ 또는 } x=\frac{7}{3}$$

유형04 ⑤

주어진 이차방정식을 $ax^2+bx+c=0$ 또는 $ax^2+2b'x+c=0$ 이라 하면

① $x^2+x+\frac{1}{4}=0$ 에서

$$b^2-4ac=1^2-4\times 1\times \frac{1}{4}=0 \Rightarrow \text{중근} \Rightarrow \text{근이 1개}$$

② $9x^2-12x+4=0$ 에서

$$b^2-ac=(-6)^2-9\times 4=0 \Rightarrow \text{중근} \Rightarrow \text{근이 1개}$$

③ $4x^2+x+4=0$ 에서

$$b^2-4ac=1^2-4\times 4\times 4=-63<0 \Rightarrow \text{근이 없다.} \Rightarrow \text{근이 0개}$$

④ $3x^2-2x+1=0$ 에서

$$b^2-ac=(-1)^2-3\times 1=-2<0 \Rightarrow \text{근이 없다.} \Rightarrow \text{근이 0개}$$

⑤ $x^2+3x-5=0$ 에서

$$b^2-4ac=3^2-4\times 1\times (-5)=29>0$$

$$\Rightarrow \text{서로 다른 두 근} \Rightarrow \text{근이 2개}$$

따라서 서로 다른 두 근을 갖는 것은 ⑤이다.

유형05 ① $\frac{1}{4}$

$x^2+5x+a+6=0$ 이 중근을 가지므로

$$5^2-4\times 1\times (a+6)=0, 25-4a-24=0$$

$$1-4a=0 \quad \therefore a=\frac{1}{4}$$

유형06 ③ $m<3$

$2x^2+4x-1+m=0$ 이 서로 다른 두 근을 갖고 일차항의 계수가 짝수이므로

$$2^2-2\times (-1+m)>0, 4+2-2m>0$$

$$6-2m>0 \quad \therefore m<3$$

핵심 유형 완성하기

001 ② 27

$$x^2-16x=(2x-1)^2 \text{에서 } x^2-16x=4x^2-4x+1$$

즉, $3x^2+12x+1=0$ 에서 일차항의 계수가 짝수이므로

$$x=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-3\times 1}}{3}=\frac{-6\pm\sqrt{33}}{3}$$

따라서 $p=-6, q=33$ 이므로

$$p+q=-6+33=27$$

002 ② 2

$$x^2+7x+4k+1=0 \text{에서}$$

$$x=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times 1\times (4k+1)}}{2\times 1}=\frac{-7\pm\sqrt{45-16k}}{2}$$

$$\frac{-7\pm\sqrt{45-16k}}{2}=\frac{-7\pm\sqrt{13}}{2} \text{이므로 } 45-16k=13$$

$$\therefore k=2$$

003 ③ $x=\frac{-3\pm\sqrt{33}}{6}$

$x^2-x+5k=0$ 에 $x=k$ 를 대입하면

$$k^2-k+5k=0, k^2+4k=0, k(k+4)=0$$

$$\therefore k=0 \text{ 또는 } k=-4$$

이때 $k\neq 0$ 이므로 $k=-4$

따라서 이차방정식 $3x^2-(k+1)x-2=0$ 은 $3x^2+3x-2=0$ 이므로

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times 3\times (-2)}}{2\times 3}=\frac{-3\pm\sqrt{33}}{6}$$

004 ⑤ 5개

$x^2-4x-1=0$ 에서 일차항의 계수가 짝수이므로

$$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\times (-1)}}{1}=2\pm\sqrt{5}$$

이때 $a<b$ 이므로 $a=2-\sqrt{5}, b=2+\sqrt{5}$

$a-2<n<b-2$ 에서 $a-2=-\sqrt{5}, b-2=\sqrt{5}$ 이므로

$$-\sqrt{5}<n<\sqrt{5}$$

따라서 구하는 정수 n 은 $-2, -1, 0, 1, 2$ 의 5개이다.

005 ③ $x=4$ 또는 $x=6$

주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면

$$3(x-2)^2=2(x+2)(x-3)$$

$$3(x^2-4x+4)=2(x^2-x-6)$$

$$3x^2-12x+12=2x^2-2x-12$$

$$\text{즉, } x^2-10x+24=0 \text{에서 } (x-4)(x-6)=0$$

$$\therefore x=4 \text{ 또는 } x=6$$

006 ③ ③

주어진 이차방정식의 양변에 5를 곱하면

$$5x^2-x=4, 5x^2-x-4=0$$

$$(5x+4)(x-1)=0$$

$$\therefore x=-\frac{4}{5} \text{ 또는 } x=1$$

이때 $\alpha>\beta$ 이므로 $\alpha=1, \beta=-\frac{4}{5}$

$$\therefore \alpha+5\beta=1+5\times\left(-\frac{4}{5}\right)=-3$$

007 ② 20

주어진 이차방정식의 양변에 6을 곱하면

$$6x-2(x^2+1)=3(x-1), 6x-2x^2-2=3x-3$$

$$\text{즉, } 2x^2-3x-1=0 \text{에서} \quad \dots (i)$$

$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times 2\times (-1)}}{2\times 2}=\frac{3\pm\sqrt{17}}{4} \quad \dots (ii)$$

따라서 $p=3, q=17$ 이므로

$$p+q=3+17=20 \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) 이차방정식을 정리하기	40 %
(ii) 근의 공식을 이용하여 이차방정식 풀기	40 %
(iii) $p+q$ 의 값 구하기	20 %

008 ⑤

주어진 이차방정식의 양변에 12를 곱하면

$$3x^2 - 24x - 20 = 7, 3x^2 - 24x - 27 = 0, x^2 - 8x - 9 = 0$$

$$(x+1)(x-9)=0 \quad \therefore x=-1 \text{ 또는 } x=9$$

따라서 -1과 9 사이에 있는 정수는 0, 1, 2, ..., 8의 9개이다.

009 ③

주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면

$$3(x+1)(x-1)=(x+3)^2-2(x+5)$$

$$3x^2-3=x^2+6x+9-2x-10, 2x^2-4x-2=0$$

즉, $x^2-2x-1=0$ 에서 일차항의 계수가 짝수이므로

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 1 \times (-1)}}{1} = 1 \pm \sqrt{2}$$

010 ② $x = -\frac{2}{3}$ 또는 $x = -1$

주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면

$$6x^2 - 3x = 5(2x-1), 6x^2 - 3x = 10x - 5, 6x^2 - 13x + 5 = 0$$

$$(2x-1)(3x-5)=0 \quad \therefore x=\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=\frac{5}{3}$$

$$\text{이때 } a > b \text{ 이므로 } a = \frac{5}{3}, b = \frac{1}{2}$$

따라서 이차방정식 $x^2 + ax + \frac{4}{3}b = 0$ 은 $x^2 + \frac{5}{3}x + \frac{2}{3} = 0$ 이므로

이 이차방정식의 양변에 3을 곱하면

$$3x^2 + 5x + 2 = 0, (3x+2)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{2}{3} \text{ 또는 } x = -1$$

011 ④

주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면

$$2x^2 - 10x + 7 = 0$$

이 이차방정식의 일차항의 계수가 짝수이므로

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 2 \times 7}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{11}}{2}$$

이때 두 근 중 큰 근은 $a = \frac{5 + \sqrt{11}}{2}$ 이므로

$$3 < \sqrt{11} < 4 \text{ 에서 } 8 < 5 + \sqrt{11} < 9$$

$$\therefore 4 < \frac{5 + \sqrt{11}}{2} < \frac{9}{2}$$

따라서 $n < \frac{5 + \sqrt{11}}{2} < n+1$ 을 만족시키는 정수 n 의 값은 4이다.

012 ② $x = -5$ 또는 $x = 6$

$x+1=A$ 로 놓으면

$$A^2 - 3A = 28, A^2 - 3A - 28 = 0$$

$$(A+4)(A-7)=0 \quad \therefore A=-4 \text{ 또는 } A=7$$

즉, $x+1=-4$ 또는 $x+1=7$ 이므로

$$x = -5 \text{ 또는 } x = 6$$

다른 풀이 $x^2 + 2x + 1 - 3x - 3 - 28 = 0, x^2 - x - 30 = 0$

$$(x+5)(x-6)=0 \quad \therefore x=-5 \text{ 또는 } x=6$$

013 ② $x = -4$

$x-2=A$ 로 놓으면

$$0.1A^2 + \frac{1}{2}A = \frac{3}{5}$$

이 이차방정식의 양변에 10을 곱하면

$$A^2 + 5A = 6, A^2 + 5A - 6 = 0, (A+6)(A-1) = 0$$

$$\therefore A = -6 \text{ 또는 } A = 1$$

즉, $x-2=-6$ 또는 $x-2=1$ 이므로

$$x = -4 \text{ 또는 } x = 3$$

이때 $x < 0$ 이므로 $x = -4$

다른 풀이 주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면

$$(x-2)^2 + 5(x-2) = 6, x^2 - 4x + 4 + 5x - 10 = 6$$

$$x^2 + x - 12 = 0, (x+4)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 3$$

이때 $x < 0$ 이므로 $x = -4$

014 ④

$x-y=A$ 로 놓으면

$$A(A+2) - 3 = 0, A^2 + 2A - 3 = 0$$

$$(A+3)(A-1) = 0 \quad \therefore A = -3 \text{ 또는 } A = 1$$

즉, $x-y=-3$ 또는 $x-y=1$

이때 $x > y$ 에서 $x-y > 0$ 이므로 $x-y=1$

015 ①

$$(x-y)^2 - 2x + 2y - 7 = 0 \text{ 에서}$$

$$(x-y)^2 - 2(x-y) - 7 = 0$$

이때 $x-y=A$ 로 놓으면 $A^2 - 2A - 7 = 0$

이 이차방정식의 일차항의 계수가 짝수이므로

$$A = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 1 \times (-7)}}{1} = 1 \pm \sqrt{8} = 1 \pm 2\sqrt{2}$$

즉, $x-y=1+2\sqrt{2}$ 또는 $x-y=1-2\sqrt{2}$

이때 $x < y$ 에서 $x-y < 0$ 이므로 $x-y=1-2\sqrt{2}$

$$\therefore x-y-1=(1-2\sqrt{2})-1=-2\sqrt{2}$$

016 ③

주어진 이차방정식을 $ax^2 + bx + c = 0$ 또는 $ax^2 + 2b'x + c = 0$ 이라 하면

① $3x^2 - 4x = 0$ 에서

$$b'^2 - ac = (-2)^2 - 3 \times 0 = 4 > 0 \Rightarrow \text{서로 다른 두 근} \Rightarrow \text{근이 2개}$$

② $x^2 - 5x - 6 = 0$ 에서

$$b'^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 49 > 0$$

$\Rightarrow$ 서로 다른 두 근 $\Rightarrow$ 근이 2개

③ $x^2 + 5x + 10 = 0$ 에서

$$b'^2 - 4ac = 5^2 - 4 \times 1 \times 10 = -15 < 0 \Rightarrow \text{근이 없다.} \Rightarrow \text{근이 0개}$$

④ $4x^2 + 9x + 2 = 0$ 에서

$$b'^2 - 4ac = 9^2 - 4 \times 4 \times 2 = 49 > 0$$

$\Rightarrow$ 서로 다른 두 근 $\Rightarrow$ 근이 2개

⑤ $4x^2 + 12x + 5 = 0$ 에서

$$b'^2 - ac = 6^2 - 4 \times 5 = 16 > 0 \Rightarrow \text{서로 다른 두 근} \Rightarrow \text{근이 2개}$$

따라서 근의 개수가 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.

017 답 ②

주어진 이차방정식을 $ax^2+bx+c=0$ 또는 $ax^2+2b'x+c=0$ 이라 하면

ㄱ. $x^2+4=0$ 에서

$$b^2-4ac=0^2-4\times 1\times 4=-16<0 \Rightarrow \text{근이 없다.} \Rightarrow \text{근이 0개}$$

ㄴ. $3x^2-2x+\frac{1}{3}=0$ 에서

$$b^2-ac=(-1)^2-3\times\frac{1}{3}=0 \Rightarrow \text{중근} \Rightarrow \text{근이 1개}$$

ㄷ. $x^2-8x+12=0$ 에서

$$b^2-ac=(-4)^2-1\times 12=4>0 \Rightarrow \text{서로 다른 두 근} \Rightarrow \text{근이 2개}$$

ㄹ. $2x^2-x+7=0$ 에서

$$b^2-4ac=(-1)^2-4\times 2\times 7=-55<0$$

$\Rightarrow$ 근이 없다. $\Rightarrow$ 근이 0개

ㅁ. $(x-1)(x-7)=0 \quad \therefore x=1 \text{ 또는 } x=7$

$\Rightarrow$ 서로 다른 두 근 $\Rightarrow$ 근이 2개

ㅂ. $2x^2-5x-3=0$ 에서

$$b^2-4ac=(-5)^2-4\times 2\times (-3)=49>0$$

$\Rightarrow$ 서로 다른 두 근 $\Rightarrow$ 근이 2개

따라서 근이 존재하지 않는 것은 ㄱ, ㄹ의 2개이다.

018 답 ③

① $a=16$ 이면 일차항의 계수가 짝수이므로

$$(-4)^2-1\times 16=0$$

따라서 중근을 갖는다.

② $a=8$ 이면 일차항의 계수가 짝수이므로

$$(-4)^2-1\times 8=8>0$$

따라서 서로 다른 두 근을 갖는다.

③ $a=-9$ 이면 $x^2-8x-9=0$ 에서

$$(x+1)(x-9)=0 \quad \therefore x=-1 \text{ 또는 } x=9$$

따라서 한 근은 음수, 다른 한 근은 양수인 두 근을 갖는다.

④ $a=-20$ 이면 $x^2-8x-20=0$ 에서

$$(x+2)(x-10)=0 \quad \therefore x=-2 \text{ 또는 } x=10$$

따라서 서로 다른 정수인 두 근을 갖는다.

⑤ $a=12$ 이면 $x^2-8x+12=0$ 에서

$$(x-2)(x-6)=0 \quad \therefore x=2 \text{ 또는 } x=6$$

따라서 서로 다른 양의 정수인 두 근을 갖는다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

019 답 4

$$3x^2+12x+12=2k-8 \text{에서 } 3x^2+12x+20-2k=0$$

이 이차방정식이 중근을 갖고 일차항의 계수가 짝수이므로

$$6^2-3\times(20-2k)=0$$

$$36-60+6k=0, -24+6k=0 \quad \therefore k=4$$

020 답 ③

$x^2-2(k-2)x+k=0$ 이 중근을 갖고 일차항의 계수가 짝수이므로

$$\{-(k-2)\}^2-1\times k=0, k^2-4k+4-k=0$$

$$k^2-5k+4=0, (k-1)(k-4)=0 \quad \therefore k=1 \text{ 또는 } k=4$$

따라서 모든 k 의 값의 합은 $1+4=5$

021 답 2

$(k^2-1)x^2-2(k+1)x+3=0$ 이 중근을 갖고 일차항의 계수가 짝수이므로

$$\{-(k+1)\}^2-(k^2-1)\times 3=0 \quad \dots (i)$$

$$k^2+2k+1-3k^2+3=0, 2k^2-2k-4=0$$

$$k^2-k-2=0, (k+1)(k-2)=0$$

$$\therefore k=-1 \text{ 또는 } k=2 \quad \dots (ii)$$

그런데 $k=-1$ 이면 주어진 방정식이 이차방정식이 아니므로

$k\neq -1$ 이다.

$$\therefore k=2 \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) 중근을 가질 조건 알기	40 %
(ii) k 에 대한 이차방정식 풀기	30 %
(iii) k 의 값 구하기	30 %

022 답 $x=-4$ 또는 $x=2$

$x^2+2kx+2k-1=0$ 이 중근을 갖고 일차항의 계수가 짝수이므로

$$k^2-1\times(2k-1)=0$$

$$k^2-2k+1=0, (k-1)^2=0 \quad \therefore k=1$$

$x^2+2kx-8=0$ 에 $k=1$ 을 대입하면

$$x^2+2x-8=0, (x+4)(x-2)=0$$

$$\therefore x=-4 \text{ 또는 } x=2$$

023 답 -5

$(k-1)x^2-2(k+1)x+k+1=0$ 이 중근을 갖고 일차항의 계수가 짝수이므로

$$\{-(k+1)\}^2-(k-1)(k+1)=0$$

$$k^2+2k+1-k^2+1=0, 2k+2=0 \quad \therefore k=-1$$

$x^2-4x+a=0$ 에 $x=-1$ 을 대입하면

$$(-1)^2-4\times(-1)+a=0, 1+4+a=0$$

$$\therefore a=-5$$

024 답 1

$x^2-(k+4)x+1=0$ 이 중근을 가지므로

$$\{-(k+4)\}^2-4\times 1\times 1=0$$

$$k^2+8k+16-4=0, k^2+8k+12=0, (k+6)(k+2)=0$$

$$\therefore k=-6 \text{ 또는 } k=-2$$

이때 k 의 값 중 큰 값이 -2 이므로

$-x^2-ax+a^2+1=0$ 에 $x=-2$ 를 대입하면

$$-(-2)^2-a\times(-2)+a^2+1=0, -4+2a+a^2+1=0$$

$$a^2+2a-3=0, (a+3)(a-1)=0$$

$$\therefore a=-3 \text{ 또는 } a=1$$

따라서 구하는 양수 a 의 값은 1이다.

025 답 ⑤

$$2x^2+3x+\frac{k+1}{8}=0 \text{이 근을 갖지 않으므로}$$

$$3^2-4\times 2\times\frac{k+1}{8}<0$$

$$9-(k+1)<0, 8-k<0 \quad \therefore k>8$$

026 답 ⑤

$2x^2 - 5x + k - 2 = 0$ 이 근을 가지려면

$$(-5)^2 - 4 \times 2 \times (k-2) \geq 0$$

$$25 - 8k + 16 \geq 0, 41 - 8k \geq 0 \quad \therefore k \leq \frac{41}{8} = 5.125$$

따라서 가장 큰 정수 k 의 값은 5이다.

027 답 3

$x^2 + (a-1)x + 1 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$(a-1)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$$

$$a^2 - 2a + 1 - 4 = 0, a^2 - 2a - 3 = 0, (a+1)(a-3) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ 또는 } a = 3 \quad \dots (i)$$

$x^2 - 2x + a = 0$ 이 근을 갖지 않고 일차항의 계수가 짝수이므로

$$(-1)^2 - 1 \times a < 0, 1 - a < 0 \quad \therefore a > 1 \quad \dots (ii)$$

$$(i), (ii) \text{에 의해 } a = 3 \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) 중근을 가질 조건 알기	40 %
(ii) 근을 갖지 않을 조건 알기	40 %
(iii) a 의 값 구하기	20 %

028 답 ⑤

$mx^2 - 2x - 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖고 일차항의 계수가 짝수이므로

$$(-1)^2 - m \times (-1) > 0, 1 + m > 0 \quad \therefore m > -1$$

그런데 $m=0$ 이면 주어진 방정식이 이차방정식이 아니므로 $m \neq 0$ 이다.

따라서 구하는 m 의 값의 범위는 $-1 < m < 0$ 또는 $m > 0$ 이다.

02 이차방정식의 근과 계수의 관계

115~118쪽

핵심 유형

유형07 답 $\frac{2}{25}$

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$(\text{두 근의 합}) = a = -\frac{2}{5}, (\text{두 근의 곱}) = b = -\frac{1}{5}$$

$$\therefore ab = \left(-\frac{2}{5}\right) \times \left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{2}{25}$$

유형08 답 19

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$a + \beta = 4, a\beta = -\frac{3}{2} \text{이므로}$$

$$a^2 + \beta^2 = (a + \beta)^2 - 2a\beta = 4^2 - 2 \times \left(-\frac{3}{2}\right) = 19$$

유형09 답 4

두 근을 $\alpha, \alpha+3$ 으로 놓으면 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha + (\alpha+3) = 5, 2\alpha = 2 \quad \therefore \alpha = 1$$

따라서 두 근이 1, 4이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 $k = 1 \times 4 = 4$

다른 풀이 두 근을 $\alpha, \beta (\alpha > \beta)$ 로 놓으면 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = 5, \alpha\beta = k$$

$$\alpha - \beta = 3 \text{이므로 } (\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \text{에서}$$

$$3^2 = 5^2 - 4k, 4k = 16$$

$$\therefore k = 4$$

유형10 답 $8x^2 + 16x - 24 = 0$

두 근이 $-3, 1$ 이고 x^2 의 계수가 8인 이차방정식은

$$8(x+3)(x-1) = 0, 8(x^2 + 2x - 3) = 0$$

$$\therefore 8x^2 + 16x - 24 = 0$$

유형11 답 $2x^2 + 2x - 14 = 0$

$x^2 + 3x - 5 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -5$$

$$\text{이때 } (\alpha+1) + (\beta+1) = \alpha + \beta + 2 = -3 + 2 = -1,$$

$$(\alpha+1)(\beta+1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -5 - 3 + 1 = -7$$

따라서 $\alpha+1, \beta+1$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2인 이차방정식은

$$2(x^2 + x - 7) = 0$$

$$\therefore 2x^2 + 2x - 14 = 0$$

유형12 답 ④

$x^2 - 8x + k = 0$ 의 한 근이 $x = 4 - 2\sqrt{3}$ 이고 k 는 유리수이므로 다른 한 근은 $x = 4 + 2\sqrt{3}$ 이다.

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$k = (4 - 2\sqrt{3})(4 + 2\sqrt{3}) = 16 - 12 = 4$$

다른 풀이 $x^2 - 8x + k = 0$ 에 $x = 4 - 2\sqrt{3}$ 을 대입하면

$$(4 - 2\sqrt{3})^2 - 8 \times (4 - 2\sqrt{3}) + k = 0$$

$$16 - 16\sqrt{3} + 12 - 32 + 16\sqrt{3} + k = 0$$

$$-4 + k = 0 \quad \therefore k = 4$$

핵심 유형 완성하기

029 답 6

$$(x-2)^2 - 3 = 0 \text{에서 } x^2 - 4x + 4 - 3 = 0$$

즉, $x^2 - 4x + 1 = 0$ 이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$(\text{두 근의 합}) = a = 4, (\text{두 근의 곱}) = b = 1$$

$$\therefore a + 2b = 4 + 2 \times 1 = 6$$

다른 풀이 $(x-2)^2 - 3 = 0$ 에서

$$(x-2)^2 = 3, x-2 = \pm\sqrt{3}$$

$$\therefore x = 2 \pm \sqrt{3}$$

$$(\text{두 근의 합}) = a = (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4$$

$$(\text{두 근의 곱}) = b = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 1$$

$$\therefore a + 2b = 4 + 2 \times 1 = 6$$

030 ③

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$(\text{두 근의 합}) = -n = -7 \quad \therefore n = 7$$

$$(\text{두 근의 곱}) = 3m - 2 = -14, 3m = -12 \quad \therefore m = -4$$

$$\therefore m + n = -4 + 7 = 3$$

031 ④ $-\frac{14}{3}$

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$(\text{두 근의 합}) = -3$$

$$x^2 - kx + 5 = 0 \text{에 } x = -3 \text{을 대입하면}$$

$$(-3)^2 - k \times (-3) + 5 = 0, 9 + 3k + 5 = 0, 3k = -14$$

$$\therefore k = -\frac{14}{3}$$

032 ④ 17

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$(\text{두 근의 곱}) = \frac{5}{3} = 5b \quad \therefore b = \frac{1}{3}$$

$$(\text{두 근의 합}) = \frac{a}{3} = 5 + b, \frac{a}{3} = \frac{16}{3} \quad \therefore a = 16$$

$$\therefore a + 3b = 16 + 3 \times \frac{1}{3} = 17$$

033 ④ -9

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = -\frac{1}{3} \text{이므로}$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{3}{-\frac{1}{3}} = -9$$

034 ④ ③

주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면 $x^2 + 4x - 6 = 0$

①, ② 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = -4, \alpha\beta = -6$$

$$\textcircled{3} \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-4)^2 - 2 \times (-6) = 28$$

$$\textcircled{4} (\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = (-4)^2 - 4 \times (-6) = 40$$

$$\textcircled{5} \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{(\alpha\beta)^2} = \frac{28}{(-6)^2} = \frac{28}{36} = \frac{7}{9}$$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

035 ④ $-\frac{10}{3}$

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = \frac{1}{2} \text{이므로}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-3)^2 - 2 \times \frac{1}{2} = 8$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{\beta}{\alpha+1} + \frac{\alpha}{\beta+1} &= \frac{\beta(\beta+1) + \alpha(\alpha+1)}{(\alpha+1)(\beta+1)} \\ &= \frac{\beta^2 + \beta + \alpha^2 + \alpha}{\alpha\beta + \alpha + \beta + 1} \\ &= \frac{(\alpha^2 + \beta^2) + (\alpha + \beta)}{\alpha\beta + (\alpha + \beta) + 1} \\ &= \frac{8 + (-3)}{\frac{1}{2} + (-3) + 1} = \frac{5}{-\frac{3}{2}} = -\frac{10}{3} \end{aligned}$$

036 ④ -3

일차함수의 그래프가 두 점 $(-2, 0)$ 과 $(0, 4)$ 를 지나므로

$$(\text{기울기}) = \frac{4-0}{0-(-2)} = \frac{4}{2} = 2, (y\text{절편}) = 4$$

따라서 일차함수의 식은 $y = 2x + 4$ 이므로

$$a = 2, b = 4 \quad \dots \textcircled{i}$$

즉, 이차방정식 $x^2 + ax - b = 0$ 은 $x^2 + 2x - 4 = 0$ 이므로

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = -4 \quad \dots \textcircled{ii}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} &= \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} \\ &= \frac{(-2)^2 - 2 \times (-4)}{-4} = \frac{12}{-4} = -3 \quad \dots \textcircled{iii} \end{aligned}$$

채점 기준

(i) a, b 의 값 구하기	40 %
(ii) $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 의 값 구하기	30 %
(iii) $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$ 의 값 구하기	30 %

037 ④ ①

두 근을 $a, a+6$ 으로 놓으면 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$a + (a+6) = 2, 2a = -4 \quad \therefore a = -2$$

따라서 두 근이 $-2, 4$ 이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$-2 \times 4 = \frac{k}{2} \quad \therefore k = -16$$

038 ④ 32

두 근을 $k, 4k$ 로 놓으면 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$k + 4k = 10, 5k = 10 \quad \therefore k = 2$$

따라서 두 근이 $2, 8$ 이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$2 \times 8 = \frac{a}{2} \quad \therefore a = 32$$

039 ④ 0

두 근을 $k, 2k(k > 0)$ 로 놓으면 $2k - k = 3 \quad \therefore k = 3$

따라서 두 근이 $3, 6$ 이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$3 + 6 = -a, 3 \times 6 = b \quad \therefore a = -9, b = 18$$

$$\therefore 2a + b = 2 \times (-9) + 18 = 0$$

다른 풀이 두 근 중 작은 근을 k 라 하면 큰 근은 $k+3$ 이므로

$$k + 3 = 2k \quad \therefore k = 3$$

따라서 두 근이 $3, 6$ 이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$a = -9, b = 18$$

$$\therefore 2a + b = 2 \times (-9) + 18 = 0$$

040 ④ 1

두 근의 비가 $1 : 3$ 이므로 두 근을 $a, 3a(a \neq 0)$ 로 놓으면 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$a + 3a = 4(m+1) \quad \therefore a = m+1 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$a \times 3a = 12m \quad \therefore a^2 = 4m \quad \dots \textcircled{2}$$

②에 ①을 대입하면 $(m+1)^2 = 4m$

$$m^2 + 2m + 1 = 4m, m^2 - 2m + 1 = 0, (m-1)^2 = 0$$

$$\therefore m = 1$$

041 ① 1

두 근이 $\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{4}$ 이고 x^2 의 계수가 12인 이차방정식은

$$12\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{1}{4}\right)=0, 12\left(x^2-\frac{1}{12}x-\frac{1}{12}\right)=0$$

$$\therefore 12x^2-x-1=0$$

따라서 $a=-1$, $b=-1$ 이므로 $\frac{b}{a}=1$

다른 풀이 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$-\frac{a}{12}=\frac{1}{3}+\left(-\frac{1}{4}\right), -\frac{a}{12}=\frac{1}{12} \quad \therefore a=-1$$

$$\frac{b}{12}=\frac{1}{3}\times\left(-\frac{1}{4}\right), \frac{b}{12}=-\frac{1}{12} \quad \therefore b=-1$$

$$\therefore \frac{b}{a}=1$$

042 ① $\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-3=0$

두 근이 -3 , 1 이고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은

$$(x+3)(x-1)=0, x^2+2x-3=0 \quad \therefore a=2, b=-3$$

따라서 두 근이 2 , -3 이고 x^2 의 계수가 $\frac{1}{2}$ 인 이차방정식은

$$\frac{1}{2}(x-2)(x+3)=0, \frac{1}{2}(x^2+x-6)=0$$

$$\therefore \frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-3=0$$

다른 풀이 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$-a=-3+1 \quad \therefore a=2$$

$$b=-3\times 1=-3$$

따라서 두 근이 2 , -3 이고 x^2 의 계수가 $\frac{1}{2}$ 인 이차방정식은

$$\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-3=0$$

043 ① $x=\frac{3\pm\sqrt{6}}{3}$

중근이 1이고 x^2 의 계수가 3인 이차방정식은

$$3(x-1)^2=0, 3x^2-6x+3=0 \quad \therefore p=-6, q=3$$

따라서 이차방정식 $qx^2+px+1=0$ 은 $3x^2-6x+1=0$ 이고 일차항의 계수가 짝수이므로

$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-3\times 1}}{3}=\frac{3\pm\sqrt{6}}{3}$$

044 ① $x=-6$ 또는 $x=4$

헤리는 $x=-3$ 또는 $x=8$ 의 해를 얻었으므로 헤리가 푼 이차방정식은

$$(x+3)(x-8)=0 \quad \therefore x^2-5x-24=0$$

그런데 헤리는 상수항을 바르게 보았으므로 처음 이차방정식의 상수항은 -24 이다.

또 미혜는 $x=-5$ 또는 $x=3$ 의 해를 얻었으므로 미혜가 푼 이차방정식은

$$(x+5)(x-3)=0 \quad \therefore x^2+2x-15=0$$

그런데 미혜는 x 의 계수를 바르게 보았으므로 처음 이차방정식의 x 의 계수는 2이다.

따라서 처음 이차방정식은 $x^2+2x-24=0$ 이므로

$$(x+6)(x-4)=0 \quad \therefore x=-6 \text{ 또는 } x=4$$

045 ① $4x^2-2x-4=0$

$2x^2-5x+1=0$ 의 두 근이 p , q 이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$p+q=\frac{5}{2}, pq=\frac{1}{2}$$

$$(p-1)+(q-1)=p+q-2=\frac{5}{2}-2=\frac{1}{2}$$

$$(p-1)(q-1)=pq-(p+q)+1=\frac{1}{2}-\frac{5}{2}+1=-1$$

따라서 $p-1$, $q-1$ 을 두 근으로 하고 이차항의 계수가 4인 x 에 대한 이차방정식은

$$4\left(x^2-\frac{1}{2}x-1\right)=0 \quad \therefore 4x^2-2x-4=0$$

046 ① ③

$x^2-2x-3=0$ 의 두 근이 α , β 이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha+\beta=2, \alpha\beta=-3$$

$$\text{이때 } \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\beta+\alpha}{\alpha\beta}=-\frac{2}{3}, \frac{1}{\alpha}\times\frac{1}{\beta}=\frac{1}{\alpha\beta}=-\frac{1}{3}$$

따라서 $\frac{1}{\alpha}$, $\frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 3인 이차방정식은

$$3\left(x^2+\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}\right)=0 \quad \therefore 3x^2+2x-1=0$$

047 ① -10

$x^2+3x-10=0$ 의 두 근이 $\alpha+1$, $\beta+1$ 이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$(\alpha+1)+(\beta+1)=-3 \quad \therefore \alpha+\beta=-5$$

$$(\alpha+1)(\beta+1)=-10, \alpha\beta+\alpha+\beta+1=-10 \quad \therefore \alpha\beta=-6$$

$x^2+ax+3b=0$ 의 두 근이 α , β 이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha+\beta=-a, -5=-a \quad \therefore a=5$$

$$\alpha\beta=3b, -6=3b \quad \therefore b=-2$$

$$\therefore ab=5\times(-2)=-10$$

048 ① ⑤

$x^2+ax+b=0$ 의 한 근이 $x=\sqrt{3}-1$, 즉 $x=-1+\sqrt{3}$ 이고 a , b 는 유리수이므로 다른 한 근은 $x=-1-\sqrt{3}$ 이다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$-a=(-1+\sqrt{3})+(-1-\sqrt{3})=-2 \quad \therefore a=2$$

$$b=(-1+\sqrt{3})(-1-\sqrt{3})=1-3=-2$$

$$\therefore a-b=2-(-2)=4$$

049 ① $2x^2-16x+24=0$

$2x^2-ax+b=0$ 의 한 근이 $x=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ 이고 a , b 는 유리수이므로

다른 한 근은 $x=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ 이다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$\frac{a}{2}=\frac{3-\sqrt{5}}{2}+\frac{3+\sqrt{5}}{2}=3 \quad \therefore a=6$$

$$\frac{b}{2}=\frac{3-\sqrt{5}}{2}\times\frac{3+\sqrt{5}}{2}=\frac{9-5}{4}=1 \quad \therefore b=2$$

따라서 a, b 를 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2인 이차방정식은
 $2\{x^2 - (6+2)x + 6 \times 2\} = 0$
 $\therefore 2x^2 - 16x + 24 = 0$

050 답 ① $\frac{1}{3}$

$2 < \sqrt{7} < 3$ 에서 $-3 < -\sqrt{7} < -2 \quad \therefore 1 < 4 - \sqrt{7} < 2$
 따라서 $4 - \sqrt{7}$ 의 소수 부분은 $(4 - \sqrt{7}) - 1 = 3 - \sqrt{7} \quad \dots (i)$
 이때 $x^2 - 6x + 3a + 1 = 0$ 의 한 근이 $x = 3 - \sqrt{7}$ 이고 a 는 유리수이므로 다른 한 근은 $x = 3 + \sqrt{7}$ 이다. $\dots (ii)$
 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해
 $3a + 1 = (3 - \sqrt{7})(3 + \sqrt{7}) = 9 - 7 = 2$
 $3a = 1 \quad \therefore a = \frac{1}{3} \quad \dots (iii)$

채점 기준

(i) $4 - \sqrt{7}$ 의 소수 부분 구하기	30 %
(ii) 다른 한 근 구하기	20 %
(iii) a 의 값 구하기	50 %

03 이차방정식의 활용 (1)

119~121쪽

핵심 유형

유형 13 답 ④

$\frac{n(n-3)}{2} = 54$ 에서
 $n^2 - 3n = 108, n^2 - 3n - 108 = 0$
 $(n+9)(n-12) = 0$
 $\therefore n = -9$ 또는 $n = 12$
 이때 $n > 3$ 이므로 $n = 12$
 따라서 구하는 다각형은 십이각형이다.

유형 14 답 (1) $x^2 + x - 30 = 0$ (2) 5

(1) $x + x^2 = 30$ 에서
 $x^2 + x - 30 = 0$
 (2) $(x+6)(x-5) = 0$
 $\therefore x = -6$ 또는 $x = 5$
 이때 x 는 자연수이므로 $x = 5$

유형 15 답 ④

연속하는 두 자연수를 $x, x+1$ (x 는 자연수)이라 하면
 $x^2 + (x+1)^2 = 145, x^2 + x^2 + 2x + 1 = 145$
 $2x^2 + 2x - 144 = 0, x^2 + x - 72 = 0$
 $(x+9)(x-8) = 0$
 $\therefore x = -9$ 또는 $x = 8$
 이때 x 는 자연수이므로 $x = 8$
 따라서 연속하는 두 자연수는 8, 9이므로 그 곱은
 $8 \times 9 = 72$

유형 16 답 ①

동생의 나이를 x 살이라 하면 누나의 나이는 $(x+6)$ 살이므로
 $(x+6)^2 = 3x^2 - 18, x^2 + 12x + 36 = 3x^2 - 18$
 $2x^2 - 12x - 54 = 0, x^2 - 6x - 27 = 0$
 $(x+3)(x-9) = 0$
 $\therefore x = -3$ 또는 $x = 9$
 이때 x 는 자연수이므로 $x = 9$
 따라서 동생의 나이는 9살이다.

핵심 유형 완성하기

051 답 ②

$\frac{n(n+1)}{2} = 136$ 에서
 $n^2 + n = 272, n^2 + n - 272 = 0$
 $(n+17)(n-16) = 0$
 $\therefore n = -17$ 또는 $n = 16$
 이때 n 은 자연수이므로 $n = 16$
 따라서 합이 136이 되려면 1부터 16까지의 수를 더해야 한다.

052 답 9팀

$\frac{n(n-1)}{2} = 36$ 에서
 $n^2 - n = 72, n^2 - n - 72 = 0$
 $(n+8)(n-9) = 0$
 $\therefore n = -8$ 또는 $n = 9$
 이때 n 은 자연수이므로 $n = 9$
 따라서 경기에 참가한 배구 팀의 수는 9팀이다.

053 답 ①

사용된 바둑돌의 개수는
 1단계에는 (1×3) 개, 2단계에는 (2×4) 개, 3단계에는 (3×5) 개,
 4단계에는 (4×6) 개, ...
 이므로 n 단계에는 $n(n+2)$ 개이다.
 따라서 168개의 바둑돌이 사용된 단계는
 $n(n+2) = 168, n^2 + 2n - 168 = 0$
 $(n+14)(n-12) = 0$
 $\therefore n = -14$ 또는 $n = 12$
 이때 n 은 자연수이므로 $n = 12$
 따라서 168개의 바둑돌로 만든 직사각형 모양은 12단계이다.

054 답 ③

어떤 자연수를 x 라 하면
 $2x = x^2 - 24, x^2 - 2x - 24 = 0$
 $(x+4)(x-6) = 0$
 $\therefore x = -4$ 또는 $x = 6$
 이때 x 는 자연수이므로 $x = 6$

055 ④

두 자연수 중 큰 수를 x 라 하면 나머지 수는 $x-7$ 이므로
 $x^2 + (x-7)^2 = 205$, $x^2 + x^2 - 14x + 49 = 205$
 $2x^2 - 14x - 156 = 0$, $x^2 - 7x - 78 = 0$
 $(x+6)(x-13) = 0$
 $\therefore x = -6$ 또는 $x = 13$
 이때 x 는 자연수이므로 $x = 13$
 따라서 두 자연수 중 큰 수는 13이다.

056 ⑦6

(가)에서 이 자연수의 일의 자리 숫자를 x 라 하면 십의 자리 숫자는 $13-x$ 이므로
 (나)에서 $x(13-x) = 10(13-x) + x - 34$
 $13x - x^2 = 130 - 10x + x - 34$, $x^2 - 22x + 96 = 0$
 $(x-6)(x-16) = 0$
 $\therefore x = 6$ 또는 $x = 16$
 이때 $0 \leq x \leq 9$ 이므로 $x = 6$
 따라서 구하는 자연수의 일의 자리 숫자는 6, 십의 자리 숫자는 $13-6=7$ 이므로 구하는 자연수는 76이다.
다른 풀이 이 자연수의 십의 자리 숫자를 x 라 하면 일의 자리 숫자는 $13-x$ 이므로
 $x(13-x) = 10x + 13 - x - 34$
 $13x - x^2 = 10x + 13 - x - 34$
 $x^2 - 4x - 21 = 0$, $(x+3)(x-7) = 0$
 $\therefore x = -3$ 또는 $x = 7$
 이때 $1 \leq x \leq 9$ 이므로 $x = 7$
 따라서 구하는 자연수의 십의 자리 숫자는 7, 일의 자리 숫자는 $13-7=6$ 이므로 구하는 자연수는 76이다.

057 ④

연속하는 세 자연수를 $x-1$, x , $x+1$ ($x > 1$ 인 자연수)이라 하면
 $(x-1)^2 + x^2 + (x+1)^2 = 365$
 $x^2 - 2x + 1 + x^2 + x^2 + 2x + 1 = 365$
 $3x^2 - 363 = 0$, $x^2 - 121 = 0$
 $(x+11)(x-11) = 0$
 $\therefore x = -11$ 또는 $x = 11$
 이때 $x > 1$ 인 자연수이므로 $x = 11$
 따라서 연속하는 세 자연수는 10, 11, 12이므로 그 합은 $10+11+12=33$

다른 풀이 연속하는 세 자연수를 x , $x+1$, $x+2$ (x 는 자연수)라 하면
 $x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 = 365$
 $x^2 + x^2 + 2x + 1 + x^2 + 4x + 4 = 365$
 $3x^2 + 6x - 360 = 0$, $x^2 + 2x - 120 = 0$
 $(x+12)(x-10) = 0$
 $\therefore x = -12$ 또는 $x = 10$
 이때 x 는 자연수이므로 $x = 10$
 따라서 연속하는 세 자연수는 10, 11, 12이므로 그 합은 $10+11+12=33$

058 ③

연속하는 두 홀수를 x , $x+2$ (x 는 홀수)라 하면
 $x(x+2) = 195$
 $x^2 + 2x = 195$, $x^2 + 2x - 195 = 0$
 $(x+15)(x-13) = 0$
 $\therefore x = -15$ 또는 $x = 13$
 이때 $x > 0$ 이므로 $x = 13$
 따라서 연속하는 두 홀수는 13, 15이므로 두 홀수 중 작은 수는 13이다.

다른 풀이 연속하는 두 홀수를 $2x-1$, $2x+1$ (x 는 자연수)이라 하면
 $(2x-1)(2x+1) = 195$, $4x^2 - 1 = 195$
 $4x^2 = 196$, $x^2 = 49$
 $\therefore x = -7$ 또는 $x = 7$
 이때 x 는 자연수이므로 $x = 7$
 따라서 연속하는 두 홀수는 13, 15이므로 두 홀수 중 작은 수는 13이다.

059 ⑮18

연속하는 세 짝수를 $x-2$, x , $x+2$ ($x > 2$ 인 짝수)라 하면
 $(x+2)(x-2) = 5x+2$... (i)
 $x^2 - 4 = 5x+2$, $x^2 - 5x - 6 = 0$
 $(x+1)(x-6) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = 6$... (ii)
 이때 $x > 2$ 인 짝수이므로 $x = 6$
 따라서 연속하는 세 짝수는 4, 6, 8이므로 그 합은 $4+6+8=18$... (iii)

채점 기준

(i) 이차방정식 세우기	40 %
(ii) 이차방정식 풀기	30 %
(iii) 세 짝수의 합 구하기	30 %

060 ①

x 년 후의 아버지의 나이는 $(46+x)$ 살, 아들의 나이는 $(10+x)$ 살
 이므로
 $3(46+x) = (10+x)^2$, $138+3x = 100+20x+x^2$
 $x^2 + 17x - 38 = 0$, $(x+19)(x-2) = 0$
 $\therefore x = -19$ 또는 $x = 2$
 이때 x 는 자연수이므로 $x = 2$
 따라서 2년 후이다.

061 ④

학생 수를 x 명이라 하면 사과를 한 학생에게 $(x-3)$ 개씩 나누어 주었으므로
 $x(x-3) = 180$, $x^2 - 3x = 180$
 $x^2 - 3x - 180 = 0$, $(x+12)(x-15) = 0$
 $\therefore x = -12$ 또는 $x = 15$
 이때 x 는 자연수이므로 $x = 15$
 따라서 학생 수는 15명이다.

062 ④ 민제: 7월 8일, 경미: 7월 15일

민제의 생일을 7월 x 일이라 하면 경미의 생일은 7월 $(x+7)$ 일이므로
 $x(x+7)=120$, $x^2+7x-120=0$
 $(x+15)(x-8)=0$ $\therefore x=-15$ 또는 $x=8$
 이때 x 는 자연수이므로 $x=8$
 따라서 민제의 생일은 7월 8일이고, 경미의 생일은 7월 15일이다.

04 이차방정식의 활용 (2)

122~125쪽

핵심 유형

유형17 ④ 2초 후

로켓을 발사한 지 x 초 후의 높이가 60m이므로
 $40x-5x^2=60$, $5x^2-40x+60=0$
 $x^2-8x+12=0$, $(x-2)(x-6)=0$
 $\therefore x=2$ 또는 $x=6$
 따라서 로켓의 높이가 처음으로 60m가 되는 것은 로켓을 발사한 지 2초 후이다.

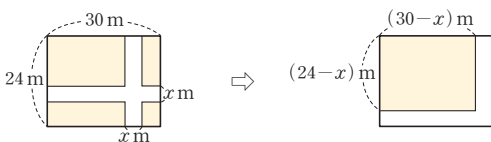
유형18 ④ ③

처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면
 $(x+1)(x-2)=868$, $x^2-x-2=868$
 $x^2-x-870=0$, $(x+29)(x-30)=0$
 $\therefore x=-29$ 또는 $x=30$
 이때 $x>2$ 이므로 $x=30$
 따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는 30cm이다.

유형19 ④ 4cm

작은 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면
 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(12-x)$ cm이므로
 $x^2+(12-x)^2=80$, $x^2+144-24x+x^2=80$
 $2x^2-24x+64=0$, $x^2-12x+32=0$
 $(x-4)(x-8)=0$ $\therefore x=4$ 또는 $x=8$
 이때 $x>0$ 이고 $12-x>x$ 이므로 $0<x<6$ $\therefore x=4$
 따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 4cm이다.

유형20 ④ 4m



도로의 폭을 x m라 하면 도로를 제외한 땅의 넓이가 520m^2 이므로
 $(30-x)(24-x)=520$, $720-54x+x^2=520$
 $x^2-54x+200=0$, $(x-4)(x-50)=0$
 $\therefore x=4$ 또는 $x=50$
 이때 $0<x<24$ 이므로 $x=4$
 따라서 도로의 폭은 4m이다.

유형21 ④ 9cm

처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이를 x cm라 하면
 $2(x-4)^2=50$, $(x-4)^2=25$, $x^2-8x+16=25$
 $x^2-8x-9=0$, $(x+1)(x-9)=0$
 $\therefore x=-1$ 또는 $x=9$
 이때 $x>4$ 이므로 $x=9$
 따라서 처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이는 9cm이다.

핵심 유형 완성하기

063 ④ ③

물체를 던져 올린 지 x 초 후의 높이가 45m이므로
 $30x-5x^2=45$, $5x^2-30x+45=0$
 $x^2-6x+9=0$, $(x-3)^2=0$
 $\therefore x=3$ (중근)
 따라서 물체의 높이가 처음으로 45m가 되는 것은 물체를 던져 올린 지 3초 후이다.

064 ④ 3초

공이 지면에 떨어질 때의 높이는 0m이므로
 $-5t^2+10t+15=0$, $t^2-2t-3=0$
 $(t+1)(t-3)=0$
 $\therefore t=-1$ 또는 $t=3$
 이때 $t>0$ 이므로 $t=3$
 따라서 차 올린 공이 지면에 떨어질 때까지 걸리는 시간은 3초이다.

065 ④ ③

물체를 쏘아 올린 지 x 초 후의 높이가 30m이므로
 $25x-5x^2=30$, $5x^2-25x+30=0$
 $x^2-5x+6=0$, $(x-2)(x-3)=0$
 $\therefore x=2$ 또는 $x=3$
 따라서 물체가 지면으로부터 30m인 지점을 두 번째로 지나가는 것은 물체를 쏘아 올린 지 3초 후이다.

066 ④ 11초

물체를 쏘아 올린 지 t 초 후의 높이가 60m이므로
 $65t-5t^2=60$, $5t^2-65t+60=0$
 $t^2-13t+12=0$, $(t-1)(t-12)=0$
 $\therefore t=1$ 또는 $t=12$
 따라서 물체가 지면으로부터 60m 이상인 지점을 지나가는 시간은 1초부터 12초까지이므로 11초 동안이다.

067 ④ 3m

처음 꽃밭의 한 변의 길이를 x m라 하면
 $(x+2)(x+4)=35$, $x^2+6x+8=35$
 $x^2+6x-27=0$, $(x+9)(x-3)=0$
 $\therefore x=-9$ 또는 $x=3$
 이때 $x>0$ 이므로 $x=3$
 따라서 처음 꽃밭의 한 변의 길이는 3m이다.

068 답 1 cm 또는 3 cm

$\triangle EFC$ 는 직각이등변삼각형이므로

$\overline{BF} = x$ cm라 하면

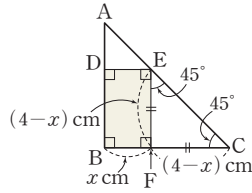
$\overline{EF} = \overline{CF} = (4-x)$ cm

$$x(4-x) = 3, x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x-1)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 $\overline{BF}$ 의 길이는 1 cm 또는 3 cm이다.



069 답 3초 후

점 P, Q가 출발한 지 x 초 후에 $\triangle PBQ$ 의 넓이가 27 cm^2 가 된다고 하면 점 P는 매초 3 cm씩 움직이므로 $\overline{AP} = 3x$ cm

$$\therefore \overline{PB} = 18 - 3x \text{ (cm)}$$

점 Q는 매초 2 cm씩 움직이므로 $\overline{BQ} = 2x$ cm ... (i)

$$\text{따라서 } \frac{1}{2} \times (18 - 3x) \times 2x = 27 \text{에서}$$

$$3x^2 - 18x + 27 = 0 \quad \dots \text{(ii)}$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0, (x-3)^2 = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ (중근)} \quad \dots \text{(iii)}$$

따라서 $\triangle PBQ$ 의 넓이가 27 cm^2 가 되는 것은 출발한 지 3초 후이다. ... (iv)

채점 기준

(i) PB, BQ를 x 에 대한 식으로 나타내기	30 %
(ii) 이차방정식 세우기	20 %
(iii) 이차방정식 풀기	30 %
(iv) 답 구하기	20 %

070 답 $-2 + 2\sqrt{5}$

$\overline{AB} = x$ 라 하면 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 가

모두 이등변삼각형이므로

$$\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{DC} = x$$

$$\overline{BD} = \overline{BC} - \overline{DC} = 4 - x$$

$\triangle ABC$ 에서 $\angle BAD = \angle CAD$ 이므로

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} \rightarrow$ 삼각형의 내각의 이등분선의 성질

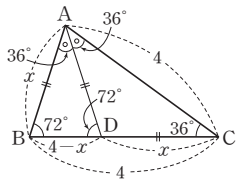
$$x : 4 = (4-x) : x \text{에서 } x^2 = 4(4-x)$$

$$x^2 = 16 - 4x, x^2 + 4x - 16 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 1 \times (-16)}}{1} = -2 \pm 2\sqrt{5}$$

이때 $0 < x < 4$ 이므로 $x = -2 + 2\sqrt{5}$

따라서 $\overline{AB}$ 의 길이는 $-2 + 2\sqrt{5}$ 이다.



071 답 $(2 + \sqrt{2})$ cm

처음 원의 반지름의 길이를 x cm라 하면

$$\pi(x-1)^2 = \frac{1}{2}\pi x^2, 2x^2 - 4x + 2 = x^2, x^2 - 4x + 2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 1 \times 2}}{1} = 2 \pm \sqrt{2}$$

이때 $x > 1$ 이므로 $x = 2 + \sqrt{2}$

따라서 처음 원의 반지름의 길이는 $(2 + \sqrt{2})$ cm이다.

072 답 2 cm

$\overline{AB} = x$ cm라 하면 $\overline{OA} = (x+1)$ cm, $\overline{OB} = (2x+1)$ cm이므로

$$\pi(2x+1)^2 - \pi(x+1)^2 = 16\pi, 4x^2 + 4x + 1 - (x^2 + 2x + 1) = 16$$

$$3x^2 + 2x - 16 = 0, (3x+8)(x-2) = 0 \quad \therefore x = -\frac{8}{3} \text{ 또는 } x = 2$$

이때 $x > 0$ 이므로 $x = 2$

따라서 $\overline{AB}$ 의 길이는 2 cm이다.

073 답 6

$\overline{AC} = x$ 라 하면 $\overline{BC} = 8 - x$ 이므로

(색칠한 부분의 넓이) = ($\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)

- ($\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)

- ($\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)

$$\text{에서 } 3\pi = \frac{1}{2}\pi \times \left(\frac{8}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}\pi \times \left(\frac{x}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}\pi \times \left(\frac{8-x}{2}\right)^2$$

양변에 $\frac{8}{\pi}$ 을 곱하면

$$24 = 64 - x^2 - (64 - 16x + x^2), 2x^2 - 16x + 24 = 0$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0, (x-2)(x-6) = 0 \quad \therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 6$$

이때 $\overline{AC} > \overline{BC}$ 에서 $x > 8 - x$ 이므로 $x > 4 \quad \therefore x = 6$

따라서 $\overline{AC}$ 의 길이는 6이다.

074 답 4 cm

$\overline{AP} = x$ cm라 하면

$\overline{BP} = (10 - x)$ cm이므로

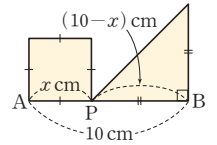
$$x^2 + \frac{1}{2}(10-x)^2 = 34, 2x^2 + (10-x)^2 = 68$$

$$2x^2 + 100 - 20x + x^2 = 68, 3x^2 - 20x + 32 = 0$$

$$(3x-8)(x-4) = 0 \quad \therefore x = \frac{8}{3} \text{ 또는 } x = 4$$

이때 x 는 자연수이므로 $x = 4$

따라서 $\overline{AP}$ 의 길이는 4 cm이다.



075 답 1 cm

작은 삼각형의 빗변이 아닌 한 변의 길이를 x cm라 하면

$$\frac{1}{2}(6-x)^2 + \frac{1}{2}x^2 = 13, (6-x)^2 + x^2 = 26$$

$$36 - 12x + x^2 + x^2 = 26, 2x^2 - 12x + 10 = 0$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0, (x-1)(x-5) = 0 \quad \therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 5$$

이때 $x > 0$ 이고 $6 - x > x$ 이므로 $0 < x < 3 \quad \therefore x = 1$

따라서 작은 삼각형의 빗변이 아닌 한 변의 길이는 1 cm이다.

076 답 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$\overline{BC} = x$ 라 하면 $\overline{DE} = \overline{CF} = x - 1$

$\square ABCD \sim \square DEFC$ 이므로 $\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{EF}$ 에서

$$1 : (x-1) = x : 1$$

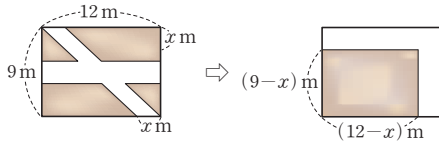
$$x(x-1) = 1, x^2 - x - 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

이때 $x > 1$ 이므로 $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

따라서 $\overline{BC}$ 의 길이는 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ 이다.

077 답 3

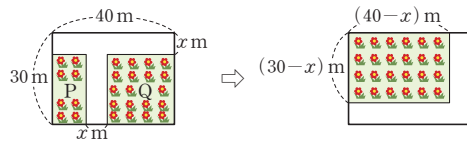


길을 제외한 땅의 넓이가 54m^2 이므로
 $(12-x)(9-x)=54$, $108-21x+x^2=54$
 $x^2-21x+54=0$, $(x-3)(x-18)=0$
 $\therefore x=3$ 또는 $x=18$
 이때 $0 < x < 9$ 이므로 $x=3$

078 답 2m

길의 폭을 $x\text{m}$ 라 하면 길을 제외한 잔디밭의 넓이가 80m^2 이므로
 $(14-2x)(10-x)=80$, $140-34x+2x^2=80$
 $2x^2-34x+60=0$, $x^2-17x+30=0$
 $(x-2)(x-15)=0$
 $\therefore x=2$ 또는 $x=15$
 이때 $0 < x < 7$ 이므로 $x=2$
 따라서 길의 폭은 2m 이다.

079 답 5m



길의 폭을 $x\text{m}$ 라 하면 꽃밭 P, Q의 넓이의 합이 875m^2 이므로
 $(40-x)(30-x)=875$, $1200-70x+x^2=875$
 $x^2-70x+325=0$, $(x-5)(x-65)=0$
 $\therefore x=5$ 또는 $x=65$
 이때 $0 < x < 30$ 이므로 $x=5$
 따라서 길의 폭은 5m 이다.

080 답 2m

산책로의 폭이 $x\text{m}$ 이고 산책로의 넓이가 88m^2 이므로
 $(10+2x)(8+2x)-10 \times 8=88$, $80+36x+4x^2-80=88$
 $4x^2+36x-88=0$, $x^2+9x-22=0$
 $(x+11)(x-2)=0$
 $\therefore x=-11$ 또는 $x=2$
 이때 $x > 0$ 이므로 $x=2$
 따라서 산책로의 폭은 2m 이다.

081 답 19cm

처음 직사각형 모양의 종이의 가로 길이 $x\text{cm}$ 라 하면 세로 길이는 $(x-5)\text{cm}$ 이다.
 네 귀퉁이를 잘라 만든 직육면체의 밑면의 가로 길이는 $(x-4)\text{cm}$,
 세로 길이는 $(x-5)-4=x-9(\text{cm})$, 높이는 2cm 이므로
 $2(x-4)(x-9)=300$, $x^2-13x+36=150$

$x^2-13x-114=0$, $(x+6)(x-19)=0$
 $\therefore x=-6$ 또는 $x=19$
 이때 $x > 9$ 이므로 $x=19$
 따라서 가로의 길이는 19cm 이다.

082 답 1cm

잘라 내는 정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{cm}$ 라 하면
 $(6-2x)^2=16$, $36-24x+4x^2=16$
 $4x^2-24x+20=0$, $x^2-6x+5=0$
 $(x-1)(x-5)=0$
 $\therefore x=1$ 또는 $x=5$
 이때 $0 < x < 3$ 이므로 $x=1$
 따라서 잘라 내는 정사각형의 한 변의 길이는 1cm 이다.

083 답 5cm

빗금 친 부분의 세로의 길이를 $x\text{cm}$ 라 하면 가로의 길이는 $(80-2x)\text{cm}$ 이므로
 $x(80-2x)=350$... (i)
 $2x^2-80x+350=0$, $x^2-40x+175=0$
 $(x-5)(x-35)=0$
 $\therefore x=5$ 또는 $x=35$... (ii)
 이때 빗금 친 부분의 가로의 길이가 세로의 길이보다 길므로
 $80-2x > x$, $3x < 80$ $\therefore x < \frac{80}{3}$
 따라서 물받이의 높이는 5cm 이다. ... (iii)

채점 기준

(i) 이차방정식 세우기	30%
(ii) 이차방정식 풀기	40%
(iii) 물받이의 높이 구하기	30%

핵심 유형 최종 점검하기

126~129쪽

084 답 ③

$ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$)
 $\Rightarrow x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$
 $\Rightarrow x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$
 $\Rightarrow x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=-\frac{c}{a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2$
 $\Rightarrow \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$
 $\Rightarrow x+\frac{b}{2a}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
 $\Rightarrow \therefore x=\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

085 답 $-\sqrt{17}$

$2x^2+3x-1=0$ 에서

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$$

이때 두 근 중 작은 근은 $k = \frac{-3 - \sqrt{17}}{4}$ 이므로

$$4k+3 = 4 \times \frac{-3 - \sqrt{17}}{4} + 3 = -\sqrt{17}$$

086 답 ⑤

주어진 이차방정식의 양변에 30을 곱하면

$$10x^2 - 75x + 90 = 0, 2x^2 - 15x + 18 = 0$$

$$(2x-3)(x-6)=0 \quad \therefore x = \frac{3}{2} \text{ 또는 } x=6$$

087 답 ②

주어진 이차방정식의 양변에 6을 곱하면

$$2x(x+2) - 3(x-2)(x+1) = 2x-1$$

$$2x^2 + 4x - 3x^2 + 3x + 6 = 2x - 1, x^2 - 5x - 7 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 1 \times (-7)}}{2 \times 1} = \frac{5 \pm \sqrt{53}}{2}$$

088 답 ④

$(x+y-2)(x+y+4)=27$ 에서 $x+y=A$ 로 놓으면

$$(A-2)(A+4)=27, A^2+2A-8=27$$

$$A^2+2A-35=0, (A+7)(A-5)=0 \quad \therefore A=-7 \text{ 또는 } A=5$$

즉, $x+y=-7$ 또는 $x+y=5$

이때 x, y 가 모두 양수이므로 $x+y=5$

조건에서 $x-y=-4$ 이므로 두 식을 연립하여 풀면

$$x = \frac{1}{2}, y = \frac{9}{2}$$

089 답 ㄱ, ㄴ

ㄱ. $k=1$ 이면 $(-2)^2 - 1 \times 1 = 3 > 0$ 이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

ㄴ. $k=4$ 이면 $(-2)^2 - 1 \times 4 = 0$ 이므로 중근을 갖는다.

ㄷ. $k=0$ 이면 $(-2)^2 - 1 \times 0 = 4 > 0$ 이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

ㄹ. $k=-5$ 이면 $x^2 - 4x - 5 = 0$ 에서

$$(x+1)(x-5)=0 \quad \therefore x = -1 \text{ 또는 } x=5$$

따라서 한 근은 음수, 다른 한 근은 양수인 두 근을 갖는다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

090 답 $m=-12, x=6$

$x^2+mx+36=0$ 이 중근을 가지려면

$$m^2 - 4 \times 1 \times 36 = 0, m^2 = 144 \quad \therefore m = \pm 12$$

(i) $m=12$ 일 때, $x^2+12x+36=0, (x+6)^2=0$

$$\therefore x = -6 \text{ (중근)}$$

(ii) $m=-12$ 일 때, $x^2-12x+36=0, (x-6)^2=0$

$$\therefore x = 6 \text{ (중근)}$$

따라서 양수인 중근을 갖도록 하는 m 의 값은 -12 이고 이때의 중근은 $x=6$ 이다.

091 답 $x=6$

$x^2-6x+k=0$ 이 중근을 갖고 일차항의 계수가 짝수이므로

$$(-3)^2 - 1 \times k = 0 \quad \therefore k=9$$

주어진 두 이차방정식에 $k=9$ 를 대입하면

$$x^2-x-30=0 \text{에서 } (x+5)(x-6)=0$$

$$\therefore x = -5 \text{ 또는 } x=6$$

$$3x^2-19x+6=0 \text{에서 } (3x-1)(x-6)=0$$

$$\therefore x = \frac{1}{3} \text{ 또는 } x=6$$

따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=6$ 이다.

092 답 -3

(가)에서 $x^2+2x-k+3=0$ 이 근을 갖지 않고 일차항의 계수가 짝수이므로

$$1^2 - 1 \times (-k+3) < 0$$

$$1+k-3 < 0 \quad \therefore k < 2$$

(나)에서 $x^2+(k-1)x+4=0$ 이 중근을 가지므로

$$(k-1)^2 - 4 \times 1 \times 4 = 0$$

$$k^2-2k+1-16=0, k^2-2k-15=0, (k+3)(k-5)=0$$

$$\therefore k = -3 \text{ 또는 } k=5$$

따라서 (가), (나)를 모두 만족시키는 k 의 값은 -3 이다.

093 답 -11

주어진 이차방정식의 양변에 16을 곱하면

$$16x - (x^2+1) = 12(x-1), 16x - x^2 - 1 = 12x - 12$$

즉, $x^2-4x-11=0$ 이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$(\text{두 근의 곱}) = -11$$

094 답 -3

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$-\frac{a}{4} = -\frac{3}{4} + 2, -\frac{a}{4} = \frac{5}{4} \quad \therefore a = -5$$

$$-\frac{b}{4} = -\frac{3}{4} \times 2, -\frac{b}{4} = -\frac{6}{4} \quad \therefore b = 6 \quad \dots (i)$$

$a=-5, b=6$ 을 $(a+1)x^2+5x+2b=0$ 에 대입하면

$$-4x^2+5x+12=0 \quad \dots (ii)$$

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$\text{두 근의 곱은 } -3 \text{이다.} \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) a, b 의 값 구하기	60 %
(ii) 이차방정식 구하기	20 %
(iii) 두 근의 곱 구하기	20 %

095 답 ②

$x^2-x-1=0$ 의 두 근이 α, β 이므로

$$\alpha^2 - \alpha - 1 = 0, \beta^2 - \beta - 1 = 0$$

또한 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha\beta = -1$

$$\begin{aligned} \therefore (\alpha^2 - 2\alpha - 1)(\beta^2 - 2\beta - 1) &= (\alpha^2 - \alpha - 1 - \alpha)(\beta^2 - \beta - 1 - \beta) \\ &= (-\alpha) \times (-\beta) \\ &= \alpha\beta = -1 \end{aligned}$$

096 답 ②

두 근을 a , $a+1$ (a 는 자연수)로 놓으면 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$a + (a+1) = 25, 2a = 24 \quad \therefore a = 12$$

따라서 두 근이 12, 13이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 $n = 12 \times 13 = 156$

097 답 ②

근이 $x = -2$ 또는 $x = 3$ 이고, x^2 의 계수가 1인 이차방정식은

$$(x+2)(x-3) = 0, x^2 - x - 6 = 0$$

$$\therefore a = -1, b = -6$$

따라서 이차방정식 $bx^2 + ax + 1 = 0$ 은

$$-6x^2 - x + 1 = 0$$

$$6x^2 + x - 1 = 0, (2x+1)(3x-1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = \frac{1}{3}$$

다른 풀이 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$-a = -2 + 3 = 1 \quad \therefore a = -1$$

$$b = -2 \times 3 = -6$$

따라서 이차방정식 $bx^2 + ax + 1 = 0$ 은 $-6x^2 - x + 1 = 0$

$$6x^2 + x - 1 = 0, (2x+1)(3x-1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = \frac{1}{3}$$

098 답 $3x^2 - 6 = 0$

$x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 두 근이 p , q 이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$p + q = 4, pq = 2$$

$$\text{이때 } (p-2) + (q-2) = p + q - 4 = 4 - 4 = 0,$$

$$(p-2)(q-2) = pq - 2(p+q) + 4 = 2 - 8 + 4 = -2$$

따라서 $p-2$, $q-2$ 를 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 3인 이차방정식은 $3(x^2 - 2) = 0 \quad \therefore 3x^2 - 6 = 0$

099 답 2

$$3 < \sqrt{13} < 4 \text{에서 } 1 < -2 + \sqrt{13} < 2 \text{이므로}$$

정수 부분은 $a = 1$

$$\text{소수 부분은 } b = (-2 + \sqrt{13}) - 1 = -3 + \sqrt{13}$$

이차방정식 $ax^2 + px + q = 0$ 은 $x^2 + px + q = 0$ 이고 이 이차방정식의 한 근은 $x = -3 + \sqrt{13}$ 이다.

이때 p , q 는 유리수이므로 다른 한 근은 $x = -3 - \sqrt{13}$ 이다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$-p = (-3 + \sqrt{13}) + (-3 - \sqrt{13}) = -6 \quad \therefore p = 6$$

$$q = (-3 + \sqrt{13})(-3 - \sqrt{13}) = 9 - 13 = -4$$

$$\therefore p + q = 6 + (-4) = 2$$

100 답 10명

$$\frac{n(n-1)}{2} = 45 \text{에서 } n^2 - n = 90, n^2 - n - 90 = 0 \quad \dots (i)$$

$$(n+9)(n-10) = 0 \quad \therefore n = -9 \text{ 또는 } n = 10 \quad \dots (ii)$$

이때 n 은 자연수이므로 $n = 10$

따라서 모임에 참가한 학생 수는 10명이다. $\dots (iii)$

채점 기준

(i) 이차방정식을 세워 정리하기	30 %
(ii) 이차방정식 풀기	40 %
(iii) 모임에 참가한 학생 수 구하기	30 %

101 답 9

어떤 자연수를 x 라 하면

$$(x-3)^2 = 3(x+3), x^2 - 6x + 9 = 3x + 9$$

$$x^2 - 9x = 0, x(x-9) = 0 \quad \therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 9$$

이때 x 는 자연수이므로 $x = 9$

따라서 어떤 자연수는 9이다.

102 답 ④

연속하는 두 짝수를 x , $x+2$ (x 는 짝수)라 하면

$$x^2 + (x+2)^2 = x(x+2) + 52$$

$$x^2 + x^2 + 4x + 4 = x^2 + 2x + 52, x^2 + 2x - 48 = 0$$

$$(x+8)(x-6) = 0$$

$$\therefore x = -8 \text{ 또는 } x = 6$$

이때 $x > 0$ 이므로 $x = 6$

따라서 연속하는 두 짝수는 6, 8이므로 그 합은

$$6 + 8 = 14$$

103 답 ②

택견 캠프가 시작되는 날을 8월 x 일이라 하면 택견 캠프는 8월 x 일, 8월 $(x+1)$ 일, 8월 $(x+2)$ 일의 3일 동안 진행된다. 이 사흘의 날 짜의 제공의 합이 245이므로

$$x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 = 245$$

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 + x^2 + 4x + 4 = 245$$

$$3x^2 + 6x - 240 = 0, x^2 + 2x - 80 = 0$$

$$(x+10)(x-8) = 0$$

$$\therefore x = -10 \text{ 또는 } x = 8$$

이때 x 는 자연수이므로 $x = 8$

따라서 택견 캠프가 시작되는 날은 8월 8일이다.

104 답 ②

원숭이의 수를 x 마리라 하면

$$x - \left(\frac{1}{8}x\right)^2 = 12, x - \frac{1}{64}x^2 = 12, x^2 - 64x + 768 = 0$$

$$(x-16)(x-48) = 0$$

$$\therefore x = 16 \text{ 또는 } x = 48$$

이때 원숭이는 20마리를 넘지 않으므로 모두 16마리이다.

105 답 ②

야구공이 지면에 떨어질 때의 높이는 0m이므로

$$-5t^2 + 24t + 5 = 0$$

$$5t^2 - 24t - 5 = 0, (5t+1)(t-5) = 0$$

$$\therefore t = -\frac{1}{5} \text{ 또는 } t = 5$$

이때 $t > 0$ 이므로 $t = 5$

따라서 야구공이 지면에 떨어지는 것은 던져 올린 지 5초 후이다.

106 답 P(6, 3)

점 P(a, b)가 일차함수 $y = -2x + 15$ 의 그래프 위에 있으므로 $b = -2a + 15$

(□OQPR의 넓이) = $a(-2a + 15) = 18$ 에서

$$2a^2 - 15a + 18 = 0, (2a - 3)(a - 6) = 0$$

$$\therefore a = \frac{3}{2} \text{ 또는 } a = 6$$

이때 a, b는 정수이므로 $a = 6$

$$a = 6 \text{을 } b = -2a + 15 \text{에 대입하면 } b = -2 \times 6 + 15 = 3$$

따라서 점 P의 좌표는 (6, 3)이다.

107 답 ③

7개의 합동인 직사각형의 짧은 변의 길이를 x cm, 긴 변의 길이를 y cm라 하면

$$\overline{AD} = \overline{BC} \text{이므로 } 4x = 3y \quad \therefore y = \frac{4}{3}x$$

$$\overline{AD} = 4x \text{ cm, } \overline{AB} = (y + x) \text{ cm이므로}$$

$$4x(y + x) = 189, 4x\left(\frac{4}{3}x + x\right) = 189, x^2 - \frac{81}{4} = 0$$

$$\left(x + \frac{9}{2}\right)\left(x - \frac{9}{2}\right) = 0 \quad \therefore x = -\frac{9}{2} \text{ 또는 } x = \frac{9}{2}$$

$$\text{이때 } x > 0 \text{이므로 } x = \frac{9}{2}$$

$$x = \frac{9}{2} \text{를 } y = \frac{4}{3}x \text{에 대입하면 } y = \frac{4}{3} \times \frac{9}{2} = 6$$

$$\begin{aligned} \therefore (\square ABCD \text{의 둘레의 길이}) &= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{AD} \\ &= 2\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AD} \\ &= 2(x + y) + 3y + 4x \\ &= 6x + 5y \\ &= 6 \times \frac{9}{2} + 5 \times 6 \\ &= 27 + 30 = 57(\text{cm}) \end{aligned}$$

108 답 $(10 - 5\sqrt{2}) \text{ cm}$

$\overline{AC} = x \text{ cm}$ 라 하면

$$\overline{BC} = (5 - x) \text{ cm이므로}$$

$$x^2 = 2(5 - x)^2, x^2 = 50 - 20x + 2x^2$$

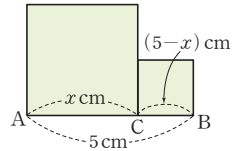
$$x^2 - 20x + 50 = 0$$

일차항의 계수가 짝수이므로

$$x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 1 \times 50}}{1} = 10 \pm \sqrt{50} = 10 \pm 5\sqrt{2}$$

$$\text{이때 } 0 < x < 5 \text{이므로 } x = 10 - 5\sqrt{2}$$

따라서 $\overline{AC}$ 의 길이는 $(10 - 5\sqrt{2}) \text{ cm}$ 이다.



109 답 5 cm

오려 낸 부분의 폭을 x cm라 하면 나머지 네 조각의 넓이의 합이 700 cm^2 이므로

$$(40 - x)(25 - x) = 700, x^2 - 65x + 1000 = 700$$

$$x^2 - 65x + 300 = 0, (x - 5)(x - 60) = 0 \quad \therefore x = 5 \text{ 또는 } x = 60$$

$$\text{이때 } 0 < x < 25 \text{이므로 } x = 5$$

따라서 오려 낸 부분의 폭은 5 cm이다.

110 답 26 cm

처음 정사각형 모양의 색종이의 한 변의 길이를 x cm라 하면 네 귀퉁이를 잘라 만든 직육면체의 밑면의 가로 길이는 $(x - 6) \text{ cm}$, 세로의 길이는 $(x - 6) \text{ cm}$, 높이는 3 cm이므로

$$3(x - 6)^2 = 1200, (x - 6)^2 = 400$$

$$x^2 - 12x + 36 = 400, x^2 - 12x - 364 = 0$$

$$(x + 14)(x - 26) = 0 \quad \therefore x = -14 \text{ 또는 } x = 26$$

$$\text{이때 } x > 6 \text{이므로 } x = 26$$

따라서 처음 정사각형 모양의 색종이의 한 변의 길이는 26 cm이다.



8 이차함수와 그 그래프

해설 유형

- 유형01 ① 유형02 ⑤ 유형03 ⑤
 유형04 $\frac{1}{2} < a < 3$ 유형05 ④ 유형06 ③
 유형07 $y = -x^2$ 유형08 $\frac{1}{4}$ 유형09 $-\frac{5}{2}$
 유형10 $(0, -1), x=0$ 유형11 ④ 유형12 ②
 유형13 $x > 4$ 유형14 $a > 0, p < 0, q < 0$ 유형15 ①
 유형16 ③

해설 유형

완성하기

- 001 ② 002 ④, ⑦ 003 $k \neq -1$
 004 ② 005 ② 006 10 007 8 008 ⑤
 009 ④ 010 ① 011 ③ 012 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣
 013 ① 014 6 015 ③ 016 $\frac{1}{2}$ 017 $-\frac{3}{4}$
 018 3 019 ㉠, ㉢ 020 ⑤ 021 $\frac{3}{2}$
 022 $y = \frac{1}{2}x^2$ 023 6 024 -2 025 ③
 026 $\frac{4}{3}$ 027 18 028 $\frac{4}{3}$ 029 -4 030 1
 031 ③ 032 3 033 3 034 ⑤ 035 -3
 036 10 037 ②, ④ 038 ①
 039 $(0, -6)$ 040 0 041 ① 042 ①
 043 $x > 1$ 044 $y = 2(x-3)^2$ 045 ㉠, ㉢
 046 ② 047 ⑤ 048 3 049 $-\frac{1}{2}, 3$
 050 ③ 051 ⑤ 052 ① 053 $x < 3$
 054 $a < 0, p > 0, q > 0$ 055 ⑤ 056 ① 057 ②
 058 ⑤ 059 $a = -2, b = -2, c = 2$ 060 -7
 061 1 062 -3 063 ① 064 $-\frac{2}{3}$ 065 -5
 066 ①

해설 유형

최종 점검하기

- 067 ③ 068 ③ 069 ② 070 ② 071 ③
 072 1 073 3 074 ③ 075 ④ 076 $\frac{1}{4}$

- 077 ② 078 4 079 ① 080 9 081 -1
 082 2 083 ④ 084 ③
 085 제1사분면, 제2사분면 086 $(0, 3)$
 087 ①

01 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프 (1)

132~134쪽

핵심 유형

유형01 ① ①

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad y &= x(2x+3) - 5 \\ &= 2x^2 + 3x - 5 \text{ (이차함수)} \end{aligned}$$

② 이차방정식

③ 일차함수

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad y &= x^2 - x(x+4) - 2 \\ &= x^2 - x^2 - 4x - 2 \\ &= -4x - 2 \text{ (일차함수)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \quad y &= (2x+4)(x^2-2) \\ &= 2x^3 + 4x^2 - 4x - 8 \text{ — } x \text{에 대한 이차식이 아니다.} \end{aligned}$$

따라서 y 가 x 에 대한 이차함수인 것은 ①이다.

유형02 ⑤ ⑤

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x^2 + 5x - 3 \text{에서} \\ f(-1) &= 2 \times (-1)^2 + 5 \times (-1) - 3 \\ &= 2 - 5 - 3 = -6 \\ f(1) &= 2 \times 1^2 + 5 \times 1 - 3 \\ &= 2 + 5 - 3 = 4 \\ \therefore f(-1) + f(1) &= -6 + 4 = -2 \end{aligned}$$

유형03 ⑤ ⑤

⑤ $a < 0$ 이면 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

유형04 ⑤ $\frac{1}{2} < a < 3$

$y = ax^2$ 의 그래프의 폭이 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프보다 좁고 $y = 3x^2$ 의 그래프보다 넓으므로

$$\left| \frac{1}{2} \right| < |a| < |3| \quad \therefore \frac{1}{2} < |a| < 3$$

이때 $a > 0$ 이므로 $\frac{1}{2} < a < 3$

001 답 ②

ㄱ. 일차함수

ㄴ. $y = x(10 - x) = -x^2 + 10x$ (이차함수)

ㄷ. 이차항이 없으므로 이차함수가 아니다.

ㄹ. $y = (x - 2)(x + 3) - x^2 = x^2 + x - 6 - x^2 = x - 6$ (일차함수)

ㅁ. 이차함수

ㅂ. 분모에 이차항이 있으므로 이차함수가 아니다.

따라서 y 가 x 에 대한 이차함수인 것은 ㄴ, ㅁ이다.

002 답 ④, ⑦

① (거리) = (속력) × (시간)이므로 $y = 100x$ (일차함수)

② (정육면체의 부피) = (가로의 길이) × (세로의 길이) × (높이)
= (한 모서리의 길이)³

이므로 $y = x^3$


③ (정삼각형의 둘레의 길이) = $3 \times$ (한 변의 길이)이므로
 $y = 3x$ (일차함수)

④ (원기둥의 부피) = $\pi \times$ (밑면의 반지름의 길이)² × (높이)이므로
 $y = 10\pi x^2$ (이차함수)

⑤ (직사각형의 둘레의 길이) = $2\{(\text{가로의 길이}) + (\text{세로의 길이})\}$
이므로 $20 = 2(y + x)$, $10 = y + x$
 $\therefore y = 10 - x$ (일차함수)

⑥ (밤의 길이) = $24 - (\text{낮의 길이})$ 이므로
 $y = 24 - x$ (일차함수)

⑦ (직사각형의 넓이) = (가로의 길이) × (세로의 길이)이므로
 $y = x(x + 4) = x^2 + 4x$ (이차함수)

따라서 y 가 x 에 대한 이차함수인 것은 ④, ⑦이다.

003 답 $k \neq -1$

$$y = kx^2 + (x - 3)(x - 1)$$

$$= kx^2 + x^2 - 4x + 3$$

$$= (k + 1)x^2 - 4x + 3$$

이때 이차항의 계수가 0이 아니어야 하므로

$$k + 1 \neq 0 \quad \therefore k \neq -1$$

004 답 ②

$$f(x) = x^2 + 2x - 3 \text{에서}$$

$$f(2) = 2^2 + 2 \times 2 - 3 = 5$$

$$f(-2) = (-2)^2 + 2 \times (-2) - 3 = -3$$

$$\therefore f(2) + f(-2) = 5 + (-3) = 2$$

005 답 ②

$$f(x) = 2x^2 - 3x - 1 \text{에서}$$

$$f(a) = 2a^2 - 3a - 1$$

$$\text{즉, } 2a^2 - 3a - 1 = 1 \text{이므로 } 2a^2 - 3a - 2 = 0$$

$$(2a + 1)(a - 2) = 0$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } a = 2$$

이때 a 가 정수이므로 $a = 2$

006 답 10

$$f(x) = -2x^2 - ax + 5 \text{에서}$$

$$f(-1) = 2 \text{이므로}$$

$$-2 \times (-1)^2 - a \times (-1) + 5 = 2$$

$$-2 + a + 5 = 2$$

$$\therefore a = -1$$

$$\text{즉, } f(x) = -2x^2 + x + 5 \text{에서}$$

$$f(3) = b \text{이므로}$$

$$-2 \times 3^2 + 3 + 5 = b$$

$$\therefore b = -10$$

$$\therefore ab = -1 \times (-10) = 10$$

007 답 8

$$f(x) = -2x^2 + a \text{에서}$$

$$f(-1) = -2 \times (-1)^2 + a = -2 + a$$

$$f(0) = -2 \times 0^2 + a = a$$

$$f(1) = -2 \times 1^2 + a = -2 + a$$

이때 각 x 의 값에 대한 함숫값의 총합이 20이므로

$$-2 + a + a - 2 + a = 20$$

$$3a - 4 = 20, \quad 3a = 24$$

$$\therefore a = 8$$

008 답 ⑤

① 제3사분면과 제4사분면을 지난다.

② 위로 볼록한 포물선이다.

③ 꼭짓점의 좌표는 (0, 0)이다.

④ $y = \frac{3}{2}x^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭이다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

009 답 ④

① 각 그래프의 꼭짓점의 좌표는 (0, 0)으로 모두 같다.

③ $\left|\frac{1}{5}\right| < \left|-\frac{3}{4}\right| = \left|\frac{3}{4}\right| < |2| = |-2| < |-5|$ 이므로 그래프의 폭
이 가장 좁은 것은 이차항의 계수의 절댓값이 가장 큰 $y = -5x^2$
이다.

④ x 축에 서로 대칭인 그래프는 ㄱ과 ㄴ, ㄷ과 ㄹ이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

010 답 ①

$y = ax^2$ 의 그래프의 폭이 $y = -3x^2$ 의 그래프보다 넓고 $y = -\frac{3}{4}x^2$ 의

그래프보다 좁으므로

$$\left|-\frac{3}{4}\right| < |a| < |-3|$$

$$\frac{3}{4} < |a| < 3$$

$$\therefore -3 < a < -\frac{3}{4} \text{ 또는 } \frac{3}{4} < a < 3$$

$$\text{이때 } a < 0 \text{이므로 } -3 < a < -\frac{3}{4}$$

따라서 상수 a 의 값이 될 수 없는 것은 ①이다.

011 답 ③

주어진 이차함수의 그래프 중 아래로 볼록한 것은 이차항의 계수가 양수인

$$y = \frac{3}{4}x^2, y = \frac{5}{6}x^2, y = 2x^2$$

이때 $\frac{3}{4} < \frac{5}{6} < 2$ 이므로 그래프의 폭이 가장 넓은 것은 이차항의 계수의 절댓값이 가장 작은 $y = \frac{3}{4}x^2$ 이다.

따라서 아래로 볼록하면서 폭이 가장 넓은 것은 ③이다.

012 답 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

$y = ax^2$ 의 그래프는 a 의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다. 즉, $a > 0$ 이면 a 의 값이 클수록 그래프의 폭이 좁아지고 $a < 0$ 이면 a 의 값이 작을수록 그래프의 폭이 좁아진다.

또 $y = ax^2$ 의 그래프는 $a > 0$ 이면 아래로 볼록하고, $a < 0$ 이면 위로 볼록하므로

㉣과 ㉢은 $a > 0$, ㉠과 ㉡은 $a < 0$

따라서 a 의 값이 작은 것부터 차례로 나열하면 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣이다.

013 답 ①

$y = ax^2$ 의 그래프가 색칠한 부분을 지나려면

(i) $a > 0$ 인 경우

$y = ax^2$ 의 그래프의 폭이 $y = 4x^2$ 의 그래프보다 넓어야 하므로 $|a| < |4|$, 즉 $|a| < 4$ 이므로 $-4 < a < 4$
 $\therefore 0 < a < 4$

(ii) $a < 0$ 인 경우

$y = ax^2$ 의 그래프의 폭이 $y = -x^2$ 의 그래프보다 넓어야 하므로 $|a| < |-1|$, 즉 $|a| < 1$ 이므로 $-1 < a < 1$
 $\therefore -1 < a < 0$

(i), (ii)에 의해 $-1 < a < 0$ 또는 $0 < a < 4$ 이어야 한다.

따라서 그래프가 색칠한 부분을 지나지 않는 것은 ①이다.

02 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프(2)

135~137쪽

핵심 유형

유형05 답 ④

$y = ax^2$ 에 $x = 2$, $y = -8$ 을 대입하면

$$-8 = a \times 2^2, -8 = 4a$$

$$\therefore a = -2$$

$y = -2x^2$ 에 $x = 1$, $y = b$ 를 대입하면

$$b = -2 \times 1^2 = -2$$

$$\therefore a + b = -2 + (-2) = -4$$

유형06 답 ③

$y = -\frac{3}{4}x^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭인 그래프의 식은 $y = \frac{3}{4}x^2$ 이다.

이 그래프가 점 $(-2, a)$ 를 지나므로

$$a = \frac{3}{4} \times (-2)^2 = 3$$

유형07 답 $y = -x^2$

그래프의 꼭짓점이 원점이므로 구하는 이차함수의 식을 $y = ax^2$ 으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(2, -4)$ 를 지나므로

$$-4 = a \times 2^2, -4 = 4a \quad \therefore a = -1$$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y = -x^2$ 이다.

유형08 답 $\frac{1}{4}$

점 D의 y 좌표가 9이므로 $y = x^2$ 에 $y = 9$ 를 대입하면

$$x^2 = 9 \quad \therefore x = \pm 3$$

이때 점 D의 x 좌표가 양수이므로 D(3, 9)

$$\overline{CD} = \overline{DE} = 3 \text{이므로}$$

$$\overline{CE} = 6 \quad \therefore E(6, 9)$$

점 E(6, 9)는 $y = ax^2$ 의 그래프 위의 점이므로

$$9 = a \times 6^2, 9 = 36a \quad \therefore a = \frac{1}{4}$$

핵심 유형 완성하기

014 답 6

$y = ax^2$ 에 $x = 3$, $y = 6$ 을 대입하면

$$6 = a \times 3^2, 6 = 9a$$

$$\therefore a = \frac{2}{3}$$

$y = \frac{2}{3}x^2$ 에 $x = b$, $y = 24$ 를 대입하면

$$24 = \frac{2}{3}b^2, b^2 = 36$$

$$\therefore b = \pm 6$$

이때 $b > 0$ 이므로 $b = 6$

015 답 ③

③ $y = 2x^2$ 에 $x = -\frac{1}{4}$, $y = 1$ 을 대입하면

$$1 \neq 2 \times \left(-\frac{1}{4}\right)^2$$

016 답 $\frac{1}{2}$

$y = ax^2$ 의 그래프가 점 (4, 8)을 지나므로

$y = ax^2$ 에 $x = 4$, $y = 8$ 을 대입하면

$$8 = a \times 4^2, 16a = 8$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

017 답 $-\frac{3}{4}$

$y = -4x^2$ 에 $x = a$, $y = 3a$ 를 대입하면
 $3a = -4a^2$ 이므로 $4a^2 + 3a = 0$... (i)
 $a(4a + 3) = 0$ $\therefore a = 0$ 또는 $a = -\frac{3}{4}$
 이때 $a \neq 0$ 이므로 $a = -\frac{3}{4}$... (ii)

채점 기준

(i) a에 대한 식 세우기	40 %
(ii) a의 값 구하기	60 %

018 답 3

$y = ax^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭인 그래프의 식은 $y = -ax^2$ 이다.
 이 그래프가 점 $(3, -27)$ 을 지나므로
 $-27 = -a \times 3^2$, $9a = 27$
 $\therefore a = 3$

019 답 ㄱ, ㄹ

x 축에 서로 대칭인 그래프는 ㄱ과 ㄹ이다.

020 답 ⑤

$y = \frac{1}{4}x^2$ 에 $x = -3$, $y = k$ 를 대입하면
 $k = \frac{1}{4} \times (-3)^2 = \frac{9}{4}$
 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭인 그래프의 식은 $y = -\frac{1}{4}x^2$
 이므로 $a = -\frac{1}{4}$
 $\therefore a + k = -\frac{1}{4} + \frac{9}{4} = 2$

021 답 $\frac{3}{2}$

$y = -2x^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭인 그래프의 식은 $y = 2x^2$ 이다.
 이 그래프가 점 $(p, p+3)$ 을 지나므로
 $p+3 = 2p^2$, $2p^2 - p - 3 = 0$
 $(p+1)(2p-3) = 0$
 $\therefore p = -1$ 또는 $p = \frac{3}{2}$
 이때 $p > 0$ 이므로 $p = \frac{3}{2}$

022 답 $y = \frac{1}{2}x^2$

그래프의 꼭짓점이 원점이므로 구하는 이차함수의 식을 $y = ax^2$ 으로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 점 $(-4, 8)$ 을 지나므로
 $8 = a \times (-4)^2$, $8 = 16a$
 $\therefore a = \frac{1}{2}$
 따라서 구하는 이차함수의 식은 $y = \frac{1}{2}x^2$ 이다.

023 답 6

이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 꼭짓점이 원점이므로 이차함수의 식을 $y = ax^2$ 으로 놓을 수 있다. ... (i)
 이 그래프가 점 $(2, 6)$ 을 지나므로
 $6 = a \times 2^2$, $6 = 4a$ $\therefore a = \frac{3}{2}$
 $\therefore y = \frac{3}{2}x^2$... (ii)
 $f(x) = \frac{3}{2}x^2$ 이므로
 $f(-2) = \frac{3}{2} \times (-2)^2 = 6$... (iii)

채점 기준

(i) 이차함수의 식을 $y = ax^2$ 으로 놓기	20 %
(ii) 이차함수의 식 구하기	40 %
(iii) $f(-2)$ 의 값 구하기	40 %

024 답 -2

그래프의 꼭짓점이 원점이므로 이차함수의 식을 $y = ax^2$ 으로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 점 $(3, -18)$ 을 지나므로
 $-18 = a \times 3^2$, $-18 = 9a$ $\therefore a = -2$
 $y = -2x^2$ 의 그래프가 점 $(p, -8)$ 을 지나므로
 $-8 = -2p^2$, $p^2 = 4$ $\therefore p = \pm 2$
 이때 p 는 음수이므로 $p = -2$

025 답 ③

그래프의 꼭짓점이 원점이므로 이차함수의 식을 $y = ax^2$ 으로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 점 $(-6, 12)$ 을 지나므로
 $12 = a \times (-6)^2$, $12 = 36a$ $\therefore a = \frac{1}{3}$
 $y = \frac{1}{3}x^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭인 그래프의 식은 $y = -\frac{1}{3}x^2$
 이고, 이 그래프가 점 $(m, -27)$ 을 지나므로
 $-27 = -\frac{1}{3} \times m^2$, $m^2 = 81$ $\therefore m = \pm 9$
 이때 $m > 0$ 이므로 $m = 9$

026 답 $\frac{4}{3}$

점 R의 y 좌표가 3이므로 $y = \frac{1}{3}x^2$ 에 $y = 3$ 을 대입하면
 $3 = \frac{1}{3}x^2$, $x^2 = 9$ $\therefore x = \pm 3$
 이때 점 R의 x 좌표가 양수이므로 R(3, 3)
 $\overline{PQ} = \overline{QR}$ 이므로 $\overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{PR} = \frac{3}{2}$
 $\therefore Q\left(\frac{3}{2}, 3\right)$
 점 $Q\left(\frac{3}{2}, 3\right)$ 은 $y = ax^2$ 의 그래프 위의 점이므로
 $3 = a \times \left(\frac{3}{2}\right)^2$, $3 = \frac{9}{4}a$
 $\therefore a = \frac{4}{3}$

027 답 18

점 A(-2, -1)은 $y=ax^2$ 의 그래프 위의 점이므로
 $-1=a \times (-2)^2 \quad \therefore a=-\frac{1}{4}$

이때 $y=-\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프는 y 축에 대칭이고, $\overline{BC}=8$ 이므로 점 C의 x 좌표는 4이다.

즉, 점 C의 y 좌표는 $y=-\frac{1}{4} \times 4^2 = -4$

따라서 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD}=4$, $\overline{BC}=8$ 이고
 높이가 $|-4 - (-1)| = 3$ 이므로

(□ABCD의 넓이) $= \frac{1}{2} \times (4+8) \times 3 = 18$

028 답 $\frac{4}{3}$

점 A의 x 좌표를 a , 점 B의 x 좌표를 b 라
 하면

$A(a, a^2)$, $B(b, a^2)$, $C(b, b^2)$,
 $D(a, 4a^2)$

이때 점 C와 D의 y 좌표가 같으므로

$b^2=4a^2 \quad \therefore b=2a (\because a>0, b>0)$

$\overline{AB}=b-a$, $\overline{AD}=4a^2-a^2=3a^2$ 이고 $\overline{AB}=\overline{AD}$ 이므로

$b-a=3a^2$

이 식에 $b=2a$ 를 대입하면

$2a-a=3a^2, 3a^2-a=0$

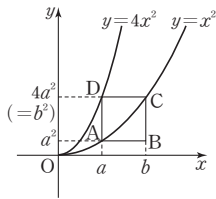
$a(3a-1)=0 \quad \therefore a=0$ 또는 $a=\frac{1}{3}$

이때 $a>0$ 이므로 $a=\frac{1}{3}$

$\therefore b=2a=2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

따라서 $\overline{AB}=b-a=\frac{2}{3}-\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$ 이므로

(□ABCD의 둘레의 길이) $= 4 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$



03 이차함수의 그래프의 성질(1)

138~141쪽

핵심 유형

유형09 답 $-\frac{5}{2}$

$y=-3x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 $\frac{1}{2}$ 만큼 평행이동한 그래프의

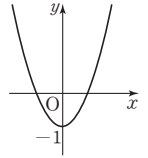
식은 $y=-3x^2+\frac{1}{2}$

이 그래프가 점 $(-1, k)$ 를 지나므로

$k=-3 \times (-1)^2 + \frac{1}{2} = -\frac{5}{2}$

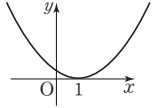
유형10 답 $(0, -1), x=0$

$y=4x^2-1$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 꼭
 짓점의 좌표는 $(0, -1)$ 이고, 축의 방정식은 $x=0$
 이다.



유형11 답 ④

④ $y=\frac{1}{3}(x-1)^2$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같
 으므로 $x<1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값
 은 감소한다.

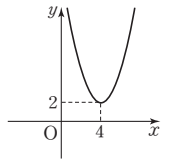


유형12 답 ②

① $x=3$ 일 때, $y=2 \times (3-4)^2 + 2 = 4$ 이므로 점
 $(3, 4)$ 를 지난다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(4, 2)$ 이다.

④ $y=2(x-4)^2+2$ 의 그래프는 오른쪽 그림과
 같으므로 $x>4$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의
 값도 증가한다.



⑤ $y=2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 2만
 큼 평행이동한 것이다.

따라서 옳은 것은 ②이다.

핵심 유형 완성하기

029 답 -4

$y=\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동한 그래프의 식

은 $y=\frac{2}{3}x^2+k$

이 그래프가 점 $(-3, 2)$ 를 지나므로

$2=\frac{2}{3} \times (-3)^2 + k, 2=6+k$

$\therefore k=-4$

030 답 1

$y=\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식

은 $y=\frac{1}{2}x^2+3$

이 그래프가 점 $(a, 11)$ 을 지나므로

$11=\frac{1}{2}a^2+3, a^2=16 \quad \therefore a=\pm 4$

이때 $a<0$ 이므로 $a=-4$

또 점 $(-2, b)$ 를 지나므로

$b=\frac{1}{2} \times (-2)^2 + 3 = 5$

$\therefore a^2+2ab+b^2=(a+b)^2=(-4+5)^2=1$

031 답 ③

$y=x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=(x-2)^2$

032 답 3

$y = \frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = \frac{1}{3}(x+1)^2$
이 그래프가 점 $(2, k)$ 를 지나므로
 $k = \frac{1}{3} \times (2+1)^2 = 3$

033 답 3

그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이고, $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 평행이동한 것이므로 이차함수의 식은
 $y = 3(x+1)^2$
따라서 이 이차함수의 그래프와 y 축과의 교점의 y 좌표는
 $y = 3 \times (0+1)^2 = 3$

034 답 ⑤

$y = -\frac{1}{2}(x-5)^2 - 6$ 의 그래프는 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 5 만큼, y 축의 방향으로 -6 만큼 평행이동한 것이다.
따라서 $p=5, q=-6$ 이므로
 $p-q = 5 - (-6) = 11$

035 답 -3

$y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y = -\frac{1}{4}(x-3)^2 - 2$
이 그래프가 점 $(1, k)$ 를 지나므로
 $k = -\frac{1}{4} \times (1-3)^2 - 2 = -\frac{1}{4} \times 4 - 2 = -3$

036 답 10

$y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y = 2(x+3)^2 + a$... (i)
이 그래프가 점 $(-4, -2)$ 를 지나므로
 $-2 = 2 \times (-4+3)^2 + a, -2 = 2 + a$
 $\therefore a = -4$... (ii)
즉, $y = 2(x+3)^2 - 4$ 의 그래프가 점 $(0, b)$ 를 지나므로
 $b = 2 \times (0+3)^2 - 4 = 14$... (iii)
 $\therefore a+b = -4 + 14 = 10$... (iv)

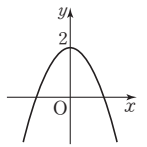
채점 기준

(i) 평행이동한 그래프의 식 구하기	30 %
(ii) a 의 값 구하기	30 %
(iii) b 의 값 구하기	30 %
(iv) $a+b$ 의 값 구하기	10 %

037 답 ②, ④

② 축의 방정식은 $x=0$ 이다.
④ $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 것이다.

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$ 의 그래프는 위로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표가 $(0, 2)$ 이므로 오른쪽 그림과 같다.
따라서 모든 사분면을 지난다.
따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다.



038 답 ①

$y = \frac{1}{3}x^2 - 1$ 의 그래프는 아래로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표가 $(0, -1)$ 이므로 그래프로 적당한 것은 ①이다.

039 답 (0, -6)

$y = 3x^2 + q$ 의 그래프가 점 $(2, 6)$ 을 지나므로
 $6 = 3 \times 2^2 + q, 6 = 12 + q \quad \therefore q = -6$
 $\therefore y = 3x^2 - 6$
따라서 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, -6)$ 이다.

040 답 0

그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(0, 1)$ 이므로 $p=1$
즉, $y = ax^2 + 1$ 의 그래프가 점 $(1, 2)$ 를 지나므로
 $2 = a \times 1^2 + 1 \quad \therefore a = 1$
 $\therefore a - p = 1 - 1 = 0$

041 답 ①

① x^2 의 계수의 절댓값이 같으므로 그래프의 폭이 같다.
② $y = 2x^2 - 3$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x=0$,
 $y = -2(x-3)^2$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x=3$
③ $y = 2x^2 - 3$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, -3)$,
 $y = -2(x-3)^2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3, 0)$
④ $y = -2(x-3)^2$ 의 그래프는 위로 볼록한 포물선이다.
⑤ $y = -2(x-3)^2$ 의 그래프는 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이다.
따라서 공통된 설명으로 옳은 것은 ①이다.

042 답 ①

$y = 3(x+1)^2$ 의 그래프는 아래로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이므로 그래프로 적당한 것은 ①이다.

043 답 $x > 1$

$y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = -\frac{1}{4}(x-1)^2$ 이므로 $x > 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

044 답 $y = 2(x-3)^2$

꼭짓점이 x 축 위에 있고, 축의 방정식이 $x=3$ 이므로 구하는 이차함수의 식을 $y = a(x-3)^2$ 으로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(5, 8)$ 을 지나므로
 $8 = a \times (5-3)^2, 8 = 4a \quad \therefore a = 2$
따라서 구하는 이차함수의 식은 $y = 2(x-3)^2$

045 답 ㄴ, ㄷ

- ㄴ. 축의 방정식은 $x = -2$ 이다.
 ㄷ. y 의 값의 범위는 $y \geq -1$ 이다.
 ㄹ. $x=0$ 을 대입하면

$$y = \frac{1}{3} \times (0+2)^2 - 1 = \frac{1}{3}$$

따라서 $(0, \frac{1}{3})$ 을 지난다.

따라서 옳지 않은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

046 답 ②

$y = -(x-2)^2 - 1$ 의 그래프는 위로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표가 $(2, -1)$ 이므로 그래프로 적당한 것은 ②이다.

047 답 ⑤

축의 방정식을 각각 구해 보면

① $x=0$ ② $x=0$ ③ $x=-1$

④ $x=4$ ⑤ $x=-3$

따라서 좌표평면에서 그래프의 축이 가장 왼쪽에 있는 것은 ⑤이다.

048 답 3

$y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 7 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = 3(x+2)^2 + 7 \quad \dots (i)$$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 7)$ 이므로

$$m = -2, n = 7 \quad \dots (ii)$$

$$\text{축의 방정식은 } x = -2 \text{이므로 } k = -2 \quad \dots (iii)$$

$$\therefore m+n+k = -2+7+(-2) = 3 \quad \dots (iv)$$

채점 기준

(i) 평행이동한 그래프의 식 구하기	30 %
(ii) m, n 의 값 구하기	30 %
(iii) k 의 값 구하기	30 %
(iv) $m+n+k$ 의 값 구하기	10 %

049 답 $-\frac{1}{2}, 3$

그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(p, 2p^2)$ 이고, 이 점이 직선 $y = 5x + 3$ 위에 있으므로

$$2p^2 = 5p + 3, 2p^2 - 5p - 3 = 0$$

$$(2p+1)(p-3) = 0$$

$$\therefore p = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } p = 3$$

050 답 ③

구하는 이차함수의 식을 $y = a(x-p)^2 + q$ 로 놓으면

(가), (다)에서 $a = -2 \Rightarrow$ ③, ④, ⑤

이들의 꼭짓점의 좌표를 각각 구해 보면

③ $(-2, 1)$ → 제2사분면

④ $(-2, -3)$ → 제3사분면

⑤ $(2, 5)$ → 제1사분면

따라서 주어진 조건을 모두 만족시키는 이차함수의 식은 ③이다.

051 답 ⑤

그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 2)$ 이므로 이차함수의 식을 $y = a(x+1)^2 + 2$ 로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(3, 18)$ 을 지나므로

$$18 = a \times (3+1)^2 + 2, 18 = 16a + 2 \quad \therefore a = 1$$

$$\therefore y = (x+1)^2 + 2$$

주어진 점의 좌표를 각각 대입하면

① $6 = (-3+1)^2 + 2$

② $3 = (-2+1)^2 + 2$

③ $3 = (0+1)^2 + 2$

④ $6 = (1+1)^2 + 2$

⑤ $23 \neq (4+1)^2 + 2$

따라서 $y = (x+1)^2 + 2$ 의 그래프 위의 점이 아닌 것은 ⑤이다.

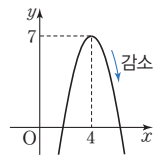
04 이차함수의 그래프의 성질 (2)

142~144쪽

핵심 유형

유형13 답 $x > 4$

$y = -3(x-4)^2 + 7$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 $x > 4$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.



유형14 답 $a > 0, p < 0, q < 0$

그래프가 아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$

꼭짓점 (p, q) 가 제3사분면 위에 있으므로 $p < 0, q < 0$

유형15 답 ①

$y = -3(x-2)^2 + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = -3(x-a-2)^2 + 3+b$$

이 그래프가 $y = -3x^2$ 의 그래프와 일치하므로

$$-a-2=0, 3+b=0 \quad \therefore a=-2, b=-3$$

$$\therefore a+b = -2+(-3) = -5$$

다른 풀이 $y = -3(x-2)^2 + 3$ 의 그래프에서 꼭짓점의 평행이동을 생각하면

$$(2, 3) \xrightarrow[\text{y축의 방향으로 } b\text{만큼}]{\text{x축의 방향으로 } a\text{만큼}} (2+a, 3+b)$$

즉, 꼭짓점의 좌표 $(2+a, 3+b)$ 가 $y = -3x^2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표 $(0, 0)$ 과 일치하므로 $a = -2, b = -3$

$$\therefore a+b = -2+(-3) = -5$$

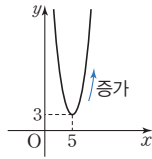
유형16 답 ③

$y = -2(x-2)^2 + 5$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은

$$-y = -2(x-2)^2 + 5 \quad \therefore y = 2(x-2)^2 - 5$$

052 답 ①

$y=2(x-5)^2+3$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 $x>5$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

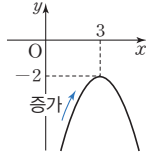


053 답 $x < 3$

$y=-\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y=-\frac{2}{3}(x-3)^2-2$$

이 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는 $x < 3$ 이다.



054 답 $a < 0, p > 0, q > 0$

그래프가 위로 볼록한 포물선이므로 $a < 0$
꼭짓점 $(-p, q)$ 가 제2사분면 위에 있으므로
 $-p < 0$ 에서 $p > 0, q > 0$

055 답 ⑤

- ① 그래프가 아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$
 - ② 꼭짓점 $(0, q)$ 가 x 축보다 아래쪽에 있으므로 $q < 0$
 - ③ $a+q$ 의 부호는 알 수 없다.
 - ④ $aq < 0$
 - ⑤ $a > 0, q < 0$ 이므로 $a-q > 0$
- 따라서 항상 옳은 것은 ⑤이다.

056 답 ①

$a > 0$ 이므로 아래로 볼록한 포물선 모양이다.
또 $p < 0, q > 0$ 이므로 꼭짓점 (p, q) 는 제2사분면 위에 있다.
따라서 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프로 적당한 것은 ①이다.

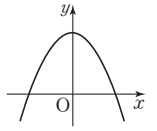
057 답 ②

$y=ax+b$ 의 그래프가 오른쪽 위로 향하므로
(기울기) $> 0 \quad \therefore a > 0$
또 x 축보다 아래쪽에서 y 축과 만나므로
(y 절편) $< 0 \quad \therefore b < 0$
즉, $y=a(x-b)^2$ 의 그래프는 $a > 0$ 이므로 아래로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표 $(b, 0)$ 에서 $b < 0$ 이므로 꼭짓점은 x 축 위의 점이며 y 축보다 왼쪽에 있다.
따라서 $y=a(x-b)^2$ 의 그래프로 적당한 것은 ②이다.

058 답 ⑤

$y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프가 아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$
꼭짓점 (p, q) 가 제4사분면 위에 있으므로 $p > 0, q < 0$
 $\therefore aq < 0, p > 0$

따라서 $y=aqx^2+p$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 모든 사분면을 지난다.



059 답 $a=-2, b=-2, c=2$

$y=a(x-1)^2-3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 5만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y=a(x-1-1)^2-3+5=a(x-2)^2+2$
이 그래프가 $y=-2(x+b)^2+c$ 의 그래프와 일치하므로
 $a=-2, b=-2, c=2$

다른 풀이 $y=a(x-1)^2-3$ 의 그래프에서 꼭짓점의 평행이동을 생각하면

$$(1, -3) \xrightarrow[\text{y축의 방향으로 5만큼}]{\text{x축의 방향으로 1만큼}} (1+1, -3+5)$$

즉, 꼭짓점의 좌표 $(2, 2)$ 가 $y=-2(x+b)^2+c$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표 $(-b, c)$ 와 일치하므로 $b=-2, c=2$

060 답 -7

$y=(x+3)^2-2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 5만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y=(x+2+3)^2-2+5=(x+5)^2+3$
이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-5, 3)$ 이므로 $p=-5, q=3$
축의 방정식은 $x=-5$ 이므로 $m=-5$
 $\therefore p+q+m=-5+3+(-5)=-7$

다른 풀이 $y=(x+3)^2-2$ 의 그래프에서 꼭짓점의 평행이동을 생각하면

$$(-3, -2) \xrightarrow[\text{y축의 방향으로 5만큼}]{\text{x축의 방향으로 -2만큼}} (-3+(-2), -2+5)$$

즉, 꼭짓점의 좌표가 $(-5, 3)$ 이므로 $p=-5, q=3$
또 축의 방정식은 $x=-5$ 이므로 $m=-5$
 $\therefore p+q+m=-5+3+(-5)=-7$

061 답 1

$y=4x^2+1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 k 만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y=4(x-k)^2+1+2=4(x-k)^2+3$
이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(k, 3)$ 이고, 이 점이 직선
 $y=-2x+5$ 위에 있으므로
 $3=-2k+5, 2k=2$
 $\therefore k=1$

다른 풀이 $y=4x^2+1$ 의 그래프에서 꼭짓점의 평행이동을 생각하면

$$(0, 1) \xrightarrow[\text{y축의 방향으로 2만큼}]{\text{x축의 방향으로 k만큼}} (0+k, 1+2)$$

꼭짓점 $(k, 3)$ 이 직선 $y=-2x+5$ 위에 있으므로
 $3=-2k+5, 2k=2$
 $\therefore k=1$

062 답 -3

$y=-3(x-2)^2+5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = -3(x-1-2)^2 + 5 - 5$$

$$\therefore y = -3(x-3)^2 \quad \dots (i)$$

이 그래프가 점 $(4, k)$ 를 지나므로

$$k = -3 \times (4-3)^2 = -3 \times 1 = -3 \quad \dots (ii)$$

채점 기준

(i) 평행이동한 그래프의 식 구하기	50 %
(ii) k 의 값 구하기	50 %

063 답 ①

$y = -3(x+2)^2 + 1$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은

$$y = -3(-x+2)^2 + 1$$

$$\therefore y = -3(x-2)^2 + 1$$

064 답 $-\frac{2}{3}$

$y = a(x-2)^2 + 1$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은

$$y = a(-x-2)^2 + 1$$

$$\therefore y = a(x+2)^2 + 1$$

이 그래프가 점 $(-1, \frac{1}{3})$ 을 지나므로

$$\frac{1}{3} = a \times (-1+2)^2 + 1 \quad \therefore a = -\frac{2}{3}$$

065 답 -5

$y = -(x-1)^2 + 6$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은

$$-y = -(x-1)^2 + 6$$

$$\therefore y = (x-1)^2 - 6 \quad \dots (i)$$

이 그래프가 점 $(2, m)$ 을 지나므로

$$m = (2-1)^2 - 6 = -5 \quad \dots (ii)$$

채점 기준

(i) 대칭이동한 그래프의 식 구하기	60 %
(ii) m 의 값 구하기	40 %

066 답 ①

$y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + 3$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은

$$y = \frac{1}{2}(-x+2)^2 + 3$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 3$$

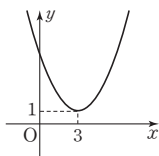
이 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = \frac{1}{2}(x-1-2)^2 + 3 - 2$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}(x-3)^2 + 1$$

이 그래프는 아래로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표가 $(3, 1)$ 이므로 오른쪽 그림과 같다.

따라서 제1, 2사분면을 지난다.



067 답 ③

ㄱ. $y = 200x$ (일차함수)

ㄴ. (소금의 양) = $\frac{(\text{소금물의 농도})}{100} \times (\text{소금물의 양})$ 이므로

$$y = \frac{x}{100}(200+x) = \frac{1}{100}x^2 + 2x \text{ (이차함수)}$$

ㄷ. (구의 겹넓이) = $4\pi \times (\text{반지름의 길이})^2$ 이므로

$$y = 4\pi x^2 \text{ (이차함수)}$$

ㄹ. $y = x(x-50) = x^2 - 50x$ (이차함수)

ㅁ. (사다리꼴의 넓이) = $\frac{1}{2} \times \{(\text{윗변의 길이}) + (\text{아랫변의 길이})\} \times (\text{높이})$

$$\text{이므로 } y = \frac{1}{2} \times \{x + (x+2)\} \times 4 = 4x + 4 \text{ (일차함수)}$$

따라서 y 가 x 에 대한 이차함수인 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.

068 답 ③

$$y = (x+4)^2 - ax^2 - 1$$

$$= x^2 + 8x + 16 - ax^2 - 1$$

$$= (1-a)x^2 + 8x + 15$$

이때 이차항의 계수가 0이 아니어야 하므로

$$1-a \neq 0 \quad \therefore a \neq 1$$

069 답 ②

$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 4$ 에서 $f(p) = p$ 이므로

$$\frac{1}{2}p^2 - 2p + 4 = p, \quad \frac{1}{2}p^2 - 3p + 4 = 0$$

$$p^2 - 6p + 8 = 0, \quad (p-2)(p-4) = 0$$

$$\therefore p = 2 \text{ 또는 } p = 4$$

이때 $p > 2$ 이므로 $p = 4$

070 답 ②

ㄴ. $x = -3$ 일 때, $y = 4 \times (-3)^2 = 36$ 이므로

점 $(-3, 36)$ 을 지난다.

ㄹ. $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

071 답 ③

$$|-2| > |1| > \left|\frac{3}{4}\right| > \left|-\frac{1}{2}\right| > \left|-\frac{1}{3}\right| \text{이므로 그래프의 폭이 가장}$$

좁은 것은 이차항의 계수의 절댓값이 가장 큰 $y = -2x^2$ 이다.

072 답 1

$y = ax^2$ 에 $x = -3, y = 18$ 을 대입하면

$$18 = a \times (-3)^2, \quad 18 = 9a$$

$$\therefore a = 2$$

$y = 2x^2$ 에 $x = \frac{1}{2}, y = b$ 를 대입하면

$$b = 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$\therefore ab = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

073 답 3

$y = -\frac{3}{4}x^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭인 그래프의 식은 $y = \frac{3}{4}x^2$ 이다.

이 그래프가 점 $(-2, k)$ 를 지나므로

$$k = \frac{3}{4} \times (-2)^2 = 3$$

074 답 ③

(가)에서 구하는 이차함수의 식을 $y = ax^2$ 으로 놓을 수 있다.

(나), (다)에서 그래프가 아래로 볼록하고 $y = -x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓으므로 $0 < a < 1$

따라서 주어진 조건을 모두 만족시키는 이차함수의 식은 ③이다.

075 답 ④

이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 꼭짓점이 원점이므로 이차함수의 식을 $y = ax^2$ 으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(4, -6)$ 을 지나므로

$$-6 = a \times 4^2, -6 = 16a$$

$$\therefore a = -\frac{3}{8}$$

$y = -\frac{3}{8}x^2$ 의 그래프가 점 $(-2, k)$ 를 지나므로

$$k = -\frac{3}{8} \times (-2)^2 = -\frac{3}{8} \times 4 = -\frac{3}{2}$$

076 답 $\frac{1}{4}$

$\square ABCD$ 는 평행사변형이므로

$$\overline{AD} \parallel \overline{BC}, \overline{AD} = \overline{BC}$$

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 에서 $\overline{AD}$ 는 x 축에 평행하므로 두 점 A와 D의 y 좌표는 4이다.

또 $\overline{AD} = \overline{BC}$ 에서 $\overline{BC} = 8$ 이므로 $\overline{AD} = 8$

이때 $y = ax^2$ 의 그래프는 y 축에 대칭이므로

$$A(-4, 4), D(4, 4)$$

따라서 점 D(4, 4)가 $y = ax^2$ 의 그래프 위의 점이므로

$$4 = a \times 4^2, 4 = 16a$$

$$\therefore a = \frac{1}{4}$$

077 답 ②

$y = -x^2 + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 -3만큼 평행이동하면 $y = -(x-4)^2$ 의 그래프와 완전히 포개어진다.

따라서 평행이동하면 서로 포갤 수 있는 그래프는 ㄴ, ㄷ이다.

078 답 4

$y = a(x-3)^2 - 1$ 의 그래프는 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다.

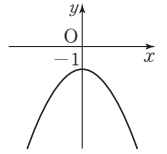
따라서 $a = 2, b = 3, c = -1$ 이므로

$$a + b + c = 2 + 3 + (-1) = 4$$

079 답 ①

① $y = -\frac{1}{7}x^2 - 1$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고

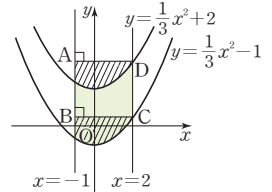
따라서 제3사분면과 제4사분면을 지난다.



080 답 9

두 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2 + 2$ 와 $y = \frac{1}{3}x^2 - 1$ 의 x^2 의 계수가 같으므로 두 그래프의 폭이 같다.

즉, 오른쪽 그림에서 빗금 친 두 부분의 넓이는 서로 같으므로 구하는 부분의 넓이는 직사각형 ABCD의 넓이와 같다.



이때 $C(2, \frac{1}{3}), D(2, \frac{10}{3})$ 이므로

$$\square ABCD = \overline{BC} \times \overline{CD} = 3 \times 3 = 9$$

081 답 -1

그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 0)$ 이므로 $p = -2$

즉, $y = a(x+2)^2$ 의 그래프가 점 $(0, 4)$ 를 지나므로

$$4 = a \times (0+2)^2, 4a = 4 \quad \therefore a = 1$$

$$\therefore a + p = 1 + (-2) = -1$$

082 답 2

$y = a(x-b)^2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(b, 0)$ 이고,

$y = x^2 - 9$ 의 그래프가 점 $(b, 0)$ 을 지나므로

$$0 = b^2 - 9, b^2 = 9 \quad \therefore b = 3 (\because b > 0)$$

$y = x^2 - 9$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, -9)$ 이고,

$y = a(x-3)^2$ 의 그래프가 점 $(0, -9)$ 를 지나므로

$$-9 = a \times (0-3)^2, -9 = 9a \quad \therefore a = -1$$

$$\therefore a + b = -1 + 3 = 2$$

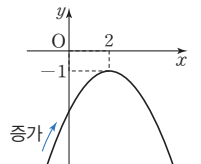
083 답 ④

$y = 3(x+1)^2 + 2$ 의 그래프는 아래로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점 $(-1, 2)$ 는 제2사분면 위에 있다.

따라서 이 그래프는 제3사분면과 제4사분면을 지나지 않는다.

084 답 ③

$y = -\frac{1}{3}(x-2)^2 - 1$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 $x < 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.



085 답 제1사분면, 제2사분면

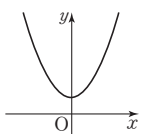
$y = a(x-p)^2$ 의 그래프는 위로 볼록한 포물선이므로 $a < 0$

꼭짓점 $(p, 0)$ 이 y 축보다 오른쪽에 있으므로 $p > 0$

즉, $y = px^2 - a$ 의 그래프는 $p > 0, -a > 0$ 이므로

오른쪽 그림과 같다.

따라서 제1사분면과 제2사분면을 지난다.



086 답 (0, 3)

$y=2(x-1)^2+3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y=2x^2+3+q \quad \cdots \text{(i)}$$

이 그래프가 점 $(-1, 5)$ 를 지나므로

$$5=2 \times (-1)^2+3+q, \quad 5=5+q \quad \therefore q=0 \quad \cdots \text{(ii)}$$

따라서 $y=2x^2+3$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, 3)$ 이다. $\cdots \text{(iii)}$

채점 기준

(i) 평행이동한 그래프의 식 구하기	40 %
(ii) q 의 값 구하기	30 %
(iii) 꼭짓점의 좌표 구하기	30 %

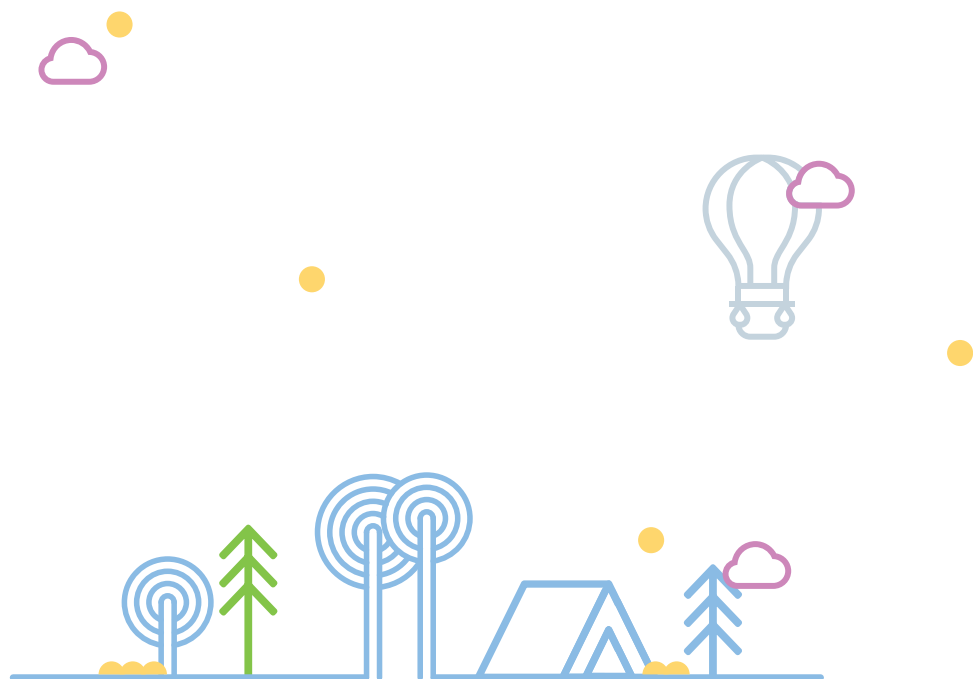
087 답 ①

$y=5(x+7)^2+3$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은

$$-y=5(x+7)^2+3$$

$$\therefore y=-5(x+7)^2-3$$

따라서 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-7, -3)$ 이다.



핵심
유형

유형01	$\frac{4}{9}$	유형02	④	유형03	3
유형04	⑤	유형05	④	유형06	9
유형07	⑤	유형08	-9	유형09	64
유형10	(1) A(2, 9) (2) C(5, 0) (3) 15	유형11	②		

핵심
유형

완성하기

001	-12	002	④	003	①	004	②	005	②
006	-3	007	(-1, 4)	008	5				
009	(1, -7)	010	1	011	$\frac{15}{2}$	012	④		
013	③	014	③	015	⑤	016	$x < 3$	017	③
018	①	019	④	020	7	021	8	022	3
023	④	024	$\neg, \equiv$	025	④, ⑥	026	-2		
027	④	028	④, ⑤	029	$a > 16$				
030	15	031	②	032	27	033	3	034	4
035	30	036	③	037	③	038	$\perp, \sqsubset, \sqsupset$		
039	③	040	⑤	041	$\neg, \sqsubset, \sqsupset$				

핵심
유형

최종 점검하기

042	①	043	③	044	④	045	$-\frac{2}{3} < k < 0$
046	④	047	②	048	③	049	②
050	$x > 3$						
051	(0, 3)	052	②	053	5	054	④
055	④	056	$k < -1$	057	3	058	6
059	⑤	060	$\perp, \sqsubset, \sqsupset$	061	②		

핵심 유형

유형01 **답** $\frac{4}{9}$

$$\begin{aligned}
 y &= -3x^2 + 2x + 1 = -3\left(x^2 - \frac{2}{3}x\right) + 1 \\
 &= -3\left(x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} - \frac{1}{9}\right) + 1 = -3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{4}{3}
 \end{aligned}$$

따라서 $p = \frac{1}{3}$, $q = \frac{4}{3}$ 이므로 $pq = \frac{1}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{4}{9}$

유형02 **답** ④

$$\begin{aligned}
 \textcircled{3} \quad y &= 2x^2 - 4x - 3 = 2(x^2 - 2x) - 3 \\
 &= 2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 3 = 2(x - 1)^2 - 5
 \end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 (1, -5)이고, 축의 방정식은 $x=1$ 이다.

$$\begin{aligned}
 \textcircled{4} \quad y &= -x^2 - 6x + 1 = -(x^2 + 6x) + 1 \\
 &= -(x^2 + 6x + 9 - 9) + 1 = -(x + 3)^2 + 10
 \end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 (-3, 10)이고, 축의 방정식은 $x=-3$ 이다.

$$\begin{aligned}
 \textcircled{5} \quad y &= \frac{1}{2}x^2 - 8x + 2 = \frac{1}{2}(x^2 - 16x) + 2 \\
 &= \frac{1}{2}(x^2 - 16x + 64 - 64) + 2 = \frac{1}{2}(x - 8)^2 - 30
 \end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 (8, -30)이고, 축의 방정식은 $x=8$ 이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

유형03 **답** 3

$y = -2x^2 - 12x - 19 = -2(x+3)^2 - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = -2(x-a+3)^2 - 1 + b$$

또 $y = -2x^2 - 8x - 7 = -2(x+2)^2 + 1$

즉, $y = -2(x-a+3)^2 - 1 + b$ 의 그래프와 $y = -2(x+2)^2 + 1$ 의 그래프가 일치하므로

$$-a+3=2, -1+b=1 \quad \therefore a=1, b=2$$

$$\therefore a+b=1+2=3$$

다른 풀이 평행이동에 의해 두 그래프가 일치하므로 꼭짓점의 평행이동으로 생각할 수 있다.

$$y = -2x^2 - 12x - 19 = -2(x+3)^2 - 1$$

이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표 (-3, -1)을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면

$$(-3+a, -1+b) \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$y = -2x^2 - 8x - 7 = -2(x+2)^2 + 1$$

이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표 (-2, 1)이 ①과 일치해야 한다.

$$-3+a=-2, -1+b=1 \quad \therefore a=1, b=2$$

$$\therefore a+b=1+2=3$$

유형04 **답** ⑤

$$y = 3x^2 - 6x + 1 = 3(x-1)^2 - 2$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 (1, -2)이고, 아래로 볼록하며, y 축과의 교점의 좌표가 (0, 1)이므로 그래프는 ⑤이다.

001 답 -12

$$y = \frac{1}{2}x^2 + 4x - 1 = \frac{1}{2}(x^2 + 8x) - 1$$

$$= \frac{1}{2}(x^2 + 8x + 16 - 16) - 1 = \frac{1}{2}(x + 4)^2 - 9$$

따라서 $a = \frac{1}{2}$, $p = -4$, $q = -9$ 이므로

$$2a + p + q = 1 - 4 - 9 = -12$$

002 답 ④

$$y = -\frac{1}{3}x^2 + 2x + 5$$

$$= -\frac{1}{3}(x^2 - 6x) + 5$$

$$= -\frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9 - 9) + 5$$

$$= -\frac{1}{3}(x - 3)^2 + 3 + 5$$

$$= -\frac{1}{3}(x - 3)^2 + 8$$

003 답 ①

$$y = 3x^2 - 4x + k = 3\left(x^2 - \frac{4}{3}x\right) + k$$

$$= 3\left(x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{9} - \frac{4}{9}\right) + k$$

$$= 3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + k - \frac{4}{3}$$

따라서 $a = 3$, $b = -\frac{2}{3}$, $k = 0$ 이므로

$$ab + k = 3 \times \left(-\frac{2}{3}\right) + 0 = -2$$

004 답 ②

① $y = 2x^2 - 4x = 2(x^2 - 2x)$

$$= 2(x^2 - 2x + 1 - 1) = 2(x - 1)^2 - 2$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 (1, -2) — 제4사분면

② $y = -3x^2 - 6x - 2 = -3(x^2 + 2x) - 2$

$$= -3(x^2 + 2x + 1 - 1) - 2 = -3(x + 1)^2 + 1$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 (-1, 1) — 제2사분면

③ $y = x^2 + 4x + 1 = (x^2 + 4x) + 1$

$$= (x^2 + 4x + 4 - 4) + 1 = (x + 2)^2 - 3$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 (-2, -3) — 제3사분면

④ $y = -2x^2 + 4x + 1 = -2(x^2 - 2x) + 1$

$$= -2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 1 = -2(x - 1)^2 + 3$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 (1, 3) — 제1사분면

⑤ $y = -(x + 1)(x - 2) = -(x^2 - x - 2) = -x^2 + x + 2$

$$= -(x^2 - x) + 2 = -\left(x^2 - x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\right) + 2$$

$$= -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{1}{2}, \frac{9}{4}\right)$ — 제1사분면

따라서 꼭짓점이 제2사분면 위에 있는 것은 ②이다.

005 답 ②

$$y = -\frac{1}{4}x^2 + 2px + 1 = -\frac{1}{4}(x^2 - 8px) + 1$$

$$= -\frac{1}{4}(x^2 - 8px + 16p^2 - 16p^2) + 1 = -\frac{1}{4}(x - 4p)^2 + 4p^2 + 1$$

따라서 축의 방정식은 $x = 4p$ 이므로 $4p = -2 \quad \therefore p = -\frac{1}{2}$

006 답 -3

$$y = -x^2 + 4x + a = -(x^2 - 4x) + a$$

$$= -(x^2 - 4x + 4 - 4) + a = -(x - 2)^2 + a + 4$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 (2, $a + 4$)이다.

$$y = \frac{1}{2}x^2 - bx + 1 = \frac{1}{2}(x^2 - 2bx) + 1$$

$$= \frac{1}{2}(x^2 - 2bx + b^2 - b^2) + 1 = \frac{1}{2}(x - b)^2 - \frac{1}{2}b^2 + 1$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(b, -\frac{1}{2}b^2 + 1\right)$ 이다.

두 그래프의 꼭짓점이 일치하므로 $b = 2$

$$a + 4 = -\frac{1}{2}b^2 + 1 \text{에서 } a + 4 = -\frac{1}{2} \times 2^2 + 1$$

$$a + 4 = -1 \quad \therefore a = -5$$

$$\therefore a + b = -5 + 2 = -3$$

007 답 (-1, 4)

$y = ax + b$ 의 그래프가 두 점 (0, 2), (2, 0)을 지나므로

$$a = (\text{기울기}) = \frac{0 - 2}{2 - 0} = -1, \quad b = (y\text{-절편}) = 2$$

$$\therefore y = -x^2 - 2x + 3 = -(x^2 + 2x) + 3$$

$$= -(x^2 + 2x + 1 - 1) + 3 = -(x + 1)^2 + 4$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 (-1, 4)이다.

008 답 5

$y = -x^2 + 4x + 2 = -(x - 2)^2 + 6$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = -(x - m - 2)^2 + 6 + n$$

$$\text{또 } y = -x^2 + 8x - 7 = -(x - 4)^2 + 9$$

즉, $y = -(x - m - 2)^2 + 6 + n$ 의 그래프와 $y = -(x - 4)^2 + 9$ 의 그래프가 일치하므로

$$-m - 2 = -4, \quad 6 + n = 9 \quad \therefore m = 2, \quad n = 3$$

$$\therefore m + n = 2 + 3 = 5$$

009 답 (1, -7)

$$y = x^2 + 6x + 3 = (x^2 + 6x + 9 - 9) + 3 = (x + 3)^2 - 6 \quad \dots (i)$$

이 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = (x - 4 + 3)^2 - 6 - 1 \quad \therefore y = (x - 1)^2 - 7 \quad \dots (ii)$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 (1, -7)이다. ... (iii)

채점 기준

(i) 주어진 이차함수를 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 나타내기	40 %
(ii) 평행이동한 이차함수의 식 구하기	40 %
(iii) 꼭짓점의 좌표 구하기	20 %

010 ④ 1

$y=2x^2-8x+9=2(x-2)^2+1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y=2(x-1-2)^2+1-2=2(x-3)^2-1$
 이 그래프가 점 $(2, k)$ 를 지나므로
 $k=2 \times (2-3)^2-1=1$

011 ⑤ $\frac{15}{2}$

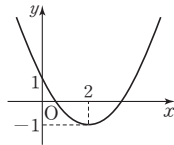
$y=ax^2+bx+c$ 의 그래프는 $y=\frac{1}{2}x^2-2x+1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -4만큼, y 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것과 같다.
 $y=\frac{1}{2}x^2-2x+1=\frac{1}{2}(x-2)^2-1$ 이므로 평행이동하면
 $y=\frac{1}{2}(x+4-2)^2-1+4=\frac{1}{2}(x+2)^2+3=\frac{1}{2}x^2+2x+5$
 따라서 $a=\frac{1}{2}$, $b=2$, $c=5$ 이므로
 $a+b+c=\frac{1}{2}+2+5=\frac{15}{2}$

012 ④ ④

$y=x^2-2x+2=(x-1)^2+1$
 따라서 꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$ 이고, 아래로 볼록하며, y 축과의 교점의 좌표가 $(0, 2)$ 이므로 그래프는 ④이다.

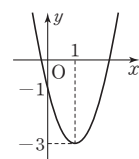
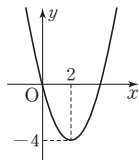
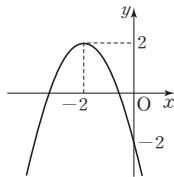
013 ③ ③

$y=\frac{1}{2}x^2-2x+1=\frac{1}{2}(x-2)^2-1$
 (i) 꼭짓점의 좌표: $(2, -1)$
 (ii) 모양: $\cup$
 (iii) y 축과의 교점의 좌표: $(0, 1)$
 따라서 그래프는 위의 그림과 같으므로 제3사분면을 지나지 않는다.



014 ③ ③

① $y=-x^2-4x-2=-(x+2)^2+2$
 (i) 꼭짓점의 좌표: $(-2, 2)$
 (ii) 모양: $\cap$
 (iii) y 축과의 교점의 좌표: $(0, -2)$
 따라서 그래프는 제1사분면을 지나지 않는다.
 ② $y=x^2-4x=(x-2)^2-4$
 (i) 꼭짓점의 좌표: $(2, -4)$
 (ii) 모양: $\cup$
 (iii) 원점을 지난다.
 따라서 그래프는 제3사분면을 지나지 않는다.
 ③ $y=2x^2-4x-1=2(x-1)^2-3$
 (i) 꼭짓점의 좌표: $(1, -3)$
 (ii) 모양: $\cup$
 (iii) y 축과의 교점의 좌표: $(0, -1)$
 따라서 그래프는 모든 사분면을 지난다.



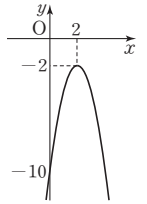
④ $y=-2x^2+8x-10=-2(x-2)^2-2$

(i) 꼭짓점의 좌표: $(2, -2)$

(ii) 모양: $\cap$

(iii) y 축과의 교점의 좌표: $(0, -10)$

따라서 그래프는 제1, 2사분면을 지나지 않는다.



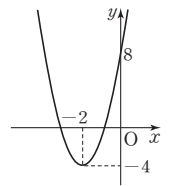
⑤ $y=3(x+2)^2-4$

(i) 꼭짓점의 좌표: $(-2, -4)$

(ii) 모양: $\cup$

(iii) y 축과의 교점의 좌표: $(0, 8)$

따라서 그래프는 제4사분면을 지나지 않는다.



따라서 모든 사분면을 지나는 그래프는 ③이다.

015 ⑤ ⑤

$y=-x^2+3x+7a+1$ 의 그래프의 모양이 위로 볼록한 포물선이므로 이 그래프가 모든 사분면을 지나려면
 (y 축과의 교점의 y 좌표) >0 이어야 한다.
 $7a+1>0$ 에서 $a>-\frac{1}{7}$

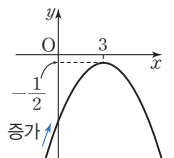
02 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프 (2)

153~155쪽

핵심 유형

유형05 ④ ④

$y=-\frac{1}{2}x^2+3x-5=-\frac{1}{2}(x-3)^2-\frac{1}{2}$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 $x<3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.



유형06 ⑨ 9

$y=x^2+4x+3$ 에 $y=0$ 을 대입하면
 $x^2+4x+3=0$, $(x+3)(x+1)=0 \quad \therefore x=-3$ 또는 $x=-1$
 $\therefore p=-3, q=-1 (\because p<q)$
 $y=x^2+4x+3$ 에 $x=0$ 을 대입하면
 $y=3 \quad \therefore r=3$
 $\therefore pqr=-3 \times (-1) \times 3=9$

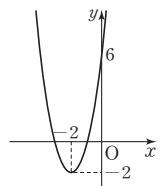
유형07 ⑤ ⑤

$y=2x^2+8x+6=2(x+2)^2-2$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

① 꼭짓점의 좌표는 $(-2, -2)$ 이다.

② 축의 방정식은 $x=-2$ 이다.

③ 제4사분면을 지나지 않는다.



④ $y=2x^2+8x+6$ 에 $y=0$ 을 대입하면
 $2x^2+8x+6=0, x^2+4x+3=0$
 $(x+3)(x+1)=0 \quad \therefore x=-3$ 또는 $x=-1$
 즉, x 축과의 교점의 좌표는 $(-3, 0), (-1, 0)$ 이다.
 따라서 옳은 것은 ⑤이다.

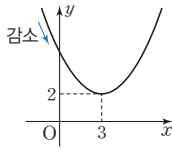
유형08 **답 -9**

$y=-x^2+6x+a=-(x-3)^2+a+9$
 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3, a+9)$ 이므로 꼭짓점이 x 축 위에
 있으려면 $a+9=0$ 이어야 한다.
 $\therefore a=-9$

핵심 유형 완성하기

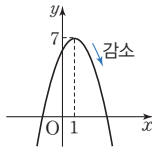
016 **답 $x < 3$**

$y=\frac{1}{3}x^2-2x+5=\frac{1}{3}(x-3)^2+2$ 의 그래프는
 오른쪽 그림과 같으므로 $x < 3$ 일 때, x 의 값이
 증가하면 y 의 값은 감소한다.



017 **답 ③**

$y=-x^2+kx+6$ 의 그래프가 점 $(4, -2)$ 를 지나므로
 $-2=-4^2+k \times 4+6, 4k=8 \quad \therefore k=2$
 즉, $y=-x^2+2x+6=-(x-1)^2+7$ 의 그래프
 는 오른쪽 그림과 같으므로 $x > 1$ 일 때, x 의 값이
 증가하면 y 의 값은 감소한다.



018 **답 ①**

$y=2x^2-4x+7=2(x-1)^2+5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 k 만큼
 평행이동한 그래프의 식은
 $y=2(x-k-1)^2+5 \quad \dots \textcircled{1}$
 이 그래프가 $x < -4$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소하고,
 $x > -4$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하므로 축의 방정식은
 $x=-4$ 이다.
 $\textcircled{1}$ 에서 그래프의 축의 방정식이 $x=k+1$ 이므로
 $k+1=-4 \quad \therefore k=-5$

019 **답 ④**

$y=\frac{1}{2}x^2-2x-6$ 에 $y=0$ 을 대입하면
 $\frac{1}{2}x^2-2x-6=0, x^2-4x-12=0, (x+2)(x-6)=0$
 $\therefore x=-2$ 또는 $x=6 \quad \therefore A(-2, 0), E(6, 0)$
 $y=\frac{1}{2}x^2-2x-6$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y=-6 \quad \therefore B(0, -6)$
 또 $y=\frac{1}{2}x^2-2x-6=\frac{1}{2}(x-2)^2-8$ 이므로 꼭짓점의 좌표는
 $C(2, -8)$ 이다.
 축의 방정식은 $x=2$ 이고, 그래프의 축에서 두 점 B, D까지의 거리
 가 같으므로 점 D의 x 좌표는 4이다.

이때 점 B의 y 좌표와 점 D의 y 좌표가 같으므로 $D(4, -6)$
 따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

020 **답 7**

$y=-3x^2+ax+b$ 의 그래프가 두 점 $(-1, 0), (2, 3)$ 을 지나므로
 $0=-3-a+b, 3=-12+2a+b$
 위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=4, b=7$
 즉, $y=-3x^2+4x+7$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y=7$
 따라서 그래프가 y 축과 만나는 점의 y 좌표는 7이다.

021 **답 8**

$y=x^2+2x-15$ 에 $y=0$ 을 대입하면
 $x^2+2x-15=0, (x+5)(x-3)=0$
 $\therefore x=-5$ 또는 $x=3$
 따라서 $A(-5, 0), B(3, 0)$ 이므로
 $\overline{AB}=3-(-5)=8$

022 **답 3**

$y=-x^2+2x+k=-(x-1)^2+k+1$ 의 그래프의 축의 방정식은
 $x=1$ 이다. ... (i)
 $\overline{AB}=4$ 이므로 그래프의 축에서 두 점 A, B까지의 거리는 각각 2
 이다.
 $\therefore A(-1, 0), B(3, 0)$... (ii)
 따라서 $y=-x^2+2x+k$ 에 $x=-1, y=0$ 을 대입하면
 $0=-(-1)^2+2 \times (-1)+k \quad \therefore k=3$... (iii)

채점 기준

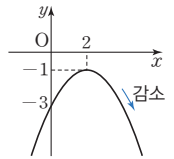
(i) 축의 방정식 구하기	30 %
(ii) 두 점 A, B의 좌표 구하기	40 %
(iii) k 의 값 구하기	30 %

023 **답 ④**

$$y=-\frac{1}{2}x^2+2x-3=-\frac{1}{2}(x-2)^2-1$$

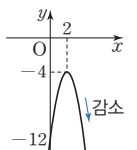
의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

④ $x > 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.



024 **답 ㄱ, ㄴ**

$y=-2x^2+4x-5=-2(x-1)^2-3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로
 1만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y=-2(x-1-1)^2-3-1=-2(x-2)^2-4$
 ㄱ. y 의 값의 범위는 $y \leq -4$ 이다.
 ㄴ. $y=-2(x-2)^2-4$ 에 $x=0$ 을 대입하면
 $y=-2 \times (-2)^2-4=-12$
 따라서 y 축과의 교점의 좌표는 $(0, -12)$ 이다.
 ㄷ. 이 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제3, 4사분
 면을 지난다.
 ㄹ. $x > 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한
 다.



따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

025 답 ④, ⑥

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad y = ax^2 + bx + c &= a \left\{ x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 \right\} + c \\ &= a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$ 이다.

⑥ $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 $y = -ax^2 - bx - c$ 이다.

026 답 -2

$$y = -2x^2 + 4x + a = -2(x-1)^2 + a + 2$$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1, a+2)$ 이므로 그래프가 x 축과 한 점에서 만나려면 $a+2=0$ 이어야 한다.

$$\therefore a = -2$$

027 답 ④

① $y = 4x^2 - 4x + 1 = 4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$ 의 그래프는 x 축과 한 점에서 만난다.

② $y = x^2 - 3x + 5 = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{11}{4}$ 의 그래프는 x 축과 만나지 않는다.

③ $y = -\frac{1}{3}x^2 + 6x - 28 = -\frac{1}{3}(x-9)^2 - 1$ 의 그래프는 x 축과 만나지 않는다.

④ $y = x^2 + x = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$ 의 그래프는 x 축과 서로 다른 두 점에서 만난다.

⑤ $y = -5x^2 + 10x - 7 = -5(x-1)^2 - 2$ 의 그래프는 x 축과 만나지 않는다.

따라서 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나는 것은 ④이다.

028 답 ④, ⑤

$$y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + c = \frac{1}{2}(x+2)^2 + c - 2$$

이 그래프는 아래로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표가 $(-2, c-2)$ 이므로 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나려면 $c-2 < 0$ 이어야 한다.
 $\therefore c < 2$

029 답 $a > 16$

$$y = x^2 - 8x + a = (x-4)^2 + a - 16$$

이 그래프는 아래로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표가 $(4, a-16)$ 이므로 그래프가 x 축과 만나지 않으려면 $a-16 > 0$ 이어야 한다.
 $\therefore a > 16$

03 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 활용 156~158쪽

핵심 유형

유형09 답 64

$$y = -x^2 + 6x + 7 = -(x-3)^2 + 16$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $C(3, 16)$ 이다.

$y = -x^2 + 6x + 7$ 에 $y=0$ 을 대입하면

$$-x^2 + 6x + 7 = 0, \quad x^2 - 6x - 7 = 0$$

$$(x+1)(x-7) = 0 \quad \therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 7$$

따라서 $A(-1, 0), B(7, 0)$ 이므로 $\overline{AB} = 7 - (-1) = 8$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 16 = 64$$

유형10 답 (1) A(2, 9) (2) C(5, 0) (3) 15

$$(1) \quad y = -x^2 + 4x + 5 = -(x-2)^2 + 9$$

이므로 꼭짓점 A의 좌표는 $(2, 9)$ 이다.

$$(2) \quad y = -x^2 + 4x + 5 \text{에 } y=0 \text{을 대입하면}$$

$$-x^2 + 4x + 5 = 0, \quad x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$(x+1)(x-5) = 0 \quad \therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 5$$

$$\therefore C(5, 0)$$

$$(3) \quad y = -x^2 + 4x + 5 \text{에 } x=0 \text{을 대입하면}$$

$$y = 5 \quad \therefore B(0, 5)$$

$$\therefore \triangle ABC = \triangle ABO + \triangle AOC - \triangle BOC$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 2 + \frac{1}{2} \times 5 \times 9 - \frac{1}{2} \times 5 \times 5$$

$$= 5 + \frac{45}{2} - \frac{25}{2} = 15$$

유형11 답 ②

그래프의 모양이 아래로 볼록하므로 $a > 0$

그래프의 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0 \quad \therefore b > 0$

y 축과의 교점이 x 축보다 아래쪽에 있으므로 $c < 0$

핵심 유형 완성하기

030 답 15

$y = x^2 - x - 6$ 에 $y=0$ 을 대입하면

$$x^2 - x - 6 = 0, \quad (x+2)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 $A(-2, 0), B(3, 0)$ 이므로

$$\overline{AB} = 3 - (-2) = 5$$

$y = x^2 - x - 6$ 에 $x=0$ 을 대입하면

$$y = -6 \quad \therefore C(0, -6)$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15$$

031 답 ②

$y = -2x^2 + 4x + 4$ 에 $x=0$ 을 대입하면

$$y = 4 \quad \therefore C(0, 4)$$

$$y = -2x^2 + 4x + 4 = -2(x-1)^2 + 6$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $P(1, 6)$ 이다.

이때 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ABP$ 의 밑변을 모두 $\overline{AB}$ 로 정하면 두 삼각형의 밑변의 길이가 같으므로 두 삼각형의 높이의 비는 높이의 비와 같다.

따라서 두 삼각형의 높이의 비가 $4 : 6 = 2 : 3$ 이므로

$$\triangle ABC : \triangle ABP = 2 : 3$$

032 답 27

$y=x^2-ax-b$ 의 그래프가 점 $(0, -5)$ 를 지나므로
 $-5=-b \quad \therefore b=5$
 $y=x^2-ax-5$ 의 그래프가 점 $(5, 0)$ 을 지나므로
 $0=5^2-a \times 5-5, 5a=20 \quad \therefore a=4 \quad \dots (i)$
 즉, $y=x^2-4x-5$ 에 $y=0$ 을 대입하면
 $x^2-4x-5=0, (x+1)(x-5)=0 \quad \therefore x=-1$ 또는 $x=5$
 따라서 $A(-1, 0)$ 이므로 $\overline{AB}=5-(-1)=6 \quad \dots (ii)$
 $y=x^2-4x-5=(x-2)^2-9$
 이므로 꼭짓점의 좌표는 $C(2, -9)$ 이다. $\dots (iii)$
 $\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2} \times 6 \times 9=27 \quad \dots (iv)$

채점 기준

(i) a, b 의 값 구하기	20%
(ii) $\overline{AB}$ 의 길이 구하기	30%
(iii) 꼭짓점 C의 좌표 구하기	20%
(iv) $\triangle ABC$ 의 넓이 구하기	30%

033 답 3

$y=-x^2+2x+3=-(x-1)^2+4$
 이므로 꼭짓점의 좌표는 $A(1, 4)$ 이다.
 $y=-x^2+2x+3$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y=3 \quad \therefore B(0, 3)$
 $y=-x^2+2x+3$ 에 $y=0$ 을 대입하면
 $-x^2+2x+3=0, x^2-2x-3=0, (x+1)(x-3)=0$
 $\therefore x=-1$ 또는 $x=3 \quad \therefore C(3, 0)$
 $\therefore \triangle ABC=\triangle ABO+\triangle AOC-\triangle BOC$
 $=\frac{1}{2} \times 3 \times 1+\frac{1}{2} \times 3 \times 4-\frac{1}{2} \times 3 \times 3$
 $=\frac{3}{2}+6-\frac{9}{2}=3$

034 답 4

$y=\frac{1}{4}x^2-x-4$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y=-4 \quad \therefore A(0, -4)$
 $y=\frac{1}{4}x^2-x-4=\frac{1}{4}(x-2)^2-5$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $B(2, -5)$ 이다.
 $\therefore \triangle OAB=\frac{1}{2} \times 4 \times 2=4$

035 답 30

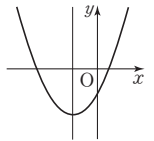
$y=-\frac{1}{2}x^2+2x+6=-\frac{1}{2}(x-2)^2+8$
 이므로 꼭짓점의 좌표는 $A(2, 8)$ 이다.
 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+6$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y=6 \quad \therefore B(0, 6)$
 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+6$ 에 $y=0$ 을 대입하면
 $-\frac{1}{2}x^2+2x+6=0, x^2-4x-12=0, (x+2)(x-6)=0$
 $\therefore x=-2$ 또는 $x=6 \quad \therefore C(6, 0)$
 $\therefore \square ABOC=\triangle ABO+\triangle AOC$
 $=\frac{1}{2} \times 6 \times 2+\frac{1}{2} \times 6 \times 8$
 $=6+24=30$

036 답 ③

그래프의 모양이 위로 볼록하므로 $a<0$
 그래프의 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0 \quad \therefore b>0$
 y 축과의 교점이 x 축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$

037 답 ③

$y=ax+b$ 의 그래프에서 (기울기) >0 , (y 절편) <0 이므로
 $a>0, b<0$
 $y=x^2+ax+b$ 의 그래프는
 (i) 이차항의 계수가 $1>0$ 이므로 그래프의 모양이 아래로 볼록하다.
 (ii) $a>0$ 이므로 그래프의 축은 y 축의 왼쪽에 있다.
 (iii) $b<0$ 이므로 y 축과의 교점은 x 축보다 아래쪽에 있다.
 (i)~(iii)에 의해 $y=x^2+ax+b$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
 따라서 꼭짓점은 제3사분면 위에 있다.



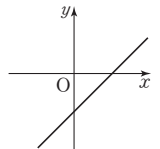
038 답 ㄴ, ㄷ, ㄹ

ㄱ. $x=1$ 일 때, $y<0$ 이므로 $y=a+b+c<0$
 ㄴ. $x=-1$ 일 때, $y>0$ 이므로 $y=a-b+c>0$
 ㄷ. 그래프의 모양이 아래로 볼록하므로 $a>0$
 그래프의 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로
 $ab<0 \quad \therefore b<0$
 $\therefore a-b>0$
 ㄹ. y 축과의 교점이 x 축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$
 $\therefore ac>0$
 ㅁ. $x=-2$ 일 때, $y>0$ 이므로 $y=4a-2b+c>0$
 ㅂ. $abc<0$
 따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.

039 답 ③

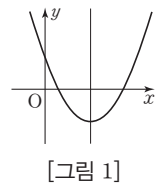
그래프의 모양이 위로 볼록하므로 $a<0$
 그래프의 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0 \quad \therefore b>0$
 y 축과의 교점이 x 축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$
 $ax+by+c=0$ 에서 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$

따라서 (기울기) $=-\frac{a}{b}>0$,
 (y 절편) $=-\frac{c}{b}<0$ 이므로 일차방정식
 $ax+by+c=0$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



040 답 ⑤

$y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 제3사분면만을 지나지 않으므로 오른쪽 [그림 1]과 같다.
 그래프의 모양이 아래로 볼록하므로 $a>0$
 그래프의 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로
 $ab<0 \quad \therefore b<0$
 y 축과의 교점이 x 축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$
 $\therefore a>0, b<0, c>0$



[그림 1]

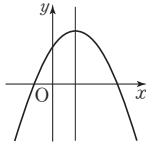
$y = bx^2 + cx + a$ 의 그래프는

(i) $b < 0$ 이므로 그래프의 모양이 위로 볼록하다.

(ii) $bc < 0$ 이므로 그래프의 축은 y 축의 오른쪽에 있다.

(iii) $a > 0$ 이므로 y 축과의 교점은 x 축보다 위쪽에 있다.

따라서 (i)~(iii)에 의해 $y = bx^2 + cx + a$ 의 그래프는 오른쪽 [그림 2]와 같다.



[그림 2]

041 답 ㄱ, ㄷ, ㄹ

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

ㄱ. 그래프의 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$

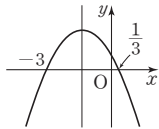
ㄴ. y 축과의 교점이 x 축보다 위쪽에 있으므로

$$c > 0 \quad \therefore abc > 0 \rightarrow \text{ㄱ에서 } ab > 0$$

ㄷ. $x = 1$ 일 때, $y < 0$ 이므로 $y = a + b + c < 0$

ㄹ. $x = -\frac{1}{2}$ 일 때, $y > 0$ 이므로 $y = \frac{1}{4}a - \frac{1}{2}b + c > 0$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.



핵심 유형 최종 점검하기

159~161쪽

042 답 ①

$$y = 3x^2 + 6x - 2 = 3(x^2 + 2x) - 2$$

$$= 3(x^2 + 2x + 1 - 1) - 2 = 3(x + 1)^2 - 5$$

따라서 $a = 3$, $p = -1$, $q = -5$ 이므로

$$a + p + q = 3 + (-1) + (-5) = -3$$

043 답 ③

$$\textcircled{1} y = -(x+4)(x-4) = -(x^2 - 16) = -x^2 + 16$$

이므로 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

$$\textcircled{2} y = x^2 + 4x + 3 = (x^2 + 4x + 4 - 4) + 3 = (x + 2)^2 - 1$$

이므로 축의 방정식은 $x = -2$ 이다.

$$\begin{aligned} \textcircled{3} y &= -3x^2 + 2x = -3\left(x^2 - \frac{2}{3}x\right) \\ &= -3\left(x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} - \frac{1}{9}\right) = -3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} \end{aligned}$$

이므로 축의 방정식은 $x = \frac{1}{3}$ 이다.

$$\textcircled{4} y = x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2 \text{이므로 축의 방정식은 } x = -1 \text{이다.}$$

$$\textcircled{5} y = x^2 + x + 2 = \left(x^2 + x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\right) + 2 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}$$

이므로 축의 방정식은 $x = -\frac{1}{2}$ 이다.

따라서 그래프의 축이 좌표평면에서 가장 오른쪽에 있는 것은 ③이다.

044 답 ④

$$y = x^2 + 4x + 2m - 1 = (x^2 + 4x + 4 - 4) + 2m - 1$$

$$= (x + 2)^2 + 2m - 5$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 2m - 5)$ 이다.

$2x + y = 7$ 에 $x = -2$, $y = 2m - 5$ 를 대입하면

$$2 \times (-2) + 2m - 5 = 7, 2m = 16 \quad \therefore m = 8$$

045 답 $-\frac{2}{3} < k < 0$

$$y = x^2 - 4kx + 4k^2 - 3k - 2 = (x - 2k)^2 - 3k - 2 \quad \dots (i)$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2k, -3k - 2)$ 이다. $\dots (ii)$

이 꼭짓점은 제3사분면 위에 있으므로

$$2k < 0 \text{에서 } k < 0, -3k - 2 < 0 \text{에서 } k > -\frac{2}{3}$$

$$\therefore -\frac{2}{3} < k < 0 \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 나타내기	30 %
(ii) 꼭짓점의 좌표 구하기	30 %
(iii) k 의 값의 범위 구하기	40 %

046 답 ④

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프는 $y = x^2 - 6x + 11$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 것과 같다.

$$y = x^2 - 6x + 11 = (x - 3)^2 + 2 \text{이므로}$$

$$y = (x + 3 - 3)^2 + 2 - 2 = x^2 \text{에서}$$

$$a = 1, b = 0, c = 0$$

$$\therefore a + b + c = 1$$

047 답 ②

$$y = -x^2 + 4x - 2 = -(x - 2)^2 + 2$$

이므로 A(2, 2)

$$y = -x^2 + 8x - 14 = -(x - 4)^2 + 2$$

이므로 B(4, 2)

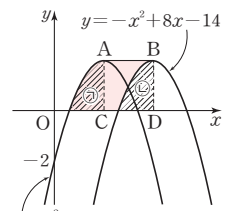
이때 $y = -x^2 + 8x - 14$ 의 그래프는

$$y = -x^2 + 4x - 2 \text{의 그래프를 } x \text{축의 방}$$

향으로 2만큼 평행이동한 것이므로 ㉠과 ㉡의 넓이는 같다.

따라서 구하는 넓이는 직사각형 ACDB의 넓이와 같으므로

$$\square ACDB = 2 \times 2 = 4$$



048 답 ③

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 3 = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 - 1$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 (2, -1)이고, 위로 볼록하며, y 축과의 교점의 좌표가 (0, -3)이므로 그래프는 ③이다.

049 답 ②

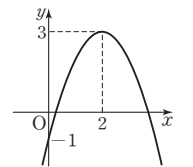
$$y = -x^2 + 4x - 1 = -(x - 2)^2 + 3$$

(i) 꼭짓점의 좌표: (2, 3)

(ii) 모양: $\cap$

(iii) y 축과의 교점의 좌표: (0, -1)

따라서 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다.

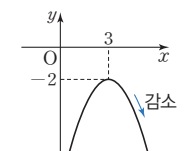


050 답 $x > 3$

$$y = -2x^2 + 12x - 20 = -2(x - 3)^2 - 2 \text{의 그래}$$

프는 오른쪽 그림과 같으므로 $x > 3$ 일 때, x 의 값

이 증가하면 y 의 값은 감소한다.



051 답 (0, 3)

$$y = x^2 + 2kx + k = (x^2 + 2kx + k^2) - k^2 + k$$

$$= (x+k)^2 - k^2 + k \quad \cdots \textcircled{1}$$

이 그래프가 $x < -3$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소하고,
 $x > -3$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하므로 축의 방정식은 $x = -3$ 이다.

①에서 그래프의 축의 방정식이 $x = -k$ 이므로
 $-k = -3 \quad \therefore k = 3$

즉, $y = x^2 + 6x + 3$ 에 $x = 0$ 을 대입하면 $y = 3$
 따라서 이 그래프가 y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 3)$ 이다.

052 답 ②

$$y = -2x^2 + 5x + 3 \text{에 } y = 0 \text{을 대입하면}$$

$$-2x^2 + 5x + 3 = 0, 2x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$(2x+1)(x-3) = 0 \quad \therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 3$$

$$\therefore p = -\frac{1}{2}, q = 3 (\because p < q)$$

$$y = -2x^2 + 5x + 3 \text{에 } x = 0 \text{을 대입하면}$$

$$y = 3 \quad \therefore r = 3$$

$$\therefore p + q - r = -\frac{1}{2} + 3 - 3 = -\frac{1}{2}$$

053 답 5

$$y = -x^2 + ax + 4 \text{의 그래프가 점 } (1, 6) \text{을 지나므로}$$

$$6 = -1 + a + 4 \quad \therefore a = 3 \quad \cdots \textcircled{i}$$

즉, $y = -x^2 + 3x + 4$ 이므로 이 식에 $y = 0$ 을 대입하면
 $-x^2 + 3x + 4 = 0, x^2 - 3x - 4 = 0$

$$(x+1)(x-4) = 0 \quad \therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 4$$

$$\therefore A(-1, 0), B(4, 0) \quad \cdots \textcircled{ii}$$

$$\therefore \overline{AB} = 4 - (-1) = 5 \quad \cdots \textcircled{iii}$$

채점 기준

(i) a 의 값 구하기	30 %
(ii) 두 점 A, B의 좌표 구하기	50 %
(iii) $\overline{AB}$ 의 길이 구하기	20 %

054 답 ④

$$y = x^2 - 6x + 5 \text{에 } y = 0 \text{을 대입하면}$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0, (x-1)(x-5) = 0 \quad \therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 5$$

따라서 $y = x^2 - 6x + 5$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점 $(1, 0), (5, 0)$
 사이의 거리는 4이다.

$$y = x^2 - 6x + 5 = (x-3)^2 - 4 \text{의 그래프를 } y \text{축의 방향으로 } q \text{만큼 평}$$

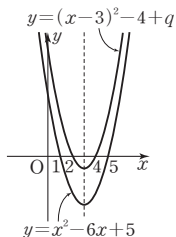
$$\text{행이동한 그래프의 식은 } y = (x-3)^2 - 4 + q \quad \cdots \textcircled{1}$$

이 그래프의 축의 방정식은 $x = 3$

이때 ①의 그래프가 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리는 2이고, ①의 그래프의 축에서 x 축과 만나는 두 점까지의 거리는 각각 1이므로 x 축과 만나는 두 점의 좌표는 $(2, 0), (4, 0)$ 이다.

따라서 $y = (x-3)^2 - 4 + q$ 에 $x = 2, y = 0$ 을 대입하면

$$0 = (2-3)^2 - 4 + q \quad \therefore q = 3$$



055 답 ④

$$y = -x^2 + 4x + 5 = -(x-2)^2 + 9$$

① 꼭짓점의 좌표는 $(2, 9)$ 이다.

②, ⑤ 이 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 $x > 2$

일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소하고,
 모든 사분면을 지난다.

③ $y = -x^2 + 4x + 5$ 에 $y = 0$ 을 대입하면

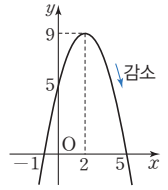
$$-x^2 + 4x + 5 = 0, x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$(x+1)(x-5) = 0 \quad \therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 5$$

즉, x 축과의 교점의 좌표는 $(-1, 0), (5, 0)$ 이므로 두 점 사이의 거리는 $5 - (-1) = 6$ 이다.

④ $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 9만큼 평행이동한 것이다.

따라서 옳지 않는 것은 ④이다.



056 답 $k < -1$

$$y = -x^2 - 8x - 15 + k = -(x+4)^2 + 1 + k$$

이 그래프는 위로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표가 $(-4, 1+k)$ 이므로
 그래프가 x 축과 만나지 않으려면 $1+k < 0$ 이어야 한다.

$$\therefore k < -1$$

057 답 3

$$y = -x^2 - x + 2 \text{에 } y = 0 \text{을 대입하면}$$

$$-x^2 - x + 2 = 0, x^2 + x - 2 = 0$$

$$(x+2)(x-1) = 0 \quad \therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 $A(-2, 0), B(1, 0)$ 이므로 $\overline{AB} = 1 - (-2) = 3$

$$y = -x^2 - x + 2 \text{에 } x = 0 \text{을 대입하면 } y = 2 \quad \therefore C(0, 2)$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 3$$

058 답 6

$$y = -x^2 - bx + 8 \text{의 그래프가 점 } (-2, 0) \text{을 지나므로}$$

$$0 = -(-2)^2 - b \times (-2) + 8, 2b = -4 \quad \therefore b = -2$$

$$\text{즉, } y = -x^2 + 2x + 8 = -(x-1)^2 + 9$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $A(1, 9)$ 이다.

$$y = -x^2 + 2x + 8 \text{에 } x = 0 \text{을 대입하면}$$

$$y = 8 \quad \therefore B(0, 8)$$

$$y = -x^2 + 2x + 8 \text{에 } y = 0 \text{을 대입하면}$$

$$-x^2 + 2x + 8 = 0, x^2 - 2x - 8 = 0, (x+2)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 4 \quad \therefore C(4, 0)$$

$$\therefore \triangle ABC = \triangle ABO + \triangle AOC - \triangle BOC$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 1 + \frac{1}{2} \times 4 \times 9 - \frac{1}{2} \times 4 \times 8$$

$$= 4 + 18 - 16 = 6$$

059 답 ⑤

그래프의 모양이 위로 볼록하므로 $a < 0$

그래프의 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0 \quad \therefore b < 0$

y 축과의 교점이 x 축보다 위쪽에 있으므로

$$-c > 0 \quad \therefore c < 0$$

060 답 ㄴ, ㄷ, ㄹ

그래프의 모양이 아래로 볼록하므로 $a > 0$

그래프의 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0 \quad \therefore b < 0$

y 축과의 교점이 x 축보다 위쪽에 있으므로 $c > 0$

ㄱ. $ac > 0$

ㄴ. $x=1$ 일 때, $y < 0$ 이므로 $y = a + b + c < 0$

ㄷ. $abc < 0$

ㄹ. $x=-1$ 일 때, $y > 0$ 이므로 $y = a - b + c > 0$

ㅁ. $2a - b > 0$

ㅂ. 축의 방정식이 $x = -\frac{b}{2a}$ 이고, $-\frac{b}{2a} > 1$ 에서 $a > 0$ 이므로

$$-b > 2a \quad \therefore 2a + b < 0$$

따라서 그 값이 항상 음수인 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.

061 답 ②

그래프의 모양이 아래로 볼록하므로 $a > 0$

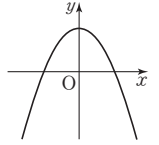
그래프의 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $-ab > 0 \quad \therefore b < 0$

그래프가 원점을 지나므로 $c = 0$

따라서 $y = bx^2 + cx + a = bx^2 + a$ 의 그래프는

$b < 0$ 이므로 그래프의 모양이 위로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표가 $(0, a)$ 이다.

이때 꼭짓점의 y 좌표 $a > 0$ 이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



10 이차함수의 활용

핵심
유형

- 유형01 -1 유형02 $y = -x^2 - 4x - 1$
 유형03 -1 유형04 $y = -x^2 + 2x + 3$ 유형05 ①
 유형06 ① 유형07 0 유형08 $y = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{1}{3}$
 유형09 $-\frac{1}{2}$ 유형10 9 유형11 225cm^2
 유형12 1 유형13 30m 유형14 $P(1, 2)$
 유형15 $\frac{5}{2}$

핵심
유형

완성하기

- 001 3 002 $(0, -2)$ 003 -5 004 ①
 005 -5 006 ③ 007 4 008 $y = 4x^2 + 8x + 3$
 009 ② 010 6 011 ⑤ 012 2
 013 $y = -x^2 + 6x - 5$ 014 ⑤ 015 ① 016 1
 017 $\frac{5}{3}$ 018 ④ 019 ③ 020 ⑤
 021 (1) 3 (2) 최댓값: $\frac{61}{4}$, $x = \frac{3}{2}$ 022 -16 023 3
 024 -3 025 9 026 -1 027 5 028 10
 029 ④ 030 ② 031 $f(x) = 2x^2 - 4x + 7$
 032 ④ 033 $y = 3x^2 + 6x + 5$ 034 ② 035 ①
 036 ⑤ 037 11, 11 038 -16 039 -9
 040 ① 041 72 042 ③ 043 50m^2 044 4
 045 300cm^2 046 3cm 047 ④ 048 49cm^2
 049 (1) $\frac{361}{4}\text{cm}^2$ (2) 19cm, $\frac{19}{2}\text{cm}$
 050 5초 후 051 ① 052 200, 3500
 053 15일 054 245000원 055 ② 056 ④
 057 $\frac{9}{8}$ 058 392cm^2 059 34 060 ④
 061 5 062 ②

핵심
유형

최종 점검하기

- 063 ④ 064 -7 065 ④ 066 2 067 ①
 068 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$ 069 ⑤

- 070 $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 4$ 071 $\frac{37}{4}$ 072 ③
 073 $(4, -16)$ 074 ⑤ 075 24 076 ②
 077 ② 078 ⑤ 079 -16 080 144m^2
 081 12cm 082 ② 083 110m
 084 1100원 085 $P(2, 4)$ 086 ③

01 이차함수의 식 구하기

164~166쪽

핵심 유형

유형01 답 -1

꼭짓점의 좌표가 $(-1, -9)$ 이므로 이차함수의 식을 $y = a(x+1)^2 - 9$ 로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(2, 9)$ 를 지나므로

$$9 = a(2+1)^2 - 9, 9a = 18 \quad \therefore a = 2$$

$$\therefore y = 2(x+1)^2 - 9 = 2x^2 + 4x - 7$$

따라서 $a = 2, b = 4, c = -7$ 이므로

$$a + b + c = 2 + 4 + (-7) = -1$$

유형02 답 $y = -x^2 - 4x - 1$

축의 방정식이 $x = -2$ 이므로 구하는 이차함수의 식을 $y = a(x+2)^2 + q$ 로 놓을 수 있다.

이 그래프가 두 점 $(1, -6), (-2, 3)$ 을 지나므로

$$-6 = 9a + q, 3 = q$$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$$a = -1, q = 3$$

$$\therefore y = -(x+2)^2 + 3 = -x^2 - 4x - 1$$

유형03 답 -1

$y = ax^2 + bx + c$ 에 $x = 0, y = -2$ 를 대입하면

$$c = -2$$

즉, $y = ax^2 + bx - 2$ 에

(i) $x = -1, y = 7$ 을 대입하면

$$7 = a - b - 2 \quad \cdots \textcircled{1}$$

(ii) $x = 1, y = -5$ 를 대입하면

$$-5 = a + b - 2 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면

$$a = 3, b = -6$$

$$\therefore y = 3x^2 - 6x - 2$$

따라서 $a = 3, b = -6, c = -2$ 이므로

$$a + b - c = 3 + (-6) - (-2) = -1$$

유형04 답 $y = -x^2 + 2x + 3$

그래프가 x 축과 두 점 $(-1, 0)$, $(3, 0)$ 에서 만나므로 구하는 이차함수의 식을 $y = a(x+1)(x-3)$ 으로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(0, 3)$ 을 지나므로 $3 = -3a \quad \therefore a = -1$
 $\therefore y = -(x+1)(x-3) = -x^2 + 2x + 3$

핵심 유형 완성하기

001 답 3

꼭짓점의 좌표가 $(-2, 5)$ 이므로 이차함수의 식을 $y = a(x+2)^2 + 5$ 로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(0, 3)$ 을 지나므로
 $3 = a(0+2)^2 + 5, 4a = -2 \quad \therefore a = -\frac{1}{2}$
 $\therefore y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 5 = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$
따라서 $a = -\frac{1}{2}, b = -2, c = 3$ 이므로
 $abc = -\frac{1}{2} \times (-2) \times 3 = 3$

002 답 $(0, -2)$

꼭짓점의 좌표가 $(2, -3)$ 이므로 이차함수의 식을 $y = a(x-2)^2 - 3$ 으로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(-2, 1)$ 을 지나므로
 $1 = a(-2-2)^2 - 3, 16a = 4 \quad \therefore a = \frac{1}{4}$
 $\therefore y = \frac{1}{4}(x-2)^2 - 3 \quad \dots (i)$
이 식에 $x=0$ 을 대입하면 $y = \frac{1}{4} \times (0-2)^2 - 3 = -2$
따라서 y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, -2)$ 이다. $\dots (ii)$

채점 기준

(i) 이차함수의 식 구하기	50 %
(ii) y 축과 만나는 점의 좌표 구하기	50 %

003 답 -5

꼭짓점의 좌표가 $(2, 3)$ 이므로 이차함수의 식을 $y = a(x-2)^2 + 3$ 으로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(0, 1)$ 을 지나므로
 $1 = a(0-2)^2 + 3, 4a = -2 \quad \therefore a = -\frac{1}{2}$
따라서 $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 3$ 의 그래프가 점 $(6, k)$ 를 지나므로
 $k = -\frac{1}{2} \times (6-2)^2 + 3 = -5$

004 답 ①

$y = 3(x+2)^2 + 4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 4)$ 이므로 구하는 이차함수의 식을 $y = a(x+2)^2 + 4$ 로 놓을 수 있다.
 $y = \frac{1}{2}x^2 - x - 4$ 의 그래프와 y 축과의 교점의 좌표는 $(0, -4)$
즉, $y = a(x+2)^2 + 4$ 의 그래프가 점 $(0, -4)$ 를 지나므로
 $-4 = a(0+2)^2 + 4, 4a = -8 \quad \therefore a = -2$
 $y = -2(x+2)^2 + 4 = -2x^2 - 8x - 4$

005 답 -5

축의 방정식이 $x=2$ 이므로 이차함수의 식을 $y = a(x-2)^2 + q$ 로 놓을 수 있다.
이 그래프가 두 점 $(1, -4), (-1, 4)$ 를 지나므로
 $-4 = a + q, 4 = 9a + q$
위의 두 식을 연립하여 풀면 $a = 1, q = -5$
따라서 $y = (x-2)^2 - 5$ 이므로 꼭짓점은 $(2, -5)$ 이고 꼭짓점의 y 좌표는 -5 이다.

006 답 ③

축의 방정식이 $x=3$ 이므로 이차함수의 식을 $y = -2(x-3)^2 + q$ 로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(1, -5)$ 를 지나므로
 $-5 = -2 \times (1-3)^2 + q, -5 = -8 + q$
 $\therefore q = 3$
따라서 $y = -2(x-3)^2 + 3 = -2x^2 + 12x - 15$ 이므로
 $a = 12, b = -15$
 $\therefore a + b = 12 + (-15) = -3$

007 답 4

축의 방정식이 $x=2$ 이므로 이차함수의 식을 $y = a(x-2)^2 + q$ 로 놓을 수 있다.
이 그래프가 두 점 $(0, -1), (1, 2)$ 를 지나므로
 $-1 = 4a + q, 2 = a + q$
위의 두 식을 연립하여 풀면 $a = -1, q = 3$
따라서 $y = -(x-2)^2 + 3 = -x^2 + 4x - 1$ 이므로
 $a = -1, b = 4, c = -1$
 $\therefore a + b - c = -1 + 4 - (-1) = 4$

008 답 $y = 4x^2 + 8x + 3$

(나)에서 $a=4$ 이고
(다)에서 축의 방정식은 $x=-1$ 이므로
구하는 이차함수의 식을 $y = 4(x+1)^2 + q$ 로 놓을 수 있다.
(가)에서 그래프가 점 $(1, 15)$ 를 지나므로
 $15 = 4 \times (1+1)^2 + q, 15 = 16 + q \quad \therefore q = -1$
 $\therefore y = 4(x+1)^2 - 1 = 4x^2 + 8x + 3$

009 답 ②

$y = ax^2 + bx + c$ 에 $x=0, y=-5$ 를 대입하면 $c = -5$
즉, $y = ax^2 + bx - 5$ 에
(i) $x=2, y=3$ 을 대입하면 $3 = 4a + 2b - 5 \quad \dots \textcircled{1}$
(ii) $x=6, y=1$ 을 대입하면 $1 = 36a + 6b - 5 \quad \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a = -\frac{3}{4}, b = \frac{11}{2}$
 $\therefore 4a - 2b - c = 4 \times \left(-\frac{3}{4}\right) - 2 \times \frac{11}{2} - (-5) = -9$

010 답 6

$y = ax^2 - 2x + b$ 에 $x=0, y=1$ 을 대입하면 $b=1$
즉, $y = ax^2 - 2x + 1$ 에 $x=-1, y=6$ 을 대입하면
 $6 = a + 2 + 1 \quad \therefore a = 3$

따라서 $y=3x^2-2x+1$ 에 $x=1, y=c$ 를 대입하면
 $c=3-2+1=2$
 $\therefore a+b+c=3+1+2=6$

011 답 ⑤

$y=ax^2+bx+c$ 에 $x=0, y=8$ 을 대입하면 $c=8$

즉, $y=ax^2+bx+8$ 에

(i) $x=-3, y=5$ 를 대입하면 $5=9a-3b+8 \quad \dots \textcircled{1}$

(ii) $x=4, y=-16$ 을 대입하면 $-16=16a+4b+8 \quad \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a=-1, b=-2$

따라서 $y=bx^2+cx+a=-2x^2+8x-1=-2(x-2)^2+7$ 이므로
 $y=bx^2+cx+a$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2, 7)$ 이다.

012 답 2

이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$ 로 놓고 $x=0, y=-3$ 을 대입하면
 $c=-3$

즉, $y=ax^2+bx-3$ 에

(i) $x=-4, y=-3$ 을 대입하면 $-3=16a-4b-3 \quad \dots \textcircled{1}$

(ii) $x=1, y=-8$ 을 대입하면 $-8=a+b-3 \quad \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a=-1, b=-4$

따라서 $y=-x^2-4x-3=-(x+3)(x+1)$ 이므로 이 그래프와
 x 축과의 교점은 $(-3, 0), (-1, 0)$ 이다.

$\therefore \overline{AB}=-1-(-3)=2$

013 답 $y=-x^2+6x-5$

그래프가 x 축과 두 점 $(1, 0), (5, 0)$ 에서 만나므로 구하는 이차함
 수의 식을 $y=a(x-1)(x-5)$ 로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(4, 3)$ 을 지나므로

$3=-3a \quad \therefore a=-1$

$\therefore y=-(x-1)(x-5)=-x^2+6x-5$

014 답 ⑤

$y=5x^2$ 의 그래프를 평행이동하면 완전히 포개어지고, x 축과 두 점
 $(2, 0), (-4, 0)$ 에서 만나므로 이차함수의 식은

$y=5(x-2)(x+4)$

따라서 $y=5(x-2)(x+4)=5x^2+10x-40=5(x+1)^2-45$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -45)$ 이다.

015 답 ①

그래프가 x 축과 두 점 $(1, 0), (-3, 0)$ 에서 만나므로 구하는 이차
 함수의 식을 $y=a(x-1)(x+3)$ 으로 놓을 수 있다.

$y=a(x-1)(x+3)=a(x^2+2x-3)=a(x+1)^2-4a$

이때 꼭짓점의 y 좌표가 8이므로

$-4a=8 \quad \therefore a=-2$

$\therefore y=-2(x^2+2x-3)=-2x^2-4x+6$

016 답 1

그래프가 x 축과 두 점 $(2, 0), (4, 0)$ 에서 만나므로 이차함수의 식
 을 $y=a(x-2)(x-4)$ 로 놓을 수 있다. $\dots \textcircled{i}$

이 그래프가 점 $(1, -3)$ 을 지나므로

$-3=3a \quad \therefore a=-1 \quad \dots \textcircled{ii}$

$\therefore y=-(x-2)(x-4)=-x^2+6x-8 \quad \dots \textcircled{iii}$

이 그래프가 점 $(k, -k^2-2)$ 를 지나므로

$-k^2-2=-k^2+6k-8, 6k=6 \quad \therefore k=1 \quad \dots \textcircled{iv}$

채점 기준

(i) 이차함수의 식을 $y=a(x-m)(x-n)$ 의 꼴로 놓기	20 %
(ii) a 의 값 구하기	30 %
(iii) 이차함수의 식 구하기	20 %
(iv) k 의 값 구하기	30 %

02 이차함수의 최댓값과 최솟값

167~170쪽

핵심 유형

유형05 답 ①

$y=-2x^2+8x=-2(x-2)^2+8$ 이므로 $x=2$ 일 때, 최댓값은 8이다.

$\therefore M=8$

$y=\frac{1}{2}x^2-2x+3=\frac{1}{2}(x-2)^2+1$ 이므로 $x=2$ 일 때, 최솟값은 1이다.

$\therefore m=1$

$\therefore M+m=8+1=9$

유형06 답 ①

$y=-3x^2+12x+c=-3(x-2)^2+c+12$

이 함수의 최댓값이 8이므로

$c+12=8 \quad \therefore c=-4$

유형07 답 0

$y=-2x^2+ax+2$ 는 $x=-1$ 일 때, 최댓값이 b 이므로

$y=-2(x+1)^2+b=-2x^2-4x-2+b$

따라서 $a=-4, 2=-2+b$ 에서 $b=4$

$\therefore a+b=-4+4=0$

유형08 답 $y=-\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x-\frac{1}{3}$

$x=-2$ 일 때, 최댓값이 1이므로 구하는 이차함수의 식을

$y=a(x+2)^2+1$ 로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(1, -2)$ 를 지나므로

$-2=a(1+2)^2+1, 9a=-3 \quad \therefore a=-\frac{1}{3}$

$\therefore y=-\frac{1}{3}(x+2)^2+1=-\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x-\frac{1}{3}$

유형09 답 $-\frac{1}{2}$

$y=-2x^2+2ax+a=-2\left(x-\frac{a}{2}\right)^2+\frac{a^2}{2}+a$

$\therefore M=\frac{a^2}{2}+a=\frac{1}{2}(a+1)^2-\frac{1}{2}$

따라서 M 은 $a=-1$ 일 때, 최솟값이 $-\frac{1}{2}$ 이다.

017 답 $\frac{5}{3}$

$y = -2x^2 + 4x - 1 = -2(x-1)^2 + 1$ 이므로 $x=1$ 일 때, 최댓값은 1이다. $\therefore a=1$

$y = 3x^2 + 2x + 1 = 3\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{2}{3}$ 이므로 $x = -\frac{1}{3}$ 일 때, 최솟값은 $\frac{2}{3}$ 이다. $\therefore b = \frac{2}{3}$

$$\therefore a+b = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

018 답 ④

① $x=0$ 일 때, 최댓값은 -6 이다.

② $x=-1$ 일 때, 최댓값은 0 이다.

③ $x=6$ 일 때, 최댓값은 1 이다.

$$\textcircled{4} \quad y = -x^2 + x + 6 = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$$

즉, $x = \frac{1}{2}$ 일 때 최댓값은 $\frac{25}{4}$ 이다.

$$\textcircled{5} \quad y = -3x^2 + 12x - 6 = -3(x-2)^2 + 6$$

즉, $x=2$ 일 때 최댓값은 6 이다.

따라서 최댓값이 가장 큰 것은 ④이다.

019 답 ③

$y = x^2 - 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = (x-2)^2 - 3 + 3 = (x-2)^2$$

따라서 $x=2$ 일 때, 최솟값은 0 이다.

020 답 ⑤

$y = x^2 + ax + b$ 의 그래프가 두 점 $(0, -3), (1, 0)$ 을 지나므로 $-3 = b, 0 = 1 + a + b$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=2, b=-3$

따라서 $y = x^2 + 2x - 3 = (x+1)^2 - 4$ 이므로 $x=-1$ 일 때, 최솟값은 -4 이다.

021 답 (1) 3 (2) 최댓값: $\frac{61}{4}, x = \frac{3}{2}$

(1) $y = -x^2 + kx + 13$ 의 그래프가 점 $(k+1, k^2)$ 을 지나므로

$$k^2 = -(k+1)^2 + k(k+1) + 13$$

$$k^2 = -k^2 - 2k - 1 + k^2 + k + 13$$

$$k^2 + k - 12 = 0, (k+4)(k-3) = 0$$

$$\therefore k = 3 (\because k > 0)$$

(2) $y = -x^2 + 3x + 13$

$$= -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{61}{4}$$

따라서 $x = \frac{3}{2}$ 일 때, 최댓값은 $\frac{61}{4}$ 이다.

022 답 -16

$y = 3x^2 + 6x + 4k - 5 = 3(x+1)^2 + 4k - 8$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 4k-8)$ 이다. $\dots$ (i)

$2x - y = 14$ 에 $x = -1, y = 4k - 8$ 을 대입하면

$$2 \times (-1) - (4k - 8) = 14, 4k = -8 \quad \therefore k = -2 \quad \dots \textcircled{ii}$$

따라서 $y = 3(x+1)^2 - 16$ 이므로 $x = -1$ 일 때, 최솟값은 -16 이다. $\dots$ (iii)

채점 기준

(i) 꼭짓점의 좌표 구하기	30 %
(ii) k 의 값 구하기	40 %
(iii) 이차함수의 최솟값 구하기	30 %

023 답 3

$$y = x^2 - 2x + a = (x-1)^2 + a - 1$$

이 함수의 최솟값이 2이므로 $a - 1 = 2 \quad \therefore a = 3$

024 답 -3

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - a - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}(x-3)^2 - a + 4$$

이므로 이 함수의 최댓값은 $-a + 4$ 이다. $\dots$ (i)

$$y = x^2 - 8x + 23 = (x-4)^2 + 7$$

이므로 이 함수의 최솟값은 7 이다. $\dots$ (ii)

따라서 $-a + 4 = 7$ 이므로 $a = -3$ $\dots$ (iii)

채점 기준

(i) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - a - \frac{1}{2}$ 의 최댓값 구하기	40 %
(ii) $y = x^2 - 8x + 23$ 의 최솟값 구하기	40 %
(iii) a 의 값 구하기	20 %

025 답 9

$$y = 2x^2 - 6x + a = 2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + a - \frac{9}{2}$$

이 함수의 최솟값이 4 이상이므로 $a - \frac{9}{2} \geq 4 \quad \therefore a \geq \frac{17}{2} = 8.5$

따라서 정수 a 의 최솟값은 9 이다.

026 답 -1

$$y = -2x^2 + 4kx = -2(x-k)^2 + 2k^2$$

이 함수의 최댓값이 2이므로 $2k^2 = 2 \quad \therefore k = \pm 1$

이때 꼭짓점의 좌표 $(k, 2k^2)$ 이 제2사분면 위에 있으려면

$k < 0, 2k^2 > 0$ 이어야 하므로 $k = -1$

027 답 5

$y = x^2 - ax + 3b$ 는 $x = -1$ 일 때, 최솟값이 8이므로

$$y = (x+1)^2 + 8 = x^2 + 2x + 9$$

따라서 $-a = 2, 3b = 9$ 이므로 $a = -2, b = 3$

$$\therefore b - a = 3 - (-2) = 5$$

028 답 10

$y = x^2 + 2x + m = (x+1)^2 + m - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 n 만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = (x-n+1)^2 + m - 1 + 3 = (x-n+1)^2 + m + 2$$

이 함수가 $x = -3$ 일 때, 최솟값이 -3 이므로

$$n - 1 = -3, m + 2 = -3 \quad \therefore n = -2, m = -5$$

$$\therefore mn = -5 \times (-2) = 10$$

029 ④

$y=ax^2+bx+c$ 가 $x=-1$ 일 때, 최솟값이 -2 이므로
 $y=a(x+1)^2-2=ax^2+2ax+a-2$
 이 함수의 그래프가 제4사분면을 지나지 않으려면
 그래프의 모양이 아래로 볼록해야 하므로 $a>0$
 y 축과의 교점의 y 좌표가 0보다 크거나 같아야 하므로
 $a-2\geq 0 \quad \therefore a\geq 2$
 따라서 구하는 a 의 값의 범위는 $a\geq 2$ 이다.

030 ②

$x=4$ 일 때, 최솟값이 -2 이므로 구하는 이차함수의 식을
 $y=a(x-4)^2-2$ 로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 점 $(2, 2)$ 를 지나므로
 $2=a(2-4)^2-2, 4a=4 \quad \therefore a=1$
 $\therefore y=(x-4)^2-2=x^2-8x+14$

031 ① $f(x)=2x^2-4x+7$

$x=1$ 일 때, 최솟값이 q 이므로 $f(x)=a(x-1)^2+q$ 로 놓을 수 있다.
 $f(-1)=13$ 이므로 $4a+q=13 \quad \cdots \textcircled{㉠}$
 $f(2)=7$ 이므로 $a+q=7 \quad \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면 $a=2, q=5$
 $\therefore f(x)=2(x-1)^2+5=2x^2-4x+7$

032 ④

그래프가 x 축과 두 점 $(-3, 0), (5, 0)$ 에서 만나므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+3)(x-5)$ 로 놓을 수 있다.
 $y=a(x+3)(x-5)=a(x^2-2x-15)=a(x-1)^2-16a$
 이 함수의 최솟값이 -16 이므로
 $-16a=-16 \quad \therefore a=1$
 $\therefore y=x^2-2x-15$
다른 풀이 그래프가 두 점 $(-3, 0), (5, 0)$ 을 지나므로 축의 방정식은 $x=1$ 이다.
 즉, 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1, -16)$ 이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2-16$ 으로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 점 $(-3, 0)$ 을 지나므로
 $0=a(-3-1)^2-16, 16a=16 \quad \therefore a=1$
 $\therefore y=(x-1)^2-16=x^2-2x-15$

033 ③ $y=3x^2+6x+5$

구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$ 로 놓으면
 (가)에서 $a=3$
 (타)에서 그래프가 점 $(0, 5)$ 를 지나므로 $c=5$
 $\therefore y=3x^2+bx+5=3\left(x+\frac{b}{6}\right)^2-\frac{b^2}{12}+5$
 (나)에서 함수의 최솟값이 2이므로
 $-\frac{b^2}{12}+5=2, b^2=36 \quad \therefore b=-6 \text{ 또는 } b=6$
 (타)에서 그래프의 꼭짓점의 좌표 $\left(-\frac{b}{6}, -\frac{b^2}{12}+5\right)$ 가 제2사분면 위에 있으려면 $-\frac{b}{6}<0, -\frac{b^2}{12}+5>0$ 이어야 하므로

$$b>0, b^2<60 \quad \therefore b=6$$

따라서 구하는 이차함수의 식은
 $y=3x^2+6x+5$

034 ②

$y=x^2-4px+4p-2$
 $=(x-2p)^2-4p^2+4p-2$
 $\therefore m=-4p^2+4p-2=-4\left(p-\frac{1}{2}\right)^2-1$
 따라서 m 은 $p=\frac{1}{2}$ 일 때, 최댓값이 -1 이다.

035 ①

$y=-x^2-4tx+4t$
 $=(x+2t)^2+4t^2+4t$
 $\therefore f(t)=4t^2+4t=(2t+1)^2-1$
 따라서 $f(t)$ 는 $t=-\frac{1}{2}$ 일 때, 최솟값이 -1 이므로
 $p=-\frac{1}{2}, q=-1$
 $\therefore p+q=-\frac{1}{2}+(-1)=-\frac{3}{2}$

036 ⑤

$y=-2x^2-4ax+b$
 $=-2(x+a)^2+2a^2+b$
 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-a, 2a^2+b)$ 이므로
 $x=-a, y=2a^2+b$ 를 $y=-3x+5$ 에 대입하면
 $2a^2+b=-3\times(-a)+5$
 $\therefore b=-2a^2+3a+5$
 이때 $b=-2a^2+3a+5=-2\left(a-\frac{3}{4}\right)^2+\frac{49}{8}$
 따라서 b 는 $a=\frac{3}{4}$ 일 때, 최댓값이 $\frac{49}{8}$ 이다.

03 이차함수의 활용

171~175쪽

핵심 유형

유형10 ⑨

한 수를 x 라 하면 다른 한 수는 $6-x$ 이다.
 두 수의 곱을 y 라 하면
 $y=x(6-x)=-x^2+6x=-(x-3)^2+9$
 따라서 $x=3$ 일 때, 두 수의 곱의 최댓값은 9이다.

유형11 ③ 225 cm^2

직사각형의 가로의 길이를 $x \text{ cm}$ 라 하면 세로의 길이는 $(30-x) \text{ cm}$ 이다.
 직사각형의 넓이를 $y \text{ cm}^2$ 라 하면
 $y=x(30-x)=-x^2+30x=-(x-15)^2+225$ (단, $0<x<30$)
 따라서 $x=15$ 일 때, 직사각형의 최대 넓이는 225 cm^2 이다.

유형12 ② 1

새로운 직사각형의 가로 길이는 $(12-x)$ cm이고, 세로 길이는 $(10+x)$ cm이므로

$$y = (12-x)(10+x) = -x^2 + 2x + 120$$

$$= -(x-1)^2 + 121 \quad (\text{단, } 0 < x < 12)$$

따라서 $x=1$ 일 때, y 는 최대가 된다.

유형13 ② 30 m

$$y = -5x^2 + 20x + 10 = -5(x-2)^2 + 30$$

따라서 $x=2$ 일 때, 최댓값이 30이므로 물체가 올라갈 수 있는 최고 높이는 30m이다.

유형14 ② P(1, 2)

점 P의 x 좌표를 a 라 하면 $P(a, -2a+4)$

□OQPR의 넓이를 y 라 하면

$$y = a(-2a+4) = -2a^2 + 4a = -2(a-1)^2 + 2 \quad (\text{단, } 0 < a < 2)$$

따라서 $a=1$ 일 때, □OQPR의 넓이가 최대가 되므로 P(1, 2)이다.

유형15 ② $\frac{5}{2}$

두 점 P, Q의 x 좌표를 a 라 하면 $P(a, \frac{1}{6}a^2+4)$, $Q(a, a)$

$$\therefore \overline{PQ} = \frac{1}{6}a^2 + 4 - a = \frac{1}{6}a^2 - a + 4 = \frac{1}{6}(a-3)^2 + \frac{5}{2}$$

따라서 $a=3$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이의 최솟값은 $\frac{5}{2}$ 이다.

핵심 유형 완성하기

037 ② 11, 11

한 수를 x 라 하면 다른 한 수는 $22-x$ 이다.

두 수의 곱을 y 라 하면

$$y = x(22-x) = -x^2 + 22x = -(x-11)^2 + 121$$

따라서 $x=11$ 일 때, 두 수의 곱이 최대가 되므로 구하는 두 수는 11, 11이다.

038 ② -16

한 수를 x 라 하면 다른 한 수는 $x+8$ 이다. 두 수의 곱을 y 라 하면

$$y = x(x+8) = x^2 + 8x = (x+4)^2 - 16$$

따라서 $x=-4$ 일 때, 두 수의 곱의 최솟값은 -16이다.

039 ② -9

한 수를 x 라 하면 다른 한 수는 $x+6$ 이다.

두 수의 제곱의 합을 y 라 하면

$$y = x^2 + (x+6)^2 = 2x^2 + 12x + 36 = 2(x+3)^2 + 18 \quad \dots (i)$$

$$x = -3 \text{ 일 때, } y \text{가 최소가 되므로 두 수는 } -3, 3 \text{이다.} \quad \dots (ii)$$

$$\text{따라서 두 수의 곱은 } -9 \text{이다.} \quad \dots (iii)$$

채점 기준

(i) 이차함수의 식을 세워 $y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 변형하기	50 %
(ii) 최소가 되는 두 수 구하기	30 %
(iii) 두 수의 곱 구하기	20 %

040 ② ①

$x+y=6$ 에서 $y=6-x$ 이므로

$$2x^2 + xy + 2 = 2x^2 + x(6-x) + 2 = x^2 + 6x + 2 = (x+3)^2 - 7$$

따라서 $x=-3$ 일 때, 최솟값은 -7이다.

041 ② 72

직사각형의 세로의 길이가 b cm이므로 가로의 길이는

$$(16-b) \text{ cm이다.}$$

직사각형의 넓이를 $y \text{ cm}^2$ 라 하면

$$y = b(16-b) = -b^2 + 16b$$

$$= -(b-8)^2 + 64 \quad (\text{단, } 0 < b < 16)$$

따라서 $b=8$ 일 때, 직사각형의 넓이의 최댓값은 64 cm^2 이므로

$$a=64, b=8$$

$$\therefore a+b=64+8=72$$

042 ② ③

삼각형의 밑변의 길이를 $x \text{ cm}$ 라 하면 높이는 $(40-x) \text{ cm}$ 이다.

삼각형의 넓이를 $y \text{ cm}^2$ 라 하면

$$y = \frac{1}{2}x(40-x) = -\frac{1}{2}x^2 + 20x$$

$$= -\frac{1}{2}(x-20)^2 + 200 \quad (\text{단, } 0 < x < 40)$$

따라서 $x=20$ 일 때, 삼각형의 최대 넓이는 200 cm^2 이다.

043 ② 50 m^2

닭장의 세로의 길이를 $x \text{ m}$ 라 하면 가로의 길이는 $(20-2x) \text{ m}$ 이다. 닭장의 넓이를 $y \text{ m}^2$ 라 하면

$$y = x(20-2x) = -2x^2 + 20x = -2(x-5)^2 + 50 \quad (\text{단, } 0 < x < 10)$$

따라서 $x=5$ 일 때, 닭장의 최대 넓이는 50 m^2 이다.

044 ② 4

빗금 친 직사각형의 세로의 길이가 $x \text{ cm}$ 이므로 가로의 길이는

$$(16-2x) \text{ cm이다. 빗금 친 직사각형의 넓이를 } y \text{ cm}^2 \text{라 하면}$$

$$y = x(16-2x) = -2x^2 + 16x = -2(x-4)^2 + 32 \quad (\text{단, } 0 < x < 8)$$

따라서 $x=4$ 일 때, 빗금 친 직사각형의 넓이가 최대가 된다.

045 ② 300 cm^2

$\overline{AP}=x \text{ cm}$ 라 하면 $\overline{BP}=(30-x) \text{ cm}$ 이다.

두 도형의 넓이의 합을 $y \text{ cm}^2$ 라 하면

$$y = x^2 + \frac{1}{2}(30-x)^2$$

$$= \frac{3}{2}x^2 - 30x + 450$$

$$= \frac{3}{2}(x-10)^2 + 300 \quad (\text{단, } 0 < x < 30)$$

따라서 $x=10$ 일 때, 두 도형의 넓이의 합의 최솟값은 300 cm^2 이다.

046 ② 3 cm

부채꼴의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라 하면 호의 길이는 $(12-2r) \text{ cm}$ 이다. 부채꼴의 넓이를 $y \text{ cm}^2$ 라 하면

$$y = \frac{1}{2}r(12-2r) = -r^2 + 6r$$

$$= -(r-3)^2 + 9 \quad (\text{단, } 0 < r < 6)$$

따라서 $r=3$ 일 때, 부채꼴의 넓이가 최대가 되므로 구하는 반지름의 길이는 3cm이다.

047 답 ④

작은 원의 반지름의 길이를 x 라 하면 큰 원의 반지름의 길이는 $8-x$ 이다.

두 원의 넓이의 합을 y 라 하면

$$\begin{aligned} y &= \pi x^2 + \pi(8-x)^2 \\ &= 2\pi x^2 - 16\pi x + 64\pi \\ &= 2\pi(x-4)^2 + 32\pi \quad (\text{단, } 0 < x < 8) \end{aligned}$$

따라서 $x=4$ 일 때, 두 원의 넓이의 합의 최솟값은 32π 이다.

048 답 49 cm²

새로운 직사각형의 가로 길이는 $(6+x)$ cm이고, 세로 길이는 $(8-x)$ cm이다. 새로운 직사각형의 넓이를 y cm²라 하면

$$\begin{aligned} y &= (6+x)(8-x) \\ &= -x^2 + 2x + 48 \\ &= -(x-1)^2 + 49 \quad (\text{단, } 0 < x < 8) \end{aligned}$$

따라서 $x=1$ 일 때, 새로운 직사각형의 넓이의 최댓값은 49cm²이다.

049 답 ① (1) $\frac{361}{4}$ cm² (2) 19cm, $\frac{19}{2}$ cm

(1) 새로 만든 삼각형의 밑변의 길이는 $(10+x)$ cm이고, 높이는 $(14-\frac{1}{2}x)$ cm이므로 ... (i)

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}(10+x)(14-\frac{1}{2}x) \\ &= -\frac{1}{4}x^2 + \frac{9}{2}x + 70 \\ &= -\frac{1}{4}(x-9)^2 + \frac{361}{4} \quad (\text{단, } 0 < x < 28) \end{aligned} \quad \dots (ii)$$

따라서 $x=9$ 일 때, 새로 만든 삼각형의 넓이의 최댓값은 $\frac{361}{4}$ cm²이다. ... (iii)

(2) $x=9$ 일 때, 새로 만든 삼각형의 넓이가 최대가 되므로 구하는 밑변의 길이는 $10+9=19$ (cm)이고, 높이는 $14-\frac{1}{2} \times 9 = \frac{19}{2}$ (cm)이다. ... (iv)

채점 기준

(i) 새로 만든 삼각형의 밑변의 길이와 높이를 x 에 대한 식으로 나타내기	20 %
(ii) 이차함수의 식을 세워 $y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 변형하기	40 %
(iii) 새로 만든 삼각형의 넓이의 최댓값 구하기	20 %
(iv) 새로 만든 삼각형의 넓이가 최대가 될 때의 밑변의 길이와 높이 구하기	20 %

050 답 5초 후

x 초 후에 $\overline{AP}=x$ cm, $\overline{BQ}=2x$ cm, $\overline{PB}=(10-x)$ cm이므로

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times (10-x) \times 2x = -x^2 + 10x \\ &= -(x-5)^2 + 25 \quad (\text{단, } 0 < x < \frac{15}{2}) \end{aligned}$$

따라서 5초 후에 $\triangle PBQ$ 의 넓이가 최대가 된다.

051 답 ①

$$y = -5x^2 + 10x + 1 = -5(x-1)^2 + 6$$

따라서 $x=1$ 일 때, 최댓값이 6이므로 테니스 공은 1초 후에 최고 높이 6m에 도달한다.

052 답 200, 3500

이익을 y 만 원이라 하면

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{10}x^2 + 40x - 500 \\ &= -\frac{1}{10}(x-200)^2 + 3500 \end{aligned}$$

따라서 K회사가 최대의 이익을 내기 위해서는 하루에 200개의 제품을 생산해야 하고, 그때의 최대 이익은 3500만 원이다.

053 답 15일

$$\begin{aligned} y &= x(30-x) \\ &= -x^2 + 30x \\ &= -(x-15)^2 + 225 \end{aligned}$$

따라서 $x=15$ 일 때, 최댓값이 225이므로 판매가 가장 많이 된 날은 판매를 시작한 지 15일째 되는 날이다.

054 답 245000원

총 판매 금액을 y 원이라 하면

$$\begin{aligned} y &= (500-x)(400+2x) \\ &= -2x^2 + 600x + 200000 \\ &= -2(x-150)^2 + 245000 \end{aligned}$$

따라서 $x=150$ 일 때, 최댓값이 245000이므로 총 판매 금액의 최댓값은 245000원이다.

055 답 ②

극장의 하루 동안의 수입을 y 원이라 하면 입장료를 100x원 내릴 때, 입장객은 10x명 늘어나므로

$$\begin{aligned} y &= (8000-100x)(500+10x) \\ &= -1000x^2 + 30000x + 4000000 \\ &= -1000(x-15)^2 + 4225000 \end{aligned}$$

따라서 $x=15$ 일 때, 하루 동안의 수입이 최대가 되므로 그때의 1인당 입장료는 $8000-100 \times 15 = 8000-1500 = 6500$ (원)

056 답 ④

직선의 기울기가 $\frac{700-800}{150-100} = -2$ 이므로

직선의 방정식을 $y = -2x + b$ 로 놓을 수 있다.

이 직선이 점 (100, 800)을 지나므로

$$800 = -2 \times 100 + b \quad \therefore b = 1000$$

$$\therefore y = -2x + 1000$$

이때 하루 매출액을 p 원이라 하면

$$\begin{aligned} p &= x(-2x + 1000) \\ &= -2x^2 + 1000x \\ &= -2(x-250)^2 + 125000 \end{aligned}$$

이므로 $x=250$ 일 때, 최댓값이 125000이다.

따라서 하루 최대 매출액은 125000원이고, 그때의 단가는 250원이다.

057 답 $\frac{9}{8}$

점 P의 x좌표를 a라 하면 P(a, -4a+6)

△PRQ의 넓이를 y라 하면

$$y = \frac{1}{2}a(-4a+6) = -2a^2+3a$$

$$= -2\left(a-\frac{3}{4}\right)^2 + \frac{9}{8} \quad \left(\text{단, } 0 < a < \frac{3}{2}\right)$$

따라서 $a = \frac{3}{4}$ 일 때, △PRQ의 넓이의 최댓값은 $\frac{9}{8}$ 이다.

058 답 392 cm^2

오른쪽 그림에서 △BED와 △CFG는 합

동이고 각각 직각이등변삼각형이므로

$\overline{BE} = x \text{ cm}$ 라 하면

$\overline{DE} = x \text{ cm}$,

$\overline{EF} = (56-2x) \text{ cm}$ 이다.

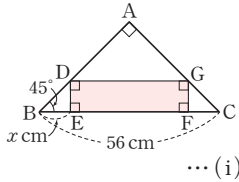
□DEFG의 넓이를 $y \text{ cm}^2$ 라 하면

$$y = x(56-2x) = -2x^2+56x$$

$$= -2(x-14)^2+392 \quad (\text{단, } 0 < x < 28) \quad \dots (ii)$$

따라서 $x=14$ 일 때, 이 직사각형의 최대 넓이는 392 cm^2 이다.

... (iii)



채점 기준

(i) $\overline{BE} = x \text{ cm}$ 라 하고, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$ 를 x 에 대한 식으로 나타내기	30 %
(ii) 이차함수의 식을 세워 $y = a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 변형하기	50 %
(iii) 직사각형의 최대 넓이 구하기	20 %

059 답 34

오른쪽 그림과 같이 $y = -x^2+8x$ 의 그래프가 x축과 만나는 점 중 원점이 아닌 점을 점 E라 하자.

$y = -x^2+8x$ 에 $y=0$ 을 대입하면

$$-x^2+8x=0, x(x-8)=0$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=8 \quad \therefore E(8, 0)$$

점 B의 좌표를 (k, 0)이라 하면 $\overline{OB} = \overline{CE} = k$ 이므로

$$\overline{BC} = \overline{AD} = 8-2k$$

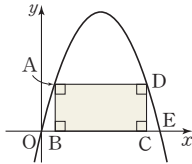
$$\text{또 } A(k, -k^2+8k) \text{이므로 } \overline{AB} = \overline{DC} = -k^2+8k$$

□ABCD의 둘레의 길이를 y라 하면

$$y = 2\{(8-2k) + (-k^2+8k)\} = 2(-k^2+6k+8)$$

$$= -2k^2+12k+16 = -2(k-3)^2+34 \quad (\text{단, } 0 < k < 4)$$

따라서 $k=3$ 일 때, □ABCD의 둘레의 길이의 최댓값은 34이다.



060 답 ④

두 점 P, Q의 x좌표를 a라 하면 P(a, a^2+2), Q(a, a)

$$\therefore \overline{PQ} = a^2+2-a = a^2-a+2 = \left(a-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}$$

따라서 $a = \frac{1}{2}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이의 최솟값은 $\frac{7}{4}$ 이다.

061 답 5

두 점 A, B의 x좌표를 각각 a, b라 하면

$$A(a, -a^2+3a-3), B(b, -b+6)$$

두 점 A, B의 y좌표는 같으므로

$$-a^2+3a-3 = -b+6 \quad \therefore b = a^2-3a+9$$

$$\therefore \overline{AB} = b-a = a^2-3a+9-a = a^2-4a+9 = (a-2)^2+5$$

따라서 $a=2$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이의 최솟값은 5이다.

062 답 ②

꼭짓점의 좌표가 (1, 0)이므로 이차함수의 식을 $y = a(x-1)^2$ 으로 놓을 수 있다.

y축과 만나는 점의 y좌표가 -1이므로 점 (0, -1)을 대입하면

$$-1 = a(0-1)^2 \quad \therefore a = -1$$

$$\therefore y = -(x-1)^2 = -x^2+2x-1$$

두 점 P, Q의 x좌표를 k라 하면

$$P(k, k), Q(k, -k^2+2k-1)$$

$$\therefore \overline{PQ} = k - (-k^2+2k-1) = k^2-k+1$$

$$= \left(k-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$$

따라서 $k = \frac{1}{2}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이의 최솟값은 $\frac{3}{4}$ 이다.

핵심 유형 최종 점검하기

176~179쪽

063 답 ④

꼭짓점의 좌표가 (3, -7)이므로 이차함수의 식을

$y = a(x-3)^2-7$ 로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 (-1, 9)를 지나므로

$$9 = a(-1-3)^2-7, 16a=16 \quad \therefore a=1$$

$$\therefore y = (x-3)^2-7$$

$$\textcircled{1} x=4 \text{를 대입하면 } y = (4-3)^2-7 = -6 \neq -5$$

$$\textcircled{2} x=3 \text{를 대입하면 } y = (3-3)^2-7 = -7 \neq -8$$

$$\textcircled{3} x=1 \text{를 대입하면 } y = (1-3)^2-7 = -3 \neq -2$$

$$\textcircled{4} x=0 \text{를 대입하면 } y = (0-3)^2-7 = 2$$

$$\textcircled{5} x=-2 \text{를 대입하면 } y = (-2-3)^2-7 = 18 \neq 14$$

따라서 $y = (x-3)^2-7$ 의 그래프 위의 점인 것은 ④이다.

064 답 -7

꼭짓점의 좌표가 (-2, -6)이므로 주어진 그래프로 나타내는 이차함수의 식을 $y = a(x+2)^2-6$ 으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 (0, -2)를 지나므로

$$-2 = a(0+2)^2-6, 4a=4 \quad \therefore a=1$$

$$\therefore y = (x+2)^2-6$$

이 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행

이동한 그래프의 식은 $y = (x-1)^2-8$

이 식에 $x=0$ 을 대입하면

$$y = (0-1)^2-8 = -7$$

따라서 y축과 만나는 점의 y좌표는 -7이다.

065 답 ④

축의 방정식이 $x=1$ 이므로 구하는 이차함수의 식을

$y = a(x-1)^2+q$ 로 놓을 수 있다.

이 그래프가 두 점 $(0, 3), (3, 0)$ 을 지나므로
 $3=a+q, 0=4a+q$
 위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=-1, q=4$
 $\therefore y=-(x-1)^2+4=-x^2+2x+3$

066 답 2

축의 방정식이 $x=-2$ 이므로 이차함수의 식을
 $y=(x+2)^2+q$ 로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 점 $(0, -2)$ 를 지나므로
 $-2=(0+2)^2+q \quad \therefore q=-6$
 $\therefore y=(x+2)^2-6=x^2+4x-2$
 따라서 $a=4, b=-2$ 이므로 $a+b=4+(-2)=2$

067 답 ①

이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$ 로 놓고 $x=0, y=4$ 를 대입하면
 $c=4$
 즉, $y=ax^2+bx+4$ 에
 (i) $x=-2, y=4$ 를 대입하면 $4=4a-2b+4 \quad \dots \textcircled{1}$
 (ii) $x=2, y=-12$ 를 대입하면 $-12=4a+2b+4 \quad \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a=-2, b=-4$
 따라서 $y=-2x^2-4x+4=-2(x+1)^2+6$ 이므로 이 그래프의 꼭
 짓점의 좌표는 $(-1, 6)$ 이다.

068 답 $f(x)=\frac{1}{2}x^2-2x+5$

$f(x)=ax^2+bx+c$ 로 놓으면 $f(0)=5$ 이므로
 $f(0)=c=5 \quad \therefore f(x)=ax^2+bx+5 \quad \dots \textcircled{i}$
 이때 $f(2)=3, f(4)=5$ 이므로
 $f(2)=4a+2b+5=3 \quad \dots \textcircled{1}$
 $f(4)=16a+4b+5=5 \quad \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a=\frac{1}{2}, b=-2 \quad \dots \textcircled{ii}$
 $\therefore f(x)=\frac{1}{2}x^2-2x+5 \quad \dots \textcircled{iii}$

채점 기준

(i) c 의 값 구하기	30 %
(ii) a, b 의 값 구하기	50 %
(iii) 이차함수의 식 구하기	20 %

069 답 ⑤

$y=2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고, x 축과 두 점 $(-3, 0), (1, 0)$ 에
 서 만나므로 구하는 이차함수의 식은
 $y=2(x+3)(x-1)=2x^2+4x-6$

070 답 $y=\frac{1}{2}x^2+x-4$

그래프가 x 축과 두 점 $(-4, 0), (2, 0)$ 에서 만나므로 구하는 이차
 함수의 식을 $y=a(x+4)(x-2)$ 로 놓을 수 있다.
 이 그래프가 점 $(0, -4)$ 를 지나므로
 $-4=-8a \quad \therefore a=\frac{1}{2}$
 $\therefore y=\frac{1}{2}(x+4)(x-2)=\frac{1}{2}x^2+x-4$

071 답 $\frac{37}{4}$

$y=-x^2+kx+7$ 의 그래프가 점 $(k-1, k^2)$ 을 지나므로
 $k^2=-(k-1)^2+k(k-1)+7, k^2=-k^2+2k-1+k^2-k+7$
 $k^2-k-6=0, (k+2)(k-3)=0 \quad \therefore k=3 (\because k>0)$
 따라서 $y=-x^2+3x+7=-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{37}{4}$ 이므로 $x=\frac{3}{2}$ 일 때, 최
 대값은 $\frac{37}{4}$ 이다.

072 답 ③

$y=\frac{1}{2}x^2-2x+k-3=\frac{1}{2}(x-2)^2+k-5$
 따라서 이 함수의 최솟값은 $k-5$ 이고, y 의 값의 범위가 $y \geq 5$ 이므로
 $k-5=5 \quad \therefore k=10$

073 답 $(4, -16)$

$y=x^2-2ax=(x-a)^2-a^2$
 이 함수의 최솟값이 $-a^2$ 이므로
 $-a^2=-16, a^2=16 \quad \therefore a=4 (\because a>0)$
 따라서 $y=(x-4)^2-16$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(4, -16)$ 이다.

074 답 ⑤

$y=-\frac{1}{2}x^2+4ax+b$ 는 $x=-4$ 일 때, 최댓값이 5이므로
 $y=-\frac{1}{2}(x+4)^2+5=-\frac{1}{2}x^2-4x-3$
 따라서 $4a=-4$ 에서 $a=-1, b=-3$ 이므로
 $ab=-1 \times (-3)=3$

075 답 24

$y=2x^2+ax+b$ 는 $x=-2$ 일 때, 최솟값이 -5 이므로
 $y=2(x+2)^2-5=2x^2+8x+3 \quad \therefore a=8, b=3 \quad \dots \textcircled{i}$
 $y=2(x+2)^2-5$ 의 그래프가 점 $(-5, c)$ 를 지나므로
 $c=2 \times (-5+2)^2-5=13 \quad \dots \textcircled{ii}$
 $\therefore a+b+c=8+3+13=24 \quad \dots \textcircled{iii}$

채점 기준

(i) a, b 의 값 구하기	60 %
(ii) c 의 값 구하기	20 %
(iii) $a+b+c$ 의 값 구하기	20 %

076 답 ②

$y=-\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 폭이 같고, $x=3$ 일 때 최댓값이 -2 인 이차
 함수의 식은 $y=-\frac{1}{2}(x-3)^2-2$ 이다.

① $x=-3$ 을 대입하면

$$y=-\frac{1}{2} \times (-3-3)^2-2=-20$$

② $x=-1$ 을 대입하면

$$y=-\frac{1}{2} \times (-1-3)^2-2=-10 \neq -9$$

③ $x=0$ 을 대입하면

$$y=-\frac{1}{2} \times (0-3)^2-2=-\frac{13}{2}$$

④ $x=1$ 을 대입하면

$$y = -\frac{1}{2} \times (1-3)^2 - 2 = -4$$

⑤ $x=2$ 를 대입하면

$$y = -\frac{1}{2} \times (2-3)^2 - 2 = -\frac{5}{2}$$

따라서 $y = -\frac{1}{2}(x-3)^2 - 2$ 의 그래프가 지나는 점이 아닌 것은 ②이다.

077 답 ②

$$y = x^2 - 2mx - 8m - 19$$

$$= (x-m)^2 - m^2 - 8m - 19$$

$$\therefore f(m) = -m^2 - 8m - 19 = -(m+4)^2 - 3$$

따라서 $f(m)$ 은 $m = -4$ 일 때, 최댓값이 -3 이다.

078 답 ⑤

$$y = -x^2 + 4ax - a + 3 = -(x-2a)^2 + 4a^2 - a + 3$$

$$\therefore m = 4a^2 - a + 3 = 4\left(a - \frac{1}{8}\right)^2 + \frac{47}{16}$$

따라서 m 은 $a = \frac{1}{8}$ 일 때, 최솟값이 $\frac{47}{16}$ 이므로

$$\frac{47}{16} + \frac{1}{8} = \frac{47}{16} + \frac{2}{16} = \frac{49}{16}$$

079 답 -16

$$x-y=8 \text{에서 } y=x-8 \text{이므로}$$

$$xy = x(x-8) = x^2 - 8x = (x-4)^2 - 16$$

따라서 $x=4$ 일 때, 최솟값은 -16 이다.

080 답 144 m^2

꽃밭 한 개의 세로의 길이가 $x \text{ m}$ 이므로 가로 길이는 $\frac{48-4x}{3} \text{ m}$ 이다.

전체 꽃밭의 넓이를 $y \text{ m}^2$ 라 하면

$$y = \left(x \times \frac{48-4x}{3}\right) \times 3$$

$$= x(48-4x)$$

$$= -4x^2 + 48x$$

$$= -4(x-6)^2 + 144 \quad (\text{단, } 0 < x < 12)$$

따라서 $x=6$ 일 때, 전체 꽃밭의 넓이의 최댓값은 144 m^2 이다.

081 답 12 cm

$$\overline{AP} = x \text{ cm} \text{라 하면 } \overline{BP} = (24-x) \text{ cm} \text{이다.}$$

두 정사각형의 넓이의 합을 $y \text{ cm}^2$ 라 하면

$$y = x^2 + (24-x)^2$$

$$= 2x^2 - 48x + 576$$

$$= 2(x-12)^2 + 288 \quad (\text{단, } 0 < x < 24)$$

따라서 $x=12$ 일 때, 넓이의 합이 최소가 되므로 구하는 $\overline{AP}$ 의 길이는 12 cm 이다.

082 답 ②

x 초 후에 가로의 길이는 $(12+2x) \text{ cm}$ 이고, 세로의 길이는 $(14-x) \text{ cm}$ 이므로

$$y = (12+2x)(14-x)$$

$$= -2x^2 + 16x + 168$$

$$= -2(x-4)^2 + 200 \quad (\text{단, } 0 < x < 14)$$

따라서 $x=4$ 일 때, 직사각형의 넓이의 최댓값은 200 cm^2 이다.

083 답 110 m

$$y = -5x^2 + 40x + 30 = -5(x-4)^2 + 110$$

따라서 $x=4$ 일 때, 최댓값이 110 이므로 로켓이 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 110 m 이다.

084 답 1100 원

총 판매 금액을 y 원이라 하면

$$y = (1000+x)\left(600 - \frac{1}{2}x\right)$$

$$= -\frac{1}{2}x^2 + 100x + 600000$$

$$= -\frac{1}{2}(x-100)^2 + 605000$$

따라서 $x=100$ 일 때, 총 판매 금액이 최대가 되므로 그때의 떡 한 개당 가격은 $1000+100=1100$ (원)

085 답 P(2, 4)

점 P의 x 좌표를 a 라 하면 $P(a, -2a+8)$

$\square OQPR$ 의 넓이를 y 라 하면

$$y = a(-2a+8)$$

$$= -2a^2 + 8a$$

$$= -2(a-2)^2 + 8 \quad (\text{단, } 0 < a < 4)$$

따라서 $a=2$ 일 때, $\square OQPR$ 의 넓이가 최대가 되므로 그때의 점 P의 좌표는 $P(2, 4)$ 이다.

086 답 ③

직선 l 이 두 점 $(0, -1), (1, 0)$ 을 지나므로

$$(기울기) = \frac{0-(-1)}{1-0} = 1, \quad (y절편) = -1$$

이므로 직선 l 의 방정식은 $y=x-1$

두 점 P, Q의 x 좌표를 각각 a, b 라 하면

$$P(a, 2a^2+1), Q(b, b-1)$$

두 점 P, Q의 y 좌표는 같으므로

$$2a^2+1=b-1 \quad \therefore b=2a^2+2$$

$$\therefore \overline{PQ} = b-a = 2a^2+2-a = 2a^2-a+2 = 2\left(a-\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{15}{8}$$

따라서 $a=\frac{1}{4}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이의 최솟값은 $\frac{15}{8}$ 이다.

• MEMO •

